[131]

Abhandlung über eine besondere Klasse algebraisch auflösbarer Gleichungen.

Von

N. H. Abel.

(Aus dem vierten Bande des Journals für die reine und angewandte Mathematik von *A. L. Crelle.* 1829).

Obgleich die algebraische Auflösung der Gleichungen im allgemeinen nicht möglich ist, so giebt es wenigstens besondere Gleichungen jeden Grades, welche eine derartige Auflösung zulassen.[1]) Dies sind zum Beispiel die Gleichungen der Form $x^n - 1 = 0$. Die Auflösung dieser Gleichungen beruht auf gewissen Relationen, die zwischen den Wurzeln bestehen. Ich versuchte diese Methode zu verallgemeinern, indem ich voraussetzte, dass zwei Wurzeln einer gegebenen Gleichung derartig unter einander verbunden seien, dass man die eine rational durch die andere ausdrücken kann; eine derartige Gleichung kann, wie ich fand, stets durch eine gewisse Anzahl von Gleichungen niedrigeren Grades gelöst werden. Es giebt auch Fälle, wo man die gegebene Gleichung selbst algebraisch lösen kann. Dies tritt zum Beispiel stets ein, wenn die gegebene Gleichung irreductibel und ihr Grad eine Primzahl ist. Dasselbe findet noch statt, wenn alle Wurzeln einer Gleichung durch:

$$x, \ \Theta x, \ \Theta^2 x, \ \Theta^3 x, \ \ldots \ \Theta^{n-1} x, \quad \text{wo} \quad \Theta^n x = x \ \text{ist},$$

ausgedrückt werden können; Θx soll dabei eine rationale Function von x sein und $\Theta^2 x$, $\Theta^3 x$, ... sollen Functionen derselben Form wie Θx zwei, drei u. s. w. mal genommen bedeuten.