Die Gleichung (7) ergiebt:

$$\Theta^k \Theta^n x_1 = \Theta^k x_1\,, \quad \text{d. h.} \quad \Theta^{n+k} x_1 = \Theta^k x_1\,.$$

Diese Formel zeigt, dass von dem Term $\Theta^{n-1} x_1$ aus die Glieder der Reihe (8) sich in derselben Aufeinanderfolge reproduciren. Die n Grössen (8) sind daher die einzigen der Reihe (5), die unter einander verschieden sind.

Dies vorausgeschickt, sei, wenn $\mu > n$ ist, x_2 eine andere Wurzel der vorgelegten Gleichung, welche nicht in der Reihe (8) enthalten sei, dann folgt aus dem Theorem I, dass alle Grössen:

$$(9) \qquad x_2\,, \quad \Theta x_2\,, \quad \Theta^2 x_2\,, \ldots \Theta^{n-1} x_2\,, \ldots$$

gleichfalls Wurzeln der vorgelegten Gleichung sind. Ich behaupte nun, dass diese Reihe auch nur n unter einander und von den Grössen in (8) verschiedene Grössen enthält. In der That, da $\Theta^n x_1 - x_1 = 0$ ist, so hat man infolge des Theorems I: $\Theta^n x_2 - x_2 = 0$ und folglich:

$$\Theta^{n+k} x_2 = \Theta^k x_2\,.$$

Daher sind die einzigen Grössen der Reihe (9), welche unter einander verschieden sein können, die n ersten:

$$(10) \qquad x_2\,, \quad \Theta x_2\,, \quad \Theta^2 x_2\,, \ldots \Theta^{n-1} x_2\,.$$

Diese sind nothwendiger Weise unter einander und von den Grössen (8) verschieden. Wäre nämlich etwa:

$$\Theta^m x_2 = \Theta^\nu x_2\,,$$

wo m und ν kleiner als n sind, so würde folgen: $\Theta^m x_1 = \Theta^\nu x_1$; dies ist aber unmöglich, denn alle Grössen (8) sind unter einander verschieden. Hätte man hingegen:

$$\Theta^m x_2 = \Theta^\nu x_1\,,$$

so würde folgen:

$$\Theta^{n-m} \Theta^\nu x_1 = \Theta^{n-m} \Theta^m x_2 = \Theta^{n-m+m} x_2 = \Theta^n x_2 = x_2\,,$$

daher:

$$x_2 = \Theta^{n-m+\nu} x_1\,,$$

das heisst die Wurzel x_2 wäre in der Reihe (8) enthalten, was gegen die Voraussetzung ist.

[**135**] Die Anzahl der Wurzeln, welche in (8) und (10) enthalten sind, ist gleich $2n$; daher ist μ entweder gleich $2n$ oder grösser als diese Zahl.

SLUB
Wir führen Wissen.
TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ