

• und infolgedessen:

$$(39) \sqrt[\mu]{v_k} \cdot \left(\sqrt[\mu]{v_1}\right)^{\mu-k} = \frac{1}{\mu} \{\psi x + \psi \Theta x + \psi \Theta^2 x + \dots + \psi \Theta^{\mu-1} x\}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung ist eine rationale und symmetrische Function der Wurzeln, daher kann man sie durch bekannte Grössen ausdrücken. Bezeichnet man den Werth der rechten Seite mit  $a_k$ , so hat man:

$$(40) \sqrt[\mu]{v_k} \cdot \left(\sqrt[\mu]{v_1}\right)^{\mu-k} = a_k,$$

und infolgedessen:

$$(41) \sqrt[\mu]{v_k} = \frac{a_k}{v_1} \left(\sqrt[\mu]{v_1}\right)^k.$$

Mit Hülfe dieser Formel wird der Ausdruck für die Wurzel  $x$ :

$$(42) x = \frac{1}{\mu} \left\{ -A + \sqrt[\mu]{v_1} + \frac{a_2}{v_1} \left(\sqrt[\mu]{v_1}\right)^2 + \frac{a_3}{v_1} \left(\sqrt[\mu]{v_1}\right)^3 + \dots + \frac{a_{\mu-1}}{v_1} \left(\sqrt[\mu]{v_1}\right)^{\mu-1} \right\}. \quad (10)$$

Dieser Ausdruck für  $x$  hat nur  $\mu$  verschiedene Werthe, welche man erhält, indem man an die Stelle von  $\sqrt[\mu]{v_1}$  die  $\mu$  Werthe:

$$\sqrt[\mu]{v_1}, \quad \alpha \sqrt[\mu]{v_1}, \quad \alpha^2 \sqrt[\mu]{v_1}, \quad \dots, \quad \alpha^{\mu-1} \sqrt[\mu]{v_1}$$

setzt.

Die Methode, welche wir im Voraufgegangenen zur Auflösung der Gleichung  $\varphi x = 0$  befolgten, stimmt im Grunde mit derjenigen überein, von welcher Herr *Gauss* in seinen *Disquisitiones arithmeticae* <sup>11)</sup> pag. 645 et seq. Gebrauch gemacht hat, um eine gewisse Klasse von Gleichungen, zu denen er in seinen Untersuchungen über die Gleichungen  $x^n - 1 = 0$  gelangt war, aufzulösen. Diese Gleichungen haben dieselbe Eigenthümlichkeit wie unsere Gleichung  $\varphi x = 0$ , nämlich dass alle ihre Wurzeln in der Form:

$$x, \quad \Theta x, \quad \Theta^2 x, \quad \dots, \quad \Theta^{\mu-1} x$$

dargestellt werden können;  $\Theta x$  bedeutet dabei eine rationale Function.

Infolge dessen, was voraufgeht, können wir das folgende Theorem aussprechen: