

$$\begin{aligned}
 (47) \quad x = & \frac{1}{\mu} \left\{ -A + V\bar{\varrho} \left( \cos \frac{\delta + 2m\pi}{\mu} + V\sqrt{-1} \sin \frac{\delta + 2m\pi}{\mu} \right) \right. \\
 & + (f + gV\sqrt{-1}) \cdot \left( \cos \frac{2(\delta + 2m\pi)}{\mu} + V\sqrt{-1} \sin \frac{2(\delta + 2m\pi)}{\mu} \right) \\
 & + (F + GV\sqrt{-1})V\bar{\varrho} \cdot \left( \cos \frac{3(\delta + 2m\pi)}{\mu} + V\sqrt{-1} \sin \frac{3(\delta + 2m\pi)}{\mu} \right) \\
 & + (f_1 + g_1V\sqrt{-1}) \cdot \left( \cos \frac{4(\delta + 2m\pi)}{\mu} + V\sqrt{-1} \sin \frac{4(\delta + 2m\pi)}{\mu} \right) + \\
 & \left. + \text{etc.} \right\},
 \end{aligned}$$

$\varrho, A, f, g, F, G$  u. s. w. sind rationale Functionen von  $\cos \frac{2\pi}{\mu}, \sin \frac{2\pi}{\mu}$  und den Coefficienten von  $\varphi x$  und  $\Theta x$ . Man findet alle Wurzeln, indem man  $m$  die Werthe  $0, 1, 2, 3, \dots, \mu - 1$  giebt.

Der voraufgehende Ausdruck für  $x$  ergibt das

Theorem V. Um die Gleichung  $\varphi x = 0$  aufzulösen, genügt es:

- 1) den Umfang des ganzen Kreises in  $\mu$  gleiche Theile zu theilen,
- 2) einen Winkel  $\delta$ , den man construiren kann, in  $\mu$  gleiche Theile zu theilen,
- 3) die Quadratwurzel aus einer einzigen Grösse  $\varrho$  zu ziehen.<sup>12)</sup>

Dieses Theorem ist nur die Erweiterung eines ähnlichen Theorems, welches Herr *Gauss* in dem oben citirten Werke pag. 651<sup>11)</sup> ohne Beweis angiebt.

[145] Es ist noch zu bemerken, dass die Wurzeln der Gleichung  $\varphi x = 0$  entweder sämmtlich reell oder sämmtlich imaginär sind. Wenn eine Wurzel  $x$  reell ist, so sind es auch thatsächlich die anderen, wie die Ausdrücke:

$$\Theta x, \quad \Theta^2 x, \quad \dots \quad \Theta^{\mu-1} x,$$

welche nur reelle Grössen enthalten, es zeigen. Wenn hingegen  $x$  imaginär ist, so sind es auch die andern Wurzeln, denn wenn z. B.  $\Theta^m x$  reell wäre, so wäre auch  $\Theta^{\mu-m}(\Theta^m x) = \Theta^\mu x = x$  gleichfalls gegen die Voraussetzung reell. In dem ersten Falle ist  $a$  positiv und in dem zweiten negativ.