

Folgerung III. 4. Weil also eine genaue Kenntniss der Curven erfordert, dass sie auf eine der Lage nach gegebene Axe und deren Abschnitte, welche Abscissen heissen, bezogen werden, so wird die erste und wichtigste Beschränkung aus der Grösse der Abscissen herzunehmen sein.

Folgerung IV. 5. Daher müssen Aufgaben, auf welche diese Methode anwendbar sein soll, so vorgelegt werden, dass man Curven sucht, welche auf eine der Lage nach gegebene Axe bezogen sind und welche unter allen Curven, die zu demselben Abschnitte der Axe gehören, eine Eigenschaft im höchsten oder geringsten Grade besitzen.

Anmerkung. 6. Mithin ist diese Methode der Maxima und Minima völlig verschieden von der, welche wir an anderer Stelle auseinandergesetzt haben. Denn dort ermittelten wir für eine gegebene und bestimmte Curve die Stelle, an der eine gegebene, auf die Curve bezügliche, veränderliche Grösse am grössten oder kleinsten wird. Hier aber sucht man gerade die Curve, in welcher eine gegebene Grösse am grössten oder kleinsten wird. Bereits im vorigen Jahrhundert begannen, kurz nach Erfindung der Infinitesimalrechnung, die berühmten Brüder Bernoulli diese Methode auszubilden, welche seitdem grosse Fortschritte gemacht hat. Das erste Problem dieser Gattung¹⁸⁾ war ein mechanisches, man suchte die Curve, auf welcher ein schwerer Punkt am schnellsten herabgleitet; diese Curve nannte man Brachistochrone oder Curve des schnellsten Falles. Schon bei diesem Probleme kann offenbar ohne Hinzufügung einer Bedingung von einer Aufgabe nicht die Rede sein, denn je kürzer und je näher der verticalen Lage, die Curve gewählt wird, um so kürzer ist selbstverständlich die Zeit des Herabfallens. Man darf daher nicht kurzweg nach der Curve fragen, auf welcher ein schwerer Punkt am schnellsten oder in kürzester Zeit herabgleitet, sondern man muss gleichzeitig den Abschnitt der Axe bestimmen, zu welchem die gesuchte Curve gehören soll, sodass unter allen Curven, welche zu demselben Abschnitte einer der Lage nach gegebenen Axe gehören, die gesucht wird, auf welcher ein schwerer Körper am raschesten herabgleitet. Aber bei diesem Probleme genügte diese Bedingung noch nicht, um es zu einem bestimmten zu machen, sondern man musste noch die Bedingung hinzufügen, dass die gesuchte Curve durch zwei gegebene Punkte hindurchgehen soll. Und so musste das Problem den genannten Bedingungen unterworfen werden,