

sitione reciproca aliorum erschien in den Acta Eruditorum, Mai 1697, sie ist wieder abgedruckt im zweiten Bande der Opera, Genevae 1744, S. 768—775.

*Leonhard Euler* hat das Verdienst, die Einzeluntersuchungen der Brüder *Bernoulli* zusammengefasst und die Variations-Rechnung als besonderen Zweig der Analysis begründet zu haben. In seiner ersten Arbeit über diesen Gegenstand (Comment. Acad. imp. t. VI ad annos 1732/33, Petersburg 1739) formulirt er das isoperimetrische Problem in grosser Allgemeinheit und giebt vermöge seines Multipliers eine einfache Lösung. Veranlasst durch das Problem der Brachistochrone im widerstehenden Mittel geht er dann weiter und betrachtet Aufgaben, bei denen als Nebenbedingung eine Differentialgleichung hinzutritt; seine Lösung ist jedoch unrichtig, da er auch hier das Princip von *Jak. Bernoulli* anwendet. (Comment. t. VII ad annos 1734/35, Petersburg 1740, *Mechanica sive motus scientia*, Bd. II, Petersburg 1736.) Bald darauf erkennt er, dass jenes Princip nicht allgemeingültig ist, findet aber keinen Ersatz dafür (Comment. t. VIII ad annum 1736, Petersburg 1741). Erst 1744 überwindet er diese Schwierigkeit, und nun erscheint sein Hauptwerk: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*, Lausannae et Genevae 1744. Jetzt löst *Euler* das Problem in seiner ganzen Allgemeinheit. Er lässt zu, dass der Ausdruck unter dem Integralzeichen Ableitungen beliebig hoher Ordnung enthält, und erledigt den Fall, dass in ihm noch weitere Integrale oder sogar Grössen vorkommen, welche durch Differentialgleichungen definirt werden. Ganz besonders werthvoll wird das Werk durch die zahlreichen, schönen Beispiele, denen die folgenden 150 Jahre wenig neue hinzugefügt haben.

In der *Methodus inveniendi* haben so die Forschungen der ersten Periode der Variations-Rechnung ihre classische Darstellung gefunden.

*Euler* selbst hat es ausgesprochen, dass er sein Werk nicht für vollendet ansehe. Seine Methode ist nämlich eine wesentlich geometrische. Dies hat den Vortheil, dass die Behandlung der einfacheren Probleme überaus klar und durchsichtig wird, sodass die *Methodus* noch heute als Einführung in die Variations-Rechnung treffliche Dienste leisten dürfte. Sobald aber das *Bernoulli'sche* Princip seine Geltung verliert,