Aufgaben

der

Bergmaschinenlehre.

gelöst

von

Lehrjahr $18\frac{49}{50}$

Raimund Leschütz.

1. Man soll für die Uferböschung $\frac{n}{1} = \frac{3}{2}$ die Dimensionen des Querprofiles von einem Kanale angeben, der bei dem Abhange $\alpha = \frac{h}{l} = 0{,}0001$ ein Wasserquantum von 25 Kbkfss pr. sec. fortführen soll.

Bei der Böschung $\frac{n}{1} = \frac{3}{2}$ ist der Böschungswinkel α, da $\cot g.\,\alpha = \frac{3}{2}$, $= 33^\circ 18'$. Es wird sonach der Querschnitt F, wenn wir für m 2,850 nehmen,
$F = 0{,}0271(2{,}85 \cdot 10000 \cdot 25^2)^{2/5} = 21{,}54$.
Darnach ergibt sich die Geschwindigkeit des Wassers im Kanale
$c = \frac{25}{21{,}54} = 1{,}16$. Für diese ist aber der Widerstandskoeffizient $\zeta = 0{,}00747$. Es folgt daher genauer

$$F = \left(\frac{0{,}00747 \cdot 2{,}85 \cdot 10000 \cdot 25^2}{2g \cdot 1}\right)^{2/5} = 21{,}44$$

und daher $c = \frac{25}{21{,}44} = 1{,}16$.

Die übrigen Dimensionen sind
$p = 2{,}85\sqrt{F} = 13{,}191$, Tiefe $a = 0{,}69\sqrt{F} = 3{,}194$.
Untere Breite $b = 0{,}43\sqrt{F} = 2{,}00$.
Obere Breite $b + 2na = 2{,}42\sqrt{F} = 2{,}42 \cdot 4{,}63 = 11{,}2$
Absolute Böschung $na = 0{,}99\sqrt{F} = 4{,}58$.

2. Es ist zu diesem Kanale eine Wasserstandsskala zu konstruiren, an welcher sich die Wassermengen von 18–32 Kbkfss ablesen lassen.

Ist der Tiefe a, also dem mittleren Wasserstande entsprechende Wasserquantum sei Q, das für die Tiefe a_1 sei Q_1, so ist
$\frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a)\left(\frac{3b}{2F} - \frac{1}{p \cdot \sin\alpha}\right)$, folglich wenn wir die Differenz $(a_1 - a) = \frac{1}{12}$ Fuß = 1 Zoll setzen,

$$\frac{Q_1 - 25}{25} = \frac{1}{12}\left(\frac{3 \cdot 11{,}2}{2 \cdot 21{,}44} - \frac{1}{13{,}2 \cdot \sin 33^\circ 18'}\right),$$

somit $Q_1 - 25 = 1{,}341$. Einer Zunahme der Tiefe von einem Zoll entspricht demnach eine Zunahme von 1,341 Kbkfss.

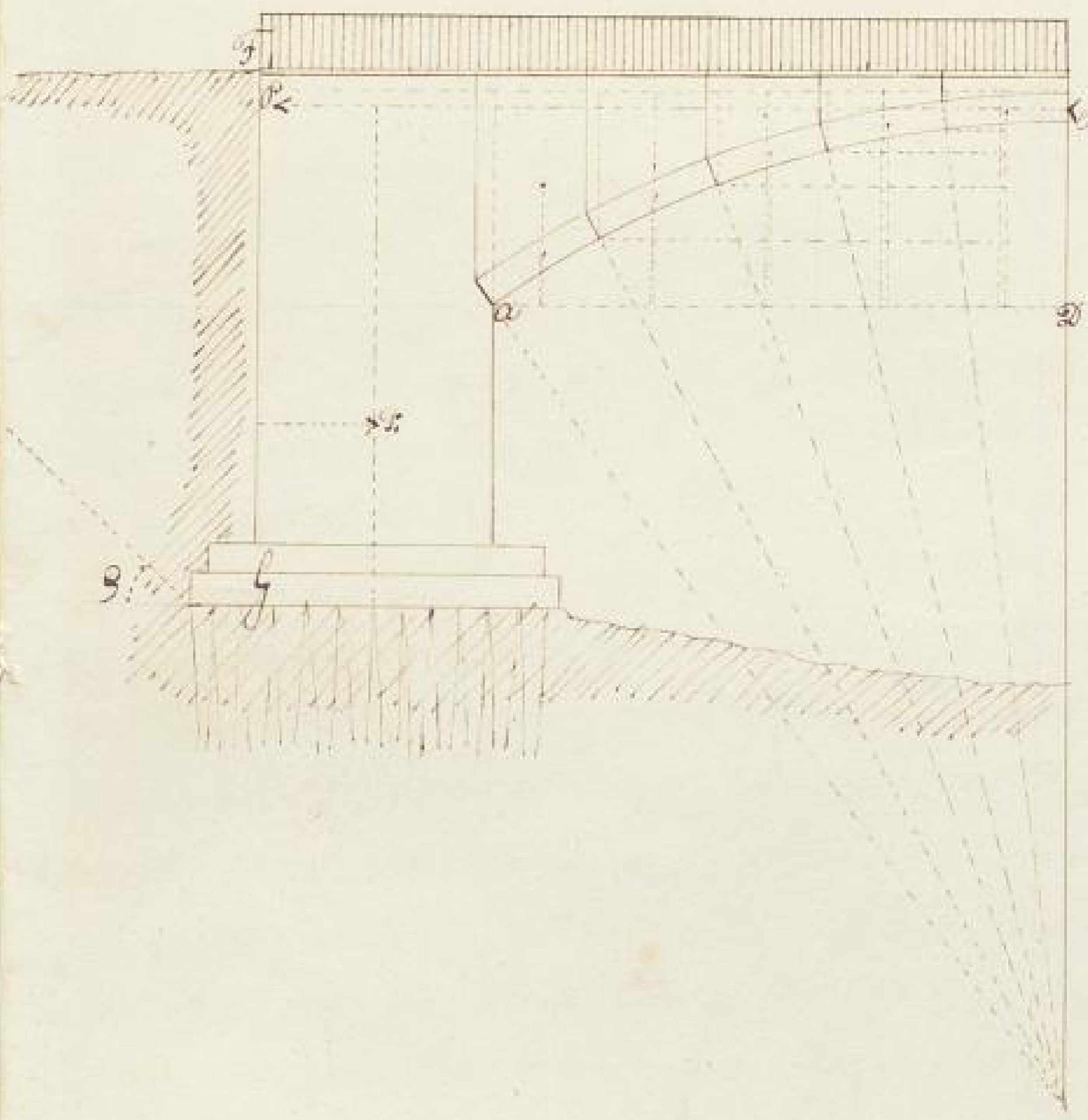
[illegible] keine Zeichnung

3) Man soll für die Spannweite AB = 75 Fuß und Spannhöhe CD = 12 Fuß eine steinerne Brücke von 25 Fuß Breite und 30 Fuß Höhe FG anordnen.

Nehmen wir die Gewölbstärke zu 2 Fuß an, und sehen wir zu, ob diese den Anforderungen genügt.
Wir wollen zuerst den Druck im Scheitel berechnen, welcher nöthig ist, ein Herabgleiten der Steine von einander in den Fugen zu verhindern, wobei wir zugleich die Reibung berücksichtigen wollen, so wie die darüber liegende Last, indem wir eine horizontale Übermauerung von 1,5 Fuß im Scheitel annehmen.
Da wir das Gewölbe als ein Kreisgewölbe annehmen, so ist der Halbmesser des Kreises bei der Bogenhöhe h und Spannweite s, $r = \frac{(\frac{s}{2})^2 + h^2}{2h} = 64{,}6$. Der von den Widerlagsfugen eingeschlossene Winkel α ist, $\cos\alpha = \frac{2r^2 - s^2}{2r^2} = 71^\circ$. Bei 2 Fuß Gewölbstärke ist der äußere Halbmesser 66,6 Fuß, die äußere Bogenlänge demnach 82,5 Fuß, folglich die halbe 41,25, so daß, wenn wir das halbe Gewölbe in 5 Theile theilen, auf jeden dieser 8,25 Fuß Länge kommt.

Grund?

Nehmen wir der Kürze halber die Gewölbstücke als Prismen an, so ist der Inhalt eines solchen für die Breite = 1, = 1 . 8,25 . 2 = 16,5 Kubikfuß und sein Gewicht 16,5 g. H. Betrachtet man die darüber liegenden Stücke der Übermauerung als Trapeze, so findet man auch deren Inhalt.
Es fragt sich nun, welcher Druck im



Scheitel wirken muß, damit sowohl die einzelnen Gewölbsteine als auch die darüber liegenden Gewölbübermauerungen verhindert werden, in den Fugen der Theile herabzugleiten.

Da der Centriwinkel der Widerlagsfugen 71° beträgt, so ist der zwischen zwei Theilfugen 7°6'. Der Reibungswinkel soll zu 30° angenommen werden.

Von allen diesen Kräften, welche für die einzelnen Theile nöthig, muß man die größte nehmen. Führt man die hier angedeutete Rechnung (nach der Formel $P = G \cdot tg(\alpha - \varrho)$), so erhält man als anzunehmende Kraft die, welche die ganze Gewölbhälfte nebst Übermauerung auf der Widerlagfuge erhält. Diese ist = 153,8 Ctr.

Die Rechnung zu führen, ob diese gefundene Kraft auch im Stande sei, die Gewölbstücke auf den Fugen hinaufzuschieben, ist überflüssig, da man aus der dafür geltenden Formel $R_n = (G_1 + G_2 + \dots G_n)\, tg(\alpha - \varrho)$ sieht, daß der Maximalwerth dieser Kraft vom Minimalwerth derjenigen, welche nöthig ist, um das Herausschieben zu bewirken und deren Formel ist $R_n = (G_1 + G_2 \dots G_n)\, tg(\alpha + \varrho)$ übertroffen wird, indem der Faktor $tg(\alpha + \varrho)$ in jedem Falle, selbst wenn α an den Widerlagen sein Minimum erreicht, größer ist als der $tg(\alpha - \varrho)$ als Maximum.

Ebenso ist es nicht nothwendig zu untersuchen, ob die Widerstands-

linie die äußere Gewölbfläche durch-
schneidet, also eine Drehung um die
äußere Kante stattfindet, da dieß
bei Kreisgewölben nicht möglich
ist. Wir haben demnach nur nachzu-
weisen, welche Kraft im Scheitel
wirken muß, um eine Drehung der
Stücke nach innen zu verhindern.
Wir berechnen deshalb die statischen
Momente der Theile bezüglich der ver-
schiedenen Drehpunkte und dividi-
ren diese durch den Hebelarm der Kraft
an eben diesen Drehpunkten. Der Ma-
ximalwerth dieser Kraft ist dann als
wirksam anzunehmen. Wir wollen
dabei das für die Kraft P ungünstig-
ste Verhältniß nehmen, und sie im
Drittel des Scheitels angreifen lassen.
Führen wir jetzt die Rechnung durch,
so erhalten wir als größte Kraft
die $P = 346{,}8$ pfd. Das ist die größte
Kraft, welche wir gefunden, und
diese müssen wir uns im Scheitel
wirksam denkend, wenn das Gewöl-
be haltbar sein soll. Es fragt sich
daher nur, ob dieser Druck von den Stei-
nen ausgehalten wird. Bei zwanzig-
facher Sicherheit kann man pro □″ 225 ℔
rechnen; der Druck beträgt aber hier,
da $s = 150$ ist, $\frac{346{,}8 \cdot 150}{288} = 180{,}6$ ℔. Demnach
ist das Gewölbe ganz sicher.

Es fragt sich nun, wie stark müs-
sen die zugehörigen Widerlagspfeiler
sein, damit sie nicht ausweichen.
Die ganze Höhe beträgt 30 Fuß. Hiervon
gehen aber 14+1,5 ab, so daß 14,5 ab.

dig bleiben.

Ist G das Gewicht des halben Gewölbes, h die mittlere Pfeilerhöhe, P die Kraft im Scheitel, a die Gewölbhöhe, h die Höhe des Pfeilers, γ die Wichtigkeit des Mauerwerks, b der Horizontalabstand der Schwerlinie der Gewölbhälfte von der innern Kante, wo das Gewölbe an das Lager anstößt, so ist

$$c = -\frac{G}{h\gamma} + \sqrt{\frac{2gP(a+h) - Gb}{\frac{1}{2}h\gamma} + \left(\frac{G}{h\gamma}\right)^2}$$

und nach Einführung der Werthe

$c = -18,7 + 37,6 = 18,9.$

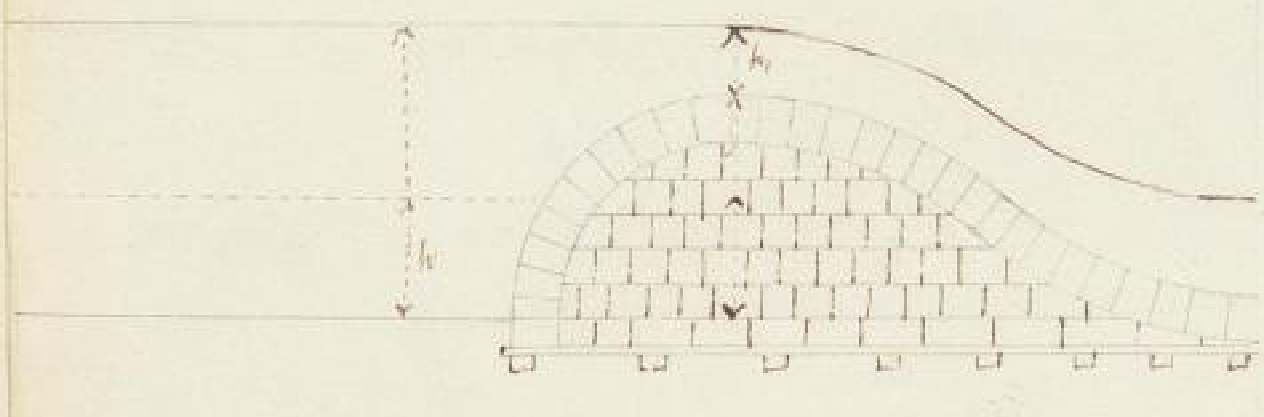
Der Pfeiler muß daher 18,9 Fuß stark gemacht werden, wofür man 20 Fuß nehmen kann.

Berücksichtigt man den passiven Erddruck, und reduzirt ihn auf den Angriffspunkt der Kraft P (da er eigentlich im untern Drittel angreift, so wirkt dem P ein Druck $P_1 = \frac{30}{3.h} \cdot \frac{1}{2} \cdot h^2\gamma \cdot (tg\, 45^0 + \varrho/2)^2$ entgegen. ϱ ist für feuchte Dammerde $= 43^0$. Daher wird $P_1 = 16575$ ℔, und es wirkt blos noch $P - P_1 = 35475$ ℔ im Scheitel. Die Widerlagsstärke wird dann auf $29,2 - 18,7 = 10,5$ Fuß herabgezogen.

Es mangelt ja alle Ausführung der Rechnung? Es kann auch die Lösung nicht befriedigen.

Gef. im Novbr. 49. J. M.

In einem Bache von 25 fß Breite, welcher pro sec. 125 Kbkfß Wasser führt, ist ein Wehr einzubauen, wodurch der 2 fß hohe Wasserstand auf 5 fß gesteigert wird. Wie hoch ist das Wehr aufzuführen und wie hoch ist die Aufstauung 2000 fß oberhalb des Wehres?



Der Flächeninhalt des Baches ist $25 \cdot 2 = 50$ □fß, das Quantum 125 Kbfß, folglich die Geschwindigkeit im Bach $= \frac{125}{50} = 2{,}5$ fß und die entsprechende Geschwindigkeitshöhe $k = \frac{2{,}5^2}{2g} = 0{,}094$. Daraus folgt die Druckhöhe über der Schwelle, h,

$$h = \left(\frac{3/2 \cdot 125}{\mu . 25 . \sqrt{2g}} + 0{,}094^{3/2}\right)^{2/3} - k$$

$$= \left(\frac{15}{12{,}65} + 0{,}02882\right)^{2/3} - 0{,}094$$

$$= (1{,}218)^{3/2} - 0{,}094 = 1{,}344 - 0{,}094$$

$$= 1{,}250 \text{ fß.}$$

Es folgt daraus die Wehrhöhe

$x = 5 - 1{,}25 = 3{,}75$ fß. Das Wehr ist demnach ein vollkommenes Ueberfallwehr.

Die Aufstauung y in 2000 fß Entfernung ist bestimmt durch

$$\lg nat . y = \frac{2000 \cdot \alpha}{h - 1/3\left(a - \frac{v^2}{2g}\right)}$$

Es ist aber $\sin \alpha = \frac{v^2 \xi p}{2g F} = \frac{0{,}094 . 0{,}0075 (25+4)}{25 . 2}$

$= 0{,}0006345$, folglich

$$\lg nat\, y = \frac{2000 . 0{,}0006345}{5 - 1/3 (2 - 0{,}094)}$$

$$= \frac{1{,}27}{4{,}365} = 0{,}29100 \text{ und hieraus}$$

$$y = 0{,}1377 \text{ fß.}$$

Aufgabe 6.

Welche Weiten sind den Röhrenleitungen AC, BC und CD zu geben, durch welche die Wassermengen $Q_1 = 50$ und $Q_2 = 75$ Kbkfß pro Min. erst einzeln von A und B nach C und dann im Ganzen von C nach D geführt werden sollen, wenn das Gefälle zwischen A und C = 25,4 Fß

B u. C = 9,2 Fß

C u. D = 4,9 Fß

beträgt, ferner die Läng.

AC = 2700 Fß

BC = 984 "

CD = 1362 "

ist?

Setzt man das Gefälle zwischen A und C $= h$, das von B und C $= h_1$ und von C nach D $= h_2$, so hat man das von A und D $= h + h_2 = \left(\zeta + \zeta_1 \frac{l}{d}\right)\frac{c^2}{2g} + \left(1 + \zeta_1 \frac{l_2}{d_2}\right)\frac{c_2^2}{2g}$, das von B und D $= h_1 + h_2 =$

$$\left(\zeta + \zeta_1 \frac{l_1}{d_1}\right)\frac{c_1^2}{2g} + \left(1 + \zeta_1 \frac{l_2}{d_2}\right)\frac{c_2^2}{2g}$$

wo ζ der Widerstandskoeffizient für die Einmündung, ζ_1 der Reibungswiderstand in der Röhrenleitung, und c_1 und c_2, sowie c, die betreffenden Geschwindigkeiten ausdrücken.

Setzt man in diesen Formeln für die Geschwindigkeiten c, c_1 und c_2 die Werthe $\frac{4Q}{\pi d^2}$, $\frac{4Q_1}{\pi d_1^2}$, $\frac{4Q_2}{\pi d_2^2}$, so erhalten wir durch Umformung der Gleichungen

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{\zeta_1 l_1 + \zeta_1 d_1}{2g(h_1+h_2) - \left(1+\zeta_1 \frac{l_2}{d_2}\right)c_2^2} \cdot \left(\frac{4Q_1}{\pi}\right)^2}$$ und

$$d = \sqrt[5]{\frac{\zeta l + \zeta d}{2g(h+h_2) - \left(1+\zeta \frac{l_2}{d_2}\right)c_2^2}\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2}$$

Nun ist aber $d_2^2 c_2 = d^2 c + d_1^2 c_1$; folglich wird, wenn wir dem Wasser in der Hauptröhre 3 Fß Geschwindigkeit geben,

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi c}} = 11,28 \text{ Zoll.}$$

Ist nun $\zeta = 0,505$, $\zeta_1 = 0,0242$, so wird

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{0,0242 \cdot 984 + \zeta_1 d_1}{62,5(9,2+4,95) - \left(1 + 0,0242 \cdot \frac{1362}{0,9404}\right) \cdot 3^2}}$$

$d_1 = 7,723$ Zoll.

ferner wird $d =$

$$\sqrt[5]{\frac{0,0242 \cdot 2700 + \zeta d}{62,5(25,4+9,05) - \left(1+0,0242 \frac{l_2}{d_2}\right)c_2^2}\left(\frac{4 \cdot 50}{3,141}\right)^2}$$

$= 6,51$ Zoll.

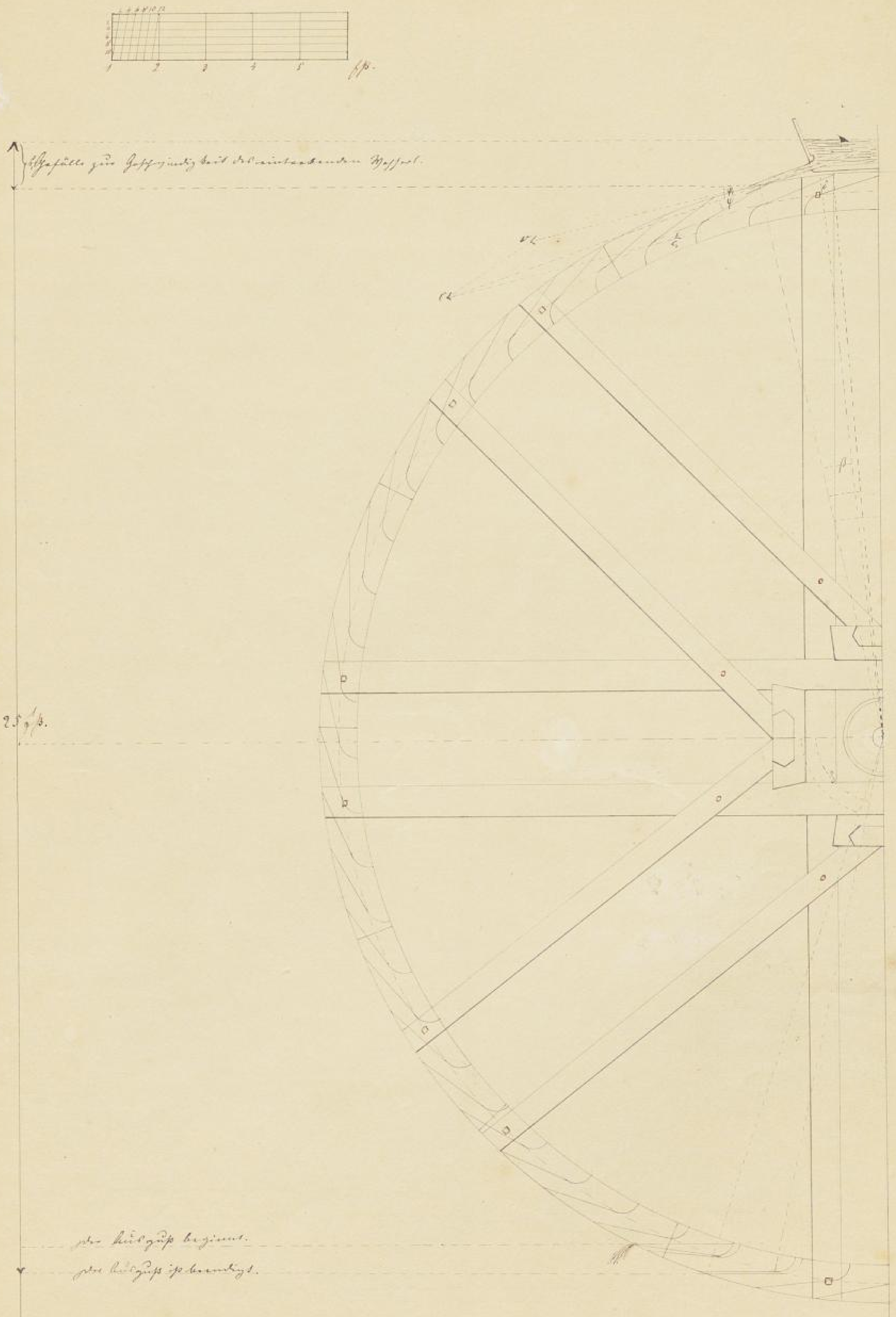
Es ist für ein Gefälle $h = 25$ Fß und einen Aufschlag $Q = 5$ Kbkfß p. Sec. die Anordnung und Berechnung eines oberschlächtigen Wasserrades zu machen.

Geben wir dem Rade 5 Fß $= v$ Geschwindigkeit und setzen wir die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers $c = 1{,}5\,v = 7{,}5$ Fß, so brauchen wir zur Erzeugung dieser ein Gefälle $h_1 = \frac{c^2}{2g} = 0{,}016 \cdot 55{,}25 = 0{,}9$ Fß. Lassen wir das Wasser durch eine Spannschütze eintreten, so können wir den Verlust beim Ausfluß 10% rechnen, und erhalten dann $h_1 = 1{,}1 \cdot 0{,}9 = 1$ Fß. Es bleibt sonach nur noch das Gefälle $h_2 = h - h_1 = 23$ Fß übrig. Lassen wir das Wasser bei 12° Neigung eintreten, so erhalten wir den Halbmesser des Rades $= \frac{h - h_1}{1 + \cos 12^\circ} = \frac{24}{1 + 0{,}97816} = 12{,}12$ Fß, daher die Radhöhe $= 24{,}24$ Fß.

Rechnen wir nun noch etwas Gefälle für den Abfluß des Wassers, damit das Rad nicht watet, so können wir als Radhöhe 24 Fß annehmen.

Nach Langsdorf ist die Schaufelanzahl $18 + 3a = 18 + 3 \cdot 12 = 54$, wofür wir 60 nehmen wollen. Es ist dann der Centriwinkel zwischen je zwei Schaufeln 6°. Legen wir den Theilkreis in die Mitte der Kranzbreite und lassen wir die Stoßschaufel 5/4 des Theilwinkels, d. i. $5/4 \cdot 6^\circ = 7^\circ 30'$, so ist der Setzungswinkel bestimmt durch die Tangente $= \frac{a \cdot \sin 7^\circ 30'}{b/2 - a(1 - \cos 7^\circ 30')}$

$$= \frac{12 \cdot \sin 7^\circ 30'}{5/12 - 12(1 - \cos 7^\circ 30')} = 78^\circ 36'.$$


1
2
3
4
5
Fuß.
Gefälle zur Geschwindigkeit des eintretenden Wassers.
25 Fuß.
der Ausguss beginnt.
der Ausguss ist beendigt.

Wo das Wasser die Geschwindigkeit 7,5 Fß., das Rad die Breite 4,8 Fß hat, so besitzt der eintretende Strahl die Dicke $\frac{5}{7,5 \cdot 4,8}$ Fß $= \frac{5}{36} = 1,7$ Zoll. Rechnen wir für den entweichenden Luftstrom ebenso viel, so erhalten wir als kleinste Entfernung zweier Schaufeln 3,4 Zoll. Berechnen wir hiernach den Deckungswinkel, so erhalten wir $\delta = 180^\circ - (90 - \frac{\beta}{2}) - \varphi$, wo $\beta = (7^\circ 30)\ 6^\circ$ und φ bestimmt wird durch $\sin\varphi = \frac{d_1}{2a_1 \sin\frac{\beta}{2}} = \frac{3,4''}{2 \cdot 11,7 \sin 3^\circ}$ so ist $\varphi = 13^\circ 22'$, folglich $\delta = 79^\circ 38'$. Die Schaufelung wird daher dieser Anforderung genügen, wenn wir den Deckungswinkel $\delta = 79^\circ$ machen.

Die Kranzbreite b machen wir 10 Zoll. Es wird dann bei 5 Kbkfß Aufschlag und einem Füllungscoeffizient $s = 4$ die Radweite e, da die Schaufelan Anzahl der Umdrehungen $\frac{30 \cdot v}{\pi \cdot a} = \frac{150}{12 \cdot 3,14} = 4$ ist.

$e = \frac{38,2 \cdot Q}{\pi \cdot u \cdot bd} = 4,8$ Fß.

Es ist nun nothwendig, daß das Wasser in einer gewissen Richtung in das Rad tritt, damit es weder die Schaufeln schlägt noch von ihnen geschlagen wird. Man findet den Winkel, um welchen die Strahlrichtung von der der Stoßschaufel abweichen muß durch $\sin\varphi = \frac{v \cdot \sin\varphi_1}{c} = \frac{7,5 \cdot \sin 18^\circ 30'}{5}$ (da $\varphi_1 = 90^\circ - (\delta - \beta_1) = 90^\circ - (79 - 7^\circ 30') = 18^\circ 30'$). folglich $\varphi = 12^\circ 13'$

Die Abweichung des Strahls vom Horizont ist $\varphi_1 - \varphi + 12^\circ = 18^\circ 43'$.
Die relative Eintrittsgeschwindigkeit c_1 ist $= \frac{c.\sin(\varphi-\psi)}{\sin\varphi} = 2,587$ Fuß

Leistung.

Die vorhandene Leistung L ist $Qh\gamma = 5.25.66 = 8250$ Fußpfd. $= 16,17$ Pferdekraft.
Die Stoßleistung beträgt
$L_1 = \frac{(c.\cos\mu - v_1)}{g} v_1 Q\gamma$, wenn
v_1 die Geschwindigkeit im Theilriß $= \frac{7,5.11'7''}{12'} = 7,46$ Fuß, $\mu = 6^\circ 17' = \varphi_1 - \varphi$.
$L_1 = 2,112 (7,5.\cos 6^\circ 17' - 4,84) 4,84.5$
$= 133,9$ Fußpfd.

Das Wasser tritt bei 12° Drehung ein. Hier werden die Schaufeln gefüllt und zwar bis zu einem gewissen Punkte voll. Hier wirkt das ganze Quantum. Später fängt es an, auszufließen. Das Rad hat 60 Schaufeln und macht pro min. 4 Umdrehungen; folglich werden $\frac{60.4}{60} = 4$ Schaufeln pro sec unter der Schütze vorbeigehen und jede Zelle wird bei 5 Kbkfuß Aufschlag, $\frac{5}{4} = 1,25$ Kbkfuß Zellenfüllung erhalten. Da das Rad aber 4,8 Fuß Weite hat, so hat jedes Wasserprisma die Grundfläche $\frac{1,25}{4,8} = 0,26$ □Fuß $= 37,44$ □Zoll.

Wir konstruiren die Schaufeln so, daß die Stoßschaufel gerade, die Riegelschaufel aber durch einen Kreisquadranten gebildet wird vom Halbmesser $\frac{b}{2}$ = 5 Zoll, dessen Inhalt = 19,6 □Zoll ist. Der Inhalt des um diesen Quadranten beschriebenen Quadrates ist aber 25 Zoll, wir können daher die Schaufelfläche als ein Trapez von der Länge $\frac{2a.\pi.7^{0}30'}{360}$ + 5/12 Fß = 1,9 Fß und den beiden Seiten 10″ und 5″ = b und $b/_2$, also vom Inhalte 171 □Zoll. Die Schaufel wird daher ausgießen, wenn durch die Horizontale von diesem Trapez ein anderes vom Inhalt 171 – 37,4 □Zoll = 133,6 □Zoll abgeschnitten ist; es bleibt dann ein Dreieck übrig von der Höhe 1,9 Fß = 22,8 Zoll und der Grundlinie 3,1 Zoll. Dies wird aber geschehen, wenn der Winkel des Wasserspiegels mit der Stoßschaufel durch die Tangente $\frac{3,1}{22,8}$ bestimmt wird; der dazugehörige Winkel ist 7°45′. Das Rad muß sich also um 79° – 7°45′ = 71°15′ drehen, ehe die Schaufel ausgießt. Sie gießt aus, bis die Stoßschaufel horizontal liegt, also bis 79° Drehung. Während dieser Drehung von 7°45′ geht die Dreiecksfläche in eine Linie über.

Nehmen wir während dieser Drehung noch eine Schaufelstellung an, also bei 75°5′ Drehung, so ist der Inhalt der Grundfläche des Wasserzuleiters $= \frac{22,8^2}{2}$ tg $3^\circ 50' = 17,4$ □Zoll. Es ist sonach das Füllungsverhältniss während des Ausgiessens

$$= \frac{1}{37,4} \cdot \frac{37,4 + 4.17,4 + 0}{6} = 0,5.$$

Es ist sonach die Druckleistung =

$$a(\cos 12^\circ + \sin 71^\circ 15')\, Q\gamma$$

$$+ a. \sin(79^\circ - \sin 71^\circ 15'). 0,5. Q\gamma$$

$$= 23,1. 5. 66 + 0,5. 5. 66. 0,4$$

$$= 7623,1 + 66 = 7689,1 \text{ Fußpfund.}$$

Dazu Stoßleistung = 133,9,

$L_2 = 7823$ Fußpfd., und der Wirkungsgrad $= \frac{7823}{8250} = 94\%$.

Der Verlust durch Zapfenreibung stellt sich wie folgt heraus. Das Gewicht des Rades nehmen wir 30000 ℔ an (die Formel gibt $3000. \frac{15}{1/4.4} = 45000$). Es ist dann die Zapfenstärke $= 0,048 \sqrt{\frac{30000}{2}} = 5,7$ Zoll wofür wir 6 Zoll nehmen. Bei dem Reibungscoefficient 0,07 ist das Moment der Reibung $= 0,07. 30000. 1/4 = 522$ Fß℔. Es bleiben sonach nur 7301 Fß℔ nutzbare Leistung $= 88,48\%$.

Dem Rade geben wir eine 4kantige Welle und zwar von der Stärke $11,5 \sqrt[3]{\frac{15}{4}} = 20''$, wofür wir $24''$ geben. Bei 8 Haupt- und 8 Hilfsarmen ist die Stärke der Arme in der Wellenrichtung $= 5/7. 13,6 \sqrt[3]{\frac{15}{16.4}} = 5,7$ Zoll und in der Radrichtung $= 7/5. 5,7 = 8$ Zoll.

8) Man soll für ein Gefälle von 8 fß und ein Aufschlagquantum von 20 Kbkfß ein Kropfrad anordnen und berechnen.

Geben wir dem Rade 5 fß Geschwindigkeit, und 1 fß Kranzbreite, so wird die Radweite, bei dem Füllungskoeffizient $\varepsilon = \frac{1}{2}$, $= \frac{2.20}{1.5} = 8$ fß.

Um dem eintretenden Wasser die nöthige Geschwindigkeit $c = 2.v = 2.5 = 10$ fß zu geben, ist das Gefälle $h_1 = \frac{1{,}1.(10)^2}{2g} = 1{,}1.0{,}016.100 = 1{,}76$ fß erforderlich. Wenden wir eine Überfallschütze an, so hat man die Höhe des Ausflusses $= 0{,}3302.\left(\frac{Q}{\mu e_1}\right)^{2/3}$, wo μ den Coeffizienten 0,6; e_1 aber die Breite des Überfalls, welche 7,5 fß zu machen ist, bezeichnet. Es folgt daraus $h_2 = 0{,}413$ fß. Man erhält sonach die Höhe der Parabel des einfallenden Wassers als $h_1 - h_2 = 1{,}76 - 0{,}413 = 1{,}347$ fß, dagegen die Entfernung des Scheitels vom Einfallpunkt $= h_1 . \sin 2\alpha$ (wo α den Tangentenwinkel des letzten Parabelelements bezeichnet), d. i. $= 1{,}76 . \sin 122^\circ 4'$ (da sind $\alpha = \sqrt{\frac{h_1 - h_2}{h_1}} = 61^\circ 2'$) $= 1{,}87$ fß.
Läßt man das Wasser tangential eintreten, so erhält man als Radhalbmesser $a = \frac{h - h_1}{1 - \cos\alpha} = \frac{8 - 1{,}76}{1 - 0{,}4843} = 12{,}5$ fß. also die Radhöhe $= 25$ fß. Wir können demnach dem Rad 60 Schaufeln geben.

Leistung.

1) Stoßwirkung. Diese ist $= \frac{(c-v)v.Q\gamma}{g}$ $= \frac{(10-5)\,5.20.66}{g} = 3{,}2.5.66 = 1056$ fßpfd.

2) Druckleistung. Das wirksame Gefälle ist $h - h_1 = 8 - 1{,}76 = 6{,}24$ fß, folglich die Leistung $6{,}24.20.66 = 8236{,}8$ fßpfd und die gesammte Leistung
$L = 1056 + 8236{,}8 = 9292{,}8$ fßpfd $= 88\%$

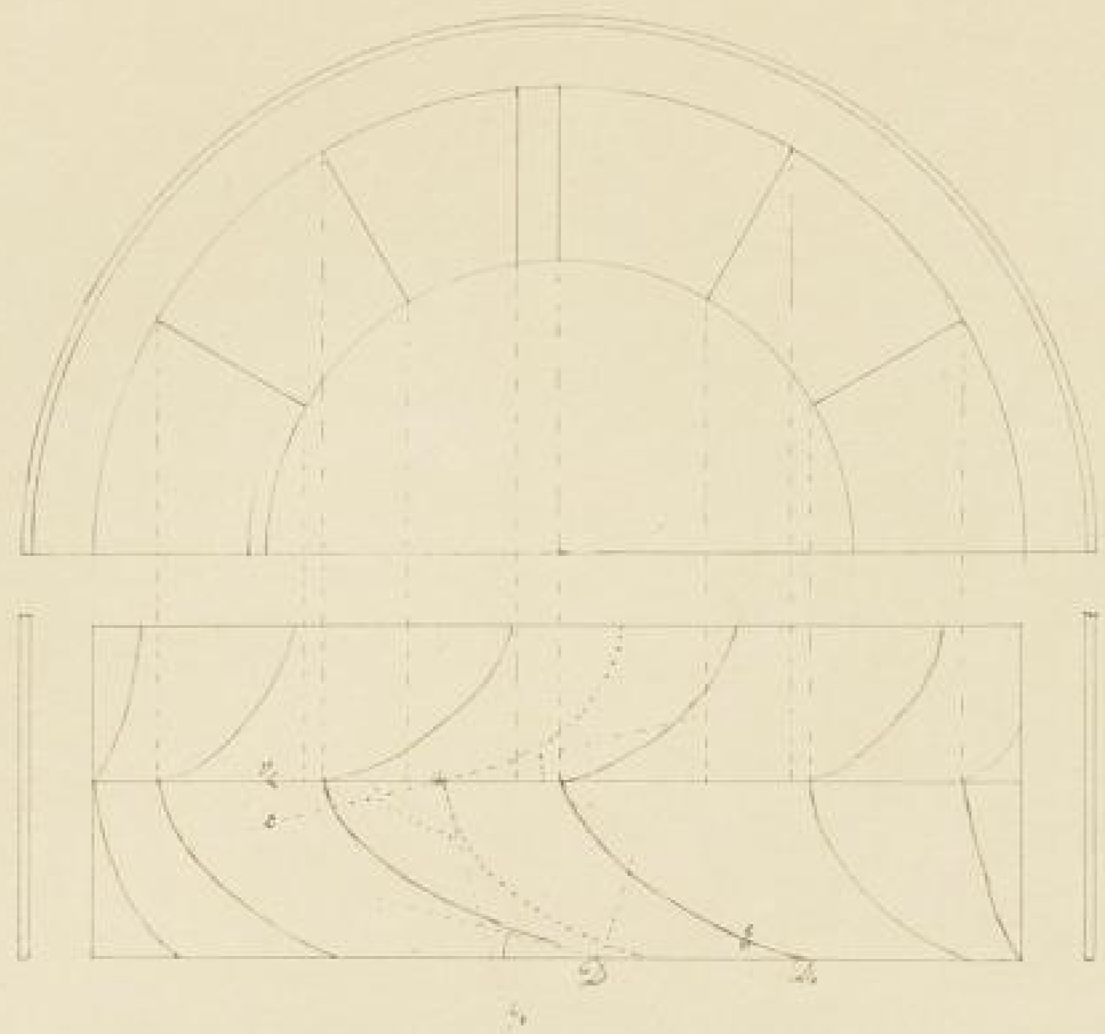
Hiervon geht aber ab der Verlust durch den schädlichen Raum und die Zapfenreibung. Um ersteren bestimmen zu können, müssen wir die Höhe des Wassers in jeder Schaufel kennen.
Bei 4 Umdrehungen, welche das Rad macht, gehen pro sec. 4 Schaufeln unter den einfallenden Strahl weg, so daß also jede die Füllung $\frac{20}{4} = 5$ Kbkfß erhält. Bei 8 fß Radweite hat demnach jedes Wasserprisma die Fläche von $5/8$ □ fß = 90 □ Zoll. Nehmen wir ~~5~~ 6 Theile an im wirksamen Gefälle, so erhalten wir bei diesen Schaufeln dann die Höhe des Wassers über der Spalte zu 6,4 Zoll, 6 Zoll, 5,8 Zoll, 5,6 Zoll, 5 Zoll, 4,2 Z. und 3 Zoll. Nehmen wir die Spalte zwischen Rad und Kropf zu $3/4$ Zoll, d. i. $1/16$ fß, so ist der Inhalt derselben $= 1/16 \cdot 8 = 1/2$ □ fß. Da nun die mittlere Summe der Quadratwurzeln der Druckhöhen ist

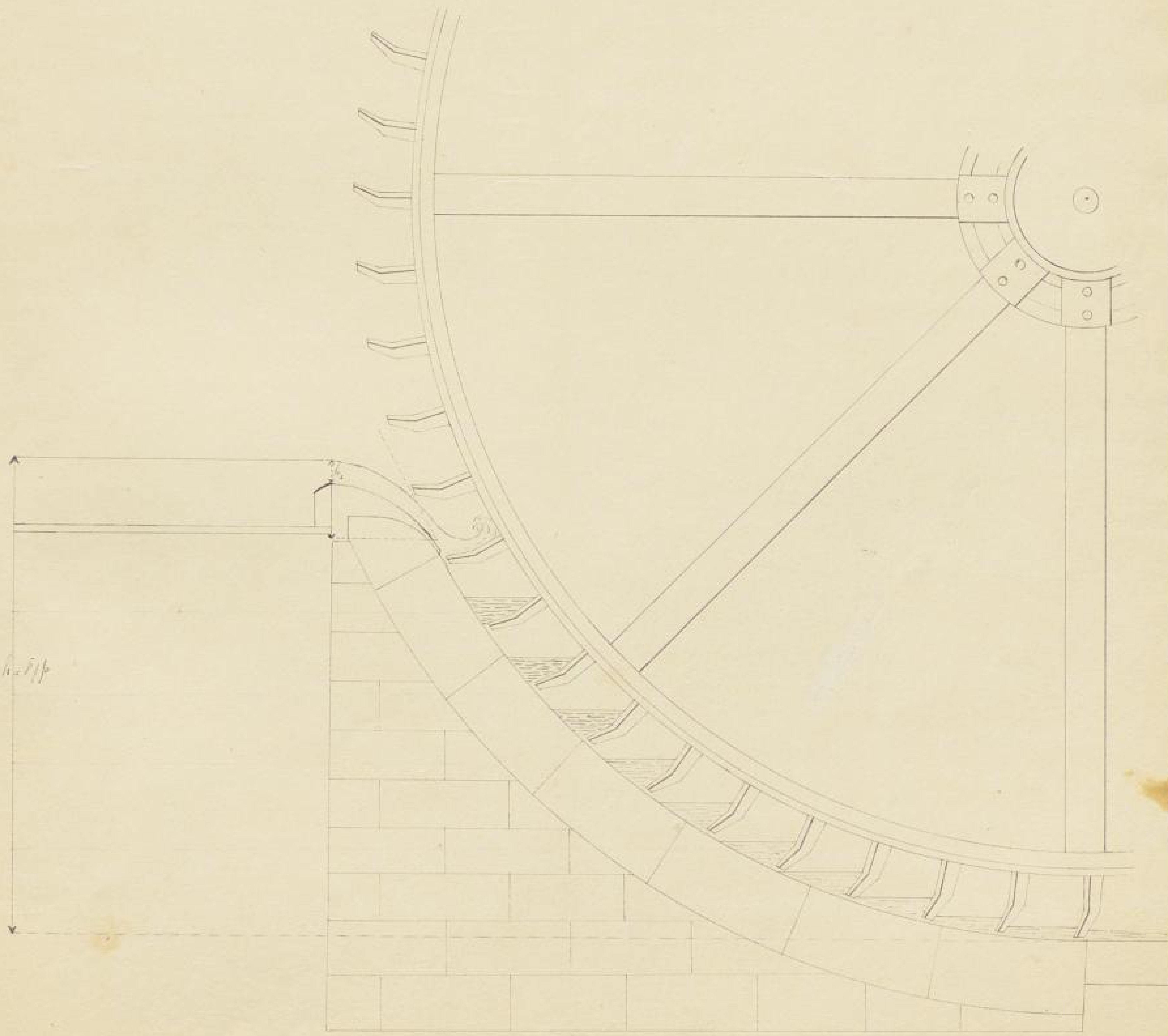
$$= \frac{0,73 + 0,7 + 0,68 + 0,64 + 0,6 + 0,0}{6} \text{ fß}$$

(die letzte Schaufel fließt unter Wasser aus, deshalb ist ihre Höhe = 0 zu nehmen) d. i. $= \frac{3,35}{6}$ fß $= 0,558$ fß. Hieraus folgt nun die mittlere Ausflußgeschwindigkeit $w = 7,906 \cdot 0,558 = 4,41$ fß. Nehmen wir nun noch den Ausflußkoeffizienten zu 0,7 an, so wird die verloren gehende Arbeit sein

$$L_1 = 0,7 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 4,41 \cdot 6,74 \cdot 66 = 686,07 \text{ fßpf}$$

Außerdem findet noch ein Verlust statt durch Ausfließendes Wassers seitwärts an den Kanten des Kropfes. Für die





6 Schaufelstellungen Bogen von 0,54 Fuß 0,58; 0,6; 0,65; 0,75; 1,0 Fuß bedecken, so wird auch die hierdurch verlorene Arbeit sein (den Coeffizienten zu 0,5 nur genommen)

$$L_2 = 4/3 \cdot 0{,}5 \cdot 1/16 \cdot 7{,}906 \cdot 6{,}74 \cdot 66 \left(\frac{4 \cdot 0{,}54 \cdot 0{,}73 + \ldots}{6}\right)$$

$= 146{,}57 \cdot 0{,}324 = 47{,}47$ Fußpfd.

Folglich geht durch Ausfließen des Wassers verloren $686{,}07 + 47{,}47 = 733{,}54$ Fußpfd.

Durch Reibung des Wassers im Kropfe geht verloren, da der Bogen $\frac{61°12'}{180°} \cdot 12{,}5 \cdot \pi = 13{,}47$ Fuß bedeckt wird,

$$L_3 = \frac{0{,}0002384 \cdot 13{,}47 \cdot (5)^3 \cdot 20 \cdot 66}{1}$$

$= 105{,}79$ Fußpfd.

Der Verlust durch das Schlagen der Schaufeln gegen die Luft ist bei 60 Schaufeln $= 0{,}00194 \cdot 60 \cdot 8 \cdot 1 \cdot (5)^3$
$= 116{,}4$ Fußpfd.
Es bleibt sonach die Leistung übrig von $9292{,}8 - (733{,}54 + 105{,}79 + 116{,}4)$
$= 8337{,}07$ Fußpfd.

Die Formel für das Gewicht G des Rades, $G = 3000 \cdot \frac{L}{cu}$ gibt uns dasselbe zu 24000 Pfd, wofür wir 25000 des Eisenwerks wegen setzen wollen. Es folgt daraus die Stärke der Welle 20 Zoll, wofür wir 24 Zoll nehmen wollen, und der Zapfenhalbmesser $r = 0{,}048 \sqrt{\frac{25000}{2}} = 5{,}8$ Zoll, $= 6$ Zoll. Es geht sodann noch die Zapfenreibung

$\frac{0{,}25}{12{,}5} \cdot 0{,}1 \cdot 25000 \cdot 5 = 250$ Fußpfd ab.

und es bleibt sonach nur noch

die Leistung

$$8337{,}07 - 250$$
$$= 8087{,}07 \text{ Fußpfd} = 15{,}85 \text{ Pferdekr.}$$
$$= \frac{8087{,}07}{10560} = 75\,\%.$$

9) Für das Gefälle von 16 Fuß eine Jonvalsche Turbine von 20 Pferdekräften anzuordnen und zu berechnen.

Nehmen wir den Wirkungsgrad einer solchen Turbine zu 0,80 an, so erhalten wir für die Leistung den Ausdruck

$$L = 0{,}8\,Q\cdot h\cdot\gamma, \text{ also } Q = \frac{L}{0{,}8\,h\,\gamma}$$

folglich hier $Q = \frac{20.510}{0{,}8\cdot 16\cdot 66} = 14{,}2$ Kbkfß. als nöthiges Aufschlagquantum.

Nehmen wir die Radschaufelwinkel $C_1 A\, 0 = \beta$ und $D D_1 E = \delta$ willkürlich an, $\beta = 105^\circ$, $\delta = 15^\circ$, so erhält man den Leitschaufelwinkel $C A\, 0 = \alpha$ durch die Gleichung $\operatorname{cotg}\alpha = \operatorname{cotg}\beta + \frac{1}{\sin\delta}$; dies gibt $\alpha = 13^\circ 44'$.

Hieraus folgt nun die vortheilhafteste Radgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{2\cdot\frac{\sin\beta\cdot\cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} + \xi\left(\frac{\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}\right)^2 + \kappa}}$$

Nehmen wir die Widerstandscoefficienten ξ und κ für Leitschaufel- und Radkanäle zu 0,15 und 0,1 an, so folgt unter Einsetzung der Werthe aus obiger Formel $v = \frac{7{,}906\cdot 4}{2{,}113} = 14{,}96$ fß.

Es ergibt sich daraus die Eintrittsgeschwindigkeit c durch die Formel

$$c = \frac{v\cdot\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)} = 14{,}96\cdot 0{,}975$$
$$c = 14{,}586.$$

woraus berechnet sich der Querschnitt sämmtlicher Leitschaufelöffnungen zu $\frac{Q}{c}$ □' $= \frac{11,2}{14,58} = 0,767$ □' und der der Radöffnungen zu $\frac{Q}{v} = \frac{11,2}{14,96} = 0,746$ □'. Geben wir den Schaufeln eine Länge bedingt durch das Verhältniß $\frac{d}{r} = \frac{1}{3} =$ des äußern und innern Radhalbmessers, so folgt der mittlere Halbmesser $r = \sqrt{\frac{F}{2\pi \nu . \sin\alpha}} = \sqrt{\frac{0,767}{2 . 3,14 . \frac{1}{3} \sin\alpha}} = \sqrt{\frac{0,767}{0,497}} = 1,24$ Fuß, folglich die Radweite $d = \frac{1,24}{3} = 0,413$ Fuß, oder 0,45 wegen der Schaufeldicke. Als Zellenweite geben wir $\frac{1}{2} d = \frac{1}{2} . 0,45 = 0,225$ Fuß, woraus nun die Anzahl der Schaufeln zu $\frac{0,767}{0,413 . 0,225} = 8,56$ folgt, welche wir aber bis auf 12 erhöhen wollen.

Als Halbmesser des Wasserrades geben wir $r + \frac{d}{2} = 1,24 + 0,225 = 1,465$, so daß der Querschnitt $= 6,738$ □' ist, mithin die Geschwindigkeit des unten durchfließenden Wassers $= \frac{11,2}{6,738} = 1,66$ Fuß, welcher Geschwindigkeit die Höhe $0,016 . 1,66^2 = 0,048$ Fuß entspricht.

Es wird nun die Leistung des Rades L sein

$$L = \left(h - \left[\zeta c^2 + \kappa c_1^2 + \left(2 v . \sin\frac{\delta}{2}\right)^2 + w_1^2\right] \frac{1}{2g}\right) Q\gamma$$

$$= \left(16 - \left[0,15 (14,586)^2 + 0,1 (14,96)^2 + (2 . 14,96 . \sin 7^\circ 30')^2 + 1,66^2\right] 0,016\right) 11,2 . 66$$

$$= (16 - (31,88 + 22,38 + 0,152 + 2,755) 0,016) 11,2 . 66$$

$$= (16 - 0,9147) . 11,2 . 66 = 1115,4 \text{ Fußpfd}$$

$= 21,8$ Pferdekräfte.

Das Rad hat eine Geschwindigkeit von 14,96 Fuß, folglich ist die Anzahl der Umdrehungen pro Minute =

$$= \frac{14,96 \cdot 60}{2 \cdot 3,1416 \cdot 1,24} = 115,4$$

und daher die Wellenstärke =

$$6,12 \sqrt[3]{\frac{21,8}{115,4}} = 6,12 \cdot 0,57 = 3,48 \text{ Zoll}$$

wofür wir 4 Zoll nehmen. Dem Zapfen geben wir 2 Zoll Stärke und der Reibungsverlust ist dann, wenn das Gewicht der Turbine auf 2000 ℔ taxirt wird, pro Umdrehung zu $0,1 \cdot 2000 \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{1}{12} = 70$ Fußpfd zu veranschlagen, also pro Sekunde bei $\frac{115}{60} = 1,91$ Umdrehungen, $70 \cdot 1,91 = 133,7$ Fußpfund.

Es bleibt sonach die Leistung

$11154 - 133,7$, (wofür wir aber wegen der Widerstände im Wasser – 300 nehmen wollen), d. i. 10854 Fußpfd = 24,14 Pferdekräfte, oder $\frac{10854}{11827} = 91\%$

10). Man soll für ein Gefälle von 160 Fuß und ein Aufschlagquantum von 4 Kubikfuß pro min. eine Wassersäulenmaschine berechnen.

Wir wollen eine einstiefelige, einfachwirkende Maschine konstruiren und für sie die Berechnung durchführen.

Geben wir dem Treibkolben eine Geschwindigkeit $v = 1$ Fuß, so wird sein Flächeninhalt $F = \frac{2Q}{v} = \frac{2 \cdot 4}{1} = 4$ □Fuß, folglich sein Durchmesser $d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}}$ $= 3,1916$ Fuß, wofür wir 3,2 Fuß annehmen wollen. Lassen wir dem Wasser im Einfall- und Ausgußrohr die Geschwindigkeit $v_1 = v_2 = 5$ Fuß, so ist $F_1 = \frac{2 \cdot Q}{v_1}$ $= 1,6$ □Fuß, folglich ihr Durchmesser $d_1 =$ $d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 1,6}{\pi}} = 1,427$, wofür wir 1,5 nehmen.

Geben wir dem Ausgußrohr zur Ausgleichung des Wassergewichts etwa 40 Fuß Höhe über dem mittleren Kolbenstande, so erhalten wir, wenn wir dies $= h_2$ setzen, $h_1 = h + h_2 = 160 + 40 = 200$ Fuß. Bei 3,2 Fuß Kolbendurchmesser ist der Querschnitt $F = \frac{(3,2)^2}{4}\pi = 8,0381$ □Fuß, und hier bei dem Quantum von 4 Kubikfuß pro min seine Geschwindigkeit $c = \frac{2Q}{F} = 0,999$, wofür wir 1 Fuß setzen können. Wenn wir unter diesen Verhältnissen 4 Hübe pro min zulassen, so beträgt die Höhe eines Hubes $\frac{60.c}{2.4} = 7,5$ Fuß.

Beträgt die Breite der Liderung am Kolben 0,3 Fuß $= b$, so ist die Höhe der Wassersäule, welche dem Kraftaufwand wegen der Reibung entspricht, bei dem Reibungskoeffizient 0,25

1) beim Aufgang $= 4 . 0,25 . \frac{0,3}{3,2}(160+40) = 18,75$ Fuß

2) beim Niedergang $= 4 . 0,25 . \frac{0,3}{3,2} . 40 = 3,75$ Fuß,

also zusammen 22,5 Fuß. Es bleibt somit dem wirkenden Gefälle $160 - 22,5$, d. i. 137,5 Fuß übrig.

Um den Verlust zu finden, welcher aus den verschiedenen hydraulischen Widerständen entspringt, zu finden, berechnen wir für das Einfallrohr und Ausgußrohr die Koeffizienten k_1 und k_2.

Es ist für das Einfallrohr

$$k_1 = \xi \frac{l_1}{d_1} + \xi_2 \frac{d^2 l_1}{d^2 s} + \xi_7 \frac{\beta}{\pi} + \xi_1 + \xi_3 + \xi_5$$

und zwar bedeutet ξ den Reibungskoeffizienten in der Röhre $= 0,021$, l_1 die Länge $= 200$ Fuß, d_1 den Durchmesser $= 1,5$ Fuß; ferner

d_1 = Weite des Einfallrohres, d = die des Zylinders, s = Hub.
Nehmen wir an, daß alle Röhren mit dem Verhältniß $\frac{r}{a} = 1/4$ gebogen sind, so ergiebt sich für die Krümmungswiderstände der Coeffizient $\xi_1 = 0,131 + 1,847 (1/4)^{7/2} = 0,145$. Haben nun alle Kniee die Winkelsummen β_1 und β_2, sowohl im Einfall- als im Austragerohr, $\beta_1 = \beta_2 = 240°$, so ist $\frac{\beta_1}{\pi} = \frac{240}{180} = 4/3$.

Wird das Wasser im Steuerzylinder vor und nach der Wirkung zweimal um 90° abgelenkt, so haben wir $\xi_2 = 2.1 = 2$ zu nehmen, und geben wir dem Steuerkolben mit dem Einfallrohr gleichen Querschnitt, so ist ξ_3 für den Aufgang $= \left(1-\left(\frac{d_1}{d}\right)^2\right)^2 = (1-0,181)^2 = 0,67$, dagegen für den Rückgang $\xi_4 = 4/9 \left(\frac{d_1}{d_1}\right)^4 = 4/9 = 0,44$.
Nehmen wir sämtliche Regulirungsvorrichtungen geöffnet an, so wird $\xi_5 = 0$. Es ist ferner

$$k_1 = 0,021 \cdot \frac{200}{1,5} + \left(\frac{1,5}{3,2}\right)^2 \frac{200}{7,5} + 0,145 \cdot 4/3 + 2 + 0,67 + 0$$

$$= 2,7999 + 4,825 + 0,096 + 2 + 0,67$$
$$= 10,391.$$

Für das Austragerohr ist

$$k_2 = \xi \frac{l_2}{d_2} + \left(\frac{d_2}{d}\right)^2 \frac{l_2}{s} + \xi_1 \frac{\beta_2}{\pi} + \xi_2 + \xi_4 + \xi_5$$

wo l_2 wirkliche Länge und d_2 der Durchmesser des Einfallrohres ist.

$$k_2 = 0,021 \cdot \frac{50}{1,5} + \left(\frac{1,5}{3,2}\right)^2 \frac{50}{7,5} + 0,145\, 4/3 + 2 + 0,44 + 0$$

$$= 0,7 + 1,206 + 0,096 + 2 + 0,44$$
$$= 4,442.$$

Es ergibt sich aus diesen Werthen das vortheilhafteste Verhältniß der Aufgangszeit zur Niedergangszeit =

$$= \sqrt[3]{\frac{k_1}{k_2}} = \sqrt[3]{\frac{10,391}{4,442}} = 1,327 = \nu$$

Wir erhalten demnach an übrig bleibendem Gefälle:-

$$h - \left[4f\cdot\frac{l}{d}(h+h_1) + \left(\frac{k_1}{r}+k_2\right)\left(\frac{r+1}{2}\right)^2\cdot\frac{1}{2g}\left(\frac{4C}{\pi d_1^2}\right)^2\right]$$

$$160 - \left[22{,}5 + \left(\frac{10{,}391}{1{,}327}+4{,}442\right)\left(\frac{1{,}327+1}{2}\right)^2\cdot 0{,}016\cdot\left(\frac{4.4}{3{,}14.1{,}5^2}\right)^2\right]$$

$$160 - 22{,}5 - 7{,}829 + 4{,}442\cdot 1{,}25\cdot 25\cdot 0{,}016\cdot 5\cdot 1076$$

$$160 - 22{,}5 - 12{,}5 = 160 - 35 = 125 \text{ Fß.}$$

Der Wirkungsgrad wäre demnach $\frac{125}{160} = 0{,}781$, und die Leistung

$$L = \frac{125.4.66.}{510} = 64{,}7 \text{ Pferdekräfte.}$$

Wenden wir zur Steuerung das Zweikolbensystem an, so haben wir als Durchmesser des Steuerkolbens den des Einfallrohrs, d.i. 1,5 Fß angenommen; daher wird der Gegenkolben $1{,}5.\sqrt{2} = 2{,}12$ Fß. Ist des Communicationsrohrs die Höhe $a = \frac{\pi d_1^2}{48} = 0{,}54$, so ist die des Steuerkolbens $= 3.0{,}54 = 1{,}62$, und sein Hub $= 4.0{,}54 = 2{,}16$. Es ist daher das nöthige Steuerwasserquantum pro Spiel $\frac{\pi}{4}(2{,}12)^2.2{,}16 = 7{,}5$ Kbkfß und daher der Arbeitsverlust

$$L_1 = \frac{n}{60}.7{,}5.160.66 = 5280 \text{ Fßpfd} = 13{,}5$$

Pferdekräfte.

Da dieser Verlust zu bedeutend ist, so wird man besser thun, den Steuerkolben nur von 0,8 Fß Durchmesser zu machen. Führt man dann die Rechnung durch, so wird der Gegenkolben 1,13 Fß, und das Steuerwasserquantum beträgt nur 2,18 Kbkfß, wodurch 1520,8 Fßpfd = 3 Pferdekräfte ca verloren gehen. Die hydraulischen Widerstände durch die Verengung werden nicht so bedeu-

kann sein, daß der vorige Verlust
erreicht wird.