

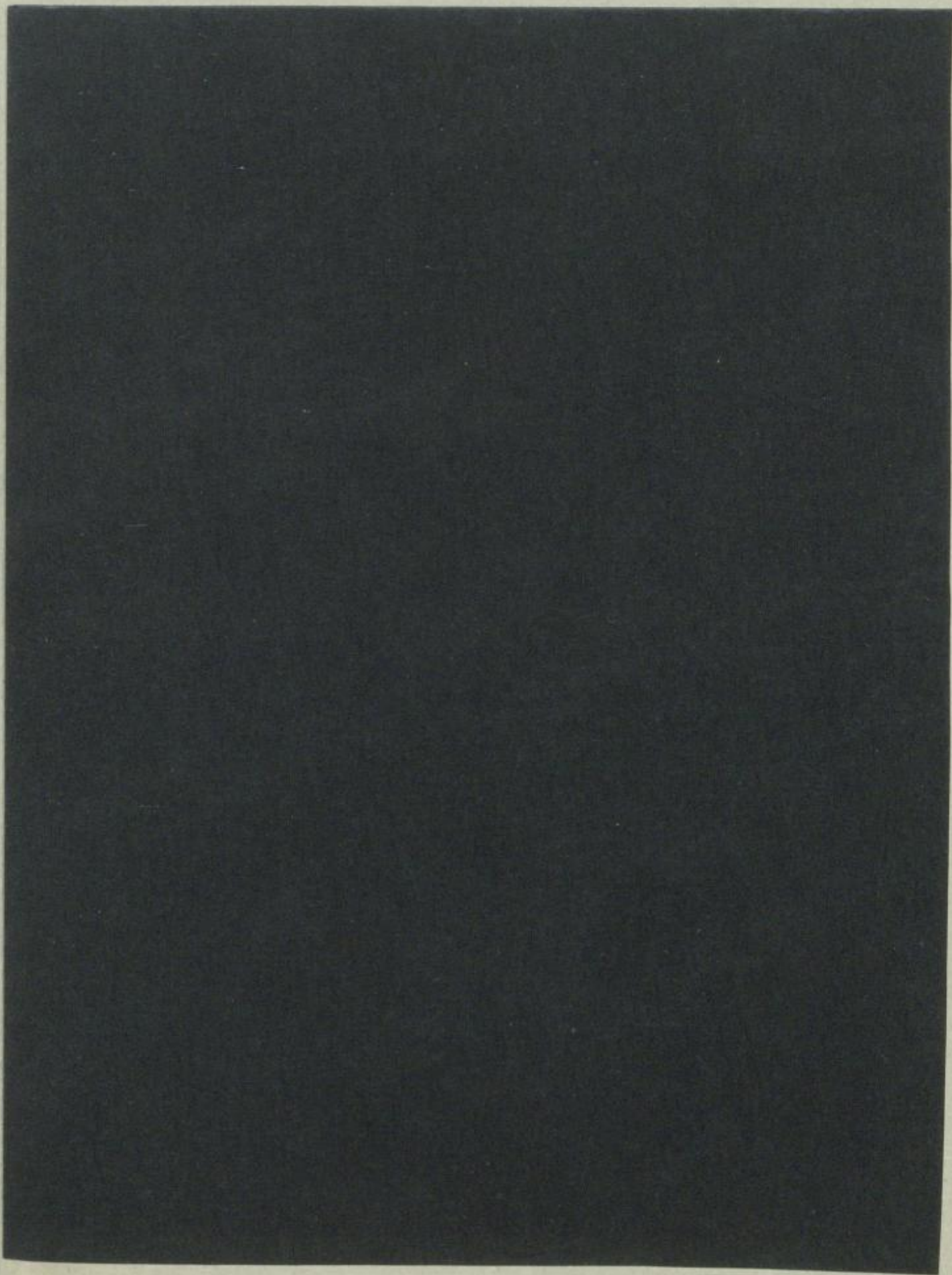
FFH
C 49
C



TU BERGAKADEMIE FREIBERG



XVI 1142 . C49C



FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

C 49

Mitteilungen aus dem Physikalischen Institut der
Bergakademie Freiberg
Direktor: Prof. Dr.-Ing. R. Liebold

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK FREIBERG

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK FREIBERG

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

Herausgegeben vom Rektor der Bergakademie Freiberg

C 49

ANGEWANDTE NATURWISSENSCHAFTEN

Arbeiten aus dem Physikalischen Institut der
Bergakademie Freiberg

LIEBOLD: Kernkräfte und die Struktur der Kernbausteine (Eine Stellungnahme zum Welle-Korpuskel-Dualismus) — LIEBOLD: Ein einfacher mechanischer Amplitudenmesser — GRADEWALD: Messungen mit der Gamma- und der Neutronensonde

1958

A k a d e m i e - V e r l a g · B e r l i n

Freib. Forsch.-H.

C 49

S. 1-48

16 Bilder

1 Tabelle

Berlin, Mai 1958

INHALT

RUDOLF LIEBOLD	
Ein einfacher mechanischer Amplitudenmesser	5
ROLF GRADEWALD	
Messungen mit der Gamma- und der Neutronensonde	18
RUDOLF LIEBOLD	
Kernkräfte und die Struktur der Kernbausteine (Eine Stellungnahme zum Welle-Korpuskel-Dualismus)	23



IV M42C
FFHC 49
FDF

„Freiberger Forschungshefte“, Schriftenreihe für alle Gebiete der Montanwissenschaften. Herausgeber: Der Rektor der Bergakademie Freiberg, Prof. Dr.-Ing. H. Härtig. — Chefredakteur: Dipl.-Ing. R. Wendler, Freiberg, Klubhaus der Bergakademie, Aug.-Bebel-Str. 5 (Fernruf 24 97). — Verlag: Akademie-Verlag, GmbH, Berlin W 8, Mohrenstr. 39 (Fernruf 20 03 86), Postscheckkonto 350 21. — Die Freiberger Forschungshefte erscheinen in zwangloser Folge in den Reihen A, B, C und D. Ausführliches Verzeichnis aller lieferbaren Hefte von der Redaktion der Bergakademie oder dem Akademie-Verlag. — Preis dieses Heftes: 4,—DM. Bestell- und Verlags-Nr. 2062/192/C 49. — Vertrieb: Für das Gebiet der Deutschen Demokratischen Republik durch den Buchhandel; für das Gebiet der Deutschen Bundesrepublik durch die Buchhandlung Kunst und Wissen, Inhaber Erich Bieber, Stuttgart-N, Hospitalstraße 33a; für das gesamte Ausland über den Buchhandel bei der Deutschen Buch-Export und -Import GmbH, Leipzig C 1, Leninstraße 16.

Satz u. Druck: Buchdruckerei Frankenstein, Leipzig, III-18-127. — Veröffentlicht unter der Lizenz-Nr. 202.100/210/58 des Ministeriums für Kultur, HV Verlagswesen, der Deutschen Demokratischen Republik. — Printed in Germany. Alle Rechte vorbehalten.

ist die Schwinggeschwindigkeit geringer als in den dazwischenliegenden Stellen. Deshalb erscheint das Dreieck ABC heller als der Keil selbst. An den Stellen des Keiles, die trotz der Bewegung dauernd überdeckt sind, erscheint dieser besonders tiefschwarz; das wäre das Dreieck $A'B'C$. Während der Schwingbewegung unterscheidet das Auge demnach Flächen mit drei verschiedenen Helligkeitsgraden. Da der Punkt C gerade an der Stelle des größten Helligkeitskontrastes liegt, ist das Dreieck ABC gut sichtbar und die Strecke b_0 leicht abzulesen. Bezeichnen wir die Grundlinie des Keiles mit g , seine Höhe mit l_0 , so gilt mit Rücksicht auf die Ähnlichkeit der Dreiecke das Verhältnis

$$\frac{2a_0}{b_0} = \frac{g}{l_0} \quad \text{oder} \quad b_0 = \frac{2l_0}{g} \cdot a_0. \quad (1)$$

Der Vergrößerungsfaktor für die Ablesung ist damit $V_0 = 2l_0/g$. Ist z. B. die Grundlinie des Keiles 5 mm, seine Höhe 50 mm, und die zu messende Amplitude sei 0,25 mm, so wird $b_0 = 5$ mm, ein Wert, der noch sehr gut abgelesen werden kann.

Der hier beschriebene Amplitudenmesser stellt nun eine Verbesserung des Föppl'schen Meßkeiles dar, indem durch eine besondere Schwinganordnung ein weiteres Übersetzungsverhältnis geschaffen wird, das, mit dem Vergrößerungsfaktor des Meßkeiles multipliziert, die endgültige Vergrößerung ergibt. Dabei wird eine Masse, die ein möglichst kleines Massenträgheitsmoment besitzen muß, außerhalb ihres Schwerpunktes am Tisch, dessen Amplitude gemessen werden soll, drehbar gelagert. Die Masse ist in Richtung Aufhängepunkt—Schwerpunkt an ihrem freien Ende, also an der vom Aufhängepunkt am weitesten entfernten Stelle, keilförmig ausgebildet. Infolge der niedrigen Eigenfrequenz der Schwinganordnung, ihrer verhältnismäßig großen Masse bei geringem Trägheitsmoment und ihrer außerhalb des Schwerpunktes erfolgenden Erregung wird der Schwerpunkt nur kleine translative Bewegungen ausführen, und es findet in erster Linie eine Drehung um den Schwerpunkt statt. Liegt der Schwerpunkt der Masse mehr nach dem Aufhängepunkt zu, so wird ihr keilförmiges freies Ende eine größere Bewegung ausführen als der Aufhängepunkt, dessen Bewegung mit der zu messenden Tischschwingung übereinstimmt. Die Spitze des Keiles hat also eine größere Amplitude als der Tisch selbst. Bezeichnen wir die Amplitude der Keilspitze mit z_0 , so ist das Vergrößerungsverhältnis der Schwinganordnung $V_1 = z_0/a_0$, und bei kleinen Amplituden, auf deren Messung es hier ankommt, bei denen sich der Keil infolge der geringen Drehung praktisch wieder parallel verschiebt, ist dann wegen der zusätzlichen Meßkeilwirkung die gesamte Vergrößerung im günstigsten Fall $V = V_0 \cdot V_1$, und der am Meßkeil abgelesene Wert wird

$$V = \frac{b_0}{a_0} = V_0 \cdot V_1 = \frac{2l_0}{g} \cdot \frac{z_0}{a_0} \quad \text{oder} \quad b_0 = \frac{2l_0}{g} \cdot z_0. \quad (2)$$

Da, wie gesagt, $z_0 > a_0$ ist, so wird bei gleicher Tischamplitude a_0 der am Meßkeil angezeigte Wert b_0 im Fall der Gleichung (2) größer sein als im Fall der Gleichung (1). Mit der verbesserten Meßkeilanordnung sind wir demnach in der Lage, noch kleinere Amplituden zu ermitteln.

Wir wollen im folgenden den Bewegungsvorgang des Schwingsystems der Meßeinrichtung genauer untersuchen. In Bild 2 ist der Amplitudenmesser im Prinzip dargestellt. Die obere Skizze zeigt den Aufriß, die untere den Grundriß. Auf dem Schwing-

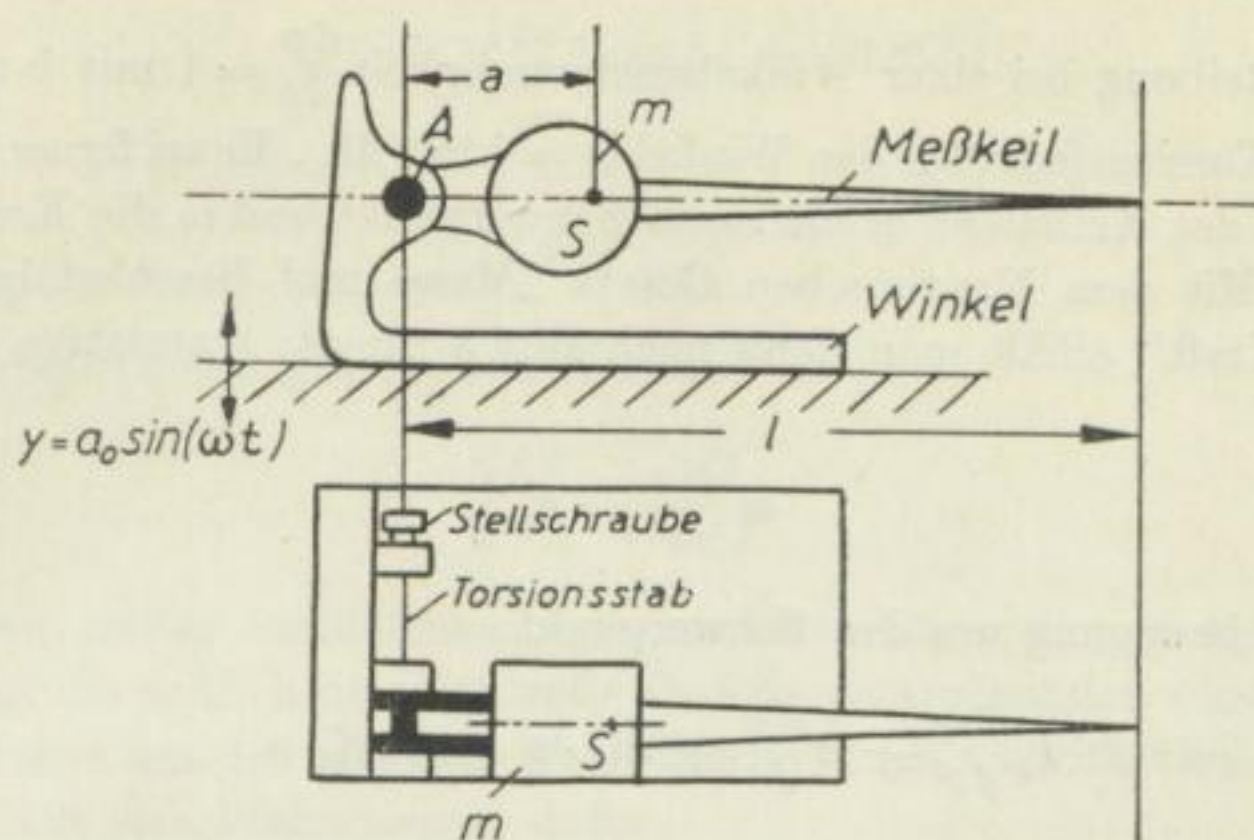


Bild 2

tisch, der die vertikale Schwingbewegung $y = a_0 \sin \omega t$ ausführt, ist ein Winkelstück angeschraubt, in dessen Punkt A die Masse m des Meßkeiles drehbar gelagert ist. Die Entfernung Drehpunkt — Keilspitze ist mit l , der Abstand Drehpunkt — Schwerpunkt mit a bezeichnet. Die Drehbewegung des Meßkeiles um die Achse A erfolgt in Kugellagern, die kein Spiel haben dürfen. Die Achse der Meßkeilanordnung ist, wie man aus dem Grundriß erkennt, mit einem dünnen Torsionsstab fest verbunden, dessen anderes Ende an einer Stellschraube befestigt ist, die man so weit verdreht, daß der Meßkeil eine horizontale Lage einnimmt. Diese Stellung kann durch die Schraube jederzeit wieder einreguliert werden, wenn die Torsionsfeder im Laufe der Zeit etwas nachgeben sollte:

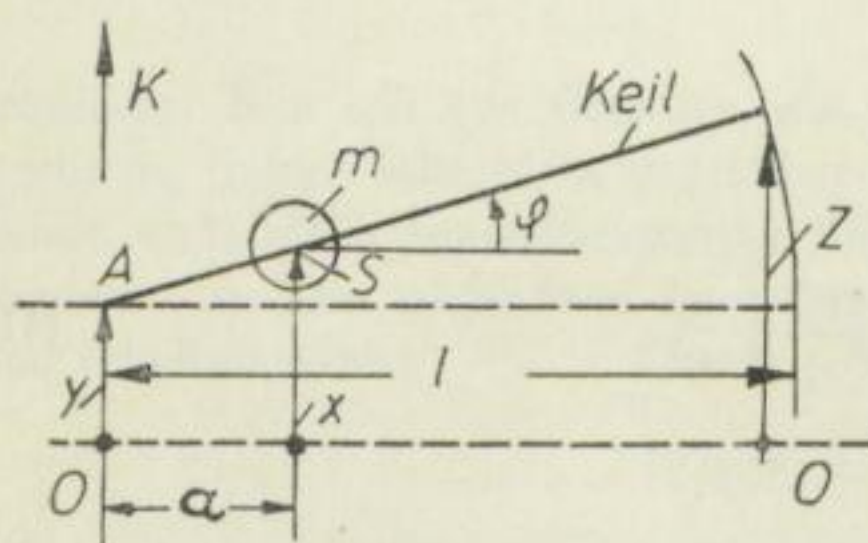


Bild 3

Bild 3 zeigt die Meßeinrichtung im Prinzip in einer beliebigen Betriebsstellung. Die Achse $0-0$ gibt die Ruhelage des Schwingtisches, dessen Amplitude gemessen werden soll, an. Der Tisch und damit auch der Drehpunkt A haben zu einer beliebigen Zeit t den Ausschlag y . Dann soll sich der Schwerpunkt S des Meßkeiles um die Strecke x und die Zeiger Spitze um die Strecke z aus der Ruhelage entfernt haben, wobei gleichzeitig eine Drehung des Keiles um den Winkel φ erfolgt ist. Sowohl die transla-

tiven Bewegungen als auch die Drehbewegung werden in Richtung der angedeuteten Pfeile positiv gerechnet. Die einzige Stelle, von der aus auf die Keilmasse m während der Schwingbewegung äußere Kräfte übertragen werden können, ist der Drehpunkt A . Die dort angreifende Kraft sei mit K bezeichnet. Auch diese ist in Pfeilrichtung positiv. Um die Bewegungsgleichung des Meßkeiles aufzustellen, gehen wir von der translativen Bewegung x des Schwerpunktes aus und von seiner Drehung um den Winkel φ . Da in den Kugellagern eine gewisse Reibung vorhanden ist, so wird das System auch gedämpft sein. Diese Reibung wird in erster Linie konstant sein. Trotzdem wollen wir sie zunächst, wie üblich, geschwindigkeitsproportional ansetzen. Wir bezeichnen das rückstellende

Moment dieser Reibung bei einer Winkelgeschwindigkeit $\frac{d\varphi}{dt} = 1$ mit k und das Rückstellmoment der Torsionsfeder für den Winkel $\varphi = 1$ mit M_c . Es sei ferner I_s das Massenträgheitsmoment der Keilmasse m um ihren Schwerpunkt und ω die Kreisfrequenz der Tischbewegung. Mit dem Newtonschen Gesetz „Masse mal Beschleunigung ist gleich der wirkenden Kraft“ erhält man dann nach Bild 3 für die translative Bewegung des Schwerpunktes

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = K$$

und für die Drehbewegung um den Schwerpunkt

$$I_s \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k \frac{d\varphi}{dt} + M_c \cdot \varphi = -K \cdot a.$$

Setzt man den Wert für K aus der ersten Gleichung in die zweite ein und berücksichtigt, daß man bei kleinen Drehbewegungen φ für die Verschiebung des Schwerpunktes $x = y + a \cdot \varphi$ schreiben kann, so bekommt man

$$(I_s + m a^2) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k \frac{d\varphi}{dt} + M_c \cdot \varphi = a \cdot m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

und mit $y = a_0 \sin \omega t$ schließlich

$$(I_s + m a^2) \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + k \frac{d\varphi}{dt} + M_c \cdot \varphi = m a_0 \omega^2 \cdot a \sin \omega t, \quad (3)$$

wobei a_0 die zu messende Tischamplitude war. Der Ausdruck $(I_s + m a^2)$ ist das Massenträgheitsmoment der Keilanordnung um den Drehpunkt A . Wir wollen es mit I_A bezeichnen. Die Differentialgleichung (3) stellt eine erzwungene gedämpfte Schwingung dar. Ihre Lösung lautet

$$\varphi = \varphi_0 \sin(\omega t - \alpha)$$

mit der Amplitude

$$\varphi_0 = \frac{m a_0 \omega^2 \cdot a}{\sqrt{(M_c - I_A \omega^2)^2 + (k \omega)^2}} \quad (4)$$

und der Phasenverschiebung

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k \omega}{(M_c - I_A \omega^2)}. \quad (5)$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (5) können wir für die Amplitude auch

$$\varphi_0 = \pm \frac{m a_0 \omega^2 \cdot a}{(M_c - I_A \omega^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \quad (6)$$

schreiben. Wir wollen im folgenden den Einfluß des Dämpfungsfaktors k , der sich in der Phasenverschiebung und in der Amplitude bemerkbar macht, untersuchen. Setzen wir in Gleichung (3) die rechte Seite gleich Null, so stellt die homogene Gleichung die freie gedämpfte Schwingung der Meßanordnung um den Drehpunkt A dar. Ihre Lösung lautet

$$\varphi = e^{-at} [A \cos bt + B \sin bt].$$

Dabei ist

$$a = \frac{k}{2I_A}$$

und die Eigenfrequenz des gedämpften Systems

$$b = \sqrt{\frac{M_c}{I_A} - \frac{k^2}{4I_A^2}}.$$

Die Logarithmen zweier aufeinanderfolgender Ausschläge φ_1 und φ_2 der abklingenden Schwingung, die zeitlich um eine volle Periode gegeneinander versetzt sind, unterscheiden sich immer um den gleichen Wert, den man als logarithmisches Dekrement δ bezeichnet. Es läßt sich leicht zeigen, daß

$$\delta = (\ln \varphi_1 - \ln \varphi_2) = 2\pi \frac{a}{b} = \frac{\pi k}{b I_A}$$

ist. Setzt man den daraus errechneten Wert für k in die Gleichung (5) ein, so erhält man für die Phasenverschiebung

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(\ln \varphi_1 - \ln \varphi_2)}{\pi} \cdot \frac{I_A b \omega}{(M_c - I_A \omega^2)} = \frac{(\ln \varphi_1 - \ln \varphi_2)}{\pi} \cdot \frac{b \omega}{\frac{M_c}{I_A} \left(1 - \frac{\omega^2}{M_c/I_A}\right)}.$$

Da die Eigenfrequenz des ungedämpften Systems $\omega_0^2 = \frac{M_c}{I_A}$ ist, so kann man auch

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(\ln \varphi_1 - \ln \varphi_2)}{\pi} \cdot \frac{b \omega}{\omega_0^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}$$

schreiben. Nun soll aus Gründen, die später noch besprochen werden, die Eigenfrequenz ω_0 immer sehr klein gegenüber der erregenden Frequenz ω sein. Wir können damit, ohne einen bemerkenswerten Fehler zu machen, in dem Klammerausdruck des Nenners die Eins gegenüber dem Quadrat des Frequenzverhältnisses vernachlässigen und erhalten dann

$$\operatorname{tg} \alpha = - \frac{(\ln \varphi_1 - \ln \varphi_2)}{\pi} \cdot \frac{b}{\omega}.$$

Die zu messende Frequenz soll nicht kleiner als 20 Hertz sein. Die Eigenfrequenz des gedämpften Systems ist bei der vorliegenden Konstruktion etwa 3 Hertz. Nehmen wir das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Ausschläge, die zeitlich um eine volle Periode versetzt sind, mit 5:4 an (in Wirklichkeit liegt das Verhältnis noch näher bei 1), so erhält man für die Phasenverschiebung im ungünstigsten Fall $\operatorname{tg} \alpha \approx -0,01$. Bei höheren Meßfrequenzen ist $\operatorname{tg} \alpha$ noch kleiner. Wir können damit in Gleichung (6) den Einfluß der Phasenverschiebung infolge der Dämpfung vernachlässigen und erhalten damit

$$\varphi_0 = \pm \frac{m a_0 \omega^2 \cdot a}{(M_c - I_A \omega^2)} = \pm \frac{m a_0 \omega^2 \cdot a}{M_c \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)}. \quad (7)$$

Der Phasenwinkel α liegt im zweiten Quadranten. Es ist $\alpha = (180^\circ - 40')$, also praktisch $\alpha = 180^\circ$. Es war $y = a_0 \sin \omega t$ und $\varphi = \varphi_0 \sin (\omega t - \alpha)$. Dann ist zur Zeit $\omega t = \frac{\pi}{2}$:

$$y = a_0 \quad \text{und} \quad \varphi = -\varphi_0.$$

Wenn also der Tisch seinen größten Ausschlag nach oben erreicht hat, so erfolgt die größte Verdrehung um den Schwerpunkt im Uhrzeigersinn, und die Spitze des Keiles erreicht damit ihren größten Ausschlag nach unten.

Wir erkennen aus Gleichung (7), daß bei einer bestimmten konstantgehaltenen Frequenz ω die Drehung φ_0 proportional der Tischamplitude a_0 ist. Wenn aber bei gleicher Amplitude die Frequenz eine andere ist, so hat φ_0 und damit auch der Ausschlag der Meßkeilspitze einen anderen Wert. Wir müßten also die Meßeinrichtung für jede Frequenz besonders eichen. Um das zu vermeiden, muß der Ausschlag φ_0 frequenzunabhängig sein und lediglich ein Maß für die Amplitude a_0 des Tisches werden. Diese Anforderung erreichen wir dadurch, daß wir die Eigenfrequenz des Schwingsystems sehr klein gegenüber der tiefsten noch zu messenden Erregerfrequenz machen. Diese sollte bei etwa 20 Hertz liegen. Da der Einfluß des Dämpfungsfaktors k praktisch ohne Bedeutung ist, so stimmen auch die Eigenfrequenzen des gedämpften und des ungedämpften Systems überein. Diese Eigenfrequenz lag bei etwa 3 Hertz. Das Quadrat des Frequenzverhältnisses im Nenner der Gleichung (7) hat damit ungefähr den Wert 50, und wir machen nur einen Fehler von etwa 2%, wenn wir dem gegenüber in der Klammer den Wert 1 vernachlässigen. Wir können dann Gleichung (7) in der einfacheren Form

$$\varphi_0 = \frac{m a_0 \omega^2 \cdot a \cdot \omega_0^2}{M_c \omega^2} = \frac{m a_0 \cdot a}{I_A} = \frac{m a^2}{(m a^2 + I_s)} \cdot \frac{a_0}{a} \quad (8)$$

schreiben und erkennen sofort, daß der Ausschlag φ_0 auf diese Weise frequenzunabhängig geworden ist. Aus Bild 3 ergibt sich, daß $z = y + l \cdot \varphi$ ist. Da die Bewegungen y und φ um 180° gegeneinander phasenverschoben sind, so wird der maximale Ausschlag der Meßkeilspitze $z_0 = a_0 - l \cdot \varphi_0$, und wir erhalten mit Gleichung (8)

$$z_0 = a_0 - \frac{l \cdot m a^2}{a \cdot (m a^2 + I_s)} a_0 = - a_0 \left[\frac{m a (l - a) - I_s}{m a^2 + I_s} \right]. \quad (9)$$

Es ist ein möglichst großes Übersetzungsverhältnis z_0/a_0 anzustreben. Man erkennt aus Gleichung (9) sofort, daß die Verhältnisse immer günstiger werden, je kleiner I_s im Verhältnis zu $m a^2$ wird. Man muß also bei der Dimensionierung des Meßkeiles bestrebt sein, seine Masse so zu verteilen, daß sie im wesentlichen in der Nähe des Schwerpunktes konzentriert ist. Auch eine große Länge l des Meßkeiles wirkt sich vorteilhaft aus. Doch darf man hierbei nicht zu weit gehen, da bei zu großer Länge infolge der Schlankheit des Keiles unerwünschte Eigenverformungen während der Schwingbewegung auftreten.

Bild 4 zeigt uns noch einmal den Meßkeil in seiner oberen und unteren Endlage. Um übersichtliche Verhältnisse zu schaffen, sind die Amplituden und Drehwinkel sehr groß gewählt. In Wirklichkeit sind sie so klein, daß man die sin- und tg-Funktionen ohne bemerkenswerten Fehler durch ihre Bogen selbst ersetzen kann. War bei dem Meßkeil nach Bild 1 der abzulesende Wert die horizontale Strecke b_0 , so ist das infolge der Drehbewegung des Meßkeiles nach Bild 4 jetzt die Strecke EF , die auch wieder mit b_0 be-

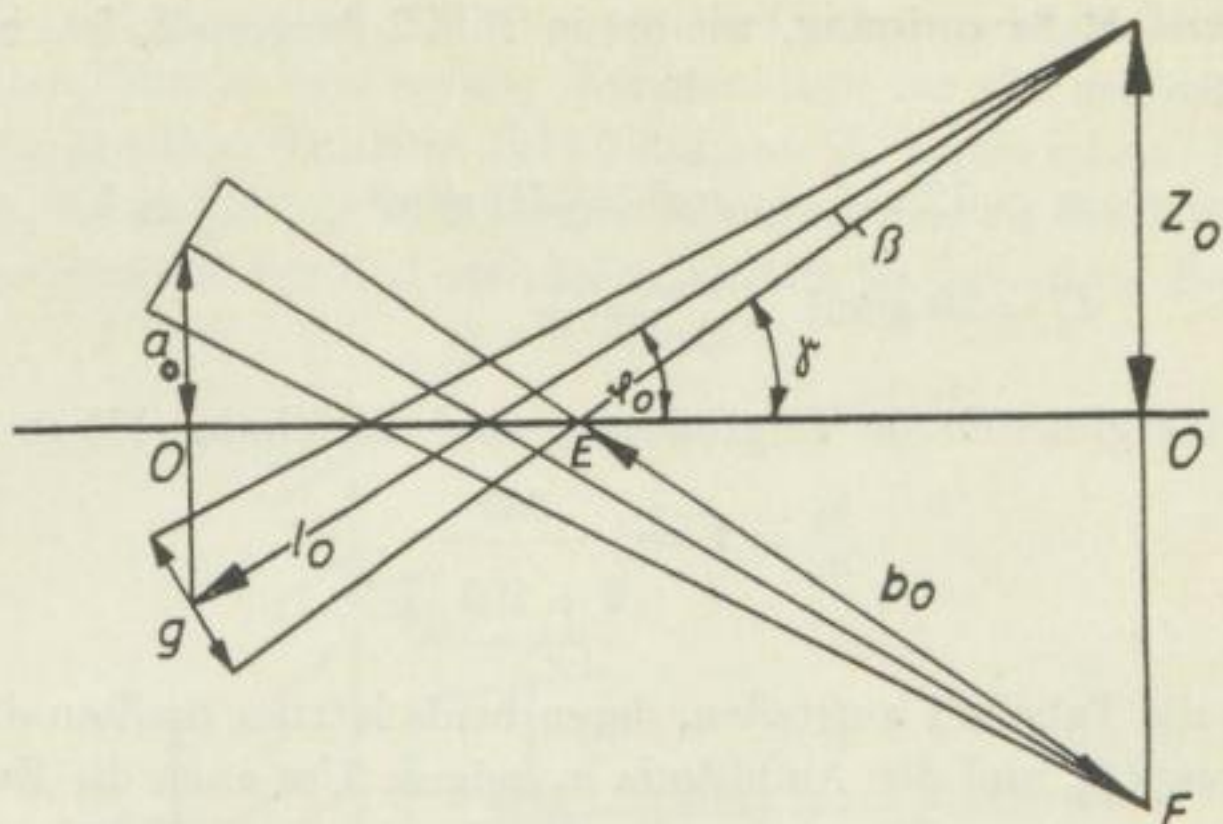


Bild 4

zeichnet wurde. Demgemäß ist die Millimeterskala an den Schenkeln des dreieckigen Keiles abgetragen. Wir müssen jetzt noch den Zusammenhang zwischen der abzulesenden Größe b_0 und der zu messenden Tischamplitude a_0 finden. Aus Bild 4 ergibt sich

$$\gamma = \varphi_0 + \beta \quad \text{und} \quad \sin \gamma = \frac{z_0}{b_0}.$$

Wegen der Kleinheit der Winkel ist praktisch $\sin \gamma = \gamma$, und man erhält damit

$$\varphi_0 = \frac{z_0}{\varphi_0 + \beta}.$$

Setzt man die Werte für φ_0 und z_0 aus den Gleichungen (8) und (9) ein, wobei die negativen Vorzeichen jetzt keine Bedeutung haben, und berücksichtigt, daß $\beta = \frac{g}{2l_0}$ ist, so wird schließlich

$$b_0 = \frac{m a (l - a) - I_s}{m a^2 \frac{a_0}{a} + \frac{g}{2l_0} (m a^2 + I_s)} a_0 = \frac{\left(\frac{l}{a} - 1\right) - \frac{I_s}{m a^2}}{\frac{a_0}{a} + \frac{g}{2l_0} \left(1 + \frac{I_s}{m a^2}\right)} a_0. \quad (10)$$

Damit ist die Vergrößerung nach Gleichung (2)

$$V = \frac{b_0}{a_0} = \frac{\frac{l}{a} - \left(1 + \frac{I_s}{m a^2}\right)}{\frac{a_0}{a} + \frac{g}{2l_0} \left(1 + \frac{I_s}{m a^2}\right)}. \quad (11)$$

Gleichung (11) sagt aus, daß der Vergrößerungsfaktor V keinen konstanten Wert mehr hat im Gegensatz zur einfachen Meßkeilanordnung nach Bild 1. Die Vergrößerung ist vielmehr von der zu messenden Amplitude selbst abhängig. Sie wird immer besser, je kleiner die zu messende Amplitude ist. Gerade darauf kommt es aber an, weil die vorliegende Meßeinrichtung für die Bestimmung solcher Amplituden gedacht ist, bei denen der normale Meßkeil nicht mehr ausreicht.

Die beschriebene Meßanordnung, wie sie in Bild 2 dargestellt ist, hat folgende Abmessungen und Größen:

$$\begin{array}{llllll}
 a = 22 \text{ mm} & m = 72 \text{ g} & m a^2 = 350 \text{ gcm}^2 & \frac{l}{a} = 5 & g = 5 \text{ mm} \\
 l = 110 \text{ mm} & I_s = 70 \text{ gcm}^2 & \frac{I_s}{m a^2} = \frac{1}{5} & & l_0 = 50 \text{ mm}
 \end{array}$$

Mit diesen Werten ergibt sich die Vergrößerung nach Gleichung (11) zu

$$\frac{b_0}{a_0} = V = \frac{380}{6 + 100 \frac{a_0}{a}}$$

Damit kann man die Tabelle 1 aufstellen, deren beide letzten Spalten die Abhängigkeit zwischen der Anzeige b_0 und der Amplitude a_0 zeigen. Um auch die Zwischenwerte zu erfassen, trägt man in einem Diagramm die Amplitude als Ordinate über der Anzeige als Abszisse auf. Bei kleinen Amplituden hat der Vergrößerungsfaktor ungefähr den Wert 60, während er bei dem einfachen Meßkeil nach Gleichung (1) nur $V_0 = 2l_0/g = 20$ beträgt. Man kann die Vergrößerung auch noch weiter erhöhen, weil es ohne weiteres möglich ist, einen noch schlankeren Keil zu verwenden, z. B. mit $g = 3 \text{ mm}$ und $l_0 = 60 \text{ mm}$.

Tabelle 1

$\frac{a_0}{a}$	$\frac{b_0}{a_0}$	a_0 [mm]	b_0 [mm]
$\frac{1}{10}$	23,75	2,20	52,25
$\frac{1}{20}$	34,54	1,10	37,99
$\frac{1}{50}$	47,50	0,44	20,90
$\frac{1}{100}$	54,29	0,22	11,94
$\frac{1}{250}$	59,375	0,088	5,225
$\frac{1}{500}$	61,30	0,044	2,70
0	63,33	0	0

Die Tabelle 1 wurde rein rechnerisch gefunden. Um die Richtigkeit der Rechnung unter Beweis zu stellen, wurde an einem geeigneten Schwingtisch eine Eichung des Amplitudenmessers vorgenommen. Dabei zeigte sich eine gute Übereinstimmung mit den Werten der Tabelle bei großen und mittleren Amplituden, während bei den kleinsten Amplituden eine von der Tabelle abweichende Verkleinerung des Vergrößerungsverhältnisses eintrat. Diese Erscheinung kann nur folgende Erklärung haben. Wir hatten bei der rechnerischen Behandlung des Problems die Dämpfung infolge der Kugellager-

reibung geschwindigkeitsproportional angesetzt. Dabei sinkt bei kleiner werdenden Amplituden und damit geringer werdender Schwinggeschwindigkeit auch die Reibung, so daß das Verhältnis Erregerkraft zu Reibkraft bei gleicher Frequenz über dem ganzen Meßbereich konstant bleibt. Bei wachsenden Erregerfrequenzen wird dieses Verhältnis sogar größer, so daß der Einfluß der Reibung immer mehr zurückgeht. Das ist insofern günstig, als bei kleinen Amplituden, auf deren Messung es gerade ankommt (größere Amplituden kann man mit einfachen Mitteln auf andere Art bestimmen), die Frequenzen im allgemeinen sehr hoch sind. Wenn aber trotzdem die Vergrößerung bei sehr kleinen Amplituden wieder abnimmt, so muß auch das Verhältnis Erregerkraft zu Reibkraft kleiner geworden sein. Das ist aber nur möglich, wenn die Dämpfung konstant ist und nicht mehr von der Amplitude abhängt. Dieser von der Theorie abweichende Tatbestand

ist in den Kugellagern zu suchen, die eine gewisse Coulombsche Reibung aufweisen. Um diese auszuschalten, wurde eine andere Konstruktion für die drehbare Lagerung der Meßkeilanordnung gewählt. Sie ist in Bild 5 dargestellt. Dabei ist der Meßkeil nur prinzipiell gezeichnet. Er ist mittels vier kleiner Winkelstücke an der Mitte einer an ihren Enden fest eingespannten vertikal stehenden Blattfeder befestigt. Der Mittelpunkt A

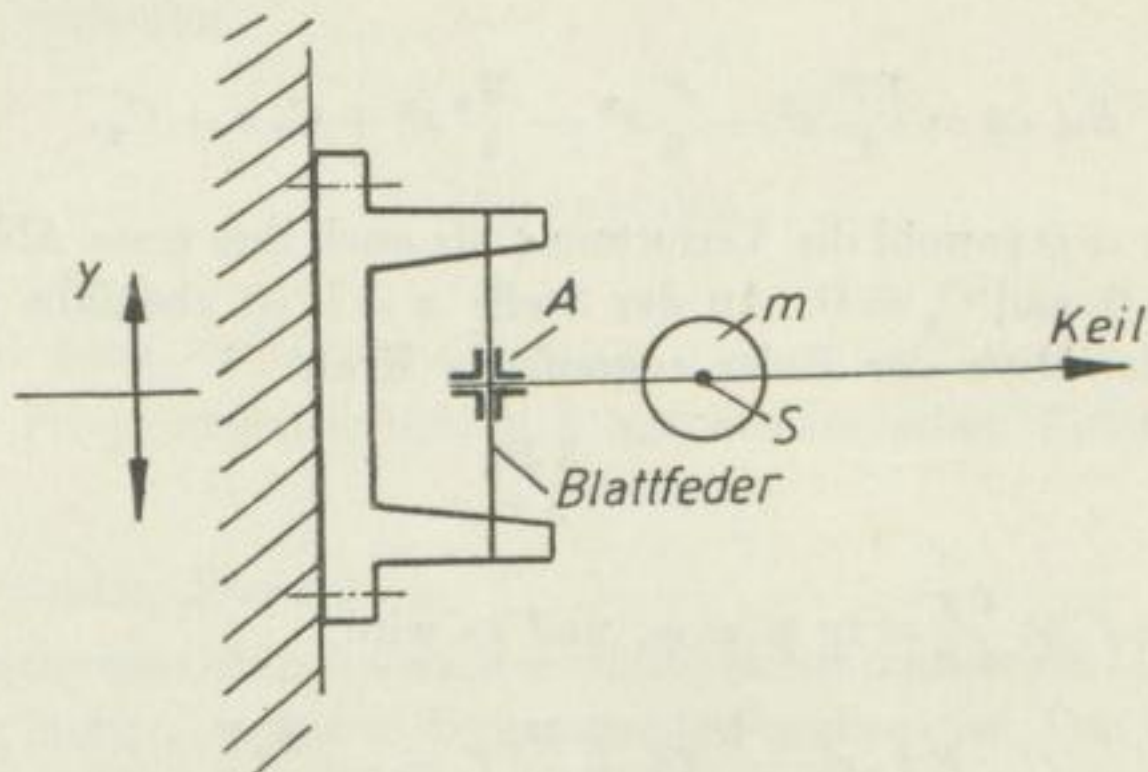


Bild 5

der Feder entspricht dem Drehlager bei der Konstruktion nach Bild 2. Der Punkt A kann sich bei einer Verdrehung des Meßkeiles in horizontaler Richtung aus Symmetriegründen nicht verschieben. Aus denselben Gründen ist auch eine vertikale Verschiebung nicht denkbar, und die Einspannstelle A führt während der Tischschwingung dieselbe vertikale Bewegung aus wie der Tisch selbst, dessen Amplitude gemessen werden soll. Es ist lediglich dafür Sorge zu tragen, daß bei der Drehung des Meßkeiles um den Punkt A das Rückstellmoment der Blattfeder so klein wie möglich gehalten wird, damit die Eigen-

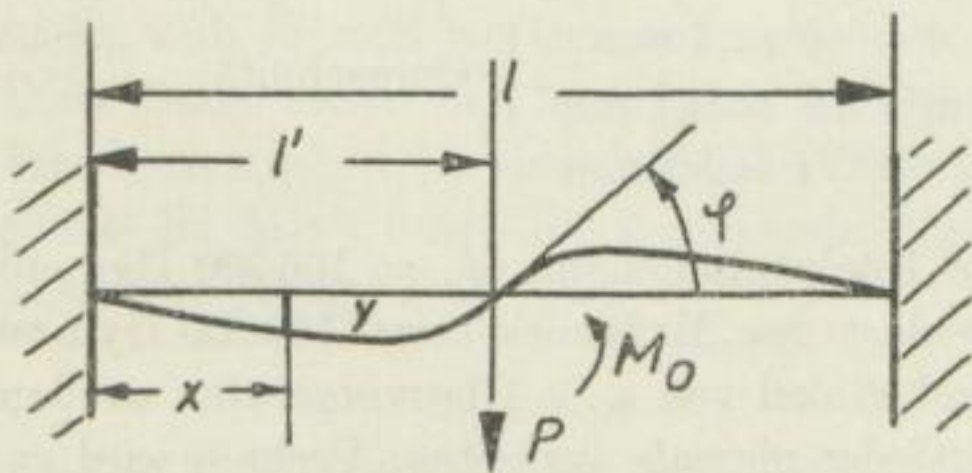


Bild 6

frequenz des Schwingsystems niedrig genug bleibt. Um diese Verhältnisse zu übersehen, müssen wir die Abhängigkeit des in der Mitte der Feder angreifenden Momentes M_0 von dem dort auftretenden Drehwinkel φ kennen. Wir betrachten dazu Bild 6, das uns die Blattfeder und ihre Verformung infolge des Momentes M_0 zeigt. Wir benutzen für die Ableitung nur den linken Teil der Feder mit der Länge l' . An ihrem rechten freien Ende wirkt dann das Moment $M_0/2$. Infolge dieses Momentes würde sich das freie Ende nach oben verschieben. In Wirklichkeit bleibt aber seine ursprüngliche Lage erhalten. Das ist nur möglich, wenn dort eine Kraft P , die wir zunächst noch nicht kennen, nach unten wirkt. Bezeichnen wir die Verformung an einer beliebigen Stelle x der Feder mit y , so lautet die Differentialgleichung der Biegelinie für die Stelle x

der Feder entspricht dem Drehlager bei der Konstruktion nach Bild 2. Der Punkt A kann sich bei einer Verdrehung des Meßkeiles in horizontaler Richtung aus Symmetriegründen nicht verschieben. Aus denselben Gründen ist auch eine vertikale Verschiebung nicht denkbar, und die Einspannstelle A führt während der Tischschwingung dieselbe vertikale Bewegung aus wie der Tisch selbst, dessen Amplitude gemessen werden soll. Es ist lediglich dafür Sorge zu tragen, daß bei der Drehung des Meßkeiles um den Punkt A das Rückstellmoment der Blattfeder so klein wie möglich gehalten wird, damit die Eigen-

benutzen für die Ableitung nur den

$$E I \frac{d^2 y}{d x^2} = P (l' - x) - \frac{M_0}{2},$$

wobei E und I der Elastizitätsmodul und das äquatoriale Flächenträgheitsmoment sind. Die zweimalige Integration ergibt

$$E I \frac{d y}{d x} = P l' x - \frac{P}{2} x^2 - \frac{M_0}{2} x + C_1$$

und

$$E I \cdot y = \frac{P l'}{2} x^2 - \frac{P}{6} x^3 - \frac{M_0}{4} x^2 + C_1 x + C_2.$$

Da an der Stelle $x = 0$ sowohl die Verformung als auch ihre erste Ableitung verschwinden, so wird $C_1 = 0$ und $C_2 = 0$. An der Stelle $x = l'$ ist ebenfalls $y = 0$. Damit erhält man die an der Mitte der Feder angreifende Kraft

$$P = \frac{3 M_0}{4 l'}.$$

An der Stelle $x = l'$ ist $\frac{d y}{d x} = \operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$, und es wird

$$E I \cdot \varphi = \frac{P}{2} l'^2 - \frac{M_0}{2} l' = - \frac{M_0 l'}{8}.$$

Daraus erhält man ohne Berücksichtigung des Vorzeichens

$$M_0 = \frac{8 E I}{l'} \varphi = \frac{16 E I}{l} \varphi.$$

Dann ist das spezifische Rückstellmoment

$$M_c = \frac{M_0}{\varphi} = \frac{16 E I}{l}. \quad (12)$$

Für die Blattfeder wurden folgende Abmessungen gewählt:

Material: Bronze, federhart	$b = 4 \text{ mm}$	}	Querschnitt
$E = 1000000 \text{ kp/cm}^2$	$h = 0,1 \text{ mm}$		
	$l = 50 \text{ mm}$		

Dann erhält man mit $I = bh^3/12$ für das Rückstellmoment $M_c = 106700 \text{ Dyn cm}$. Da das statische Moment infolge der Eigenlast des Meßkeiles etwa 160000 Dyn cm beträgt, so würde bereits dadurch ein Verdrehwinkel von $\varphi > 1$ hervorgerufen werden. Diese Drehung von über 60° würde die Blattfeder niemals aushalten. Deshalb wird zur Horizontalstellung des Meßkeiles wieder die Torsionsfeder des Bildes 2 verwendet. Ihr Rückstellmoment war $M_c = I_A \cdot \omega_0^2 = (ma^2 + I_s) \omega_0^2 = 420 \cdot 355 = 149000 \text{ Dyn cm}$. Damit ist das resultierende Rückstellmoment für die verbesserte Konstruktion 255700 Dyn cm , und die Eigenfrequenz des Systems wird jetzt

$$\omega_0^2 = \frac{255700}{420} = 609; \quad \omega_0 = 24,7 \quad \text{und} \quad f_0 = 3,9 \text{ Hz}.$$

Das ursprüngliche System hatte eine Eigenfrequenz von 3 Hertz; aber auch die Er-

höhung auf 3,9 Hertz gewährleistet noch ein frequenzunabhängiges Schwingsystem. Da ein Prüftisch nicht immer in vertikaler Richtung sauber schwingt, sondern manchmal auch kleine Störschwingungen in horizontaler Richtung aufweist, so kann der Meßkeil auch zu kleinen horizontalen Schwingungen bzw. Verdrehungen in der Horizontalebene angeregt werden, die störend wirken. Um diese Bewegungen zu vermeiden, ist die 4 mm breite Blattfeder in vier Einzelfedern mit je 1 mm Bandbreite aufgeteilt, wobei die einzelnen Federn räumlich entfernt voneinander angeordnet sind und zwei davon horizontal verlaufen.

Diskussion

Prof. Dr. phil. nat. habil. STRAUBEL, Jena:

Welche obere Frequenzgrenze läßt sich aus mechanischen Bedingungen heraus erreichen?

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Was die Frequenzunabhängigkeit des Meßsystems anbetrifft, so werden die Verhältnisse immer günstiger, je höher die erregende Frequenz ist. Von diesem Standpunkt aus gesehen, ist die obere Frequenzgrenze praktisch unbegrenzt. Da außerdem bei sehr hohen Frequenzen die Amplituden im allgemeinen klein sind, so ist gerade aus diesem Grund diese Meßkeilanordnung zur Amplitudenbestimmung besonders geeignet.

Dr. JUNG, Berlin:

Ist es nicht so, daß bei höheren Frequenzen der Zeiger selbst in Schwingungen gerät und dadurch Eigenverformungen auftreten?

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Man kann den Zeiger seitlich durch eine Rippe versteifen, und man kann ihm auch eine entsprechende Form geben, daß Eigenverformungen nicht auftreten. Wir haben untersucht, daß er sich bei den zu messenden Frequenzen genügend steif herstellen läßt. Diese Dinge lassen sich berechnen. Bei einer Dreiecksform kann man bis zu sehr hohen Frequenzen gehen, bis eine merkliche Verformung des Zeigers eintritt. Die obere Frequenzgrenze ist damit durch die beginnende Eigenverformung gegeben. Diese Frequenz liegt aber, wie gesagt, sehr hoch.

.....

Bei der Messung kleiner Amplituden erhält man doch einen sehr kleinen Meßwinkel. Wie ist es da mit der Ablesbarkeit?

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Bei einer Amplitude von $\frac{4}{100}$ mm lesen wir noch einen Ausschlag von 2,7 mm ab. Und das ist noch nicht die äußerste Grenze.

.....

Verschwimmt da nicht das Ende?

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Nein, das ist noch gut ablesbar.

Bei dem Vorführungsmodell ist der Schlankheitsgrad des Meßkeiles 1:10. Man kann ihn aber ohne weiteres auf 1:20 erhöhen, wobei sich bei einer Amplitude von $\frac{4}{100}$ mm die Ablesung auf etwa 6 mm erhöhen würde.

Das Gerät soll nur eine Verbesserung des Föppl'schen Meßkeiles sein. Während am Föppl'schen Meßkeil kein Ausschlag mehr sichtbar ist, läßt sich an unserem Modell immer noch ein Ausschlag ablesen. Ein weiterer Vorteil ist die Einfachheit des Modells (keine besonderen Einrichtungen wie Verstärker usw.).

.....

Besteht keine Möglichkeit, mit Hilfe eines Stroboskopes und Mikroskopes Schwingungen mit geringer Amplitude zu messen oder zu erfassen?

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Die stroboskopische Einstellung ist schwieriger als die hier gezeigte. Es ist immer etwas umständlich und erfordert einen gewissen Aufwand. Es bestehen mehrere Teile, die getrennt voneinander aufgebaut werden müssen, während dieses Gerät noch kleiner gehalten werden kann als das hier gezeigte Modell und sich dadurch auf jeden Schwingtisch ohne weiteres aufspannen und ohne besondere Hilfsmittel ablesen läßt.

Dr. WILHELMI, Teltow:

Die stroboskopische Messung dürfte insofern Schwierigkeiten bereiten, als sie ja mit Ihrem Lichtblitz genau in Phase liegen muß. Es muß in Resonanz und in gleicher Phasenlage gemessen werden. Das ist nicht so einfach, vor allem, wenn man mit elektrischen Lichtblitz-Stroboskopern, die ja sehr stark hin- und herlaufen, mißt.

.....

Ich nehme an, daß gerade dieses Hin- und Herlaufen der Frequenz dazu ausgenutzt werden kann, die Amplitude zu messen.

Dr. WILHELMI, Teltow:

Sie würden dann ein Schwanken der Amplitude beobachten, können aber nicht entscheiden, ob diese Schwankung wirklich nur Stroboskop-Effekt ist oder ob sie vom Atmen des Tisches herrührt.

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Ich halte das Verfahren auch für weniger geeignet als das hier gezeigte; denn es ist immer ungünstig, wenn der Schwingtisch, dessen Amplitude gemessen werden soll, und das Beobachtungssystem voneinander getrennt sind, so daß leicht gegenseitige Verschiebungen möglich sind, die das Ablesen erschweren.

.....

Ich nehme an, daß die Frequenzverschiebung dazu dient, gerade die obere und untere Grenze der Schwingungsamplitude festzulegen.

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Das Verfahren ist freilich schon angängig. Es ist jedoch ein gewisses Ausprobieren notwendig, bis man endlich die Amplitude messen kann. Als Fehlerquellen können noch Spannungsschwankungen, die zusätzliche Stöße am Tisch verursachen, hinzukommen. Diese Fehler wirken sich am Meßkeil nicht so aus.

Dr. HERNIG, Leipzig

Ich halte überhaupt die Ausnutzung eines Stroboskop-Effektes für völlig überflüssig; denn man sieht doch gerade die beiden Umkehrpunkte der Sinusschwingung wunderbar scharf als klare Striche.

Wir haben auch ein ähnliches Verfahren bei unseren Schütteltisch-Messungen von sehr kleinen Amplituden, z. B. für Seismographen. Wir messen Amplituden von 0,05 mm doch mit ziemlicher Genauigkeit mit Meßmikroskopen und haben da keinerlei operativen Aufwand außer dem Mikroskop selbst.

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Das läßt sich mit der hier gezeigten Apparatur auch erreichen. Wir können mit einem schlanken Keil ohne weiteres 0,02 mm Amplitude ablesen.

Dr. BECK, Freiberg:

Das Bestechende an dieser Einrichtung ist ja die Einfachheit dieses Meßkeiles. In der Technik interessieren weniger Längsschwingungen, sondern vor allem Drehschwingungen. Ich kann mir denken, daß man dieses Prinzip auch gerade ausgezeichnet für Drehschwingungen verwenden könnte, indem man z. B. die feste (umlaufende) Masse — wenn man mit unendlicher Masse arbeitet — weiß streicht sowie mit einem schwarzen schrägen Strich versieht und an dem schwingenden Teil des Torsiographen einen anderen schwarzen Strich anbringt, so daß beide zusammen einen Keil bilden und man beim Betrieb das Torsiogramm in polarer Anordnung gleich vor Augen haben kann.

Prof. Dr.-Ing. LIEBOLD, Freiberg:

Mir ist das Vorgebrachte nicht ganz klar.

Wenn Sie reine Torsionsschwingung haben, dann ist das mit dem hier gezeigten Gerät sehr gut zu erfassen, und der Effekt wäre wohl noch größer als bei der Linearbewegung. Doch wenn sich der Schwingung noch eine Drehbewegung überlagert, dann weiß ich nicht ganz, wie das gemeint ist.

Dr. BECK, Freiberg:

Der eine Teil hat doch die gleichförmig umlaufende Masse; den müßte man also weiß streichen, mit einem schwarzen schrägen Strich. Dem mitschwingenden Teil müßte man die andere Keilbegrenzung geben. Im Ruhestand ist ein weißer Keil sichtbar, und beim Umlauf würde dieser weiße Keil in seiner Länge schwanken. Da nun die einzelnen Ausschläge genau an einer bestimmten Umdrehungsstelle auftreten, so müßte man also bestimmte Figuren (Viereck oder Sechseck) bekommen, die man unmittelbar vor Augen haben könnte. Das müßte eigentlich einen sehr verblüffend einfachen Torsiographen ergeben.

Messungen mit der Gamma- und der Neutronensonde

Von ROLF GRADEWALD, Freiberg

In den Jahren 1900 und 1902 fanden ELSTER und GEITEL, daß die Elemente der radioaktiven Zerfallsreihen nicht nur in den eigentlichen Lagerstätten anzutreffen sind, sondern daß man sie auch als Verunreinigungen in nahezu jedem Gestein findet. Hierbei kann es in den einzelnen Gesteinsschichten zu unterschiedlichen Anreicherungen einzelner Elemente kommen. In Spalten und Rissen sammelt sich häufig Radium-Emanation an, weil Ra-Em gasförmig ist und sich gut im Wasser löst.

Zu der Strahlung dieser radioaktiven Elemente im Erdreich kommt noch die Strahlung des Kaliums hinzu. Seit 1905 ist die β -Strahlung des Kaliums bekannt. Später wurde gefunden, daß Kalium auch noch eine schwache γ -Strahlung aussendet. Das normale Kalium hat folgende Zusammensetzung:

$$93,4\% \text{ K}^{39} \quad 6,6\% \text{ K}^{41} \quad 0,012\% \text{ K}^{40} .$$

Von diesen drei Isotopen ist das K^{40} radioaktiv. Man kennt zwei Zerfallsmöglichkeiten: In 89% aller Zerfälle geht es unter β -Emission in das Ca^{40} über, und in 11% aller Zerfälle geht es durch K-Schalen-Einfang und γ -Emission in das Ar^{40} über.

Untersuchungen über die radioaktiven Beimengungen im Erdreich wurden in den zurückliegenden Jahren in Freiberg von Herrn Prof. ÄCKERLEIN durchgeführt. Es handelt sich in der Hauptsache um Messungen zur Bestimmung der Bodenluftemanation, des Emanationsgehaltes von Quellwasser und zur Bestimmung der Radioaktivität von Gesteinen.

GAMMASONDE

In den letzten Jahren wurde in unserem Institut eine Gammasonde entwickelt, mit deren Hilfe man durch GEIGER-MÜLLER-Zählrohre die natürliche Radioaktivität in Tiefbohrungen bestimmen kann. Die ersten Arbeiten über derartige Messungen liegen aus den Jahren 1936 und 1939 vor. Das Ziel der Messungen mit Gammasonden ist folgendes:

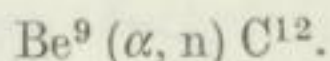
1. Neben den bisherigen Kurven zur Auswertung der Bohrlochmessungen (Leitfähigkeits-, Temperatur-, Eigenpotential-, D-K-Messungen) soll noch eine neue Kurve gefunden werden, um dadurch die Auswertung exakter durchführen zu können.
2. Die bisherigen Messungen versagen im allgemeinen in verrohrten Bohrlöchern. Die Messung der γ -Intensität wird jedoch durch die Verrohrung nicht wesentlich gestört. Außer diesen beiden Gesichtspunkten mußte bei der Entwicklung der Gammasonde noch ein dritter rein physikalischer Punkt berücksichtigt werden. Die radioaktive Strahlung, die mit den Zählrohren der Sonde gemessen werden soll, ist ein statistischer Vorgang. Die Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit unterliegt Schwankungen. Der statistische

Fehler einer derartigen Messung ist proportional $1/\sqrt{n}$, wenn n die Anzahl der gemessenen Impulse ist. Will man den statistischen Fehler klein halten, so benötigt man also für jeden Meßwert möglichst viel Impulse. Baut man aus diesem Grunde viel Zählrohre in die Sonde ein, dann besteht die Gefahr, daß die Trennung zwischen zwei Gesteinsschichten sehr verwaschen dargestellt wird. Das aktive Volumen der Sonde ist zu lang. Die zweite Möglichkeit wäre, die Sonde mit wenig Zählrohren zu bestücken und das Bohrloch sehr langsam zu durchfahren. Auch hier ist man aus wirtschaftlichen Gründen stark begrenzt, weil man auf sehr lange Meßzeiten kommt. In unsere Sonde haben wir sechs Zählrohre eingebaut, die eine aktive Länge von etwa 75 cm ausmachten. Es erwies sich als günstig, wenn die Sonde das Bohrloch mit einer Geschwindigkeit unterhalb 5 m/min durchfuhr. Dadurch wurde das aktive Volumen nicht groß, und die Meßzeiten blieben in erträglichen Grenzen. Die Zählrohrspannung (bis 1200 V regelbar) wurde durch einen Oszillatorkreis in der Sonde erzeugt. Die von den Zählrohren kommenden Impulse wurden durch zwei Verstärkerkreise verstärkt und gelangten über die Anodenleitung (Kabel) in den Meßwagen. Dort wurde mit Hilfe eines Integratorkreises ein selbstschreibendes Gerät betätigt, so daß die Meßwerte stetig aufgezeichnet werden konnten. Die Zeitkonstante des Integrators konnte stufenweise von 4 sec bis 30 sec geregelt werden. Bei der erwähnten aktiven Länge von 75 cm und einer Fahrgeschwindigkeit von 4 m/min erwies sich eine Zeitkonstante von 12 sec als günstig.

Bei Messungen in Braunkohlenbohrungen im Raum von Spremberg zeigte sich, daß die Braunkohle niedrige γ -Werte besitzt, während tonhaltige Schichten hohe γ -Intensitäten aufweisen. Die verschiedenen Sande liegen mit ihren Aktivitäten etwa in der Mitte dazwischen. Die Abbildung zeigt ein derartiges Diagramm, das in Burghammer aufgenommen wurde.

NEUTRONENSONDE

Die ersten Arbeiten über Messungen mit Neutronensonden in Tiefbohrungen stammen von PONTECORVO (1941). Man erhält durch diese Messungen noch zwei weitere Kurven zur Auswertung. Ebenfalls wie die Messung der natürlichen Radioaktivität kann auch die Messung mit Neutronensonden nicht durch die Verrohrung behindert werden. Es wird im unteren Teil der Sonde eine Neutronenquelle eingebaut, die das Gestein mit Neutronen beschießt. Zur Neutronenerzeugung wird die α -n-Reaktion des Berylliumisotops Be^9 ausgenutzt:



Es ist also notwendig, daß ein α -Strahler mit Beryllium innig vermischt wird, um diese Kernreaktion zu erhalten. Als α -Strahler verwendet man Radium oder Polonium. Beide Quellen haben ihre Vor- und ihre Nachteile. Beim Arbeiten mit einer Ra-Be-Quelle hat man den Vorteil, daß man ständig über einen konstanten Neutronenfluß verfügt, weil Radium eine große Halbwertszeit besitzt (1580 a). Als Nachteil wirkt sich außer den höheren Anschaffungskosten vor allem die harte γ -Strahlung des Radiums aus, die das Hantieren mit der Quelle im Gelände sehr erschwert. Arbeitet man mit einer Po-Be-Quelle, so ist die fehlende γ -Strahlung als großer Vorteil anzusehen. Da aber das Polonium

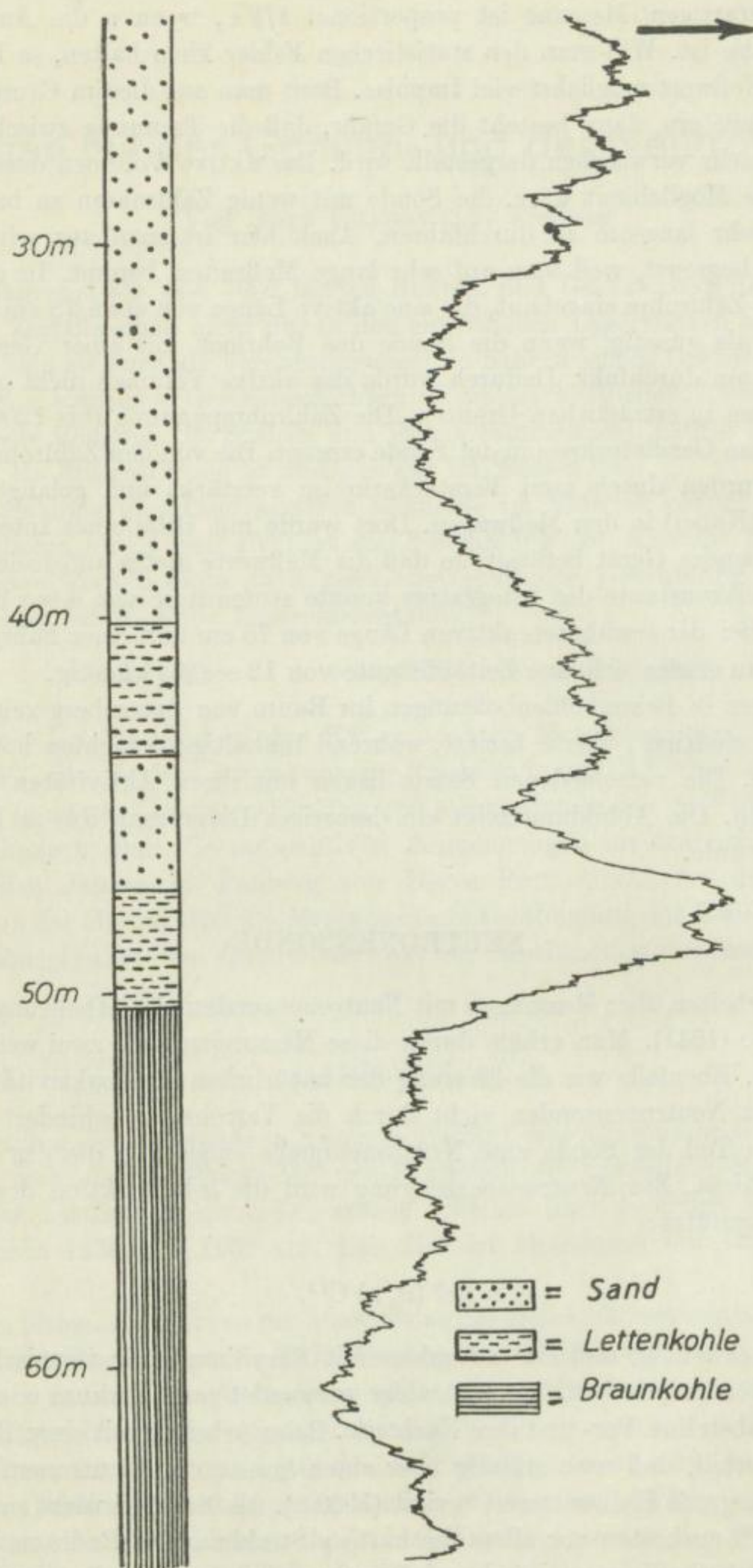


Bild 1

nur eine Halbwertszeit von 138 d besitzt, klingt der Neutronenfluß sehr schnell ab. Er muß also ständig korrigiert werden. Außerdem muß natürlich bei laufenden Arbeiten die Nachlieferung der Quellen gewährleistet sein. Trotz der angeführten Mängel wird die Po-Be-Quelle bei Bohrlochmessungen bevorzugt.

Wird das Gestein mit Neutronen beschossen, dann gibt es drei Möglichkeiten der Wechselwirkungen zwischen den fliegenden Neutronen und dem getroffenen Kern:

1. Elastische Stöße
2. Unelastische Stöße
3. Neutroneneinfangprozesse

1. Treten elastische Stöße auf, dann erfolgt nur eine Impuls- und Energieübertragung zwischen dem stoßenden Neutron und dem getroffenen Kern. Die größte Übertragung liegt vor, wenn das stoßende und das getroffene Teilchen gleiche Masse haben. Dieser Fall trifft etwa bei Beschuß von Wasserstoffkernen zu. Gering ist die Energieübertragung, wenn sehr schwere Kerne beschossen werden. Wasserstoffhaltige Substanzen besitzen daher gegenüber Neutronen das größte Bremsvermögen.

2. Treten unelastische Stöße auf, dann dient ein Teil der kinetischen Energie der Neutronen dazu, den getroffenen Kern in einen angeregten Zustand zu heben. Der angeregte Kern fällt durch Aussenden eines γ -Quants in den Grundzustand zurück.

3. Wird das stoßende Neutron von dem getroffenen Kern eingefangen, dann bildet es mit dem getroffenen Kern zunächst einen zusammengesetzten Zwischenkern, ein Isotop. Dieser Kern kann auf folgende Weise wieder stabil werden:

- a) durch Aussenden eines geladenen Teilchens (Protons, α -Teilchens oder anderer Spaltprodukte)
- b) durch Aussenden eines γ -Quants
- c) durch Aussenden eines β -Teilchens (mit oder ohne γ -Begleitung)

Die Frage, ob eine dieser angeführten Reaktionen eintritt, hängt von der Art der getroffenen Kerne und von der Geschwindigkeit der fliegenden Neutronen ab. Im allgemeinen ist die Einfangwahrscheinlichkeit bei hohen Geschwindigkeiten sehr gering, während sie im Bereich der thermischen Geschwindigkeiten erheblich größer ist.

Betrachten wir nun einmal den kompletten Vorgang, wie er sich im Bohrloch abspielt: Die Neutronen treten mit einer großen Geschwindigkeit aus der Quelle aus. Eine Ra-Be-Quelle liefert Neutronen mit einer kinetischen Energie von 13 MeV. Da die Einfangwahrscheinlichkeit bei den großen Geschwindigkeiten sehr gering ist, werden die Neutronen zunächst elastische und unelastische Stöße mit den übrigen Atomen ausführen. Nach etwa 20 Zusammenstößen mit Wasserstoffkernen haben derartige Neutronen thermische Geschwindigkeiten erreicht (etwa 0,025 eV). Je mehr sich die Neutronen den thermischen Geschwindigkeiten nähern, desto geringer wird die Energieabgabe. Die Neutronen stellen sich schließlich in ein Energiegleichgewicht mit den übrigen Atomen ein. Sie verhalten sich jetzt wie ein Gas, das sich in einem zweiten Gasvolumen befindet, und unterliegen somit auch der Diffusion. Es stellt sich also im Bohrloch eine bestimmte Neutronendichte ein, die stark vom Bremsvermögen der umgebenden Gesteinsschicht abhängt.

Hieraus ergibt sich die erste Meßmethode: Die jeweils herrschende Neutronendichte wird in der Sonde durch Neutronenzählrohre registriert (n-n-Methode).

Haben die Neutronen die thermischen Geschwindigkeiten erreicht, dann wird die Einfangwahrscheinlichkeit rapid größer. Die Zahl der Neutroneneinfangprozesse wächst erheblich. In diesem Bereich ist nun wieder die Einfangwahrscheinlichkeit bei Wasserstoff, Sauerstoff, Kohlenstoff, Silizium und Aluminium erheblich kleiner als z. B. bei Chlor. Noch größer ist sie bei Bor und Cadmium, aber diese Elemente kommen nicht so häufig im Erdreich vor. Die Zahl der Einfangprozesse hängt also sehr von der Gesteinsart ab.

Da die unelastischen Stöße und die Einfangprozesse von γ -Emission begleitet sind, ergibt sich hieraus eine zweite Meßmethode: Die sekundäre Gammastrahlung wird in der Sonde durch GEIGER-MÜLLER-Zählrohre registriert (n- γ -Methode).

Beide Methoden unterscheiden wasserstoffhaltige von wasserstofffreien Substanzen. Poröses Gestein wird angezeigt, weil sich dort Wasser, Sole, Öl oder Erdgas ansammelt. Gips mit Kristallwasser wird fälschlicherweise als porös angezeigt.

Es ist vorgesehen, in einer Sonde gleichzeitig die natürliche und die künstlich durch Neutronenbeschuß erzeugte Gammastrahlung zu messen.

Kernkräfte und die Struktur der Kernbausteine

(Eine Stellungnahme zum Welle-Korpuskel-Dualismus)

Von RUDOLF LIEBOLD, Freiberg

Das hier gestellte Thema dürfte die heute akutesten Fragen der Theoretischen Physik berühren. Die Niederschrift zu den Gedanken, die ich zu diesem Thema entwickelt habe, liegt bei mir bereits etwa sieben Jahre in der Schublade des Schreibtisches, und ich habe immer wieder gezögert, sie zu veröffentlichen. Der hauptsächlichste Grund dafür war der, daß nicht nur die Überlegungen selbst, sondern auch ihre mathematische Behandlung von den Methoden der heutigen Theoretischen Physik abweichen und dadurch die Gefahr besteht, nicht ernst genommen zu werden. Andererseits haben sich die Kernphysik und auch andere damit zusammenhängende Gebiete in den letzten Jahren so rasant entwickelt und dabei immer wieder neue Fragen und Probleme aufgezeichnet, die zu einer Lösung drängen, daß man sich des Gefühles nicht erwehren kann, eine Unterlassungssünde zu begehen, wenn man seine eigenen Ideen dazu zurückhält. Es ist zuzugeben, daß die rein theoretische mathematische Behandlung physikalischer Probleme große Erfolge erzielt hat. Es ist aber auch nicht zu übersehen, daß die Behandlung jüngster Probleme, vor allem die des Atomkerns, mathematisch auf immer größer werdende Schwierigkeiten stößt und zu Formulierungen zwingt, die physikalisch nicht mit unseren bisherigen Erfahrungen übereinstimmen. (Ich denke hier an den Begriff der Nahkräfte, den man eingeführt hat, um den Zusammenhalt des Atomkernes erklären zu können.) Wir haben die Anschauung verloren und keine physikalische Vorstellung von den Dingen mehr, so daß unsere Bemühungen sehr viel auf Herumprobieren hinauslaufen. Ich bin davon überzeugt, daß wir z. Z. die Tür zu dem uns Verborgenen noch nicht aufgeschlagen haben und daß, wenn es einmal geschehen ist, indem wir wieder eine physikalische Anschauung gewonnen haben, die Probleme plötzlich viel einfacher erscheinen und uns die Erkenntnisse viel leichter zufallen werden. Ich glaube, daß der Satz von Pestalozzi, „Anschauung ist das Fundament aller Erkenntnis“, allgemein gültig ist und vor allem auch auf die Naturwissenschaften zutrifft. Wie schwer ist es z. B. für uns heutige Menschen, auf dem Gebiet der Biologie bzw. Anthropologie etwas Genaues über die Entwicklung des Menschen auszusagen, weil wir bereits eine hohe Stufe mit all ihren komplizierten Erscheinungsformen erreicht haben, die uns den Blick für das Vergangene, das viel einfacher war, trüben. Hätten wir die ganze Entwicklung vom Einzeller ab an uns selbst verfolgen können, so wäre uns alles klar, und unsere Erkenntnis bestünde darin, daß sich alles vom Einfachen zum Komplizierten entwickelt hat. Genauso wird es mit der Entwicklung des Kosmos sein, wo am Anfang — um den Vergleich mit dem Einzeller der Biologie zu führen —, sagen wir, die Kernbausteine vorhanden waren, aus denen sich das Weltall in der heutigen Form mit all seinen komplizierten physikalischen

Erscheinungsformen entwickelt hat. Die Gesetze, die am Anfang bestanden, waren jedenfalls einfacher und weniger zahlreich, weil all die heutigen physikalischen Erscheinungsformen noch gar nicht vorhanden waren. Wenn wir uns heute mit dem Atomkern befassen, so tun wir dasselbe wie der Biologe, der den Einzeller studiert, d. h., wir untersuchen etwas Ursprüngliches, das physikalisch einfach ist, dessen Wesen uns aber so kompliziert erscheint, weil wir es nicht mehr an sich betrachten können, sondern nur von unserem heutigen Standpunkt aus, wobei die Vielfalt der physikalischen Gesetze die Erkenntnis des Einfacheren erschwert. Ich glaube, das dürfte der Zustand sein, in dem sich die heutige Physik befindet.

Als ich anfang, mich mit diesem Problem zu beschäftigen, hatte ich die Vorstellung, daß es eine Beziehung geben müsse zwischen dem PLANCKSchen Wirkungsquantum, der elektrischen Elementarladung und der Lichtgeschwindigkeit, wie wir eine ähnliche Verbindung kennen zwischen dem elektrischen Elementarquantum, der LOSCHMIDTSchen Zahl und der FARADAYkonstante. Ich finde, daß es eine Bereicherung der physikalischen Erkenntnisse bedeutet, wenn eine solche gesetzmäßige Verbindung unter Naturkonstanten gefunden wird, da jede einzelne durch spezifische Versuche für sich bestimmt werden kann und das verbindende Gesetz die Richtigkeit unserer physikalischen Vorstellung bestätigt. Auch ist es auf die Dauer unbefriedigend, sich damit abzufinden, die eine physikalische Erscheinung nur vom Standpunkt der Wellenvorstellung erklären zu können und die andere nur vom Standpunkt der Korpuskularvorstellung aus. Auch hier muß es doch eine Verbindung geben, die uns zeigt, daß beides dasselbe ist oder daß wenigstens beide Erscheinungsformen physikalisch miteinander verkettet sind. Selbst ein so fundamementiertes Gesetz wie das der Massenabhängigkeit von der Geschwindigkeit, dessen Richtigkeit nicht angezweifelt werden kann, weil seine mathematische Ableitung von einer oft beobachteten und bestätigten physikalischen Tatsache ausgeht, macht der Vorstellung an sich schon Schwierigkeiten und auch deshalb, weil die Existenz der Strahlungsquanten bei korpuskularer Vorstellung von der Einhaltung einer 100%ig genauen Lichtgeschwindigkeit abhängig ist. Auch die Vorstellung der Äquivalenz von Masse und Energie, die uns zu der Auffassung geführt hat, daß die Summe von Masse und Energie konstant ist, bedarf meiner Meinung nach einer Revision. All die hier angeschnittenen Fragen werden bei der Behandlung des obigen Themas in ein anderes Licht gerückt. Indem ich bei meinen weiteren Ausführungen von physikalischen Vorstellungen ausgehe und zu ihrer Behandlung verhältnismäßig einfache mathematische Mittel verwende, so glaube ich doch, trotz Aufgebens der üblichen Methode bei dem hier erörterten Thema einige neue Erkenntnisse gewonnen zu haben, die ich der Fachwelt nicht vorenthalten möchte, selbst auf die Gefahr hin, daß man mir in dem einen oder anderen Fall widersprechen könnte.

Die folgenden Überlegungen stellen eine Analogiebetrachtung zwischen einer mechanischen und einer elektrischen Wellenausbreitung dar. Wir betrachten die Wellenausbreitung auf einem Seil, die uns als Modell dient, um die benötigten Beziehungen abzuleiten, die wir dann sinngemäß auf den Strahlungsvorgang übertragen. Die Differentialgleichung der Seilschwingung lautet bekanntlich

$$q \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = S \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}, \quad (1)$$

wobei S der horizontale Seilzug, q die Masse des Seiles pro Längeneinheit, y die Auslenkung an der jeweiligen Stelle x des Seiles und t die Zeit sind. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle erhält man aus der Beziehung

$$c = \sqrt{\frac{S}{q}}. \quad (2)$$

Die Kraft, die an einem Massenpunkt des Seiles in seiner Bewegungsrichtung angreift, ist $K = S \frac{dy}{dx}$, und die Verschiebungsarbeit über die kleine Strecke dy wird

$$dA = K \cdot dy = S \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \cdot dt.$$

Dann ist die Energie, die in einer Welle steckt,

$$E = \int_0^T dA = \int_0^T S \cdot \frac{\partial y}{\partial x} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \cdot dt, \quad (3)$$

wenn T die Zeit einer Schwingung ist. Wir setzen die Auslenkung einer fortschreitenden Welle nach d'ALEMBERT mit $y = y_0 \sin(ax - \omega t)$ an, wobei y_0 die Amplitude und ω die Kreisfrequenz der Schwingung ist. Bildet man $\frac{\partial y}{\partial x}$ und $\frac{\partial y}{\partial t}$ und setzt die Werte in Gleichung (3) ein, so erhält man für die Energie einer Welle

$$E = \pi \cdot S \cdot y_0^2 \cdot a.$$

Bildet man die zweiten partiellen Ableitungen und setzt diese in Gleichung (1) ein, so bekommt man $a = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$, und die Energie wird schließlich

$$E = \frac{2\pi^2 \cdot S \cdot y_0^2}{\lambda}, \quad (4)$$

wobei λ die Wellenlänge darstellt.

Wie stellen wir uns jetzt den elektrischen Strahlungsvorgang vor? Wir gehen von einem magnetischen Feld aus, das in der Atomhülle z. B. durch ein bewegtes Elektron entsteht. Dieses sich ändernde magnetische Feld ist von geschlossenen elektrischen Feldlinien umgeben (Induktion). Das sich ändernde elektrische Feld wiederum ist nach MAXWELL von geschlossenen magnetischen Feldlinien umgeben, deren Richtung dem ursprünglichen magnetischen Feld entgegengesetzt ist. Diese magnetischen Feldlinien stammen nach der üblichen Auffassung von einem dielektrischen Verschiebungsstrom her, der auf einer geschlossenen Bahn in Richtung der elektrischen Feldlinien vorhanden ist. Jetzt machen wir die zunächst noch unbewiesene Annahme, daß dieser Verschiebungsstrom einer sich längs der geschlossenen elektrischen Feldlinien bewegenden Ladung entspricht, der wir auch eine Masse zuschreiben können. Da das ursprüngliche und das induzierte magnetische Feld sich gegenseitig aufheben, liegt der Gedanke nahe, der Ladung die Größe einer positiven elektrischen Elementarladung zu geben, wenn das Elektron und die induzierte Ladung gleichen Bewegungssinn haben, wie später noch gezeigt wird. Derselbe Vorgang wiederholt sich jetzt, indem die kreisende positive Ladung durch ihr magnetisches Feld wieder eine negative Ladung mit entgegengesetztem Feld hervorruft. Dieser Vorgang

der aufeinanderfolgenden kreisenden Ladungen mit abwechselnden Vorzeichen setzt sich mit Lichtgeschwindigkeit fort und stellt die Strahlenausbreitung dar. Wir stellen uns demnach einen Strahl ebenso vor wie ein gespanntes Seil, dessen Masseteilchen senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung schwingen. An Stelle der Masseteilchen haben wir uns jetzt die einzelnen hintereinanderliegenden Strahlungsquanten vorzustellen, und an Stelle der elastischen Kraft, die das Seil zusammenhält, hatten wir uns die einzelnen Quanten abwechselnd positiv und negativ geladen gedacht, wobei die Größe der Ladung dem elektrischen Elementarquantum entsprechen sollte. Ferner denken wir uns den Strahl unpolarisiert, d. h., er schwingt zeitlich um 90° versetzt in zwei senkrecht aufeinanderstehenden Ebenen, wobei die einzelnen Strahlungsquanten keine Drehung um ihre eigene Achse ausführen, sondern ihre Lage beibehalten. Die Verbindung der einzelnen Quanten ergibt dann eine Schraubenlinie, wie es in Bild 1 dargestellt ist. Aus der Korpuskularvorstellung wissen wir, daß auch die Eigengeschwindigkeit der Strahlungsquanten gleich der Lichtgeschwindigkeit ist (z. B. der Lichtdruck). Sie bewegen sich demnach auf dem Kreis mit dem Radius γ_0 ebenfalls mit der Geschwindigkeit c . Man könnte zur Erklärung der Eigengeschwindigkeit auch die Beziehung $m = m_0 / \sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}$ verwenden, die ja bedingt, daß $u = c$ wird, damit bei der Ruhmasse $m_0 = 0$ die Masse m des Lichtquanten endlich ist. Sobald man aber an eine polarisierte Strahlung denkt, stößt man bereits auf Schwierigkeiten, da dann die Photonen auch Geschwindigkeiten $u < c$ besitzen, so daß ihre Masse verschwinden würde.

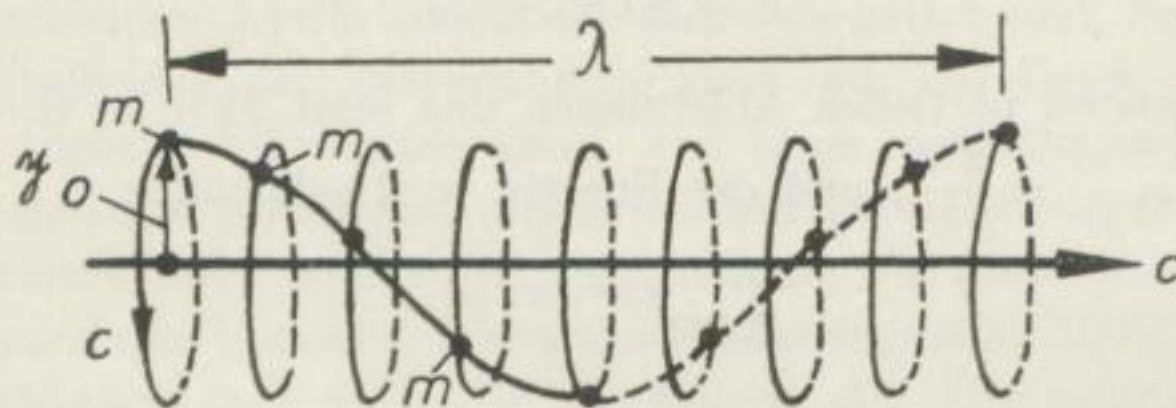


Bild 1

Natürlich besteht ein derartiger zusammenhängender Wellenzug, wie ihn Bild 1 zeigt, der sich aus vielen hintereinanderliegenden Strahlungsquanten zusammensetzt, im allgemeinen in Wirklichkeit nicht, da bei sehr kurzen Wellenlängen die Energiedichte, wie wir später noch sehen werden, viel zu groß würde. Außerdem würde ein zusammenhängender Wellenzug zwischen einem strahlenden und einem absorbierenden Körper nach der obigen Vorstellung Zugkräfte übertragen, so daß zwischen den beiden Körpern Anziehungskräfte vorhanden wären, ähnlich dem Massenanziehungsgesetz. Dieser Gedanke dürfte aber absurd sein. Vielmehr müssen wir uns den Vorgang so vorstellen, daß bei der Induzierung eines neuen Quanten in Fortpflanzungsrichtung das vorhergehende erregende Quant gleichzeitig wieder verschwindet, so daß der Vorgang mit der Bewegung einer Welle auf der Wasseroberfläche zu vergleichen wäre. Trotzdem ist es statistisch denkbar, daß, wenn auch selten, doch ab und zu einmal ein geschlossener Wellenzug entsteht, der aus vielen zusammenhängenden Quanten, entsprechend Bild 1, besteht, nämlich dann, wenn am rückwärtigen Ende des Wellenzuges zufällig genau soviel Strahlungsquanten aus den Atomen nachgeliefert werden, wie sich an der Wellenfront neue gebildet

haben, d. h., wenn die Energie der fortschreitenden Wellen eine gewisse Zeit lang aus der Energie der Atome, von denen die Strahlung ausgeht, fortlaufend gedeckt wird. Dieser Fall dürfte nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit zwar äußerst selten sein, dennoch aber ab und zu einmal vorkommen. Diesen Fall wollen wir bei den weiteren Betrachtungen zugrunde legen.

Da während des sprunghaften Fortschreitens eines solchen Wellenzuges bei jeder Erregung eines neuen Quantes an der Wellenfront ein dauernder Ladungswechsel der einzelnen Quanten des Wellenzuges stattfindet, so wird dieser weder in einem magnetischen noch in einem elektrischen Feld abgelenkt. Aus demselben Grund ist auch der magnetische Spin gleich Null. Da, wie bereits oben erwähnt, die Fortpflanzung eines einzigen erregten Quantes am wahrscheinlichsten ist, so wird aber infolge der schnell wechselnden elektrischen Felder eine ionisierende Wirkung des Strahles vorhanden sein.

Natürlich dürfen wir uns von einer solchen Modellvorstellung nicht zu viel versprechen. Trotzdem erhält man mit ihr, wie wir später noch sehen werden, bemerkenswerte Zahlenübereinstimmungen, die Einblicke in gewisse physikalische Erscheinungen gestatten und auch zu Aussagen über die Größe und Struktur einiger Elementarteilchen führen.

Da unser Strahl nach Bild 1 in zwei Ebenen schwingt, so ist seine Energie doppelt so groß, und wir bekommen nach Gleichung (4) für die Energie einer unpolarisierten Welle

$$E = \frac{4\pi^2 \cdot S \cdot y_0^2}{\lambda} \quad (5)$$

Nun ist einerseits $c \cdot T = \lambda$, andererseits aber auch $c \cdot T = 2\pi y_0$. Somit erhält man für die Amplitude $y_0 = \frac{\lambda}{2\pi}$. Bezeichnet man die Anzahl der Quanten, die sich über eine Wellenlänge erstrecken, mit z , so ist die Energie einer Welle auch gleich $z \cdot h \cdot \nu$, wenn $h \cdot \nu$ die Energie eines Quantes ist (h Wirkungsquantum, ν Frequenz). Wir können dann Gleichung (5) auch schreiben:

$$\lambda \cdot S = z \cdot h \cdot \nu \quad (6)$$

Da $\lambda = 2\pi \cdot y_0$ ist und die Quanten gleiche Abstände voneinander haben, so liegt die Verbindungslinie benachbarter Photonen unter dem Winkel $\alpha = 45^\circ$ gegen die Richtung des Zuges S (siehe Bild 2). Bezeichnen wir den Abstand der Ebenen, in denen die

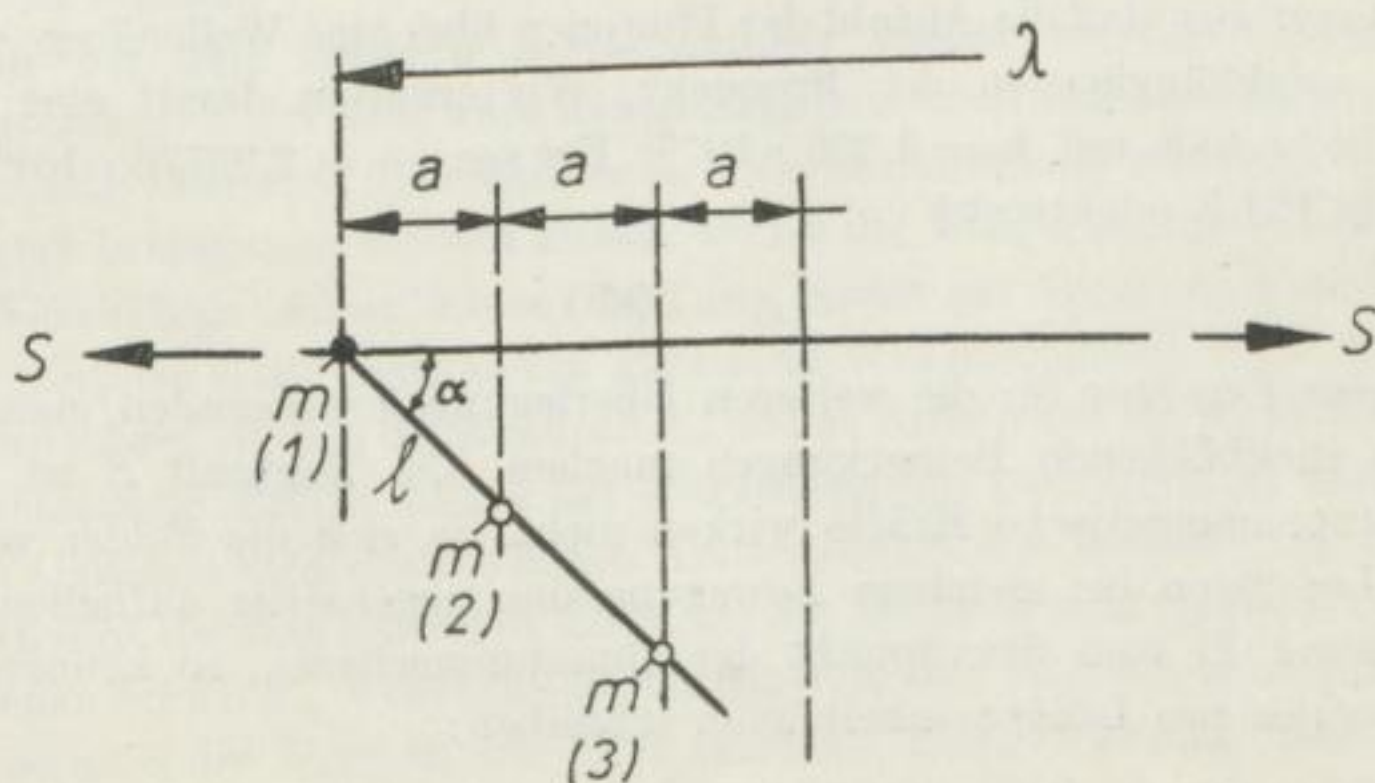


Bild 2

Strahlungsquanten schwingen, mit a , ihre Entfernung voneinander mit l und ihre Elementarladung mit e , so übt das zweite Quant auf das erste linke in Bild 2 eine Kraft der Größe $\frac{e^2}{l^2}$ aus, deren Horizontalkomponente, die der Zugkraft S entspricht, den Betrag

$$\frac{e^2}{l^2} \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{e^2}{l^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{e^2}{2a^2}$$

hat. Hier müssen wir noch eine Korrektur anbringen; denn auch das dritte und alle nachfolgenden Photonen üben eine Kraft auf das erste linke Photon aus. Ist die Anzahl der Quanten über eine Wellenlänge sehr groß, so liegen sie sehr dicht nebeneinander, und wir können die Schraubenlinie in der Nähe des ersten Quants als gerade Linie ansehen. Die Horizontalkomponente hat dann den Betrag

$$S = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{e^2}{2a^2} \left[1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \frac{1}{5^2} - + \dots \right].$$

Bei der Fourierreentwicklung der Funktion

$$f(x) \begin{cases} x^2 & \text{für } 0 \leq x \leq \pi \\ (2\pi - x)^2 & \text{für } \pi \leq x \leq 2\pi \end{cases}$$

erhält man

$$\begin{cases} x^2 \\ (2\pi - x)^2 \end{cases} = \frac{\pi^2}{3} - 4 \left[\frac{\cos x}{1^2} - \frac{\cos 2x}{2^2} + \frac{\cos 3x}{3^2} - + \dots \right].$$

Daraus erhält man für $x = 0$ bzw. $x = \pi$ für den obigen eckigen Klammerausdruck den Wert $\frac{\pi^2}{12} = 0,8225$. Wir können damit schreiben:

$$S = 0,8225 \frac{\sqrt{2}}{4} \cdot \frac{e^2}{a^2}.$$

Setzen wir diesen Wert für S in Gleichung (6) ein und berücksichtigen, daß $z \cdot a = \lambda$ und $\lambda \cdot \nu = c$ ist, so erhalten wir schließlich

$$z(\lambda) = \frac{4}{0,8225 \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{hc}{e^2}. \quad (7)$$

Gleichung (7) sagt aus, daß die Anzahl der Photonen über eine Wellenlänge eines Strahles konstant ist, unabhängig von der Frequenz. Wir erhalten damit eine neue Naturkonstante. Man erhält mit $h = 6,626 \cdot 10^{-27}$ Erg sec, $c = 2,99776 \cdot 10^{10}$ cm/sec und $e = 4,803 \cdot 10^{-10}$ LE (elektrost.)

$$z(\lambda) = 2960.$$

Bevor wir dieses Ergebnis für die weiteren Überlegungen verwenden, möchte ich noch einmal einige rückblickende Bemerkungen machen. Die Zugkraft S ist rein elektrostatischer Natur; magnetische Kräfte wirken nicht, da sich die Felder wegen der abwechselnden Ladungen bei gleichem Bewegungssinn gegenseitig aufheben. Betrachten wir die Gleichung (2) vom Standpunkt der Quantenmechanik, so können wir für die Masse des Strahles pro Längeneinheit auch schreiben:

$$q = \frac{z \cdot m}{\lambda}.$$

wenn m die Masse eines Strahlungsquantens ist. Diesen Wert in die Gleichung (2) eingesetzt, ergibt

$$S \cdot \lambda = z \cdot m \cdot c^2. \quad (8)$$

Nach Gleichung (6) war aber $S \cdot \lambda$ die Energie einer fortschreitenden Welle; somit muß mc^2 die Energie sein, die in einem Strahlungsquant enthalten ist. Sie setzt sich aus der kinetischen Energie $\frac{mc^2}{2}$ und einem gleich großen Betrag an potentieller Feldenergie, herrührend von der elektrostatischen Ladung, zusammen. Ein Vergleich der Gleichungen (6) und (8) ergibt die bekannte PLANCK-EINSTEINSche Beziehung

$$m \cdot c^2 = h \cdot \nu,$$

aus der sich auch der mechanische Spin des Photons sofort ergibt. Dieser ist nach Bild 1

$$y_0^2 \cdot m \cdot \omega = y_0 \cdot m \cdot c = y_0 \frac{h \cdot \nu}{c} = \frac{h}{2\pi} \cdot \frac{y_0 \omega}{c} = \frac{h}{2\pi}.$$

Betrachten wir das Problem dagegen vom Standpunkt der Wellenmechanik aus, so können wir für die Energie einer Welle unter Verwendung des obigen Wertes für S und der bekannten Umrechnungen auch schreiben:

$$S \cdot \lambda = \frac{0,8225 \cdot \sqrt{2}}{4} \cdot \frac{e^2 \lambda}{a^2} = \frac{0,8225 \cdot \sqrt{2}}{4} \cdot \frac{e^2}{c} \cdot z^2 \nu = z \left(\frac{0,8225 \cdot \sqrt{2} \cdot e^2 \cdot z}{4c} \right) \cdot \nu.$$

Die Energie eines Strahlungsquantens ist damit

$$\frac{S \cdot \lambda}{z} = \left(\frac{0,8225 \cdot \sqrt{2} \cdot e^2 \cdot z}{4c} \right) \cdot \nu. \quad (9)$$

Da nun nicht anzunehmen ist, daß die Energie eines Quantens von der Anzahl der Quanten pro Wellenlänge abhängig ist, so wird der Klammerausdruck eine Konstante sein, und wir erhalten damit die PLANCKsche Formulierung; denn diese Konstante ist eben das Wirkungsquantum h . Wir bekommen damit für z wieder den Wert der Gleichung (7). Wir haben die bekannten Beziehungen einmal vom Korpuskelstandpunkt und das andere Mal vom Wellenstandpunkt aus ganz elementar gefunden, ohne dabei von einem Dualismus sprechen zu müssen.

Wir wollen bei den weiteren Betrachtungen wieder an die Wellenquantenzahl $z_{(\lambda)} = 2960$ anschließen. An sich wäre dieses Ergebnis noch nicht besonders bemerkenswert. Es ergibt sich aber eine aufschlußreiche Übereinstimmung mit anderen Gedankengängen, die jetzt besprochen werden sollen. Wenn die Frequenz der Strahlung wächst, so wird die Wellenlänge immer kleiner und die Masse der Quanten immer größer. Es ist vorstellbar, daß bei einer bestimmten kürzesten Wellenlänge die Welle zerreißt; dann verschwindet an diesen Stellen die Zugkraft S , und es wirken auf die verbliebenen Wellenstücke elektrostatische Kräfte infolge der abwechselnden Ladungen, so daß Zusammenballungen von Quanten entstehen. An den Knotenstellen der Welle ist die Belastung am größten, so daß dort der Riß eintreten kann. Da die Welle in zwei senkrecht aufeinanderstehenden Ebenen schwingt, wobei die Bewegungen in den zwei Ebenen räumlich um 90° versetzt sind, so wird die Welle in vier Teile zerfallen. Diese Teilstücke sind keine Strahlung im MAXWELLSchen Sinne mehr, sondern stellen infolge der Zusammenballungen Masse dar; es sind die Protonen und Neutronen der Materie. Das Proton muß sich aus

einer ungeraden Zahl von Quanten zusammensetzen, da es mit dem positiven Elementarquantum geladen ist, das Neutron aus einer geraden Quantenzahl, die um 1 größer ist als die Quantenzahl des Protons. Bei dem Zerfall der Welle können alle vier Teile Protonen oder Neutronen sein, es kann auch ein Teil Proton und die drei anderen Neutronen sein bzw. umgekehrt, und es können schließlich immer zwei Protonen und zwei Neutronen entstehen. Die Zahl der Komplexionen und damit die Wahrscheinlichkeit ist am größten, wenn der Zerfall der Welle in zwei Neutronen und zwei Protonen stattfindet. Eine Halbwelle mit der Quantenzahl $\frac{z}{2} = 1480$ zerfällt damit in ein Proton und ein Neutron. Bezeichnen wir die Masse der einzelnen Quanten der härtesten Strahlung mit p , so hat das Proton eine Masse von $739 p$ und das Neutron eine solche von $740 p$; denn die Summe von 739 und 740 ist $1479 \sim 1480 = \frac{z}{2}$. Die Massen von Proton und Neutron müssen sich demnach verhalten wie

$$\frac{m_P}{m_N} = \frac{739}{740}.$$

Die tatsächlichen Massen sind $m_P = 1,00758$ und $m_N = 1,00895$. Wenn die hier angestellten Überlegungen richtig sind, so muß sein:

$$\frac{739}{740} = \frac{1,00758}{1,00895}.$$

Es ergibt sich tatsächlich, daß sehr genau $1,00895 \cdot 739 = 1,00758 \cdot 740$ ist. Wir wollen uns mit dieser Rechnung aber nicht begnügen, da sich auch noch eine gute Übereinstimmung ergibt, wenn die Quantenzahlen etwas von den oben angegebenen Werten abweichen. Das Proton soll sich aus z' Massequanten zusammensetzen. Dann ist $m_P = z' \cdot p$ und $m_N = (z' + 1) \cdot p$, wobei z' eine ungerade Zahl ist. Daraus erhält man $m_N - m_P = p$, und es ist

$$z' = \frac{m_P}{p} = \frac{m_P}{m_N - m_P}.$$

Nun soll eine Wellenlänge des härtesten Strahles sich aus den Quanten von zwei Protonen und zwei Neutronen zusammensetzen. Also ist die Quantenzahl pro Wellenlänge

$$z_{(\lambda)} = 2z' + 2(z' + 1) = 4z' + 2 = \frac{2(m_N + m_P)}{(m_N - m_P)}. \quad (10)$$

Ist diese Überlegung richtig, so muß sich wieder die auf ganz andere Weise gefundene Wellenquantenzahl $z_{(\lambda)} = 2960$ ergeben. Mit den tatsächlichen Massen von m_N und m_P erhält man mit Gleichung (10)

$$z_{(\lambda)} = \frac{4,03306}{0,00137} = 2944.$$

Die Abweichung beträgt etwa 0,5%. Man könnte sagen, daß die Erkenntnis der quantenmäßigen Zusammensetzung von Protonen und Neutronen, entstanden aus der Strahlung, besser fundiert wäre, wenn die Übereinstimmung in $z_{(\lambda)}$ noch größer wäre. Hierzu ist aber folgendes zu sagen: Bei unseren Betrachtungen sind wir vom Analogon zur Seilwelle ausgegangen, die sowohl in ihrer zeitlichen als auch örtlichen Variation harmonisch angenommen wurde. Im Fall der Strahlung haben wir es aber mit einer Welle zu tun,

auf der die Masse in konstanten Abständen quantenmäßig verteilt ist. Wir erhalten damit ein Polygon und, streng genommen, keine harmonische Verteilung der Ausschläge mehr. Da aber die Quanten sehr dicht nebeneinanderliegen, ist die Abweichung äußerst gering, und der dadurch gemachte Fehler dürfte weit unter den oben errechneten 0,5% liegen. Ferner sind wir bei der Berechnung der Zahl $\frac{\pi^2}{12} = 0,8225$, die später noch eine bedeutende Rolle spielen wird, davon ausgegangen, daß sich die dicht hintereinanderliegenden Massequanten des Strahles auf einer Geraden befinden. In Wirklichkeit liegen sie auf einer Schraubenlinie. Der Fehler ist allerdings sehr klein und würde für sich allein eine geringere Abweichung in $z_{(\lambda)}$ ergeben als 0,5%. Die bemerkenswerteste Fehlerquelle dürfte aber in der Genauigkeit der Werte für die Protonen- und Neutronenmasse liegen; denn die obige Rechnung ist sehr empfindlich, da in den Nenner der Gleichung (10) die Differenz zweier fast gleicher Größen eingeht. Es ist notwendig, auch die sechste Stelle hinter dem Komma zu kennen, um die erforderliche Genauigkeit erreichen zu können. Nimmt man einmal die Protonenmasse mit $m_p = 1,007587$ an, so ergibt sich mit

$$z_{(\lambda)} = \frac{4,033074}{0,001363} = 2959$$

ein Wert, der mit dem geforderten sehr gut übereinstimmt. Dabei beträgt die gewählte Abweichung von dem mir bekannten Wert der Protonenmasse nur 0,0007%. Da sich später noch weitere Beweise für die Richtigkeit der obigen Erkenntnisse führen lassen, so können wir jetzt die beiden Gleichungen (7) und (10) miteinander verbinden, und wir erhalten die Gleichung

$$\frac{2(m_N + m_P)}{(m_N - m_P)} = \frac{4}{0,8225 \cdot \sqrt{2}} \cdot \frac{hc}{e^2} \quad \text{oder} \quad \frac{(m_N + m_P)}{(m_N - m_P)} = 1,7194 \frac{hc}{e^2}, \quad (11)$$

die die gesuchte Beziehung zwischen den Naturkonstanten darstellt.

Wir hatten gesehen, daß sich Proton und Neutron aus z' und $(z' + 1)$ Quanten der Größe $p = m_N - m_P$ zusammensetzen. Die Masse p stellt dann das Photon der kürzesten Strahlung dar, die überhaupt denkbar ist. Alles, was noch kürzer ist, ist als Strahlung im MAXWELLSchen Sinn nach den obigen Überlegungen nicht mehr vorhanden, sondern stellt Masse dar. Bei einer Strahlung mit dem Quant der Größe p beginnt die Instabilität der Strahlung. Das schließt nicht aus, daß auch noch größere Quanten entstehen können. Diese müssen dann aber neutral sein und können physikalisch keinen Wellenvorgang mehr bilden. Ihre Bewegung ist nur im korpuskularen Sinn denkbar als mit Lichtgeschwindigkeit bewegte Teilchen. Theoretisch kann man ihnen nach dem PLANCK-EINSTEINSchen Gesetz natürlich auch eine Welle zuschreiben. Selbstverständlich können auch Teilchen, die kleiner als das p -Quant sind, sich geradlinig mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, ohne eine Welle zu bilden; sie müssen dann aber auch neutral sein. Wir können jetzt diese Wellenlänge errechnen. Es ist:

$$p \cdot c^2 = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} \quad \text{oder} \quad \lambda_{\min} = \frac{h}{p \cdot c}.$$

Mit $p = m_N - m_P = 0,00137 \text{ ME} = \frac{0,00137}{6,024 \cdot 10^{23}} \text{ g}$ erhält man

$$\lambda_{\min} \approx 10^{-10} \text{ cm.}$$

Die Entfernung der p -Quanten voneinander könnte man, solange noch keine kleinere Länge gefunden ist, als die Elementarlänge bezeichnen. Die ausgezeichnete Wellenlänge war 10^{-10} cm. Da sich auf ihr ca. 3000 p -Quanten befinden, so wäre der Abstand dieser Quanten und damit die Elementarlänge ca. $3 \cdot 10^{-14}$ cm. In diesem Zusammenhang könnte man auch von einer Elementarzeit sprechen. Es wäre die Zeit, die das Licht braucht, um diese Strecke zurückzulegen. Die Elementarzeit wäre dann ca. 10^{-24} sec. Die PLANCKSche Strahlungskurve müßte bei der obigen Wellenlänge aufhören. Das hat auf die Leistung der schwarzen Strahlung praktisch keinen Einfluß, da die Energie der Oszillatoren bei diesen hohen Frequenzen äußerst gering ist.

Jedes dieser Strahlungsquanten hat die Energie pc^2 . Da das Proton sich durch Zusammenballung von z' Quanten bei dem Zerfall der Welle gebildet hat, so steckt im Proton die Energie von $z' \cdot pc^2 = m_P \cdot c^2$ und im Neutron die Energie von $(z' + 1)pc^2 = m_N \cdot c^2$. Da sich Proton und Neutron massenmäßig aus einzelnen Quanten aufbauen, die durch elektrostatische Kräfte zusammengehalten werden, so ist zu vermuten, daß beim Beschuß des Kernes mit Neutronen die Kernbausteine auch wieder quantenmäßig zerfallen, d. h., daß die herausgeschleuderten Teilchen und damit die Massendefekte der Elemente ein ganzzahliges Vielfaches von $p = m_N - m_P$ sind. Wenn man den Massenschwund der einzelnen Elemente daraufhin einmal untersucht, so wird man finden, daß sich die Annahme bei einigen bestätigt, bei anderen dagegen nicht. Damit ist aber noch nicht gesagt, daß die Annahme falsch ist; denn dazu ist es notwendig, wie wir bereits oben gesehen haben, daß die Atomgewichte und Massenzahlen auf noch mehr Dezimalen genau bestimmt sein müßten, als das der Fall ist. Wenn sich bei der Geburt eines Elementes Protonen und Neutronen vereinigen, um einen Atomkern zu bilden, so werden bei dem Zusammenstoß ebenfalls quantenmäßige Bruchstücke der Größe np (n ist eine ganze Zahl) entstehen. Die Masse np , durch deren Defekt bekanntlich die große Energie npc^2 entsteht, braucht aber nicht verschwunden zu sein; denn nach unseren Überlegungen ist jede Elementarmasse mit Energie geladen. Wenn nun diese Masse aus dem Kern herausgeschleudert wird, so nimmt sie eben ihre Energie mit, die dann nach außen abgegeben wird, wobei die Masse ihre Energie verliert, ohne aber selbst dabei verschwunden zu sein.

Jedes Strahlungsquant können wir als Elementarmasse bezeichnen, die automatisch die Energie $h \cdot \nu$ besitzt. Wie wir gesehen haben, setzen sich die Kernbausteine und damit die ganze Materie aus den Quantenmassen p der härtesten Strahlung zusammen. Die Materie besitzt damit notwendigerweise die Energie $N \cdot h \cdot \nu_{\max}$, wenn N die Anzahl der p -Quanten der Materie ist. Damit ist keine Masse ohne Energie denkbar, aber auch keine Energie ohne Masse. Von diesem Standpunkt aus gesehen, besteht die Formulierung, daß die Summe aus Masse und Energie konstant ist, nicht mehr zu Recht, sondern wir können wieder die alte Formulierung anwenden, daß Masse und Energie für sich konstant bleiben. Durch diese Vorstellung wird auch der radioaktive Zerfall anschaulich. Wir wollen dabei die α -Strahlen ausschließen, da es sich hierbei um das Ausstoßen von ganzen Kernbausteinen handelt. Wenn bei dem Beschuß mit Neutronen eine γ -Strahlung auftritt — ich denke z. B. an Kobalt 60 —, so ist vorstellbar, daß ein Neutron genauso wieder in p -Quanten zerfällt, wie es nach unseren vorhergehenden Überlegungen aus den p -Quanten entstanden ist. Es müßte also dabei die härteste in der Natur vorstellbare γ -Strahlung entstehen. Auf die aus dem Kern stammende β -Strahlung möchte ich später noch besonders eingehen. Bei dem Zerfall eines Neutrons oder Protons können natürlich auch

Bruchstücke entstehen, deren Massen ein ganzzahliges Vielfaches von p sind. Ihre Größe muß also zwischen der Masse p des härtesten γ -Quantes und der Masse des Protons bzw. Neutrons liegen. Infolge der abwechselnden Ladungen des p -Quantes können die Bruchstücke je nach der Anzahl ihrer Quanten mit dem positiven oder negativen Elementarquantum geladen sein, sie können aber bei gerader Quantenzahl auch neutral sein. Wir kennen diese Teilchen im ersten Fall als π - und μ -Mesonen, im zweiten Fall als Neutrinos. Auch hier müßte eine genauere Massenbestimmung zeigen, ob die Behauptung, daß es sich dabei um Teilchen handelt, deren Masse ein ganzzahliges Vielfaches von p ist, richtig ist.

Die Bestimmung des Strahlungsdruckes gibt uns ein weiteres Beispiel für die Anwendung der Analogiebetrachtung zur Seilwelle. Wir gehen zunächst von einem hydrodynamischen Beispiel aus. Strömt ein Flüssigkeitsstrahl der Dichte d und der Länge l mit der Geschwindigkeit v auf ein Rohr mit dem Querschnitt F zu, dessen hinteres Ende verschlossen ist, so wird die kinetische Energie des Strahles vernichtet, indem eine ihm entgegengesetzt gerichtete Kraft P über die Länge l wirkt. Wir können den Vorgang dadurch beschreiben, indem wir ansetzen:

$$\text{Kinetische Energie} = \frac{F \cdot l \cdot d}{2} \cdot v^2 = P \cdot l$$

und erhalten daraus den Staudruck

$$p = \frac{P}{F} = \frac{d}{2} v^2,$$

der bei diesem Beispiel im allgemeinen aus der BERNOULLISCHEN Gleichung abgeleitet wird. Denselben Gedankengang können wir auch bei der Bestimmung des elektrischen Strahlungsdruckes anwenden. Fällt ein solcher Strahl, entsprechend Bild 1, dessen Länge z. B. aus r Wellenlängen besteht, auf eine absorbierende schwarze Fläche, so wird seine Energie ebenfalls durch eine dem auffallenden Strahl entgegengesetzt gerichtete Kraft P über die Strecke $r \cdot \lambda$ vernichtet. Nach Gleichung (6) war aber die Energie einer Welle $E = S \cdot \lambda$. Wir können damit schreiben:

$$S \cdot \lambda \cdot r = P \cdot r \cdot \lambda \quad \text{oder} \quad P = S.$$

Denken wir uns N solche Strahlen pro cm^2 , so ist der Strahlungsdruck

$$p_s = N \cdot S \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}.$$

Aus Gleichung (2) erhält man $S = q \cdot c^2$, und mit $q = \frac{z \cdot m}{\lambda}$ ergibt sich der Strahlungsdruck

$$p_s = \frac{N \cdot z \cdot m \cdot c^2}{\lambda}.$$

$N \cdot z$ ist die Anzahl der Photonen in einem Quader von $\lambda \text{ cm}^3$ Rauminhalt. Bezeichnen wir die Anzahl der Photonen pro cm^3 mit N_0 , so ist $N \cdot z = N_0 \cdot \lambda$, und wir erhalten damit

$$p_s = N_0 \cdot m \cdot c^2 = N_0 \cdot h \cdot \nu$$

oder, wenn verschiedene Wellenlängen wirken,

$$p_s = \Sigma \Delta N_0 h \nu = \frac{\Sigma c \cdot \Delta N_0 \cdot h \nu}{c} = \frac{\text{Bestrahlungsstärke in } \frac{\text{Erg}}{\text{cm}^2 \text{ sec}}}{c \text{ in cm/sec}} \quad (12)$$

Gleichung (12) ist die bekannte Beziehung für den Strahlungsdruck auf eine schwarze Fläche.

Wir haben gesehen, daß es ein härtestes Strahlungsquant p gibt, dem eine kürzeste Wellenlänge λ_{\min} entspricht. Genauso ist zu vermuten, daß die Wellenlänge der Strahlung nicht bis ins Unendliche ansteigen wird, sondern daß es eine größte Wellenlänge gibt, bei der die Strahlung aufhört, zu der ein kleinstes Strahlungsquant gehört. Die Masse dieses Strahlungsquanten könnte man als die kleinste in der Natur überhaupt vorkommende Elementarmasse bezeichnen, und es ist anzunehmen, daß jede andere Masse wieder ein ganzzahliges Vielfaches dieser kleinsten Elementarmasse darstellt. Um diese Verhältnisse zu übersehen, wollen wir folgende Überlegungen anstellen: Bekanntlich ist die kinetische Energie eines Moleküls m mit der Temperatur durch die Beziehung

$$\frac{m}{2} u^2 = \frac{3}{2} k T$$

verknüpft, wenn u die Geschwindigkeit des Moleküls, k die BOLTZMANNsche Konstante und T die absolute Temperatur sind. Befindet sich nun die Strahlung mit ihrer Umgebung im Gleichgewicht, so muß auch die kinetische Energie der Photonen gleich der Energie der Moleküle sein. Wir können damit schreiben:

$$\frac{m}{2} c^2 = \frac{3}{2} k T,$$

wenn m jetzt die Masse des Photons und c die Lichtgeschwindigkeit sind. In der Schreibweise der Wellenmechanik würde das heißen:

$$h \cdot \nu = 3 k T.$$

Sind verschiedene Wellenlängen an diesem Effekt beteiligt, so können wir eine effektive Wellenlänge einführen und nach einer kleinen Umrechnung schließlich schreiben

$$\lambda_{\text{eff}} \cdot T = \frac{h \cdot c}{3 k}. \quad (13)$$

Wir vergleichen jetzt dieses Ergebnis mit dem, das wir bei der Emission eines schwarzen Strahlers erhalten. Nach PLANCK ist bei unpolarisierter Strahlung die zwischen den Frequenzen ν und $(\nu + d\nu)$ in den Raumwinkel 1 ausgestrahlte Leistung

$$\frac{2 h \nu^3 \cdot d\nu}{c^2 \left[\frac{h \nu}{e k T} - 1 \right]}$$

Dividieren wir diesen Betrag durch die Energie $h \cdot \nu$ der Photonen, so erhalten wir die Anzahl dn der pro cm^2 und pro sec zwischen den Frequenzen ν und $(\nu + d\nu)$ ausgestrahlten Quanten. Die über den ganzen Frequenzbereich von $\nu = 0$ bis $\nu = \infty$ emittierte Quantenzahl ist dann

$$n = \int_0^{\infty} \frac{2 \nu^2 d\nu}{c^2 \left[\frac{h \nu}{e k T} - 1 \right]} = \frac{2 k^3 T^3}{c^2 h^3} \int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(e^x - 1)}, \quad (14)$$

wenn wir den Ausdruck $\frac{h \cdot \nu}{k \cdot T}$ mit x bezeichnen. Das Integral der Gleichung (14) können wir auch in der Form

$$\int x^2 e^{-x} dx + \int x^2 e^{-2x} dx + \int x^2 e^{-3x} dx + \dots$$

schreiben. Ganz allgemein ist

$$\int x^2 e^{-nx} dx = -\frac{1}{n^3} \left[\frac{(nx)^2 + 2(nx) + 2}{e^{nx}} \right],$$

und das obige Integral wird

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^3} \left[\frac{(nx)^2 + 2(nx) + 2}{e^{nx}} \right]_0^{\infty} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2}{n^3} = 2 \left[\frac{1}{1^3} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \dots \right] = 2 \cdot 1,202.$$

Führen wir auch hier wieder eine effektive Frequenz bzw. eine effektive Wellenlänge ein, so muß $n h \nu_{\text{eff}}$ gleich der gesamten in den Raumwinkel 1 emittierten Strahlungsleistung sein. Wir erhalten damit

$$2 \cdot 1,202 \frac{2 k^3 T^3}{c^2 h^3} h \nu_{\text{eff}} = \frac{2 \pi^4 k^4 T^4}{15 c^2 h^3}$$

und daraus nach einigen Umformungen schließlich

$$\lambda_{\text{eff}} \cdot T = \frac{h \cdot c}{2,7 k}. \quad (15)$$

Wir bekommen damit nicht dasselbe Ergebnis wie in Gleichung (13). Daraus geht hervor, daß nicht alle Strahlungsquanten an dem Wärmeeffekt beteiligt sind. Wir dürfen also das PLANCKSche Spektrum nicht über alle Frequenzen summieren. Die obere Grenze $\nu = \infty$ können wir beibehalten, obgleich nach unserer Theorie auch hier die Strahlung bei $\lambda_{\text{min}} \approx 10^{-10}$ cm aufhört. Es läßt sich aber zeigen, daß die Leistung der noch kürzeren Wellen praktisch keinen Einfluß auf die Gesamtleistung hat. Die untere Grenze müssen wir nun so wählen, daß das Endergebnis eine Übereinstimmung mit Gleichung (13) ergibt. Man findet nach einigen Versuchen, daß sie ungefähr bei $x = 0,9$ liegt. Das Integral der Gleichung (14) zur Bestimmung der wirksamen Quantenzahl n müssen wir also jetzt zwischen den Grenzen $x = \infty$ und $x = 0,9$ errechnen. Man erhält dann

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^3} \left[\frac{(nx)^2 + 2(nx) + 2}{e^{nx}} \right]_{0,9}^{\infty} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{0,81 n^2 + 1,8 n + 2}{n^3 \cdot e^{0,9n}} = 2,107.$$

Die Berechnung der gesamten in den Raumwinkel 1 ausgestrahlten Leistung ergibt zwischen den Grenzen $x = \infty$ und $x = 0,9$

$$\int_{0,9 \frac{kT}{h}}^{\infty} c^2 \frac{2 h \nu^3 d\nu}{\left[\frac{h \nu}{e^{kT} - 1} \right]} = \frac{2 k^4 T^4}{c^2 h^3} \int_{0,9}^{\infty} \frac{x^3 dx}{(e^x - 1)} \quad (16)$$

Das Integral der Gleichung (16) läßt sich auf die Form

$$\int x^3 e^{-x} dx + \int x^3 e^{-2x} dx + \int x^3 e^{-3x} dx + \dots$$

bringen, deren allgemeines Integral

$$\int x^3 e^{-nx} dx = - \frac{1}{n^4} \left[\frac{(nx)^3 + 3(nx)^2 + 6(nx) + 6}{e^{(nx)}} \right]$$

ist. Damit erhält man für das Integral der Gleichung (16)

$$\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^4} \left[\frac{(nx)^3 + 3(nx)^2 + 6(nx) + 6}{e^{(nx)}} \right]_{0,9}^{\infty} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{0,729 n^3 + 2,43 n^2 + 5,4 n + 6}{n^4 \cdot e^{0,9n}} = 6,344.$$

Bei den Summenbildungen wurde mit dem zehnten Glied abgebrochen, da alle Summanden mit $n > 10$ keinen Einfluß mehr auf die vierte Dezimale der Endsumme haben. Mit den neuen Grenzen erhalten wir jetzt

$$2,107 \frac{2 k^3 T^3}{c^2 h^3} h \nu_{\text{eff}} = 6,344 \frac{2 k^4 T^4}{c^2 h^3}$$

und daraus schließlich

$$\lambda_{\text{eff}} \cdot T = \frac{h \cdot c}{3 k}.$$

Wir erhalten also eine Übereinstimmung mit Gleichung (13), wenn die untere Grenze

$$x = \frac{h \cdot \nu}{k \cdot T} = 0,9 \quad (17)$$

wird. Alle Frequenzen, die unter $0,9 \frac{k T}{h}$ liegen, tragen zur Wärmebewegung nicht mehr bei. Nehmen wir die uns umgebende Durchschnittstemperatur mit $T = 273^\circ \text{K}$ an, so erhalten wir aus Gleichung (17) diejenige größte Wellenlänge λ_0 , bei der die Wärmestrahlung aufhört. Man bekommt

$$\lambda_0 = \frac{h \cdot c}{0,9 k T} = \frac{h \cdot c}{0,9 \cdot 273 \cdot k} = 0,0053 \text{ cm} = 0,053 \text{ mm}.$$

Betrachtet man daraufhin einmal eine Wellenlängenskala, die die gegenseitige Abgrenzung der verschiedenen Strahlungsarten enthält, so stellt man tatsächlich fest, daß die obere Grenze der Wärmestrahlung zwischen $\lambda = 10^{-1}$ und $\lambda = 10^{-2}$ mm liegt. Aus Gleichung (17) ergibt sich die eigenartige Erscheinung, daß der Strahlungsbereich, der zur Wärmebewegung keinen Anteil mehr mit beiträgt, von der Temperatur abhängig ist. Hier mag uns aber zur Erklärung die Erscheinung der Supraleitung dienen; denn hier hört die Wärmebewegung der beteiligten Atome auch bereits vor Erreichen des absoluten Nullpunktes auf. Der Impuls ist bei den tiefen Temperaturen eben nicht mehr groß genug, um die noch vorhandene Wärmeenergie auf die Atome gegen ihre Bindung im Stoff zu übertragen.

Um nun auf die am Anfang dieses Kapitels gestellte Frage zurückzukommen, ob auch eine kleinste Elementarmasse denkbar ist, könnte die Physik der tiefen Temperaturen eine Antwort auf diese Frage geben. Bekanntlich ist es nach dem dritten Hauptsatz der Wärmelehre nicht möglich, den absoluten Nullpunkt zu erreichen; aber man ist diesem Punkt schon sehr nahe gekommen ($0,0015^\circ \text{K}$). Schreibt man Gleichung (17) in der Form

$$\frac{mc^2}{k T} = 0,9,$$

so erhält man daraus das kleinste Photonenquant

$$m = \frac{0,9 k T}{c^2}, \quad (18)$$

das an der Wärmebewegung bei der jeweiligen Temperatur noch beteiligt ist. Sollten sich nun die Massen der Photonen quantenmäßig ändern, so müßten sich auch die tiefen Temperaturen sprunghaft ändern. Durch viele Versuchsreihen wäre eine große Anzahl tiefster Temperaturen zu beobachten und mit Gleichung (18) das jeweilige kleine Strahlungsquant m zu errechnen. Dann wäre festzustellen, ob die beobachteten Massen m ein ganzzahliges Vielfaches einer ganz bestimmten kleinsten Masse m_{min} sind. Sollte das der Fall sein, so wäre m_{min} die kleinste in der Natur vorkommende Elementarmasse und jede andere Masse ein ganzzahliges Vielfaches davon. Daraus ginge weiter hervor, daß sich nicht nur Temperatur und Masse quantenmäßig ändern, sondern auch die Fre-

quenzen bzw. die Wellenlängen der Strahlung. Daß diese Elementarmasse sehr klein wäre, zeigt eine Rechnung an Hand der Gleichung (18), wenn man einmal die tiefe Temperatur $T = 0,0015^\circ \text{K}$, die ja noch nicht die tiefste je erreichbare Temperatur zu sein braucht, einsetzt. Man erhält dann $m = 2 \cdot 10^{-40} \text{g}$. Da im Gleichgewichtszustand $m c^2 = 3 kT$ ist, so wäre unter der Voraussetzung, daß an der Wärmebewegung nur die kleinsten Elementarquanten beteiligt sind, die tiefste je erreichbare Temperatur gegeben durch die Beziehung

$$T_{\min} = \frac{c^2}{3k} \cdot m_{\min}$$

Bei Annahme einer sprunghaften Veränderung der Temperatur wäre die nächst tiefere Temperatur der absolute Nullpunkt selbst. Dazu müßte dem Körper der letzte Rest von Wärme entzogen werden. Dieser Wärmeentzug müßte dann auch quantenhaft vor sich gehen. Infolge der Berührung mit wärmeren Körpern ist das aber nicht möglich, so daß die absolute Temperatur $T = 0$ nicht erreicht wird.

Die höchste theoretisch denkbare Temperatur hätte unter der Annahme, daß zu ihrer Entstehung nur die Quanten der härtesten Strahlung beitragen, den Betrag

$$T_{\max} = \frac{c^2}{3k} \cdot p = \frac{9 \cdot 10^{20} \cdot 10^{16} \cdot 0,00137}{3 \cdot 1,38 \cdot 6 \cdot 10^{23}} = 5 \cdot 10^9 \text{ Grad K.}$$

Wir haben bisher gesehen, daß sich die Nucleonen aus einer Viertelwellenlänge der härtesten γ -Strahlung bilden. Es wäre jetzt zu überlegen, wie sich nach dem Zerreißen dieser Welle die einzelnen p -Quanten anordnen, um ein Neutron oder ein Proton zu ergeben. Die bekannten Größen des mechanischen und magnetischen Kernspins müssen uns eine Antwort darauf geben können. Wenn I das Massenträgheitsmoment und ω die Winkelgeschwindigkeit sind, so ist die Energie E , die in der Drehbewegung steckt, durch die Beziehung

$$E = \frac{I}{2} \omega^2$$

gegeben, und man erhält daraus durch Differenzieren nach ω den Drehimpuls oder Spin (auch Drall genannt):

$$Sp = \frac{dE}{d\omega} = I \cdot \omega.$$

Beim Zusammenballen der abwechselnd positiv und negativ geladenen p -Quanten zu einem Kernbaustein kann zunächst ein beliebiger Körper entstehen, z. B. ein Ring, ein

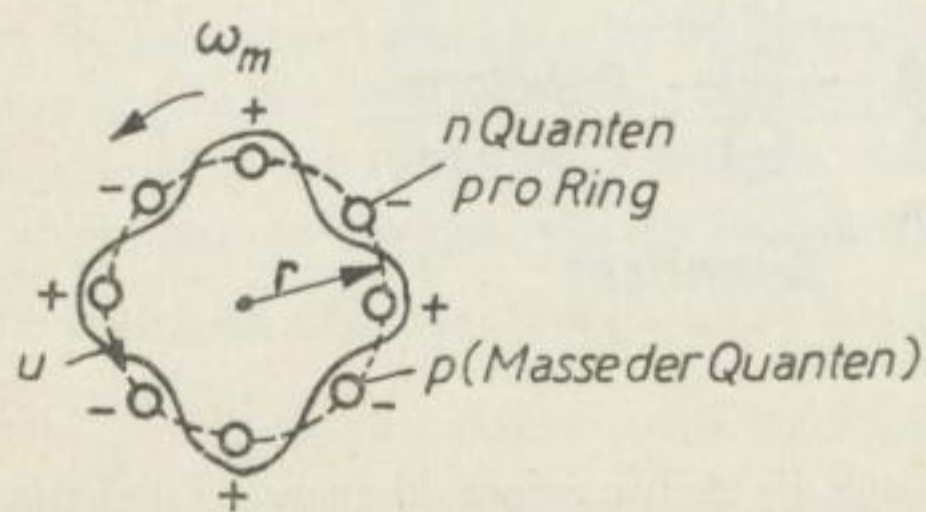


Bild 3

Zylinder, eine Scheibe oder eine Kugel. Legen wir durch irgendeinen dieser Körper einen Schnitt senkrecht zu seiner Drehachse, so erhalten wir eine Figur, wie sie Bild 3 zeigt. Dabei können, was hier nicht dargestellt ist, noch weitere Ringe mit abwechselnden Ladungen konzentrisch zu dem gezeichneten angeordnet sein. Befinden sich auf einem solchen Ring n Quanten, so ist die elektrische Frequenz

$$\omega_{\text{el}} = \omega_m \cdot \frac{n}{2}, \quad (19)$$

wenn $\omega_m = \frac{u}{r}$ die mechanische Frequenz ist. Wir betrachten jetzt noch einmal Bild 1, das die ganze Welle mit $z_{(\lambda)}$ Quanten zeigt. Es war $p c^2 = h \cdot \nu$, wobei $\nu = \frac{c}{2\pi \cdot y_0}$ die mechanische Frequenz darstellt, da sie bei dem einzelnen Quant einer vollen Umdrehung entspricht. Multiplizieren wir diese Gleichung mit der Wellenquantenzahl $z_{(\lambda)}$, so erhalten wir $z_{(\lambda)} \cdot p c^2 = h \cdot \nu \cdot z_{(\lambda)}$, wobei $z_{(\lambda)} \cdot p$ die Masse M der ganzen Welle ist und $\nu \cdot z_{(\lambda)}/2$ die bei einem Wellendurchgang abgegebene elektrische Frequenz ν_{el} . Damit erhält man

$$M \cdot c^2 = h \cdot 2 \nu_{\text{el}}.$$

Da die Masse des Protons nur ein Viertel der ganzen Wellenmasse M ist, so wird die Energie des Protons im Wellenzustand

$$E = m_p c^2 = \frac{h \cdot \nu_{\text{el}}}{2} = \frac{h \cdot \omega_{\text{el}}}{4\pi}$$

und sein Spin

$$S_{pp} = \frac{dE}{d\omega_{\text{el}}} = \frac{h}{4\pi}. \quad (20)$$

Genau dasselbe gilt natürlich auch für das Neutron. Wir haben in Gleichung (20) nach ω_{el} differenziert. Tatsächlich müssen wir aber bei der Ableitung des mechanischen Spins aus der Rotationsenergie nach ω_m differenzieren. Die rechte Seite der Gleichung (20) wäre damit noch mit $\frac{d\omega_{\text{el}}}{d\omega_m}$ zu multiplizieren. Die Erfahrung bestätigt aber das Ergebnis der Gleichung (20) als richtig. Somit muß bei dem tatsächlichen Aufbau der Nucleonen $\frac{d\omega_{\text{el}}}{d\omega_m} = 1$ werden, also $\omega_{\text{el}} = \omega_m$ sein. Die mögliche Struktur zeigt uns Bild 3, und die dazugehörige Frequenzgleichung ist in Gleichung (19) angegeben. Damit die Gleichung (19) die geforderte Bedingung erfüllt, muß $n = 2$ sein. Daraus ergibt sich, daß auf einem Ring nur zwei Massequanten mit entgegengesetzten Ladungen vorhanden sein können, die um 180° gegeneinander versetzt angeordnet sind. Alle anderen zum Proton oder Neutron noch gehörenden Quanten der Masse p müssen genauso angeordnet sein. Damit ergibt sich als Aufbau eines Nucleons ein sehr schlanker Quader, wobei infolge der abwechselnden Ladungen die Quanten dicht aneinanderliegen, wie es Bild 4

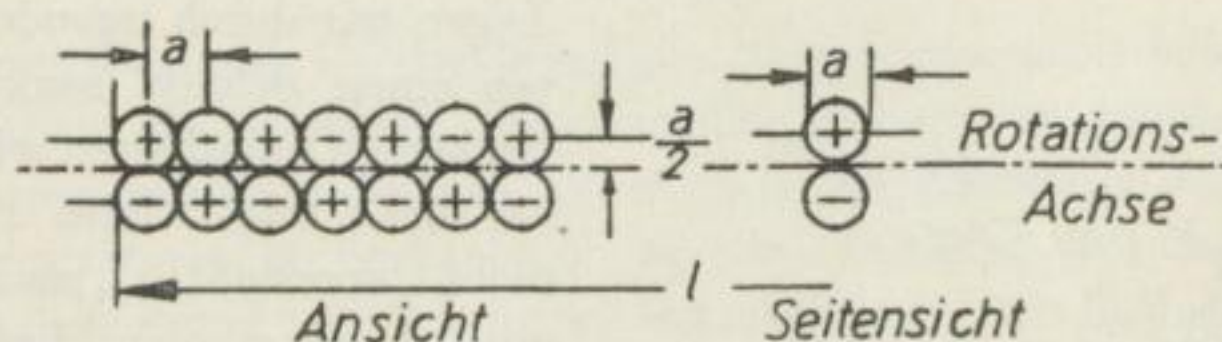


Bild 4

zeigt. Dabei rotiert das Neutron oder Proton um die Achse seines kleinsten Trägheitsmomentes als freie Achse. Diese ist bekanntlich stabil. Die Trägheitsmomente um die

beiden anderen Achsen unterscheiden sich nur sehr wenig. Der Abstand a der einzelnen Quanten bei der härtesten Strahlung war nach früheren Überlegungen

$$a = \frac{\lambda_{\min}}{z(\lambda)} = \frac{1}{10^{10} \cdot 2960} \text{ cm.}$$

Nehmen wir an, daß dieser Abstand bereits im Zustand der Welle so klein ist, daß eine Berührung der einzelnen Quanten stattfindet (eine Erscheinung, aus der man den Zerfall der Welle deuten könnte), so stellt a auch den Durchmesser der einzelnen p -Quanten dar. Da sich z. B. ein Neutron nach den vorhergehenden Überlegungen aus 740 solchen Quanten zusammensetzt, so würde seine Länge

$$l = \frac{740}{10^{10} \cdot 2960 \cdot 2} = \frac{1}{8 \cdot 10^{10}} \approx 10^{-11} \text{ cm}$$

sein. Diese Struktur der Kernbausteine, die sich aus der hier entwickelten Theorie ergibt, enthält gleichzeitig eine Erklärung für die Erscheinung, daß sich die Protonen trotz ihrer positiven Ladung gegenseitig nicht abstoßen. Denken wir uns zwei Protonen mit parallelen Längsachsen so nebeneinanderliegen, daß sich immer entgegengesetzte Ladungen gegenüber befinden, so müssen die beiden Protonen zusammenhalten. Dasselbe gilt natürlich erst recht für die Neutronen. Sobald aber beide einen kleinen Abstand voneinander haben, heben sich, wie man leicht einsieht, bei den Neutronen die Kräfte der einzelnen Ladungen gegenseitig auf, und bei den Protonen überwiegen dann die abstoßenden Kräfte. Man könnte diese Kräfte als Klebkräfte bezeichnen, da sie nur bei unmittelbarer Berührung wirken. Man hat hierfür den Ausdruck Nahkräfte geprägt, ohne allerdings eine physikalische Vorstellung damit zu verbinden. Auch nimmt man an, daß diese Kräfte nicht elektrischer Natur sind. Vielleicht gibt die hier aufgestellte Theorie doch eine richtige Erklärung hierfür.

Da wir nach Bild 4 die Abmessungen der Kernbausteine kennen, so können wir aus der bekannten Größe des Spins auch etwas über die energetischen Verhältnisse des einzelnen Nucleons aussagen. Berücksichtigen wir bei der Drehung um die Längsachse nur das Trägheitsmoment der Massen, bezogen auf diese Achse, und vernachlässigen das Trägheitsmoment der p -Quanten um ihre eigene Achse, da wir ihre Gestalt nicht kennen, so kann man den Spin auch in der Form

$$m_p \cdot \frac{a}{2} \cdot u = \frac{h}{4\pi} \quad (21)$$

schreiben, wenn u die Umfangsgeschwindigkeit ist. Sie ergibt sich ungefähr zu $2 \cdot 10^{10}$ cm/sec und ist damit kleiner als die Lichtgeschwindigkeit. Bei Berücksichtigung der Trägheitsmomente, bezogen auf die Schwerpunktsachse der p -Quanten, wäre sie noch kleiner. Im Wellenzustand war aber die Umfangsgeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit. Daraus geht hervor, daß die kinetische Rotationsenergie der p -Quanten im Zustand der Materie (also als Proton oder Neutron) kleiner ist als im Zustand der Welle. Nach wie vor ist aber die Energie, die ein Proton oder ein Neutron enthält, $m_p \cdot c^2$ bzw. $m_N \cdot c^2$. Die Differenz zwischen dieser Energie der Nucleonen und ihrer Rotationsenergie $\frac{m_p}{2} \cdot u^2$ bzw. $\frac{m_N}{2} \cdot u^2$ um ihre eigene Achse muß demnach noch in einer anderen Form vorhanden sein. Es kann sich dabei nur um eine kinetische Energie der Translation handeln; denn beim Zerfall der Welle werden die vier einzelnen Wellenstücke, die den Nucleonen entsprechen,

senkrecht zur Wellenfortpflanzung in vier verschiedene Richtungen fortgeschleudert, ähnlich wie die Funken am Umfang eines Schleifsteines. Wie wir später noch sehen werden, enthalten die einzelnen Kernbausteine noch eine weitere Energie. Infolge der Annäherung der einzelnen p -Quanten verkleinert sich die potentielle Feldenergie ihrer Ladungen. Diese setzt sich auch in Bewegungsenergie um und ist wahrscheinlich in Form von Schwingungsenergie vorhanden.

Wir haben in dem vorhergehenden Abschnitt gesehen, daß uns die Größe des mechanischen Spins in die Lage versetzt, etwas über den Aufbau der Kernbausteine auszusagen. Ähnlich muß es sich mit den elementaren magnetischen Momenten verhalten, deren Größe uns aus Messungen ebenfalls bekannt ist. Die folgenden Ausführungen erheben nun nicht

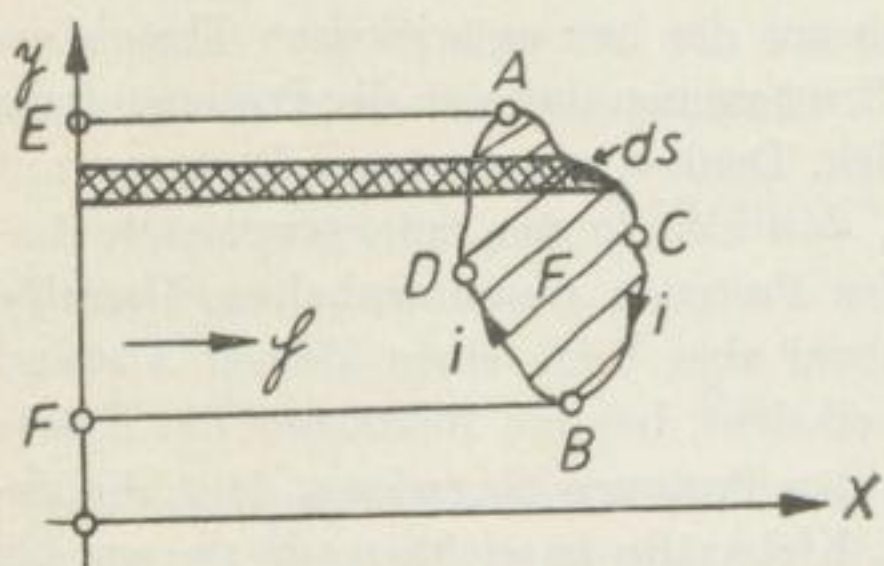


Bild 5

den Anspruch, unbedingt richtig zu sein; sie sollen lediglich zeigen, daß wir mit der Vorstellung, die wir nach den vorhergehenden Überlegungen von der Struktur eines Protons bzw. eines Neutrons gewonnen haben, in der Lage sind, in solcher Weise Korrekturen an dem erhaltenen Bild vorzunehmen, daß man damit auch die richtigen magnetischen Kernmomente erhält. Bild 5 zeigt eine vom Strom i durchflossene Schleife, deren Ebene parallel zur Richtung eines magnetischen Feldes der Stärke \mathfrak{S} liegt. Auf das Leiterstück ds

wird ein Moment der Größe $\mathfrak{S} \cdot i \cdot x \cdot dy$ um die y -Achse ausgeübt. Das Moment auf das Leiterstück ACB ist dann

$$M_1 = \mathfrak{S} \cdot i \int_B^A x dy = \mathfrak{S} \cdot i \cdot \text{Fläche } ACBFE$$

und auf das Leiterstück BDA

$M_2 = - \mathfrak{S} \cdot i \int_A^B x dy = - \mathfrak{S} \cdot i \cdot \text{Fläche } ADBFE$ (negativ, weil jetzt i entgegengesetzt fließt).

Das Moment, das auf die Leiterschleife wirkt, um sie senkrecht zur Zeichenebene einzustellen, ist dann die Summe von M_1 und M_2 , also

$$M = \mathfrak{S} \cdot i \cdot \text{Fläche } ACBD = \mathfrak{S} \cdot i \cdot F.$$

Da andererseits bei zwei Magnetpolen im Feld das Moment durch die Beziehung $M = \mathfrak{S} \cdot \mathfrak{M}$ gegeben ist, wobei \mathfrak{M} das magnetische Moment darstellt, so entspricht bei einer stromdurchflossenen Schleife dem magnetischen Moment der Ausdruck $F \cdot i$. Beim Proton z. B. bewegt sich die positive Ladung infolge des mechanischen Spins auf einem Kreis mit dem Radius r' , der uns zunächst noch nicht bekannt ist. Dann ist mit

$$F = r'^2 \cdot \pi \quad \text{und} \quad i = e \frac{u}{2 r' \cdot \pi}$$

$$\mathfrak{M} = \frac{e}{2} r' \cdot u = \frac{e}{2} r'^2 \cdot \omega,$$

wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des um seine Längsachse rotierenden Protons oder Neutrons ist. Diese Winkelgeschwindigkeit erhalten wir aus Gleichung (21), die wir auch in der Form

$$m_P \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \omega = \frac{h}{4\pi}$$

schreiben können. Damit erhält man ein magnetisches Moment der Größe

$$\mathfrak{M}_P = \frac{e \cdot h}{2\pi \cdot m_P} \left(\frac{r'}{a}\right)^2 = \frac{e \cdot h \cdot 2}{4\pi \cdot m_P} \left(\frac{r'}{a}\right)^2 \quad (22)$$

Gleichung (22) gilt für das Proton. Beim Neutron hätten wir dann die Neutronenmasse einzusetzen und erhalten

$$\mathfrak{M}_N = \frac{e \cdot h}{4\pi \cdot m_P} \cdot \frac{m_P}{m_N} \cdot 2 \left(\frac{r'}{a}\right)^2 \quad (23)$$

Dabei bezeichnet man den Ausdruck $\frac{e \cdot h}{4\pi \cdot m_P}$ als ein Kernmagneton. Messungen haben ergeben, daß das Proton ein magnetisches Moment von + 2,79 Kernmagnetonen, das Neutron ein solches von - 1,91 Kernmagnetonen besitzt. Für das Neutron ergibt sich damit nach Gleichung (23)

$$2 \frac{m_P}{m_N} \left(\frac{r'}{a}\right)^2 = - 1,91$$

und für das Proton nach Gleichung (22)

$$2 \left(\frac{r'}{a}\right)^2 = + 2,79.$$

Daraus kann man den Radius r' der umlaufenden Elementarladung berechnen und erhält für das Neutron

$$r'_N = \sqrt{\frac{1,91 m_N}{2 m_P}} \cdot a = \sqrt{\frac{1,91 \cdot 1,0016}{2}} \cdot a = 0,978 a$$

und für das Proton

$$r'_P = \sqrt{\frac{2,79}{2}} \cdot a = 1,18 a.$$

Es ist nun vorstellbar, daß sich beim Zerfall der Welle in vier Nucleonen an den Zerreistellen, d. h. an den Enden der Protonen und Neutronen, die p -Quanten etwas verschieben, so daß die Anordnung der äußersten Massequanten nach Bild 4 etwas ab-

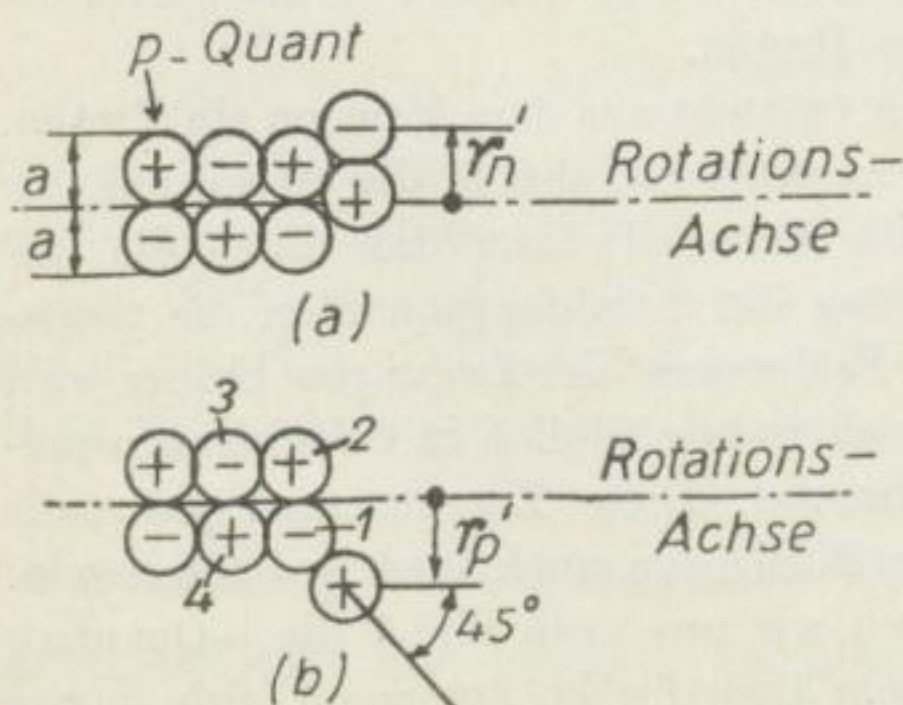


Bild 6

gewandelt werden muß. Ein Versuch zu einer solchen Deutung ist in Bild 6 dargestellt. In Bild 6a sehen wir ein Neutron, an dessen Ende sich die beiden letzten Quanten so verschoben haben, daß der Schwerpunkt des positiven in die Drehachse hineingerutscht ist. Dann hat dieses Quant keinen magnetischen Spin. Die anderen Quantenpaare, die regulär stehen, erzeugen infolge der abwechselnden Ladungen auch kein magnetisches Moment. Es bleibt also nur das magnetische Moment des verschobenen negativen p -Quantes übrig. Sein Radius ist $r'_n = a$; die Rechnung ergab $0,978 a$, und die Abweichung beträgt $2,2\%$. Das Kern-

magneton ist negativ, da eine negative Ladung umläuft. Der mechanische Spin wird durch die Verschiebung praktisch nicht beeinflusst, weil ein Neutron nach unserer Theorie 740 derartige p -Quanten besitzt.

Wenn nun das negative Quant abgeschleudert wird, entsteht ein Proton. Das positive Quant kann dann aber nicht in der Lage bleiben, wie es Bild 6a zeigt; denn die beiden benachbarten Quanten üben auf dieses eine Kraft aus, die senkrecht zur Rotationsachse nach unten wirkt. Das positive Quant wird sich demnach so lange in dieser Richtung verschieben, bis wieder ein Gleichgewichtszustand eingetreten ist. Das ist ungefähr in der Stellung der Fall, die in Bild 6b dargestellt ist. In dieser Lage erfolgt die resultierende Anziehungskraft der zunächstliegenden Quanten 1 bis 4 auf die positive Ladung unter einem Winkel von 45° zur Rotationsachse. Der Radius der exzentrisch liegenden Ladung ist damit $r'_P = a \frac{(1 + \sqrt{2})}{2} = 1,207 a$. Die obige Rechnung ergab $1,18 a$, und die Abweichung beträgt damit $2,25\%$. Die positive Ladung erzeugt ein positives Magneton. Wie bereits früher erwähnt, soll diese Darstellung nicht den Anspruch erheben, absolut richtig zu sein; denn es gibt auch noch andere Möglichkeiten, z. B. die Verschiebung mehrerer Quanten oder die Anlagerung an der Vorderseite des Nucleons, um den richtigen magnetischen Spin zu erhalten. Man könnte nun sagen, daß durch die bei der Rotation entstehenden Fliehkräfte die exzentrisch liegenden p -Quanten abgeschleudert werden. Zunächst läßt sich durch eine einfache Rechnung zeigen, daß bei den regulär liegenden Quanten die Fliehkraft immer wesentlich kleiner als die Anziehungskraft infolge der abwechselnden Ladungen ist. Auch bei dem exzentrisch gelagerten Quant des Neutrons überwiegt noch die Anziehungskraft der Ladungen, während bei dem verschobenen positiven Quant des Protons in der in Bild 6b gezeichneten Lage die Fliehkraft etwas überwiegt. Kennzeichnend für das Proton ist die freie Verschiebbarkeit des letzten p -Quantes, das sich im Wechselspiel der Ladungs- und Fliehkräfte so weit verschieben wird, bis ein Gleichgewichtszustand eingetreten ist. Diese Lage ist dann eine stabile. Sie entspricht damit nicht der in Bild 6b gezeichneten. Wohl aber muß in dieser Stellung des p -Quantes sein Ladungsradius wieder derselbe sein, nämlich $r'_P = 1,18 a$. Das negative Quant des Neutrons dagegen besitzt, wie aus Bild 6a ersichtlich ist, nicht diese vollkommen freie Verschiebbarkeit und hat damit nicht die Möglichkeit, in derselben Weise eine stabile Gleichgewichtslage zu finden. Wahrscheinlich beruht darauf die geringere Stabilität des Neutrons gegenüber dem Proton.

Durch den Verlust eines negativen p -Quantes entsteht aus dem Neutron ein Proton. Die Masse dieses Quantes muß außerhalb des Atomkernes, also in der Atomhülle, als Elektronenmasse erscheinen. Wir hatten bereits früher erwähnt, daß durch die An-

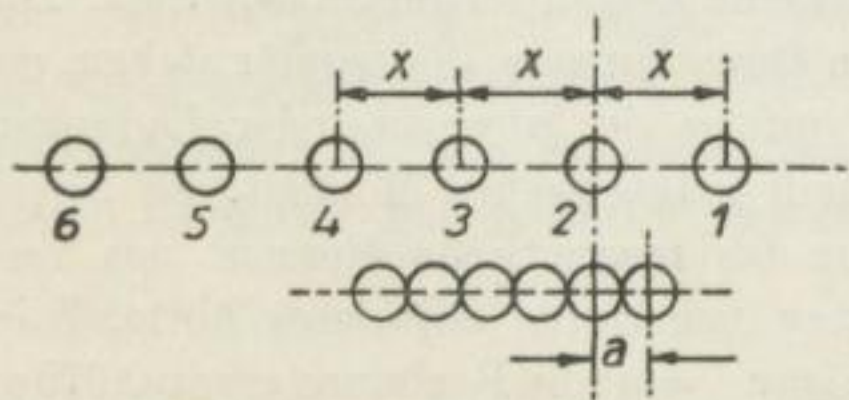


Bild 7

näherung der Strahlungsquanten die potentielle Feldenergie der Ladungen kleiner wird und sich wahrscheinlich in Schwingungsenergie umsetzt. Diese Energie muß jedenfalls in den Nucleonen auch noch enthalten sein. Denken wir uns nach Bild 7 die p -Quanten, aus dem Unendlichen kommend, sich immer mehr nähern, bis sie schließlich im Abstand a nebeneinanderliegen und damit den Nucleonen-

zustand annehmen (siehe Bild 4), so wirkt im Abstand x der Quanten voneinander auf das Quant 1, herrührend von den Quanten 2, 3, 4, 5 . . . , die Kraft

$$K = \frac{e^2}{x^2} \left[1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \dots \right] = 0,8225 \frac{e^2}{x^2}.$$

Die Energie, die dem Quant 1 auf seinem Weg aus dem Unendlichen bis zum Abstand a zugeführt wird, ist dann

$$E = 0,8225 \int_a^{\infty} \frac{e^2}{x^2} dx = 0,8225 \frac{e^2}{a}.$$

Da das p -Quant aus seinem Wellenzustand heraus noch die Energie $h \cdot \nu = p \cdot c^2$ besitzt, so ist die gesamte in ihm enthaltene Energie im Materiezustand, also im Zustand des Nucleons,

$$0,8225 \frac{e^2}{a} + pc^2.$$

Wenn jetzt bei der Umwandlung des Neutrons in ein Proton das negative p -Quant abgestoßen wird, so wird ein Teil der in ihm enthaltenen Energie zur Überwindung der anziehenden Kraft des übrigbleibenden positiven Protons verbraucht. Denken wir uns bei der Protonenbildung nach Bild 6b das positive Quant nach außen verschoben, so liegt das negative, da es ja keinen magnetischen Spin haben darf, kurz vor dem Abstoßen praktisch in der Rotationsachse. Die Arbeit, die gebraucht wird, um es aus dem Verband der anderen Quanten zu lösen, ist dann $\frac{e^2}{a}$. Die noch übrigbleibende Energie kann dann nur noch in einer Restmasse enthalten sein, die der Masse des Elektrons entsprechen müßte. Bezeichnen wir seine Masse mit m_e , so ist diese Energie $m_e c^2$, und die diesen Vorgang darstellende Gleichung lautet

$$0,8225 \frac{e^2}{a} + pc^2 = \frac{e^2}{a} + m_e c^2. \quad (24)$$

Daraus errechnet sich die Elektronenmasse. Es wird

$$m_e = p - 0,1775 \frac{e^2}{a \cdot c^2},$$

und mit $a = \frac{\lambda_{\min}}{z_{(\lambda)}} = \frac{h}{pc \cdot z_{(\lambda)}}$ erhält man schließlich

$$m_e = p \left[1 - \frac{0,1775 e^2 \cdot z_{(\lambda)}}{hc} \right]. \quad (25)$$

Nun war der Massenwert von $p = m_N - m_P = 0,00137 = 2,276 \cdot 10^{-27} g$. Da wir mit den bekannten Größen der Neutronen- und Protonenmasse rechnen, so müssen wir für $z_{(\lambda)}$ den Wert einsetzen, der sich mit ihnen ergab. Dieser war $z_{(\lambda)} = 2944$. (Bei der hier entwickelten Theorie ergab sich dieser Wert auf ganz andere Weise zu $z_{(\lambda)} = 2960$.) Mit diesen Werten erhält man aus Gleichung (25) die Elektronenmasse

$$m_e = 0,8957 \cdot 10^{-27} g.$$

Die Abweichung von dem bekannten Wert $m_e = 0,9108 \cdot 10^{-27} g$ ist 1,6%. Wir hatten die Ablösearbeit des negativen Quantes mit $\frac{e^2}{a}$ eingesetzt. Es ist denkbar, daß diese durch eine etwas andere Lage des abzulösenden Quantes um eine Kleinigkeit geringer ist, wodurch sich ein noch genauerer Wert für m_e ergeben würde. Galt die Elektronen-

masse bisher als eine naturgegebene Konstante, so zeigen die obigen Überlegungen ihre Berechenbarkeit aus anderen Größen, die sich aus der hier entwickelten Theorie ergaben.

Wird das Elektron bei seiner Ablösung nicht bis ins Unendliche weggeführt, sondern verbleibt es in der Atomhülle in der Entfernung r vom Proton, so ist die Ablösearbeit $\frac{e^2}{a} - \frac{e^2}{r}$. Außerdem besitzt dann das Elektron in dieser Entfernung noch die kinetische Energie $\frac{m_e}{2} \cdot u^2$. Gleichung (24) lautet damit in etwas abgewandelter Form

$$0,8225 \frac{e^2}{a} + pc^2 = \frac{e^2}{a} - \frac{e^2}{r} + \frac{m_e}{2} u^2 + m_e c^2.$$

Da Gleichung (24) nach wie vor erfüllt sein muß, so erhält man daraus

$$\frac{m_e}{2} u^2 = \frac{e^2}{r}. \quad (26)$$

Bewegt sich das Elektron momentan auf einem Kreis mit dem Radius ϱ auf der Kugelschale r (siehe Bild 8), so wird seine kinetische Energie gerade so groß sein, um 1, 2, 3, ... Strahlungsquanten zu erzeugen. Ist ϱ der Radius des Umlaufes, der gerade das härteste Strahlungsquant zu erzeugen imstande ist, so muß

$$\frac{m_e}{2} u^2 = h \cdot \nu_{\max} = \frac{h \cdot u}{2\pi \cdot \varrho}$$

sein. Jeder größere Umlaufradius wird energieärmere Strahlungsquanten erzeugen, so daß die kinetische Energie mehrere Quanten zu erzeugen vermag. Der größte Umlaufradius ist der Radius r der Kugelschale selbst, wobei die

meisten Strahlungsquanten erzeugt werden können. Es muß damit sein:

$$\frac{m_e}{2} u^2 = n \cdot h \cdot \nu_{\min} = \frac{n \cdot h \cdot u}{2\pi \cdot r}, \quad (27)$$

wobei n eine ganze Zahl ist. Aus den Gleichungen (26) und (27) erhält man

$$\frac{n \cdot h \cdot u}{2\pi \cdot r} = \frac{e^2}{r},$$

woraus sich für die Geschwindigkeit

$$u = \frac{2\pi \cdot e^2}{n \cdot h}$$

ergibt. Die möglichen Elektronenenergien sind damit

$$\frac{m_e}{2} u^2 = \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{n^2 \cdot h^2},$$

aus deren Differenzen sich die Frequenz der ausgelösten Strahlung

$$\nu = \frac{2\pi^2 \cdot m_e \cdot e^4}{h^3} \left[\frac{1}{n_x^2} - \frac{1}{n_y^2} \right] \quad (28)$$

ergibt. Die Gleichung (28) stellt die bekannten Terme des Wasserstoffspektrums dar. Wir haben damit nichts Neues gefunden. Es kam mir lediglich darauf an, zu zeigen, daß die Ableitung der Gleichung (28) auf rein energetischer Grundlage erfolgte, indem wir dabei von Gleichung (26) ausgingen, die sich zwangsläufig aus unserer Theorie ergab. Dabei sind wir von der möglichen Bahn des Elektrons vollkommen unabhängig gewesen.

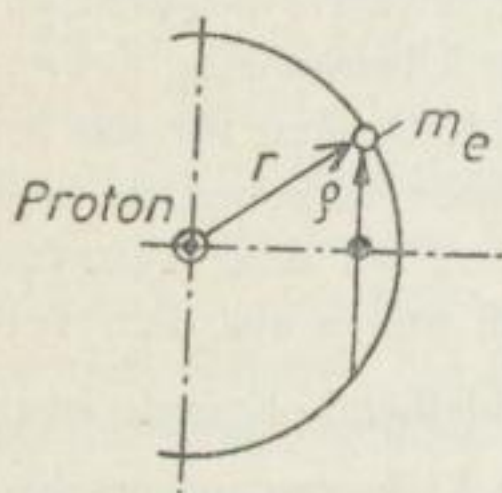


Bild 8

Ich möchte an einem weiteren Beispiel zeigen, daß man mit den neuen Größen, die uns unsere Theorie geliefert hat, richtige Aussagen über Elementarteilchen machen kann. Ich denke dabei an den Prozeß der Zerstrahlung von Materie. Wir haben gesehen, daß eine p -Quanten-Strahlung nicht stabil ist, sondern die Grenze zum Übergang in den Materiezustand darstellt. Es ist nach früheren Überlegungen sehr wahrscheinlich, daß sich auch die p -Quanten aus noch kleineren abwechselnd positiv und negativ geladenen Elementarmassen zusammensetzen. Die Zahl der positiven und negativen Ladungen, aus denen sich das p -Quant zusammensetzt, kann ungerade sein; dann haben wir entweder

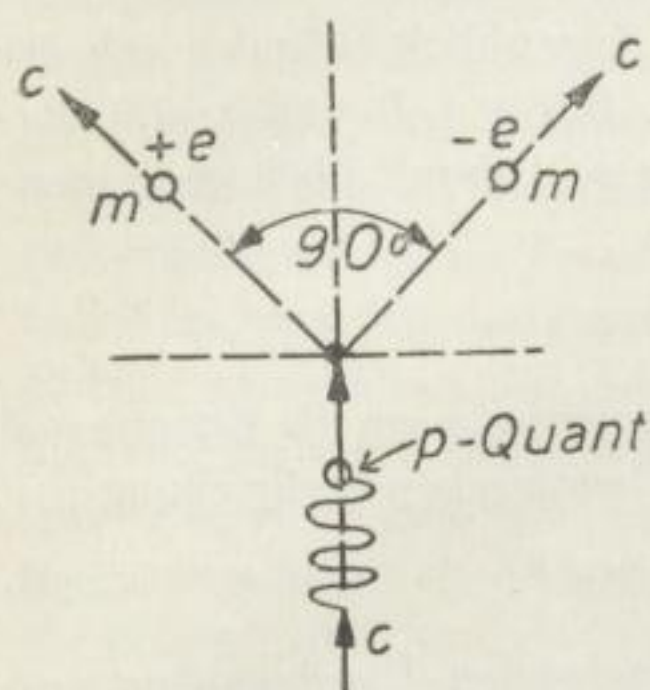


Bild 9

ein positives oder ein negatives p -Quant vor uns, von dem wir ja ausgegangen sind, um die Wellenentstehung zu erklären. Die Zahl kann aber auch gerade sein; dann handelt es sich um ein neutrales p -Quant. Seine Neutralität und seine Instabilität deuten darauf hin, daß es sich bei der Umsetzung von Strahlung in Materie um ein solches Quant handeln muß. Dieses Quant hat, da es kein äußeres elektrisches Feld und damit auch keine potentielle Energie besitzt, lediglich die Energie $p \cdot c^2$ in sich. Im Augenblick der Spaltung in ein positiv und ein negativ geladenes Teilchen der Masse m (siehe Bild 9) haben die beiden Teilchen noch die Lichtgeschwindigkeit c . Es ist jetzt die Frage, unter welchem Winkel diese Aufspaltung erfolgt. Wenn beide Teilchen in gleicher

Richtung weiterfliegen, so würde das zwei elektrischen Strömen entsprechen, die entgegengesetzt fließen. Es würde damit eine Abstoßung erfolgen. Wäre ihr Richtungsunterschied 180° , so bekämen wir eine Anziehung. Unter einem Winkel von 90° wären im Moment der Entstehung der beiden entgegengesetzten Ladungen die magnetischen Kräfte aufeinander Null. Da die beiden Teilchen m mit ihren Ladungen e vollkommene Richtungsfreiheit haben, so werden sie im Moment ihres Entstehens jedem Zwang ausweichen und eine Richtung wählen, bei der die durch ihre Bewegung erzeugten Ströme keine Arbeit zu leisten brauchen. Sie werden sich demnach unter einem Winkel von 90° voneinander entfernen. Das gilt aber nur für den Augenblick ihres Entstehens. Ihre Bewegungsrichtung zueinander in einer späteren Zeit wird infolge der anziehenden Kräfte ihrer Ladungen eine andere sein. Die kinetische Energie der beiden Teilchen in vertikaler Richtung, also in Richtung des ursprünglichen p -Quantes, ist damit

$$2 \frac{m}{2} \left(\frac{c}{\sqrt{2}} \right)^2 = m \frac{c^2}{2}.$$

In horizontaler Richtung ist die kinetische Energie die gleiche; es entsteht aber auch eine potentielle, indem sich die beiden entgegengesetzten Ladungen voneinander entfernen. Bezeichnen wir in Bild 9 die Entfernung der beiden Teilchen m voneinander mit r und ihre momentane horizontale Geschwindigkeit mit v , so verändert sich bei einer Verschiebung um dr die Geschwindigkeit um dv , und die Energiegleichung im Potentialfeld lautet

$$mv^2 = m(v + dv)^2 + \frac{e^2}{r^2} dr.$$

Daraus erhält man nach Integration

$$mv^2 - \frac{e^2}{r} = k,$$

wobei k eine Konstante darstellt. Ist r' die Entfernung der beiden Ladungen im Augenblick ihrer Entstehung, wobei die Geschwindigkeit den Betrag $v' = \frac{c}{2} \sqrt{2}$ hat, so lautet die obige Gleichung

$$m \left(\frac{c}{2} \sqrt{2} \right)^2 - \frac{e^2}{r'} = k.$$

Einen Augenblick vorher existierten aber die beiden Ladungen noch gar nicht, und die horizontale Geschwindigkeit v war Null; denn in diesem Augenblick befindet sich der physikalische Vorgang noch im Zustand des p -Quantes. Für $v = 0$ und $e = 0$ verschwindet aber auch die Konstante k . Die obige Beziehung geht damit über in die neue Gleichung

$$m \left(\frac{c}{2} \sqrt{2} \right)^2 - \frac{e^2}{r'} = 0.$$

Da die beiden Teilchen in ihrer Eigenschaft als Masse zwangsläufig noch die Energie mc^2 in sich tragen, so lautet die den Vorgang der Materialisation beschreibende Gleichung

$$pc^2 = \frac{m}{2} c^2 + \left[m \left(\frac{c}{2} \sqrt{2} \right)^2 - \frac{e^2}{r'} \right] + 2 mc^2. \quad (29)$$

Da in Gleichung (29) der Klammerausdruck nach vorhergehenden Überlegungen verschwindet, so erhalten wir schließlich

$$pc^2 = \frac{5}{2} mc^2 \quad \text{oder} \quad m = \frac{2}{5} p. \quad (30)$$

Nun war nach unserer Theorie $p = 2,276 \cdot 10^{-27} \text{ g}$. Damit erhält man mit Gleichung (30) für die Masse m der beiden Materieteilchen, die aus der härtesten γ -Strahlung (p -Strahlung) entstehen,

$$m = \frac{2}{5} \cdot 2,276 \cdot 10^{-27} = 0,9104 \cdot 10^{-27} \text{ g}.$$

Das ist aber die Masse des Elektrons bzw. des Positrons. Die rein theoretisch gefundene Gleichung (29) interpretiert damit den physikalischen Vorgang der Materialisation richtig.

Nach den hier beschriebenen Vorstellungen ist die Materie aus der instabilen p -Strahlung entstanden, die die härteste Strahlung überhaupt darstellt. Die einem p -Quant im Materiezustand innewohnende Energie ist dabei

$$pc^2 + 0,8225 \frac{e^2}{a} = pc^2 + 0,8225 \frac{e^2 \cdot pc^2 z(\lambda)}{h \cdot c} = pc^2 \left[1 + \frac{0,8225 e^2 \cdot z(\lambda)}{h \cdot c} \right],$$

weil $a = \frac{h}{pc \cdot z(\lambda)}$ war. Da ein Neutron sich aus 736 und ein Proton aus 735 derartigen p -Quanten zusammensetzt und die Anzahl der Protonen und Neutronen in den Atomkernen bekannt ist, so kennen wir damit auch die Energie des Atomkernes. Bezeichnen wir die Masse eines Kernbausteines mit m_B , so ist seine Energie

$$E_B = m_B c^2 \left[\overset{1. \text{ und } 2. \text{ Energieanteil}}{\uparrow} 1 + \overset{\uparrow}{0,8225} \frac{e^2 \cdot z(\lambda)}{h \cdot c} \right] = \frac{m_B}{2} u^2 + m_B c^2 \cdot 0,8225 \frac{e^2 \cdot z(\lambda)}{h \cdot c} + \frac{m_B}{2} u^2, \quad (31)$$

wobei u die Umfangsgeschwindigkeit infolge seines Eigenspins ist und u_T seine Translationsgeschwindigkeit, die beim Zerfall der Welle, wie bereits früher erwähnt, außerdem noch entsteht. Wenn sich nun mehrere derartiger Kernbausteine zu einem Atomkern vereinigen, so wird sich diese Translationsenergie umsetzen in eine Rotationsenergie des Kernes (dieser hat also auch einen Spin), eine Schwingungsenergie des Kernes (der Kern schwingt also auch in sich) und eine Translationsenergie des Atoms. Da die Konzentration vieler Atome schließlich einen Massehaufen oder einen Körper ergibt, so muß dieser durch die Umsetzung der Translationsenergien all seiner Atome auch wieder um seine freie Achse rotieren, diese selbst sich geradlinig fortbewegen, wobei die einzelnen Atome eine chaotische Bewegung gegeneinander ausführen. Denkt man dabei an einen Weltenkörper, so stellt die erste Bewegung seine Achsenrotation, die zweite seine Bahnbewegung und die dritte seine Temperaturbewegung dar. Bezeichnen wir die Summe dieser drei letzten Energien als kosmische Energie, so wird diese, wie aus den obigen Überlegungen hervorgeht, durch die Translationsenergie der einzelnen Atome gedeckt. Dieser Energieanteil ist also von der gesamten Energie des Atomkernes abzuziehen, um seine innere Energie zu erhalten. Die Energie eines Kernbausteines wäre damit etwas kleiner, als es die linke Seite der Gleichung (31) angibt. Da bei einer Kernspaltung und dem dabei auftretenden Massenschwund ein Teil der p -Quanten nach allen Seiten wieder auseinanderfliegt, so geht infolge Vergrößerung der potentiellen Feldenergie der zweite Energieanteil der linken Seite von Gleichung (31) sowieso wieder verloren, und die beim Massenschwund m_S frei werdende Energie müßte dann etwas kleiner als $m_S c^2$ sein.

Wir hatten gesehen, daß die Kernbausteine durch eine Konzentration der p -Quanten entstanden sind, daß die Konzentration von Kernbausteinen zu Atomen führt, die wiederum durch Anlagerung ganze Körper ergeben. Aus dieser Konzentration resultiert, wie wir gesehen haben, die Translationsbewegung der Körper, die sich, über eine größere Zeit gesehen, schließlich wieder voneinander entfernen müssen. Man kann sich also das Weltall aus einer Konzentration entstanden denken, das nach seiner Geburt anfängt zu expandieren.

Wir hatten die Rotation, Translation und Temperaturbewegung des einzelnen Körpers aus den kinetischen Translationsenergien seiner Atome bei ihrer Zusammenführung erklärt. Je nachdem, wie die Bewegungsrichtung der Atome bei ihrem Zusammenstoß ist, kann sich ihre Energie hauptsächlich in Schwingungsenergie, also Temperaturbewegung, umsetzen, wobei dann die Translationsenergie (Bahngeschwindigkeit) gering ist, oder es kann die Translationsenergie auf Kosten der Temperaturbewegung überwiegen. Von diesem Standpunkt aus gesehen, ist bei jedem Weltenkörper von Anfang an der jeweilige Anteil dieser drei Energiearten der Größe nach gegeben, an dem sich im wesentlichen nichts mehr ändert. Unsere Erde z. B. wird nach dieser Auffassung in früheren Zeiten praktisch dieselbe Temperatur gehabt haben wie heute.

Bei der Geburt der Elemente tritt ein Massenschwund auf, der bei den mittelschweren besonders groß ist. Nach der hier vertretenen Auffassung ist diese Masse nicht verschwunden, sondern befindet sich nach Abgabe ihrer Energie im Ruhezustand zwischen der Materie. Da diese aus den Kernen ausgestoßenen Splitter sich in ihrer Größe um die kleinste Elementarmasse oder ein ganzzahliges Vielfaches davon unterscheiden, wobei jedes Elementarteilchen eine positive oder negative Elementarladung trägt, so drängt sich hier die Frage auf, ob diese Masse nicht das darstellt, was wir als Elektrizitätsatome

bezeichnen bzw. als Elektrizität schlechthin. (Hierbei ist selbstverständlich von der Elektrizitätsleitung durch die Elektronen in metallischen Leitern abgesehen.)

Dem aufmerksamen Leser wird nicht entgangen sein, daß bei der hier erörterten Theorie niemals auf relativistische Gedankengänge zurückgegriffen wird. Ich glaube auch nicht, daß sich eine Theorie der Elementarteilchen von der Relativitätstheorie her aufstellen läßt. Diese ergibt bei wachsender Geschwindigkeit eine Zunahme der Masse, so daß es nicht möglich ist, z. B. die Elektronen in einem elektrischen Feld bis zur Lichtgeschwindigkeit zu beschleunigen. Jeder Strahlungsvorgang stellt eine Erregung in einem Meer von Elementarquanten dar, wobei sich diese Erregung mit Lichtgeschwindigkeit fortpflanzt. Sollte bei diesem Vorgang nicht auch eine MACHsche Zahl existieren wie bei der Schallgeschwindigkeit, die den erhöhten Bewegungswiderstand erklärt, wenn die beschleunigten Teilchen die Lichtgeschwindigkeit erreichen?

Zum Schluß möchte ich zusammenfassend ausdrücken, daß die hier angestellten Überlegungen zu der Feststellung zwingen, daß Energie ohne Masse nicht denkbar und jede Elementarmasse auch immer mit einer Elementarladung verbunden ist. Damit führt jedes physikalische Geschehen auf Masse, Ladung und Bewegung zurück.

