Belastung in kg P	$\sigma = \frac{P \cdot 100}{4 \cdot {}^{1}/_{6} \cdot 3 \cdot 9^2}$	Durchbiegung in der Mitte in Zehntelmillimeter gesammte	bleibende	federnde
100	62	0	0	0
300	185	$2{,}52$	$0{,}25$	$2{,}27$
600	370	$6{,}72$	$0{,}77$	$5{,}95$
900	556	$11{,}10$	$1{,}22$	$9{,}88$
1200	741	$15{,}75$	$1{,}87$	$13{,}88$
1500	926	$20{,}45$	$2{,}27$	$18{,}18$

Ueber die Bestimmung der Durchbiegung vergl. dritten Abschnitt Ziff. 2.

Wird die Durchbiegung bei einer Belastung $P = 100$ kg, entsprechend einer Normalspannung der am stärksten gezogenen Faser von 62 kg/qcm, mit 0 bezeichnet, und nach jeder Belastung wieder auf $P = 100$ kg zurückgegangen, so findet sich hiernach, dass bereits bei einer Spannung von 185 kg, d. i. ungefähr ein Viertel der von Reuleaux zu 750 kg angegebenen Elastizitätsgrenze gegenüber Zug, eine bleibende Durchbiegung von $0{,}025$ mm eintritt, d. h. fast 10 pCt. der gesammten Durchbiegung von $0{,}252$ mm. Bei der Spannung $\sigma = 741$ kg, welche noch um ein geringes unter jener Grenze von 750 kg liegt, beträgt die bleibende Durchbiegung $0{,}187$ mm, d. h. $100 \frac{0{,}187}{15{,}75} = \infty 12$ pCt. der gesammten Durchbiegung. Würde man die Durchbiegungen von $P = 0$ aus gemessen haben, so wären sie verhältnismäfsig noch weit bedeutender ausgefallen.

Das vorstehende befindet sich in Uebereinstimmung mit der täglichen Erfahrung, dass gusseiserne Stäbe oder Träger schon bei verhältnismäfsig geringer Belastung eine bleibende Durchbiegung gegenüber ihrem ursprünglichen Zustande erleiden. Dass dieselbe mit der Zeit zunimmt, ist ebenfalls eine bekannte Thatsache.

Aus dem vorstehenden erhellt, dass eine Elastizitätsgrenze weder im Sinne der ersten noch im Sinne der zweiten Auffassung für auf Biegung beanspruchte Gusseisenstäbe vorhanden ist. Diese Thatsache entzieht — jedenfalls für Gusseisen — der Vorschrift, als zulässige Anstrengung des Materials einen Bruchteil der Spannung zu nehmen, welche der Elastizitätsgrenze entspricht, allen Boden.

Diese Klarstellung führt uns zurück auf die Frage: Deutet der grofse Unterschied, welcher für Gusseisen zwischen der Zugspannung beim Zerreifsen und zwischen der gröfsten Zugspannung beim Bruch eines gebogenen Stabes, ermittelt auf grund der Sätze der Biegungslehre, besteht, nicht darauf hin, dass die Voraussetzungen, welche diese Lehre bei der Entwicklung ihrer Gleichungen macht, wenigstens für Gusseisen ungenügend zutreffen?

Diese Frage ist mit ja zu beantworten, wie sich aus dem folgenden ergeben wird.

Zweiter Abschnitt.

Die Voraussetzungen der Biegungslehre und ihre Zulässigkeit, namentlich gegenüber Gusseisen.

Die Voraussetzungen, welche zur Bestimmung der Biegungsanstrengung, Gl. 1 bis 3, führen, und welche schon vor einem halben Jahrhundert Gegenstand der Bemängelung waren, sind:

a) das System der äufseren Kräfte giebt für jeden Querschnitt nur ein Kräftepaar, dessen Ebene den Querschnitt in einer der beiden Hauptachsen senkrecht schneidet;

b) die Fasern, aus denen der Stab bestehend gedacht werden kann, wirken nicht aufeinander ein, sind also unabhängig von einander;

c) die ursprünglich ebenen Querschnitte des Stabes bleiben eben;

d) der Elastizitätsmodul ist für alle Fasern gleich grofs, also auch unabhängig von der Gröfse und dem Vorzeichen der Dehnungen oder Spannungen.

Diese Annahmen treten am deutlichsten vor das Auge, wenn wir uns einen Körper so ausgeführt und beansprucht denken, dass sie erfüllt sind. Zu dem Zwecke stellen wir uns vor, der Stab bestehe aus einzelnen, von einander unabhängigen, ursprünglich gleich langen Fasern, etwa wie die Fig. 3 und 4 (Durchschnitt) erkennen lassen. Mit dem einen Ende seien dieselben im Boden $A\,B$ befestigt, mit dem anderen an der Platte $C\,D$. Die letztere, welche wir uns gewichtslos denken wollen, werde von einem Kräftepaar $P\,P$, dessen Moment $M = P\,.\,a$ ist, ergriffen. Sie dreht sich infolgedessen um eine Achse $E\,E$, deren Lage auf ganz dieselbe Weise zu bestimmen ist, wie diejenige der Nullachse (neutralen Achse) eines gebogenen Stabes. Die links von $E\,E$ gelegenen Fasern werden gedehnt, die rechts befindlichen erfahren eine Verkürzung. Von den gedrückten Fasern werde vorausgesetzt, dass sie sich nach der Seite hin nicht ausbiegen. Die Auffassung der Fasern als vollkommen gleicher Spiralfedern, etwa wie in Fig. 5 gezeichnet, wird diese Vorstellung erleichtern.

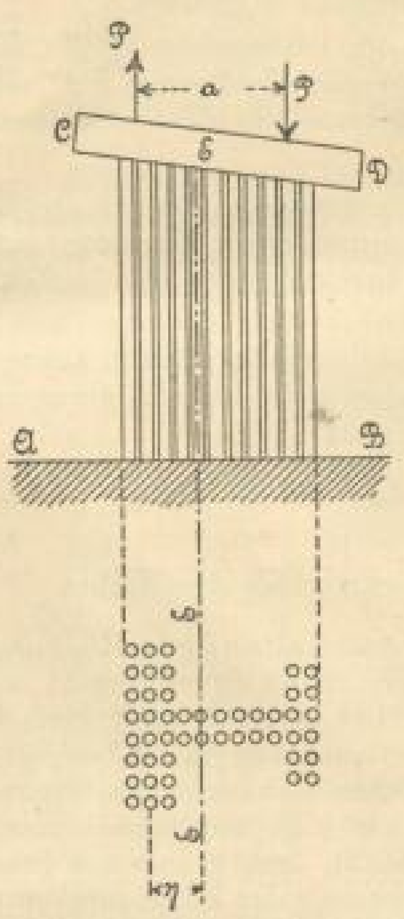

Fig. 3.

Fig. 4.

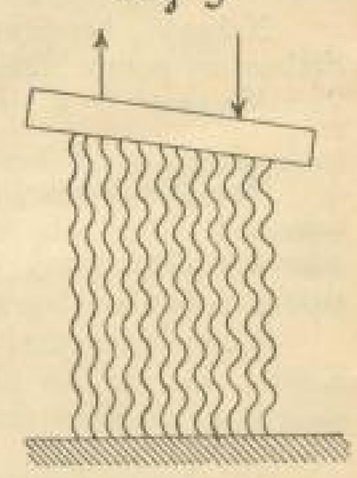

Fig. 5.

Wie ohne weiteres ersichtlich, sind bei dieser Sachlage die Dehnungen der Fasern proportional dem Abstande von der Achse, so dass also, wenn die Dehnung, d. h. die auf die Einheit der ursprünglichen Länge bezogene Verlängerung im Abstande 1 von der Achse ε' beträgt, die um η davon abgelegenen Fasern eine Dehnung

$$\varepsilon = \varepsilon' \eta$$

erfahren, womit, sofern E den Elastizitätsmodul der Fasern bezeichnet, eine Spannung

$$\sigma = E\varepsilon = \varepsilon' \eta E$$

verknüpft ist, der bei dem Faserquerschnitt f_0 eine Kraft

$$\sigma f_0 = \varepsilon' \eta E f_0$$

entspricht.

Die abgebraische Summe dieser inneren Kräfte muss gleich Null sein, d. h.

$$\Sigma \sigma f_0 = \Sigma \varepsilon' \eta E f_0 = 0,$$

woraus bei Unveränderlichkeit von E

$$\Sigma \eta f_0 = 0,$$

d. h. die Nullachse $E\,E$ geht durch den Schwerpunkt sämmtlicher Faserquerschnitte, bildet also die zweite Hauptachse des Querschnittes.

Ferner muss sein

$$\Sigma \sigma f_0 \,.\, \eta = M$$

$$M = \Sigma E \varepsilon' f_0 \eta^2$$