Da E constant und $\Sigma f_0 \eta^2 = \Theta$, so folgt

$$M = E\varepsilon'\Theta$$

$$E\varepsilon' = \frac{M}{\Theta}$$

Unter Beachtung, dass im Abstande $+ e_1$ die Spannung

$$\sigma_1 = E\varepsilon' e_1,$$

findet sich für diese

$$\sigma_1 = \frac{M}{\Theta} e_1$$

und für die Spannung σ_2 im Abstande $- e_2$

$$\sigma_2 = -\frac{M}{\Theta} e_2,$$

so dass

$$k_z \geqq \frac{M}{\Theta} e_1 \qquad k \geqq \frac{M}{\Theta} e_2$$

ganz wie zu Anfang im ersten Abschnitt angeführt.

Nebenbei bemerken wir, dass im vorliegenden Falle die Stabachse gerade bleibt, dass also das Kräftepaar PP mit dem Momente $P \cdot a$ eine Krümmung derselben nicht veranlasst.

Was nun zunächst die unter b genannte Voraussetzung anbelangt, dass die Fasern eine gegenseitige Wirkung aufeinander nicht ausüben, so ist nachstehendes zu berücksichtigen.

Wird ein Rundstab in Richtung seiner Achse durch äufsere Kräfte, die sich an ihm das Gleichgewicht halten, gezogen, so tritt unter Einwirkung dieser Kräfte

eine Vergröfserung der Länge des Stabes

und

eine Verminderung des Durchmessers des Stabes

ein. Es findet also gleichzeitig eine Ausdehnung in Richtung der Stabachse und eine Zusammenziehung senkrecht zu derselben, welche übrigens weit (etwa 3 bis 4 mal) kleiner ist, statt. Bei Materialien, für welche innerhalb einer gewissen Grenze Proportionalität zwischen Dehnungen und Spannungen angenommen werden darf, wie z. B. bei Schmiedeisen und Stahl, besteht diese Proportionalität, derart, dass das Produkt aus Elastizitätsmodul E und Dehnung der Längeneinheit ε gleich der Normalspannung σ, d. h. $\sigma = E\varepsilon$, nur so lange, als die Querzusammenziehung unbehelligt vor sich gehen kann. Die bei einer bestimmten Normalspannung eintretende Dehnung des Stabes in Richtung der Achse fällt geringer aus, wenn die Querzusammenziehung (etwa durch radial auswärts wirkende Kräfte) gehemmt wird, dagegen gröfser, wenn sie durch radial einwärts auf die Mantelfläche des Stabes wirkende Kräfte verstärkt wird. In Uebereinstimmung hiermit weist ein unter mehr oder minder vollständiger Hinderung der Querzusammenziehung zerrissener Stab eine gröfsere Zugfestigkeit auf, wie ich bereits früher in dieser Zeitschrift 1880 S. 285 u. f. erörtert habe.

Wird der Stab in Richtung seiner Achse gedrückt, so ändern sich einfach die Vorzeichen der Verlängerung und der Zusammenziehung: Der Stab erfährt gleichzeitig eine Verkürzung in Richtung der Achse und eine Ausdehnung senkrecht zu derselben (Querdehnung).

Dem gesagten entsprechend, werden die gedehnten, links von EE liegenden Fasern ihren Querschnitt zu vermindern bestrebt sein, während die gedrückten, rechts von EE befindlichen Fasern auf eine Vergröfserung ihres Querschnittes hinstreben. Diese Formänderungen senkrecht zur Faserachse sind, falls sie sich ausbilden können, um so bedeutender, je mehr die Dehnungen (positiv oder negativ) in Richtung der Fasern betragen.

Da nun hier diese Längsdehnungen mit dem Abstande von der Nullachse absolut zunehmen, so werden die von letzterer weiter abstehenden Fasern sich quer auch mehr zusammenziehen bezw. weiter ausdehnen wollen, als die unmittelbar benachbarten, nach der Nullachse hin gelegenen; infolgedessen werden diese die Querzusammenziehung bezw. Ausdehnung zu einem Teile hindern. Dieser gegenseitige Einfluss der Fasern senkrecht zu einander muss die oben genannte Beziehung $\sigma = E\varepsilon$ beeinträchtigen und die Festigkeit etwas erhöhen.

Aufserdem werden aber auch die fest miteinander verbundenen Fasern noch dadurch auf einander einwirken müssen, dass sich die weiter von der Nullachse abstehenden mehr ausdehnen und deshalb gegenüber den unmittelbar benachbarten, dieser Achse näher liegenden ein Gleitungsbestreben haben.

Inbezug auf den gegenseitigen Einfluss der Fasern werden sich verschiedene Querschnittsformen verschieden verhalten. Vergleichen wir beispielsweise den rechteckigen Querschnitt Fig. 6 mit dem H-förmigen Fig. 7, so erkennt man sofort, dass die auf der Linie GG liegenden Fasern des ersteren

Fig. 6.

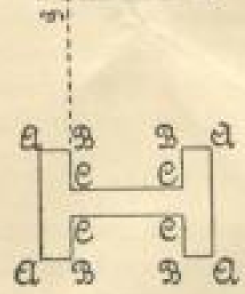


Fig. 7.

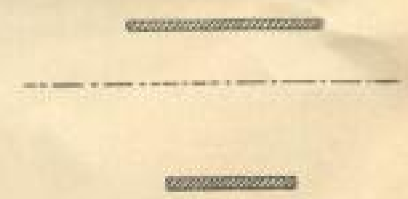


Fig. 8.

von ihren benachbarten inneren Fasern mehr beeinflusst werden müssen, als die in gleichem Abstande liegenden Fasern $BCCB$ des anderen Querschnittes. Diese sind eben zum gröfsten Teile nach innen frei. Wird beispielsweise aus einem und demselben Material ein Stab vom Querschnitt Fig. 6 und ein solcher vom Querschnitt Fig. 7 hergestellt, alsdann für beide auf grund der Biegungslehre, d. h. aus der Gleichung

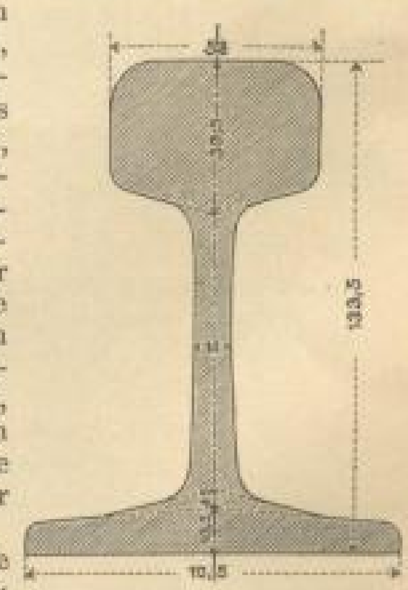
$$M = \sigma_1 \frac{\Theta}{e_1}$$

die bei der Bruchbelastung eintretende gröfste Faserspannung ermittelt, so muss sich nach dem Erörterten für den ersten Stab ein etwas gröfserer Wert ergeben, als für den letzteren[1]).

Je mehr sich die Querschnittsfläche in zwei schmale, der Nullachse parallele Streifen zusammendrängt (Fig. 8), um so geringer wird der gegenseitige Einfluss der Fasern aufeinander, um so zutreffender werden die Sätze der Biegungslehre unter sonst gleichen Verhältnissen.

Was die unter c) aufgeführte Voraussetzung betrifft, dass die Querschnitte eben bleiben, so trifft sie auch nicht streng zu. Die Schubkraft, welche mit dem biegenden Moment unvermeidlich verknüpft zu sein pflegt, muss selbst bei unver-

[1]) Hieraus folgt z. B. für die breitbasige Eisenbahnschiene, dass die im Kopfe des Profiles zusammengedrängte Masse der Dehnung (positiv oder negativ) einen verhältnismäfsig (im Vergleich zu dem, was die Biegungslehre annimmt) gröfseren Widerstand entgegensetzt, als das Material in dem breiten, wenig hohen Fufs, und dass infolge dessen die thatsächliche Nullachse oberhalb der horizontalen Schwerpunktsachse des Querschnittes gelegen sein muss. Wird der letztere so bestimmt, dass diese Achse in halber Höhe liegt, so kann hiernach der Querschnitt nicht als rationell bezeichnet werden, namentlich dann nicht, wenn der Fufs sehr breit ist. In diesem Falle muss die wagerechte Hauptachse des Querschnittes entsprechend tiefer als in halber Höhe sich befinden.



Das Vorstehende liefert auch die Erklärung für eine verhältnismäfsig gröfsere Widerstandsfähigkeit starkköpfiger Stuhlschienen u.s.w. sowohl gegenüber gewöhnlicher Biegungsbeanspruchung als auch gegenüber Schlagproben.