§ 12.

Es gibt mehrere und zwar
mannigfache Arten.

Da es nun wenigstens eine Art
der gemeinen Brüche geben muß, so
müssen wir uns zuerst mit dieser
allein beschäftigen, und wollen sie
die gemeine Art nennen. Wir wollen
also eine gemeine Art so bezeichnen,
daß wir sagen: $\frac{A}{B}$ ist ein
gemeiner Bruch. Wir wollen nun
weiter annehmen, daß es noch eine
zweite Art gemeiner Brüche gebe,
und wollen diese $\frac{C}{D}$ nennen.
Nun wollen wir uns
fragen, ob $\frac{A}{B}$ größer, kleiner oder
gleich $\frac{C}{D}$ sei. Um diese Frage
zu beantworten, müssen wir
$\frac{A}{B}$ und $\frac{C}{D}$ auf einen gemeinschaftlichen
Nenner bringen. Wir wollen nun die
Brüche $\frac{A}{B}$ und $\frac{C}{D}$ auf einen gemeinschaftlichen Nenner bringen. Dieser
Nenner ist offenbar $B \cdot D$. Wir wollen
$\frac{A}{B}$ durch $\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ und $\frac{C}{D}$ durch $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$ ersetzen. Es ist
nun $\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ größer, kleiner oder gleich $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$, je nachdem
$A \cdot D$ größer, kleiner oder gleich $C \cdot B$ ist. Wenn
$A \cdot D$ größer als $C \cdot B$ ist, so ist auch
$\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ größer als $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$; ist $A \cdot D$ kleiner als $C \cdot B$,
so ist auch $\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ kleiner als $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$; ist $A \cdot D$ gleich $C \cdot B$,
so ist auch $\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ gleich $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$. Wenn wir
nun $\frac{A}{B}$ durch $\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ und $\frac{C}{D}$ durch $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$ ersetzen, so
haben wir nur Brüche mit einem
gemeinschaftlichen Nenner. Um
$\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ und $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$ zu vergleichen, müssen wir nur
$A \cdot D$ und $C \cdot B$ vergleichen. Wenn
$A \cdot D$ größer als $C \cdot B$ ist, so ist auch
$\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ größer als $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$; ist $A \cdot D$ kleiner als $C \cdot B$,
so ist auch $\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ kleiner als $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$; ist $A \cdot D$ gleich $C \cdot B$,
so ist auch $\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ gleich $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$. Wenn wir
nun $\frac{A \cdot D}{B \cdot D}$ und $\frac{C \cdot B}{B \cdot D}$ wieder durch $\frac{A}{B}$ und
$\frac{C}{D}$ ersetzen, so haben wir
den Satz: Ist $\frac{A}{B}$ größer, kleiner
oder gleich $\frac{C}{D}$, je nachdem
$A \cdot D$ größer, kleiner oder gleich
$C \cdot B$ ist.