SLUB
Wir führen Wissen.

88. 8. 226. P2

				Anf.	Teil	Ex.
88	800226	3	000	01	0	1

Leistungsfähigkeit – Qualität – Zuverlässigkeit

TM Brosch.

Leistungsfähigkeit

Qualität –

Zuverlässigkeit

Dr. sc. techn. Matthias Bär
Prof. Dr. sc. techn. Klaus Fischer
Dr. sc. techn. Günter Hertel

Technische Universität Dresden
0 2 1 0 8 6

Leistungsfähigkeit – Qualität – Zuverlässigkeit

transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1988

18	1536	19	Band	Aut.	Teil	Er.

Die Autoren der einzelnen Abschnitte sind

Dr.sc.techn. Matthias Bär: 2.3., 4., 6., 9.1., 9.3.

Prof.Dr.sc.techn. Klaus Fischer (Leiter des Autorenkollektivs): 1., 2.1., 3., 5.

Dr.sc.techn. Günter Hertel: 2.2., 3., 4., 7., 8., 9.2.

Bär, Matthias:

Leistungsfähigkeit, Qualität, Zuverlässigkeit / Matthias Bär; Klaus

Fischer; Günter Hertel. – 1. Aufl.

Berlin: Transpress, 1987. – 232 S.

: 74 Abb., 36 Tab.

NE: 2. Verf.;; 3. Verf.

ISBN 3-344-00150-7

1. Auflage 1987

© 1987 by transpress VEB Verlag für Verkehrswesen,

Französische Straße 13/14, Berlin, DDR 1086

VLN 162-925/59/88

Printed in the German Democratic Republic

Schreibsatz: Ebba Elsner

Gesamtherstellung: Mühlhäuser Druckhaus, 5700 Mühlhausen
Thomas-Müntzer-Stadt

Verlagslektor: OL Dipl.-Gwl.Ing. Jürgen Stapf

Einband: Jürgen Schumann

Manuskript abgeschlossen: April 1987

LSV 1085

567 151 0

02200

	Pz.	Band	Aufl.	Teil	Ex.
88 8 0226	3	000	01	0	1

Inhaltsverzeichnis

0. Einführung	8
1. Problemstellung	13
2. Systemleistung und Zuverlässigkeit	18
2.1. Grundlegender Zusammenhang von Qualität, Zuverlässigkeit und Leistung	18
2.2. Kenngrößen zur Beschreibung des Zusammenhangs von Leistung, Qualität und Zuverlässigkeit	29
2.2.1. Einführung von Begriffen	29
2.2.2. Einordnung der für Bedienungssysteme typischen Kenngrößen	36
2.3. Störungssystematik	46
2.3.1. Bedingungen für das Auftreten von Störungen	47
2.3.2. Ausbreitung von Störungen	48
2.3.3. Auswirkungen einer Störung auf eine laufende Bedienung	49
2.3.4. Zusammensetzung der Ausfalldauer	49
2.3.5. Auswirkungen der Störung während der Ausfalldauer	51
2.3.6. Einleitung besonderer Steuerungsmaßnahmen	52
2.3.7. Instandhaltung	54
3. Allgemeine Modellentwicklung	55
3.1. Volkswirtschaftliche Aufgabenstellung	55
3.2. Wissenschaftliche Aufgabenstellungen	58
3.3. Modellentwicklung	61
3.4. Ausblick	64
4. Modelle und Formeln für Bedienungssysteme mit nichtidentischen Kanälen	65
4.1. Problemstellung	65
4.2. Verlustsysteme $M/\bar{M}/s/0$ mit nichtidentischen Bedienungskanälen	66
	5

4.3.	Wartesysteme mit nichtidentischen Kanälen	68
4.3.1.	Ableitung wichtiger Kenngrößen des $M/\bar{M}/s/\infty$ -Systems aus den Zustandswahrscheinlichkeiten	68
4.3.2.	Demonstration der Formeln anhand einiger Beispiele	71
4.4.	Ergebnisse der Modellierung von Bedienungssystemen mit nichtidentischen Kanälen	73
4.5.	Einfache rekursive Lösungen für Kenngrößen von Verlust- und Wartesystemen des Typs $GI/\bar{GI}/s$ mit nichtidentischen oder identischen Kanälen	75
5.	Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell	79
5.1.	Allgemeine Zielstellung	79
5.2.	Modellbeschreibung	80
5.3.	Berechnung der Modellkenngrößen	88
5.3.1.	Allgemeines	88
5.3.2.	Berechnung der momentanen Systemleistungsfähigkeit	88
5.3.3.	Berechnung der durchschnittlichen Systemleistungsfähigkeit	91
5.4.	Anwendungen	92
5.5.	Zusammenfassung	112
6.	Zuverlässigkeitsmodelle von Systemen mit komplizierten Ausfall- und Instandhaltungsmechanismen	114
6.1.	Einführung	114
6.2.	Zuverlässigkeitsmodelle mit einer Störungsart	116
6.2.1.	System mit Instandhaltungsdefizit (Modell 6.1)	116
6.2.2.	System mit verzögerter Störungserkennung (Modell 6.2)	118
6.2.3.	Systeme mit belastungsabhängigen Ausfällen (Modell 6.3)	121
6.2.4.	System mit belastungsabhängigen Störungen S_2 und belastungsabhängiger verzögerter Störungserkennung (Modell 6.4)	124
6.3.	Zuverlässigkeitsmodelle mit mehreren Störungsarten	128
6.3.1.	Allgemeines	128
6.3.2.	System mit unterschiedlichen Störungsursachen und Instandhaltungsdefizit (Modell 6.5)	129
6.3.3.	System mit belastungsabhängigen Ausfällen der Störungsarten S_1 und S_2 (Modell 6.6)	132
7.	Verknüpfung von Zuverlässigkeits- und Bedienungsmodellen	138
7.1.	Prinzipielle Methoden	138

7.2.	Betrachtung separater Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle	138
7.2.1.	Einführendes Beispiel	138
7.2.2.	Modellierungsprinzip, Berechnung der Kenngrößen, Voraussetzungen	140
7.3.	Leistungs- und Qualitätsverhalten von im Störfall Ausschuß produzierenden Maschinen (Anwendungsbeispiel)	141
7.3.1.	Technologische Voraussetzungen	141
7.3.2.	Mathematische Voraussetzungen	142
7.3.3.	Leistungs- und Qualitätsaspekte	142
7.3.4.	Quantitative Ermittlung der Leistungsfähigkeit	144
7.3.5.	Quantitative Ermittlung des Leistungsverhaltens	145
7.3.6.	Qualitative Auswertung numerischer Ergebnisse	149
8.	Einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle	155
8.1.	Einführung	155
8.2.	Einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle mit expliziten Lösungen	156
8.2.1.	Das M/M/1/m-M/M/1-Modell	156
8.2.2.	Das M/M/s/0-M/M/r-Modell	165
8.2.3.	Weitere einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle	170
8.3.	Einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle, für die numerische Lösungen möglich sind	171
8.4.	Zusammenfassung	171
9.	Behandlung störanfälliger Bedienungssysteme durch Rückführung auf Modelle ungestörter Bedienungssysteme	177
9.1.	Prinzipielle Methodik	177
9.1.1.	Rückführung auf Prioritätensysteme	177
9.1.2.	Modifizierte Kanalbelegungszeit	178
9.2.	Kanalbelegungszeiten im Fall blockierender Störungen	179
9.2.1.	Allgemeine Voraussetzungen	179
9.2.2.	Störungsarten und modifizierte Kanalbelegungszeit	180
9.2.3.	Praktische Anwendung der modifizierten Kanalbelegungszeit	187
9.3.	Kanalbelegungszeiten im Fall nichtblockierender Störungen	202
9.3.1.	Allgemeines	202
9.3.2.	Bedienungssysteme mit belastungsabhängigen Störungen S2 und belastungsunabhängiger Störungserkennung	202
9.3.3.	Bedienungssysteme mit Störungen S1 und S2	205
	<u>Verzeichnis der Abkürzungen</u>	208
	<u>Literaturverzeichnis</u>	213
	<u>Sachwortverzeichnis</u>	227

0. Einführung

Qualität bedeutet Erfolg, Begeisterung, niveauvolles gesellschaftliches Leben. Qualität entsteht nicht im Selbstlauf.

Qualität erfordert harte wissenschaftliche Arbeit, Engagement, Präzision, Konsequenz, Ordnung und Disziplin.

Qualität ist eine Haltungsfrage!

Die Qualität eines Produkts oder einer Dienstleistung soll den Kunden bzw. dem Nutzer zugute kommen, ihm Freude bereiten und in ihm neue Wünsche auf Produkte und Dienstleistungen wecken. Das impliziert aber auch, daß die Qualität nicht am Werktor enden darf.

Mit der Innovation hocheffektiver Schlüsseltechnologien und komplexer Automatisierungslösungen hat sich in den letzten Jahren im internationalen Maßstab ein grundsätzlicher Wandel – letztlich auf Grund harter ökonomischer Zwänge – in Richtung eines kundenorientierten Qualitätssicherungsprozesses ergeben. Auch in der DDR wird diesem Prozeß eine hohe Bedeutung beigemessen, was durch entsprechende Beschlüsse zum Ausdruck kommt. Dies ist eine logische Konsequenz des generellen Entwicklungstrends, der alle Bereiche des Lebens erfaßt und sich darin deutlich niederschlägt. Wer schwärmt nicht gern von Produkten hoher Qualität, von einer bequemen und pünktlichen Reise, von einer niveauvollen Kulturveranstaltung, von einer alle Wünsche erfüllenden Erholungsreise. Bitter dagegen ist es, wenn man gegenteilige Erfahrungen sammeln muß.

Was wir benötigen und in Anspruch nehmen wollen, sind Ergebnisse des wissenschaftlich-technischen Fortschritts. Dieser ist aber seit jeher durch eine Zunahme der Arbeitsteilung einerseits und durch eine immer stärkere Verflechtung der arbeitsteiligen Prozesse andererseits charakterisiert. Dies ist verbunden mit der Entwicklung und Nutzung komplizierter technischer Systeme und Technologien, deren Kostenintensität auf Dauer und global nur durch Produkte und Dienstleistungen hoher Qualität amortisierbar ist. Andererseits verursacht die zunehmende Arbeitsteilung auch Tendenzen des Ressortdenkens, das neben stärkerem Durchdringen des jeweils zu verantwortenden Teilprozesses den Blick für das Ganze aus den Augen verlieren läßt und den Prozeß der Fertigung eines Produkts oder einer Dienstleistung nicht am Kunden oder Käufer orientiert.

Wo Qualität fehlt, werden in kürze auch die Kunden fehlen. Wo Qualität fehlt, entstehen zunehmend ideologische Probleme. Bei allen Betrachtungen dürfen wir nie übersehen, daß die Qualität keinen Stillstand kennt, im Gegenteil, es entstehen permanent neue Wünsche, neue Anforderungen. Diese Dialektik wird im internationalen Maßstab durch grundsätzliche Änderungen im Verständnis der Rolle der Qualität in der Betriebsstrategie reflektiert und führt zu grundsätzlich neuen Qualitätssicherungsstrategien.

Historisch gesehen durchlaufen die Qualitätssicherungsstrategien 4 Etappen, die sowohl bezüglich ihrer Zielstellung, ihrer Wertigkeit im Reproduktionsprozeß als auch ihrer Methoden unterschieden werden können.

Die erste Etappe ist durch „finished product testing“, eine Überprüfung der fertigen Erzeugnisse hinsichtlich der geplanten Gebrauchseigenschaften gekennzeichnet. Die Kontrolle erfolgt häufig auf der Basis einer aus der Fertigung gezogenen Stichprobe. Mit Hilfe von Methoden der mathematischen Statistik werden hierfür entsprechende Stichprobenpläne entwickelt. Die Qualitätssicherung kann offenbar nur eine passive Rolle spielen, da Qualität nicht in ein Produkt „hinein geprüft werden kann“. Die Einsicht, daß Qualitätsverbesserungen nur möglich sind, wenn Ausschuß und Nacharbeit dort verhindert werden, wo sie entstehen, führt zu einer zweiten Etappe in Form von „in-process control“, einer prozeßorientierten Qualitätssicherung. Unregelmäßigkeiten im Produktionsprozeß, Schwachstellen und Ausschußzellen werden frühzeitiger erkannt. Ein wesentliches Arbeitsmittel dieser Etappe stellen Prozeßanalysen dar, die auch für höher entwickelte Qualitätssicherungsstrategien ihre Bedeutung nicht verlieren werden.

Durch Prozeßanalysen erkennt man schon Zusammenhänge zwischen der Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit der Arbeitsmittel, ihrer strukturellen Verflechtung, dem Einfluß der Arbeitskräfte und der Technologie einerseits und der Einhaltung der Gebrauchseigenschaften des Produkts andererseits.

Mit der prozeßorientierten Qualitätssicherung können jedoch Qualitätsmängel des Erzeugnisses nicht abgefangen werden, deren Ursachen in den produktionsvorbereitenden Bereichen zu suchen sind. Eine dritte Etappe der Qualitätssicherung orientiert deshalb auf den Prozeß der Entwicklung neuer Erzeugnisse bzw. neuer Dienstleistungsangebote. Erstmals werden alle Phasen des Reproduktionsprozesses in den Qualitätssicherungsprozeß einbezogen, von der Forschung über die Entwicklung, Projektierung, Konstruktion, Absatz bis zum Kundendienst.

Methodisch gesehen treten neben die z. T. klassischen Verfahren der Statistischen Qualitätskontrolle der „finished product testing“- und „in-process control“-Etappen neue stochastische Verfahren der durchgehenden Qualitätssicherung, die nicht nur die mit der Qualität unmittelbar verbundenen Gebrauchswerte des Produkts bzw. der Dienstleistung als Arbeitsgegenstand ansehen müssen (wie Belastbarkeit, Arbeitsgeschwindigkeit, Arbeitsgenauigkeit, Masse-Leistungs-Verhältnis, Zuverlässigkeit, Energieverbrauch, Umweltwirkung des Erzeugnisses), sondern praktisch auch alle Probleme der Arbeitsmittel einschließlich der Wechselwirkung mit den Arbeitskräften und der Technologie beachten müssen. Das führt zur Sicherung der Leistungsfähigkeit der Produktionslinien durch entsprechende Leistungsfähigkeit der Arbeitsmittel, ihrer strukturellen Abstimmung, der Gewährleistung ihrer Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit durch hohe störungsfreie Laufzeiten, Diagnose und optimale Ersatzteilbevorratung und macht auch vor dem Absatz und Kundendienst nicht halt.

Methodisch gesehen werden mathematische Modelle benötigt, die diesen komplizierten Strukturen einerseits und den zu einer Ganzheit vereinigten arbeitsteiligen Prozessen im Sinne einer kundenorientierten Qualitätssicherungsstrategie andererseits gerecht werden. Die globale Sicht, die in der dritten Etappe der Qualitätssicherung erreicht werden soll, ist – international oder national gesehen – keineswegs allgemeines Gedankengut. Das drückt sich nicht zuletzt aus in gültigen Standards, deren Überarbeitung notwendig wird.

Es ist international eine vierte Etappe der Qualitätssicherung zu erkennen, die mehr ideologische als mathematisch-methodische Bedeutung hat. Es ist die Etappe der betriebsweiten oder totalen Qualitätssicherung, in der die Leitung des Betriebes unmittelbar auch die Leitung des Qualitätssicherungsprozesses für die Erzeugnisse und Dienstleistungen übernimmt.

Die Entwicklungsetappen der Qualitätssicherung sind, wie kurz skizziert, in gewisser Weise auch die Entwicklungsetappen entsprechender mathematischer Modelle.

Das vorliegende Buch will einen Beitrag leisten, den notwendigen Prozeß der kundenorientierten Qualitätssicherung mit entsprechenden mathematischen Modellen zu untersetzen. Dabei werden ausschließlich stochastische Modelle aus den Bereichen der Zuverlässigkeits-, Bedienungs- und Erneuerungstheorie benutzt, die in ihrer Kombination eine Reihe der Probleme lösen, die im Rahmen der dritten Etappe der Qualitätssicherung genannt sind. Die dabei vorgestellten Ergebnisse sind wohl von allgemeiner Bedeutung, aber in jedem Fall nachvollziehbar, konkret und rechnergestützt, z. T. auch manuell berechenbar.

Es sei betont, daß die im Buch dargelegten Ergebnisse bezüglich des verfolgten und skizzierten Arbeitsgegenstandes den derzeitigen Erkenntnisstand der Autoren ausdrücken. Eine Reihe von Problemen ist ungelöst.

Die Folge der ersten 4 Kapitel lehnt sich an die Etappen des Modellbildungsprozesses an, während die Kapitel 5 bis 9 chronologisch gesehen parallel stehen. Letztere stellen verschiedene Möglichkeiten der Modellierung globaler Probleme dar, die je nach Voraussetzungen anzuwenden sind. Ein universelles Modell wurde nicht gefunden; es scheint auch in absehbarer Zeit nicht zu finden zu sein.

In Kapitel 1. wird die Aufgabenstellung präzisiert durch Nennung und Voranalyse der wesentlichen Aspekte moderner, das Ressortdenken überwindender, kundenorientierter Qualitätssicherungsstrategien.

Im Kapitel 2. wird durch erste Beispiele der Umgang mit Kenngrößen vorbereitet, die durch eine globale Betrachtung neu geschaffen oder in neuem Zusammenhang zu sehen sind. Dann wird ein Kenngrößensystem für Systeme aufgebaut, die infolge ihrer Zuverlässigkeits- und Instandhaltungscharakteristika und ihrer Struktur mehrere Stufen der Leistung besitzen. Das führt zur Erweiterung der bisher für zweiwertige Systeme geltenden Zuverlässigkeitskenngrößen und zu einer Neuschaffung globaler, Leistung und Zuverlässigkeit integrierender Größen. Dabei wird insofern die „stochastische Denkweise“, die an der Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ Dresden mit dem Namen von Prof. Dr. sc. techn. Dr. h. c. G. POTTHOFF verbunden ist, weiterentwickelt, indem bisher gängige Kenngrößen mit Mittelwertscharakter konsequent als Zufallsgrößen aufgefaßt werden. Das geschieht auch in Gebieten, in denen z. B. Durchsatz, Leistung, Durchlaßfähigkeit – unausgesprochen oder gewollt – als Festgrößen verwendet wurden.

Kapitel 2. endet mit einer Systematik von Störungen als Wirkungen von Fehlern und Ausfällen, die ein unentbehrliches Hilfsmittel beim Übergang von der Prozeßanalyse zur prospektivischen Modellierung sein wird.

Mit Kapitel 3. werden die mit einer durchgehenden Qualitätssicherung verbundenen volkswirtschaftlichen Aufgabenstellungen zum Ausgangspunkt gemacht, um zur Modellentwicklung globaler Reproduktionssysteme Stellung zu nehmen. Von der zu fordernden integrierten Modellierung der Haupt- und Hilfsprozesse der Reproduktion werden mit den Modellen der Kapitel 5. bis 9. wesentliche Teile des Zusammenhangs von Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit von Systemelementen, deren struktureller Verflechtung untereinander und mit den Systembelastungen und Auswirkungen auf den Instandhaltungsprozeß gelöst. Jedoch kann der Zusammenhang zum Lagerhaltungsprozeß noch nicht genügend gut modelliert werden.

Kapitel 4. stellt einen wesentlichen Einstieg in den mathematischen Apparat dar. Hier werden ohne Beweis die wichtigsten praktischen Ergebnisse der Bedienungstheorie für mehrkanalige, einphasige Bedienungsmodelle mit generellen Ankunfts-

und Bedienungsscharakteristika vorgestellt, die z.T. erstmalig in Buchform publiziert werden. Dabei geht es um Grenzwerte für die Dimensionierung wichtiger Kenngrößen (Warteschlange, Wartezeit) – auch für den Fall nichtidentischer Bedienungskanäle. Gerade der Abbau von einschränkenden Bedingungen der Bedienungsmodelle, der erst in den letzten Jahren – vornehmlich in der DDR – zu praktikablen Lösungen führte, ist die Ursache, warum analytische Bedienungsmodelle jetzt geeignet sind, auch Aspekte der Zuverlässigkeit, Instandhaltung, Ersatzteilbevorratung erfolgreich einzubeziehen.

Im Kapitel 5. wird ein Modell vorgestellt, das in der Kombination eines mehrwertigen monotonen Zuverlässigkeitsmodells mit einem Flußmodell Aussagen zur Leistungsfähigkeit nahezu beliebiger Zuverlässigkeitsstrukturen unter der Bedingung der Unabhängigkeit der Systemelemente zuläßt.

Mit der Modellierung komplizierterer Fälle von Ausfall- und Instandhaltungsmechanismen befaßt sich Kapitel 6. Der Verknüpfung der Ergebnisse aus Kapitel 6. mit Resultaten bedienungstheoretischer Modelle dient Kapitel 7., denn erst das Zusammenwirken beider Aspekte erfüllt die Tendenz globaler Abbildungen. Kapitel 8. und 9. zeigen, wie Bedienungsmodelle um den Aspekt der Zuverlässigkeit und Instandhaltung erweitert werden können, um Haupt- und Hilfsprozeß gemeinsam abzubilden. Gerade die im Kapitel 9. eingeführte „modifizierte Kanalbelegungszeit“ ist „zukunftsträchtig“, weil sie die Möglichkeit eröffnet, auch weitere Hilfsprozesse ohne größere prinzipielle Schwierigkeiten einzubeziehen, so wie es als Forderung im Kapitel 4. erscheint. Die Modellierung aller in den Kapiteln 6. bis 9. untersuchten Systeme erfolgt auf der Basis von Markov-Graphen, die zunächst die Exponentialverteilung aller Eingangsgrößen erforderlich machen; jedoch gelingt es in den meisten Fällen, durch Unempfindlichkeitsuntersuchungen oder durch heuristische Modellansätze die Voraussetzungen stark abzuschwächen.

Das Buch ist ein Ergebnis der Hochschulforschung, d.h., es ist mit der Praxis, aber nicht durchgängig in der Praxis entstanden. Deshalb dominiert die Beschreibung der Modelle; aber viele Beispiele, die auch weitgehend numerisch analysiert sind, sollen die mit dem Konzept verbundene Denkweise aufzeigen. Dem Leser, der nicht hinter jede Formel schauen will, hoffen wir, damit offenbar zu sein.

Dem Anwender unserer Modelle wird es nicht immer mühelos gelingen, Modelleigenschaften und konkretes Problem miteinander zu verbinden. Von ihm werden auch Kenntnisse erwartet, die nicht allgemeines Niveau einer Hochschulausbildung für Ingenieure oder Ökonomen sind. Hierbei sind wir froh, daß der Verlag transpress es ermöglicht, neben der ungewöhnlich schnellen Publikation dieses Buches die Herausgabe eines 2bändigen Lehrbuches „Bedienungsmodelle im Transportwesen“ parallel zu verfolgen, das Grundlagen der Bedienungs- und Zuverlässigkeitstheorie im breiteren Rahmen, als es hier möglich war, darstellen wird.

Das Buch will in gewisser Weise anknüpfen an das im Akademie-Verlag Berlin 1986 erschienene Werk „Zuverlässigkeit und Funktionseffektivität komplizierter technischer Systeme“ von Generalmajor Prof. Dr. sc. techn. K.-H. MÜLLER. Es hat einen Weg gewiesen, den auch wir mit unserem Buch verfolgen. Der aufmerksame Leser wird dabei Unterschiede feststellen können, die noch ausdiskutiert werden müssen. In einer zweiten Linie erfolgt eine Anknüpfung an das Buch „Zufallsabhängige Fertigungsprozesse“ der Professoren Dr. sc. oec. P.-D. KLUGE und Dr. sc. oec. Dr. rer. nat. W. RUNGE, erschienen 1984 im Verlag Die Wirtschaft,

das in hervorragender Weise Notwendigkeit und Fortschritte stochastischer Konzepte zur Überwindung von Ressortdenken demonstriert. Anregungen und Impulse entstammen aber auch dem Buch „Betriebsstörungen und Warteschlangen“ von Prof. Dr. KISTNER (BRD), vielen Veröffentlichungen von Prof. Dr. AGGARWAL (Indien) sowie den mit den Autoren geführten Diskussionen.

Unser besonderer Dank gilt dem Fachausschuß „Zuverlässigkeit automatischer Systeme“ in der WGMA für die von ihm ausgehenden Initiativen zur Erarbeitung eines solchen Buches und für die vielen in den Diskussionen gegebenen Anregungen zu dessen inhaltlicher Gestaltung sowie Herrn Prof. Dr. KLUGE für seine bemerkenswerten und fördernden Hinweise zum Manuskript.

Unser Dank gilt dem Direktor des transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Herrn Dr. H. BÖTTCHER, der mit großem Engagement die kurzfristige Realisierung unseres Vorhabens ermöglichte, sowie dem Lektor des Verlages, Herrn STAPF, für seine Mühe und Sorgfalt bei der Gestaltung des endgültigen Manuskripts.

Wir hoffen, daß die selbstgewollten zeitlichen Restriktionen der Qualität des Buches keinen Abbruch getan haben. Hinweise und Anregungen zu seiner Weiterentwicklung nehmen die Autoren jederzeit gerne entgegen.

Nicht zuletzt gilt ein herzlicher Dank unseren Frauen für ihr großes Verständnis und ihre Bereitschaft, uns von häuslichen Pflichten zu entlasten.

Matthias Bär

Klaus Fischer

Günter Hertel

1. Problemstellung

Mikroelektronik und Informatik führen zu einem tiefgreifenden Strukturwandel in allen Bereichen der Volkswirtschaft und in den Dienstleistungsbereichen. Im Ergebnis dessen entstehen immer komplexere und kompliziertere Systeme. Die volkswirtschaftlichen Anforderungen hinsichtlich der Leistungsfähigkeit dieser komplizierten Systeme können dauerhaft nur erfüllt werden, wenn ein hohes Zuverlässigkeitsniveau gesichert wird. Das gilt für Transport, Nachrichten- und Versorgungssysteme genauso wie für Produktionssysteme, zumal allen volkswirtschaftlichen Planungen steigende Qualitäts- und Effektivitätskenngrößen zugrunde liegen [1]. Daraus folgt, daß national und international die Qualität eine immer größere Bedeutung erlangt.

Das dazu erforderliche Zuverlässigkeitsniveau kann jedoch nur gesichert werden, wenn die Zuverlässigkeitsarbeit in allen Bereichen eine bewußte Rolle spielt. Sie muß bei der Produkt- bzw. Systemidee beginnen und bis hin zum Einsatz der Produkte bzw. Systeme eine aktive Rolle spielen. Sie muß also bereits Einfluß auf das Systemkonzept und die Systemeinsatzstrategie nehmen. Zuverlässigkeit muß „hineinentwickelt“ werden; Zuverlässigkeit kann nicht „hineingeprüft“ werden. Das zeigt sich auch in der internationalen Tendenz, daß sich die Qualitätsarbeit immer mehr nach „vorn“ verlagert, d.h. in die Phase der Konzeption, Entwicklung und Produktion. Es ist bereits heute ziemlich eindeutig erkennbar, daß ein hohes Qualitätsniveau nicht schwerpunktmäßig durch gute Serviceleistungen erreicht werden kann, da die Servicekosten unvergleichlich höher als die einer hochautomatisierten Produktion sind.

Die durchgängige Qualitätssicherung entwickelt sich somit immer mehr zu einem wesentlichen Faktor bei der Sicherung und Erhöhung des materiellen und kulturellen Lebensniveaus des Volkes. Sie erfaßt alle Bereiche des Lebens, denn wer möchte nicht tagtäglich „Qualität kaufen“ bzw. „Qualität erleben“. Damit wird die Qualitätssicherung in immer stärkerem Maß auch zu einem ideologischen Faktor.

Bei der Qualitätsbeurteilung spielen „Leistungsfähigkeit“ und „Zuverlässigkeit“ die entscheidende Rolle. Es ist aber auch unschwer zu erkennen, daß sich mit sinkender Zuverlässigkeit die Leistungsfähigkeit verringert. Das gegenwärtige Problem muß jedoch darin gesehen werden, daß die Kenngrößen der Leistung und der Zuverlässigkeit meist mehr oder weniger zusammenhanglos nebeneinanderstehen [2].

Aus diesem Grund besteht die dringende Notwendigkeit, den offensichtlichen Zusammenhang zwischen Leistung und Zuverlässigkeit auch modellmäßig zu erfassen. Dazu ist eine intensive Arbeit auf dem Gebiet der Modellierung von komplexen und komplizierten Systemen notwendig.

Der Kampf um eine hohe Qualität beinhaltet einerseits die Herstellung und den Einsatz hochzuverlässiger Systemelemente. Andererseits muß man trotz allem das Auftreten von Ausfällen der Arbeitsmittel und Arbeitskräfte im Modell erfassen, um auf dieser Basis zu realistischen Systemkonzepten zu gelangen. Störungen

können zu Total- oder Teilausfällen führen. Die Totalausfälle sind jedoch für komplizierte Systeme nicht typisch. Hier dominieren Teilausfälle, die zu einer Verringerung der Leistungsfähigkeit der Systeme führen. Folgen von derartigen Teilausfällen können sein

- Verlängerung der unproduktiven Liegezeiten in den Reproduktionsprozessen,
- Erhöhung (unplanmäßiger) Bestände an unfertigen Erzeugnissen,
- überproportionale Bindung von Arbeitskräften für operative Tätigkeiten,
- erhöhte Wartezeiten,
- nicht termingemäße Erledigung von Aufträgen usw.

Die ständig stärkere Relevanz der Gesetze der Ökonomie der Zeit verlangt zwingend die Analyse, die modellmäßige Beherrschung und die kostenmäßige Bewertung von Störungen. Der Trend zur Entwicklung fehlertoleranter Systeme muß auch in der Modellentwicklung seinen Niederschlag finden. Da Produktions-, Transport- und Nachrichtenverkehrsprozesse sehr häufig durch Bedienungsmodelle abbildbar sind, werden sowohl Bedienungs- als auch Zuverlässigkeitsmodelle tragende Stützen der Systemmodellierung sein. Dabei ist zu beachten, daß der Einfluß von Qualität und Zuverlässigkeit auf die Systemleistung sichtbar gemacht werden muß. Ein Problem dabei ist, daß hier die Zweizustandsmodelle der Zuverlässigkeitstheorie versagen und der Übergang zu Mehrzustandsmodellen unabdingbar ist. Damit ist eine wissenschaftliche Aufgabe erheblichen Umfanges gestellt. Da es sich hierbei nicht um eine einfache Weiterentwicklung bestehender Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle handelt, muß eine neue wissenschaftliche Qualität erreicht werden, indem eine Vereinigung von Leistungs-(Bedienungs-) und Zuverlässigkeitsmodellen angestrebt werden muß.

Generell kann man sagen, daß eine gute Qualität bei der Abwicklung aller Prozesse zu einer insgesamt hohen Leistung führt. Hohe Qualität führt generell zu geringeren Produktionsverlusten und zur Vermeidung von Nacharbeit. Gleichzeitig werden die Erwartungen der Nutzer erfüllt, was seinen Ausdruck in zufriedenen Kunden findet.

Hohe Qualität ist folglich nicht nur ein ökonomisches, sondern auch ein bedeutendes ideologisches Erfordernis. Daraus kann man ableiten, daß mit zunehmender Qualität – im Gegensatz zur häufig gehörten Behauptung „Qualität erhöht die Kosten“ – die Kosten insgesamt gesenkt werden können [3], [9], [17]. Dabei gehen bis heute in die Kostenberechnung auf Grund von Qualitätsmängeln nicht getätigte Geschäfte gar nicht ein [3]. Alle Wirtschafts- und Dienstleistungsbereiche müssen sich folglich immer mehr an den Qualitätsforderungen der Nutzer bzw. Verbraucher orientieren.

Daß die Arbeit auf dem Gebiet der Qualitätssicherung und Qualitätserhöhung nicht problemlos vonstatten geht, erleben wir alle im täglichen Leben und spiegelt sich in vielen internationalen Arbeiten wider [3] ... [12]. So wurde u. a. in [9] die Qualitätskrise, die viele westliche Industriebereiche erfaßt hat, analysiert und auf folgende Ursachen zurückgeführt:

- Absolute Priorität hatten Termin und Kosten, nicht aber die Qualität.
- Die Kosten durch geringe Qualität waren hoch, blieben aber durch Kostenstandards verborgen.
- Die Anstrengungen sind darauf gerichtet, den Standards gerecht zu werden, aber nicht Verbesserungen anzustreben.
- Die Betriebsleitung hatte keine direkte Führungsrolle bezüglich der Qualitätssicherung. Diese Aufgabe wurde auf Qualitätsabteilungen delegiert oder blieb offen.

Als Antwort auf die Qualitätskrise werden Qualitätsverbesserungen von Vorhaben zu Vorhaben empfohlen. Gleichzeitig wird aber auch die Aufmerksamkeit darauf gelenkt, daß diese Zielstellung allein ungenügend ist und daß einer Reihe anderer Prozesse auf dem Gebiet der Qualitätsarbeit große Beachtung geschenkt werden muß, wozu insbesondere die grundlegenden Prozesse der Qualitätsplanung und Qualitätskontrolle zu rechnen sind [3]. Diese Aussagen bedürfen einer Ergänzung bzw. Betonung hinsichtlich der Entwicklung durchgängiger rechnergestützter Qualitätssicherungssysteme und die für die gesamte Qualitätsarbeit unentbehrliche Entwicklung mathematischer Modelle, mit deren Hilfe es erst möglich wird, die Qualität zu messen und vor allem ökonomisch zu bewerten.

Gegenwärtig haben wir immer noch den unbefriedigten Zustand zu verzeichnen, daß Aussagen zur Systemleistung und Qualität/Zuverlässigkeit mehr oder weniger beziehungslos nebeneinanderstehen. Dies wird letztlich auch durch [13] unterstrichen, wo gesagt wird: „Typisch ist, über die Qualität zu sprechen, während die Kosten berechnet werden.“ Das heißt, es muß ein geeignetes Instrumentarium entwickelt werden, das uns in die Lage versetzt, diesen Zustand zu überwinden oder, besser gesagt, Qualitätsverbesserungen bzw. -verschlechterungen ökonomisch sichtbar zu machen.

Die noch bestehenden Probleme bei der Integration der Qualität in alle Produktionsprozesse hat sicher viele Ursachen. Eine wesentliche muß jedoch darin gesehen werden, daß die wissenschaftlichen Grundlagen für die Planung, Kontrolle und Sicherung von Qualität noch ungenügend entwickelt sind, insbesondere mathematische Modelle fehlen, die die „Qualität“ ökonomisch bewertbar machen. Zu diesem Zweck wurde eine Reihe von Leistungs- und Zuverlässigkeitsmodellen entwickelt, die den Zusammenhang von Systemleistung, Verfügbarkeit der Systemelemente und Systemstruktur mathematisch faßt. Der Grundgedanke dieser mathematischen Modelle besteht darin, in einem Modell sowohl Leistungs- als auch Zuverlässigkeitsparameter zu vereinigen. Dabei werden die Zuverlässigkeitsparameter als unabhängige Variable aufgefaßt, so daß als Ergebnis eine Systemleistung in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente berechnet werden kann. Damit wird das Nebeneinander dieser Parameter beseitigt, indem die Zuverlässigkeitsparameter integraler Bestandteil der Leistungsberechnung sind. Der Zuverlässigkeit soll auf diesem Weg eine aktivere Rolle zugewiesen werden.

Die Übereinstimmung dieses Weges mit internationalen Entwicklungstendenzen kann man aus einer Reihe von Veröffentlichungen ableiten [3], [6] ... [10], [13].

Die Durchsetzung der allgemeinen Erkenntnis, daß die Zuverlässigkeitsarbeit integraler Bestandteil aller Entwicklungsstadien sein muß, ist mit objektiven und subjektiven Schwierigkeiten verbunden. Als Hauptursachen dafür darf man annehmen:

1. Der wissenschaftliche Gegenstand sind in erster Linie komplizierte Systemstrukturen. Die Methoden der „klassischen“ Zuverlässigkeitstheorie mit einer betonten Zweizustandsbetrachtung (funktionsfähig oder ausgefallen) sind dafür nicht ausreichend.
Benötigt werden mathematische Modelle, die Zuverlässigkeitsbetrachtungen von Systemstrukturen mit einer endlichen Anzahl von Systemzuständen mit unterschiedlichen Stufen des Leistungsniveaus zulassen [14] ... [16].
2. Es überwiegt vielfach noch die Auffassung, daß die Sicherung eines bestimmten Zuverlässigkeitsniveaus Kosten verursacht bzw. die Leistungsfähigkeit der Systeme herabsetzt. Bei einer oberflächlichen bzw. momentanen punktuellen

Betrachtung ist diese Aussage nicht einmal falsch. In Wirklichkeit verursacht eine ungenügende Zuverlässigkeit jedoch qualitätsgeminderte Produkte, die Nacharbeit erforderlich machen bzw. beim Verbraucher zu Ausfällen und damit zu Schwierigkeiten und Verlusten führen bzw. zu qualitätsgeminderten Prozessen, wie es z.T. in Dienstleistungsbereichen anzutreffen ist [3], [17], [18]. Neben den zusätzlichen „Verlustkosten“ müssen dabei auch noch die daraus entstehenden ideologischen Probleme in die Betrachtung einbezogen werden. Wer ungenügende Qualität liefert, verliert seine Kunden [3].

Erkannt werden muß dabei natürlich, daß diesen Problemen schlecht beizukommen ist, solange Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit losgelöst voneinander betrachtet werden müssen und die erreichten Betriebsergebnisse nur im nachhinein auf statistischem Weg eingeschätzt werden können, in denen zum anderen nicht getätigte Geschäfte keinen sichtbaren Niederschlag finden [3]. Deshalb sind Methoden und Verfahren notwendig, die es ermöglichen, die Systemleistung in Abhängigkeit von der Zuverlässigkeit der Systemelemente zu berechnen [2], [3], [8], [9], [14], [15], [16].

3. Die Verantwortlichkeiten für die Zuverlässigkeitsarbeit müssen grundsätzlich überdacht werden. Es besteht sicher kein Zweifel darüber, daß wissenschaftsstrategische Fragen der Entwicklung von Produkten/Systemen die entscheidende Aufgabe der Kombinati- und Betriebsleitungen ist. Die Fragen der Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit dieser Produkte/Systeme müssen aber integraler Bestandteil der Strategie der Produkten-/Systementwicklung sein [2], [3], [19].

Damit wird deutlich, daß diese strategischen Aufgaben nicht auf einen Spezialisten delegiert werden können. Entwickler, Konstrukteur, Projektant und Betreiber müssen die Zuverlässigkeitsarbeit in ihren Aufgabenbereich integrieren und die dafür notwendigen Kenntnisse besitzen bzw. auf dem Weg der Weiterbildung erwerben.

Mit diesem Buch sollen theoretische Grundlagen für die Zuverlässigkeitsbetrachtung von komplizierten Systemen vorgestellt werden. Besonders hervorgehoben zu werden verdient, daß diese mathematischen Modelle in der Regel die Möglichkeit bieten, die Leistungsfähigkeit bzw. das Leistungsverhalten der Systeme in Abhängigkeit von Parametern des Ausfall- und Instandhaltungsgeschehens, der Reservierungsstrategie und der Systemstruktur zu berechnen. Damit sind aber nicht nur entscheidende Voraussetzungen geschaffen worden, die bestehenden objektiven Schwierigkeiten zu überwinden, sondern auf dieser Basis können auch die ideologischen Fragen bezüglich der Integration der Zuverlässigkeitsarbeit in der Entwicklungsarbeit konkreter diskutiert und entschieden werden.

Natürlich sollte nicht übersehen werden, daß die entwickelten Methoden und Verfahren einen ersten Schritt verkörpern. In der nächsten Etappe gilt es, diese weiter auszubauen, zu vertiefen und, was besonders wichtig ist, sie an die speziellen Probleme in den einzelnen Wissenschaftsdisziplinen und Fachgebieten anzupassen. Aber gerade dieser Aufgabenkomplex kann nicht vom Zuverlässigkeits-spezialisten wahrgenommen werden. Er kann zweifellos beraten und helfen; die komplexe Lösung der objektbezogenen Probleme ist jedoch nur durch den Fachwissenschaftler möglich. Nur auf der Basis einer so angelegten interdisziplinären Arbeit ist auf diesem Gebiet der unbedingt notwendige Entwicklungsschub zu erwarten.

Zusammenfassend kann man sagen:

1. Die ständige Erhöhung der Erzeugnis- und Prozeßqualität ist eine volkswirtschaftliche Aufgabe ersten Ranges, die entscheidenden Einfluß auf die Leistungsfähigkeit aller Wirtschaftszweige und das materielle und kulturelle Lebensniveau aller Bürger hat.
2. Die ständige Sicherung und Erhöhung der Qualität ist eine Aufgabe, für die jeder einzelne an seinem Platz die volle Verantwortung tragen muß. Sie darf keine Ressortarbeit sein und beruht auf einem hohen Qualitätsbewußtsein aller Beschäftigten.
3. Der umfassende Prozeß der Qualitätssicherung und -erhöhung muß in der Verantwortung der Betriebsleitungen liegen.
4. Eine umfassende und erfolgreiche Qualitätsarbeit setzt voraus, daß entsprechende theoretische Grundlagen erarbeitet werden und sich in nutzbaren mathematischen Modellen niederschlagen, wobei den rechnergestützten Verfahren eine wachsende Bedeutung zukommt.
5. Die Zuverlässigkeit muß durch das Vorhandensein geeigneter mathematischer Modelle in der Konstruktion, Entwicklung, Dimensionierung und Nutzung von Systemen eine aktivere Rolle als bisher spielen.
6. Ein wesentlicher Gesichtspunkt besteht in der ökonomischen Bewertbarkeit von Qualitätsverbesserungen bzw. -verschlechterungen.

Das vorliegende Buch soll einen Beitrag dazu leisten, die Systemleistung in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente mathematisch zu beschreiben. Es werden Grundlagen vorgestellt, die in allen Bereichen der Wirtschaft, auch in Dienstleistungsbereichen, angewendet werden können. Erforderlich ist dazu die Bereitschaft, Vorhandenes aufzunehmen und an die Prozesse des eigenen Bereichs anzupassen.

2. Systemleistung und Zuverlässigkeit

2.1. Grundlegender Zusammenhang von Qualität, Zuverlässigkeit und Leistung

Die Bedeutung des Zusammenhangs von Leistungsfähigkeit – Qualität – Zuverlässigkeit für die künftige technische, technologische, ökonomische und gesellschaftliche Entwicklung wurde ausführlich im Kapitel 1. behandelt (siehe auch [2.1] bis [2.10], [2.15], [2.16]). Das generelle Problem ist damit, mathematische Modelle zu entwickeln, die eine quantitative Ermittlung dieses bedeutenden Zusammenhangs ermöglichen.

Natürlich werden bereits heute vielfältige Analysen durchgeführt, die ökonomische Verluste infolge ungenügender Qualität sichtbar machen und so zu einer ökonomischen Wertung der Qualität führen, aus der auch Schlußfolgerungen für die künftige Arbeit abgeleitet werden [2.7]. Dies sind zweifellos wertvolle Aussagen, die jedoch ausschließlich retrospektiv ermittelt werden können. Darüber hinaus muß man beachten, daß die Ergebnisse dieser Analysen insofern unvollständig sind, da sie in der Regel nur die „positiven“ Ergebnisse in die Wertung einbeziehen, während z.B. entgangene Geschäfte, nicht realisierte Leistungen usw. außerhalb der Betrachtung bleiben.

Als eine praktische Konsequenz bleibt, daß zwar viel über die Zuverlässigkeit diskutiert wird, ohne jedoch zu theoretisch fundierten quantitativen Aussagen zu gelangen [2.7], [2.11]. Am Ende ist niemandem so recht klar, welche Bedeutung eine Verfügbarkeit von 0,9 oder 0,95 hat und vor allem, welche praktischen Konsequenzen sich daraus ergeben bzw. welche Forderung an die Verfügbarkeit gestellt werden muß. Dieser Zustand muß schnellstens überwunden werden. Dies kann er aber nur, wenn der Einfluß der Qualität bzw. Zuverlässigkeit auf die Systemleistungsfähigkeit quantitativ angegeben werden kann.

Warum bereitet dies bei komplizierten Systemen Schwierigkeiten?

Das Hauptproblem muß darin gesehen werden, daß die „klassische Zuverlässigkeitstheorie“ im wesentlichen auf den zwei Zuständen: „funktionsfähig“ und „ausgefallen“ basiert (siehe auch TGL 26 096). Mit diesen Zweizustandsmodellen können komplizierte Systeme nicht betrachtet werden [2.12], [2.13], [2.17]. Eine Reihe von Versuchen, die in dieser Richtung unternommen wurden, haben kaum zu brauchbaren Ergebnissen geführt und damit auch das „Vertrauen“ in die Zuverlässigkeitstheorie und ihre Nützlichkeit kaum gestärkt. Dementsprechend schwach ausgebildet ist damit auch das Erkennen der Notwendigkeit, die Zuverlässigkeitstheorie von Anbeginn an in dem Entwicklungsprozeß von Erzeugnissen als Instrumentarium zu nutzen.

Die praktischen Schwierigkeiten kann man sich leicht verdeutlichen, wenn man einmal die Funktionsweise von komplizierten Systemen analysiert. Dies ist verhältnismäßig einfach, da man viele, aus dem täglichen Leben gut bekannte Beispiele dafür heranziehen kann.

Betrachten wir als erstes Beispiel eine Schalterhalle eines Dienstleistungsbereichs (z.B. Staatsbank, Post, Bahnhof, Reisebüro, Kaufhalle). Sind alle s Schalter geöffnet, ermöglicht das Dienstleistungssystem eine bestimmte Leistungsfähigkeit, die der Kunde als Wartezeit bzw. optisch als Warteschlange reflektiert. Können aus technischen oder personellen Gründen nicht alle s Schalter geöffnet werden (d.h., j Schalter bleiben geschlossen), ist das Dienstleistungssystem zweifellos arbeitsfähig, „nur“, die Leistungsfähigkeit ist geringer, die Wartezeit der Kunden steigt mehr oder weniger stark an. Ein Ausfall des Systems tritt jedoch nur dann ein, wenn $j = s$, d.h. wenn alle Schalter geschlossen sind, was in der Regel nicht der Fall ist.

Damit wird der Kunde mit einem Dienstleistungssystem konfrontiert, dessen Leistungsfähigkeit in Abhängigkeit von der Anzahl der geöffneten Schalter $s - j$ ein unterschiedliches Niveau der Leistungsfähigkeit besitzt, das aber nicht durch die zwei Zustände „funktionsfähig“ und „ausgefallen“ beschrieben werden kann.

An diesem Beispiel aus dem täglichen Leben ist auch erkennbar, daß bei einer zu geringen Stufe der Leistungsfähigkeit des Systems (zu lange Warteschlangen) der Kunde auf die Inanspruchnahme der Dienstleistung dieses Systems verzichtet. Für das Dienstleistungssystem ist dies ein „Verlust“, der sich aber in retrospektiven statistischen Analysen kaum (deutlich) ausweist, da man dann nicht entscheiden kann, ob die Anzahl der Kundenforderungen so gering war oder ob Kundenwünsche verlorengegangen sind.

Als ein zweites Beispiel sei eine Straßenbahnlinie des öffentlichen Personennahverkehrs herausgegriffen. Die Leistungsfähigkeit der Linie wird a priori durch den Fahrplan vorgegeben. Es ist unschwer vorstellbar, daß der aufgestellte Fahrplan nur verwirklicht werden kann, wenn die zu seiner Realisierung erforderlichen s Straßenbahnzüge zur Verfügung stehen. Man kann folglich sagen, die Straßenbahnlinie ist funktionsfähig, wenn s Straßenbahnzüge verfügbar sind. Um die Betrachtungen nicht zu komplizieren, sollen die Umweltbedingungen für die Straßenbahnlinie als ideal angenommen werden.

Wie soll aber der Ausfall der Straßenbahnlinie interpretiert werden? Sicher ist sie ausgefallen, wenn alle s Straßenbahnzüge ausgefallen sind – ein wenig realistischer (wahrscheinlicher) Zustand. Wahrscheinlicher ist, daß $j = 1, \dots, s - 1$ Straßenbahnzüge nicht einsatzfähig sind. Wie kann man unter diesen Bedingungen die Straßenbahnlinie aus zuverlässigkeitstheoretischer Sicht beurteilen? Eindeutig ist, daß sich ihre Leistungsfähigkeit bzw. Qualität verringert hat, wenn $s > j > 0$ gilt.

Dieser Zustand hat auch in mannigfaltiger Weise und in unterschiedlichem Umfang Auswirkungen auf die Benutzer der Straßenbahnlinie. Im Gegensatz zu dem Schalterhallenbeispiel sind die Verhältnisse in ihren Auswirkungen jedoch etwas anders einzuschätzen. So kann es passieren, daß ein Teil der Benutzer der Straßenbahnlinie davon nichts bemerkt, also gar nicht beeinflusst wird, während ein anderer Teil der Benutzer durch den Ausfall einzelner Straßenbahnzüge eine wesentlich größere Wartezeit in Kauf nehmen muß.

Betrachten wir als ein weiteres Beispiel den Kiestransport von einer Kiesgrube zu einer Großbaustelle. Die Leistungsfähigkeit des Systems (Kiesmenge/Zeiteinheit) ergibt sich auf Grund der Zahl der eingesetzten Fahrzeuge s . Die maximale Leistungsfähigkeit kann jedoch nur verwirklicht werden, wenn kein Fahrzeug ($j = 0$) ausgefallen ist. Die Leistungsfähigkeit reduziert sich stufenweise mit jedem ausgefallenen Fahrzeug; ein Totalausfall des Systems (überhaupt kein Kiestransport) ist nur zu verzeichnen, wenn $j = s$ Fahrzeuge nicht einsatzfähig sind, was wieder-

um nicht sehr wahrscheinlich ist. Im Ergebnis erhält die Großbaustelle eine geringere Menge Kies pro Zeiteinheit als geplant. Die sich daraus für die Großbaustelle ergebenden Konsequenzen müssen die entscheidende Grundlage für notwendige Veränderungen des Transportsystems sein.

Analoge Verhältnisse findet man natürlich auch in vielen anderen Bereichen. Betrachten wir deshalb noch eine Nachrichtenverkehrsverbindung zwischen zwei Städten. Sind alle s Leitungen zwischen beiden Orten verfügbar, muß der Fernsprechteilnehmer lediglich mit einer geringen Wahrscheinlichkeit damit rechnen, daß er keine freie Leitung findet und ein Besetztzeichen erhält. Sind dagegen j Leitungen von den s vorhandenen auf Grund von Ausfällen nicht verfügbar, ist die Verbindung der beiden Städte zwar noch funktionsfähig, nur wird der Teilnehmer häufiger mit einem Besetztfall konfrontiert und deshalb in der Regel erst mehrere erfolglose Versuche durchführen müssen, ehe er seine Verbindung bekommt oder aber aufgibt. Auch in diesem Fall ist letztlich entscheidend, welche Qualität man dem Kunden (Fernsprechteilnehmer) anbieten will.

Gemeinsam ist allen diesen Beispielen, daß

- die volle Funktionsfähigkeit gegeben ist, wenn alle vorgesehenen s Systemelemente funktionsfähig sind; dieser Zustand läßt die maximale Leistungsfähigkeit zu, für die das System ausgelegt ist;
- der Ausfall von $s > j > 0$ Systemelementen nicht zum Systemausfall führt, wohl aber zu einer mehr oder weniger deutlichen Reduzierung der Systemleistungsfähigkeit;
- der Ausfall von $s > j > 0$ Systemelementen in der Regel mit kleiner werdendem j wahrscheinlicher und der Ausfall von $j = s$ Systemelementen meist ein seltenes Ereignis ist;
- die Verringerung der Systemleistungsfähigkeit in der Regel um so größer ist, je mehr Systemelemente ausgefallen sind.

Unterschiedlich sind in den aufgeführten Beispielen die Auswirkungen der Ausfälle von Systemelementen zu werten.

Sie hängen davon ab,

- in welchem Bereich der Leistungsfähigkeit das System gerade arbeitet und
- in welcher Art und Weise die Auswirkungen den Kreis der Nutzer treffen.

Insofern ist der bisher betonte Dimensionierungsaspekt bezüglich der Anzahl s der Kanäle eines Systems natürlich nur beispielhaft. Aber gerade die unterschiedlichen Auswirkungen der Ausfälle von Systemelementen müssen bei der Systembewertung und der Systemdimensionierung eine hervorragende Rolle einnehmen. Aus diesem Grund müssen die Anforderungen, die der Nutzer an das System stellen muß, gründlich analysiert werden, insbesondere natürlich hinsichtlich ihrer praktischen Bedeutung. Verständlicherweise ist dies nur objektkonkret möglich. Trotzdem ist es sicher einleuchtend, daß es einige globale Unterschiede gibt, z.B.

- Auswirkungen mit in der Regel geringeren Konsequenzen:
  - geringfügige Erhöhung der Wartezeit des Kunden eines Dienstleistungssystems,
  - Absinken der Wärmeversorgung um wenige Grad,
  - verringerte Rohstoff- bzw. Materiallieferung (um wenige Prozent),
  - geringfügiges Ansteigen der Verlustwahrscheinlichkeit (Besetztfälle) eines Fernsprechsystems,
  - geringfügiges Absinken der Berechnungsmenge in der Landwirtschaft.

Diese Beispiele könnten beliebig fortgesetzt werden, und jeder Leser wird aus seinem persönlichen, dienstlichen oder privaten Wirkungsfeld weitere hinzufügen können.

nen. Mit der Bemerkung „in der Regel“ und dem Attribut „geringfügig“ soll aber ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht werden, daß es diesbezüglich auch Ausnahmen geben kann. Wenn z.B. eine chemische Reaktion eine bestimmte Temperatur erfordert, dann wird dies mit diesen Beispielen nicht erfaßt.

– Auswirkungen mit in der Regel erheblichen Konsequenzen:

- Ausfall einer Rohstoff- oder Materiallieferung, die auf Grund der sich ergebenden Diskontinuität zum Produktionsausfall beim Nutzer führt – eine Situation, die mit wachsender Automatisierung in der Produktion eine immer größere Bedeutung erlangt,
- Ausfall eines Verkehrsmittels, wodurch der Reisende sein Ziel nicht oder nicht rechtzeitig erreicht,
- verringerte Wasser- bzw. Stromzuführung, die zur Unterbrechung von chemischen Reaktionen, Transportprozessen usw. führt,
- nicht rechtzeitiges Eintreffen der dringlich medizinischen Hilfe,
- nicht ausreichende Kühlung chemischer Prozesse.

Auch diese Beispiele könnten beliebig ergänzt werden.

Herausgestellt werden sollte, daß bei der Systementwicklung, -dimensionierung und -bewertung offensichtlich unterschiedliche Kenngrößen herangezogen werden müssen. Aus diesen Anforderungen ist abzuleiten, ob

- die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit oder
- die momentane Systemleistungsfähigkeit

für den Verwendungszweck des Systems entscheidend sein muß und mit welcher Wahrscheinlichkeit diese Kenngrößen gesichert werden müssen. Für diese Entscheidungen müssen auf der einen Seite die auftretenden ökonomischen Aufwendungen und auf der anderen die möglicherweise eintretenden ökonomischen Verluste als Grundlage herangezogen werden.

Die angeführten Beispiele sollen aber auch verdeutlichen, daß komplizierte Systeme eine endliche Anzahl von Systemzuständen einnehmen können, die mit einem unterschiedlichen Niveau (Stufen) der Systemleistungsfähigkeit verbunden sind.

Analysiert man praktische Systeme, dann zeigt sich, daß Systeme dieser Art weitverbreitet, typisch sind. Sie sind u.a. anzutreffen im Transport- und Nachrichtenwesen, in der Energieversorgung, im Handel, in Dienstleistungsbereichen, aber auch in komplexen Fertigungssystemen sowie der Datenverarbeitung, aber auch Systeme des Gesundheits- und Bildungswesens können hier eingeordnet werden.

Natürlich sind diese umfassenden Systeme auch in Teilsysteme zerlegbar (z.B. Straßenbahnlinie, Taxi-Stand, Kaufhalle, Rechenstation usw.), ohne daß sich die genannten Prinzipien verändern. Bei der Vorgabe von Entwicklungszielen für komplizierte Systeme und bei ihrer Bewertung kann man deshalb nicht von den Zuständen funktionsfähig und ausgefallen ausgehen, sondern muß entweder eine durchschnittliche Leistungsfähigkeit vorgeben oder eine Wahrscheinlichkeit dafür, daß eine bestimmte Stufe der Leistungsfähigkeit nicht unterschritten werden darf. Man kann aber im Gegensatz dazu nicht willkürlich definieren, daß das System ausgefallen ist, wenn j Systemelemente nicht verfügbar sind.

Welche Konsequenzen müssen aus den vorliegenden Erkenntnissen abgeleitet werden?

Die generelle Schlußfolgerung kann nur sein, daß die Leistungsfähigkeit eines Systems grundsätzlich in Abhängigkeit von der Zuverlässigkeit (Qualität, Verfügbarkeit) der Systemelemente betrachtet werden muß. Dazu ist es jedoch notwendig, mathematische Modelle zu entwickeln, die sowohl Kenngrößen der Leistungsfähig-

keit als auch der Zuverlässigkeit beinhalten, damit dieser Zusammenhang zwischen Systemleistungsfähigkeit, Qualität und Zuverlässigkeit quantitativ ermittelt werden kann.

Auf die speziellen Modelle wird in den nachfolgenden Abschnitten eingegangen. Von prinzipieller Bedeutung erscheint es jedoch, den generellen Trend voranzustellen und zu diskutieren. Damit soll der Leser von der Nützlichkeit der mathematischen Modelle überzeugt werden, ohne gleichzeitig gezwungen zu sein, sich mit dem mathematischen Apparat auseinanderzusetzen zu müssen. Dies gewinnt auch deshalb an Bedeutung, da durch eine allgemeine Systemanalyse und die Fixierung von Zielstellungen erst die Voraussetzungen geschaffen werden müssen, das geeignete mathematische Modell herauszufinden.

Anhand mathematischer Modelle wurde die Systemleistungsfähigkeit EL_D in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit V_{De} der Systemelemente berechnet. Alle Berechnungen haben den in Bild 2.1 dargestellten Trend ergeben.

Bild 2.1
Durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente V_{De} (Die Anzahl der Systemelemente n gewährleistet $l_{D,max}$ nur bei $V_{De} = 1$.)

In Bild 2.1 kann die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D einen maximalen Wert $l_{D,max}$ (im Bild als Vergleichswert eingezeichnet) annehmen, wenn alle Systemelemente absolut zuverlässig und wartungsfrei arbeiten, also den Wert $V_{De} = 1$ besitzen, und nur dann. Da dies ingenieurtechnisch nicht gesichert werden kann, tritt in der Praxis eine Verfügbarkeit $V_{De} < 1$ auf. Der quantitative Einfluß der Verfügbarkeit der Systemelemente auf die Systemleistungsfähigkeit ist aus Bild 2.1 erkennbar.

Folgende wesentliche generelle Aussagen können aus Bild 2.1 abgeleitet werden:

1. Eine Aussage zur realen mittleren Leistungsfähigkeit EL_D des Systems kann nur gemacht werden, wenn gleichzeitig Angaben zur Verfügbarkeit (Ausfall- und Instandhaltungsgeschehen) der Systemelemente vorliegen.
2. Es ist deutlich erkennbar, daß $l_{D,max}$ immer größer als $EL_{D,gef}$ gewählt werden muß, da sonst der geforderte Wert $EL_{D,gef}$ nicht realisierbar ist.
3. Hat ein System eine bestimmte Anforderung bezüglich der Leistung zu erfüllen, können auf Grund der projektierten Systemleistungsfähigkeit Anforderungen an die Systemelemente abgeleitet werden hinsichtlich
  - Zuverlässigkeit,

- Instandhaltbarkeit,
  - Grad der Reservierung,
  - Zustandsüberwachung.
4. Aus dem Verlauf der Kurve der mittleren Systemleistungsfähigkeit EL_D kann abgeschätzt werden, ob eine Steigerung der Verfügbarkeit V_{De} der Systemelemente einen wesentlichen Einfluß auf die Systemleistung ausübt (z. B. eine Erhöhung von $V_{De} = 0,8$ auf $0,9$) oder nicht (z. B. eine Erhöhung von $V_{De} = 0,99$ auf $0,999$).
  5. Erbringt ein System mit einer vorgegebenen Verfügbarkeit der Systemelemente eine bestimmte Systemleistungsfähigkeit EL_D , kann man berechnen, welcher Leistungszuwachs erreicht werden kann, wenn die Verfügbarkeit V_{De} um ein bestimmtes Maß gesteigert wird.
  6. Zur Erhöhung der Systemleistungsfähigkeit können die in der Zuverlässigkeitstheorie üblichen Reservierungsstrategien angewendet werden. Dabei muß aber geprüft werden, ob eine belastete oder unbelastete Reserve eingesetzt werden soll bzw. kann (siehe Bilder 2.2 und 2.3).

Der Modellansatz mit der Integration von Parametern der Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit läßt nicht mehr eindeutig erkennen, welches Motiv der Reservierung (Erhöhung der maximalen Leistungsfähigkeit oder Sicherung einer vorgegebenen Leistungsfähigkeit im Sinne der Zuverlässigkeit) zugrundeliegt. Dies hat auch keine praktische Bedeutung, macht aber einmal mehr deutlich, daß Leistungs- und Zuverlässigkeitsbetrachtungen zu einer Einheit verschmolzen werden können.

Es muß aber noch einmal betont werden, daß es nicht möglich ist, die Verfügbarkeit eines komplizierten Systems zu berechnen, um damit die Leistungsfähigkeit des Systems abzuschätzen. Es gelingt nämlich nicht, die Verfügbarkeit des Systems

Bild 2.2
Durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente V_{De} (Bei $n+l = 100$ ist $l = 0$, bei $n+l = 110$ ist $l = 10$, bei $n+l = 120$ ist $l = 20$.)

(Die Anzahl der Systemelemente n wird im Sinne einer belasteten Reserve um l Systemelemente erhöht. Dadurch steigt l_{Dmax} – im Bild nicht eingezeichnet –, und damit kann EL_{Dgef} auch bei $V_{De} < 1$ der Systemelemente praktisch verwirklicht werden, wenn eine zu der gegebenen Verfügbarkeit entsprechende Anzahl Systemelemente l dem System zusätzlich zugeführt wird.)

Bild 2.3

Durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente V_{De} (Bei $n = 100$ ist $l = 0$, bei $n = 110$ ist $l = 10$, bei $n = 120$ ist $l = 20$.)

(Die Anzahl der Systemelemente n wird im Sinne einer unbelasteten Reserve um l Systemelemente erhöht. Eine Erhöhung von $l_{D,max}$ tritt auf Grund der unbelasteten Reservierung nicht ein, aber die Reservierung hat zur Folge, daß die Differenz zwischen $l_{D,max}$ und EL_D geringer wird, allerdings ohne daß $l_{D,max}$ praktisch erreicht werden kann.)

entsprechend den praktischen Bedingungen mit den klassischen Methoden der Zuverlässigkeitstheorie zu berechnen. Aber gerade das wird immer wieder versucht und führt zwangsläufig zu unbrauchbaren Ergebnissen, weil von unkorrekten Modellvoraussetzungen ausgegangen wird. Deshalb muß man bei komplizierten Systemen Leistungskenngößen heranziehen, um der Wirklichkeit entsprechende Modellvoraussetzungen definieren zu können.

Welche Unterschiede ergeben sich bei unterschiedlichen Systemtypen auf Grund der Reservierungsstrategie?

Dies soll anhand der Bilder 2.2 und 2.3 erläutert werden. Beiden Beispielen gemeinsam soll sein, daß von ihnen eine bestimmte mittlere Leistungsfähigkeit gefordert wird ($EL_{D,gef}$). In beiden Fällen ist dazu der Einsatz von mindestens n Systemelementen notwendig. Diese können die Zielstellung jedoch nur erfüllen, wenn sie absolut zuverlässig arbeiten würden, was unrealistisch ist.

Im Fall des Bildes 2.2 werden l zusätzliche Systemelemente belastet eingesetzt, wodurch die maximale Leistungsfähigkeit $l_{D,max}$ erhöht wird, so daß $EL_{D,gef}$ auch mit einer Verfügbarkeit $V_{De} < 1$ erfüllt werden kann. Eine solche Reservierungsstrategie kann verwirklicht werden z.B. beim Einsatz von Fahrzeugen zum Kiestransport, beim Einsatz von Taxen, bei der Besetzung von Schaltern usw. Sie kann aber nicht verwirklicht werden z.B. bei Linien des öffentlichen Verkehrs. Hier kann nur die Anzahl der Fahrzeuge auf einer Linie verkehren, die den Fahrplanlagen entspricht. Erst bei Ausfall eines Fahrzeugs kann ein Ersatzfahrzeug zum Einsatz gebracht werden. In diesem Fall handelt es sich folglich um eine unbelastete Reservierung. Das Ergebnis ist im Bild 2.3 dargestellt.

Ein Vergleich der Bilder 2.2 und 2.3 läßt deutlich erkennen, daß es in Systemen, bei denen nur unbelastete Reserveelemente vorgehalten werden können, wesentlich schwieriger ist, die geforderte Leistungsfähigkeit zu sichern. Daraus folgt, daß

Bild 2.4

a) Wahrscheinlichkeit $P(L_D \geq l_{D,x})$, mit der eine bestimmte Systemleistungsfähigkeit erfüllt bzw. übererfüllt wird, wenn die Anzahl der Systemelemente $n = 10$, ihre Verfügbarkeit $V_{De} = 0,9$ und die maximale Systemleistung $l_{Dmax} = 10$ ist. Im Bild wurde $l_{D,x}$ als Prozent von l_{Dmax} eingetragen. Für $l_{D,x}$ können nur diskrete Werte auftreten.

b) Wahrscheinlichkeit $P(L_D \geq l_{D,x})$, mit der eine bestimmte Systemleistungsfähigkeit erfüllt bzw. übererfüllt wird, wenn die Anzahl der Systemelemente $n = 10$, ihre Verfügbarkeit $V_{De} = 0,8$ und die maximale Systemleistung $l_{Dmax} = 10$ ist. Im Bild wurde $l_{D,x}$ als Prozent von l_{Dmax} eingetragen. Für $l_{D,x}$ können nur diskrete Werte auftreten.

hier höhere Anforderungen an die Zuverlässigkeitsparameter gestellt werden müssen. Andererseits tun sich hier Anwendungsfälle für eine permanente Prozeßüberwachung auf, mit deren Hilfe der gestörte Prozeßablauf rascher erkannt werden kann. Natürlich kann man in diesem Beispiel ähnlich dem erstgenannten durch eine generelle Verkürzung der Fahrzeugabstände einen ähnlichen Effekt erzielen, ohne jedoch die unterschiedlichen Konsequenzen dabei übersehen zu dürfen.

Wie bereits an den vorstehenden Beispielen deutlich wurde, können die Kriterien der Leistungsfähigkeit bzw. des Leistungsverhaltens (s. Abschn. 2.2.) recht unterschiedlich formuliert werden, z.B.

- transportierbare Mengen pro Zeiteinheit (Leistungsfähigkeit),
- Wartezeit auf Bedienung (Leistungsverhalten),
- Verlustwahrscheinlichkeit im Fernsprechwesen (Leistungsverhalten).

Es muß aber auch darauf aufmerksam gemacht werden, daß der Einfluß der Zuverlässigkeit auf die Systemleistungsfähigkeit durch unterschiedliche Kenngrößen zum Ausdruck gebracht werden kann:

1. Die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit bzw. der Erwartungswert der Systemleistungsfähigkeit EL_D , dargestellt in den Bildern 2.1, 2.2 und 2.3.
2. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die momentane Leistungsfähigkeit L_D ein bestimmtes Niveau der Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ erfüllt $P(L_D \geq l_{D,x})$ bzw. nicht erfüllt $P(L_D < l_{D,x})$. Diesen Sachverhalt zeigt Bild 2.4 in prinzipieller Weise.
3. Die Funktionsgüte G_D bezüglich der Leistungsfähigkeit bzw. die mittlere relative Systemleistungsfähigkeit, die man erhält, wenn der Erwartungswert der Systemleistungsfähigkeit EL_D auf die maximal mögliche Systemleistungsfähigkeit l_{Dmax} bezogen wird.

Die Bilder 2.1 bis 2.3 zeigen den Einfluß der Verfügbarkeit der Systemelemente auf die Systemleistungsfähigkeit in ganz allgemeiner Form. In einer Reihe von Fällen ist diese Aussage jedoch noch zu wenig differenziert. So hat z.B. die Art der Fehler und ihre spezielle Auswirkung teilweise recht unterschiedlichen Einfluß auf die Systemleistungsfähigkeit, obwohl von der gleichen Verfügbarkeit ausgegangen werden kann.

Ohne die Störungssystematik (s. Abschn. 2.3.) hier diskutieren zu wollen, muß man die Störungen hinsichtlich ihrer Auswirkungen in zwei unterschiedliche Gruppen einteilen, nämlich:

1. Störungen, die zum Ausfall des Systemelements führen, so daß dessen Anteil an der Systemleistungsfähigkeit verlorenggeht. Die Produktion ist unterbrochen.
2. Störungen, die zwar zum Ausfall des Systemelements führen, das aber „scheinbar“ weiter arbeitet und infolgedessen „zwar produziert“, als Ergebnis der Produktion aber nur Ausschuß entsteht. Die sich daraus ergebenden Verluste sind gewöhnlich wesentlich größer als im Fall 1, da keine verkaufsfähigen Produkte zur Verfügung stehen, dafür aber Energie, Material und Arbeitskraft verbraucht wurden.

Die Verhältnisse werden durch Bild 2.5 veranschaulicht. Gelingt es in Systemen, in denen derartige unterschiedliche Auswirkungen auftreten können, die Störungsart gemäß Punkt 2 durch Außerbetriebnahme von Systemelementen in eine Störungsart gemäß Punkt 1 zu überführen, ist damit bereits ein Effektivitätsgewinn verbunden. Typisch sind diese Verhältnisse speziell in der Fernsprechvermittlungstechnik, wo Störungen gemäß Punkt 2 erhebliche Verschlechterungen des Leistungsverhaltens nach sich ziehen können (s. Abschn. 9.3.).

Die Anwendung der einen oder anderen Kenngröße muß von den Einsatzkriterien des Systems abhängig gemacht werden, die das System zu erfüllen hat. Global kann man sagen, daß

1. aus der Sicht des Systemherstellers bzw. Systembetreibers in erster Linie die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit von Interesse ist. Mit dieser Kenngröße kann die Effektivität des Systems über einen längeren Zeitraum eingeschätzt werden, so daß davon langfristige strategische Entscheidungen abgeleitet werden können. Dies hat speziell aus planerischer Sicht Bedeutung.
2. aus der Sicht des Nutzers bzw. des Kunden dagegen die momentane Systemleistungsfähigkeit bzw. die Wahrscheinlichkeit ihres Auftretens von großer Bedeutung ist. Er „erlebt“ in erster Linie die momentan existierende Situation und erst in zweiter Linie die durchschnittlichen Verhältnisse, die sich bei ihm als „gute oder schlechte Erfahrungswerte“ niederschlagen.

Die momentanen Kenngrößen können auch in starkem Maß die Kontinuität eines Prozesses positiv oder auch negativ beeinflussen. Deshalb sollte dort, wo ein kontinuierlicher Prozeßablauf gesichert werden muß, den momentanen Kenngrößen stets große Beachtung geschenkt werden.

Bild 2.5 Erwartungswert der Verlustwahrscheinlichkeit EP_V in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente V_{De} , wobei $V_{De} = 1/(1 + \rho_Z)$ gilt

Anmerkungen zu Bild 2.5:

1. Es handelt sich hier um eine Kenngröße des Leistungsverhaltens und nicht der Leistungsfähigkeit.
2. Der Erlangsche Verlust entsteht in Abhängigkeit vom Ankunfts- und Bedienungsprozeß und ist somit unabhängig von der Verfügbarkeit der Systemelemente immer vorhanden.
3. Die Kurven 1, 2 und 3 geben den Gesamtverlust an, der durch den Ankunfts- und Bedienungsprozeß sowie den Ausfall- und Instandhaltungsprozeß entsteht. Zieht man vom Gesamtverlust den Erlangschen Verlust (gestrichelte Linie) ab, so ist damit der zum Erlangschen Verlust zusätzliche Verlust infolge des Ausfall- und Instandhaltungsgeschehens erkennbar.
4. Kurve 1: j Schaltelemente sind ausgefallen und arbeiten nicht mehr.
Kurve 2: j Schaltelemente sind ausgefallen, in deren Folge aber Forderungen „scheinbar“ bedient werden. Die „Bedienung“ liefert jedoch ein qualitätsgemindertes Produkt (Ausschuß). So kann z. B. in der Vermittlungstechnik keine erfolgreiche Verbindung über das ausgefallene Schaltelement hergestellt werden. Die ankommenden Forderungen gelangen zufällig auf ein freies Schaltelement (ungeordnetes System).
Kurve 3: Sie entspricht Kurve 2. Der Unterschied besteht darin, daß die ankommenden Forderungen in sequentieller Folge auf das freie Schaltelement mit der niedrigsten Ordnungsnummer gelangen (geordnetes System).
5. Aus den dargestellten Kurven kann abgelesen werden, wie stark sich das Ausfall- und Instandhaltungsgeschehen auf das Leistungsverhalten des Systems auswirkt. Damit können sinnvolle Forderungen an die Zuverlässigkeit, Instandhaltung bzw. gegebenenfalls an die Dimensionierung der Systemelemente bzw. Systeme abgeleitet werden.

Aus den Berechnungen (siehe auch Bilder 2.1, 2.2, 2.3 und 2.4 sowie Tabelle 2.1) ist deutlich zu erkennen, daß sich von der Kenngröße der momentanen Leistungsfähigkeit in der Regel schärfere Anforderungen an Zuverlässigkeit, Instandhaltung und Systemgestaltung ableiten als aus der Kenngröße der durchschnittlichen Leistungsfähigkeit. Welche Konsequenzen müssen aus den vorliegenden Ergebnissen abgeleitet werden?

Tabelle 2.1 Wahrscheinlichkeit dafür, daß die momentane Systemleistungsfähigkeit L_D kleiner bzw. gleich einem bestimmten Niveau der Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ ist (Im Interesse der Übersichtlichkeit wurden den Berechnungen identische Systemelemente und ausreichende Instandhaltungskapazitäten zugrunde gelegt, so daß die einfachst möglichen Verhältnisse vorliegen.)

Teil 1: 5 identische Systemelemente

$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$			V_{De}	$P(L_D = l_{D,x})$		
	0,9	0,95	0,99		0,9	0,95	0,99
5	0,4095	0,2262	0,049		0,5905	0,7738	0,9510
4	0,0815	0,0226	$9,8 \cdot 10^{-4}$		0,3280	0,2036	0,0480
3	0,0086	0,0016	$9,8 \cdot 10^{-6}$		0,0729	0,0214	$9,7 \cdot 10^{-4}$
2	0,0001	0,00003			0,0085	0,0016	
1	0,00009				10^{-5}	$3 \cdot 10^{-5}$	
EL_D					4,5	4,75	4,95

Teil 2: 10 identische Systemelemente

$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$			V_{De}	$P(L_D = l_{D,x})$		
	0,9	0,95	0,99		0,9	0,95	0,99
10	0,6512	0,3890	0,0956		0,3487	0,6110	0,9044
9	0,2639	0,0861	0,0040		0,3874	0,3029	0,0913
8	0,0702	0,0115	0,0001		0,1937	0,0746	0,0039
7	0,0128	0,0010			0,0574	0,0105	
6	0,0016	$6,4 \cdot 10^{-5}$			0,0112	0,0009	
5	$1,5 \cdot 10^{-4}$				0,0015		
4	$9 \cdot 10^{-6}$				0,00014		
3	$3,7 \cdot 10^{-7}$				$8,6 \cdot 10^{-6}$		
2	$9 \cdot 10^{-9}$						
1	10^{-10}						
EL_D					9	9,5	9,9

- Man muß erkennen, daß Qualität und Zuverlässigkeit einen bedeutenden Einfluß auf die Leistungsfähigkeit komplizierter Systeme ausüben. Folglich muß die Qualitäts- und Zuverlässigkeitsarbeit eine aktive Rolle bei der Konzipierung, Entwicklung, Produktion, Dimensionierung und dem Betrieb komplizierter Systeme spielen. Die Qualitäts- und Zuverlässigkeitsstrategie muß integraler Bestandteil der wissenschaftlich-technischen Erzeugnisstrategie sein.
- Die Qualitäts- und Zuverlässigkeitsarbeit muß als strategische Zielstellung eine wesentliche Leitungsaufgabe sein und kann nicht Ressortarbeit einzelner Spezialisten sein. Wesentliche Elemente der Leitungstätigkeit müssen sein
  - Qualitätsplanung/Vorgabe von Qualitätszielen,
  - Maßnahmen zur Qualitätssicherung,
  - Maßnahmen zur Qualitätsverbesserung.
- Effektive Qualitäts- und Zuverlässigkeitsarbeit setzt voraus, daß die notwendigen theoretischen Grundlagen vorhanden und die praktischen Zusammenhänge bekannt sind.

4. Die Zuverlässigkeitstheorie muß weiterentwickelt werden, damit sie immer den gestellten Ansprüchen gerecht werden kann. Die entscheidende Konsequenz muß wohl darin gesehen werden, daß die theoretische Behandlung komplizierter Systeme ein neues theoretisches Instrumentarium erfordert. Mindestens auf der Systemebene können leistungsorientierte Systeme zuverlässigkeitstheoretisch nicht mehr losgelöst von ihrer (meist) stochastischen Belastung betrachtet werden.
5. Eine entscheidende Aufgabe muß schließlich darin gesehen werden, quantitative Qualitätsmaße zu schaffen. Mit den vorliegenden mathematischen Modellen dürfen dazu erste Grundlagen vorliegen. Es darf aber nicht übersehen werden, daß hier noch viele offene Fragen zu diskutieren sind.

So wird sich beispielsweise aus der Sicht des Nutzers eine allgemeine Systemqualität mindestens aus zwei Aspekten zusammensetzen:

- Qualität der Systemkonstruktion und
- Qualität des Systembetriebs.

Diesen Fragen wird man in Zukunft mehr und mehr Beachtung schenken müssen, denn eine geringe Qualität der Systemkonstruktion kann nicht durch einen guten Systembetrieb wettgemacht werden, wohl aber kann eine gute Qualität der Systemkonstruktion durch einen qualitativ schlechten Betrieb stark geschmälert werden.

Damit steht noch eine Vielzahl offener Fragen zur Diskussion, die einer wissenschaftlichen Untersuchung bedürfen.

6. Aus dem Gesagten ergibt sich eine Reihe von Konsequenzen für die Standardisierungsarbeit.

7. Generell gilt: Qualitätsarbeit muß an jedem Arbeitsplatz Priorität haben.

Der offensichtliche Zusammenhang zwischen Leistung und Zuverlässigkeit eines Systems muß in der Planung, Projektierung sowie im Systembetrieb und damit natürlich auch bei der Modellierung solcher Systeme berücksichtigt werden. Die sich daraus ergebenden Konsequenzen für die praktische Arbeit vieler Ingenieure, Technologen und Ökonomen kann im Augenblick nur unscharf abgeschätzt werden; sie werden jedoch erheblichen Einfluß auf die Arbeitsweise des einzelnen nehmen. Alles in allem haben diese Betrachtungen auch ideologische Bedeutung für die Zuverlässigkeitsarbeit und die Wissenschaftsdisziplin „Zuverlässigkeitstheorie“ selbst. Ihre Bedeutung wird prinzipiell größer, aber das mathematische Instrumentarium wird sich in dem Maß unterscheiden, ob Betrachtungen auf der Ebene von Elementen oder Systemen durchgeführt werden. Insbesondere auf der Systemebene wird sie zu einem „Konstruktionsparameter“ zur Gewährleistung einer bestimmten Systemleistung mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit.

2.2. Kenngrößen zur Beschreibung des Zusammenhangs von Leistung, Qualität und Zuverlässigkeit

2.2.1. Einführung von Begriffen

Nachdem im vorangegangenen Abschnitt die Notwendigkeit der Berechnung des Zusammenhangs von Qualität, Zuverlässigkeit und Leistungsverhalten bzw. Leistungsfähigkeit begründet worden ist, gilt es nun, das dafür erforderliche Instrumentarium bereitzustellen. Dieses muß die Behandlung von einfach strukturierten Systemen, vor allem aber von kompliziert strukturierten Systemen, die volkswirtschaftlich von zunehmender Bedeutung sind, ermöglichen.

Die Betrachtung von kompliziert strukturierten Systemen verlangte in den letzten Jahren, neue theoretische Grundlagen zu entwickeln, wobei das Anfangsstadium noch nicht verlassen ist. Daraus folgt auch, daß eine Reihe neuer Begriffe benötigt wird, für die dementsprechend noch keine in der DDR standardisierten Definitionen vorliegen.

Bei einfach strukturierten Systemen mit einem oder mehreren Elementen unterscheidet man zwei Zustände der Betrachtungseinheit: Ausfall oder Arbeitsfähigkeit, abgekürzt 0 oder 1. Der Systemzustand stellt sich eindeutig auf der Grundlage der Elementezustände 0 bzw. 1 in Abhängigkeit von der Struktur des Systems dar.

Unter zweiwertigen Systemen werden solche Systeme verstanden, bei denen zwar mehrere Systemzustände (z. B. durch Reservierung von Systemelementen) auftreten können, aber lediglich zwei (Grob-)Zustände der Elemente und des Systems von Interesse sind. Da gewissermaßen am Ausgang des Systems entweder ein Signal anliegt (Zustand 1 – Arbeitsfähigkeit) oder keine Information übertragbar ist (Zustand 0 – Ausfall), wird auch der Begriff „informationsorientierte Systeme“ verwendet [2.17].

Zusammengefaßt gilt:

Definition 2.1: Zweiwertige Systeme

Zweiwertige (oder informationsorientierte) Systeme zeichnen sich durch zwei alternative Zustände des Systems aus: Ausfall oder Arbeitsfähigkeit. Möglicherweise auftretende zusätzliche Zustände sind ohne wesentlichen Informationsverlust den beiden Grobzuständen zuordenbar.

Für zweiwertige Systeme sind die in der TGL 26 096/01 standardisierten Kenngrößen anwendbar. Im Zusammenhang mit den hier behandelten Problemen sind wichtig:

Verfügbarkeit $V(t)$ als Wahrscheinlichkeit für den arbeitsfähigen Zustand der Betrachtungseinheit zum Zeitpunkt t ;

Dauerverfügbarkeit $V_D = \lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = (1 + \varrho Z)^{-1}$

mit den Erwartungswerten der Lebensdauer ET_L und der Instandsetzungsdauer ET_I sowie $\varrho Z = ET_I/ET_L$.

In komplizierteren Systemen sind jedoch nicht alle Systemzustände eindeutig den Grobzuständen Ausfall/Arbeitsfähigkeit zuordenbar.

Beispiel 2.1: Fuhrpark

Ein Transportunternehmen setzt zur Lösung seiner Transportaufgaben n Fahrzeuge ein. Der Ausfall von j , $0 \leq j < n$ Fahrzeugen führt offensichtlich nicht zum Totalausfall des Systems, wohl aber zu Leistungsminderungen, zu Qualitäts- und Effektivitätseinbußen.

Wie dieses Beispiel zeigt, ist es bei einer Reihe von Systemen, z. B. Transportnetzen, Fernsprechvermittlungssystemen, Datenübertragungs- und -verarbeitungssystemen, insbesondere packet-switching-Systemen, nicht sinnvoll, ausschließlich mit den für zweiwertige Systeme ausreichenden zwei Grobzuständen zu arbeiten. Vielmehr müssen die charakteristischen Stufen der Arbeitsfähigkeit der Betrachtungseinheit (System, Element) beachtet werden.

Weil nunmehr nicht nur zu unterscheiden ist, ob das System arbeitet oder nicht, sondern mit welcher Arbeitsstufe es produziert, werden solche Systeme mehrwertige Systeme, auch „leistungsorientierte Systeme“ genannt [2.17], [2.18].

Definition 2.2: Mehrwertige Systeme

Systeme mit mehreren Zuständen der Arbeitsfähigkeit, die auf Grund ihrer unterschiedlichen Wirkung auf die Funktionserfüllung des Systems nicht allein in einem Grobzustand „Arbeitsfähigkeit“ zusammenfaßbar sind, heißen mehrwertige oder leistungsorientierte Systeme.

Die Kenngrößen der Funktionserfüllung des Systems bezeichnet man als Funktionseffektivität. Analog zu den Kenngrößen für zweiwertige Systeme kann man die jeweilige Stufe der Funktionseffektivität auf ihre höchstmögliche beziehen und erhält einen „Koeffizienten der Funktionseffektivität“ des Systems [2.19], auch als „Funktionsgüte G“ bezeichnet [2.12], [2.13]. Das sind Kenngrößen, die für konkrete Systeme noch zu spezifizieren sind.

In allgemeiner Form ist die Funktionsgüte $G(t)$ nach [2.12], [2.19] definiert zu

$$G(t) = \frac{Z(t)}{z_{\max}}, \quad (2.1)$$

wobei $Z(t)$ die Funktionseffektivitäten des realen Systems zum Zeitpunkt t und $z_{\max}$ ihre höchstmögliche Realisierung sind. Sowohl (2.1) als auch alle anderen Kenngrößen für mehrwertige Systeme sind bislang in der DDR nicht standardisiert.

Nunmehr werden für mehrwertige Systeme mit stochastischen Anforderungen spezifische Kenngrößen eingeführt. Diese werden insbesondere für Bedienungssysteme mit störanfälligen Kanälen und andere komplizierte Systemstrukturen anwendbar sein.

Neben den bekannten Kenngrößen, die die Verhältnisse am Systemeingang von Bedienungssystemen charakterisieren (Stau- und Verlustprozesse), sind Kenngrößen der Leistungsfähigkeit und des Leistungsverhaltens der Systeme neu einzuführen [2.20], [2.21].

Bild 2.6 Leistungsorientierte Kenngrößen für mehrwertige Systeme

Jedes System besitzt eine Leistungsfähigkeit, die unabhängig von den jeweiligen Anforderungen an dieses System ist. Die maximale Ausnutzung der Leistungsfähigkeit erfordert jedoch eine spezielle Technologie (z.B. bezüglich der Ankunftsabstände), die nicht immer verwirklicht werden kann oder erstrebenswert ist. Sollen die Zusammenhänge zwischen Anforderungen an das System und seiner Leistungsfähigkeit betrachtet oder betont werden, so ist das Leistungsverhalten zu berechnen [2.19], [2.21], [2.22] (s. Bild 2.6).

Definition 2.3: Leistungsfähigkeit

Die Leistungsfähigkeit einer Betrachtungseinheit (System, Element) ist ihr Vermögen, einen bestimmten Durchsatz bzw. eine bestimmte Leistung unter Einhaltung der vorgesehenen Technologie zu erreichen. Die Leistungsfähigkeit L_D ist eine Zufallsgröße.

Je nach konkretem System drückt sich die Leistungsfähigkeit L_D in einem Durchsatz mit der Maßeinheit Mengeneinheit ME pro Zeiteinheit ZE oder in der Leistung mit der Maßeinheit ME · Weg/ZE aus. Offenbar ist die Leistung als über den Weg transportierter Durchsatz interpretierbar. Ausdrücklich sei betont, daß Durchsatz und Leistung ebenso wie ihr Oberbegriff Zufallsgrößen (und nicht Mittelwerte) darstellen.

Die meist durchgeführten Mittelwertbetrachtungen, z.B. in [2.13], [2.23], [2.24], [2.25], [2.26], [2.27], lassen wichtige Informationen verlorengehen.

Entsprechend der Auffassung von L_D als Zufallsgröße sind wichtige Charakteristika die Verteilungsfunktion und der Erwartungswert von L_D . Dabei kann die momentane Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ Werte zwischen 0 und der maximalen Leistungsfähigkeit l_{Dmax} annehmen, die wie folgt definiert werden:

Definition 2.4: Maximale Leistungsfähigkeit l_{Dmax}

Die maximale Leistungsfähigkeit l_{Dmax} ist die Leistungsfähigkeit einer Betrachtungseinheit (System, Element), die unter vollständiger Ausnutzung der technischen Parameter maximal erreicht werden kann. Sie ist eine Realisation der Zufallsgröße L_D .

Definition 2.5: Momentane Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$

Die momentane Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ ist die Realisierung der Zufallsgröße L_D mit einem Wertebereich $0 \leq l_{D,x} \leq l_{Dmax}$, wobei $l_{D,x} = 0$ dem Totalausfall der Betrachtungseinheit gleichkommt.

Die vollständige Erfassung aller Informationen über die Zufallsgröße Leistungsfähigkeit L_D gelingt mit ihrer Verteilungsfunktion $F_{LD}(t, l_{D,x})$, die – wie üblich – definiert ist zu

$$F_{LD}(t, l_{D,x}) = (P(L_D(t) < l_{D,x}(t))) \quad (2.2)$$

für festes t .

Im stationären Fall, der im folgenden ausschließlich betrachtet wird, vereinfacht sich (2.2) zu

$$F_{LD}(l_{D,x}) = P(L_D < l_{D,x}). \quad (2.3)$$

Der Ausdruck (2.3) gibt Auskunft über die Wahrscheinlichkeit $F_{LD}(l_{D,x})$, daß im stationären Regime die momentane Leistungsfähigkeit unter einem vorgegebenen

Niveau $l_{D,x}$ liegt. Von praktisch größerem Interesse ist die komplementäre Verteilungsfunktion

$$\overline{F}_{LD}(l_{D,x}) = P(L_D \geq l_{D,x}). \tag{2.4}$$

Der sich im stationären Regime einstellende Erwartungswert EL_D der Leistungsfähigkeit ergibt sich wie üblich für diskrete Stufen der Leistungsfähigkeit nach (2.5) und für einen stetigen Verlauf der Leistungsfähigkeitsverteilungsfunktion nach (2.6).

Diskreter Fall:

$$EL_D = \sum_{x=0}^{y-1} P(L_D = l_{D,x}) \cdot l_{D,x} \tag{2.5}$$

mit y = Anzahl der Stufen der Leistungsfähigkeit und mit den Eckwerten $l_{D,0} = 0$ und $l_{D,y-1} = l_{Dmax}$.

Stetiger Fall:

$$EL_D = \int_0^{l_{Dmax}} \overline{F}_{LD}(l_{D,x}) \, dl_{D,x}. \tag{2.6}$$

Das mit (2.1) bis (2.6) eingeführte Kenngrößensystem ist kompatibel mit den nach TGL 26 096/01 standardisierten Kenngrößen für Betrachtungseinheiten mit nur zwei relevanten Zuständen (einfach strukturierte bzw. zweiwertige Systeme nach Definition 2.1).

Kann eine Betrachtungseinheit nur die Zustände „intakt“ (d.h. Leistungsfähigkeit $l_{D,x} > 0$) oder „ausgefallen“ (d.h. $l_{D,x} = 0$) annehmen, dann sind die mit (2.1) bis (2.6) eingeführten Kenngrößen identisch den klassischen nach TGL 26 096 (vgl. Tabelle 2.2).

Tabelle 2.2 Gegenüberstellung von Kenngrößen für zwei- und mehrwertige Systeme

klassische Kenngrößen für 2-Zustandssysteme		Kenngrößen der Leistungsfähigkeit L_D für mehrwertige Systeme	
Verteilungsfunktion von L_D		Verteilungsfunktion von L_D	
$F(l_{D,x}) = P((L_D=1) \vee (L_D=0)) = p$		$F(l_{D,x}) = P(L_D < l_{D,x})$	
Erwartungswert von L_D		Erwartungswert von L_D	
$EL_D = 1 \cdot p + 0 \cdot (1-p) = p$		$EL_D = \int_0^{l_{Dmax}} \overline{F}(l_{D,x}) \, dl_{D,x}$	
Maximalwert	$l_{Dmax} = 1$	Maximalwert	l_{Dmax}
Minimalwert	$l_{Dmin} = 0$	Momentanwert	$l_{D,x}$
		Minimalwert	$l_{Dmin} = 0$

p Intaktwahrscheinlichkeit, z.B. Verfügbarkeit, Wahrscheinlichkeit für ausfallfreie Arbeit
 $L_D; l_D$ Zufallsgröße; Realisation der Leistungsfähigkeit

Die bis hierher betrachteten Kenngrößen der Leistungsfähigkeit gehen von einer permanenten und konstanten Belastung der Betrachtungseinheit aus. Für mancherlei Fälle wird diese Betrachtungsweise ausreichend sein, z.B. in kontinuierlichen Fördersystemen mit praktisch niemals entleertem Speicher, in einstufigen Fertigungsprozessen mit ständigem Vorrat an Aufträgen u.ä. Liegt jedoch ein solcher „gesättigter Forderungenstrom“ von Prozeßstufe zu Prozeßstufe nicht vor, sondern im Gegenteil, die Aufträge treffen in stochastischen Intervallen ein, dann sind die Belastungen des Systems oder der einzelnen Prozeßstufen nicht konstant: Neben Untätigkeitszeiten treten Zeiten mit voller Beschäftigung auf, in denen zeitweise sogar Warteschlangen, Verluste oder Blockierungen von Aufträgen nicht verhindert werden können.

In solchen Fällen müssen die Kenngrößen der Leistungsfähigkeit um die auf das System wirkenden Anforderungen (Aufträge, Kunden u.ä.) ergänzt werden, um zu charakteristischen Aussagen für die Betrachtungseinheit zu gelangen. Da Leistungsfähigkeit L_D und Ankunftsabstand T_A der Forderungen jeweils Zufallsgrößen sind, muß auch das resultierende Leistungsverhalten ein zufälliges sein. Neben dem momentanen Leistungsverhalten ist von besonderem Interesse auch das über einen Planungszeitraum zu erwartende, das kumulative Leistungsverhalten.

Letzteres ist auch für Systeme mit „gesättigtem Strom“ relevant. Das heißt, bei quantitativen Betrachtungen wird die Kenngröße der Leistungsfähigkeit bei sonst gleichen Bedingungen gegenüber der Kenngröße des Leistungsverhaltens immer einen größeren oder gleichen Wert annehmen. Die Kenngröße des Leistungsverhaltens kann folglich maximal die Höhe der Kenngröße der Leistungsfähigkeit erreichen. Daraus ergeben sich praktische Konsequenzen.

In den meisten Fällen wird es einfacher sein, Kenngrößen der Leistungsfähigkeit zu berechnen, da die zweite Komponente „Anforderungen“ unberücksichtigt bleibt. Würde man das tatsächliche Leistungsverhalten gleich der Leistungsfähigkeit setzen, dann führt das zur Unterdimensionierung des Systems, und die Nichterfüllung des Produktionsplanes ist vorprogrammiert.

Die Betrachtungsweise des Leistungsverhaltens ist analog derjenigen in der Erneuerungstheorie; dort werden für alternierende Erneuerungsprozesse $\{Z(t)\}$ mit

$$Z(t) = \begin{cases} 1 & \text{falls die Betrachtungseinheit zum Zeitpunkt } t \text{ arbeitet} \\ 0 & \text{falls die Betrachtungseinheit zum Zeitpunkt } t \text{ ausgefallen ist} \end{cases}$$

nicht allein die momentanen Zustände mit dem „Zustandsprozeß $\{Z(t)\}$ “ verfolgt, sondern mit Hilfe kumulativer stochastischer Prozesse $\{C(t)\}$ mit

$$C(t) = \int_0^t g(Z(u)) du, \quad g = \text{reelle Funktion,}$$

die „Gesamteffekte“ über dem Intervall $[0, t)$ untersucht [2.38].

Beispiel 2.2: Kumulatives Leistungsverhalten

Der Fertigungsprozeß einer Maschine lasse sich durch Arbeits- und Untätigkeitsphasen beschreiben. Dann wären mit $Z^*(t)$ ein momentanes Leistungsverhalten und mit $C^*(t)$ ein kumulatives Leistungsverhalten beschrieben. $Z^*(t)$ würde den momentanen Ausstoß aus der Maschine quantifizieren, wobei $Z^*(t)$ nicht nur die Werte 0 oder 1, sondern alle durch die Anforderungen an die Maschine und die Leistungsfähigkeit der Maschine bedingten Werte annehmen kann. Fragt man z.B. nach der Gesamtarbeitszeit $T_B(m)$, die die Maschine für die Bearbeitung von m Teilen benö-

tigt oder nach der Gesamtmenge $M(t)$ an Teilen, die die Maschine innerhalb des Intervalles $[0, t)$ bearbeitet, dann sind Kenngrößen des kumulativen Leistungsverhaltens gefragt.

Das Leistungsverhalten (momentan oder kumulativ) ist je nach spezifischem System durch eine der in Bild 2.6 gezeigten Größen zu quantifizieren. Es sind durchgehend Zufallsgrößen.

Definition 2.6: Leistungsverhalten

Das Leistungsverhalten einer Betrachtungseinheit ist ihr Vermögen, eine bestimmte Leistung, einen bestimmten Durchsatz oder einen bestimmten Gesamteffekt unter Berücksichtigung ihrer Leistungsfähigkeit und der an sie gestellten Forderungen zu erreichen. Das Leistungsverhalten ist ein Zufallsprozeß.

Definition 2.7: Momentanes Leistungsverhalten

Das momentane Leistungsverhalten einer Betrachtungseinheit ist ihre zum festen Zeitpunkt t realisierte momentane Leistung L_t bzw. ihr momentaner Durchsatz M_t . L_t und M_t sind Zufallsgrößen.

Definition 2.8: Kumulatives Leistungsverhalten

Das kumulative Leistungsverhalten einer Betrachtungseinheit ist der Gesamteffekt des Leistungsprozesses, bezogen auf das Intervall $[0, x)$.

Das kumulative Leistungsverhalten drückt sich aus im Mengenverhalten mit

$$M(t) = \int_0^t M_t(u) du \quad (2.7)$$

als der in $[0, t)$ kumulierten Menge bzw. mit

$$L(t) = \int_0^t L_t(u) du \quad (2.8)$$

als der in $[0, t)$ kumulierten Leistung und im Zeitverhalten mit

$$T_B(m) = \int_0^m T_B(t) dt, \quad (2.9)$$

wobei $B(t)$ die zufällige Bearbeitungszeit für eine zu bearbeitende Forderung ist. Da $M(t)$, $L(t)$ und $T_B(m)$ Zufallsgrößen sind, fragt man insbesondere mit ihren Verteilungsfunktionen danach, ob

- im Intervall $[0, t)$ die geforderte Menge m (2.10) bzw. die geforderte Leistung l (2.11) oder
- zur Bearbeitung der Menge m die geforderte Bearbeitungszeit t_B (2.12) unterschritten wird. In [2.28] werden hierfür „Zuverlässigkeitskennfunktionen“ definiert.

Nützlich ist es, das Mengenverhalten in Form der komplementären Verteilungsfunktion auszudrücken:

$$\bar{F}(t, m) = P(M(t) \geq m) \quad \text{mit festem } t \quad (2.10)$$

bzw. $\bar{F}(t, l) = P(L(t) \geq l) \quad \text{mit festem } t. \quad (2.11)$

Für das Zeitverhalten eignet sich besser die Verteilungsfunktion selbst:

$$F(m, t_B) = P(T_B(m) < t_B) \quad \text{mit festem } m. \quad (2.12)$$

Während die Kenngrößen der Leistungsfähigkeit und des momentanen Leistungsverhaltens in einer Reihe von Arbeiten quantifiziert wurden (darauf wird in den folgenden Abschnitten verwiesen), gelang eine Quantifizierung des kumulativen Leistungsverhaltens bislang nur für einen einfachen Fall [2.21], [2.22].

2.2.2. Einordnung der für Bedienungssysteme typischen Kenngrößen

Betrachtet sei ein $M/M/3/0-M/M/1$ -Verlustsystem mit identischen störanfälligen Kanälen (vgl. Symbolverzeichnis).

Kurzbeschreibung des Modells:

Bedienungsaspekt

$s = 3$ Kanäle;
exponentielle Ankunftsabstände der Forderungen mit Intensität λ_B ;
exponentielle Bedienungszeit jedes Kanals mit Intensität μ_B ;
keine Wartepplätze; damit gehen alle Forderungen verloren, die bei Eintritt in das System alle $s = 3$ Kanäle belegt vorfinden.

Zuverlässigkeitsaspekt

$r = 1$ Instandhalter für $s = 3$ ausfallmögliche Kanäle;
exponentielle Lebensdauer jedes der 3 Kanäle mit Intensität λ_Z ;
exponentielle Instandsetzungszeit mit Intensität β_Z .

Erstens: Man kann sich zunächst nur für die Leistungsfähigkeit des Bedienungssystems interessieren (ohne danach zu fragen, ob die momentane Leistungsfähigkeit auch abgefordert wird).

Zweitens: Durch die Integration der Anforderungen an das System (Zufallsgröße) mit der Leistungsfähigkeit des Systems (Zufallsgröße) erhält man eine Aussage zum Leistungsverhalten des Systems (Zufallsgröße).

Zuerst wird die Leistungsfähigkeit L_D des obigen Bedienungssystems untersucht. Sie ist eine Funktion der

- maximalen Leistungsfähigkeit $l_{D\max}$ jedes der $s = 3$ Kanäle,
- der Anzahl der Bedienungskanäle ($s = 3$),
- der Anzahl der Instandhaltungskollektive ($r = 1$),
- der Ausfall- und Instandhaltungsintensitäten (λ_Z, β_Z),

wobei für die maximale Leistungsfähigkeit $l_{D\max}$ eines Kanals seine Bedienungsintensität μ_B zu setzen ist. Dabei kann μ_B als maximaler (momentaner) Durchsatz $l_{D\max}$ eines Kanals angesehen werden.

Formal kann man schreiben:

$$L_D = f(\mu_B, s, r, \lambda_Z, \beta_Z). \quad (2.13)$$

Die Zufallsgröße L_D (Leistungsfähigkeit des Systems) ist wegen des diskreten Zustandsraumes, den der alternierende Erneuerungsprozeß (intakt/ausgefallen – als Zustände eines Kanals) durchlaufen kann, eine diskrete Zufallsgröße nach Tabelle 2.3. Für diese Zufallsgröße lassen sich als wesentliche Charakteristika die Verteilungsfunktion $F_{LD}(l_{D,x})$, der Erwartungswert EL_D und die Funktionsgüte G aus den Zustandswahrscheinlichkeiten P_{Zj} , $j = 0, 1, 2, 3$ ermitteln, wobei j = Anzahl ausgefallener Kanäle ist.

Tabelle 2.3 Zustände und Wahrscheinlichkeiten der Leistungsfähigkeit eines M/M/3/0-Bedienungssystems

Anzahl j ausgefallener Kanäle	Stationäre Zustandswahr- scheinlichkeit P_{Zj}	$P(L_D \geq l_{D,x})$	momentane Leistungs- fähigkeit = Durchsatz des Systems $l_{D,x}$
0	0,7064	0,7064	$3 \mu_B$
1	0,2355	0,9419	$2 \mu_B$
2	0,0523	0,9942	$1 \mu_B$
3	0,0058	1,0000	$0 \mu_B$

Die P_{Zj} gelten für eine Dauerverfügbarkeit jedes Kanals von $V_{De} = 0,9$ und $r = 1$ Instandhaltungskapazität.

Bild 2.7 Zuverlässigkeitsmodell eines 3kanaligen Bedienungssystems und $r = 1$ Instandhaltungskapazität

Aus dem Markov-Graph nach Bild 2.7 ergeben sich sofort die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten P_{Zj} zu

$$P_{Z1} = 3\varrho_Z \cdot P_{Z0}; \quad P_{Z2} = 6\varrho_Z^2 P_{Z0}; \quad P_{Z3} = 6\varrho_Z^3 P_{Z0};$$

$$P_{Z0}^{-1} = 1 + 3\varrho_Z + 6\varrho_Z^2 + 6\varrho_Z^3$$

mit $\varrho_Z = \lambda_Z/\beta_Z$ bzw. $\varrho_Z = (1 - V_{De})/V_{De}$ mit V_{De} als der Dauerverfügbarkeit eines Bedienungskanals.

Somit läßt sich (2.13) auch vereinfachen zu

$$L_D = f(\mu_B, s, r, V_{De}). \tag{2.14}$$

Bei einer beispielhaften Dauerverfügbarkeit eines Kanals von $V_{De} = 0,9$ ergeben sich die in Tabelle 2.3 ausgewiesenen stationären Zustandswahrscheinlichkeiten P_{Zj} . Aus der Summation der P_{Zj} erhält man die Verteilung der momentanen Leistungsfähigkeit des Systems $P(L_D \geq l_{D,x})$.

Beispielsweise ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Systemleistungsfähigkeit momentan (zu einem beliebigen Zeitpunkt) größer oder gleich $2 \cdot \mu_B$ ist, gleich 0,9419; weil mit $P_{Z0} = 0,7064$ und $P_{Z1} = 0,2355$ der Wert $l_{D,x} = 2 \mu_B$ eingehalten oder überschritten wird (siehe dazu Bilder 2.7 und 2.8).

Außerdem ergibt sich leicht der Erwartungswert EL_D der Systemleistungsfähigkeit (= Systemdurchsatz) der diskreten Zufallsgröße wegen (2.5) zu

$$EL_D = \sum_{x=0}^{y-1=3} P(L_D = l_{D,x}) \cdot l_{D,x} \text{ und eingesetzt}$$

$$EL_D = P_{Z0} \cdot 3\mu_B + P_{Z1} \cdot 2\mu_B + P_{Z2} \cdot \mu_B + P_{Z3} \cdot 0 \cdot \mu_B$$

$$EL_D = (0,7064 \cdot 3 + 0,2355 \cdot 2 + 0,0523) \cdot \mu_B$$

$$\underline{EL_D = \mu_B \cdot 2,642.}$$

Das System weist damit einen durchschnittlichen momentanen Durchsatz EL_D von $2,642 \cdot \mu_B$ auf, das ist rund das 2,6fache des maximalen Durchsatzes eines Kanals, aber weniger als der Maximaldurchsatz des Systems.

Bezogen auf den maximalen Durchsatz des Systems ($3 \mu_B$) erhält man die Funktionsgüte G_D des Bedienungssystems bezüglich der Leistungsfähigkeit bzw. die mittlere relative Systemleistungsfähigkeit G_D zu

$$G_D = \frac{EL_D}{l_{Dmax}} = \frac{2,642 \cdot \mu_B}{3 \cdot \mu_B} = 0,8808.$$

Die Funktionsgüte ist abhängig von den Modellvoraussetzungen. Im gewählten Beispiel kann sie durch eine Erhöhung der Anzahl der Instandhalter etwas günstiger gestaltet werden.

Die Funktionsgüte G_D ist (bei einem realistischen Ansatz hinsichtlich der verfügbaren Instandhalter) etwas niedriger als die Verfügbarkeit jedes der 3 Kanäle, aber sie ist höher als eine nach dem Booleschen Seriensystem berechnete Systemverfügbarkeit der vollen Leistungsfähigkeit des Systems. Boolesche Ansätze führen für mehrwertige Systeme trotz idealer Voraussetzungen bezüglich der Instandhaltungskapazität zu pessimistischen Aussagen bezüglich der Leistungsfähigkeit.

Damit kann die Betrachtung der Leistungsfähigkeit des Systems verlassen werden. Wenden wir uns jetzt der Einbeziehung stochastischer Anforderungen zu.

Zur Bewertung des Leistungsverhaltens des Systems müssen zusätzlich zum Zuverlässigkeitsaspekt die Aspekte des Forderungenstromes und der Bedienungsstochastik einbezogen werden. Es sei nochmals erinnert, daß durch die Beachtung des maximalen Durchsatzes μ_B jeder der $s = 3$ Kanäle zwar die Bedienungskapazität, nicht aber die Bedienungsstochastik in die Betrachtung einging (das drückt sich auch deutlich in den Werten für EL_D und G_D aus). Aber gerade mit der Ankunfts- und Bedienungsstochastik wird entschieden, ob die momentane Leistungsfähigkeit des Systems den momentanen Anforderungen entspricht.

Das Bedienungssystem realisiert über den Forderungenstrom (Intensität λ_B), die Bedienungsdauer (Intensität μ_B) und die momentane Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ ein zufälliges Leistungsverhalten, auszudrücken im momentanen Durchsatz M_t oder im kumulativen Mengenverhalten $M(t)$.

Zur Berechnung des momentanen Durchsatzes M_t :

Im Gegensatz zum maximalen Durchsatz des Systems $l_{Dmax} = 3\mu_B$ kann aus Gründen der Stochastik des Forderungenstromes und der Bedienungszeit auch bei absolut zuverlässigen Kanälen dieser Maximalwert nur momentan erreicht werden. Der momentane Durchsatz M_t ist auch eine Zufallsgröße mit den diskreten Zuständen i , $i = 0, 1, 2, 3$, wobei i die Anzahl arbeitender Kanäle ist. Wenn i Kanäle arbeiten, dann ist der momentane Durchsatz $M_t = i \cdot \mu_B$. Offenbar kann man die Verteilung der diskreten Zufallsgröße M_t durch die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten P_{Bi} (i = Anzahl der im System verweilenden Forderungen) beschreiben. Nach Bild 2.8 lassen sich die P_{Bi} sofort angeben zu

Bild 2.8

Bedienungsmodell des Systems
M/M/3/0

$$P_{B1} = \varrho_B \cdot P_{B0}; \quad P_{B2} = \frac{1}{2} \varrho_B^2 P_{B0}; \quad P_{B3} = \frac{1}{6} \varrho_B^3 P_{B0};$$

$$P_{B0}^{-1} = 1 + \varrho_B + \frac{1}{2} \varrho_B^2 + \frac{1}{6} \varrho_B^3$$

mit $\varrho_B = \lambda_B / \mu_B$.

Offenbar gilt für den mittleren momentanen Durchsatz $EM_t^{(Z)}$ des Systems bei absolut zuverlässigen Kanälen:

$$\begin{aligned} EM_t^{(Z)} &= \mu_B \cdot P_{B1} + 2\mu_B \cdot P_{B2} + 3\mu_B \cdot P_{B3} \\ &= \lambda_B \cdot P_{B0} + \lambda_B \cdot P_{B1} + \lambda_B \cdot P_{B2} = \lambda_B (P_{B0} + P_{B1} + P_{B2}) \\ &= \lambda_B (1 - P_{B3}). \end{aligned}$$

Man kann allgemein zeigen [2.29], [2.30], daß der mittlere momentane Durchsatz EM_t eines einphasigen Bedienungssystems stets identisch ist mit

$$EM_t = \lambda_B (1 - P_V) \quad (2.15)$$

P_V Verlustwahrscheinlichkeit.

Im Beispiel ist die Zustandswahrscheinlichkeit P_{B3} identisch der Verlustwahrscheinlichkeit P_V .

Somit gilt für Systeme mit unendlich großem Warteraum wegen $P_V = 0$ auch $EM_t = \lambda_B$. Das bedeutet, daß der Erwartungswert des momentanen Durchsatzes gleich ist der Ankunftsintensität λ_B der Forderungen, vermindert um den Anteil abgewiesener Forderungen $\lambda_B \cdot P_V$.

Nun wird nach dem momentanen Durchsatz M_t gefragt, wenn die Kanäle in der oben beschriebenen Weise störanfällig sind. Dann hat M_t folgende Parameter:

$$M_t = f(\lambda_B, \mu_B, \lambda_Z, \beta_Z, s, r). \quad (2.16)$$

Kenngrößen von M_t (Verteilungsfunktion, Erwartungswert) können auf verschiedene Weise berechnet werden, je nachdem, welche Möglichkeiten der Verknüpfung von Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodell realisierbar sind (vgl. [2.29], [2.30], [2.31], [2.32], [2.33], [2.43], [2.44], [2.45]).

Für das gewählte Beispiel wird die Berechnungsmethode von [2.31] wiedergegeben, das für kleine Kanalzahlen geeignet ist (für große Kanalzahlen siehe [2.33]). Im Bild 2.9 wird der Markov-Graph für das störanfällige Bedienungssystem M/M/3/0-M/M/1 mit den oben angegebenen Voraussetzungen gezeigt. Außerdem wird vorausgesetzt, daß während der Ausfalldauer die betroffene Forderung im Kanal verbleibt und nach Instandsetzungsende weiterbedient wird.

Bild 2.9
Markov-Graph des
M/M/3/0-M/M/1-Bedie-
nungsmodells mit stör-
anfälligen Kanälen

$$\begin{aligned}
 P_{1,0} &= \varrho_B \cdot P_{0,0} \\
 P_{2,0} &= \frac{1}{2} \varrho_B^2 P_{0,0} \\
 P_{3,0} &= \frac{1}{6} \varrho_B^3 P_{0,0} \\
 P_{1,1} &= \varrho_B \varrho_Z P_{0,0} \\
 P_{2,1} &= \varrho_B^2 \varrho_Z P_{0,0} \\
 P_{3,1} &= \frac{1}{2} \varrho_B^3 \varrho_Z P_{0,0} \\
 P_{2,2} &= \varrho_B^2 \varrho_Z^2 P_{0,0} \\
 P_{3,2} &= \varrho_B^3 \varrho_Z^2 P_{0,0} \\
 P_{3,3} &= \varrho_B^3 \varrho_Z^3 P_{0,0}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{mit } \varrho_B &= \lambda_B / \mu_B \\
 \varrho_Z &= \lambda_Z / \beta_Z
 \end{aligned}$$

$$P_V = P_{3,0} + P_{3,1} + P_{3,2} + P_{3,3}$$

$$P_V = \varrho_B^3 \left(\frac{1}{6} + \varrho_Z \left(\frac{1}{2} + \varrho_Z + \varrho_Z^2 \right) \right) \cdot P_{0,0}$$

$$P_i = P(i \text{ Kanäle arbeiten})$$

$$P_i = \sum_{n=0}^{s-i} P_{n+i,n} ; 0 < i \leq s ; s = 3$$

$$\text{Dauerverfügbarkeit } V_{De} \text{ eines Kanals: } V_{De} = (1 + \varrho_Z)^{-1}$$

$$\begin{aligned}
 (i,j) &= i \text{ Kanäle belegt (bedienend oder} \\
 &\quad \text{ausgefallen),} \\
 &\quad j \text{ Kanäle ausgefallen}
 \end{aligned}$$

Aus ihm lassen sich die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten $P_{i,j}$ nach einem Algorithmus, der in [2.31] hergeleitet und bewiesen wird, exakt berechnen. Daraus entwickeln sich die Kenngrößen des momentanen Leistungsverhaltens $M_t^{(U)}$

$$EM_t^{(U)} = \lambda_B (1 - P_V)$$

oder

$$EM_t^{(U)} = \lambda_B \cdot EL_b = \mu_B \cdot \sum_{i=1}^s i \cdot P_i \quad (2.17)$$

EL_b mittlere Anzahl bedienender Kanäle

P_i Wahrscheinlichkeit, daß i Kanäle tätig sind

s Anzahl der Kanäle.

Demzufolge gilt auch

$$1/\mu_B \cdot EM_t = \varrho_B (1 - P_V). \quad (2.18)$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung $P(M_t \geq m_t)$ dafür, daß der momentane Durchsatz wenigstens m_t ($m_t = \mu_B, 2\mu_B, 3\mu_B$) ist, ergibt sich aus den P_i ($i = 0, 1, 2, 3$), die in Tabelle 2.3 ausgewiesen sind.

Zum Beispiel gilt für $\varrho_B = 2$ und $\varrho_Z = 0,11$ ($V_{De} = 0,9$), daß mit Wahrscheinlich-

keit $P_2 + P_3 = 0,3215 + 0,1754 = 0,4969 \approx 50\%$ wenigstens 2 Bedienungskanäle tätig sind.

Nun kann man den mittleren momentanen Durchsatz $EM_t^{(U)}$ des Bedienungssystems mit störanfälligen Kanälen mit dem des absolut zuverlässigen Systems $EM_t^{(Z)}$ vergleichen und erhält die Funktionsgüte G_{Mt} bezüglich des momentanen Leistungsverhaltens M_t :

$$G_{Mt} = \frac{EM_t^{(U)}}{EM_t^{(Z)}} \tag{2.19}$$

Mit (2.15) und (2.16) läßt sich G_{Mt} mit Hilfe der jeweiligen Verlustwahrscheinlichkeiten angeben:

$$G_{Mt} = \frac{\lambda_B (1 - P_V^{(U)})}{\lambda_B (1 - P_V^{(Z)})} = \frac{1 - P_V^{(U)}}{1 - P_V^{(Z)}} \tag{2.20}$$

Tabelle 2.4 Momentanes Leistungsverhalten M_t eines störanfälligen Bedienungssystems M/M/3/0-M/M/1

Verkehrswert $\varrho_B =$	Kanalverfügbarkeit $V_{De} = (1 + \varrho_Z)^{-1} =$			
		0,9000	0,9524	0,9901
1	P_1	0,3782	0,3764	0,3752
	P_2	0,1870	0,1877	0,1876
	P_3	0,0561	0,0594	0,0619
	EM_t	$0,9206 \cdot \mu_B$	$0,9301 \cdot \mu_B$	$0,9362 \cdot \mu_B$
	P_V	0,0794	0,0686	0,0638
	G_{Mt}	98,2 %	99,2 %	99,9 %
2	P_1	0,3345	0,3239	0,3172
	P_2	0,3215	0,3206	0,3170
	P_3	0,1754	0,1934	0,2072
	EM_t	$1,5035 \cdot \mu_B$	$1,5453 \cdot \mu_B$	$1,5729 \cdot \mu_B$
	P_V	0,2482	0,2273	0,2136
	G_{Mt}	95,2 %	97,9 %	99,6 %
3	P_1	0,2656	0,2456	0,2332
	P_2	0,3678	0,3607	0,3496
	P_3	0,2758	0,3115	0,3394
	EM_t	$1,8286 \cdot \mu_B$	$1,9016 \cdot \mu_B$	$1,9506 \cdot \mu_B$
	P_V	0,3905	0,3661	0,3498
	G_{Mt}	93,2 %	96,9 %	99,4 %

- P_i Wahrscheinlichkeit i arbeitender Bedienungskanäle
- EM_t Erwartungswert des momentanen Durchsatzes
- P_V Verlustwahrscheinlichkeit
- G_{Mt} Funktionsgüte bezüglich des momentanen Durchsatzes

Damit wird G_{Mt} bezüglich des momentanen Leistungsverhaltens unabhängig von λ_B . Die Werte in Tabelle 2.4 machen deutlich, daß die Funktionsgüte oftmals besser ist als die Verfügbarkeit des Bedienungskanals. Dies resultiert aus der Beachtung sowohl der Stochastik der Leistungsfähigkeit als auch der Anforderungen an das System, während die Verfügbarkeit die Stochastik der Anforderungen an das System unberücksichtigt läßt. Damit können die Betrachtungen zum momentanen Leistungsverhalten abgeschlossen werden.

Das kumulative Leistungsverhalten beleuchtet die Produktivität des Bedienungssystems über eine gewisse Zeit t oder über eine Dauer von m Bedienungen.

Mit dem Mengenverhalten $M(t)$ wird nach der in der festen Zeit t zufälligen Anzahl $M_t(t)$ Forderungen und mit dem Zeitverhalten $T_B(m)$ nach der für die Bedienung der festen Anzahl m notwendigen (Kalender-)Zeit $T_B(t)$ gefragt:

Das mit Formel (2.7) ausgedrückte kumulative Mengenverhalten $M(t)$, bezogen auf die abgelaufene Zeit t , ist der in der Zeiteinheit t realisierte mittlere Durchsatz. Er ist i. allg. nicht identisch mit EM_t . Allerdings muß gelten:

$$\frac{EM(t)}{t} = E\left(\frac{M(t)}{t}\right) = EM_t. \quad (2.21)$$

Ebenso läßt sich ein mittleres kumulatives Zeitverhalten mit $ET_B(m)$ angeben. Bezogen auf die Anzahl bedienter Forderungen m erhält man die mittlere Kalenderzeit ET_{Bm} zur Bedienung einer Forderung:

$$\frac{ET_B(m)}{m} = E\left(\frac{T_B(m)}{m}\right) = ET_{Bm}. \quad (2.22)$$

Kommen (wie beim gesättigten Forderungenstrom) keine Pausenzeiten auf den Bedienungskanälen vor, dann ist ET_{Bm} identisch mit der mittleren Belegungszeit eines Bedienungskanals.

Während wegen der Äquivalenz (2.21) der Erwartungswert EM_t bzw. $EM(t)/t$ über das momentane Leistungsverhalten berechnet werden kann, gibt es für die Verteilungsfunktion für $M(t)$ nach (2.7) bzw. für $T_B(m)$ nach (2.9) bisher nur für einen Fall eine analytische Lösung:

Modellbeschreibung:

Es wird ein Bedienungskanal betrachtet, der

- eine beliebig verteilte Bedienungszeit T_B mit dem Erwartungswert ET_B und dem Variationskoeffizienten VT_B ,
- eine beliebige Lebensdauerverteilung mit ET_L und VT_L und
- eine beliebige Ausfalldauerverteilung mit ET_{SB} und VT_{SB} aufweist.

Der Ausfall des Kanals bewirkt die Unterbrechung der Bedienung während der Ausfalldauer. Danach wird die Bedienung fortgeführt. Die Zeiten T_B , T_L und T_{SB} sind selbst und untereinander unabhängig. Sobald der Bedienungskanal nicht mehr durch Bedienung oder Ausfall belegt ist, nimmt er eine neue Forderung unverzüglich auf.

Unter diesen Bedingungen kann man zunächst eine modifizierte Kanalbelegungszeit T_{Bm} konstruieren, die eine Zufallsgröße darstellt und die Belegungszeit des Kanals als Aufeinanderfolge von Bedienung und Instandsetzung abbildet (Bild 2.10). Ihre beiden charakteristischen Momente sind [2.33], [2.34]

$$ET_{Bm} = ET_B / V_{De}, \quad (2.23)$$

Bild 2.10 Modifizierte Kanalbelegungszeit T_{Bm}
 T_B Bedienungsdauer, T_L Lebensdauer, T_{SB} Ausfalldauer

$$V^2 T_{Bm}^2 = V^2 T_B^2 + \sigma^2 / ET_B \quad (2.24)$$

mit

$$\sigma^2 = (1 - V_{De})^2 \cdot (1 + V^2 T_{SB}^2) \cdot ET_L \quad (2.25)$$

Aus (2.22) und (2.23) leitet sich der Erwartungswert $ET_B(m)$ des kumulierten Zeitverhaltens für die feste Menge m bedienter Forderungen unmittelbar ab, wenn der Forderungenstrom gesättigt ist:

$$ET_B(m) = m \cdot ET_{Bm} = m \cdot ET_B / V_{De} \quad (2.26)$$

Ausdruck (2.26) bedeutet, daß im Mittel für die Bedienung von m Forderungen hintereinander das um die Nichtverfügbarkeit des Kanals vergrößerte m -fache der mittleren Bedienungszeit ET_B benötigt wird. Das ist auch intuitiv zu erwarten. Aus (2.26) läßt sich einfach auch das mittlere kumulative Mengenverhalten $EM(t)$ angeben:

$$EM(t) = \frac{t}{ET_B(m)} = \frac{V_{De} \cdot t}{ET_B} \quad (2.27)$$

Der Ausdruck (2.27) bedeutet, daß bei absolut zuverlässigem Kanal ($V_{De} = 1$) die Zeitdauer t für die Bedienung von m Forderungen genau das m -fache der mittleren Bedienungszeit ET_B ist. Sonst ($V_{De} < 1$) wird in t eine geringere Anzahl als m Forderungen bedient. Ausdruck (2.27) ist auch intuitiv zu erwarten.

Mit den mittleren Angaben zum kumulativen Zeit- und Mengenverhalten hat man noch keine Aussage zur tatsächlichen Verteilung der Werte von $T_B(m)$, $M(t)$. Das gelingt über die Verteilungsfunktionen $P(M(t) \geq m)$ bzw. $P(T_B(m) \leq t)$, die einander identisch sind. Leider gibt es für endliches t, m keine exakte Lösung. Man kann jedoch über den zentralen Grenzwertsatz für hinreichend großes t, m eine gute Abschätzung der Verteilungsfunktionen erreichen (2.18):

Zuerst wird die Gesamtintaktzeit $Y(t)$ des Elements im Zeitraum $[0, t)$ bei großem t bestimmt:

$$P(Y(t) < k) = \Phi \left(\frac{k - EY(t)}{\sqrt{D^2 Y(t)}} \right), \quad (2.28)$$

wobei $\Phi(x)$ die standardisierte Normalverteilung, $EY(t)$ der Erwartungswert der Gesamtintaktzeit mit

$$EY(t) = V_{De} \cdot t \quad (2.29)$$

$$\text{und} \quad D^2Y(t) = \sigma^2 \cdot EY(t) \quad (2.30)$$

$$\text{mit} \quad \sigma^2 = (1 - V_{De})^2 \cdot (V^2T_L + V^2T_{SB}) \cdot ET_L \quad (2.31)$$

sind. Die Varianz $D^2Y(t)$ hängt offenbar von der Betrachtungsdauer t ab. Die Frage nach $P(M(t) \geq m)$ ist nun identisch mit

$$P(M(t) \geq m) = P(T_B(m) \leq t) = P(M(Y(t)) \geq m) = \Phi \left(\frac{0 - (m \cdot ET_B - EY(t))}{\sqrt{D^2Y(t) + m \cdot D^2T_B}} \right) \quad (2.32)$$

mit D^2T_B , der Varianz der Bedienungszeit. Vereinfachend ergibt sich [2.35]

$$P(M(t) \geq m) = P(T_B(m) \leq t) = 1 - \Phi \left(\frac{m - V_{De} \cdot t / ET_B}{\sqrt{\frac{V_{De} \cdot t}{ET_B} (1 - V_{De})^2 \cdot (V^2T_L + V^2T_{SB}) \cdot ET_L + m \cdot V^2T_B}} \right) \quad (2.33)$$

für $m \rightarrow \infty$.

Betrachtet man den Fall $m = 1$, so stimmen sogar $ET_B(1) = ET_B / V_{De}$ exakt mit (2.23) und $V^2T_{Bm} = (1 - V_{De})^2 \cdot (V^2T_L + V^2T_{SB}) \cdot ET_L / ET_B + V^2T_B$ bis auf den Term V^2T_L mit (2.24) überein, obwohl (2.33) für große m gilt. Die Abweichung resultiert aus der bereits erwähnten Abhängigkeit der Varianz der Gesamtintakzeit $Y(t)$ von t , während in (2.24) eine konstante Varianz der Lebensdauer vorliegt. Somit zeigt sich (2.33) als gute Näherung.

Aus (2.33) leitet sich eine wichtige Eigenschaft des mittleren kumulativen Leistungsverhaltens $EM(t)$ bzw. $ET_B(m)$ unmittelbar ab:

$$P(M(t) \geq EM(t)) = P(T_B(m) \leq ET_B(m)) = 1 - \Phi(0) = 0,5 \quad (2.34)$$

für $m \rightarrow \infty$.

Ausdruck (2.34) charakterisiert die schwerwiegende Tatsache, daß der Erwartungswert des kumulierten Leistungsverhaltens nur mit 50 %iger Wahrscheinlichkeit überschritten wird. Das ist ein für Planungszwecke nicht tragbares Risiko. Somit ist es zweckmäßig, bei gegebenem Risiko (etwa 5 %) den Planungszeitraum t bei gegebener Menge m bzw. die Planungsmenge m bei gegebener Zeit t zu bestimmen.

Beispiel 2.3: Einkanaliges System mit gesättigtem Strom und störanfälligem Kanal

Modellcharakteristika:

- Die Bedienungszeit T_B des Kanals beträgt im Mittel pro Forderung $ET_B = 1$ min, ihr Variationskoeffizient ist $VT_B = 1/\sqrt{2}$.
- Die Lebensdauer des Kanals beträgt im Mittel $ET_L = 72$ h; ihr Variationskoeffizient ist $VT_L = 1$.
- Die Dauerverfügbarkeit des Kanals beträgt $V_{De} = 0,96$ bzw. $V_{De} = 0,90$.
- Die Instandsetzungszeit hat einen Variationskoeffizient $VT_{SB} = 1/\sqrt{2}$.
- Die Zeiten T_B , T_L und T_{SB} sind für sich selbst und untereinander unabhängig.
- Der Ausfall des Kanals kann nur im Zustand einer Bedienung erfolgen.

Die betroffene Forderung wird nach Instandsetzungsende im unterbrochenen Stadium fortgesetzt.

- Der Kanal nimmt ohne Zeitverzug eine neue Forderung auf, sobald die vorangegangene den Kanal verlassen hat.

Gefragt wird nach der zu planenden Kalenderzeit t , die vergeht, um eine feste Anzahl m von Forderungen zu bedienen.

Mit den angegebenen Modellcharakteristika kann man sofort die Verteilungsfunktionen des Mengenverhaltens $M(t)$ bzw. des Zeitverhaltens $T_B(m)$ nach (2.33) berechnen. Man erhält für $m = 1, 10, 50, 100$ und 500 Forderungen die im Bild 2.11 zu sehenden Abhängigkeiten. Dabei wurde die unabhängige Variable t als Vielfaches f von $ET_B(m) = m \cdot ET_B/V_{De}$ gewählt, um deutlich zu machen, mit welcher Wahrscheinlichkeit die mittlere Anzahl der in $[0, t)$ bedienten Forderungen tatsächlich überschritten wird.

Bild 2.11 Verteilungsfunktion des kumulativen Zeitverhaltens $P(T_B(m) \leq t)$ bzw. komplementäre Verteilungsfunktion des kumulativen Mengenverhaltens $P(M(t) \geq m)$ eines 1kanaligen störanfälligen Bedienungssystems mit gesättigtem Strom

Im Ergebnis kann man anhand des Bildes 2.11 feststellen, daß

- die statistische Sicherheit für das Überschreiten der Anzahl m der in $[0, t)$ bedienten Forderungen bei kleinem m auch mit größerer Zeit nur langsam wächst und sich von 50 % abhebt;
- die statistische Sicherheit für das Überschreiten der Anzahl m der in $[0, t)$ bedienten Forderungen bei großem m relativ schnell gegen 1 strebt;
- höhere Verfügbarkeiten ein schnelleres Anwachsen der statistischen Sicherheit im obigen Sinne bewirken;

- der Erwartungswert $EM(t)$ der Anzahl der in $[0, t)$ bedienten Forderungen bzw. der Erwartungswert $ET_B(m)$ der für die Bedienung von m Forderungen notwendigen Kalenderzeit in jedem Falle nur mit einer statistischen Sicherheit von 50 % überschritten bzw. erreicht wird.

Daraus resultiert im Beispiel die Notwendigkeit, größere Planungszeiträume bzw. kleinere Planungsmengen als durch die Mittelwertbetrachtung vorgegeben werden, vorzusehen. Bei einem zulässigen Risiko von 5 % muß man die nach Tabelle 2.5 ausgewiesenen Planungshorizonte verwenden.

Tabelle 2.5 Vielfaches f des Erwartungswertes $ET_B(m) = m \cdot ET_{Bm} = m \cdot ET_B / V_{De}$ der für die Bedienung von m Forderungen notwendigen Kalenderzeit $t = f \cdot ET_B(m)$, die mit 5 % Risiko nicht überschritten wird

		$V_{De} = 0,96$	$V_{De} = 0,90$
$m =$		$f = 30$	$f = 170$
1			
10		4,5	20
50		2,1	5,4
100		1,75	3,5
500		1,35	1,8

Mit der Herleitung und praktischen Nutzung der Kenngrößen des kumulativen Leistungsverhaltens lassen sich die in [2.36] und [2.37] angegebenen Beziehungen zur Zuverlässigkeitsbewertung des Mengen- bzw. Zeitverhaltens nicht aufrechterhalten.

Zur praktischen Anwendung von (2.33) genügt meist die Berechnung des Quantils des Mengen- oder Zeitverhaltens entsprechend

$$P(M(t) \geq m_S) = S \quad (2.35)$$

bzw. $P(T_B(m) \leq t_S) = S. \quad (2.36)$

Setzt man (wie üblich) $S = 95 \%$, ergibt sich wegen der normierten Normalverteilung

$$\Phi(1,65) = 0,95. \quad (2.37)$$

Somit genügt es, wenn man von (2.33) das Argument der Normalverteilung gleich 1,65 setzt. Dann lassen sich t und m explizit ermitteln.

2.3. Störungssystematik

Eine wesentliche Grundlage der Modellierung technologischer Prozesse besteht in einer zielgerichteten Analyse und Systematisierung der praktisch ablaufenden Prozesse. Die Systematik von Bedienungssystemen (mit absolut zuverlässigen Kanälen) charakterisiert die Struktur des Systems sowie die Modalitäten der Ankunfts-, Warte-, Verweil-, Bedienungs- und Abgangsprozesse [2.38], [2.39].

Die Modellierung störanfälliger Bedienungssysteme verlangt die Erweiterung dieser Systematik um den Aspekt der Störungen. Die Klassifizierung der Störungen erfolgt hauptsächlich im Hinblick auf Unterschiede, die sich im mathematischen Modell niederschlagen. Ausgeklammert sind z.B. technische Probleme der Störungsursachen, Auswirkungen auf Nebenprozesse wie Energieverbrauch, Arbeitsschutz u. a.

In Anlehnung an und in Erweiterung von [2.33], [2.39], [2.40], [2.41] und [2.42] gliedert sich die Störungssystematik in folgende Stufen:

1. Bedingungen für das Auftreten von Störungen,
2. Ausbreitung von Störungen,
3. Auswirkungen einer Störung auf eine gerade laufende Bedienung,
4. Zusammensetzung der Ausfalldauer,
5. Auswirkungen der Störung während der Ausfalldauer,
6. Einleitung besonderer Steuerungsmaßnahmen,
7. Instandsetzung.

Die Systematik läßt eine Vielzahl von Störungsvarianten zu, die jedoch von der Praxis noch weit übertroffen wird. Bei der Modellierung sollten deshalb nicht alle möglichen, sondern nur wesentliche Varianten berücksichtigt werden. Dies resultiert neben dem Erfordernis möglichst einfacher Modelle aus den praktisch begrenzten Möglichkeiten der exakten Erfassung aller Prozesse und Zusammenhänge.

Die Störungssystematik ist als Blockschema in den Bildern 2.12 bis 2.18 dargestellt. Während nebeneinanderstehende Blöcke alternative Voraussetzungen darstellen, die z.T. auch kombiniert werden können, treten untereinanderstehende, miteinander verbundene Bedingungen stets gemeinsam auf.

2.3.1. Bedingungen für das Auftreten von Störungen

Die Bedingungen für das Auftreten von Störungen klassifizieren die Zustände der Bedienungskanäle, in denen sie von Störungen betroffen werden können. Während unter Bedingung E1 die Störungen außerhalb des Kanals verursacht werden, z.B. umweltbedingt, ist Bedingung E2 ein Ausdruck für Störungen, die aus der Tätigkeit der Kanäle resultieren.

Bild 2.12 Störungssystematik (Teil 1)
Bedingungen für das Auftreten von Störungen

Ein Kanal kann gleichzeitig sowohl durch Störungen E1 als auch E2 beeinflussbar sein. Auch die Bedingungen E21, E22, E23 und E24, die eine nähere Beschreibung von E2 ermöglichen, können kombiniert auftreten.

Beispiel 2.4: Der Ausfall eines Gleisschaltmittels bei schienengebundenen Transportsystemen kann sowohl durch äußere Einflüsse, insbesondere Witterung (E1), als auch durch den von der Belastung abhängigen Verschleiß, insbesondere Erschütterungen (E2), verursacht werden. Die Störung E2 kann i. allg. nur während des Befahrens durch ein Fahrzeug eintreten (E22, E23, E24).

Beispiel 2.5: Elemente elektromechanischer Vermittlungsstellen fallen hauptsächlich beim Aufbau oder Abbau einer Verbindung aus (E2-E22/E24). Zwar sind auch die Fälle E1, E21 und E23 praktisch nicht auszuschließen, auf Grund ihrer geringen Häufigkeit würde man diese jedoch zur Vereinfachung der Modellierung unberücksichtigt lassen.

2.3.2. Ausbreitung von Störungen

Die Ausbreitung einer Störung im System resultiert aus der Systemstruktur, der Stelle des Störungseintritts und der Art der Störung. Insbesondere bei hierarchischen Systemen spielt die Ausbreitung von Störungen eine wesentliche Rolle.

Bild 2.13 Störungssystematik (Teil 2)
Ausbreitung von Störungen

Die Zahl der an einem Kanal möglichen Störungen wird von der inneren Struktur des Kanals und dem Grad ihrer Abbildung im Modell bestimmt. Auch wenn aus technischer Sicht viele verschiedene Störungen gleichzeitig am Kanal existieren können (z.B. zehn mechanische und fünf elektrische), wird es sinnvoll sein, diese Anzahl im Modell zu reduzieren. Im Beispiel könnten zwei Störungen (mechanisch und elektrisch) zugelassen werden.

Ob und wie lange weitere Störungen auf einem ausgefallenen Kanal auftreten können, hängt nicht zuletzt auch davon ab, ob der Kanal während seiner Ausfalldauer vom übrigen System abgekoppelt wird oder weiterhin Systemelement bleibt.

Beispiel 2.6: Die Fahrstraßen eines Bahnhofs seien die Bedienungskanäle. Da die Fahrstraße aus mehreren Anlagenkomplexen (Gleis, Weichen, Signal, Fahrleitung, Überwachungs- und Stelleinrichtungen, Stromversorgung) besteht, ist die Zahl der potentiellen Störungen praktisch unbegrenzt hoch (A23). Um einen vernünftigen Ansatz zu erhalten, kann man alle Störungen eines Anlagenkomplexes zusammenfassen (A22) oder gar nur noch die Frage stellen, ob die Fahrstraße für eine Zugfahrt verfügbar ist oder nicht (A21).

Die Störung einer Weiche kann z.B. eine (A11), mehrere (A12) oder im Extremfall alle Fahrstraßen (A13) sperren.

2.3.3. Auswirkungen einer Störung auf eine laufende Bedienung

Dieser Teil der Störungssystematik ist nur in den Fällen E22 und E23 (vgl. Bild 2.12) von Bedeutung und betrifft die auf dem ausfallenden Kanal verweilende(n) Forderung(en).

Beispiel 2.7: Während der Bedienung an einem Fahrkartenschalter fällt der Schalterdrucker aus.

1. Fall:

Es steht nur ein Schalter zur Verfügung, der Reisende kann auf keinen anderen Kanal übergehen (B22). Die Schalterangestellte legt die Unterlagen für die manuelle Ausfertigung der Fahrkarten bereit (B11, B43). Danach wird die Fahrkarte manuell ausgefertigt, was längere Zeit in Anspruch nimmt (B43, B62).

2. Fall:

Der Reisende wird auf einen benachbarten Fahrkartenschalter verwiesen (B21). An diesem wird er sofort oder nach erneutem Anstellen in der Warteschlange (B31) bedient (B52).

In beiden Fällen treten keine störungsbedingten Mängel an der Fahrkarte auf (B71).

2.3.4. Zusammensetzung der Ausfalldauer

Da die Auswirkungen der Störungen nach gewissen Abschnitten der Ausfalldauer häufig durch bestimmte Ereignisse bzw. Maßnahmen verändert werden (z.B. Umschalten auf Hilfsbetrieb nach Erkennen einer Störung), werden in diesem 4. Teil der Störungssystematik die möglichen Bestandteile der Ausfalldauer definiert.

Bild 2.14 Störungssystematik (Teil 3)
Auswirkungen einer Störung auf eine gerade laufende Bedienung

Bild 2.15 Störungssystematik (Teil 4)
Zusammensetzung der Ausfalldauer

Die Unterscheidung der Wartezeiten in systeminterne und systemexterne erfolgt aus der Sicht der Modellierung. Systeminterne Wartezeiten treten in Abhängigkeit vom Systemzustand auf. Zu ihnen zählen insbesondere Wartezeiten, die entstehen, weil ein Kanal auf einen Instandhalter warten muß, da dieser gerade einen anderen Kanal des Systems repariert. Diese Wartezeiten treten bei Instandhaltungsdefizit auf (die Anzahl unabhängiger Instandhalter ist kleiner als die maximale Anzahl gleichzeitig instandzusetzender Kanäle).

Systemexterne Wartezeiten entstehen durch Prozesse außerhalb des Systems, z. B. Lieferzeiten für Ersatzteile, Wartezeiten auf Instandhalter, die nicht durch die Instandsetzung anderer Kanäle des Systems entstehen.

Wegezeiten können z. B. als Element aller vier Zeitanteile der Ausfalldauer auftreten.

Beispiel 2.8: Eine eingleisige Eisenbahnstrecke A–B wird als einkanaliges Bedienungssystem aufgefaßt. Ein Schienenbruch führt zur Störung des Kanals. Bis zu seiner Entdeckung (Zeitanteil Z1) wird die Bedienung nicht beeinflusst (jedoch besteht ein gefährlicher Zustand). Kann die Störung nicht sofort beseitigt werden, wird eine Langsamfahrstelle eingerichtet, wodurch sich die Bedienungszeit erhöht. Es läuft dann eine systemexterne Wartezeit auf Instandsetzung (Z2). Darauf folgt die Instandsetzung (Z4), während der meistens die Bedienung gänzlich unterbrochen wird. Ein Zeitanteil Z3 kann bei diesem einkanaligen System nicht auftreten.

2.3.5. Auswirkungen der Störung während der Ausfalldauer

Während in Teil 3 der Systematik die Störungsauswirkungen auf Forderungen, die sich bereits im System befanden, zusammengestellt sind, werden in diesem 5. Teil die Auswirkungen auf während der Ausfalldauer eintreffende Forderungen systematisiert.

Es wird grundsätzlich unterschieden zwischen Störungen, bei denen der gestörte Kanal weiter von Forderungen belegt werden kann (S2), und solchen, bei denen der gestörte Kanal keine Forderungen mehr aufnehmen kann (S1).

Die Fälle S21 und S22 kommen einer „Umschaltung“ von S2 nach S1 zum Zeitpunkt der Störungserkennung bzw. des Instandsetzungsbeginns gleich.

Der Störungsart S2 sind zwei wesentliche Fälle zuzuordnen:

- Systeme, die im gestörten Zustand eine Art Hilfsbetrieb realisieren,
- Systeme, die im gestörten Zustand (unerkannt) Ausschuß produzieren.

Bild 2.16 Störungssystematik (Teil 5)
Auswirkungen einer Störung während der Ausfalldauer

Beispiel 2.9: System aus Beispiel 2.8: S2–S22/S23–S41.
Bis zur Störungserkennung S31, danach S32 mit verlängerter Bedienungszeit.

Beispiel 2.10: Defekte Schaltglieder elektromechanischer Vermittlungssysteme können entweder für ankommende Anrufversuche gesperrt sein (S1) oder nicht (S2). Ein S2-gestörtes Schaltglied ist aber nicht in der Lage, eine Verbindung aufzubauen. Der Fernsprechteilnehmer kann kein Gespräch führen, er wird also nicht ordnungsgemäß bedient (S42). Da die Gesprächszeit fehlt, ergibt sich eine im Mittel kürzere Belegungszeit als im ungestörten Zustand (S32).

2.3.6. Einleitung besonderer Steuerungsmaßnahmen

Um die Auswirkungen der Störungen gering zu halten und die Arbeitsfähigkeit des Bedienungssystems bzw. der übergeordneten Strukturen insgesamt in einem unbedingt notwendigen Maße zu gewährleisten, können Steuerungsmaßnahmen notwendig und möglich sein.

Bild 2.17 Störungssystematik (Teil 6)

Einleitung besonderer Steuerungsmaßnahmen bei Vorhandensein nichtarbeitsfähiger Kanäle

Dieser 6. Teil der Störungssystematik bezieht sich nur auf Steuerungsmaßnahmen außerhalb der gestörten Kanäle. Manipulationen an den gestörten Kanälen selbst, z. B. Umschaltung auf Hilfsbetrieb, Blockierung von S2-gestörten Kanälen, sind bereits in den Teilen 3 und 5 enthalten.

Bild 2.18 Störungssystematik (Teil 7)

Instandsetzung

2.3.7. Instandhaltung

Die Fragen der Auswahl des instandzusetzenden Kanals bzw. des Instandhalters entsprechen inhaltlich voll der Auswahl einer Forderung aus der Warteschlange bzw. der Auswahl eines Bedienungskanals aus der Menge freier Kanäle.

Der Aspekt der Instandsetzung konnte aus Umfangsgründen nicht detaillierter in die Störungssystematik integriert werden. Wird ein Bedienungssystem mittels einer speziellen Instandhaltungsstrategie instandgehalten, ist dies bei der Modellierung zu berücksichtigen. Dies trifft insbesondere auch auf prophylaktische Maßnahmen zu.

3. Allgemeine Modellentwicklung

3.1. Volkswirtschaftliche Aufgabenstellung

Die Intensivierung der volkswirtschaftlichen Reproduktionsprozesse ist der Hauptweg zum Erreichen hoher wirtschaftlicher und sozialpolitischer Ergebnisse. Allen volkswirtschaftlichen Planungen liegen steigende Qualitäts- und Effektivitätskenngrößen zugrunde [3.1]. Die damit verbundene Zielstellung, mit neuen Technologien die Effektivität vorhandener Systeme zu erhöhen bzw. Systeme mit neuen Qualitäts- und Leistungsmerkmalen zu entwickeln, erzwingt,

- die Leistungsfähigkeit und das Leistungsverhalten vorhandener Systeme unter Beachtung komplexer und realer Einflußfaktoren neu zu kalkulieren bzw.
- bei der Dimensionierung von Systemen den Einfluß von Technologie, Arbeitsgegenständen und Arbeitsmitteln quantitativ nachzuweisen.

Internationale Analysen (z.B. [3.2], [3.3], [3.4]) zeigen, daß bei Systembetrachtungen, insbesondere komplizierten Automatisierungssystemen, neben dem Aspekt einer hohen Kapazitätsausnutzung der Systeme, der Qualität/Zuverlässigkeit immer größere Aufmerksamkeit geschenkt wird. Verstärkt werden Forderungen nach hoher Kontinuität und Flexibilität erhoben, die Ausdruck der seit den 60er Jahren zunehmenden Relevanz des Gesetzes der Ökonomie der Zeit sind.

In gewisser Weise widersprechen sich die Forderungen nach hoher Kapazitätsauslastung einerseits und nach hohem Niveau an Kontinuität und Flexibilität andererseits. Ein wesentliches Moment dafür muß in der Kompliziertheit und Komplexität der volkswirtschaftlichen Reproduktionsprozesse und dem damit verbundenen ständigen Anwachsen von Einflußfaktoren auf die verschiedensten Ebenen des Reproduktionsprozesses gesehen werden.

In diesen komplexen Systemen ist es in der Planungsphase praktisch nicht möglich, alle Vorgänge und Einflüsse einzeln zu erfassen. Daraus folgt, daß man sich abstrakter Steuerungsmechanismen bedient. So hat sich z.B. bei diskreten Fertigungsprozessen mit hoher Auftragsintensität die Arbeit mit auftragsanonymen Durchlaufplanungsmethoden als effektiv erwiesen [3.5]. Für Transportsysteme sind Kapazitätsberechnungen transportmittelanonym praktisch und sinnvoll [3.6]. Weil in komplizierten Systemen die Verfolgung der einzelnen Ursache-Wirkungs-Zusammenhänge nicht effektiv ist, wird der Übergang zur auftragsanonymen, allgemein forderungenanonymen Steuerung des Reproduktionsprozesses zu einer zufallsabhängigen Modellierung (Abbildung der Prozesse) führen müssen. Da die auftretenden Diskontinuitäten bzw. Umfeldeinflüsse (z.B. Erzeugniszulauf, Umrüstzeiten, Produktionszeiten, Anzahl und Zeitpunkt von Ausfällen, Ersatzteilbeschaffung, Witterungsbedingungen) praktisch im einzelnen nicht geplant werden können und müssen, so daß sie als zufällige Erscheinungen abzubilden sind, erweist sich die Vorhaltung von Reserven als erforderlich. Die Vorhaltung von Reserven (deren Nutzung nur im Bedarfsfall erfolgt) ist aber nicht mit einer 100%igen Auslastung der Systeme bzw. Systemelemente vereinbar. Jahrzehntelange Erfahrungen bei der Gestaltung und dem Betrieb von Transport- und Nachrichtensyste-

men können dabei als Beispiel genutzt werden. Die Dimensionierung der Nachrichtensysteme berücksichtigt, daß einerseits die Zahl der „Besetztfälle“ ein bestimmtes Maß nicht überschreitet (Qualität) und daß andererseits nicht zu häufig Teilkapazitäten leerstehen (Leistung, Kapazitätsauslastung).

Die eingesetzten „Reserven“ haben somit unterschiedliche Funktionen, z.B. zum Abfangen von Produktions- bzw. Verkehrsspitzen, aber auch zum Ausgleich von Ausfällen infolge von Witterungseinflüssen, Störungen u.ä. Damit wird deutlich, daß auch der Begriff „Reserve“ einer flexibleren Betrachtung bedarf, wenn komplizierte Systeme komplex betrachtet werden sollen.

„Grundwiderspruch der Ablaufplanung“ wegen zufälliger Einflüsse und Abhängigkeiten

Bild 3.1 Volkswirtschaftliche Problemstellung

Bild 3.2 Möglichkeiten der Lösung und Beherrschung des „Grundwiderspruchs der Ablaufplanung“

Den Widerspruch, der sich damit zwischen der Maximierung der Kapazitätsauslastung und allgemein hohen Qualitätsansprüchen auftut, bezeichnet man als „Grundwiderspruch der Ablaufplanung“ [3.5], (Bild 3.1). Seine Beherrschung ist eine objektive Notwendigkeit, die theoretisch fundierter Entscheidungskriterien bedarf (Bild 3.2). Ein idealer Weg zur Lösung dieses Grundwiderspruchs wäre die voll-

ständige Vermeidung stochastischer Einflüsse. Wenn auch erkenntnistheoretisch keine objektiven Schwierigkeiten bestehen, jegliche Stochastik auf eine determinierte Ursache-Wirkungs-Linie zurückzuführen, wird die Verfolgung aller dieser Linien in komplexen Systemen zu uneffektiv bzw. es bestände die Gefahr, daß man über dem Detail den Blick für das Ganze verliert. Die Verringerung der Stochastik verlangt auch stärkere Detailtreue in der Abbildung aller Prozesse.

Sicher wird man diese Aufgabe unter Nutzung von Schlüsseltechnologien, insbesondere der Informationstechnologie auf ausgewählten Gebieten, künftig besser lösen können, wobei letztendlich das Verhältnis Aufwand/Nutzen ein entscheidendes Kriterium dafür sein wird, ob ein solcher Weg für konkrete Anwendungen verfolgt werden soll. Deshalb ist es in den meisten Fällen effektiver bzw. die einzige Möglichkeit, die Reproduktionsprozesse als zufallsabhängig aufzufassen und in stochastischen Modellen abzubilden mit dem Ziel, die Auswirkungen der Stochastik zu minimieren bzw. kurze Reaktionszeiten auf Änderungen der Anforderungen bzw. Bedingungen (Flexibilität) mit relativ hohen Kapazitätsauslastungen zu verbinden.

Diese Aussage besagt nicht, daß man z. B. grundsätzlich auf eine permanente Zustandsüberwachung verzichten sollte, mit der auf Grund der Kenntnis des aktuellen Systemzustands optimale Maßnahmen (Steuerung, Instandhaltung) ableitbar sind. Es muß nur immer geprüft werden, wo dies möglich und effektiv ist.

Praktische Maßnahmen zur Verringerung der Auswirkungen der Stochastik auf die unterschiedlich gearteten Prozesse sind die Entkopplung von Arbeitszentren (z. B. durch Einrichtungen von Puffern im Fertigungsprozeß, Warte- und Überholmöglichkeiten im Transportprozeß) und die Berücksichtigung von Störungseinflüssen in der Kapazitätsplanung, im Leistungsverhalten und im Instandhaltungsprozeß und eben die schrittweise Entwicklung von Methoden zur permanenten Zustandsüberwachung.

Für die Sicherung der Qualität des Reproduktionsprozesses nimmt dabei die Bedeutung der Arbeitsmittel im Vergleich zu anderen Aspekten stärker zu, weil tendenziell der Anteil an Störungen der Arbeitsmittel an den Gesamtstörungen z. B. in der industriellen Fertigung und nachweislich auch im Transport- und Nachrichtenwesen zunimmt. Andererseits muß berücksichtigt werden, daß durch den immer umfassenderen Einsatz von Schlüssel- und Hochtechnologien in allen Bereichen der Volkswirtschaft und in den Dienstleistungsbereichen ein immer höherer Automatisierungsgrad erreicht wird. Die Folge davon ist, daß immer kompliziertere Systeme entstehen, deren modellmäßige Erfassung aber unabdingbar ist, um theoretisch begründete Strategien (für die Entwicklung, den Einsatz, die Projektierung, die Instandhaltung und die Qualitätskontrolle) ableiten zu können.

Die Notwendigkeit zu lernen, diese Prozesse immer besser zu beherrschen, kann durch folgende Entwicklungstendenzen unterstrichen werden:

- a) Jährlich gehen etwa 5 % des Nationaleinkommens von entwickelten Industrieländern durch mangelnde Erzeugnisqualität verloren [3.2], [3.3], [3.7].
- b) Die Ergebnisse auf dem Gebiet der Instandhaltung konnten verbessert, aber noch keineswegs umfassend gelöst werden, obwohl der Anteil der Produktionsarbeiter der Industrie, die im Instandhaltungsbereich tätig sind, in den letzten 25 Jahren von etwa 10 % auf etwa 30 % angestiegen ist [3.8], [3.9].
- c) Die Kapazität in Produktionsprozessen der metallverarbeitenden Industrie, für Eisenbahnanlagen, Anlagen des Straßenverkehrs usw. wird unter Berücksichtigung planmäßiger Stillstände (planmäßig vorbeugende Instandhaltung) und außerplanmäßiger Unterbrechungen geplant. Trotzdem muß man sich ständig mit Kontinuitätsproblemen auseinandersetzen.

d) Zur Steigerung der Pünktlichkeit und Kontinuität im Eisenbahnverkehr werden große Anstrengungen unternommen, z. B. durch den extensiven Aufbau und Ausbau des Dispatchersystems. Dennoch steigt die Pünktlichkeit nicht wie gewünscht.

Durchgreifende Veränderungen sind offensichtlich nur möglich, wenn die ablaufenden Prozesse eine immer gründlichere theoretische Durchdringung erfahren, um auf Grund dieser Ergebnisse die entscheidenden Maßnahmen für die Qualitätserhöhung beschließen und umsetzen zu können. Dazu aber werden stochastische Modelle unabdingbar sein.

Das Ziel der Beherrschung des Grundwiderspruchs der Ablaufplanung besteht in der Sicherung der Qualität des Reproduktionsprozesses bei gleichzeitiger effektiver Auslastung seiner Grundmittel. Qualität muß Ausgangspunkt und Ziel der Reproduktion sein. Ausgangspunkte dazu sind zuverlässige Arbeitsmittel (und Arbeitskräfte) sowie eine effektive und „zuverlässige“ Organisation und Technologie. Ziele der qualitätsgerechten Produktion (im allgemeinen Sinn) sind qualitätsgerechte Erzeugnisse bzw. Prozesse und eine fristgemäße Lieferung.

Die Beherrschung des Grundwiderspruchs der Ablaufplanung setzt bei komplexer Betrachtung komplizierter Systeme eine mathematische Modellierung voraus, mit deren Hilfe die Auswirkungen der einzelnen Aspekte quantitativ erfaßt werden können, um daraus konkrete Maßnahmen, Entwicklungsrichtungen bzw. Strategien hinsichtlich

- Kapazitätsauslastung der Systeme,
- Reservevorhaltung im System,
- Systemstruktur,
- Qualität der Systemelemente,
- Einflußnahme auf Stochastik

ableiten zu können. Die dafür gegenwärtig international zur Verfügung stehenden mathematischen Modelle erfüllen diese Ansprüche unvollkommen bzw. nur zum Teil.

3.2. Wissenschaftliche Aufgabenstellungen

Reproduktionsprozesse, die auf Grund ihrer Komplexität effektiv als zufallsabhängige Prozesse aufgefaßt, modelliert und gesteuert werden können, sind dadurch gekennzeichnet, daß zu nicht im einzelnen voraussehbaren Zeitpunkten Anforderungen an ein System herantreten, die in zufallsabhängigen Zeitdauern bewältigt werden. Dadurch entsteht zu gewissen Zeitpunkten ein Stau von unerledigten Forderungen, und zu anderen Zeitpunkten stehen Kapazitäten leer (das gerade ist das Ergebnis des „Grundwiderspruchs der Ablaufplanung“). Höhere Kapazitätsauslastung führt bei ansonsten unveränderten Bedingungen zu Verlängerungen der unproduktiven Liegezeiten in Produktionsprozessen und erheblichen Wartezeiten oder Abweisungen in Dienstleistungsprozessen. Andererseits sind durch geeignete Maßnahmen, die zu einer Taktung der technologischen Prozesse führen, hohe Kapazitätsauslastungen ohne die erwähnten negativen Wirkungen erreichbar. Das erfordert, folgenden Gesichtspunkten besondere Aufmerksamkeit zu schenken.

1. Die Kenntnis über Stauprozesse im Zusammenhang mit der Stochastik der Anforderungen und ihrer Bearbeitung ist somit eine wichtige wissenschaftliche Aufgabenstellung zur Beherrschung des Grundwiderspruchs (Bild 3.3). Die Lösungsmethoden benutzen hauptsächlich Ergebnisse und Erkenntnisse der Bedienungs-

Bild 3.3 Wissenschaftliche Aufgabenstellungen zur Beherrschung des Grundwiderspruchs; in runden Klammern: weitgehend ungelöst

theorie. Hierzu wurden in den letzten Jahren bedeutende Erfolge bei der Modellierung von G/G/s-Bedienungssystemen erzielt, wobei die Arbeiten [3.5] und [3.10] den Zusammenhang zwischen den Erwartungswerten von Wartezeit bzw. Warteschlangenlänge zum Auslastungsgrad herstellen und die Arbeit [3.11] darüber hinaus über obere Grenzwerte der Stauerscheinungen zur Stauraumbemessung gelangt (vgl. Kapitel 4.). Analog muß die Entwicklung der Verlustwahrscheinlichkeit für Systeme mit Abweisungsmöglichkeit unter unterschiedlichen Systembedingungen betrachtet werden [3.2], [3.3], [3.12], [3.13].

Die Komplexität der Reproduktionsprozesse verlangt nunmehr nach ähnlichen praktikablen Lösungen auch für mehrphasige und netzförmige Bedienungsprozesse, für die Blockierungen infolge Besetzung nachstehender Bedienungsaggregate geradezu typisch sind. Die mit der Stauraumbemessung ermöglichte Entkopplung der Bedienungseinrichtung minimiert die Blockierungen. Allerdings sind damit noch nicht alle Probleme gelöst, so daß die Weiterentwicklung zu mehrphasigen G/G/s-Bedienungsmodellen mit Blockierungsdisziplin betrieben werden muß. Numerische Verfahren liegen insbesondere mit der Arbeit [3.5] vor.

Die Flexibilität der Reproduktionsprozesse verlangt nicht selten eine schnelle Umstellung auf gegebene Anforderungen, die sich bedienungstheoretisch nicht mehr mit stationären Prozessen abbilden lassen. Die Kenntnisse der Stauprozeßerscheinungen im instationären Bereich sind jedoch noch sehr gering.

Schließlich ergeben sich eine Reihe wissenschaftlicher Aufgaben bei der Modellierung des kumulativen Leistungsverhaltens, das nur für einen einfachen Fall bisher analytisch gelöst ist (vgl. Abschn. 2.2.).

2. Die Qualität des Reproduktionsprozesses ist nicht nur das Ergebnis aller Wirkungen des Hauptprozesses, sondern (bedingt durch die zunehmende Relevanz der Arbeitsmittel) insbesondere der Qualität der Hilfsprozesse. Es ist deshalb der Zustand zu überwinden, daß entsprechend den Verantwortungsbereichen auch die Modellierung der Haupt- und Hilfsprozesse getrennt und nebeneinander durchgeführt wird; der Transporttechnologe berechnet die Leistungsfähigkeit der Transportanlage, der Instandhaltungstechnologe berechnet die Verfügbarkeit der Anlage, der Materialwirtschaftler berechnet wiederum aus gegebenen Kenngrößen seines Verantwortungsbereichs den notwendigen Umfang des Materiallagers. Aber: Verfügbarkeit und Ersatzteillager müssen aus den Anforderungen des Hauptprozesses abgeleitet werden. Demzufolge sind auch komplexe Modelle notwendig.

Der Einbeziehung des Störungs- und Instandhaltungsgeschehens in Modelle des Hauptprozesses galt in den letzten Jahren verstärkte Aufmerksamkeit [3.16], da die Nichtberücksichtigung von Störungen bisher zu folgendem führte:

- Verlängerung unproduktiver Liegezeiten in industriellen Fertigungsprozessen,
- Erhöhung unplanmäßiger Bestände an unfertigen Erzeugnissen,
- Erhöhung der Abweisungswahrscheinlichkeit im Fernsprechwesen,
- Erhöhung der Reisezeiten im Transportwesen,
- überproportionale Bindung des Arbeitskraftvermögens in operativen Tätigkeiten.

Der Durchdringung der Störungsproblematik galt eine Systematisierung der Störungen unter dem Gesichtspunkt mathematischer Modellierung (Abschn. 2.3.).

Die Erneuerungstheorie liefert wichtige Zusammenhänge zwischen Lebensdauerverhalten und Instandhaltungsstrategie (vgl. z.B. [3.17]), aber sie geht meist von unbeschränkter Instandhaltungskapazität aus. Reale Instandhaltungskapazitäten lassen sich gut mit geschlossenen Bedienungsmodellen [3.5], [3.11], [3.13] abbilden. Jedoch fehlt eine geschlossene Theorie, in der das Lebensdauer- und Instandhaltungsverhalten unter realer Instandhaltungskapazität und bei verschiedenen Instand-

haltungsstrategien bei differenzierten Störungsarten abbildbar ist. Als Ausweg bot sich bisher nur die Simulation an [3.18], die aber keine geschlossene Theorie liefern kann.

Die bisher erzielten Fortschritte bei der Einbeziehung der Zuverlässigkeit und Instandhaltung in die Modelle der Hauptprozesse werden in den Kapiteln 5. bis 9. behandelt.

3. Der Instandhaltungsprozeß wird sehr wesentlich von der Verfügbarkeit benötigter Ersatzteile bestimmt. Die Bevorratung von Teilen ergibt sich aus ganz ähnlicher Problematik wie die des Instandhaltungsprozesses:

Die stochastischen Anforderungen resultieren aus einem übergeordneten Prozeß, und ihre Befriedigung ist in der Regel ein Zufallsprozeß.

Selbstverständlich gibt es eine Reihe Monografien zur Lagerhaltungsprozeßgestaltung (z.B. [3.19]) und zu ihrer mathematischen Modellierung (s. Übersichtsbeitrag [3.20]), aber ihre Einbeziehung in den Instandhaltungsprozeß, gar den Hauptprozeß, gelang bisher nicht. Einen ersten bemerkenswerten Versuch stellt [3.21] dar.

3.3. Modellentwicklung

Zur besseren Beherrschung des Grundwiderspruchs der Ablaufplanung wurde zunächst versucht, in Modelle der Hauptprozesse (Bedienungsmodelle) Aspekte der Zuverlässigkeit und Instandhaltung und in Modelle der Hilfsprozesse (Zuverlässigkeitsmodelle) Aspekte der Leistungsfähigkeit einzubeziehen (Bild 3.4). Das diene dem ersten Ziel, das Nebeneinander von Leistungs- und Zuverlässigkeitskenngrößen zu überwinden. Damit galt es gleichzeitig zu erreichen, den Einfluß von Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit der Systemelemente auf die Systemleistung quantitativ sichtbar zu machen, um auf diesem Weg eine ökonomische Bewertung von Qualität und Zuverlässigkeit theoretisch fundiert vornehmen zu können. Damit war auch eine wesentliche Entscheidung bezüglich der Modellentwicklung gefallen: Die mathematischen Modelle müssen die Berechnung der Systemleistungsfähigkeit bzw. des Systemleistungsverhaltens von komplizierten Systemen in Abhängigkeit von der Zuverlässigkeit der Systemelemente ermöglichen.

Diese Entscheidung hat damit prinzipielle Bedeutung für die Zuverlässigkeitsarbeit und die dazu notwendigen Standards, komplizierte Systeme betreffend. Hier werden die Zuverlässigkeitskenngrößen in die Berechnung der Systemleistung integriert, d.h., die Zuverlässigkeitskenngrößen werden als unabhängige Variable verwendet.

Der Modellentwicklung mußte ein Mehrzustandsmodell zugrundegelegt werden, da die zu betrachtenden komplizierten Systeme eine endliche Anzahl von Systemzuständen mit unterschiedlichem Niveau der Leistungsfähigkeit bzw. des Leistungsverhaltens einnehmen können [3.22], [3.23].

Generell ist festzustellen, daß zur Berechnung

- a) der Leistungsfähigkeit eines Systems die Anwendung eines um Kenngrößen der Leistungsfähigkeit der Elemente erweiterten Zuverlässigkeitsmodells und
- b) des Leistungsverhaltens eines Systems die Anwendung eines um Kenngrößen der Zuverlässigkeit erweiterten Bedienungsmodells erforderlich ist.

Bild 3.4 Modellentwicklung zur Beherrschung des Grundwiderspruchs

Als generelle Modelltypen haben sich entwickelt

- a1) einheitliches Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodell, mit dem prinzipiell alle Varianten der Störungssystematik (Abschn. 2.3.) modellierbar sind (Kapitel 8.),
- a2) numerische Verknüpfung der Kenngrößen separater Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle (Kapitel 6. und 7.),
- a3) Rückführung des komplexen Modells auf klassische Bedienungsmodelle durch Modifizierung von Modellparametern (Bild 3.5 und Kapitel 9.).

Die Modelltypen a2), besonders a3), bieten außerdem die Möglichkeit, die Probleme der Lagerhaltung in die Instandhaltungsprozesse einzubeziehen (s. [3.11], [3.21]).

- b1) Markowsche Zuverlässigkeitsmodelle mit mehreren Leistungsstufen (Kapitel 6. und 7.),

Bild 3.5 Methoden zur Rückführung auf Modelle mit absolut zuverlässigen Kanälen

b2) Monotones mehrwertiges Zuverlässigkeitsmodell in Verbindung mit einem Flußmodell (Kapitel 5.).

Die Anwendung und Nutzung der entwickelten mathematischen Modelle stehen in engem Zusammenhang mit der Nutzung der Möglichkeiten der Informationstechnologien. Ist die Modellentwicklung und Modellinterpretation noch überschaubar, so ist ihre effektive praktische Nutzung eng mit dem Einsatz rechentechnischer Hilfsmittel verbunden.

In den nachfolgenden Abschnitten sollen deshalb mathematische Instrumentarien angeboten werden, die günstige Voraussetzungen für eine komplexere Betrachtungsweise von komplizierten Systemen schaffen. Die Entwicklung und Weiterentwicklung dieser mathematischen Modelle wurde immer an der Hauptzielstellung orientiert, Voraussetzungen zu schaffen, die Aspekte der Zuverlässigkeit in die Systementwicklung integrieren zu können, und zwar in quantifizierbarer Form.

3.4. Ausblick

Ziel der bisherigen Modellentwicklung war und ist die Überwindung von Ressortdenken. Im volkswirtschaftlichen Reproduktionsprozeß muß sich die Verantwortlichkeit für die Entwicklung, Projektierung und Realisierung von Hilfsprozessen an den Aufgaben des Hauptprozesses orientieren. Ebenso muß die für diese Phasen notwendige Modellierung den gesamten Reproduktionsprozeß in seinen wesentlichen Aspekten abbilden. Demzufolge genügt eine Berechnungsgrundlage für Teilprozesse nicht diesen Anforderungen, wenn sie selbst wesentliche Verzahnungen zu anderen Teilprozessen außer acht läßt.

Ein erster Schritt wurde mit der Verbindung von Bedienungs- mit Zuverlässigkeitsmodellen bzw. von Zuverlässigkeitsmodellen mit Leistungsaspekten getan, womit die Verbindung zwischen einem Haupt- und einem Hilfsprozeß gelang. Dabei handelt es sich nicht um ein universelles Modell, was auch in Zukunft nicht zu erwarten ist. Vielmehr müssen je nach Anwendungsfall verschiedene Methoden herangezogen werden, die – wie fast natürlich – alle ihre Vor- und Nachteile haben. Weitere Modelle werden sicherlich gebraucht, da bei der Entwicklung der Modelle immer praktische Gründe Pate standen und somit auch kein universelles Mittel zu erwarten war. Ob in Zukunft ein universelles Modell angeboten werden kann, ist allein aus der Sicht der effektiven Nutzung für praktische Aufgaben in Frage zu stellen. Sicher kann man dagegen sein, daß sich typische Modellklassen, die für typische Anwendungen allgemein nutzbar sind, schärfer herausbilden werden. Ganz offen ist noch die Verbindung Zuverlässigkeit – Ersatzteilbedarf und deren Einbeziehung in den Hauptprozeß.

4. Modelle und Formeln für Bedienungssysteme mit nichtidentischen Kanälen

4.1. Problemstellung

In der anwendungsorientierten Literatur über bedienungstheoretische Fragestellungen werden der Einfachheit halber meist identische Bedienungskanäle vorausgesetzt. Dabei bedeutet „Identität“ gleiche Charakteristika der Bedienungsdauern aller Kanäle: gleiche Verteilungsfunktion mit gleichen Parametern. Werden Ausfall- und Instandsetzungsprozesse in die Betrachtung einbezogen, wird die Gleichheit analog für die Lebens- und Instandsetzungsdauer der Kanäle vorausgesetzt. Die Identitätsvoraussetzung ist in der Praxis oftmals nicht erfüllt, z.B.:

- In einem Maschinenpark arbeiten moderne und ältere Maschinentypen gleichzeitig mit unterschiedlicher Leistungsfähigkeit;
- verschiedene Bedienungskollektive arbeiten, bedingt durch subjektive Faktoren, mit unterschiedlicher Geschwindigkeit;
- subjektive Unterschiede in Wartung und Instandhaltung führen zu unterschiedlichen Ausfall- und Instandsetzungsdauern, so daß Systeme mit ursprünglich identischen Kanälen (bezüglich ihrer Leistungsfähigkeit) zu Systemen mit nichtidentischen Kanälen (bezüglich ihrer Ausfall- und Instandsetzungsdauern) werden.

Nichtidentische Bedienungskanäle verlangen Überlegungen zur Auswahlregel freier Kanäle. Grundsätzlich sind die in Bild 2.18 festgehaltenen zwei Gruppen von Auswahlregeln möglich: Zufällige Auswahl oder Auswahl nach einem Ordnungsprinzip.

Tabelle 4.1 Auswahlregeln für freie Bedienungskanäle

Zufällige Auswahl	Auswahl nach einem Ordnungsprinzip
Jede eintreffende Forderung belegt „auf gut Glück“ einen freien Bedienungskanal.	- Jede eintreffende Forderung belegt genau den Bedienungskanal mit der niedrigsten Ordnungsnummer oder - ... den Kanal, der am kürzesten/längsten freistand oder - ... den Kanal, der die höchste Zuverlässigkeit hat u.ä.

Tabelle 4.1 zeigt einige Möglichkeiten von Auswahlregeln. Die Möglichkeiten verschiedener Ordnungsprinzipien lassen sich durch geeignete Numerierung der Bedienungskanäle auf wenige Fälle einschränken, z.B. Kanal mit höchster Zuverlässigkeit, mit höchster Leistungsfähigkeit usw. wird mit Nr. 1 bezeichnet. Alle weiteren Kanäle werden nach dem Gütekriterium geordnet, so daß eine Auswahl nach der „niedrigsten Ordnungsnummer“ erfolgen kann. Aus dem vorzustellenden Formelapparat lassen sich einige qualitative Eigenschaften von Bedienungssystemen mit nichtidentischen Kanälen ableiten, die insbesondere mit der Auswahlregel freier Bedienungskanäle zusammenhängen:

- Ein System mit nichtidentischen Kanälen unterscheidet sich hinsichtlich der Prozesse am Systemeingang (Warteschlange, Wartezeit, Verluste) von einem System gleicher Gesamtleistungsfähigkeit mit identischen Kanälen.
- Ein System mit unterschiedlich leistungsfähigen Kanälen arbeitet am effektivsten, wenn eine geordnete Auswahl freier Bedienungskanäle nach der „niedrigsten Ordnungsnummer“ erfolgt und die Kanäle nach sinkender Leistungsfähigkeit numeriert sind.
- Die zufällige Auswahl nichtidentischer Kanäle bewirkt ein schlechteres Systemverhalten als die geordnete Auswahl nach der höchsten Leistungsfähigkeit (auch bei gleicher Gesamtleistungsfähigkeit aller Kanäle), weil die weniger leistungstarken Kanäle höher ausgelastet werden als die leistungstärkeren Kanäle.
- Bei Systemen mit identischen Kanälen hat die Auswahlregel keinen Einfluß auf die Prozesse am Systemeingang. Sie beeinflusst jedoch die Auslastungsgrade der Kanäle, was bezüglich der Wartung und Instandhaltung, Bearbeitung von Zusatzaufträgen (Hintergrundprogramm) in den Leerlaufzeiten der Kanäle Bedeutung hat. Die Auslastungsgrade aller Kanäle sind bei zufälliger Auswahl im Mittel gleich groß, bei geordneter Auswahl werden die Kanäle mit einer niedrigen Ordnungsnummer stärker ausgelastet als solche mit hoher Ordnungsnummer.

Aus diesen Gesetzmäßigkeiten leitet sich die Notwendigkeit ab, Systeme mit nichtidentischen Kanälen detaillierter zu untersuchen, insbesondere wenn durch deren Unzuverlässigkeit gleichzeitig intakte und Ausschuß produzierende Kanäle existieren können.

In der Praxis spielen verschiedene Auswahlregeln eine Rolle. Hier wird die zufällige Auswahl freier, nichtidentischer Kanäle behandelt. Bezüglich der geordneten Auswahl wird auf die Literatur [4.1] bis [4.6] verwiesen.

Es werden stationäre Charakteristika für offene Verlustsysteme $M/\bar{G}/s/0$ und Wartesysteme $GI/\bar{G}/s/\infty$ mit unterschiedlichen mittleren Bedienungszeiten bzw. Bedienungsintensitäten μ_{Bk} , $k = 1, \dots, s$ der Kanäle berechnet. (Die Symbolik der Bedienungsmodelle hält sich an die erweiterte KENDALL-Notation in [4.5].) Die Kanäle sind vollkommen erreichbar, sie müssen nicht absolut zuverlässig sein. Die Beachtung der Unzuverlässigkeit der Kanäle wird allerdings erst im Kapitel 7. gezeigt.

Die Berechnung erfolgt durch die Anwendung von Zustandsmodellen. Die gesuchten Kenngrößen werden dabei aus den ermittelten Zustandswahrscheinlichkeiten abgeleitet. Die folgenden Ergebnisse für Systeme mit Poissonschem Input und exponentialverteilten Bedienungszeiten wurden mit dem Markovschen Zustandsmodell erzielt, das auf Grund seiner einfachen Berechenbarkeit breite Anwendung in der Bedienungs- und Zuverlässigkeitstheorie gefunden hat. Aus Invarianzuntersuchungen [4.5] folgt die exakte Generalisierung zu beliebig verteilten Bedienungszeiten in Verlustsystemen des Typs $M/\bar{G}/s/0$. Anschließend folgt eine approximative Generalisierung für Wartesysteme des Typs $GI/\bar{G}/s/\infty$.

4.2. Verlustsysteme $M/\bar{M}/s/0$ mit nichtidentischen Bedienungskanälen

Die Systeme werden durch folgende Voraussetzungen charakterisiert:

1. Das System besteht aus s Bedienungskanälen.
2. Die Forderungen an das System bilden einen Poissonschen Strom mit dem mittleren Ankunftsabstand $ET_A = 1/\lambda_B$ (λ_B = Ankunftsrate).

3. Die Bedienungszeiten T_{Bk} auf den einzelnen Bedienungskanälen k ($k = 1, \dots, s$) sind exponentialverteilt mit dem Erwartungswert $ET_{Bk} = 1/\mu_{Bk}$ (μ_{Bk} = Bedienungsintensität).
4. Forderungen, die bei ihrem Eintreffen keinen freien Bedienungskanal vorfinden, verlassen das System als Verlust.

Die erste Überlegung zum Markovschen Zustandsmodell besteht in der Charakterisierung der Systemzustände. Bei Bedienungssystemen mit identischen Kanälen genügt eine Unterscheidung der Zustände nach der Anzahl der im System verweilenden Forderungen. Sind die Bedienungskanäle jedoch nicht identisch, muß in jedem Zustand feststellbar sein, auf welchen Kanälen die im System verweilenden Forderungen bedient werden. Jeder Systemzustand $z(g)$ wird deshalb durch die Menge $g = \{k_1, \dots, k_i\}$ der i besetzten Kanäle $k_1, \dots, k_i$ beschrieben ($i = |g|$ = Anzahl der Elemente von g = Anzahl besetzter Kanäle).

Bild 4.1
Zustandsgraph
offenes, ungeord-
netes Verlust-
system $M/\bar{M}/3/0$
mit nichtidenti-
schen Kanälen

Veranschaulicht wird das Modell mit einem Zustandsgraphen, der in Bild 4.1 für das Beispiel $s = 3$ dargestellt ist. Im Zustand $\{2\}$ z.B. hält sich genau eine Forderung im System auf ($i = |g| = 1$), die durch Kanal 2 bedient wird. Zustand $\{1, 3\}$ bedeutet, daß die zwei Kanäle 1 und 3 mit je einer Forderung belegt sind.

Ist der Zustandsraum definiert, ergeben sich die möglichen Übergänge zwischen den Zuständen sowie deren Intensitäten unschwer aus den Modellvoraussetzungen. Um die bei Aufnahme einer Forderung in das System auftretenden Übergänge festzulegen, muß jedoch noch die Auswahlregel freier Bedienungskanäle bekannt sein.

Es werden Systeme mit Zufallsauswahl betrachtet, woraus sich folgende zusätzliche Voraussetzung ergibt:

5. Jede eintreffende Forderung wählt sich unter den freien Kanälen einen Bedienungskanal auf „gut Glück“ aus, d.h., jeder freie Kanal hat die gleiche Chance, von einer Forderung belegt zu werden.

Der Zustandsgraph dieses auch als ungeordnet bezeichneten Systems ist für $s = 3$ in Bild 4.1 dargestellt. Daraus leitet sich ein lineares Gleichungssystem ab, aus dessen Lösung man die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten erhält. Sie lauten in rekursiver Form:

$$P_{g \cup \{k\}} = \frac{1}{s - |g|} \cdot \varrho_{Bk} \cdot P_g \quad (4.1a)$$

für alle g mit $|g| < s$ und für alle k mit $k \notin g$

($\varrho_{Bk} = \lambda_B / \mu_{Bk}$ sind die kanalspezifischen Verkehrswerte).

In dieser Form läßt sich Gl. (4.1) besonders gut auf einem Rechner programmieren. Eine andere Darstellungsform bezieht die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten auf die Leerwahrscheinlichkeit $P_\emptyset$:

$$P_g = \frac{(s - /g/)!}{s!} \prod_{k: k \in g} \varrho_{Bk} \cdot P_\emptyset \quad (4.1b)$$

für alle g mit $0 < /g/ \leq s$.

Über die Normierungsbedingung

$$\sum_{g \in G} P_g = 1 \quad (4.2)$$

G Menge aller Systemzustände

lassen sich mit den Gleichungen (4.1) die Absolutwerte der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten berechnen. Als wichtigste Kenngrößen der Verlustsysteme sind daraus die Verlustwahrscheinlichkeit P_V und die Auslastungsgrade η_k aller Kanäle k ($k = 1, \dots, s$) abzuleiten.

Die Verlustwahrscheinlichkeit entspricht im offenen System mit Poissonschem Input der Besetzwahrscheinlichkeit:

$$P_V = P_{\{1, \dots, s\}} \quad (4.3)$$

Der Auslastungsgrad η_k des Kanals k ergibt sich als Summe der Zustandswahrscheinlichkeiten aller Zustände, in denen Kanal k besetzt ist:

$$\eta_k = \sum_{g: k \in g} P_g = \varrho_{Bk} \cdot \sum_{g: k \in g} \frac{1}{s - /g/} P_g \quad (4.4)$$

Ein Zahlenbeispiel ist hierfür in Beispiel 4.1 (Abschn. 4.3.2.) integriert. Untersucht man die offenen, ungeordneten Verlustsysteme mit den in [4.8] vorgestellten Methoden der Invarianzprüfung, ergibt sich die Unempfindlichkeit der vorgestellten Ergebnisse bezüglich der Verteilungsfunktion der Bedienungszeiten. Die Lösungen der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten und abgeleiteten Kenngrößen gelten also für Systeme $M/\bar{G}/s/0$ mit Zufallsauswahl freier Kanäle [4.5].

4.3. Wartesysteme mit nichtidentischen Kanälen

4.3.1. Ableitung wichtiger Kenngrößen des $M/M/s/\infty$ -Systems aus den Zustandswahrscheinlichkeiten

Alle Systemzustände, in denen keine Forderungen auf Bedienung warten (Anzahl der Forderungen i im System kleiner oder gleich der Kanalzahl s , also $i \leq s$) und die Übergänge zwischen ihnen unterscheiden sich vom Verlustsystem nicht. Für $i > s$ ($i - s$ Forderungen bilden eine Warteschlange) ist kein Bedienungskanal mehr frei. Die für das System geltende Auswahlregel freier Bedienungskanäle wird dann bedeutungslos, da sich jede eintreffende Forderung zunächst in die Warteschlange einreihen muß. Die Systemzustände mit $i > s$ werden nur noch nach der Anzahl der im System befindlichen Forderungen unterschieden, da die für $i \leq s$ zur Zustandsbeschreibung benötigte Menge g besetzter Kanäle hier stets $\{1, \dots, s\}$ ist. Die Übergänge zwischen den Zuständen mit $i \geq s$ sind analog denen in Wartesystemen mit identischen Kanälen (vgl. z.B. [4.7]), jedoch statt $s \cdot \mu_B$ tritt

Bild 4.2
Veranschaulichung
des Übergangs vom
Verlustsystem zum
Wartesystem

$\sum_{k=1}^s \mu_{Bk}$ als Gesamtintensität der durch die Bedienung verursachten Zustandsübergänge auf. Diese Aussagen werden in Bild 4.2 verdeutlicht.

Auf Grund der Gleichheit der Systemzustände und Übergänge bleiben die Größenverhältnisse zwischen den Zustandswahrscheinlichkeiten des Verlustsystems bei $i \leq s$ für die analogen Zustandswahrscheinlichkeiten des Wartesystems erhalten, lediglich ihre Absolutwerte werden wegen der zusätzlich auftretenden Zustände mit $i > s$ im gleichen Verhältnis kleiner. Im Verlustsystem ist ihre Summe gleich Eins, jetzt ist ihre Summe einschließlich der Zustandswahrscheinlichkeiten P_i , $i > s$, auf Eins zu normieren.

Es ist deshalb eine Beziehung zwischen allen Zustandswahrscheinlichkeiten P_i , $i > s$, und mindestens einer anderen Zustandswahrscheinlichkeit P_i , $i \leq s$, zu bestimmen und so zu normieren, daß die Wahrscheinlichkeitssumme Eins beträgt.

Um eine direkte Abhängigkeit der Kenngrößen des Wartesystems von Kenngrößen des entsprechenden Verlustsystems zu erhalten (so wie dies für identische Kanäle in [4.7] gezeigt ist), wird zur Normierung die Verlustwahrscheinlichkeit P_V des Verlustsystems benutzt. Die Verlustwahrscheinlichkeit des $M/\bar{G}/s/0$ -Systems ist der im Bild 4.2 gezeigten Zustandswahrscheinlichkeit $P_s^{(V)}$ identisch, wenn eine Warteschlange nicht zugelassen wird (Zustände $s+1$, $s+2$, ... existieren nicht). Sind Zustände $i > s$ zugelassen, dann wird diese Zustandswahrscheinlichkeit mit $P_s^{(W)}$ bezeichnet. Dabei bedeuten:

hochgestelltes (W): Kenngröße des Wartesystems,

hochgestelltes (V): Kenngröße des entsprechenden Verlustsystems.

Damit lautet die Normierungsbedingung [4.6]

$$\sum_{i/g/<s} P_i^{(W)} + P_s^{(W)} + \sum_{i>s} P_i^{(W)} = 1. \quad (4.5)$$

Aus Bild 4.2 ergeben sich die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten $P_i^{(W)}$, $i > s$, zu:

$$P_i^{(W)} = \left(\sum_{k=1}^s 1/\varrho_{Bk} \right)^{s-i} \cdot P_s^{(W)} \quad \text{für } i > s \quad (4.6)$$

mit $\varrho_{Bk} = \lambda_B/\mu_{Bk}$ für $1 \leq k \leq s$. ϱ_{Bk} sind die kanalspezifischen Verkehrswerte.

Auf Grund der Analogie zwischen Verlust- und Wartesystem für alle Zustände $i \leq s$ ergibt sich

$$\frac{P_s^{(W)}}{\sum_{i/g/<s} P_i^{(W)} + P_s^{(W)}} = \frac{P_s^{(V)}}{\sum_{i/g/<s} P_i^{(V)} + P_s^{(V)}} = \frac{P_s^{(V)}}{1} = P_s^{(V)},$$

woraus folgt

$$\sum_{g < s} P_g^{(W)} + P_s^{(W)} = P_s^{(W)} / P_s^{(V)}. \quad (4.7)$$

Eingesetzt in Gleichung (4.5) folgt unter Berücksichtigung von (4.6)

$$\frac{P_s^{(W)}}{P_s^{(V)}} + \sum_{i>s} \left(\sum_{k=1}^s 1/\varrho_{Bk} \right)^{s-i} \cdot P_s^{(W)} = 1.$$

Daraus folgt schließlich [4.9]:

$$P_s^{(W)} = \frac{P_s^{(V)}}{1 + P_s^{(V)} \sum_{i>s} \left(\sum_{k=1}^s 1/\varrho_{Bk} \right)^{s-i}} = \frac{P_s^{(V)}}{N}. \quad (4.8)$$

Dieser Ausdruck gestattet es, die Zustandswahrscheinlichkeit $P_s^{(W)}$ eines Wartesystems (auch des Warte-Verlust-Systems) aus der analogen Zustandswahrscheinlichkeit des entsprechenden Verlustsystems zu ermitteln, wobei der Nenner N noch „freundlicher“ gestaltet werden kann. Prinzipiell ist aber die Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten $P_i^{(W)}$ nach (4.6) erreicht, so daß alle anderen interessierenden Kenngrößen ermittelbar sind. Jetzt kommt es auf anwenderfreundliche Darstellungen an.

Nennerermittlung für unendlich viele Zustände i:

$$N = 1 + P_s^{(V)} \cdot \sum_{i=s+1}^{\infty} \left(\sum_{k=1}^s 1/\varrho_{Bk} \right)^{s-i}. \quad (4.9)$$

Darin hat man die unendliche Summe

$$\sum_{i=s+1}^{\infty} x^{s-i} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \dots = \frac{1}{x-1} \quad \text{für } x > 1 \text{ mit } x = \sum_{k=1}^s 1/\varrho_{Bk}$$

zu beachten und erhält

$$N = 1 + P_s^{(V)} / \left(\sum_{k=1}^s 1/\varrho_{Bk} - 1 \right) \quad (4.10)$$

oder

$$N = 1 + P_s^{(V)} \cdot c / (1 - c) \quad (4.11)$$

mit

$$c^{-1} = \sum_{k=1}^s 1/\varrho_{Bk}. \quad (4.12)$$

Im Fall identischer Kanäle ist c gleich dem Auslastungsgrad jedes der identischen Kanäle.

Wartewahrscheinlichkeit P_W [4.6]:

$$P_W = \sum_{i=s}^{\infty} P_i^{(W)} = \frac{1}{1-c} P_s^{(W)} = \frac{1}{1-c} \cdot \frac{P_s^{(V)}}{N}, \quad (4.13)$$

besser [4.7]:

$$P_W^{-1} = c + (1 - c)/P_s^{(V)}; \quad (4.14)$$

mittlere Warteschlangenlänge EL_W [4.6], [4.7]:

$$EL_W = \sum_{i=s+1}^{\infty} (i - s) P_i^{(W)} = \frac{P_W \cdot c}{1 - c}; \quad (4.15)$$

Superiorwert $l_{W,S}$ der Anzahl wartender Forderungen, der mit statistischer Sicherheit S nicht überschritten wird [4.10]:

$$l_{W,S} = \left\{ \frac{1}{\ln c} \cdot \ln \frac{1 - S}{EL_W(1 - c)} \right\} \text{ mit } \{x\} = \max(0; x); \quad (4.16)$$

kanalspezifischer Auslastungsgrad η_k [4.6]:

$$\eta_k = \frac{\eta_k^{(V)}}{N} + \sum_{i=s+1}^{\infty} P_i^{(W)} = \frac{\eta_k^{(V)} + P_s^{(V)} \cdot c/(1 - c)}{N}; \quad (4.17)$$

Leerwahrscheinlichkeit P_0 [4.10]:

$$P_0^{(W)} = P_0^{(V)}/N = P_W (1 - c) \cdot s! / \prod_{k=1}^s \rho_{Bk}; \quad (4.18)$$

Superiorwert $t_{W,S}$ der Wartezeit, der mit statistischer Sicherheit S nicht überschritten wird, bezogen auf die mittlere Wartezeit ET_W [4.10]:

$$t_{W,S}/ET_W = -P_W^{-1} \cdot \ln \frac{1 - S}{P_W} \quad \text{mit } 1 - S < P_W. \quad (4.19)$$

4.3.2. Demonstration der Formeln anhand einiger Beispiele

Im folgenden werden einige Zahlenrechnungen durchgeführt, die neben der Handhabbarkeit der Formeln auch die in Abschn. 4.1. genannten Gesetzmäßigkeiten demonstrieren sollen. Zu diesem Zweck werden Wartesysteme mit $s = 3$ nicht-identischen Kanälen mit den Leistungsfähigkeiten μ_{B1} , μ_{B2} , μ_{B3} ($\mu_{Bi} \neq \mu_{Bj}$, $i \neq j$) zu solchen Wartesystemen in Vergleich gebracht, die $s = 3$ identische Kanäle, aber eine gleiche Gesamtleistungsfähigkeit $s \cdot \bar{\mu}_B$ besitzen, mit

$$\bar{\mu}_B = \frac{\mu_{B1} + \mu_{B2} + \mu_{B3}}{3}.$$

Dadurch lassen sich die Effekte der Leistungsfähigkeitsdifferenzierung innerhalb eines Bedienungssystems bei ansonsten gleichen Bedingungen (insbesondere gleicher Gesamt-Leistungsfähigkeit und Zufallsauswahl freier Kanäle) deutlich machen.

Beispiel 4.1: Wartesystem $M/\bar{M}/3/\infty$ mit $s = 3$ nichtidentischen Kanälen

Gegeben seien: $s = 3$; Ankunftsrate $\lambda_B = 1/ZE$; Bedienungsraten der Kanäle $k, k = 1, 2, 3$ $\mu_{B1} = 0,833/ZE$; $\mu_{B2} = 0,555/ZE$; $\mu_{B3} = 0,277/ZE$.

Dann ergeben sich die kanalspezifischen Verkehrswerte $\varrho_{B1} = \lambda_B / \mu_{B1} = 1,2$; $\varrho_{B2} = \lambda_B / \mu_{B2} = 1,8$; $\varrho_{B3} = \lambda_B / \mu_{B3} = 3,6$.

Zunächst werden die Kenngrößen in einem entsprechenden $M/\bar{M}/3/0$ -Verlustsystem berechnet:

$$P_{\emptyset}^{-1} = 1 + \frac{1}{3!} \left\{ (3-1)! (\varrho_{B1} + \varrho_{B2} + \varrho_{B3}) + (3-2)! (\varrho_{B1} \varrho_{B2} + \varrho_{B1} \varrho_{B3} + \varrho_{B2} \varrho_{B3}) + (3-3)! (\varrho_{B1} \varrho_{B2} \varrho_{B3}) \right\},$$

$$P_{\emptyset} = 0,15024,$$

$$P_{\{1\}} = \frac{(3-1)!}{3!} \cdot \varrho_{B1} \cdot P_{\emptyset} = 0,00601,$$

$$P_{\{2\}} = \frac{(3-1)!}{3!} \cdot \varrho_{B2} P_{\emptyset} = 0,09144,$$

$$P_{\{3\}} = \frac{(3-1)!}{3!} \cdot \varrho_{B3} P_{\emptyset} = 0,18029,$$

$$P_{\{1,3\}} = \frac{(3-2)!}{3!} \cdot \varrho_{B1} \varrho_{B3} P_{\emptyset} = 0,10817,$$

$$P_{\{1,2\}} = \frac{(3-2)!}{3!} \cdot \varrho_{B1} \varrho_{B2} P_{\emptyset} = 0,05409,$$

$$P_{\{2,3\}} = \frac{(3-2)!}{3!} \cdot \varrho_{B2} \varrho_{B3} P_{\emptyset} = 0,16226,$$

$$P_{\{1,2,3\}} = \frac{(3-3)!}{3!} \cdot \varrho_{B1} \varrho_{B2} \varrho_{B3} P_{\emptyset} = 0,19471 = P_s^{(V)};$$

$$\begin{aligned} \eta_1^{(V)} &= \varrho_{B1} \left(\frac{1}{3} P_{\emptyset} + \frac{1}{2} P_{\{2\}} + \frac{1}{2} P_{\{3\}} + \frac{1}{1} P_{\{2,3\}} \right) \\ &= P_{\{1\}} + P_{\{1,2\}} + P_{\{1,3\}} + P_{\{1,2,3\}} = 0,41707, \end{aligned}$$

$$\eta_2^{(V)} = P_{\{2\}} + P_{\{1,2\}} + P_{\{2,3\}} + P_{\{1,2,3\}} = 0,50120,$$

$$\eta_3^{(V)} = P_{\{3\}} + P_{\{1,3\}} + P_{\{2,3\}} + P_{\{1,2,3\}} = 0,64543.$$

Aus diesen Kenngrößen können nunmehr diejenigen des Wartesystems errechnet werden:

$$c = 1 / (1/\varrho_{B1} + 1/\varrho_{B2} + 1/\varrho_{B3}) = 0,6,$$

$$N = 1 + P_s^{(V)} \cdot c / (1-c) = 1 + 0,19471 \cdot 0,6 / 0,4 = 1,29207,$$

$$P_W = \frac{1}{1-c} \cdot P_s^{(V)} / N = 0,37674,$$

$$EL_W = P_W \cdot c / (1-c) = 0,56512,$$

$$l_{W, 95} = \frac{1}{\ln 0,6} \cdot \ln \frac{0,05}{0,56512 \cdot 0,4} = 2,95,$$

$$\eta_1 = (\eta_1^{(V)} + P_s^{(V)} \cdot c/(1-c))/N = \frac{0,41707 + 0,19471 \cdot 0,6/0,4}{1,29207}$$

$$\eta_1 = 0,54884; \quad \eta_2 = 0,61395; \quad \eta_3 = 0,72558.$$

Tabelle 4.2 faßt die wichtigsten Kenngrößen zusammen und stellt die Werte des Wartesystems denen des entsprechenden Verlustsystems gegenüber.

Tabelle 4.2 Kenngrößen im Wartesystem $M/\vec{M}/3/\infty$ mit $s = 3$ nichtidentischen Kanälen im Vergleich zum entsprechenden Verlustsystem $M/\vec{M}/3/0$ und zum entsprechenden Wartesystem $M/M/3/\infty$ mit $s = 3$ identischen Kanälen, aber gleicher mittlerer Leistungsfähigkeit

$$\lambda_B = 1; \quad \mu_{B1} = 1/1,2; \quad \mu_{B2} = 1/1,8; \quad \mu_{B3} = 1/3,6;$$

$$\varrho_{B1} = 1,2; \quad \varrho_{B2} = 1,8; \quad \varrho_{B3} = 3,6;$$

$$c = 1/(1/\varrho_{B1} + 1/\varrho_{B2} + 1/\varrho_{B3}) = 0,6;$$

$$\bar{\varrho}_B = s \cdot c = 3 \cdot 0,6 = 1,8$$

	Verlustsystem		Wartesystem	
	$M/\vec{M}/3/0$	$M/M/3/0$	$M/\vec{M}/3/\infty$	$M/M/3/\infty$
Verkehrswerte	$\varrho_{B1}, \varrho_{B2}, \varrho_{B3}$	$\bar{\varrho}_B = 1,8$	$\varrho_{B1}, \varrho_{B2}, \varrho_{B3}$	$\bar{\varrho}_B = 1,8$
Leerwahrscheinlichkeit	0,15024	0,18546	0,11628	0,14598
Verlustwahrscheinlichkeit	0,19471	0,18027		
Wartewahrscheinlichkeit			0,37674	0,35474
mittlere Warteschlangenlänge			0,56512	0,53212
Superiorwert der Anzahl wartender Forderungen ($S = 95\%$)			2,95	2,84
Auslastungsgrade:				
Kanal 1	0,41707	0,49184	0,54884	0,60000
Kanal 2	0,50120	0,49184	0,61395	0,60000
Kanal 3	0,64543	0,49184	0,72588	0,60000
durchschnittlich	0,52123	0,49184	0,62950	0,60000

4.4. Ergebnisse der Modellierung von Bedienungssystemen mit nichtidentischen Kanälen

- Bedienungssysteme mit nichtidentischen Kanälen sind komplizierter modellierbar, und qualitative Gesetzmäßigkeiten sind schwieriger auffindbar als bei Systemen mit identischen Kanälen.
- Bedienungssysteme mit nichtidentischen Kanälen verlangen Überlegungen zur Auswahlregel freier Kanäle. Es sind die zufällige Auswahl und die Auswahl nach einem Ordnungsprinzip zu unterscheiden. Verschiedene Ordnungsprinzipien lassen sich auf das Prinzip der Auswahl „nach der niedrigsten Ordnungsnummer“ zurückführen.

Tabelle 4.3 Kenngrößen im Wartesystem $M/\bar{M}/3/\infty$ mit $s = 3$ nichtidentischen Kanälen im Vergleich zum Wartesystem $M/\bar{M}/3/\infty$ mit $s = 3$ identischen Kanälen, aber gleicher mittlerer Leistungsfähigkeit $\bar{\mu}_B$ bei zufälliger Auswahl freier Kanäle

	$\lambda_B = 1$ $\mu_{B1} = 0,6$ $\mu_{B2} = 0,4$ $\mu_{B3} = 2/3$ $\bar{\mu}_B = 0,555$	$\lambda_B = 1$ $\mu_{B1} = 1/1,2$ $\mu_{B2} = 1/1,8$ $\mu_{B3} = 1/3,6$ $\bar{\mu}_B = 0,555$	$\lambda_B = 1$ $\mu_{B1} = 0,2$ $\mu_{B2} = 0,4$ $\mu_{B3} = 1,066$ $\bar{\mu}_B = 0,555$	$\lambda_B = 1$ $\bar{\mu}_B = 0,55$ $\mu_{B1} = \mu_{B2}$ $= \mu_{B3} = \bar{\mu}_B$
Leerwahrscheinlichkeit	0,13833	0,11628	0,08268	0,14598
Wartewahrscheinlichkeit	0,36023	0,37674	0,40858	0,35474
mittlere Warteschlangenlänge	0,54035	0,61287	0,56512	0,53211
Superiorwert der Anzahl wartender Forderungen (statistische Sicherheit 95 %)	2,87	2,95	3,11	2,84
Auslastungsgrade:				
Kanal 1	0,59	0,55	0,79	0,6
Kanal 2	0,66	0,61	0,66	0,6
Kanal 3	0,57	0,73	0,53	0,6
durchschnittlich	0,61	0,63	0,67	0,6
Variationskoeffizient der Leistungsfähigkeiten der Kanäle	0,204	0,408	0,667	0,0

- Die Modellierung von Verlustsystemen mit nichtidentischen Kanälen erfolgt am zweckmäßigsten über Markovsche Zustandsmodelle. Dabei genügt zur Charakterisierung der Systemzustände nicht mehr die Anzahl i von Forderungen im System wie bei Systemen mit identischen Kanälen, sondern jeder Zustand muß durch die Menge g der i besetzten Kanäle beschrieben werden. Die aus den Zustandsmodellen berechenbaren stationären Zustandswahrscheinlichkeiten sind bei Verlustsystemen des Typs $M/\bar{M}/s/0$ im Fall der zufälligen Auswahl freier Kanäle sogar invariant gegenüber der Bedienungszeitverteilung [4.8], so daß gilt:
 $P_g(M/\bar{M}/s/0) = P_g(M/\bar{G}/s/0)$ für zufällige Auswahl mit P_g = stationäre Zustandswahrscheinlichkeit des Zustands g , in dem die Menge g der i Kanäle besetzt ist. Daraus folgt die Unempfindlichkeit aller anderen stationären Kenngrößen.
- Eine Übertragung der Unempfindlichkeitsaussage auf Systeme mit Stauraum ist nicht möglich (auch nicht bei identischen Kanälen).
- Aus der Verlustwahrscheinlichkeit des Verlustsystems $M/\bar{G}/s/0$ sind aber Kenngrößen eines entsprechenden Systems mit Stauraum lediglich durch eine neue Normierung auf alle Zustandswahrscheinlichkeiten zu gewinnen. Sehr einfache Umrechnungen ergeben sich für alle gängigen Kenngrößen des Wartesystems $M/\bar{M}/s/\infty$ aus der Verlustwahrscheinlichkeit des Systems $M/\bar{G}/s/0$.
- Aus den Tabellen 4.2 und 4.3 ist erkennbar:
Verlustsysteme erlauben gegenüber Wartesystemen bei gleicher Parameterkonstellation nicht so hohe Auslastungsgrade ihrer Kanäle. Damit ist auch deren Leistungsverhalten geringer.

- Bedienungskanäle mit hoher Leistungsfähigkeit (μ_B groß) sind bei zufälliger Auswahl am geringsten ausgelastet.
  - Warteschlangenkenngößen, Warte- und Verlustwahrscheinlichkeiten steigen mit höherer Unregelmäßigkeit der Leistungsfähigkeiten der einzelnen Kanäle bei ihrer Zufallsauswahl.
- Damit wird ersichtlich, daß Systeme mit nichtidentischen Kanälen bei Zufallsauswahl freier Kanäle auch unter der Voraussetzung gleicher Gesamtleistungsfähigkeit uneffektiver arbeiten als entsprechende Systeme mit identischen Kanälen. Dem kann man auf 2 Wegen begegnen:
- Einführung einer geordneten Auswahl durch Sortieren der Kanäle nach ihrer Leistungsfähigkeit oder (wenn dies nicht möglich ist)
  - Verringerung der Streuung der Leistungsfähigkeiten unter Beibehaltung zufälliger Auswahl.

4.5. Einfache rekursive Lösungen für Kenngrößen von Verlust- und Wartesystemen des Typs GI/GI/s mit nichtidentischen oder identischen Kanälen

Die in den Abschnitten 4.2. und 4.3. vorgestellten Lösungen sollten nur für Systeme mit nichtidentischen Kanälen verwendet werden. Im Falle identischer Kanäle vereinfachen sich die Lösungen sehr, zumal rechenzeit- und speicherplatzminimale Rekursivlösungen nutzbar sind.

Die in der üblichen, praktisch orientierten bedienungstheoretischen Literatur angegebenen Formeln der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten P_i für den Zustand i , wonach genau i Forderungen im System verweilen, sind meist durch Summenbildung von Fakultäten und Potenzen manuell aufwendig, vor allem aber rechnerunfreundlich. Deshalb werden nunmehr für Kenngrößen der Systeme $M/G/s/0$; $M/M/s/\infty$; $GI/GI/s/\infty$ einfache Rekursivformeln angeboten, die gut zu programmieren sind.

Verlustwahrscheinlichkeit $P_V(M/M/s/0) = P_V(M/G/s/0)$ [4.9]:

$$P_V^{-1}(s) = 1 + P_V^{-1}(s-1) \cdot s/\varrho_B \quad \text{mit } P_V(0) = 1. \quad (4.20)$$

Dann sind mit $c = \varrho_B/s = \eta_B$ (Auslastungsgrad jedes Kanals)
 die Wartewahrscheinlichkeit $P_W(M/M/s/\infty)$ nach (4.14),
 die mittlere Warteschlangenlänge $EL_W(M/M/s/\infty)$ nach (4.15),
 der Superiorwert lw_s der Anzahl wartender Forderungen nach (4.16),
 die Leerwahrscheinlichkeit $P_0(M/M/s/\infty)$ nach (4.18),
 der Superiorwert tw_s der Wartezeit nach (4.19)

auch exakt berechenbar. Der einzige Unterschied in den Algorithmen für identische und nichtidentische Kanäle besteht in der Berechnung der Kenngrößen im Verlustsystem, wobei die im Abschn. 4.2. angegebenen Formeln zwar allgemein gültig für nichtidentische und identische Kanäle sind, aber im Fall identischer Kanäle viel effektiver Ausdruck (4.20) benutzt werden kann.

Die Gleichungen (4.5) bis (4.20) sind für die angegebenen Modelle exakte Lösungen, die beim Übergang zum $GI/GI/s/\infty$ -System z.T. als Basis-Lösungen benutzt werden, z.T. sogar weiterhin exakt gültig sind.

Der Übergang zu $GI/GI/s/\infty$ wird durch eine Modifikation des Auslastungsgrades ρ_B/s vollzogen. Sie ist das Ergebnis aus Approximationen der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten $P_i(M/GI/s/m < \infty)$ nach [4.11], einer Erweiterung auf $P_i(M/GI/s/\infty)$ nach [4.12], einer Näherungslösung für $EL_W(GI/GI/s/\infty)$ nach [4.13] und der Verbindung aller Ansätze in [4.10].

Mit den folgenden Modifikationen (4.21) und (4.22) lassen sich die bereits eingeführten Lösungen ohne Schwierigkeiten generalisieren:

$$F = (\rho_B/s)^\gamma; \quad \gamma^{-1} = \frac{1}{2}(C \cdot V^2 T_B + V^2 T_A), \quad [4.13] \quad (4.21)$$

$$C = \begin{cases} 1 & \text{für } VT_A \geq 1 \\ (\rho_B/s)^{1-V^2 T_A} \cdot (1+V^2 T_A) - V^2 T_A & \text{für } VT_A \leq 1, \end{cases} \quad [4.13] \quad (4.22)$$

$$EL_W(GI/GI/s/\infty) \approx EL_W(M/M/s/\infty) \cdot \gamma^{-1}, \quad [4.13] \quad (4.23)$$

$$l_{W,S}(GI/GI/s/\infty) \approx \left\{ (\ln F)^{-1} \cdot \ln \frac{1-S}{EL_W(1-F)} \right\} \quad [4.10] \quad (4.24)$$

mit $\{x\} = \max(0;x)$ und EL_W nach (4.23); (vgl. analogen Ausdruck (4.16)),

$$\frac{t_{W,S}(GI/GI/s/\infty)}{ET_W(GI/GI/s/\infty)} \approx -P_W^{-1}(GI/GI/s/\infty) \cdot \ln \frac{1-S}{P_W} \quad [4.10] \quad (4.25)$$

mit $1-S < P_W$ (vgl. analogen Ausdruck (4.19)).

Die Wartewahrscheinlichkeit im Nenner des Logarithmus von (4.25) ist identisch der des 1. Faktors.

Für die Wartewahrscheinlichkeit $P_W(GI/GI/s/\infty)$ gibt es mehrere Näherungslösungen, die in [4.10] gegenübergestellt werden. Für Variationskoeffizienten des Input $VT_A \leq 1$ und die Bedienungszeit $VT_B \leq 1$ eignet sich die Wichtung nach [4.14] am besten:

$$\begin{aligned} P_W(GI/GI/s/\infty) \approx & (1-V^2 T_A) \cdot V^2 T_B \cdot P_W(D/M/s/\infty) \\ & + (1-V^2 T_B) \cdot V^2 T_A \cdot P_W(M/D/s/\infty) \\ & + V^2 T_B \cdot V^2 T_A \cdot P_W(M/M/s/\infty). \end{aligned} \quad (4.26)$$

Dabei kann man $P_W(D/M/s/\infty)$, $P_W(M/D/s/\infty)$ aus Tafeln ablesen, z.B. [4.14], [4.7], [4.5], oder man verwendet eine zweite Näherung zu grober Überschlagsrechnung

$$P_W(M/D/s/\infty) \approx P_W(M/M/s/\infty), \quad (4.27)$$

so daß sich

$$P_W(GI/GI/s/\infty) \approx (1-V^2 T_A) \cdot V^2 T_B \cdot P_W(D/M/s/\infty) + V^2 T_A \cdot P_W(M/M/s/\infty) \quad (4.28)$$

mit [4.7]

$$P_W(M/M/2s+i/\infty) \leq P_W(D/M/s/\infty) \leq P_W(M/M/2s+i-1/\infty) \quad (4.29)$$

$$i = \begin{cases} 2 & \text{für } s \leq 2 \\ 3 & \text{für } 3 \leq s \leq 8 \text{ und festem } \rho_B/s \\ 4 & \text{für } 9 \leq s \leq 12 \end{cases}$$

ergibt.

Beispiel 4.2: Es wird Beispiel 4.1 fortgeführt: Ein Wartesystem GI/GI/s/ ∞ mit $s = 3$ identischen Kanälen habe je Kanal eine Leistungsfähigkeit $\mu_{B1} = \mu_{B2} = \mu_{B3} = 0,5555/ZE$. Die Ankunftsrate sei $\lambda_B = 1/ZE$, so daß ein Verkehrswert $\rho_B = \lambda_B/\mu_B = 1,8$ entsteht. Die Variationskoeffizienten seien für den Input $VT_A = 1/\sqrt{2}$ und für die Bedienungszeit $VT_B = 0,5$. Es sind die Kenngrößen zu ermitteln.

Rekursive Ermittlung $P_V(M/M/3/0)$ nach (4.20):

$$P_V^{-1}(1) = 1 + 1 \cdot 1/1,8 = 1,55,$$

$$P_V^{-1}(2) = 1 + 1,55 \cdot 2/1,8 = 2,7284,$$

$$P_V^{-1}(3) = 1 + 2,7284 \cdot 3/1,8 = 5,5473,$$

$$\underline{P_V(3)} = 1/5,5473 = \underline{0,18027};$$

Wartewahrscheinlichkeit $P_W(M/M/s/\infty)$ nach (4.14):

$$P_W^{-1} = (1 - 1,8/3) \cdot 5,5473 + 1,8/3 = 2,81893,$$

$$\underline{P_W} = 1/2,81893 = \underline{0,35474};$$

mittlere Warteschlangenlänge $EL_W(M/M/s/\infty)$ nach (4.15):

$$EL_W = 0,35474 \cdot 1,8/3/(1 - 1,8/3) = 0,53212;$$

Leerwahrscheinlichkeit $P_0(M/M/s/\infty)$ nach (4.18):

$$P_0 = 0,35474 \cdot (1 - 1,8/3) \cdot 3!/1,8^3 = 0,14598;$$

Superiorwert $l_{W,95}(M/M/s/\infty)$ nach (4.16):

$$l_{W,95} = (\ln 0,6)^{-1} \cdot \ln(0,05/0,53212/(1 - 0,6)) = 2,84;$$

Spitzenfaktor $\Psi_{95}(t_W)$ der Wartezeit im M/M/s/ ∞ -System nach (4.19):

$$\Psi_{95}(t_W) = -1/0,35474 \cdot \ln(0,05/0,35474) = 5,52;$$

Übergang zu GI/GI/s/ ∞ :

$$C = (1,8/3)^{1-0,5} \cdot (1 + 0,5) - 0,5 = 0,661895 \quad (\text{nach (4.22)}),$$

$$\gamma^{-1} = 0,5 \cdot (0,661895 \cdot 0,25 + 0,5) = 0,33274 \quad (\text{nach (4.21)}),$$

$$F = (1,8/3)^{1/0,33274} = 0,21541 \quad (\text{nach (4.21)});$$

mittlere Warteschlangenlänge $EL_W(GI/GI/s/\infty)$:

$$EL_W = 0,53212 \cdot 0,33274 = 0,17705 \quad (\text{nach (4.23)});$$

Superiorwert $l_{W,95}(GI/GI/s/\infty)$ nach (4.24):

$$l_{W,95} = 1/\ln 0,21541 \cdot \ln(0,05/0,17705/(1 - 0,21541)) = 0,67 (!);$$

Wartewahrscheinlichkeit $P_W(GI/GI/s/\infty)$:

$$P_W(D/M/3/\infty) \approx 0,1186 \dots 0,13954 \quad (\text{nach (4.29)}),$$

$$P_W(D/M/3/\infty) = 0,139 \quad (\text{nach [4.5]}),$$

$$P_W(M/D/3/\infty) \approx 0,35474 \quad (\text{nach (4.27)}),$$

$$P_W(M/D/3/\infty) = 0,340 \quad (\text{nach [4.5]}),$$

$$P_W(GI/GI/3/\infty) \approx 0,1892 \quad (\text{nach (4.26)}),$$

$$P_W(GI/GI/3/\infty) \approx 0,1924 \quad (\text{nach (4.28)});$$

Spitzenfaktor $\Psi_{95}(t_W)$ der Wartezeit im $GI/GI/s/\infty$ -System:

$$\Psi_{95}(t_W) \approx 7,030 \quad (\text{mit } P_W = 0,1892),$$

$$\Psi_{95}(t_W) \approx 7,004 \quad (\text{mit } P_W = 0,1924).$$

Mit diesem abschließenden Beispiel wurde gezeigt, daß alle einschlägigen Kenngrößen für $GI/GI/s/\infty$ -Bedienungssysteme mit nichtidentischen oder identischen Kanälen sehr einfach aus der Verlustwahrscheinlichkeit $P_V(M/M/s/0)$ des entsprechenden Verlustsystems berechnet werden können.

Für nichtidentische Kanäle ist $P_V(M/M/s/0)$ aus dem Formelapparat des Abschn. 4.2. zu berechnen, für identische Kanäle ist es einfacher, $P_V(M/M/s/0)$ aus der Rekursivlösung (4.20) zu ermitteln. Danach läuft der Algorithmus zur Berechnung von Kenngrößen im Wartesystem für identische und nichtidentische Kanäle nach gleicher Vorschrift ((4.13) bis (4.29)).

Die Formeln für $.GI/s/\infty$ -Systeme ermöglichen zudem noch ihre unmittelbare Anwendung auf Bedienungssysteme mit störanfälligen Kanälen (vgl. Kapitel 7.).

Somit stehen lediglich noch Formeln für Kenngrößen im $G/G/s/0$ - bzw. $G/\tilde{G}/s/0$ -System aus.

5. Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell

5.1. Allgemeine Zielstellung

Das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell enthält als mathematisches Modell sowohl Leistungs- als auch Zuverlässigkeitsparameter. Die Hauptzielstellung bei der Entwicklung und Anwendung dieses Modells ist die Berechnung der Systemleistungsfähigkeit in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente und der Systemstruktur [5.1] bis [5.6]. Aus mathematischer Sicht stellt es eine Verbindung zwischen einem monotonen mehrwertigen Zuverlässigkeits- mit einem Flow-Modell dar (vgl. Abschn. 3.3.).

Im Mittelpunkt der nachfolgenden Betrachtungen stehen leistungsorientierte Systeme, die eine endliche Anzahl von Stufen der Systemleistungsfähigkeit annehmen können [5.7]. Charakteristisch für Systeme dieser Art ist, daß sie aus einer endlichen Anzahl von Systemelementen bestehen, die alle eine bestimmte Leistungsfähigkeit besitzen, aus denen sich auf Grund ihres gleichzeitigen Arbeitens die Systemleistungsfähigkeit ergibt. Demzufolge kann sich die Systemleistungsfähigkeit verringern, wenn Systemelemente außer Betrieb genommen werden oder ausfallen. Im Vordergrund der nachfolgenden Betrachtungen soll dabei das Ausfall- und Instandhaltungsgeschehen stehen. Im Interesse der Wahrung einer guten Übersichtlichkeit und des möglichen Umfangs wird auf der Elementeebene die Zweizustandsbetrachtung in der Regel beibehalten.

Typische Vertreter dieser Art von Systemen sind im Transportwesen zu finden, wenn man z.B. an den Fuhrpark (z.B. NKW, Straßenbahnen, Omnibusse, Triebfahrzeuge der Eisenbahn) eines Transportsystems denkt. Es können jedoch viele Beispiele aus nahezu allen Wirtschafts- und Dienstleistungsbereichen gefunden werden, die hier eingeordnet werden können [5.8], [5.9], [5.10].

Das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell kann allerdings auch zur Berechnung von Systemen mit nur zwei Zuständen herangezogen werden und damit die Aufgaben der „klassischen“ Zuverlässigkeitstheorie lösen. In diesem Fall wird die Leistungsfähigkeit der Systemelemente $l_D^{Ei} = 1$ gesetzt, und bezüglich der Systemleistungsfähigkeit ist eine entsprechende Interpretation vorzunehmen [5.1].

Beispiel 5.1: 3kanaliges System

Besteht ein System aus drei Elementen, können folgende Stufen der Systemleistungsfähigkeit auftreten, die als Systeme folgende Entsprechungen in der Zuverlässigkeitstheorie besitzen:

- Systemleistungsfähigkeit $l_{D,x} = 3$: Sie erfordert das Arbeiten aller drei Elemente. Dies entspricht aber gerade einem Seriensystem (System 3-von-3).
- Systemleistungsfähigkeit $l_{D,x} = 2$: Sie erfordert das Arbeiten von zwei Elementen. Dies entspricht einem Majoritätssystem (System 2-von-3).
- Systemleistungsfähigkeit $l_{D,x} = 1$: Sie erfordert das Arbeiten nur eines der drei Elemente. Dies entspricht einem Parallelsystem (System 1-von-3).

Dieser Hinweis auf eine allgemeine Anwendung des Leistungs-Zuverlässigkeits-Modells ist deshalb wichtig, da mit diesem Modell verhältnismäßig leicht komplizierte Systemstrukturen (z.B. Serien-, Parallel- und Netzstrukturen) berechnet werden können, die mit den bekannten Booleschen bzw. Markowschen Zuverlässigkeitsmodellen schwer oder gar nicht beherrscht werden können [5.1], [5.3], [5.4]. Analoge Verhältnisse treten auf, wenn nichtidentische Elemente vorliegen. Darauf wird hier jedoch nicht eingegangen. Es muß auf die Literatur verwiesen werden [5.11].

Die generellen Zielstellungen, die mit der Entwicklung und Nutzung des Modells verbunden sind, können wie folgt zusammengefaßt werden:

1. Mehrwertige Systeme, die, bedingt durch das Ausfall- und Instandhaltungsgeschehen, unterschiedliche Stufen der Leistungsfähigkeit annehmen können, so wie sie in nahezu allen Wirtschafts- und Dienstleistungsbereichen auftreten, bilden das Hauptfeld der Betrachtungen und Anwendungen.
2. Die Berechnung der Leistungsfähigkeit von mehrwertigen Systemen in Abhängigkeit von Zuverlässigkeitskenngrößen der Systemelemente wird in den Vordergrund gestellt.
3. Der Einfluß der Zuverlässigkeitskenngrößen und ggf. der Systemstruktur auf die Systemleistungsfähigkeit soll als ökonomische Kategorie sichtbar gemacht werden.

Ein mehrwertiges System kann auf Grund des Ausfall- und Instandhaltungsgeschehens eine endliche Zahl von Leistungsstufen $l_{D,x}$ annehmen. Dabei ist y die Anzahl der Stufen der Leistungsfähigkeit, wobei gilt $l_{D,0} = 0$ und $l_{D,y-1} = l_{Dmax}$.

Damit sind folgende Kenngrößen zu berechnen:

4. Die Wahrscheinlichkeit $P(L_D \geq l_{D,x})$, mit der die momentane Leistungsfähigkeit L_D eine vorgegebene Stufe der Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ erfüllt bzw. überbietet.
5. Die Wahrscheinlichkeit $P(L_D < l_{D,x})$, mit der die momentane Leistungsfähigkeit L_D ein vorgegebenes Leistungsniveau $l_{D,x}$ nicht erreicht, wobei gilt $P(L_D < l_{D,x}) = 1 - P(L_D \geq l_{D,x})$.
6. Die Wahrscheinlichkeit $P(L_D = l_{D,x})$, mit der die momentane Leistungsfähigkeit L_D eine bestimmte Stufe der Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ einnimmt (nur sinnvoll bei diskreter Zufallsgröße L_D).
7. Die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D (bzw. der Erwartungswert der Systemleistungsfähigkeit L_D), die sich auf Grund der Leistungs- und Verfügbarkeitsparameter der Systemelemente sowie von Strukturparametern des Systems selbst ergeben.

Im Anschluß an die Modellbeschreibung werden die Berechnungen an einigen typischen Anwendungsfällen beispielhaft illustriert. Auf Verallgemeinerungen, z.B. bezüglich der Anwendung auf klassische Zuverlässigkeitsstrukturen, muß weitgehend verzichtet werden. Hier muß auf vorhandene und in Vorbereitung befindliche Literatur verwiesen werden [5.1], [5.11].

5.2. Modellbeschreibung

Betrachtet werden können Systeme mit einer endlichen Anzahl von Systemelementen E_i ($i = 1, \dots, n$). Die Systemelemente E_i können beliebig viele Zustände annehmen. Im Interesse der Übersichtlichkeit und des Umfangs sollen die Systemelemente in der Regel auf die Zustände funktionsfähig ($Z(E_i) = 1$) und ausgefallen ($Z(E_i) = 0$) begrenzt werden. Die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der Zu-

stände $Z(E_i) = 1$ bzw. $Z(E_i) = 0$ sollen mit $p(E_i)$ bzw. $q(E_i)$ bezeichnet werden (vereinfacht p_i bzw. q_i). Die Wahrscheinlichkeiten p_i/q_i können sowohl als Verfügbarkeiten/Nichtverfügbarkeiten als auch als Wahrscheinlichkeit für ausfallfreie Arbeit/Ausfallwahrscheinlichkeit interpretiert werden.

Zusätzlich zu dem Zuverlässigkeitsparameter p_i wird den Systemelementen E_i ein Leistungsparameter $l_D^{E_i}$ zugeordnet. Dieser Leistungsparameter gibt Auskunft darüber, welche Kapazität bzw. Leistungsfähigkeit das betreffende Systemelement besitzt. Die konkrete Untersetzung der Leistungsparameter muß im Zusammenhang mit den Anwendungsfällen vorgenommen werden.

Die Systemelemente müssen weder hinsichtlich der Zuverlässigkeits- noch hinsichtlich der Leistungsparameter identisch sein. Im Gegenteil, gerade beim Vorliegen nichtidentischer Systemelemente, was in der Praxis häufig anzutreffen ist, zeigt sich die Leistungsfähigkeit dieses Modells.

Eine wichtige (leider nicht immer realistische) Voraussetzung für die Anwendung aller Booleschen Modelle ist die stochastische Unabhängigkeit der Systemelemente. Für das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell bedeutet dies, daß ein unabhängiges Ausfall- und Instandhaltungsverhalten vorliegen muß. Andererseits sind die p_i invariant gegenüber der speziellen Verteilung der Ausfall- und Instandhaltungsdauer.

Die von den Systemelementen tatsächlich realisierbare Leistungsfähigkeit L_D ist eine Zufallsgröße. Es gilt

$$\begin{aligned} L_D^{E_i} &= l_D^{E_i}, \text{ wenn } E_i \text{ funktionsfähig ist,} \\ L_D^{E_i} &= 0, \text{ wenn } E_i \text{ ausgefallen ist.} \end{aligned} \quad (5.1)$$

Läßt man für die Systemelemente mehr Zustände zu, muß dies an dieser Stelle entsprechend definiert werden.

In Abhängigkeit von der Anzahl i , $i = 1, \dots, n$, der Systemelemente E_i kann das System eine Vielzahl elementarer Systemzustände annehmen.

Mit $Z(Z(E_1), \dots, Z(E_n))$ soll der Vektor der elementaren Systemzustände bezeichnet werden. Er enthält alle Informationen darüber, welche Systemelemente funktionsfähig und welche ausgefallen sind.

Bei der vorgenommenen Beschränkung der Anzahl der Zustände der Systemelemente auf zwei erhält man 2^n Systemzustände. Jeder dieser Systemzustände ist mit einer Systemleistungsstufe $l_{D,x}$ verbunden. Das heißt, das System kann eine Leistungsfähigkeit $l_{D,x} = 0, \dots, l_{D,max}$ realisieren, und jeder elementare Systemzustand ist mit einem speziellen Leistungsniveau $l_{D,x}$ verbunden. Natürlich kann auch eine Vielzahl elementarer Systemzustände das gleiche Leistungsniveau $l_{D,x}$ aufweisen.

Stehen z.B. 5 identische Fahrzeuge zur Verfügung, gibt es bei insgesamt 32 elementaren Systemzuständen offensichtlich

- einen Zustand $Z(1,1,1,1,1)$, der das Leistungsniveau $l_{D,x} = 5$ aufweist. Es gibt aber
- fünf Zustände $Z(0,1,1,1,1)$; $Z(1,0,1,1,1)$; $Z(1,1,0,1,1)$; $Z(1,1,1,0,1)$ und $Z(1,1,1,1,0)$, die das Leistungsniveau $l_{D,x} = 4$ aufweisen;
- zehn Zustände mit dem Leistungsniveau $l_{D,x} = 3$;
- zehn Zustände mit dem Leistungsniveau $l_{D,x} = 2$;
- fünf Zustände mit dem Leistungsniveau $l_{D,x} = 1$ und
- einen Zustand mit dem Leistungsniveau $l_{D,x} = 0$.

$$l_{D, \max}^{Ei} = 1$$

$$l_{D, 0}^{Ei} = 0$$

$$l_{D, x} = 0(1)5$$

$$l_{D, \max} = 5$$

$$i = 1(1)5$$

a)

$$P(L_D = 5) = q_1 + p_1 q_2 + p_1 p_2 q_3 +$$

$$p_1 p_2 p_3 q_4 + p_1 p_2 p_3 p_4 q_5$$

b)

$$P(L_D = 4) = q_1 q_2 + p_1 q_2 q_3 + p_2 q_1 q_3 + p_1 p_2 q_3 q_4 + p_1 p_3 q_2 q_4 + p_2 p_3 q_1 q_4 +$$

$$p_1 p_2 p_3 q_4 q_5 + p_1 p_2 p_4 q_3 q_5 + p_1 p_3 p_4 q_2 q_5 + p_2 p_3 p_4 q_1 q_5$$

c)

$$P(L_D = 3) = q_1 q_2 q_3 + p_1 q_2 q_3 q_4 + p_2 q_1 q_3 q_4 + p_3 q_1 q_2 q_4 + p_1 p_2 q_3 q_4 q_5 +$$

$$p_1 p_3 q_2 q_4 q_5 + p_1 p_4 q_2 q_3 q_5 + p_2 p_3 q_1 q_4 q_5 + p_2 p_4 q_1 q_3 q_5 + p_3 p_4 q_1 q_2 q_5$$

d)

e)

$$P(L_D < 1) = q_1 q_2 q_3 q_4 q_5$$

f)

Bild 5.1 Systemstruktur, Ereignisbäume und symbolische Funktionen eines 5elementigen Systems bei Verwendung der Schnittmengen

- Systemstruktur: alle Elemente sind gleichzeitig und unabhängig voneinander einsetzbar,
- Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 5$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 5)$,
- Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 4$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 4)$,
- Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 3$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 3)$,
- Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 2$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 2)$,
- Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 1$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 1)$

Die elementaren Systemzustände bilden zusammen die Menge B . Für die Berechnung der Systemleistungsfähigkeit ist es erforderlich, die Teilmengen B_i zu ermitteln, die ein vorgegebenes Leistungsniveau $l_{D,x}$ erbringen bzw. unterschreiten. Entsprechend der Dualität in der Zuverlässigkeitstheorie können diese Teilmengen B_i als Pfad- oder als Schnittmengen auftreten [5.10]. Dabei wird folgende Schreibweise angewendet:

- Im Fall der Pfadmengen
 $B_i = (1, 3)$ entspricht dem elementaren Systemzustand $Z(1, 0, 1, 0, 0)$. Das heißt, die Systemelemente E_1 und E_3 sind funktionsfähig und bilden einen Pfad; die übrigen Elemente sind ausgefallen.
- Im Fall der Schnittmenge
 $B_i = (\bar{1}, \bar{3})$ entspricht dem elementaren Systemzustand $Z(0, 1, 0, 1, 1)$. Das heißt, die Systemelemente E_1 und E_3 sind ausgefallen und bilden einen Schnitt, die übrigen Elemente sind funktionsfähig.

Das Einbeziehen von Leistungskenngrößen erfordert, jede Zuverlässigkeitsbetrachtung auf ein bestimmtes Niveau der Leistungsfähigkeit zu beziehen.

Die Teilmengen B_i werden streng nach folgender Teilmengenordnung angeordnet:

- k -elementige Teilmengen B_i werden stets vor $(k+1)$ -elementigen Teilmengen angeordnet.

b) Teilmengen mit k Elementen werden so geordnet, daß eine Menge B_i vor B_j einzuordnen ist, wenn das kleinste Element, welches nicht in beiden Teilmengen enthalten ist, zu B_i gehört.

Beispiele für entsprechend geordnete Teilmengen für 5- bis 8elementige Systeme sind in Tabelle 5.1 enthalten. Damit soll gleichzeitig die Möglichkeit gegeben werden, einfache Beispiele „per Hand“ rechnen zu können.

Tabelle 5.1 Teilmengenordnungen für 5-, 6-, 7- und 8elementige Systeme

a) Teilmengenordnung für ein 5elementiges System			
Schnittmengen		Pfadmengen	
1) ($\emptyset$)	17) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$)	1) ($\emptyset$)	17) (1, 2, 3)
2) ($\bar{1}$)	18) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}$)	2) (1)	18) (1, 2, 4)
3) ($\bar{2}$)	19) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}$)	3) (2)	19) (1, 2, 5)
4) ($\bar{3}$)	20) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}$)	4) (3)	20) (1, 3, 4)
5) ($\bar{4}$)	21) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}$)	5) (4)	21) (1, 3, 5)
6) ($\bar{5}$)	22) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}$)	6) (5)	22) (1, 4, 5)
7) ($\bar{1}, \bar{2}$)	23) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$)	7) (1, 2)	23) (2, 3, 4)
8) ($\bar{1}, \bar{3}$)	24) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}$)	8) (1, 3)	24) (2, 3, 5)
9) ($\bar{1}, \bar{4}$)	25) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}$)	9) (1, 4)	25) (2, 4, 5)
10) ($\bar{1}, \bar{5}$)	26) ($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)	10) (1, 5)	26) (3, 4, 5)
11) ($\bar{2}, \bar{3}$)	27) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$)	11) (2, 3)	27) (1, 2, 3, 4)
12) ($\bar{2}, \bar{4}$)	28) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}$)	12) (2, 4)	28) (1, 2, 3, 5)
13) ($\bar{2}, \bar{5}$)	29) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}$)	13) (2, 5)	29) (1, 2, 4, 5)
14) ($\bar{3}, \bar{4}$)	30) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)	14) (3, 4)	30) (1, 3, 4, 5)
15) ($\bar{3}, \bar{5}$)	31) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)	15) (3, 5)	31) (2, 3, 4, 5)
16) ($\bar{4}, \bar{5}$)	32) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)	16) (4, 5)	32) (1, 2, 3, 4, 5)

Es bedeuten:

($\bar{2}, \bar{3}$) Die Elemente E_2 und E_3 sind ausgefallen. Die Elemente E_1, E_4 und E_5 sind funktionsfähig.

(2, 3) Die Elemente E_2 und E_3 sind funktionsfähig. Die Elemente E_1, E_4 und E_5 sind ausgefallen.

b) Teilmengenordnung für ein 6elementiges System (Schnittmengen)			
1) ($\emptyset$)	17) ($\bar{3}, \bar{4}$)	33) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$)	49) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)
2) ($\bar{1}$)	18) ($\bar{3}, \bar{5}$)	34) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}$)	50) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$)
3) ($\bar{2}$)	19) ($\bar{3}, \bar{6}$)	35) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{6}$)	51) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}$)
4) ($\bar{3}$)	20) ($\bar{4}, \bar{5}$)	36) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}$)	52) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)
5) ($\bar{4}$)	21) ($\bar{4}, \bar{6}$)	37) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}$)	53) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)
6) ($\bar{5}$)	22) ($\bar{5}, \bar{6}$)	38) ($\bar{2}, \bar{5}, \bar{6}$)	54) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$)
7) ($\bar{6}$)	23) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$)	39) ($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)	55) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}$)
8) ($\bar{1}, \bar{2}$)	24) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}$)	40) ($\bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$)	56) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)
9) ($\bar{1}, \bar{3}$)	25) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}$)	41) ($\bar{3}, \bar{5}, \bar{6}$)	57) ($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)
10) ($\bar{1}, \bar{4}$)	26) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{6}$)	42) ($\bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)	58) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)
11) ($\bar{1}, \bar{5}$)	27) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}$)	43) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$)	59) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$)
12) ($\bar{1}, \bar{6}$)	28) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}$)	44) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}$)	60) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}$)
13) ($\bar{2}, \bar{3}$)	29) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{6}$)	45) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{6}$)	61) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)
14) ($\bar{2}, \bar{4}$)	30) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}$)	46) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}$)	62) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)
15) ($\bar{2}, \bar{5}$)	31) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{6}$)	47) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}$)	63) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)
16) ($\bar{2}, \bar{6}$)	32) ($\bar{1}, \bar{5}, \bar{6}$)	48) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{6}$)	64) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)

c) Teilmengenordnung für ein 7elementiges System (Schnittmengen)				
1) $(\emptyset)$	33) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{6})$	65) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4})$	97) $(\bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7})$	
2) $(\bar{1})$	34) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{7})$	66) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5})$	98) $(\bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
3) $(\bar{2})$	35) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{4})$	67) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{6})$	99) $(\bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
4) $(\bar{3})$	36) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{5})$	68) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{7})$	100) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5})$	
5) $(\bar{4})$	37) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{6})$	69) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5})$	101) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6})$	
6) $(\bar{5})$	38) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{7})$	70) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6})$	102) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7})$	
7) $(\bar{6})$	39) $(\bar{1}, \bar{4}, \bar{5})$	71) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{7})$	103) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6})$	
8) $(\bar{7})$	40) $(\bar{1}, \bar{4}, \bar{6})$	72) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{6})$	104) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7})$	
9) $(\bar{1}, \bar{2})$	41) $(\bar{1}, \bar{4}, \bar{7})$	73) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{7})$	105) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7})$	
10) $(\bar{1}, \bar{3})$	42) $(\bar{1}, \bar{5}, \bar{6})$	74) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{6}, \bar{7})$	106) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6})$	
11) $(\bar{1}, \bar{4})$	43) $(\bar{1}, \bar{5}, \bar{7})$	75) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5})$	107) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	
12) $(\bar{1}, \bar{5})$	44) $(\bar{1}, \bar{6}, \bar{7})$	76) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6})$	108) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7})$	
13) $(\bar{1}, \bar{6})$	45) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4})$	77) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7})$	109) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
14) $(\bar{1}, \bar{7})$	46) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{5})$	78) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6})$	110) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6})$	
15) $(\bar{2}, \bar{3})$	47) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{6})$	79) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7})$	111) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	
16) $(\bar{2}, \bar{4})$	48) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{7})$	80) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7})$	112) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7})$	
17) $(\bar{2}, \bar{5})$	49) $(\bar{2}, \bar{4}, \bar{5})$	81) $(\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6})$	113) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
18) $(\bar{2}, \bar{6})$	50) $(\bar{2}, \bar{4}, \bar{6})$	82) $(\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	114) $(\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
19) $(\bar{2}, \bar{7})$	51) $(\bar{2}, \bar{4}, \bar{7})$	83) $(\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	115) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6})$	
20) $(\bar{3}, \bar{4})$	52) $(\bar{2}, \bar{5}, \bar{6})$	84) $(\bar{1}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	116) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	
21) $(\bar{3}, \bar{5})$	53) $(\bar{2}, \bar{5}, \bar{7})$	85) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5})$	117) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7})$	
22) $(\bar{3}, \bar{6})$	54) $(\bar{2}, \bar{6}, \bar{7})$	86) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6})$	118) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
23) $(\bar{3}, \bar{7})$	55) $(\bar{3}, \bar{4}, \bar{5})$	87) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7})$	119) $(\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
24) $(\bar{4}, \bar{5})$	56) $(\bar{3}, \bar{4}, \bar{6})$	88) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6})$	120) $(\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
25) $(\bar{4}, \bar{6})$	57) $(\bar{3}, \bar{4}, \bar{7})$	89) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7})$	121) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6})$	
26) $(\bar{4}, \bar{7})$	58) $(\bar{3}, \bar{5}, \bar{6})$	90) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7})$	122) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	
27) $(\bar{5}, \bar{6})$	59) $(\bar{3}, \bar{5}, \bar{7})$	91) $(\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6})$	123) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7})$	
28) $(\bar{5}, \bar{7})$	60) $(\bar{3}, \bar{6}, \bar{7})$	92) $(\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	124) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
29) $(\bar{6}, \bar{7})$	61) $(\bar{4}, \bar{5}, \bar{6})$	93) $(\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7})$	125) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
30) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3})$	62) $(\bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	94) $(\bar{2}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	126) $(\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
31) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{4})$	63) $(\bar{4}, \bar{6}, \bar{7})$	95) $(\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6})$	127) $(\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	
32) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{5})$	64) $(\bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	96) $(\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7})$	128) $(\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7})$	

Entsprechend den elementaren Systemzuständen kann die momentane Systemleistungsfähigkeit zwischen $l_{D,x} = 0, \dots, l_{Dmax}$ liegen. Die maximale Systemleistungsfähigkeit l_{Dmax} ergibt sich aus den Leistungsfähigkeiten l_D^{Ei} der Systemelemente, ihrer Anzahl sowie der Systemstruktur. Die momentane Systemleistungsfähigkeit ist wiederum die konkrete Realisierung der Zufallsgröße Leistungsfähigkeit L_D , die zwischen 0 und l_{Dmax} liegen kann. Es gilt

$$L_D = l_{Dmax} , \tag{5.2a}$$

wenn im System kein leistungsmindernder Ausfall vorliegt;

$$0 < L_D < l_{Dmax} , \tag{5.2b}$$

wenn im System ein leistungsmindernder, aber kein Totalausfall vorliegt;

$$L_D = 0 , \tag{5.2c}$$

wenn das System bezüglich seiner Leistung total ausgefallen ist. Dieser Zustand muß nicht identisch sein mit dem Ausfall aller Systemelemente E_1 .

noch Tabelle 5.1

d) Teilmengenordnung für ein 8elementiges System (Schnittmengen)
- Teil 1 -

1) ($\emptyset$)	38) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}$)	75) ($\bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$)	112) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{8}$)
2) ($\bar{1}$)	39) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}$)	76) ($\bar{3}, \bar{4}, \bar{7}$)	113) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}$)
3) ($\bar{2}$)	40) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}$)	77) ($\bar{3}, \bar{4}, \bar{8}$)	114) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}$)
4) ($\bar{3}$)	41) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{6}$)	78) ($\bar{3}, \bar{5}, \bar{6}$)	115) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{8}$)
5) ($\bar{4}$)	42) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{7}$)	79) ($\bar{3}, \bar{5}, \bar{7}$)	116) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}$)
6) ($\bar{5}$)	43) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{8}$)	80) ($\bar{3}, \bar{5}, \bar{8}$)	117) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{8}$)
7) ($\bar{6}$)	44) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}$)	81) ($\bar{3}, \bar{6}, \bar{7}$)	118) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{7}, \bar{8}$)
8) ($\bar{7}$)	45) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}$)	82) ($\bar{3}, \bar{6}, \bar{8}$)	119) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)
9) ($\bar{8}$)	46) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{6}$)	83) ($\bar{3}, \bar{7}, \bar{8}$)	120) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}$)
10) ($\bar{1}, \bar{2}$)	47) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{7}$)	84) ($\bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)	121) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{8}$)
11) ($\bar{1}, \bar{3}$)	48) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{8}$)	85) ($\bar{4}, \bar{5}, \bar{7}$)	122) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}$)
12) ($\bar{1}, \bar{4}$)	49) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}$)	86) ($\bar{4}, \bar{5}, \bar{8}$)	123) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}$)
13) ($\bar{1}, \bar{5}$)	50) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{6}$)	87) ($\bar{4}, \bar{6}, \bar{7}$)	124) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{7}, \bar{8}$)
14) ($\bar{1}, \bar{6}$)	51) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{7}$)	88) ($\bar{4}, \bar{6}, \bar{8}$)	125) ($\bar{1}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)
15) ($\bar{1}, \bar{7}$)	52) ($\bar{1}, \bar{4}, \bar{8}$)	89) ($\bar{4}, \bar{7}, \bar{8}$)	126) ($\bar{1}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)
16) ($\bar{1}, \bar{8}$)	53) ($\bar{1}, \bar{5}, \bar{6}$)	90) ($\bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	127) ($\bar{1}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)
17) ($\bar{2}, \bar{3}$)	54) ($\bar{1}, \bar{5}, \bar{7}$)	91) ($\bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	128) ($\bar{1}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
18) ($\bar{2}, \bar{4}$)	55) ($\bar{1}, \bar{5}, \bar{8}$)	92) ($\bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	129) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)
19) ($\bar{2}, \bar{5}$)	56) ($\bar{1}, \bar{6}, \bar{7}$)	93) ($\bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	130) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$)
20) ($\bar{2}, \bar{6}$)	57) ($\bar{1}, \bar{6}, \bar{8}$)	94) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$)	131) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7}$)
21) ($\bar{2}, \bar{7}$)	58) ($\bar{1}, \bar{7}, \bar{8}$)	95) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}$)	132) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{8}$)
22) ($\bar{2}, \bar{8}$)	59) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}$)	96) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{6}$)	133) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}$)
23) ($\bar{3}, \bar{4}$)	60) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}$)	97) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{7}$)	134) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}$)
24) ($\bar{3}, \bar{5}$)	61) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{6}$)	98) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{8}$)	135) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{8}$)
25) ($\bar{3}, \bar{6}$)	62) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{7}$)	99) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}$)	136) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}$)
26) ($\bar{3}, \bar{7}$)	63) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{8}$)	100) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}$)	137) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{8}$)
27) ($\bar{3}, \bar{8}$)	64) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}$)	101) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{7}$)	138) ($\bar{2}, \bar{3}, \bar{7}, \bar{8}$)
28) ($\bar{4}, \bar{5}$)	65) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}$)	102) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{8}$)	139) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)
29) ($\bar{4}, \bar{6}$)	66) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{7}$)	103) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{6}$)	140) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}$)
30) ($\bar{4}, \bar{7}$)	67) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{8}$)	104) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{7}$)	141) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{8}$)
31) ($\bar{4}, \bar{8}$)	68) ($\bar{2}, \bar{5}, \bar{6}$)	105) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{8}$)	142) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}$)
32) ($\bar{5}, \bar{6}$)	69) ($\bar{2}, \bar{5}, \bar{7}$)	106) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{6}, \bar{7}$)	143) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}$)
33) ($\bar{5}, \bar{7}$)	70) ($\bar{2}, \bar{5}, \bar{8}$)	107) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{6}, \bar{8}$)	144) ($\bar{2}, \bar{4}, \bar{7}, \bar{8}$)
34) ($\bar{5}, \bar{8}$)	71) ($\bar{2}, \bar{6}, \bar{7}$)	108) ($\bar{1}, \bar{2}, \bar{7}, \bar{8}$)	145) ($\bar{2}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)
35) ($\bar{6}, \bar{7}$)	72) ($\bar{2}, \bar{6}, \bar{8}$)	109) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)	146) ($\bar{2}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)
36) ($\bar{6}, \bar{8}$)	73) ($\bar{2}, \bar{7}, \bar{8}$)	110) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$)	147) ($\bar{2}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)
37) ($\bar{7}, \bar{8}$)	74) ($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)	111) ($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7}$)	148) ($\bar{2}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)

Da das System eine Vielzahl von Leistungsstufen $l_{D,x}$ annehmen kann, müssen in engem Zusammenhang mit technischen, technologischen bzw. ökonomischen Zielstellungen des Systems geeignete Kriterien bezüglich des Systemausfalls bzw. der Systemfunktionsfähigkeit definiert werden. Die Verwendung nur eines Systemausfallkriteriums, z.B. $L_D < l_{D,max}$, würde keinen Fortschritt gegenüber den „klassischen Verfahren“ der Zuverlässigkeitstheorie bringen, da dies automatisch zur Zweizustandsbetrachtung führen würde. Aus diesem Grund werden folgende Systemausfallkriterien definiert.

$$L_D < l_{D,x} , \quad (5.3a)$$

das System ist, bezogen auf das Leistungsniveau $l_{D,x}$, ausgefallen.
Ein solcher Ausfallzustand wird mit $ZA_{x,i}$ (meist nur ZA_i) bezeichnet.

noch Tabelle 5.1

d) - Teil 2 -

149)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)	186)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{8}$)	223)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}$)
150)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}$)	187)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}$)	224)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}$)
151)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{8}$)	188)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}$)	225)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7}, \bar{8}$)
152)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}$)	189)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7}, \bar{8}$)	226)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)
153)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}$)	190)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	227)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)
154)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{7}, \bar{8}$)	191)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	228)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)
155)	($\bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	192)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	229)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
156)	($\bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	193)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	230)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)
157)	($\bar{3}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	194)	($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	231)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)
158)	($\bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	195)	($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	232)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)
159)	($\bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	196)	($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	233)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
160)	($\bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	197)	($\bar{1}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	234)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
161)	($\bar{4}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	198)	($\bar{1}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	235)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)
162)	($\bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	199)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)	236)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)
163)	($\bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	200)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}$)	237)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)
164)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}$)	201)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{8}$)	238)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
165)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}$)	202)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}$)	239)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
166)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7}$)	203)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}$)	240)	($\bar{1}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
167)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{8}$)	204)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{7}, \bar{8}$)	241)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)
168)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}$)	205)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	242)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)
169)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}$)	206)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	243)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)
170)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{8}$)	207)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	244)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
171)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}$)	208)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	245)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
172)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{6}, \bar{8}$)	209)	($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	246)	($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
173)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{7}, \bar{8}$)	210)	($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	247)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
174)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)	211)	($\bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	248)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)
175)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}$)	212)	($\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	249)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)
176)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{8}$)	213)	($\bar{2}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	250)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)
177)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}$)	214)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	251)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
178)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}$)	215)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	252)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
179)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{7}, \bar{8}$)	216)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	253)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
180)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}$)	217)	($\bar{3}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	254)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
181)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{8}$)	218)	($\bar{3}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	255)	($\bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
182)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{5}, \bar{7}, \bar{8}$)	219)	($\bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	256)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)
183)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{6}, \bar{7}, \bar{8}$)	220)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)		
184)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}$)	221)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}$)		
185)	($\bar{1}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{7}$)	222)	($\bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{8}$)		

Das System kann folglich soviel unterschiedliche Ausfallzustände annehmen, wie es Leistungsstufen $l_{D,x}$ besitzt.

Auf Grund der Dualität Funktionsfähigkeit und Ausfall empfiehlt es sich, zusätzlich ein Systemfunktionsfähigkeitskriterium zu definieren:

$$L_D \geq l_{D,x}, \quad (5.3b)$$

das System ist, bezogen auf das Leistungsniveau $l_{D,x}$, funktionsfähig.

Ein solcher Zustand der Funktionsfähigkeit wird mit $ZF_{x,i}$ (meist nur ZF_i) bezeichnet.

Auf der Grundlage dieser endlich vielen Ausfallkriterien können dann solch wichtige Parameter wie die Wahrscheinlichkeiten zur Erfüllung eines vorgegebenen Leistungsniveaus ($P(L_D \geq l_{D,x})$) bzw. zur Nichterfüllung eines vorgegebenen

Leistungsniveaus ($P(L_D < l_{D,x})$) sowie auch der Erwartungswert EL_D bzw. die Funktionsgüte G_D berechnet werden.

Damit sind wesentliche Voraussetzungen genannt, unter denen die Berechnung der Kenngrößen möglich wird. Die genannte Unabhängigkeitsvoraussetzung gestattet nicht eine direkte Berechnung bei Vorhandensein unbelasteter Reserven. Für solche Reservierungen gelingt es aber, Ersatzmodelle aufzustellen, die dann quasi als belastete Reserve in das vorstehende Modell eingebaut werden können. Bezüglich des Leistungsverhaltens können mit dem vorliegenden Modell keine Aussagen abgeleitet werden. Es wird jeweils von einer permanenten Belastung in allen Systemebenen (gesättigter Anforderungsstrom) ausgegangen.

5.3. Berechnung der Modellkenngrößen

5.3.1. Allgemeines

Den Berechnungen können sowohl die Pfad- als auch die Schnittmengen zugrundegelegt werden. Die Entscheidung hat meist nicht unerheblichen Einfluß auf den Rechenaufwand. Da jedoch das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell rechnerorientiert angelegt ist (es stehen entsprechende Rechnerprogramme zur Verfügung), dürfte dies aus bisheriger Sicht nicht entscheidend sein. Der Einfluß auf die Rechenart und insbesondere deren Bedeutung kann gegenwärtig nicht abgeschätzt werden. Anders liegen die Verhältnisse, wenn man kleine bzw. verhältnismäßig einfache Systeme „per Hand“ durchrechnen will.

Eine globale Empfehlung ist, den Pfadmengen den Vorzug zu geben, wenn Leistungsstufen in der Nähe von l_{Dmax} zu berechnen sind, während die Schnittmengen günstiger sind, wenn das Leistungsniveau im unteren Bereich von $l_{D,x} = 0$ an aufwärts betrachtet werden soll.

Zur Berechnung von EL_D müssen alle Wahrscheinlichkeiten $P(L_D = l_{D,x})$ berechnet werden, was gleichbedeutend mit der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für alle auftretenden $l_{D,x}$ ist. In diesem Fall ist der Aufwand unabhängig von Pfad- oder Schnittmenge gleich groß.

Nachfolgend sollen die Berechnungen für die momentane sowie die durchschnittliche Leistungsfähigkeit nur prinzipiell erläutert werden. Die Konkretisierung wird erst im Zusammenhang mit einigen Anwendungsfällen vorgenommen.

5.3.2. Berechnung der momentanen Systemleistungsfähigkeit

Die Berechnung der momentanen Systemleistungsfähigkeit L_D ist über $P(L_D < l_{D,x})$ bzw. $P(L_D \geq l_{D,x})$ möglich. Beiden Berechnungen liegt zugrunde, daß alle elementaren Systemzustände Z zu testen sind, ob gemäß (5.3) ein Systemzustand ZF_x bzw. ZA_x vorliegt. Wegen der 2^n elementaren Systemzustände ist dieser Aufwand erheblich. Zur Verringerung des Testaufwands wird hier die Monotonieeigenschaft der Systeme ausgenutzt: Befindet sich das System in einem Zustand Z , in dem die Systemleistungsfähigkeit L_D erbracht wird, so wird die Systemleistungsfähigkeit L_D in keinem Fall durch den Ausfall weiterer Systemelemente höher. Analog gilt, daß die Systemleistungsfähigkeit L_D durch instandgesetzte Systemelemente keinesfalls geringer werden kann, was bei nahezu allen in der Praxis auftretenden Systemen erfüllt sein dürfte.

Daraus folgt, daß bei einem Ausfallereignis $ZA_{X,i} = (\bar{k}, \bar{l})$ auch alle Obermengen von $ZA_{X,i} \supseteq (\bar{k}, \bar{l})$ einem Systemausfall entsprechen. Wenn $(\bar{k}, \bar{l})$ bereits ein Ausfallzustand ist, muß beispielsweise $(\bar{k}, \bar{l}, \bar{n})$ ebenfalls ein Ausfallzustand sein. Damit kann aber auf das Testen aller Obermengen von $ZA_{X,i}$ verzichtet werden. In der Folge brauchen nur noch solche Teilmengen B_i betrachtet werden, in denen $ZA_{X,i}$ (z.B. $\bar{k}$ und $\bar{l}$) nicht vorkommt.

Dieser Sachverhalt wird als allgemeine mathematische Verzweigungsbedingung formuliert. Sie lautet:

$$\begin{aligned} \overline{(E_1, E_2, \dots, E_k)} &= (\bar{E}_1) \vee (\bar{E}_1, E_2) \vee \dots \vee (\bar{E}_1, \bar{E}_2, \dots, E_{k-1}, E_k) \\ \text{oder} \quad (E_1, E_2, \dots, E_k) &= (\bar{E}_1) \vee (E_1, \bar{E}_2) \vee \dots \vee (E_1, E_2, \dots, E_{k-1}, \bar{E}_k) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Aus Gl. (5.4) können folglich alle die Systemzustände abgelesen werden, die vom ermittelten Ausfallzustand abweichen und infolgedessen bei den weiteren Testungen Berücksichtigung finden müssen. Gl. (5.4) reduziert jedoch die Vielzahl der möglichen Systemzustände auf die minimale Anzahl mathematischer Bedingungen, die den weiteren Betrachtungen zugrunde zu legen sind.

Gl. (5.4) soll anhand eines kleinen Beispiels noch ausführlicher erläutert werden.

Beispiel 5.2: Ermittlung der mathematischen Verzweigungsbedingungen, die sich auf Grund des Ausfallzustandes $ZA(\bar{E}_1, \bar{E}_2, \bar{E}_3)$ ergeben.

Anhand logischer Überlegungen findet man leicht alle Zustandskombinationen dieser drei Systemelemente, in denen nicht alle drei Elemente gleichzeitig ausgefallen sind. Sie lauten:

1. E_1, E_2, E_3
2. $E_1, E_2, \bar{E}_3$
3. $E_1, \bar{E}_2, E_3$
4. $E_1, \bar{E}_2, \bar{E}_3$
5. $\bar{E}_1, E_2, E_3$
6. $\bar{E}_1, E_2, \bar{E}_3$
7. $\bar{E}_1, \bar{E}_2, E_3$.

Unter Nutzung der Regeln der Booleschen Algebra kann man diese Zustände z. T. zusammenfassen, da $E_i + \bar{E}_i = 1$ gilt. Folglich erhält man:

1. Die Zustände 1. bis 4. ergeben
 $E_1, E_2(E_3 + \bar{E}_3) + \bar{E}_2(E_3 + \bar{E}_3) = E_1$.
2. Die Zustände 5. und 6. ergeben
 $E_1, E_2(E_3 + \bar{E}_3) = \bar{E}_1, E_2$.
3. Der Zustand 7. bleibt erhalten = $\bar{E}_1, \bar{E}_2, E_3$.

Daraus folgt:

$$\overline{(E_1, E_2, E_3)} = E_1 + \bar{E}_1, E_2 + \bar{E}_1, \bar{E}_2, E_3.$$

Dieses Ergebnis entspricht Gl. (5.4), dort in allgemeiner Form.

Die Terme der mathematischen Verzweigungsbedingung ergeben zusammen mit einem Systemzustand $ZA_{X,i}$ bzw. $ZF_{X,i}$ das Ereignis $EA_{X,i}$ bzw. $EF_{X,i}$, das in einen Ereignisbaum eingetragen wird. Da für jede Leistungsstufe $l_{D,x}$, deren Wahrscheinlichkeit $P(L_D < l_{D,x})$ bzw. $P(L_D \geq l_{D,x})$ berechnet werden soll, ein Ereignisbaum aufgestellt werden muß, kann spätestens zu diesem Zeitpunkt an Stelle von $ZA_{X,i}$ bzw. $ZF_{X,i}$ vereinfacht ZA_i bzw. ZF_i geschrieben werden.

Berechnung von $P(L_D < l_{D,x})$:

Es sind alle elementaren Systemzustände Z zu testen, ob ein Systemausfallzustand $ZA_{x,i}$ vorliegt. Den Berechnungen ist die Schnittmenge der elementaren Systemzustände Z bzw. der Teilmengen B_i zugrunde zu legen. Die Testreihenfolge ist streng gemäß der festgelegten Teilmengenordnung (s. Tab. 5.1) zu gewährleisten. Ist eine Teilmenge B_i ermittelt worden, die einem Systemausfall $ZA_{x,i}$ entspricht, wird diese als Ereignis $EA_{x,i}$ in den Ereignisbaum eingetragen.

Der generelle Ablauf kann wie folgt skizziert werden:

1. Zu Testbeginn liegt keine mathematische Verzweigungsbedingung vor, so daß der erste Systemausfallzustand $ZA_{x,1}$ dem ersten Ereignis $EA_{x,1}$ entspricht, das in den Ereignisbaum eingetragen wird.
2. Für jedes Ereignis $EA_{x,i+1}$ gilt, daß es sich aus dem Systemausfallzustand $ZA_{x,i+1}$, der mathematischen Verzweigungsbedingung von $EA_{x,i}$ und zusätzlich einer aus $ZA_{x,i}$ abgeleiteten zusammensetzt. Die Ereignisse $EA_{x,i}$ beziehen sich immer nur auf den zu testenden Ast des Verzweigungsbaumes.
3. Die Testung für $ZA_{x,i+1}$ wird an der Stelle der Teilmengenordnung nach der zuletzt ermittelten Teilmenge $ZA_{x,i}$ fortgesetzt.
4. Die Testung verläuft zweckmäßigerweise entlang der Äste des Ereignisbaumes. Die Testung eines Astes kann beendet werden, wenn
  - bereits in der entstehenden mathematischen Verzweigungsbedingung solche Elemente E_i enthalten sind, die nicht ausgefallen sein dürfen, aber allein bereits die Bedingung $L_D \geq l_{D,x}$ erfüllen;
  - ein Ereignis $EA_{x,i}$ ermittelt wurde, das bereits alle Elemente E_i des Systems enthält.
5. Ist die Testung eines Astes abgeschlossen, wird geprüft, ob weitere Äste zu testen sind. Zu diesem Zweck wird in der Teilmengenordnung bis zu dem letzten Verzweigungspunkt zurückgesprungen und gemäß Punkt 2 verfahren.
6. Sind alle möglichen Äste des Ereignisbaumes getestet, wird der Prozeß für den Ereignisbaum $l_{D,x}$ abgeschlossen.

Die Ereignisse des Ereignisbaumes sind disjunkt. Daraus folgt, daß aus dem Ereignisbaum unmittelbar eine symbolische Funktion für $P(L_D < l_{D,x})$ abgeleitet werden kann, indem an Stelle der Zustände der Elemente ihre Verfügbarkeit bzw. Nichtverfügbarkeit gesetzt wird und die einzelnen Ereignisse addiert werden. Aus dem Ereignisbaum für $l_{D,x} = 5$ (Bild 5.1a) erhält man z. B.

$$P(L_D < l_{D,x} = 5) = q_1 + p_1 q_2 + p_1 p_2 q_3 + p_1 p_2 p_3 q_4 + p_1 p_2 p_3 p_4 q_5.$$

Berechnung von $P(L_D \geq l_{D,x})$:

Das prinzipielle Herangehen entspricht dem der Berechnung von $P(L_D < l_{D,x})$. Den Berechnungen wird die Pfadmenge zugrundegelegt, und es werden Zustände der Systemfunktionsfähigkeit $ZF_{x,i}$ ermittelt. Die ermittelten Ereignisse werden in analoger Weise behandelt und in einen Ereignisbaum für $P(L_D \geq l_{D,x})$ eingetragen. Bezüglich der Testreihenfolge, der mathematischen Verzweigungsbedingung und der Beendigung des Testprozesses gilt das für $P(L_D < l_{D,x})$ gesagte in analoger Weise.

Die Testung eines Astes des Ereignisbaumes kann abgeschlossen werden, wenn in der mathematischen Verzweigungsbedingung bereits soviel Elemente als ausgefallen enthalten sein müssen, daß eine Erfüllung von $l_{D,x}$ ausgeschlossen ist (vgl. Pkt. 4, Anstrich 1).

Bild 5.2 Systemstruktur, Ereignisbaum und symbolische Funktion eines 3elementigen Systems bei Verwendung der Pfadmenge

a) Systemstruktur: alle Elemente sind gleichzeitig und unabhängig voneinander einsetzbar,

b) Ereignisbaum für $L_D \geq l_{D,x} = 2$ und symbolische Funktion für $P(L_D \geq 2)$

Es ist zu beachten, daß gilt

$$P(L_D \geq l_{D,x}) = 1 - P(L_D < l_{D,x}). \quad (5.5)$$

Ein kleines Beispiel dafür zeigt Bild 5.2. Ausgangspunkt ist ein 3elementiges System, dessen Wahrscheinlichkeit $P(L_D \geq l_{D,x}) = 2$ unter Nutzung der Pfadmengen berechnet werden soll. Man erhält den dargestellten Ereignisbaum und kann davon die Zuverlässigkeitsfunktion ableiten. Sie lautet

$$P(L_D \geq 2) = p_1 p_2 + q_1 p_2 p_3 + q_2 p_1 p_3.$$

Die hier abgeleiteten symbolischen Funktionen für die in den Bildern 5.1 und 5.2 gezeigten Systemstrukturen können auch, wie die Erläuterung zu Gl. (5.4) erkennen läßt, systematisch durch Erfassen aller möglichen Zustände und deren mathematische Zusammenfassung erzielt werden. Diese vollständige Erfassung aller Systemzustände kann jedoch leicht zum Übersehen einiger Zustände führen (bei manueller Arbeit) bzw. führt zu recht erheblichen Rechenzeiten. Aus diesem Grund ist das vorgestellte Verfahren mit der Aufstellung der Ereignisbäume recht vorteilhaft, da es günstigere Bedingungen bietet.

5.3.3. Berechnung der durchschnittlichen Systemleistungsfähigkeit

Zur Berechnung der durchschnittlichen Systemleistungsfähigkeit EL_D muß bekannt sein, mit welcher Wahrscheinlichkeit die einzelnen Leistungsstufen $l_{D,x}$ eintreten.

Diese Wahrscheinlichkeit $P(L_D = l_{D,x})$ kann auf der Basis der bereits ermittelten Wahrscheinlichkeiten der momentanen Leistungsfähigkeit $P(L_D < l_{D,x})$ bzw.

$P(L_D \geq l_{D,x})$ leicht berechnet werden. Es gilt

$$P(L_D = l_{D,x}) = P(L_D < l_{D,x+1}) - P(L_D < l_{D,x}) \quad (5.6a)$$

$$\text{oder } P(L_D = l_{D,x}) = P(L_D \geq l_{D,x}) - P(L_D \geq l_{D,x+1}). \quad (5.6b)$$

Soll beispielsweise $P(L_D = l_{D\max})$ berechnet werden, erhält man

$$P(L_D = l_{D\max}) = P(L_D < l_{D\max+1}) - P(L_D < l_{D\max}).$$

Der Term $P(L_D < l_{D\max+1}) = 1$, da L_D maximal $l_{D\max}$, aber niemals höher als $l_{D\max}$ sein kann.

Die totale Wahrscheinlichkeit liefert jetzt die gesuchte durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D gemäß Ausdruck (2.5)

$$EL_D = \sum_{x=1}^{y-1} l_{D,x} \cdot P(L_D = l_{D,x}). \quad (5.7)$$

Die möglichen Stufen der Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ des Systems sind dazu vorher zu bestimmen. Diese Aufgabe ist logischerweise bereits eine Grundlage für die Berechnung von $P(L_D < l_{D,x})$, $P(L_D \geq l_{D,x})$ bzw. $P(L_D = l_{D,x})$ sowie bei der Ermittlung der Ereignisbäume. Die Anzahl der Stufen der Leistungsfähigkeit wird durch y zum Ausdruck gebracht. Auf die Stufe $l_{D,x} = 0$ wird verzichtet, da sie keinen Beitrag leistet.

Entsprechend Abschn. 2. (Gl. 2.1) kann die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D auf die maximale Leistungsfähigkeit des Systems $l_{D\max}$ bezogen werden. Dann erhält man die Funktionsgüte bezüglich der Leistungsfähigkeit G_D :

$$G_D = \frac{EL_D}{l_{D\max}}. \quad (5.8)$$

Der Funktionsgüte kommt praktische Bedeutung zu, indem

- sie als eine „Verfügbarkeit für mehrwertige Systeme“ interpretiert werden kann (Prozentangabe der Leistungsfähigkeit) und
- von ihr Anforderungen an Zuverlässigkeit, Instandhaltung, Reservierungsgrad und Systemstruktur abgeleitet werden können.

5.4. Anwendungen

Beispiel 5.3: Transportsystem

Betrachtet werden soll ein Transportsystem, das aus fünf Nutzkraftwagen besteht. Ihre Verfügbarkeit sei mit $V_{De} = p_i$ und ihre Leistungsfähigkeit mit l_D^{Ei} gegeben ($i = 1(1)5$).

Berechnet werden soll die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der einzelnen NKW. Anschließend ist zu ermitteln, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Systemleistungsfähigkeit $L_D \leq l_{D,x}$ ist. Die Berechnung selbst soll nach verschiedenen Varianten durchgeführt werden. Auf Grund der vorliegenden Ergebnisse sollen schließlich Anforderungen an die Zuverlässigkeit, die Instandhaltbarkeit und die Systemstruktur abgeleitet bzw. diskutiert werden.

Variante A zu Beispiel 5.3: 5 identische NKW (s. Bild 5.1)

Es wird angenommen, daß alle fünf NKW identisch sind. Es wird dabei ein $l_D^{Ei} = 1$ (transportierte Einheit pro Zeiteinheit) angesetzt.

Den Berechnungen soll die Schnittmenge zugrundegelegt werden. In einem ersten Schritt müssen die $P(L_D < l_{D,x})$ für $l_{D,x} = 1(1)5$ berechnet werden.

1. Ereignisbaum $P(L_D < l_{D,x} = 5)$:

- Das erste Ereignis lautet $ZA_1 = (\bar{1})$; $EA_1 = (\bar{1})$.
- Daraus folgt die Verzweigungsbedingung (1).
- Das zweite Ereignis lautet $ZA_2 = (\bar{2})$; $EA_2 = (1)(\bar{2})$.
- Daraus folgt als Verzweigungsbedingung (1, 2).
- Das dritte Ereignis lautet $ZA_3 = (\bar{3})$; $EA_3 = (1, 2)(\bar{3})$.
- Daraus folgt als Verzweigungsbedingung (1, 2, 3).
- Das vierte Ereignis lautet $ZA_4 = (\bar{4})$; $EA_4 = (1, 2, 3)(\bar{4})$.
- Daraus folgt als Verzweigungsbedingung (1, 2, 3, 4).
- Das fünfte Ereignis lautet $ZA_5 = (\bar{5})$; $EA_5 = (1, 2, 3, 4)(\bar{5})$.

EA_5 enthält alle Systemelemente, so daß die Testung abgeschlossen werden kann. Im Verlauf der Testung ist keine Verzweigung im eigentlichen Sinn aufgetreten. Der Ereignisbaum und die symbolische Funktion sind in Bild 5.1b dargestellt.

2. Ereignisbaum $P(L_D < l_{D,x} = 4)$:

Der Ereignisbaum ist in Bild 5.1c dargestellt. Das erste Ereignis lautet $ZA_1 = (\bar{1}, \bar{2})$. Daraus folgt die Verzweigungsbedingung $(\bar{1}, \bar{2}) = (1, \bar{2}) \vee (1, 2) \vee (\bar{1}, 2)$. Eine Zusammenfassung der ersten Terme liefert $(\bar{1}, \bar{2}) = (1) \vee (\bar{1}, 2)$ (s. auch Gl. (5.4)).

Damit darf im linken Ast das Element E_1 nicht ausgefallen sein. Die erste Teilmenge, die diese Bedingung erfüllt, ist $(\bar{2}, \bar{3})$. Daraus folgt das Ereignis $EA_2 = (1)(\bar{2}, \bar{3})$. Daraus leiten sich die Verzweigungen (1, 2) und (1, $\bar{2}$, 3) ab. Im linken Ast dürfen folglich E_1 und E_2 nicht ausgefallen sein, so daß man als nächste Teilmenge $(\bar{3}, \bar{4})$ erhält. Als letztes Ereignis des linken Astes erhält man $EA_4 = (1, 2, 3)(\bar{4}, \bar{5})$.

Jetzt wird zum Ereignis $(1, 2, \bar{3}, \bar{4})$ zurückgesprungen und von dort aus unter der Verzweigungsbedingung $(1, 2, \bar{3}, 4)$ weiter getestet ab Teilmenge $(\bar{3}, \bar{4})$. Das nächste Ereignis muß E_3 ausgefallen enthalten, während E_1 , E_2 und E_4 funktionsfähig sein müssen. Diese Bedingungen sind erfüllt bei $(\bar{3}, \bar{5})$. Daraus folgt $EA_5 = (1, 2, \bar{3}, 4)(\bar{5})$.

Jetzt folgt der Rücksprung zum Ereignis $(1, \bar{2}, \bar{3})$ mit der Verzweigungsbedingung $(1, \bar{2}, 3)$, so daß sich die nächsten Ereignisse $EA_6 = (1, \bar{2}, 3)(\bar{4})$ und $EA_7 = (1, \bar{2}, 3, 4)(\bar{5})$ ergeben. Bild 5.1c zeigt die zugehörige symbolische Funktion. Der Ablauf für die weiteren $P(L_D < l_{D,x})$ ist analog und kann aus den Bildern 5.1d bis 5.1f abgelesen werden.

Aus den Ereignisbäumen können unmittelbar die Gleichungen für $P(L_D < l_{D,x})$ abgeleitet werden. Für $P(L_D < 5)$ lautet sie z.B.:

$$P(L_D < 5) = q_1 + p_1 q_2 + p_1 p_2 q_3 + p_1 p_2 p_3 q_4 + p_1 p_2 p_3 p_4 q_5 \quad (5.9)$$

In den Bildern 5.1b bis 5.1f sind alle Gleichungen zu finden.

Setzt man für alle Elemente gleiche Verfügbarkeiten an, lauten die Gleichungen gemäß Bild 5.1b bis 5.1f:

$$\begin{aligned} P(L_D < 5) &= q(1 + p + p^2 + p^3 + p^4), \\ P(L_D < 4) &= q^2(1 + 2p + 3p^2 + 4p^3), \\ P(L_D < 3) &= q^3(1 + 3p + 6p^2), \\ P(L_D < 2) &= q^4(1 + 4p), \\ P(L_D < 1) &= q^5. \end{aligned} \quad (5.10)$$

$P(L_D = l_{D,x})$ kann jetzt gemäß Gl. (5.6) und EL_D gemäß Gl. (5.7) berechnet werden.

Die Ergebnisse für $p = 0,9; 0,95$ und $0,99$ sind in Tabelle 5.2 enthalten. Daraus erhält man die in Bild 5.3 gezeigte Abhängigkeit der Systemleistungsfähigkeit EL_D von der Nichtverfügbarkeit der Systemelemente $\bar{V}_{De}$. In Bild 5.4 ist dagegen die Wahrscheinlichkeit $P(L_D \geq l_{D,x})$ grafisch dargestellt.

Tabelle 5.2 Ergebnisse zu Beispiel 5.3, Variante A bzw. B: 5 identische Fahrzeuge mit den Verfügbarkeiten von 0,8, 0,9, 0,95 und 0,99 der Systemelemente

$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$				$P(L_D = l_{D,x})$			
	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99
5	0,67	0,41	0,23	0,05	0,33	0,59	0,77	0,95
4	0,26	0,08	0,02	$9,8 \cdot 10^{-4}$	0,41	0,33	0,21	$4,9 \cdot 10^{-2}$
3	0,06	0,008	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$9,8 \cdot 10^{-6}$	0,20	0,07	0,019	$9,7 \cdot 10^{-4}$
2	$7 \cdot 10^{-3}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4,9 \cdot 10^{-8}$	0,05	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$9,7 \cdot 10^{-6}$
1	$3 \cdot 10^{-4}$	10^{-5}	$3 \cdot 10^{-7}$	10^{-10}	$6,7 \cdot 10^{-3}$	$4,5 \cdot 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{-5}$	$4,9 \cdot 10^{-8}$
EL_D					4	4,5	4,75	4,95

Bild 5.3
Durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D in Abhängigkeit von der Nichtverfügbarkeit $\bar{V}_{De}$ der Systemelemente

Bild 5.4
Wahrscheinlichkeit $P(L_D \geq l_{D,x})$ dafür, daß die momentane Systemleistungsfähigkeit größer oder gleich $l_{D,x}$ ist für unterschiedliche Verfügbarkeiten der Systemelemente

Variante B zu Beispiel 5.3: 5 identische NKW (s. Bild 5.5)

Variante B soll Variante A völlig entsprechen. Den Berechnungen sind jedoch die Pfadmengen zugrunde zu legen. Die Ereignisbäume sind in Bild 5.5 dargestellt. Auf eine spezielle Erläuterung kann verzichtet werden, da prinzipiell analog vorgegangen wird.

Die Ergebnisse lauten:

$$\begin{aligned} P(L_D \geq 5) &= p^5, \\ P(L_D \geq 4) &= p^4(1 + 4q), \\ P(L_D \geq 3) &= p^3(1 + 3q + 6q^2), \\ P(L_D \geq 2) &= p^2(1 + 2q + 3q^2 + 4q^3), \\ P(L_D \geq 1) &= p(1 + q + q^2 + q^3 + q^4). \end{aligned} \quad (5.11)$$

Ein Vergleich der Ergebnisse mit Variante A (siehe Gl. (5.10)) zeigt die zu erwartende Übereinstimmung.

Bild 5.5 Systemstruktur, Ereignisbäume und symbolische Funktionen eines 5elementigen Systems bei Verwendung der Pfadmenge

a) Systemstruktur: alle Elemente sind gleichzeitig und unabhängig voneinander einsetzbar,

b) Ereignisbaum für $L_D \geq l_{D,x} = 5$ und symbolische Funktion für $P(L_D \geq 5)$,

c) Ereignisbaum für $L_D \geq l_{D,x} = 4$ und symbolische Funktion für $P(L_D \geq 4)$,

$$P(L_D \geq 3) = p_1 p_2 p_3 + p_2 p_3 p_4 q_1 + p_1 p_3 p_4 q_2 + p_1 p_2 p_4 q_3 + p_3 p_4 p_5 q_1 q_2 + p_2 p_4 p_5 q_1 q_3 + p_2 p_3 p_5 q_1 q_4 + p_1 p_4 p_5 q_2 q_3 + p_1 p_3 p_5 q_2 q_4 + p_1 p_2 p_5 q_3 q_4$$

d)

$$P(L_D \geq 2) = p_1 p_2 + p_2 p_3 q_1 + p_1 p_3 q_2 + p_3 p_4 q_1 q_2 + p_2 p_4 q_1 q_3 + p_1 p_4 q_2 q_3 + p_4 p_5 q_1 q_2 q_3 + p_3 p_5 q_1 q_2 q_4 + p_2 p_5 q_1 q_3 q_4 + p_1 p_5 q_2 q_3 q_4$$

e)

$$P(L_D \geq 1) = p_1 + p_2 q_1 + p_3 q_1 q_2 + p_4 q_1 q_2 q_3 + p_5 q_1 q_2 q_3 q_4$$

noch Bild 5.5

- d) Ereignisbaum für $L_D \geq l_{D,x} = 3$ und symbolische Funktion für $P(L_D \geq 3)$,
 e) Ereignisbaum für $L_D \geq l_{D,x} = 2$ und symbolische Funktion für $P(L_D \geq 2)$,
 f) Ereignisbaum für $L_D \geq l_{D,x} = 1$ und symbolische Funktion für $P(L_D \geq 1)$

f)

Variante C zu Beispiel 5.3: 5 identische NKW, ergänzt durch $l = 1$ bzw. 2

Reservefahrzeuge in belasteter Reserve

Aus den Ergebnissen der identischen Varianten A und B ist erkennbar, daß eine durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit $EL_D = 5$ mit fünf NKW nur gesichert werden kann, wenn die Fahrzeuge absolut zuverlässig sind (d.h. $R(t) = 1$ bzw. $p = 1$). Dies entspricht jedoch nicht den praktischen Gegebenheiten, und somit ist $EL_D = 5$ auf diesem Weg nicht realisierbar. Eine Möglichkeit zum gewünschten Ziel zu gelangen besteht darin, die Anzahl der eingesetzten Fahrzeuge von 5 auf 6 oder mehr zu erhöhen.

Berechnet man die beiden Fälle $n = 6$ ($l = 1$ Reservefahrzeug) und $n = 7$ ($l = 2$), so erhält man folgende Gleichungssysteme:

für $n = 6$

$$\begin{aligned} P(L_D < 6) &= q(1 + p + p^2 + p^3 + p^4 + p^5), \\ P(L_D < 5) &= q^2(1 + 2p + 3p^2 + 4p^3 + 5p^4), \\ P(L_D < 4) &= q^3(1 + 3p + 6p^2 + 10p^3), \\ P(L_D < 3) &= q^4(1 + 4p + 10p^2), \\ P(L_D < 2) &= q^5(1 + 5p), \\ P(L_D < 1) &= q^6; \end{aligned} \quad (5.12)$$

für $n = 7$

$$\begin{aligned} P(L_D < 7) &= q(1 + p + p^2 + p^3 + p^4 + p^5 + p^6), \\ P(L_D < 6) &= q^2(1 + 2p + 3p^2 + 4p^3 + 5p^4 + 6p^5), \\ P(L_D < 5) &= q^3(1 + 3p + 6p^2 + 10p^3 + 15p^4), \\ P(L_D < 4) &= q^4(1 + 4p + 10p^2 + 20p^3), \\ P(L_D < 3) &= q^5(1 + 5p + 15p^2), \\ P(L_D < 2) &= q^6(1 + 6p), \\ P(L_D < 1) &= q^7. \end{aligned} \quad (5.13)$$

An den Ergebnissen (s. Tab. 5.2 bis 5.4 und Bild 5.6) ist erkennbar, daß die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit gesteigert werden kann durch eine Erhöhung der Verfügbarkeit der Systemelemente oder/und durch die Erhöhung der Anzahl der Systemelemente.

Interessant sind aber auch die Wahrscheinlichkeiten $P(L_D < l_{D,x})$. Man erkennt, daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß L_D in der Nähe von $l_{D,max}$ liegt, relativ gering ist.

Tabelle 5.3 Ergebnisse zu Beispiel 5.3, Variante C: 5 identische Fahrzeuge mit einem Reservefahrzeug und Verfügbarkeiten von 0,8, 0,9, 0,95 und 0,99 der Systemelemente

$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$				$P(L_D = l_{D,x})$			
	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99
6	0,74	0,47	0,26	$5,8 \cdot 10^{-2}$	0,26	0,53	0,73	0,94
5	0,34	0,11	0,03	$1,5 \cdot 10^{-3}$	0,39	0,35	0,23	0,056
4	0,10	0,016	$2,2 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-5}$	0,24	0,09	0,028	$1,5 \cdot 10^{-3}$
3	0,017	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$8,6 \cdot 10^{-5}$	$1,5 \cdot 10^{-7}$	0,08	0,015	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-5}$
2	$1,6 \cdot 10^{-3}$	$5,5 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-10}$	0,015	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$8,4 \cdot 10^{-5}$	$1,7 \cdot 10^{-7}$
1	$6,4 \cdot 10^{-5}$	10^{-6}	$1,6 \cdot 10^{-8}$	10^{-12}	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$5,4 \cdot 10^{-5}$	$1,8 \cdot 10^{-6}$	$6 \cdot 10^{-10}$
EL_D					4,8	5,4	5,7	5,94

Tabelle 5.4 Ergebnisse zu Beispiel 5.3, Variante C: 5 identische Fahrzeuge mit zwei Reservefahrzeugen und Verfügbarkeiten von 0,8, 0,9, 0,95 und 0,99 der Systemelemente

$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$				$P(L_D = l_{D,x})$			
	0,8	0,9	0,95	0,99	0,8	0,9	0,95	0,99
7	0,79	0,52	0,30	$6,8 \cdot 10^{-2}$	0,21	0,48	0,70	0,93
6	0,42	0,15	0,044	$2 \cdot 10^{-3}$	0,37	0,37	0,26	0,066
5	0,15	0,026	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$3,4 \cdot 10^{-5}$	0,27	0,12	0,04	$2 \cdot 10^{-3}$
4	0,033	$2,7 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-7}$	0,12	0,023	$3,6 \cdot 10^{-3}$	$3,4 \cdot 10^{-5}$
3	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-6}$	$2,1 \cdot 10^{-9}$	0,028	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$1,8 \cdot 10^{-4}$	$3,4 \cdot 10^{-7}$
2	$3,7 \cdot 10^{-4}$	$6,4 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-7}$	$6,9 \cdot 10^{-12}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-4}$	$5,9 \cdot 10^{-6}$	$2,1 \cdot 10^{-9}$
1	$1,3 \cdot 10^{-5}$	10^{-7}	$7,8 \cdot 10^{-10}$	10^{-14}	$3,6 \cdot 10^{-4}$	$6,3 \cdot 10^{-6}$	$1,1 \cdot 10^{-7}$	$6,9 \cdot 10^{-12}$
EL_D					5,6	6,3	6,65	6,93

Bild 5.6 Durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D in Abhängigkeit von der Nichtverfügbarkeit der Systemelemente bei n Systemelementen und l belasteten Reserveelementen

Angemerkt werden muß noch, daß die gewählte Systemstruktur-Erhöhung der Zahl der Fahrzeuge von n auf $n+1$ (wenn l die Anzahl der Reservefahrzeuge ist) nicht immer realisiert werden kann. So kann beispielsweise eine Bus- oder Straßenbahnlinie nur aus n im Einsatz befindlichen Fahrzeugen bestehen. Aus $P(L_D < l_{D,x})$ ist aber zu erkennen, wie schwierig es ist, auf dieser Basis ein leistungsfähiges und zuverlässiges Transportsystem zu gestalten. Im Anschluß an die Berechnungen für die Varianten A, B und C des Beispiels 5.3 erscheinen noch 2 ergänzende Bemerkungen notwendig:

1. Die wesentlichen Kenngrößen für eine effektive Systemgestaltung sind die Wahrscheinlichkeiten für das Auftreten der momentanen Systemleistungsfähigkeit.
2. Die Berechnung der durchschnittlichen Systemleistungsfähigkeit könnte vereinfacht werden, wenn einfache Strukturen und identische Systemelemente (Leistung und Verfügbarkeit) vorliegen. Dies ist jedoch nicht möglich bei Netzwerken und hierarchischen Strukturen bzw. Verschiedenartigkeit der Systemelemente.

Variante D zu Beispiel 5.3: 5 nichtidentische NKW
 Betrachtet wird das gleiche Transportsystem wie in Variante A, jedoch mit NKW unterschiedlicher Leistungsfähigkeit.
 Es sei

$$l_D^{E1} = l_D^{E2} = 1; \quad l_D^{E3} = 2; \quad l_D^{E4} = l_D^{E5} = 3.$$

Damit ist die maximale Leistungsfähigkeit des Systems $l_{D,max} = 10$, und es sind die Leistungsstufen $l_{D,x} = 1(1)10$ prinzipiell möglich. Die Entscheidung bezüglich der Verfügbarkeit der einzelnen Fahrzeuge bekommt erst dann Bedeutung, wenn man aus den Ereignisbäumen die Gleichungen für $P(L_D < l_{D,x})$ ableitet. Sind die Verfügbarkeiten unterschiedlich, müssen die detaillierten Gleichungen gemäß (5.9) verwendet werden. Kann man dagegen von gleichen Verfügbarkeiten ausgehen, können die einzelnen Terme gemäß (5.10) bis (5.11) sofort zusammengefaßt werden.

Bild 5.7 Systemstruktur, Ereignisbäume und symbolische Funktionen eines 5elementigen Systems bei Verwendung der Schnittmengen, wenn die einzelnen Systemelemente nicht identisch sind

a) Systemstruktur: alle Elemente sind gleichzeitig und unabhängig voneinander einsetzbar,

b) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 10$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 10)$,

c) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 9$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 9)$,

d) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 8$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 8)$,

$$P(L_D < 7) = q_1 q_4 + p_1 q_2 q_4 + p_4 q_1 q_5 + p_1 p_2 q_3 q_4 + p_1 p_4 q_2 q_5 + p_4 p_5 q_1 q_2 q_3 + p_1 p_2 p_3 q_4 q_5 + p_1 p_2 p_4 q_3 q_5$$

e)

$$P(L_D < 6) = q_3 q_4 + p_3 q_4 q_5 + p_4 q_3 q_5 + p_3 p_4 q_1 q_2 q_5 + p_3 p_5 q_1 q_2 q_4$$

f)

$$P(L_D < 5) = q_4 q_5 + p_4 q_1 q_3 q_5 + p_5 q_1 q_3 q_4 + p_1 p_4 q_2 q_3 q_5 + p_1 p_5 q_2 q_3 q_4$$

g)

noch Bild 5.7

e) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 7$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 7)$,

f) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 6$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 6)$,

g) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 5$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 5)$,

$$P(L_D < 4) = q_1 q_4 q_5 + p_1 q_2 q_4 q_5 + p_4 q_1 q_2 q_3 q_5 + p_5 q_1 q_2 q_3 q_4 + p_1 p_2 q_3 q_4 q_5$$

h)

noch Bild 5.7

- h) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 4$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 4)$,
 i) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 3$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 3)$,
 k) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 2$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 2)$,
 l) Ereignisbaum für $L_D < l_{D,x} = 1$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 1)$

Die Ereignisbäume sind in Bild 5.7b bis 5.7l dargestellt. Daraus ergeben sich bei gleichen Verfügbarkeiten der Systemelemente folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 P(L_D < 10) &= q(1 + p + p^2 + p^3 + p^4), \\
 P(L_D < 9) &= q(1 + p + p^2) + q^2 p^3, \\
 P(L_D < 8) &= q(1 + p) + q^2(p^2 + p^3), \\
 P(L_D < 7) &= q^2(1 + 2p + 2p^2 + 2p^3) + q^3 p^2, \\
 P(L_D < 6) &= q^2(1 + 2p) + 2q^3 p^2, \\
 P(L_D < 5) &= q^2 + q^3(2p + 2p^2), \\
 P(L_D < 4) &= q^3(1 + p + p^2) + 2q^4 p, \\
 P(L_D < 3) &= q^3 + q^4 p, \\
 P(L_D < 2) &= q^4(1 + p), \\
 P(L_D < 1) &= q^5.
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

Die Zahlenwerte der Berechnung führen auf Grund der gleichen Verfügbarkeiten zu keinen neuen Erkenntnissen. Soll jedoch die durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit EL_D durch eine Verbesserung der Verfügbarkeit der Fahrzeuge gesteigert werden, ist es nicht mehr gleichgültig, welche Fahrzeuge mit einer höheren Verfügbarkeit ausgestattet werden und welcher Einfluß damit auf EL_D genommen wird. Allgemein kann man sagen, daß die leistungsfähigsten Fahrzeuge die höchste

Verfügbarkeit besitzen sollten. Dem können natürlich praktische Gegebenheiten entgegenstehen, so daß es möglicherweise ökonomischer ist, 2 oder 3 Fahrzeuge geringerer Leistungsfähigkeit bezüglich ihrer Verfügbarkeit zu verbessern, als ein leistungsfähigeres.

Diese Ergebnisse müssen jedoch detailliert berechnet werden. Geschlossene Lösungen lassen sich für diese Aufgabe nicht finden, so daß hier der Dialog mit dem Rechner die einzige Chance liefert, Varianten zu erarbeiten, die den Anforderungen an das System gerecht werden und die hinsichtlich der Kenngrößen der Systemelemente am ökonomischsten sind.

Beispiel 5.4: Netzstrukturen

Netzstrukturen treten in vielen Bereichen auf, denkt man nur an Kommunikations- und Rechnernetze, Eisenbahn- und Straßennetze, Rohrleitungssysteme für Wasser-, Gas- und Energieversorgung, aber auch „Handels- bzw. Dienstleistungsnetze“ sind hier einordenbar [5.7], [5.8], [5.10]. Die Sicherung der Funktionsfähigkeit bzw. die Gewährleistung einer hohen Verfügbarkeit derartiger Systeme ist eine volkswirtschaftliche Aufgabe von erstrangiger Bedeutung. Aus diesem Grund wird gerade den Zuverlässigkeitsanalysen von Netzstrukturen in den letzten Jahren große Aufmerksamkeit gewidmet [5.1] bis [5.4], [5.7] bis [5.23].

Zur Beschreibung der Netzzuverlässigkeit spielen bislang folgende Kenngrößen eine Rolle:

- Die paarweise Zusammenhangswahrscheinlichkeit zweier fester Knoten. Es ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß mindestens ein funktionsfähiger Weg zwischen zwei Knoten existiert.
- Die Knoten-Netz-Zusammenhangswahrscheinlichkeit bezüglich eines Knotens. Es ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß mindestens ein funktionsfähiger Weg zwischen dem betrachteten Knoten und allen anderen Knoten des Netzes existiert.
- Die totale Zusammenhangswahrscheinlichkeit. Es ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß zwischen zwei beliebigen Knoten des Netzes mindestens ein funktionsfähiger Weg existiert.

Alle diese Kenngrößen sind zweifellos von großer Bedeutung, und demzufolge ist es wichtig, sie quantitativ zu ermitteln. Vom grundsätzlichen Herangehen her entspricht diese Zielstellung weitgehend der „klassischen“ Zuverlässigkeitstheorie.

Für die praktische Nutzung eines Kommunikationsnetzes ist es in der Regel nicht ausreichend, ob eine Information übertragen werden kann, sondern die Frage steht, ob der Informationsaustausch im erforderlichen Umfang realisiert werden kann. Im Straßennetz ist es eben nicht ausreichend, daß zwischen zwei Ortschaften noch eine Verbindung besteht, sondern entscheidend ist, ob die erforderliche Durchlaßfähigkeit gesichert ist bzw. werden kann. Aus diesem Grund erscheint die Einbeziehung von Leistungs- und Verfügbarkeitsparametern auch bei der Betrachtung von Netzstrukturen eine zentrale Zielstellung zu sein. Arbeiten hierzu wurden von AGGARWAL u. a. [5.8], [5.13] und NATVIG [5.20], [5.21], [5.22] vorgestellt.

Gleichzeitig wurde nach Wegen gesucht, die Idee, die den Arbeiten [5.24] bis [5.35] zugrundeliegt, auf Netzstrukturen auszudehnen. Mit dem Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell steht ein mathematisches Instrumentarium zur Verfügung, mit dem erste entscheidende Schritte in der vorgezeichneten Richtung gegangen werden können [5.1] bis [5.5], [5.11], [5.35].

Eine spezielle Erläuterung ist nicht erforderlich, da das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell ohne Modifikationen auf Netzstrukturen anwendbar ist. Die Leistungsfähigkeit der Netzelemente kann man sich leicht als „Durchsatz/Flußmenge pro Zeiteinheit“ vorstellen. Zur Vermeidung von unterschiedlichen Begriffen soll jedoch auch hier von der Leistungsfähigkeit der Verbindung bzw. der Netzelemente im obigen Sinn gesprochen werden. Die Leistungsfähigkeit tritt wiederum als Zufallsgröße auf, die Werte zwischen 0 und $l_{D,max}$ annehmen kann. Auf dieser Basis kann die durchschnittliche Leistungsfähigkeit EL_D berechnet werden, die gewöhnlich als Leistungsfähigkeit der Netzstruktur zwischen zwei Netzknoten betrachtet wird.

Einfache Netzstruktur (Bild 5.8)

Variante A zu Beispiel 5.4: Verbindung zwischen zwei Punkten

Berechnet werden soll die durchschnittliche Leistungsfähigkeit des Netzes in Bild 5.8 zwischen den Punkten A und B, bezeichnet mit $EL_{D,A-B}$, die im Beispiel einen maximalen Wert $l_{D,max}^{A-B}$ von 6 besitzt. Es empfiehlt sich, sich Klarheit darüber zu verschaffen, daß für unterschiedliche Verbindungen innerhalb des Netzes auch unterschiedliche $l_{D,max}$ existieren. Im Bild 5.8 erhält man für $l_{D,max}^{A-B} = 6$, für $l_{D,max}^{B-C} = 8$ und für $l_{D,max}^{A-C} = 6$.

Die Ereignisbäume und die zugehörigen symbolischen Funktionen für $P(L_D < l_{D,x})$ für $l_{D,x} = 1(1)6$ für die Verbindung von A nach B zeigen die Bilder 5.8b bis g.

Die daraus ableitbaren Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned} P(L_D < 6) &= q(1 + p + p^2 + p^3 + p^4 + p^5), \\ P(L_D < 5) &= q(1 + p + p^2) + q^2(p^3 + p^4), \\ P(L_D < 4) &= q + q^2(p + p^2 + 2p^3 + p^4) + p^3(p^2 + p^3), \\ P(L_D < 3) &= q^2(1 + 2p) + q^3(3p^2 + 4p^3), \\ P(L_D < 2) &= q^2 + q^3(p + p^2 + p^3) + q^4p^2, \\ P(L_D < 1) &= q^3(1 + p + p^2) + q^4(p + p^2). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Bild 5.8 Systemstruktur, Ereignisbäume und symbolische Funktionen eines 6elementigen Systems mit nichtidentischen Systemelementen und Verwendung der Schnittmengen

a) Systemstruktur: Netzstruktur,

b) Ereignisbaum für $L_D^{A-B} < 6$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 6)^{A-B}$,

$$P(L_D = 5)^{A-B} = q_1 + p_1 q_3 + p_1 p_3 q_6 + p_1 p_3 p_6 q_2 q_4 + p_1 p_2 p_3 p_6 q_4 q_5$$

c)

$$P(L_D = 4)^{A-B} = q_1 + p_1 q_2 q_3 + p_1 p_2 q_3 q_4 + p_1 p_3 q_2 q_4 q_5 + p_1 p_2 p_3 q_4 q_5 + p_1 p_2 p_4 q_3 q_6 + p_1 p_3 p_4 q_2 q_5 q_6 + p_1 p_2 p_3 p_4 q_5 q_6$$

d)

$$P(L_D = 3)^{A-B} = q_1 q_2 + p_1 q_3 q_6 + p_2 q_1 q_3 + p_1 p_3 q_2 q_4 q_5 + p_1 p_6 q_2 q_3 q_4 + p_2 p_3 q_1 q_4 q_6 + p_1 p_2 p_3 q_4 q_5 q_6 + p_1 p_3 p_4 q_2 q_5 q_6 + p_1 p_2 p_6 q_3 q_4 q_5 + p_2 p_3 p_4 q_1 q_5 q_6$$

e)

$$P(L_D = 2)^{A-B} = q_1 q_3 + p_1 q_2 q_3 q_6 + p_1 p_2 q_3 q_4 q_5 + p_1 p_6 q_2 q_3 q_4 q_5 + p_1 p_2 p_4 q_3 q_5 q_6$$

f)

$$P(L_D = 1)^{A-B} = q_1 q_2 q_3 + p_1 q_3 q_5 q_6 + p_2 q_1 q_3 q_4 q_6 + p_1 p_6 q_2 q_3 q_5 + p_2 p_4 q_1 q_3 q_5 q_6$$

g)

Tabelle 5.5 Ergebnisse zu
Beispiel 5.4, Variante A:
Berechnung der Verbindung
zwischen zwei Knoten im Netz

$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$	$P(L_D = l_{D,x})$
6	0,469	0,531
5	0,285	0,184
4	0,140	0,145
3	0,033	0,106
2	0,013	0,021
1	0,003	0,010
EL_D	5,06	

Die Zahlenwerte für $p = 0,9$ enthält Tabelle 5.5. Die durchschnittliche Leistungsfähigkeit beträgt $EL_{D,A-B}=5,06$. Sinngemäß kann auch die Leistungsfähigkeit zwischen beliebigen anderen Punkten des Netzes berechnet werden.

Bei der Bewertung der erzielten Ergebnisse aus praktischer Sicht muß man unbedingt beachten:

1. Mit der Berechnung der Leistungsfähigkeit zwischen zwei beliebigen Netzpunkten in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Netzelemente ist ein erster wichtiger Schritt getan, der über das bisherige Herangehen hinausgeht.
2. Im Netz erfolgt gleichzeitig ein Fluß zwischen einer Vielzahl von Netzknoten, die sich logischerweise überlagern, so daß das Einzelergebnis (Verbindung zwischen nur zwei Knoten) noch nicht befriedigen kann. Wenn auch dazu heute noch keine allgemeine Lösung angegeben werden kann, so ist das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell jedoch auch in der Lage, hierzu erste Lösungen anzubieten.
3. Die Leistungsfähigkeit der Netzverbindungen wurde bisher stets auf der Grundlage der Leistungsfähigkeit der Netzelemente betrachtet und berechnet. Es besteht jedoch auch die Möglichkeit, den von einer Quelle (Startpunkt) ausgehenden Quellenverkehr (Anforderungen) in die Betrachtungen mit einzubeziehen. Eine Lösungsmöglichkeit für die in Punkt 2. bzw. 3. angesprochenen Fragen soll im folgenden Beispiel demonstriert werden.

Variante B zu Beispiel 5.4: Verbindung zwischen mehr als zwei Netzpunkten
Anhand eines kleinen Beispiels sollen die dazu möglichen Wege skizziert werden (eine umfassende Darstellung verbietet sich aus Übersichtlichkeitsgründen). Dabei sei noch einmal daran erinnert, daß das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell als Rechenprogramm zwar existiert, zu Demonstrationszwecken aber wenig geeignet ist. Wesentlich für den Anwender des Modells ist es, durch geeignete Systemmodellierung und Interpretationen die Möglichkeiten des vorliegenden Modells weitgehend ausschöpfen zu können und möglicherweise noch zu erweitern. Zum besseren Verständnis des möglichen Vorgehens soll dies anhand von Bild 5.8 erläutert werden. Berechnet werden soll die durchschnittliche Systemleistungs-

Legende zu Bild 5.8

- c) Ereignisbaum für $L_D^{A-B} < 5$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 5)^{A-B}$,
- d) Ereignisbaum für $L_D^{A-B} < 4$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 4)^{A-B}$,
- e) Ereignisbaum für $L_D^{A-B} < 3$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 3)^{A-B}$,
- f) Ereignisbaum für $L_D^{A-B} < 2$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 2)^{A-B}$,
- g) Ereignisbaum für $L_D^{A-B} < 1$ und symbolische Funktion für $P(L_D < 1)^{A-B}$

fähigkeit, wenn gleichzeitig von den Quellen (Startpunkten) A und B Informationen/ Mengen zur Senke (Endpunkt) C transportiert werden sollen.

Diese Aufgabe kann man leicht lösen, wenn man das in Bild 5.8 gezeigte Netzmodell um einen Hilfsknoten H erweitert und diesen durch die Kanten E_7 und E_8 mit den Knoten B bzw. A verbindet. Damit diese „fiktiven“ Netzelemente die Berechnung nicht beeinflussen, wird ihnen die Verfügbarkeit $p = 1$ zugeordnet, d.h., von ihnen geht kein zuverlässigkeitstheoretischer Einfluß aus. Damit wird das Netzwerk mit 3 Zugangsknoten (Bild 5.8) auf ein Netzwerk mit 2 Zugangsknoten (Bild 5.9) reduziert.

Bild 5.9 Netzwerk mit Hilfsknoten

- a) Netzwerk mit $n = 3$ Zugangsknoten,
- b) Netzwerk mit reduzierter Anzahl von Zugangsknoten,
- c) detaillierte Systemstruktur

Damit die Berechnung durchgeführt werden kann, muß diesen fiktiven Netzelementen auch eine bestimmte Leistungsfähigkeit zugeordnet werden. Dabei kann man zwei unterschiedliche Wege beschreiten:

- a) Ihre Leistungsfähigkeit wird so hoch gewählt, daß sie mindestens der entspricht, die die Verbindung des angeschlossenen Knotens zu dem vorgesehenen Endpunkt besitzt.

Im Beispiel des Bildes 5.8 müßte demzufolge $l_D^{E7} = l_{D \max}^{B-C} = 8$ und $l_D^{E8} = l_{D \max}^{A-C} = 6$ sein.

- b) Ihre Leistungsfähigkeit wird so hoch gewählt, wie der in den angeschlossenen Knoten entstehende Quellenverkehr (aufkommende Anforderungen) ist.

Zur Erläuterung seien folgende drei Varianten genannt

1. Der Quellenverkehr von A und B sei gleich $l_D^A = l_D^B = 5$; dann müßte $l_D^{E7} = l_D^{E8} = 5$ gewählt werden (siehe dazu Bild 5.10).

2. Der Quellenverkehr von B sei 9 und von A gleich 1; dann müßte man festlegen $l_D^{E7} = 9$ und $l_D^{E8} = 1$.

3. Der Quellenverkehr von B sei 1 und von A gleich 9. In diesem Fall müßte man festlegen $l_D^{E7} = 1$ und $l_D^{E8} = 9$.

Dies hat natürlich Auswirkungen auf die Ergebnisse, die mit Hilfe des Modells berechnet werden können.

Je nachdem, ob man nach a) oder b) vorgeht, erhält man

- die Leistungsfähigkeit des Netzes zwischen H(A/B) und C allgemein, d.h. ohne Beachtung des von A und B ausgehenden Quellenverkehrs;
- die Leistungsfähigkeit des Netzes zwischen H(A/B) und C unter Beachtung des von A und B ausgehenden Quellenverkehrs.

Die Lösung soll an Hand des in Bild 5.9 gezeigten Netzwerkes demonstriert werden. Alle Netzkanten haben die Leistungsfähigkeit $l_D^{Ei} = 4$. Der Quellenverkehr beider Knoten wird mit $l_D^A = l_D^B = 5$ angenommen. Damit erhält man die maximale Leistungsfähigkeit zwischen H und C zu $l_{Dmax}^{H-C} = 10$. Sie wird in diesem Fall durch den Quellenverkehr bestimmt.

$$l_D^{E7} = l_D^{E8} = 5; p_7 = p_8 = 1$$

a)

$$P(L_D < 8) = q_2 + p_2 q_3 + p_2 p_3 q_4 + p_2 p_3 p_4 q_5 + p_2 p_3 p_4 p_5 q_6$$

b)

$$P(L_D < 7) = q_3 + p_3 q_4 + p_3 p_4 q_5 + p_3 p_4 p_5 q_6$$

c)

$$P(L_D < 6) = q_4 + p_4 q_6 + p_4 p_6 q_2 q_3 + p_2 p_4 p_6 q_3 q_5 + p_3 p_4 p_6 q_2 q_5$$

d)

Bild 5.10 Berechnung des Netzflusses von A und B nach C

- Netzwerk gemäß Bild 5.8, ergänzt um den Hilfsknoten H und die Netzkanten E7 und E8
- Ereignisbaum und symbolische Funktion für $P(L_D < 8)$
- Ereignisbaum und symbolische Funktion für $P(L_D < 7)$
- Ereignisbaum und symbolische Funktion für $P(L_D < 6)$

$$P(L_D < 5) = q_6 + p_6 q_2 q_4 + p_2 p_6 q_3 q_4 + \\ p_4 p_6 q_2 q_3 q_5 + p_2 p_3 p_6 q_4 q_5 + p_2 p_4 p_6 q_3 q_5$$

e)

$$P(L_D < 4) = q_3 q_4 + p_3 q_4 q_5 + p_4 q_3 q_6 + \\ p_3 p_4 q_5 q_6 + p_4 p_6 q_2 q_3 q_5$$

f)

$$P(L_D < 3) = q_3 q_6 + p_3 q_5 q_6 + \\ p_6 q_2 q_3 q_4 + p_3 p_6 q_2 q_4 q_5 + p_2 p_6 q_3 q_4 q_5$$

g)

$$P(L_D < 2) = q_3 q_4 q_5 + \\ p_4 q_3 q_5 q_6$$

h)

$$P(L_D < 1) = q_3 q_5 q_6 + \\ p_6 q_1 q_2 q_3 q_4 q_5$$

i)

noch Bild 5.10

e) Ereignisbaum und symbolische Funktion für $P(L_D < 5)$

f) Ereignisbaum und symbolische Funktion für $P(L_D < 4)$

g) Ereignisbaum und symbolische Funktion für $P(L_D < 3)$

h) Ereignisbaum und symbolische Funktion für $P(L_D < 2)$

i) Ereignisbaum und symbolische Funktion für $P(L_D < 1)$

Die Berechnungsgleichungen für dieses Beispiel werden nachfolgend angegeben, während auf die Darstellung der Ereignisbäume verzichtet werden soll:

$$P(L_D < 10) = q_3 + q_5 p_3 + q_6 p_3 p_5 + q_1 q_2 p_3 p_5 p_6 + q_2 q_4 p_1 p_3 p_5 p_6 \\ + q_1 q_4 p_2 p_3 p_5 p_6,$$

$$P(L_D < 9) = q_3 + q_5 p_3 + q_6 p_3 p_5 + q_2 q_4 p_3 p_5 p_6,$$

$$P(L_D < 8) = q_3 q_5 + q_5 q_6 p_3 + q_3 q_6 p_5 + q_1 q_4 q_5 p_3 p_6 + q_1 q_2 q_3 p_5 p_6 \\ + q_2 q_4 q_5 p_1 p_3 p_6 + q_2 q_3 q_4 p_1 p_5 p_6,$$

$$P(L_D < 7) = \text{entspricht } P(L_D < 8),$$

$$P(L_D < 6) = \text{entspricht } P(L_D < 8),$$

$$P(L_D < 5) = q_3 q_5 + q_5 q_6 p_3 + q_3 q_6 p_5 + q_2 q_4 q_5 p_3 p_6 + q_2 q_3 q_4 p_5 p_6,$$

$$P(L_D < 4) = q_3 q_5 q_6 + q_2 q_3 q_4 q_5 p_6,$$

$$P(L_D < 3) = \text{entspricht } P(L_D < 4),$$

$$P(L_D < 2) = \text{entspricht } P(L_D < 4),$$

$$P(L_D < 1) = q_3 q_5 q_6 + q_2 q_3 q_4 q_5 q_6.$$

Wegen $p_7 = p_8 = 1$ erscheinen diese nicht als Faktoren der symbolischen Funktionen. Bei einer Annahme von $p = 0,9$ erhält man ein $EL_{D,H-C} = 9,3$.

Auf weitere Untersuchungen hinsichtlich der Verfügbarkeit bzw. Leistungsfähigkeit einzelner Netzelemente kann nicht weiter eingegangen werden. Aus den Ergebnissen ist relativ leicht zu erkennen, daß die Wichtigkeit der einzelnen Netzelemente recht unterschiedlich ist.

Zur Ermittlung der Wichtigkeit von Netzelementen gibt es eine Vielzahl von Ansätzen [5.10], [5.21], [5.22], die in der Regel aber die Leistungsfähigkeit der einzelnen Netzelemente außer Betracht lassen. Die Wichtigkeit der einzelnen Netzelemente hängt aber offensichtlich ab von der Struktur des Systems, der Leistungsfähigkeit und der Verfügbarkeit der Systemelemente.

Es ist nicht zu erwarten, daß in absehbarer Zeit mathematische Instrumentarien zur Verfügung gestellt werden können, die auf der Grundlage von Vorgaben, z. B. bezüglich der Leistungsfähigkeit der Netzelemente und der Struktur, zu differenzierten Bedingungen hinsichtlich der Verfügbarkeit der Netzelemente führen u. ä. Generell ist die Parametervielfalt zu groß, um auf diesem Weg Ergebnisse erwarten zu können. Als Ausweg kann hier die interaktive Auslegung des Rechnerprogramms für das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell angeboten werden, die dem Systemgestalter bzw. Systembetreiber wesentliche Unterstützung geben kann, um zu einem Ergebnis zu gelangen, das seine wesentlichsten Restriktionen berücksichtigt, sofern sie nicht so gelagert sind, daß sie eine Lösung generell ausschließen.

Beispiel 5.5: Hierarchisches System

Hierarchische Systeme gewinnen mit der Entwicklung der Mikroelektronik und der damit verbundenen immer stärkeren Dezentralisierung der Rechentechnik eine größere Bedeutung. Dabei kann man 2 Typen hierarchischer Systeme unterscheiden:

- a) Systeme, in denen ein klar erkennbares Hauptsteuerelement und ein gerichtetes System zur Steuerung der ausführenden Elemente vorhanden sind.
Der Ausfall des Hauptsteuerelements führt zum Systemausfall. Typische Beispiele dafür sind die Übertragungssysteme der Nachrichtentechnik.
- b) Systeme, die eine bestimmte Anzahl von Teilsystemen oder Teilprozessen in ihrer Arbeitsweise koordinieren, mit dem Ziel, die Effektivität des Gesamtsystems zu erhöhen.
Der Ausfall des zentralen Gliedes führt zum Verlust der erhöhten Systemeffektivität, aber nicht zum Systemausfall. Typische Beispiele hierfür sind Dispatchersysteme, zentrale Schaltwarten usw.

a)

b)

c)

Die Eignung des Leistungs-Zuverlässigkeits-Modells soll an einem hierarchischen System entsprechend Punkt a) demonstriert werden. Zur Vermeidung eines zu großen Umfangs soll den Betrachtungen die einfachste hierarchische Struktur zugrundegelegt werden, wie sie Bild 5.11 zeigt. Von den Quellen Q_1 bzw. Q_2 wird durch die Systemelemente E_1 bzw. E_2 jeweils eine Verbindung mit der Leistungsfähigkeit $l_D^{E1} = 1$ bzw. $l_D^{E2} = 2$ nach Punkt A hergestellt. Von Punkt A zur Senke S steht das Systemelement E_3 mit der Leistungsfähigkeit $l_D^{E3} = 3$ zur Verfügung.

Damit das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell anwendbar wird, muß analog den Netzbetrachtungen zwischen mehr als zwei Punkten ein Hilfsknoten H mit 2 fiktiven Systemelementen E_4 bzw. E_5 nach den Quellen Q_1 bzw. Q_2 vorgesehen werden. Die n vorhandenen Quellen (oder Zugangsknoten) werden auf einen Zugangsknoten reduziert (s. Bild 5.11), wodurch die Berechnung ermöglicht wird, wenn noch die notwendigen Annahmen getroffen werden.

Die fiktiven Systemelemente werden als absolut zuverlässig angenommen, so daß sie keinen verfälschenden Einfluß auf das Ergebnis nehmen. Die Leistungsfähigkeit der fiktiven Systemelemente kann nach unterschiedlichen Gesichtspunkten festgelegt werden:

- die Leistungsfähigkeit entspricht der des nachfolgenden Systemelements,
- die Leistungsfähigkeit wird so gewählt, daß sie dem Quellenverkehr von Q_i entspricht.

Im Demonstrationsbeispiel wird der erstgenannte Fall zur Grundlage genommen.

Die Berechnung selbst erfolgt nach dem bereits erläuterten und mehrfach demonstrierten Algorithmus.

Die Berechnung von $P(L_D < l_{D,x})$ führt zu folgenden Ereignissen EA_i des Ereignisbaumes, wenn E_4 und E_5 wegen $p_4 = p_5 = 1$ in der Rechnung unberücksichtigt bleiben.

$$1. P(L_D < l_{D,x} = 3),$$

$$EA_1 = (\bar{1}),$$

$$EA_2 = (1)(\bar{2}),$$

$$EA_3 = (1, 2)(\bar{3});$$

$$2. P(L_D < l_{D,x} = 2),$$

$$EA_1 = (\bar{2}),$$

$$EA_2 = (2)(\bar{3});$$

$$3. P(L_D < l_{D,x} = 1),$$

$$EA_1 = (\bar{3}),$$

$$EA_2 = (3)(\bar{1}, \bar{2}).$$

Tabelle 5.6 Ergebnisse zu Beispiel 5.5: Berechnung eines hierarchischen Systems bei gleicher Verfügbarkeit aller Systemelemente

$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$	$P(L_D = l_{D,x})$
3	0,271	0,729
2	0,190	0,081
1	0,109	0,081
EL_D		2,43

Daraus können Struktur und Inhalt der Ereignisbäume für die Stufen der Leistungsfähigkeit $l_{D,x}$ leicht abgelesen werden, so daß auf eine Darstellung verzichtet werden kann.

Die quantitativen Ergebnisse bei einer einheitlichen Verfügbarkeit der Systemelemente von $p = 0,9$ enthält Tabelle 5.6. Wichtig ist, die Bedeutung der Systemelemente in den einzelnen Hierarchieebenen etwas näher zu betrachten. Am besten kann man das verdeutlichen, wenn man diese mit den Grenzwerten $p = 1$ bzw. $p = 0$ belegt. Ergebnisse dazu enthält Tabelle 5.7.

Es ist das zu erwartende Ergebnis erkennbar, daß die oberen Hierarchieebenen einen größeren (bzw. generellen) Einfluß auf die Leistungsfähigkeit des Systems ausüben als die unteren. Eine zweite Erkenntnis ist, daß die Höhe der Leistungsfähigkeit, die die einzelnen Systemelemente besitzen, bei der Wahl der Zuverlässigkeitskenngrößen bedeutsam ist. Das heißt, es zeigt sich, daß die Systemelemente mit der größeren Leistungsfähigkeit entsprechend großen Einfluß auf die Systemleistungsfähigkeit besitzen und so die Verbesserung ihrer Zuverlässigkeitskenngrößen den größten Effekt bringt (siehe dazu auch Tabelle 5.7). Die maximal mögliche Steigerung der Systemleistungsfähigkeit beträgt 3,0 % (bei $p_1 = 1$); 7,4 % (bei $p_2 = 1$) und 11,1 % (bei $p_3 = 1$).

Auf weitere, zweifellos interessante Betrachtungen und Aussagen muß hier verzichtet werden.

Tabelle 5.7 Ergebnisse zu Beispiel 5.5: Berechnung eines hierarchischen Systems bei unterschiedlichen Verfügbarkeiten der Systemelemente

a) $p_1 = 1; p_2 = p_3 = 0,9$			b) $p_2 = 1; p_1 = p_3 = 0,9$			c) $p_3 = 1; p_1 = p_2 = 0,9$		
$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$	$P(L_D = l_{D,x})$	$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$	$P(L_D = l_{D,x})$	$l_{D,x}$	$P(L_D < l_{D,x})$	$P(L_D = l_{D,x})$
3	0,19	0,81	3	0,19	0,81	3	0,19	0,81
2	0,19	0	2	0,1	0,09	2	0,1	0,09
1	0,1	0,09	1	0,1	0	1	0,01	0,09
EL_D		2,53	EL_D		2,61	EL_D		2,7

5.5. Zusammenfassung

Das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell läßt sich als ein prinzipielles monotones mehrwertiges Modell betrachten, das jedoch im Gegensatz zu vergleichbaren mathematischen Modellen Aspekte sowohl der Leistungsfähigkeit als auch der Zuverlässigkeit beinhaltet. Das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell läßt damit Berechnungen zu, die mit dem „klassischen“ Instrumentarium der Zuverlässigkeit schwer oder gar nicht möglich sind.

Das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell gestattet in seiner heutigen Ausgestaltung die Lösung folgender Aufgaben:

1. Berechnung der Verfügbarkeit bzw. Wahrscheinlichkeit für ausfallfreie Arbeit von einfachen Systemstrukturen (Reihen-, Parallel- und k-von-n-Systeme). Dazu ist die Leistungsfähigkeit aller Systemelemente $l_D^{Ei} = 1$ zu setzen. Ein dem Systemtyp entsprechendes Ausfallkriterium ist zu definieren.
2. Berechnung der Verfügbarkeit bzw. Wahrscheinlichkeit für ausfallfreie Arbeit von Systemen komplizierter Strukturen (vermaschte, hierarchische und Netzstrukturen).

Analoges Vorgehen wie in Punkt 1.

3. Berechnung der Verfügbarkeit bzw. Wahrscheinlichkeit für ausfallfreie Arbeit von redundanten Systemstrukturen, sofern belastete Reserve vorliegt oder die Systemelemente im unbelasteten Zustand das gleiche Ausfallverhalten wie im belasteten Zustand haben.

Das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell kann folglich auch alternativ an Stelle des Booleschen bzw. Markowschen Zuverlässigkeitsmodells eingesetzt werden, wobei in jedem Fall die notwendigen Voraussetzungen zu klären sind. Die Zeitabhängigkeit erscheint nur implizit, was keine Probleme bringt, wenn alle Lebensdauern zum gleichen Zeitpunkt beginnen.

Der Vorteil des Leistungs-Zuverlässigkeits-Modells und sein Entwicklungsgedanke besteht natürlich darin, daß es gelingt, die Zuverlässigkeitsbetrachtungen in Leistungsfähigkeitsbetrachtungen zu integrieren. Damit lautet die entscheidende Aussage, daß die Systemleistungsfähigkeit in Abhängigkeit von den Zuverlässigkeitskenngrößen der Systemelemente berechnet werden kann.

Damit wird ein bedeutender Schritt von der theoretischen Berechnung der Zuverlässigkeit zu ihrer praktischen Nutzung vollzogen. Dies drückt sich aus in den Berechnungen:

4. der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer momentanen Systemleistungsfähigkeit $P(L_D < l_{D,x})$ bzw. $P(L_D \geq l_{D,x})$ in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente V_{De} und
5. der durchschnittlichen Systemleistungsfähigkeit EL_D in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit der Systemelemente V_{De} .

Die Berechnungen sind auf beliebige Strukturen mit unabhängigen Elementen anwendbar, ohne Einfluß ihres Kompliziertheitsgrades. Damit eröffnen sich wesentliche Möglichkeiten bei der Betrachtung vermaschter Strukturen.

Ergebnisse globaler und wissenschaftsstrategischer Bedeutung sind in folgendem zu sehen:

1. Die Parameter der Leistungsfähigkeit und der Zuverlässigkeit stehen nicht mehr losgelöst nebeneinander, sondern die Aussagen zur Leistungsfähigkeit beinhalten bereits die Parameter der Zuverlässigkeit.

2. Die Zuverlässigkeit der Systemelemente (z.B. Erhöhung oder Verringerung der Verfügbarkeit) wird über die Veränderung der durchschnittlichen Systemleistungsfähigkeit unmittelbar ökonomisch bewertbar.
3. Aus den berechneten Ergebnissen (z.B. EL_D ; $P(L_D < l_{D,x})$) können konkrete Anforderungen an die Zuverlässigkeit abgeleitet werden, die erfüllt werden müssen, wenn EL_D bzw. $P(L_D < l_{D,x})$ gesichert werden soll. Diese Anforderungen können sich beziehen auf
  - die Zuverlässigkeit der Systemelemente,
  - das Erkennen von Ausfallzuständen der Systemelemente,
  - die Instandhaltungszeiten der Systemelemente,
  - die erforderliche Anzahl von Reserveelementen.

Auf Grund der konkreten Bedingungen ist es möglich, eine optimale Variante, auch aus ökonomischer Sicht, zu ermitteln. Da das Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell rechnerorientiert entwickelt worden ist, ist der entstehende mathematische Aufwand zumindest bei überschaubaren Systemen relativ gering.

6. Zuverlässigkeitsmodelle von Systemen mit komplizierten Ausfall- und Instandhaltungsmechanismen

6.1. Einführung

Die Notwendigkeit differenzierterer Zuverlässigkeitsuntersuchungen über die Ermittlung der Verfügbarkeit hinaus und unter Einbeziehung der Leistungsfähigkeit komplizierter, mehrwertiger Systeme wurde bereits in den Kapiteln 2. und 3. ausführlich begründet. Das auf der Basis monotoner Mehrzustandsmodelle entwickelte Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell (vgl. Kapitel 5.) stellt ein leistungsfähiges Instrumentarium für diese Untersuchungen dar.

Warum also sollen jetzt noch andere (Zuverlässigkeits-)Modelle betrachtet werden? Die als Modellvoraussetzung des Leistungs-Zuverlässigkeits-Modells geforderte stochastische Unabhängigkeit der Systemelemente ist in der Praxis häufig nicht gegeben. Abhängigkeiten zwischen den Systemelementen ergeben sich z. B. aus folgenden Gründen:

1. Geringere Anzahl r von Instandhaltungskanälen gegenüber der Anzahl s gleichzeitig ausfallmöglicher Elemente (Instandhaltungsdefizit); es können systeminterne Wartezeiten auf Instandsetzung auftreten.
2. Abhängigkeit des Ausfallverhaltens der Elemente von der Belastung durch die Kunden; die Belastung der einzelnen Elemente hängt jedoch meistens vom Zuverlässigkeitsniveau (Menge ausgefallener Kanäle) des Gesamtsystems ab.
3. Abhängigkeit der Ausfalldauer von der Belastung (bei geringer oder gar keiner Belastung werden Ausfälle einzelner Elemente oft gar nicht bemerkt, also auch nicht beseitigt).
4. Verursachung eines Gruppenausfalls durch eine Störung.
5. Gemeinsame Instandsetzung von Gruppen von Elementen.

Aus dem Auftreten mehrerer Störungsarten können sich weitere Probleme ergeben. Als Beispiel werde ein Automat (1kanalig) einer Fertigungsstrecke betrachtet. Den Zustandsgraph des Zuverlässigkeitsmodells mit zwei Störungsarten zeigt Bild 6.1.

Bild 6.1

Zustandsgraph des Zuverlässigkeitsmodells eines 1kanaligen Systems mit den Störungsarten S1 und S2

Zustände: 0,0 Element intakt, 0,1 Element unerkannt, S2-gestört, 1,0 Element abgeschaltet durch Störung S1 oder nach Erkennung Störung S2

Der Automat kann einerseits durch eine Störung zum Stillstand kommen (Störungsart S1 nach Störungssystematik). Andererseits kann der Automat bei einem anderen Typ von Störung Ausschuß produzieren (S2-S42), was erst nach einer gewissen Zeit erkannt wird, und erst dann wird der Automat bis zum Ende der Instandsetzung stillgelegt (S21).

Das Problem besteht nun darin, daß sich die Ausschußproduktion bezüglich der eigentlichen Leistungskenngröße „Ausstoß“ nicht klar bewerten läßt. Zum einen ist zwar ein Ausstoß vorhanden, zum anderen ist der Ausstoß an brauchbaren Produkten wie bei Störungsart S1 gleich Null. Gegenüber S1 ist dies aber als ungleich produktionsgefährdender einzuschätzen, werden doch Energie und Material in die Ausschußproduktion eingesetzt.

In Verlustsystemen (z. B. Fernsprechsysteine), bei denen oft die Verlustwahrscheinlichkeit die wichtigste Kenngröße der Funktionseffektivität darstellt, läßt sich Ausschußproduktion als Element dieser Kenngröße betrachten. Der dann auftretende zusätzliche Verlust bei Aufnahme und nicht qualitätsgerechter Bedienung von Forderungen durch die S2-gestörten Kanäle ist (in mehrkanaligen Systemen) i. allg. höher als der zusätzliche Verlust durch einen abgeschalteten Kanal (Störungsart S1) und die daraus resultierende höhere Belastung der restlichen intakten Kanäle.

Wie Bild 6.1 zeigt, kann die Überführung einer S2- in eine S1-Störung und damit eine Verbesserung der Leistungsfähigkeit in diesem Beispiel durch das Eintreten einer weiteren Störung hervorgerufen werden, was die im Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell geforderte Monotonieeigenschaft verletzt.

Ein weiteres Problem besteht darin, daß die Elemente häufig eine bestimmte Reihenfolge des Durchlaufens ihrer Elementezustände einhalten, was bei der Charakterisierung der Systemzustände und ihrer Verbindungen berücksichtigt werden muß. Im 1kanaligen System nach Bild 6.1 ist z. B. nach Störung S2 eine Rückkehr in den Intaktzustand $z(0, 0)$ nur über $z(1, 0)$ möglich. Dieser Aspekt kann im vorgestellten Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell nicht berücksichtigt werden.

In den folgenden Abschnitten werden nun an Hand ausgewählter Beispiele typische Zuverlässigkeitsmodelle für mehrwertige Systeme vorgestellt, wobei insbesondere die Abhängigkeiten der Systemelemente und bis zu 2 Ausfallarten Berücksichtigung finden. Ein weiteres Beispiel, das die gemeinsame Instandsetzung von Elementen berücksichtigt, findet sich in Kapitel 7., in dem die Verknüpfung mit Bedienungsmodellen demonstriert wird.

Die Modellierung erfolgt auf der Grundlage von Zustandsmodellen, die angegebenen Lösungen beruhen auf dem Markovschen Modell bzw. auf Unempfindlichkeitsuntersuchungen und Näherungen auf der Basis heuristischer Ansätze.

Ziel der Berechnungen sind nicht Intaktwahrscheinlichkeiten oder Verfügbarkeiten, sondern Zustandswahrscheinlichkeiten aller Systemzustände, die unterschiedliche Niveaus der Leistungsfähigkeit bzw. Funktionseffektivität repräsentieren. Sind für die einzelnen Niveaus die zuzuordnenden Leistungs- bzw. Effektivitätskenngrößen gegeben, können verschiedene, in Abschn. 2.2. erläuterte Charakteristiken, wie z. B. durchschnittliche Systemleistungsfähigkeit oder Wahrscheinlichkeit für das Über- oder Unterschreiten einer gegebenen Leistungsfähigkeit, bestimmt werden. Probleme der Verbindung mit Bedienungssystemen zur Ermittlung von Aussagen bezüglich des Leistungsverhaltens werden in Kapitel 7. behandelt.

6.2. Zuverlässigkeitsmodelle mit einer Störungsart

6.2.1. System mit Instandhaltungsdefizit (Modell 6.1)

Modellvoraussetzungen:

1. Das System besteht aus s identischen Kanälen.
2. Die Lebensdauern T_L mit dem Erwartungswert $E(T_L) = 1/\lambda_Z$ laufen unabhängig vom Zustand bezüglich der Bedienung und unabhängig von anderen Kanälen ab.
3. Es stehen r ($r < s$) Instandhaltungskanäle zur Verfügung.
4. Ist ein Instandhaltungskanal frei, wird nach Ausfall eines Kanals unverzüglich mit dessen Instandsetzung begonnen. Sind beim Ausfall eines Kanals bereits alle Instandhaltungskanäle mit Instandsetzungen beschäftigt, muß der Kanal auf Instandsetzung warten.
5. Die Instandsetzungsdauern T_I mit dem Erwartungswert $E(T_I) = 1/\beta_Z$ sind identisch verteilt.

Die gegebenen Voraussetzungen sind mit denen eines geschlossenen Wartesystems identisch. Der Zustandsraum läßt sich wie folgt charakterisieren:

- Zustände $z(j)$ mit $j = 0, 1, \dots, r$: j Kanäle sind ausgefallen und werden instandgesetzt.
- Zustände $z(j)$ mit $j = r+1, \dots, s$: j Kanäle sind ausgefallen; von ihnen werden r instandgesetzt, $j - r$ Kanäle warten auf Instandsetzung.

Unter Berücksichtigung der möglichen Übergänge zwischen den Zuständen ergibt sich der in Bild 6.2 dargestellte Zustandsgraph.

Bild 6.2 Zustandsgraph für Modell 6.1

Die über das Markov-Modell berechenbaren stationären Zustandswahrscheinlichkeiten (Gl. (6.1)) [6.1] gelten nur unter der Bedingung der Exponentialverteilung der Instandsetzungszeiten. Dagegen ist diese Lösung unempfindlich bezüglich der Verteilung der Lebensdauern [6.2], [6.17].

$$P_Z(j) = \frac{\binom{s}{j} \varrho_Z^j}{\sum_{n=0}^r \binom{s}{n} \varrho_Z^n + \sum_{n=r+1}^s \frac{s!}{r! r^{n-r} (s-n)!} \varrho_Z^n} \quad j = 0, \dots, r; \quad (6.1a)$$

$$P_Z(j) = \frac{\frac{s!}{r! r^{j-r} (s-j)!} \varrho_Z^j}{\sum_{n=0}^r \binom{s}{n} \varrho_Z^n + \sum_{n=r+1}^s \frac{s!}{r! r^{n-r} (s-n)!} \varrho_Z^n} \quad j = r+1, \dots, s \quad (6.1b)$$

oder rekursiv

$$P_Z(j) = \frac{(s - j + 1) \varrho_Z}{j} P_Z(j-1) \quad j = 1, \dots, r; \quad (6.1c)$$

$$P_Z(j) = \frac{(s - j + 1) \varrho_Z}{r} P_Z(j-1) \quad j = r+1, \dots, s \quad (6.1d)$$

mit $\varrho_Z = \lambda_Z / \beta_Z$.

Für nichtexponentialverteilte Instandsetzungszeiten T_I sind folgende Ergebnisse geschlossener Wartemodelle nutzbar: Die kompliziert zu handhabenden Ergebnisse für $s/M/G/1/s-1$ nach [6.3], die in [6.4] zitierte Lösung für $s/M/D/1$ nach ASHCROFT [6.5] und die Näherungslösungen für $s/G/G/r$ nach HOCHGRÄFE [6.6] sowie für $s/G/G/1$ nach STOYAN [6.15].

Die Ergebnisse (speziell die Gl. (6.1a) bzw. (6.1c)) gelten natürlich auch für den Grenzfall $r = s$, also für Systeme ohne Instandhaltungsdefizit. Dann sind die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten sogar unempfindlich bezüglich der Verteilung der Instandsetzungszeiten [6.16].

Beispiel 6.1:

Ein 3kanaliges Bedienungssystem, dessen Kanäle im Mittel alle 20 h ausfallen, wird von zwei Instandhaltern überwacht und instandgehalten. Sie benötigen zur Instandsetzung durchschnittlich 2,1 h (exponentialverteilt).

$$s = 3; \quad r = 2;$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_Z &= 1/E(T_L) = 0,05000 \text{ h}^{-1} \\ \beta_Z &= 1/E(T_I) = 0,47619 \text{ h}^{-1} \end{aligned} \right\} \varrho_Z = 0,105,$$

$$P_Z(0) = \left[1 + 3\varrho_Z + 3\varrho_Z^2 + \frac{3}{2}\varrho_Z^3 \right]^{-1} = 0,74084 \text{ nach Gl. (6.1a),}$$

$$P_Z(1) = 3\varrho_Z P_Z(0) = 0,23337 \text{ nach Gl. (6.1c),}$$

$$P_Z(2) = \frac{2}{2}\varrho_Z P_Z(1) = 0,02450 \text{ nach Gl. (6.1c),}$$

$$P_Z(3) = \frac{1}{2}\varrho_Z P_Z(2) = 0,00129 \text{ nach Gl. (6.1c).}$$

Beträgt die Systemleistungsfähigkeit in den Zuständen $z(0)$: $l_{D\max}$, $z(1)$: $0,75 l_{D\max}$, $z(2)$: $0,4 l_{D\max}$ und $z(3)$: 0 , so ergeben sich einzelne Kenngrößen z.B. wie folgt:

- Wahrscheinlichkeit, daß die Systemleistungsfähigkeit mindestens 60 % der maximalen Leistungsfähigkeit beträgt:

$$P(L_D \geq 0,6 l_{D\max}) = P_Z(0) + P_Z(1) = 97,3 \text{ \%}.$$

Auf Grund der diskreten Niveaustufen entspricht dieser Wert natürlich auch der Wahrscheinlichkeit $P(L_D \geq 0,75 l_{D\max})$.

- Mittlere Systemleistungsfähigkeit:

$$E(L_D) = (P_Z(0) + 0,75 P_Z(1) + 0,4 P_Z(2) + 0 \cdot P_Z(3)) l_{D\max} = 92,6 \text{ \% } l_{D\max}.$$

- Funktionsgüte bezüglich der Leistungsfähigkeit:

$$G_D = \frac{E(L_D)}{l_{D\max}} = 0,926.$$

Tabelle 6.1 Vergleich der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten und der mittleren Leistungsfähigkeit nach Modell 6.1 für verschiedene Anzahl r von Instandhaltern (Beispiel)

$s = 3$	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$
$P_Z(0)$	0,72041	0,74084	0,74116
$P_Z(1)$	0,22693	0,23337	0,23347
$P_Z(2)$	0,04766	0,02450	0,02451
$P_Z(3)$	0,00500	0,00129	0,00086
$E(L_D)$	$0,910 l_{D \max}$	$0,926 l_{D \max}$	$0,926 l_{D \max}$

Ein Vergleich mit dem Fall ohne Instandhaltungsdefizit ($r = 3$) und dem Fall $r = 1$ (Tabelle 6.1) zeigt trotz der geringen Absolutwerte von $P_Z(2)$ und $P_Z(3)$, daß sich deren Werte durch eine Reduzierung der Anzahl der Instandhalter deutlich vergrößern. Im praktisch häufigsten Fall der Existenz nur eines Instandhaltungskanals ($r = 1$) treten insbesondere bei großen Systemen signifikante Fehler auf, wenn mit der Annahme unabhängiger Elemente operiert wird.

6.2.2. System mit verzögerter Störungserkennung (Modell 6.2)

Viele technische Systeme können zwar in relativ kurzer Zeit instandgesetzt werden, bei einer Reihe von ihnen vergeht jedoch eine geraume Zeit vom Eintritt der Störung bis zum Beginn der Instandsetzung. Dafür lassen sich verschiedene Ursachen anführen, wie

1. Eine Störung wird erst nach einer gewissen Zeit erkannt, z. B.
  - weil die Anlage nicht ständig durch Personal überwacht wird,
  - weil die Störung erst bei Benutzung der Anlage bzw. der gestörten Elemente erkennbar ist,
  - weil die Störung einzelner Systemelemente nur in bestimmten Zuständen des Systems erkennbar ist.
2. Eine Störung wird sofort erkannt, die Instandsetzung kann aber erst später beginnen, z. B.,
  - weil zum Zeitpunkt der Störung kein Instandsetzungspersonal verfügbar ist,
  - weil Ersatzteile, Materialien, Werkzeuge o.ä. erst beschafft werden müssen.

Dieser zweite Fall tritt häufig bei Instandhaltungsdefizit auf (vgl. Abschn. 6.2.1.). Im folgenden wird der erste Fall mit verzögerter Störungserkennung untersucht. Dazu wird zunächst ein Beispiel angeführt.

Beispiel 6.2:

Ein automatisches System arbeite mit $s = 3$ parallelen Bedienungskanälen, die jeweils durchschnittlich alle 20 h ausfallen. Das System wird nicht kontinuierlich überwacht, ein Ausfall wird deshalb im Mittel erst nach 2 h entdeckt. Es stehen 2 Instandsetzer zur Verfügung. Für einen Kanal benötigen sie im Mittel 0,1 h Instandsetzungszeit.

Jeder der drei Kanäle kann offenbar drei Zustände einnehmen:

1. Der Kanal ist intakt.
2. Der Kanal ist gestört, die Störung ist noch nicht entdeckt.
3. Der Kanal ist gestört, die Störung ist entdeckt.

Die Kanäle des in Abschn. 6.2.1. untersuchten Systems könnten sich in zwei Zuständen (intakt, ausgefallen) befinden. Zur Beschreibung jedes Systemzustandes genügt die Angabe der Anzahl Kanäle, die sich in einem der beiden Kanalzustände (ausgefallen) befanden, da natürlich alle übrigen Kanäle den anderen Zustand (intakt) einnehmen.

Für das jetzt untersuchte Modell bedeutet dies, ein Systemzustand wird durch die Anzahl Kanäle, die sich in zwei der drei Kanalzustände befinden, bereits eindeutig beschrieben, da sich alle übrigen Kanäle im dritten Kanalzustand befinden müssen. Es werden dafür die beiden Störungszustände (unentdeckte und entdeckte Störung) ausgewählt, so daß allgemein folgende Systemzustände zu unterscheiden sind: $z(j_3, j_2)$ mit $j_3 = 0, \dots, s$ und $j_2 = 0, \dots, s - j_3$. Dabei sind in jedem Zustand $z(j_3, j_2)$ genau j_2 Kanäle unentdeckt und j_3 Kanäle entdeckt gestört, $s - j_2 - j_3$ Kanäle sind demnach intakt.

Der Zustandsgraph für das Beispiel ist in Bild 6.3 dargestellt. Die Übergänge zwischen den Zuständen seien an Hand des Zustands $z(1, 1)$ erläutert. Im Zustand $z(1, 1)$ mit $j_3 = 1$ und $j_2 = 1$ sind zwei Kanäle gestört, wovon nur eine Störung entdeckt ist. Ein Kanal ist intakt. Es könnte als nächstes der intakte Kanal ausfallen (Übergang mit λ_Z nach $z(1, 2)$), die noch nicht entdeckte Störung erkannt werden (Übergang mit σ_Z nach $z(2, 0)$) oder die entdeckte Störung behoben werden (Übergang mit β_Z nach $z(0, 1)$).

Bild 6.3
Zustandsgraph für Modell 6.2
(Kanalzahl $s = 3$)

Der Zustand $z(1, 1)$ kann eintreten durch Ausfall eines der beiden intakten Kanäle in $z(1, 0)$, durch Entdeckung einer der beiden Störungen in $z(0, 2)$ oder nach Instandsetzung einer der beiden entdeckten Störungen in $z(2, 1)$.

Nun soll das Modell an Hand seiner Voraussetzungen allgemein eingeführt werden.

Modellvoraussetzungen zu Modell 6.2:

1. Das System besteht aus s identischen Kanälen.
2. Die Lebensdauern T_L mit dem Erwartungswert $E(T_L) = 1/\lambda_Z$ laufen unabhängig vom Zustand bezüglich der Bedienung und unabhängig von anderen Kanälen ab.
3. Eine aufgetretene Störung wird nach einer Störungserkennungsdauer T_{SE} mit dem Erwartungswert $E(T_{SE}) = 1/\sigma_Z$ erkannt.
4. Es stehen r ($r \leq s$) Instandhaltungskräfte zur Verfügung.
5. Ist eine Instandhaltungskraft frei, wird sofort nach Erkennung einer Störung mit der Instandsetzung des Kanals begonnen. Sind alle Instandhalter bereits beschäftigt, muß der Kanal auf Instandsetzung warten.
6. Die Instandsetzungsdauern T_I mit dem Erwartungswert $E(T_I) = 1/\beta_Z$ sind identisch verteilt.

Unter der Bedingung exponentialverteilter Instandsetzungszeiten gelangt man analog [6.7] zu folgenden Ergebnissen für die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten:

$$P_Z(j_3, j_2) = \frac{s - j_3 - j_2 + 1}{j_2} \frac{\lambda_Z}{\sigma_Z} P_Z(j_3, j_2 - 1); \quad (6.2a)$$

$$P_Z(j_3, j_2) = \frac{s - j_3 - j_2 + 1}{j_3} \frac{\lambda_Z}{\beta_Z} P_Z(j_3 - 1, j_2) \quad j_3 = 1, \dots, r; \quad (6.2b)$$

$$P_Z(j_3, j_2) = \frac{s - j_3 - j_2 + 1}{r} \frac{\lambda_Z}{\beta_Z} P_Z(j_3 - 1, j_2) \quad j_3 = r+1, \dots, s. \quad (6.2c)$$

Auf Grund ihrer einfachen Handhabbarkeit wurden nur Rekursivgleichungen angegeben. Die Absolutwerte der Zustandswahrscheinlichkeiten erhält man dann über die Normierungsbedingung, daß die Summe aller Zustandswahrscheinlichkeiten 1 beträgt:

$$\sum P_Z(j_3, j_2) = 1. \quad (6.2d)$$

Diese Lösungen sind unempfindlich bezüglich des Verteilungstyps der Lebensdauer und Störungserkennungsdauer, für den Fall $r = s$ auch bezüglich der Instandsetzungsdauer.

Tabelle 6.2 Vergleich der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten nach Modell 6.2 für verschiedene Anzahl r von Instandhaltern (Beispiel)

	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$
$P_Z(0, 0)$	0,7411163769	0,7411620021	0,7411620367
$P_Z(0, 1)$	0,2223349130	0,2223486006	0,2223486110
$P_Z(1, 0)$	0,0111167456	0,0111174300	0,0111174305
$P_Z(0, 2)$	0,0222334913	0,0222348601	0,0222348610
$P_Z(1, 1)$	0,0022233491	0,0022234860	0,0022234861
$P_Z(2, 0)$	0,0001111675	0,0000555872	0,0000555871
$P_Z(0, 3)$	0,0007411164	0,0007411620	0,0007411620
$P_Z(1, 2)$	0,0001111675	0,0001111743	0,0001111743
$P_Z(2, 1)$	0,0000111168	0,0000055587	0,0000055587
$P_Z(3, 0)$	0,0000005558	0,0000001390	0,0000000926

Die numerischen Ergebnisse des Beispiels sind in Tabelle 6.2 zusammengestellt. Neben $r = 2$ sind zum Vergleich auch die Fälle $r = 1$ und $r = 3$ aufgeführt.

Es ist zu erkennen, daß die Zustandswahrscheinlichkeiten nur sehr wenig durch die Anzahl r der Instandhalter beeinflußt werden. Dies resultiert aus der gegenüber der Instandsetzungszeit wesentlich größeren Störungserkennungszeit. Die Zeitdauer bis zur Störungserkennung, die damit der bestimmende Anteil der Ausfalldauer ist, hängt jedoch im untersuchten Modell nicht von der Anzahl der Instandhalter ab. (Systeme, bei denen die Störungserkennung an das Vorhandensein eines Instandhalters zur Störungserkennung jedes einzelnen Kanals gebunden ist, lassen sich mit geringem Aufwand in Modell 6.1 einbetten.)

Die eingeführte Differenzierung der Störungszustände in unentdeckte und entdeckte Störungen ist zur Betrachtung der Leistungsfähigkeit nicht immer notwendig. Insbesondere bei Störungen S_1 ist dies leicht einzusehen, denn ein gestörter Kanal besitzt, ganz gleich, ob die Störung schon entdeckt ist oder nicht, die Leistungsfähigkeit Null. Unter diesen Umständen ist eine Zusammenfassung aller Zustände mit gleicher Anzahl $j = j_2 + j_3$ gestörter Kanäle sinnvoll.

$$P_Z(j) = \sum_{j_2=0}^j P_Z(j-j_2, j_2) \qquad j = 0, \dots, s. \tag{6.3}$$

Tabelle 6.3 Vergleich der stationären Wahrscheinlichkeiten der Grobzustände $z(j)$ sowie der mittleren Leistungsfähigkeit nach Modell 6.2 für verschiedene Anzahl r von Instandhaltern (Beispiel)

	$r = 1$	$r = 2$	$r = 3$
$P_Z(0)$	0,74112	0,74116	0,74116
$P_Z(1)$	0,23345	0,23347	0,23347
$P_Z(2)$	0,02457	0,02451	0,02451
$P_Z(3)$	0,00086	0,00086	0,00086
$E(L_D)$	0,926 $l_{D\max}$	0,926 $l_{D\max}$	0,926 $l_{D\max}$

Die Wahrscheinlichkeiten $P_Z(j)$ sowie $E(L_D)$ sind für das betrachtete Beispiel in Tabelle 6.3 zusammengestellt. Die Stufen der Leistungsfähigkeit wurden dabei wie in Beispiel 6.1 angesetzt. Die Zahlenwerte unterstreichen nochmals den geringen Einfluß der Anzahl r der Instandhalter für diesen Fall. Das hat vor allem auch deshalb große Bedeutung, weil man praktisch mit dem Fall $r = s$ arbeiten kann, für den

die volle Unempfindlichkeit der Ergebnisse bezüglich der Verteilungen der Eingangsgrößen vorliegt.

6.2.3. Systeme mit belastungsabhängigen Ausfällen (Modell 6.3)

In den vorangegangenen Abschnitten wurde vorausgesetzt, daß die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Ausfalls von der Zeitdauer seit der letzten Instandsetzung (Lebensdauer) abhängt. Dies bedeutet, daß die letztlich zu einem Ausfall führenden Faktoren kontinuierlich einwirken, wie es z.B. der Fall ist, wenn ständig einwirkende Umwelteinflüsse die Zuverlässigkeit der Betrachtungseinheit bestimmen.

Die meisten technischen Einrichtungen fallen jedoch vor allem durch ihren Gebrauch aus, unbenutzt verschleißten sie dagegen kaum. Es liegt auf der Hand, daß

eine direkte Abhängigkeit der Ausfallwahrscheinlichkeit von der Lebensdauer hier nur feststellbar ist, wenn die Betrachtungseinheit ununterbrochen benutzt wird. Produktionsanlagen, die stetig produzieren, erfüllen z.B. häufig diese Voraussetzung. Viele Systeme des Dienstleistungs-, Transport- und Nachrichtensektors, Fertigungsprozesse der metallverarbeitenden Industrie u.a. arbeiten dagegen diskontinuierlich. Steht ein Bedienungskanal leer, ist der Ablauf seiner Lebensdauer aber quasi gestoppt. Das heißt, die Ausfallintensität diskontinuierlich belasteter Betrachtungseinheiten beträgt nicht λ_Z , sondern nur $\eta \cdot \lambda_Z$, wobei η der Auslastungsgrad ist [6.8].

Modellvoraussetzungen zu Modell 6.3:

1. Das System besteht aus s identischen Kanälen.
2. Die Lebensdauer $\hat{T}_L$ mit dem Erwartungswert $E(\hat{T}_L) = 1/\lambda_Z$ läuft nur während der Bedienung auf dem jeweiligen Bedienungskanal. Sie läuft unabhängig vom Zustand anderer Kanäle. (Die Lebensdauer wird anstelle T_L mit $\hat{T}_L$ bezeichnet, da diese Zufallsgröße nur während der Bedienung läuft und damit nicht die in der Realzeit ablaufende Lebensdauer repräsentiert.)
3. Es stehen $r = s$ Instandhalter zur Verfügung.
4. Die Instandsetzungsdauer T_I mit dem Erwartungswert $E(T_I) = 1/\beta_Z$ sind identisch verteilt.

Das Modell entspricht einem geschlossenen Wartemodell mit Geschwindigkeiten. Erläuterungen zu Bedienungssystemen mit Geschwindigkeiten findet man u.a. in [6.9] und [6.10].

Bild 6.4 Zustandsgraph für Modell 6.3

Der Zustandsgraph zu Modell 6.3 ist in Bild 6.4 dargestellt. In allen Zuständen $z(j)$ mit $j = 0, \dots, s$ sind j Kanäle ausgefallen. Die Ausnutzungsgrade η_j ($j = 0, \dots, s-1$) der bei j gestörten Kanäle noch intakter Kanäle werden als Geschwindigkeiten des Ablaufs der Lebensdauer im Zustand $z(j)$ bezeichnet. Die η_j müssen in den einzelnen Zuständen unterschieden werden, da der Ausfall einzelner Kanäle die Belastung der noch intakten Kanäle verändert. Meist werden sie höher belastet als im ungestörten Zustand des Systems; bei Störungen S2 tritt jedoch auch das Gegenteil auf. Die rekursiv dargestellte Gleichung (6.4) für die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten gilt unabhängig vom Verteilungstyp der Lebens- und Instandsetzungsdauer [6.10].

$$P_Z(j) = \frac{(s-j+1)\eta_{j-1}\varrho_Z}{j} P_Z(j-1) \quad j = 1, \dots, s \quad (6.4)$$

mit $\varrho_Z = \lambda_Z/\beta_Z$.

Die statistische Ermittlung der Lebensdauer ist bei diesen Systemen problematisch, müssen doch von der Differenz zwischen Instandsetzungs- und Ausfallzeitpunkt alle Leerlaufzeiten des Bedienungskanals eliminiert werden. Praktisch erweist es sich als günstig, einfach die mittlere Anzahl $E(C_L)$ Bedienungen zwischen zwei Ausfällen zu ermitteln. Die mittlere Lebensdauer ergibt sich dann aus folgender Umrechnung:

$$E(\hat{T}_L) = E(C_L) \cdot E(T_B). \tag{6.5}$$

Beispiel 6.3:

Gegeben ist ein 3kanaliges Bedienungssystem. Die mittlere Bedienungszeit beträgt 12 min. Die Kanäle fallen im Mittel nach 100 Bedienungen aus. Zur Instandsetzung werden durchschnittlich 2,0 h benötigt, drei Instandhalter stehen zur Verfügung. Die Kanäle werden in ungestörtem Zustand zu 50 %, bei zwei intakten Kanälen zu 70 % und bei nur einem intakten Kanal zu 90 % ausgelastet. Die Leistungsfähigkeit beträgt bei 0, 1, 2 bzw. 3 ausgefallenen Kanälen: l_{Dmax} , $0,75 l_{Dmax}$, $0,4 l_{Dmax}$ bzw. 0.

$$\begin{aligned} s &= 3; \quad r = 3; \\ E(T_B) &= 12 \text{ min} = 0,2 \text{ h}, \\ E(C_L) &= 100, \\ E(T_I) &= 2 \text{ h} \Rightarrow \beta_Z = 1/2 \text{ h} = 0,5 \text{ h}^{-1}, \\ \eta_0 &= 0,5; \quad \eta_1 = 0,7; \quad \eta_2 = 0,9. \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} E(\hat{T}_L) &= 100 \cdot 0,2 \text{ h} = 20 \text{ h} \Rightarrow \lambda_Z = 1/20 \text{ h} = 0,05 \text{ h}^{-1} \text{ nach Gl. (6.5),} \\ \varrho_Z &= \lambda_Z / \beta_Z = 0,1, \\ P_Z(0) &= 0,86146, \\ P_Z(1) &= 3 \eta_0 \varrho_Z P_Z(0) = 0,12922, \\ P_Z(2) &= \frac{2}{2} \eta_1 \varrho_Z P_Z(1) = 0,00905, \\ P_Z(3) &= \frac{1}{3} \eta_2 \varrho_Z P_Z(2) = 0,00027 \text{ nach Gl. (6.4),} \\ E(L_D) &= [1 \cdot P_Z(0) + 0,75 \cdot P_Z(1) + 0,4 \cdot P_Z(2) + 0 \cdot P_Z(3)] l_{Dmax} \\ &= 0,962 l_{Dmax}. \end{aligned}$$

Tabelle 6.4 Vergleich der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten und der mittleren Leistungsfähigkeit nach Modell 6.3 bei unterschiedlicher Berücksichtigung der Belastungsabhängigkeit der Ausfälle (Beispiel)

	$\eta_0=\eta_1=\eta_2=1$	$\eta_0=0,5; \eta_1=0,7; \eta_2=0,9$	$\eta_0=\eta_1=\eta_2=0,5$
1	2	3	4
$P_Z(0)$	0,75131	0,86146	0,86384
$P_Z(1)$	0,22540	0,12922	0,12957
$P_Z(2)$	0,02254	0,00905	0,00648
$P_Z(3)$	0,00075	0,00027	0,00011
$E(L_D)$	0,929 l_{Dmax}	0,962 l_{Dmax}	0,964 l_{Dmax}

Tabelle 6.4 zeigt zum Vergleich die Ergebnisse bei Nichtberücksichtigung der Belastungsabhängigkeit (Spalte 2 mit $\eta_0 = \eta_1 = \eta_2 = 1$). Dadurch wird die Leistungsfähigkeit wesentlich unterschätzt.

Spalte 4 enthält die Zustandswahrscheinlichkeiten für den Fall, daß die Veränderung der Ausnutzungsgrade η_1 und η_2 gegenüber η_0 nicht beachtet wird. Die Leistungsfähigkeit wird dadurch bei diesem Beispiel nur wenig überschätzt.

6.2.4. System mit belastungsabhängigen Störungen S2 und belastungsabhängiger verzögerter Störungserkennung (Modell 6.4)

Der Ausfallmechanismus dieses Modells entspricht Modell 6.3. Die Störungen werden wie bei Modell 6.2 nicht sofort bemerkt, so daß sich die Ausfalldauer aus der Zeit bis zur Störungserkennung sowie der Instandsetzungszeit zusammensetzt. Die auftretenden Störungen sollen zum Typ S2 entsprechend der Störungssystematik gehören, d. h., die gestörten Kanäle werden weiterhin von Forderungen belegt (vgl. Abschn. 2.2., Bild 2.16). Analog der Ausfallwahrscheinlichkeit sei jetzt die Wahrscheinlichkeit für die Erkennung einer Störung nicht direkt von der Zeitdauer des Bestehens der Störung abhängig, sondern von der Anzahl der Bedienungen auf dem gestörten Kanal. In der Praxis könnte das z. B. bedeuten, daß die Störung einer Anlage nur an Hand ihrer Produkte festgestellt werden kann. Häufen sich Mängel oder Ausschuß, wird auf eine Störung geschlossen. Wird ein S2-gestörter Kanal aber kaum oder gar nicht benutzt, kann die Störung nicht festgestellt werden.

Eine analoge Störungserkennungsstrategie wird auf Mikrorechnerbasis seit einiger Zeit in Fernsprechvermittlungsstellen eingesetzt. Ist ein Schaltglied S2-gestört, wird es durch einen Anrufversuch zwar belegt, kann jedoch keine Verbindung herstellen. Der Fernsprechteilnehmer wird dies nach kurzer Zeit bemerken, und mit dem Auflegen des Hörers beendet er die Belegung des gestörten Kanals. Diese Belegungen des S2-gestörten Kanals sind jedoch im Mittel kürzer als im ungestörten Zustand, da die Gesprächszeit fehlt. Ein Mikrorechner, der ständig die Belegungsdauern auswertet, zeigt bei signifikanter Veränderung ihres Mittelwertes eine Störung an. Der Zeitraum zwischen Eintritt und Anzeige der Störung ist natürlich abhängig von der Belastung des gestörten Kanals.

Modellvoraussetzungen zu Modell 6.4:

1. Das System besteht aus s identischen Kanälen.
2. Jeder Kanal fällt im Mittel nach $E(C_L)$ Belegungen aus (Störung S2).
3. Die Störung eines Kanals wird im Mittel nach $E(C_{SE})$ Belegungen des gestörten Kanals erkannt.
4. Die Instandsetzungszeit T_I mit dem Erwartungswert $E(T_I) = 1/\beta_Z$ beginnt unmittelbar nach Erkennung der Störung (identisch und unabhängig auf jedem Kanal).

Die belegungszahlabhängige Störungserkennungsdauer wird analog der belegungszahlabhängigen Ausfälle berücksichtigt (vgl. Abschn. 6.2.3.). Auf einem ständig belegten Kanal würde die Störung im Mittel nach

$$E(\hat{T}_{SE}) = E(C_{SE}) \cdot E(T'_B) = 1/\sigma_Z \quad (6.6)$$

erkannt werden. (Die nur während der Belegung des Kanals ablaufende Störungserkennungszeit wird mit $\hat{T}_{SE}$ bezeichnet im Gegensatz zu der in der Realzeit meß-

baren Störungserkennungszeit T_{SE} .) Der Ablauf der Störungserkennungsdauer ist jedoch bei nichtbelegtem Kanal gestoppt, so daß die Störungserkennungsdauer im Mittel nur mit der Geschwindigkeit η'_{j_3, j_2} abläuft, die dem Belegungsgrad der gestörten Kanäle bei Existenz von j_3 erkannten und j_2 unerkannten Störungen entspricht.

Die Charakteristiken der Zustände und der Zustandsgraph sind analog Modell 6.2, jedoch mit zusätzlicher Berücksichtigung der Geschwindigkeiten des Ausfalls und der Störungserkennung.

Zustände $z(j_3, j_2)$ mit $j_3 = 0, \dots, s$; $j_2 = 0, \dots, s - j_3$: Es sind j_2 Störungen unentdeckt und j_3 Störungen entdeckt.

Bild 6.5
Zustandsgraph für Modell 6.4
(Kanalzahl $s = 3$)

Selbst bei Exponentialverteilung aller zufälligen Zeiten konnte für dieses Modell bisher keine exakte Lösung für die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten ermittelt werden. Deshalb wird auf ein heuristisches Verfahren orientiert, das dieses Modell auf ein einfacheres zurückführt.

Sind genau j Kanäle gestört, beträgt die Wahrscheinlichkeit q_{uj} , daß eine beliebige bestehende Störung noch unentdeckt ist,

$$q_{uj} = \frac{E_j(T_{SE})}{E_j(T_{SE}) + E(T_I)} = \frac{E_j(T_{SE})}{E_j(T_{SB})}, \quad (6.7a)$$

und die Wahrscheinlichkeit q_{ej} , daß sie bereits entdeckt ist,

$$q_{ej} = \frac{E(T_I)}{E_j(T_{SE}) + E(T_I)} = \frac{E(T_I)}{E_j(T_{SB})} = 1 - q_{uj}. \quad (6.7b)$$

Die Erwartungswerte $E_j(T_{SE})$ der Störungserkennungsdauer sind über die Belegungsgrade der gestörten Kanäle von der Anzahl j gestörter Kanäle abhängig. Diese Belegungsgrade sind jedoch über j nicht konstant, da sie differenziert von der Anzahl j_3 entdeckter und $j_2 = j - j_3$ unentdeckter Störungen abhängen. Deshalb wird als Näherung das gewichtete Mittel $\bar{\eta}_j$ aller Belegungsgrade $\eta'_{j_3, j-j_3}$ gestörter Kanäle benutzt:

$$E_j(T_{SE}) = E(C_{SE}) \cdot E(T'_B) / \bar{\eta}_j, \quad (6.8)$$

$$\bar{\eta}_j = \frac{\sum_{j_3=0}^{j-1} b(j_3, j-j_3) \cdot \eta'_{j_3, j-j_3}}{\sum_{j_3=0}^{j-1} b(j_3, j-j_3)}; j=2, \dots, s. \quad (6.9)$$

Dabei sind $b(j_3, j-j_3)$ die Wahrscheinlichkeiten dafür, daß bei j existierenden Störungen genau j_3 Störungen entdeckt sind

$$b(j_3, j-j_3) = \binom{j}{j_3} q_{uj}^{j-j_3} q_{ej}^{j_3} \quad \begin{matrix} j = 1, \dots, s \\ j_3 = 0, \dots, j, \end{matrix} \quad (6.10a)$$

$$b(0, 0) = 1. \quad (6.10b)$$

Zur Berechnung der $b(j_3, j-j_3)$ nach Gl. (6.10a) müßten q_{uj} und q_{ej} bekannt sein, die aber für $j > 1$ erst durch die Gl. (6.7) bis (6.10) berechnet werden können. Es ist deshalb für $j > 1$ nur eine schrittweise Berechnung nach Algorithmus (6.11) möglich (Bild 6.6).

Für $j = 1$ ergibt sich einfach

$$\bar{\eta}'_1 = \eta'_{0,1}, \quad (6.12)$$

und die Gln. (6.7), (6.8) und (6.10) sind direkt berechenbar.

Nun werden analog mittlere Ausnutzungsgrade $\bar{\eta}_j$ der ungestörten Kanäle ermittelt:

$$\eta_j = \sum_{j_3=0}^j b(j_3, j-j_3) \cdot \eta_{j_3, j-j_3} \quad j = 1, \dots, s-1. \quad (6.13)$$

$$\text{Mit } E_j(T_{SB}) = E_j(T_{SE}) + E(T_I) = 1/\mu_Z(j) \quad j = 1, \dots, s \quad (6.14)$$

als Reziprokwert der Intensität $\mu_Z(j)$ des Ablaufs der Ausfalldauer bei j gestörten Kanälen sind die Zustandswahrscheinlichkeiten $P_Z(j)$ für j gestörte Kanäle berechenbar. Der Zustandsgraph dieses vereinfachten Modells ist in Bild 6.7 dargestellt.

Rekursive Lösung:

$$P_Z(j) = \frac{(s-j+1) \bar{\eta}_{j-1} \lambda_Z}{j \mu_Z(j)} P_Z(j-1) \quad j = 1, \dots, s. \quad (6.15)$$

Bild 6.6
Algorithmus (6.11) zur
Bestimmung des mittleren
Belegungsgrades $\bar{\eta}_j$ für
Modell 6.4
(ϵ = zugelassener relativer
Fehler von $\bar{\eta}_j$)

Bild 6.7 Zustandsgraph für vereinfachtes Modell 6.4

Dieses vereinfachte Modell ergibt sich aus Modell 6.3, indem zusätzlich Geschwindigkeiten c_j (mit $c_j = \mu_Z(j)/\mu_Z$) des Ablaufs der Ausfalldauer eingeführt werden.

Die Zustandswahrscheinlichkeiten $P_Z(j_3, j - j_3)$ dafür, daß genau j_3 entdeckte und $j_2 = j - j_3$ unentdeckte Störungen existieren, betragen dann

$$P_Z(j_3, j - j_3) = b(j_3, j - j_3) \cdot P_Z(j) \quad \begin{matrix} j = 0, \dots, s \\ j_3 = 0, \dots, j. \end{matrix} \quad (6.16)$$

Die Güte der Ergebnisse kann bei exponentialverteilten Zeiten durch Einsetzen in das aus Bild 6.5 ableitbare Zustandsgleichungssystem eingeschätzt werden. Die Abweichungen waren in allen untersuchten Fällen unbedeutend.

Beispiel 6.4:

Gegeben sei ein 3kanaliges System mit Störungen S2 (Ausschußproduktion).

$$\begin{aligned} E(T_B) &= 1,5 \text{ min}; & E(T'_B) &= 0,15 \text{ min}; \\ E(C_L) &= 10^4; & E(C_{SE}) &= 60; & E(T_I) &= 75 \text{ min}; \end{aligned}$$

$$\eta_{0,0} = 0,31250; \eta_{0,1} = 0,27826; \eta_{0,2} = 0,25638,$$

$$\eta_{1,0} = 0,40000; \eta_{1,1} = 0,34375; \eta_{2,0} = 0,50000,$$

$$\eta'_{0,1} = 0,04348; \eta'_{0,2} = 0,03712; \eta'_{0,3} = 0,03333,$$

$$\eta'_{1,1} = 0,06250; \eta'_{1,2} = 0,04977; \eta'_{2,1} = 0,09091,$$

$$l_{D0,0} = l_{Dmax}, \quad l_{D1,0} = l_{D0,1} = 0,75 l_{Dmax},$$

$$l_{D2,0} = l_{D1,1} = l_{D0,2} = 0,4 l_{Dmax}, \quad l_{D3,0} = l_{D2,1} = l_{D1,2} = l_{D0,3} = 0.$$

Man ermittelt:

$$\lambda_Z = (1,5 \cdot 10^4)^{-1} \text{ min}^{-1} = 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ min}^{-1};$$

$$q_{u1} = 0,7340, \quad q_{u2} = 0,7123, \quad q_{u3} = 0,6970,$$

$$q_{e1} = 0,2660, \quad q_{e2} = 0,2877, \quad q_{e3} = 0,3030;$$

$$\bar{\eta}_0 = 0,3125, \quad \bar{\eta}_1 = 0,3106, \quad \bar{\eta}_2 = 0,3123,$$

$$\bar{\eta}'_1 = 0,0435, \quad \bar{\eta}'_2 = 0,0485, \quad \bar{\eta}'_3 = 0,0522;$$

$$\mu_Z(1) = 3,546 \cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1}, \quad \mu_Z(2) = 3,836 \cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1},$$

$$\mu_Z(3) = 4,040 \cdot 10^{-3} \text{ min}^{-1};$$

$$P_Z(0) = 0,982588, \quad P_Z(1) = 0,017318, \quad P_Z(2) = 0,000093, \quad P_Z(3) < 10^{-6};$$

$$b(0,0) = 1$$

$$P_Z(0,0) = 0,982588$$

$$b(0,1) = q_{u1} = 0,7340$$

$$P_Z(0,1) = 0,012712$$

$$b(1,0) = q_{e1} = 0,2660$$

$$P_Z(1,0) = 0,004606$$

$$b(0,2) = q_{u2}^2 = 0,5074$$

$$P_Z(0,2) = 0,000047$$

$$b(1,1) = 2q_{u2} q_{e2} = 0,4098$$

$$P_Z(1,1) = 0,000038$$

$$b(2,0) = q_{e2}^2 = 0,0828$$

$$P_Z(2,0) = 0,000008$$

$$b(0,3) = q_{u3}^3 = 0,3386$$

$$b(1,2) = 3q_{u3}^2 q_{e3} = 0,4416$$

$$(P_Z(3) < 10^{-6})$$

$$b(2,1) = 3q_{u3} q_{e3}^2 = 0,1920$$

$$b(3,0) = q_{e3}^3 = 0,0278$$

$$E(L_D) = 0,9956 l_{Dmax}.$$

Bei der praktischen Auswertung der Leistungsfähigkeit muß allerdings die durch die S2-gestörten Kanäle auftretende Ausschußproduktion in geeigneter Weise berücksichtigt werden.

6.3. Zuverlässigkeitsmodelle mit mehreren Störungsarten

6.3.1. Allgemeines

Bei vielen technischen Systemen können recht unterschiedliche Ursachen eine Störung hervorrufen, z.B. könnte ein und dieselbe Anlage durch elektrische, mecha-

nische, hydraulische, pneumatische oder andere Fehler ausfallen. Des weiteren können verschiedene Störungen einer Anlage unterschiedliche Auswirkungen haben, z.B. Einschränkungen der Leistungsfähigkeit, Stillstand oder Ausschußproduktion.

Je nach Zielstellung der Modellierung müssen diese unterschiedlichen Varianten im Modell berücksichtigt werden oder nicht. Sind z.B. nur Aussagen zur Anzahl gestörter Elemente von Interesse, aber nicht aufgeschlüsselt nach den Störungsursachen, können alle Störungsursachen zusammengefaßt und eine gemeinsame Lebensdauervertelung gebildet werden. Dann vereinfacht sich das Modell auf eine Störungsart. Stehen jedoch für einzelne Störungsursachen spezialisierte Instandhalter mit unterschiedlichen Instandhaltungszeitverteilungen und/oder in begrenzter Anzahl (Instandhaltungsdefizit) zur Verfügung, müssen die Störungen im Modell nach ihren Ursachen unterschieden werden.

Treten verschiedene Störungsauswirkungen auf, das Modell wird aber nur zu einigen Fragen der Instandhaltung benötigt, könnten die unterschiedlichen Störungsauswirkungen u.U. unberücksichtigt bleiben.

6.3.2. System mit unterschiedlichen Störungsursachen und Instandhaltungsdefizit (Modell 6.5)

Aus Übersichtsgründen wird das Modell auf zwei Störungsursachen beschränkt. Für jede Störungsursache steht ein spezialisierter Instandhalter bereit. Man kann sich hierbei z.B. Anlagen mit elektrischen und mechanischen Fehlern vorstellen, die durch einen Elektriker bzw. Schlosser beseitigt werden.

Modellvoraussetzungen zu Modell 6.5:

1. Das Modell besteht aus s identischen Kanälen.
2. Die Lebensdauer T_L der Kanäle mit dem Erwartungswert $E(T_L) = 1/\lambda_Z$ läuft unabhängig vom Zustand bezüglich der Bedienung und unabhängig von anderen Kanälen ab.
3. Der Ausfall eines Kanals erfolgt mit Wahrscheinlichkeit p_1 wegen Ursache U_1 und mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 1 - p_1$ wegen Ursache U_2 .
4. Es stehen $r_1 = 1$ Instandhalter für U_1 und $r_2 = 1$ Instandhalter für U_2 zur Verfügung.
5. Ist der entsprechende Instandhalter bereits beschäftigt, muß der ausgefallene Kanal auf Instandsetzung warten.
6. Zur Behebung der Ausfallursache U_1 wird eine Instandsetzungsdauer T_{I1} mit Erwartungswert $E(T_{I1}) = 1/\beta_{Z1}$ und zur Behebung von U_2 eine Instandsetzungsdauer T_{I2} mit Erwartungswert $E(T_{I2}) = 1/\beta_{Z2}$ benötigt.

Da die ausgefallenen Kanäle nach den beiden Störungsursachen unterschieden werden müssen, ergibt sich ein zweidimensionaler Zustandsraum.

Zustände $z(j_1, j_2)$ mit $j_1 = 0, \dots, s$ und $j_2 = 0, \dots, s - j_1$:

Es sind j_1 Kanäle mit U_1 gestört, j_2 Kanäle mit U_2 gestört und $s - j_1 - j_2$ Kanäle intakt.

Bei $j_1 > 1$ warten $j_1 - 1$ Kanäle auf U_1 -Instandsetzung, bei $j_2 > 1$ warten $j_2 - 1$ Kanäle auf U_2 -Instandsetzung.

Die über ein Markovmodell berechenbaren stationären Zustandswahrscheinlichkeiten (Gln. (6.17)) gelten unter der Bedingung exponentialverteilter Instandsetzungszeiten T_{I1} und T_{I2} .

Bild 6.8
Zustandsgraph für Modell 6.5
(Kanalzahl $s = 3$)

In rekursiver Form lauten sie:

$$P_Z(j_1, j_2) = \frac{(s - j_1 - j_2 + 1) p_1 \lambda_Z}{j_1 \beta_{Z1}} P_Z(j_1 - 1, j_2); \quad \begin{matrix} j_1 = 1, \dots, s \\ j_2 = 0, \dots, s - j_1 \end{matrix} \quad (6.17a)$$

$$P_Z(j_1, j_2) = \frac{(s - j_1 - j_2 + 1) p_2 \lambda_Z}{j_2 \beta_{Z2}} P_Z(j_1, j_2 - 1); \quad \begin{matrix} j_2 = 1, \dots, s \\ j_1 = 0, \dots, s - j_2 \end{matrix} \quad (6.17b)$$

Zusätzlich ist wieder die Normierungsbedingung zu berücksichtigen:

$$\sum_{j_1=0}^s \sum_{j_2=0}^{s-j_1} P_Z(j_1, j_2) = 1. \quad (6.17c)$$

Beispiel 6.5:

Gegeben ist das 3kanalige Bedienungssystem des Beispiels 6.1. 40 % der Störungen sind elektrischer und 60 % mechanischer Art. Zur Instandsetzung stehen ein Elektriker und ein Schlosser zur Verfügung. Die Instandsetzung eines elektrischen Fehlers dauert im Mittel 1,95 h, die eines mechanischen Fehlers 2,20 h (exponentialverteilt).

Die Leistungsfähigkeit des Systems beträgt bei 0, 1, 2 bzw. 3 ausgefallenen Kanälen: l_{Dmax} , $0,75 l_{Dmax}$, $0,4 l_{Dmax}$ bzw. 0.

$$s = 3; \quad r_1 = 1; \quad r_2 = 1;$$

$$\lambda_Z = 0,05 \text{ h}^{-1},$$

$$\beta_{Z1} = 1/1,95 \text{ h} = 0,51282 \text{ h}^{-1},$$

$$\beta_{Z2} = 1/2,20 \text{ h} = 0,45455 \text{ h}^{-1};$$

$$P_Z(0,0) = 0,73024,$$

$$P_Z(0,1) = \frac{3p_2 \lambda_Z}{\beta_{Z2}} P_Z(0,0) = 0,14459,$$

$$P_Z(0,2) = \frac{2p_2 \lambda_Z}{\beta_{Z2}} P_Z(0,1) = \frac{6p_2^2 \lambda_Z^2}{\beta_{Z2}^2} P_Z(0,0) = 0,01909,$$

$$P_Z(0,3) = \frac{p_2 \lambda_Z}{\beta_{Z2}} P_Z(0,2) = \frac{6p_2^3 \lambda_Z^3}{\beta_{Z2}^3} P_Z(0,0) = 0,00126,$$

$$P_Z(1,0) = \frac{3p_1 \lambda_Z}{\beta_{Z1}} P_Z(0,0) = 0,08544,$$

$$P_Z(1,1) = \frac{2p_2 \lambda_Z}{\beta_{Z2}} P_Z(1,0) = \frac{6p_1 p_2 \lambda_Z^2}{\beta_{Z1} \beta_{Z2}} P_Z(0,0) = 0,01128,$$

$$P_Z(1,2) = \frac{p_2 \lambda_Z}{\beta_{Z2}} P_Z(1,1) = \frac{6p_1 p_2^2 \lambda_Z^3}{\beta_{Z1} \beta_{Z2}^2} P_Z(0,0) = 0,00074,$$

$$P_Z(2,0) = \frac{2p_1 \lambda_Z}{\beta_{Z1}} P_Z(1,0) = \frac{6p_1^2 \lambda_Z^2}{\beta_{Z1}^2} P_Z(0,0) = 0,00666,$$

$$P_Z(2,1) = \frac{p_2 \lambda_Z}{\beta_{Z2}} P_Z(2,0) = \frac{6p_1^2 p_2 \lambda_Z^3}{\beta_{Z1}^2 \beta_{Z2}} P_Z(0,0) = 0,00044,$$

$$P_Z(3,0) = \frac{p_1 \lambda_Z}{\beta_{Z1}} P_Z(2,0) = \frac{6p_1^3 \lambda_Z^3}{\beta_{Z1}^3} P_Z(0,0) = 0,00026.$$

Das Beispiel wurde so gewählt, daß das gewichtete Mittel der Instandsetzungszeiten wie in Beispiel 6.1 2,1 h beträgt.

Zum Vergleich mit Beispiel 6.1 werden die Wahrscheinlichkeiten $P_Z(j)$ für j gestörte Kanäle und die mittlere Leistungsfähigkeit berechnet:

$$P_Z(0) = P_Z(0, 0) = 0,73024,$$

$$P_Z(1) = P_Z(0, 1) + P_Z(1, 0) = 0,23003,$$

$$P_Z(2) = P_Z(0, 2) + P_Z(1, 1) + P_Z(2, 0) = 0,03703,$$

$$P_Z(3) = P_Z(0, 3) + P_Z(1, 2) + P_Z(2, 1) + P_Z(3, 0) = 0,00270,$$

$$\begin{aligned} E(L_D) &= [1 \cdot P_Z(0) + 0,75 \cdot P_Z(1) + 0,4 \cdot P_Z(2) + 0 \cdot P_Z(3)] l_{D\max} \\ &= 0,918 l_{D\max}. \end{aligned}$$

Das System ist etwas leistungsfähiger als im Beispiel 6.1, da ein Instandsetzer mehr zur Verfügung steht. Vergleicht man es aber mit dem Fall $r = 2$ mit 2 universell einsetzbaren Instandhaltern (s. Tabelle 6.1), arbeitet es etwas schlechter. Das System ist nämlich genau dann im Nachteil, wenn zwei oder mehr Kanäle wegen einer Ursache ausgefallen sind und ein Teil von ihnen auf Instandsetzung warten muß, während der für die andere Störungsursache verantwortliche Instandhalter nicht eingesetzt werden kann.

6.3.3. System mit belastungsabhängigen Ausfällen der Störungsarten S1 und S2 (Modell 6.6)

Im folgenden sind als Abschluß der Vorstellung spezieller Zuverlässigkeitsmodelle einige in den vorangegangenen Abschnitten einzeln behandelte Aspekte in einem Modell vereint.

Modellvoraussetzungen zu Modell 6.6:

1. Das System besteht aus s identischen Kanälen.
2. Die Lebensdauer $\hat{T}_L$ mit dem Erwartungswert $E(\hat{T}_L) = 1/\lambda_Z$ läuft nur während der Bedienung auf dem jeweiligen Kanal. Sie läuft unabhängig vom Zustand anderer Kanäle.
3. Der Ausfall eines Kanals bewirkt mit Wahrscheinlichkeit p_1 eine Störung S1 und mit Wahrscheinlichkeit p_2 eine Störung S2.
4. Die Ausfalldauer T_{SB1} bei Störungsart S1 mit dem Erwartungswert $E(T_{SB1}) = 1/\mu_{Z1}$ ist unabhängig vom Zustand anderer Kanäle (kein Instandhaltungsdefizit).
5. Die Ausfalldauer T_{SB2} bei Störungsart S2 setzt sich aus den Störungserkennungszeiten T_{SE2} mit Erwartungswert $E(T_{SE2}) = 1/\phi_{Z2}$ und den Instandsetzungszeiten T_{I2} mit Erwartungswert $E(T_{I2}) = 1/\beta_{Z2}$ zusammen. Sie läuft unabhängig vom Belegungszustand und vom Zustand anderer Kanäle ab (kein Instandhaltungsdefizit).
6. Während T_{I2} ist der S2-gestörte Kanal stillgelegt, d.h., er verhält sich wie ein S1-gestörter Kanal.

Man kann sich unter diesem System eine automatische Produktionsanlage vorstellen, deren Elemente bei einer Störung entweder zum Stillstand kommen (Störungsart S1) oder Ausschuß produzieren (Störungsart S2). Wird sie nicht ständig überwacht, vergeht eine gewisse Zeit zwischen Ausfall und Instandsetzung (Störungserkennungszeit). Bei Störungsart S1 befindet sich der Kanal allerdings während der gesamten Ausfalldauer im gleichen Zustand (Stillstand), so daß eine Unter-

scheidung in Störungserkennungszeit und Instandsetzungszeit nicht notwendig ist, solange keine anderen Gründe dafür vorliegen. Da S2-gestörte Kanäle zunächst Ausschuß produzieren und erst nach Störungserkennung abgeschaltet (also in Störungsart S1 überführt) werden, ist hier die Untergliederung der Ausfalldauer notwendig.

Die Zeit zwischen Störungseintritt und Instandsetzungsbeginn läßt sich aber auch anders interpretieren. Angenommen, eine Störung wird zwar sofort bzw. recht schnell erkannt, kann aber wegen fehlender Ersatzteile oder Instandhaltungskapazitäten vorläufig nicht oder nicht vollständig beseitigt werden. In vielen Fällen ist es dann aber möglich, einen Hilfsbetrieb mit gewissen Einschränkungen aufrecht zu halten. Auch dies ist eine Form der Störungsart S2. Es wird dann kein Ausschuß produziert, aber meistens verringert sich die Leistungsfähigkeit des Kanals (veränderte Bedienungszeitverteilung).

Ein typisches Beispiel dafür sind Langsamfahrstellen bei Straßenbahn oder Eisenbahn, die wegen Schäden am Bahnkörper eingerichtet werden müssen. Sie erhöhen die Fahrzeit (Bedienungszeit) und verringern dadurch natürlich die Durchlaßfähigkeit des betreffenden Abschnitts. Benutzer dieser Verkehrsmittel werden bestätigen, daß diese Zustände zwischen Störungseintritt und Instandsetzung oft lange anhalten und damit im Modell nicht vernachlässigt werden können.

Zur Charakterisierung der Systemzustände des Modells sind drei Komponenten notwendig, so daß der Zustandsgraph schon bei $s > 2$ nicht mehr übersichtlich darstellbar ist. (Man mache sich ein 3dimensionales Bild!)

Bild 6.9
Zustandsgraph für Modell 6.6
(Kanalzahl $s = 2$)

Zustände $z(j_1, j_3, j_2)$ mit $j_1 = 0, \dots, s$; $j_3 = 0, \dots, s - j_1$; $j_2 = 0, \dots, s - j_1 - j_3$:
Es sind

- j_1 Kanäle S1-gestört,
- j_2 Kanäle unentdeckt S2-gestört bzw. arbeiten im Hilfsbetrieb (nachfolgend stets als unerkannte Störung S2 bezeichnet),
- j_3 S2-gestörte Kanäle sind stillgelegt und werden instandgesetzt.

Trotz dreier Komponenten der Systemzustände genügt eine doppelte Indizierung der Ausnutzungsgrade. Da sich die j_3 stillgelegten S2-gestörten Kanäle wie S1-gestörte Kanäle verhalten, genügen die Anzahl $j_{13} = j_1 + j_3$ sowie j_2 zur Beschreibung der Ausnutzungsgrade η_{j_{13}, j_2} .

Die Zustandswahrscheinlichkeiten können für beliebige Kanalzahlen nicht exakt angegeben werden. Sie werden analog Modell 6.4 mittels eines heuristischen Ansatzes ermittelt.

Für jede Störung beträgt die mittlere Wahrscheinlichkeit u_{13} , daß es sich um eine Störung S1 oder eine stillgelegte S2-Störung handelt,

$$u_{13} = \frac{p_1 E(T_{SB1}) + p_2 E(T_{I2})}{p_1 E(T_{SB1}) + p_2 E(T_{SB2})} \quad (6.18a)$$

sowie die mittlere Wahrscheinlichkeit u_2 , daß es sich um eine unentdeckte Störung S2 handelt,

$$u_2 = 1 - u_{13} = \frac{p_2 E(T_{SE2})}{p_1 E(T_{SB1}) + p_2 E(T_{SB2})} \quad (6.18b)$$

Unter der Bedingung, daß j Kanäle gestört sind, beträgt die Wahrscheinlichkeit $d(j - j_2, j_2)$, daß davon genau $j - j_2 = j_{13}$ S1-gestört bzw. stillgelegt S2-gestört und j_2 Kanäle unentdeckt S2-gestört sind,

$$d(j - j_2, j_2) = \binom{j}{j_2} u_{13}^{j-j_2} u_2^{j_2} \quad \begin{matrix} j = 1, \dots, s \\ j_2 = 0, \dots, j, \end{matrix} \quad (6.19a)$$

$$d(0, 0) = 1. \quad (6.19b)$$

Ein gewichtetes Mittel η_j der Ausnutzungsgrade der ungestörten Kanäle bei j gestörten Kanälen beträgt dann

$$\eta_j = \sum_{j_2=0}^j d(j - j_2, j_2) \cdot \eta_{j-j_2, j_2} \quad j = 0, \dots, s-1. \quad (6.20)$$

Unter Einsatz dieser mittleren Ausnutzungsgrade und

$$E(T_{SB2}) = E(T_{SE2}) + E(T_{I2}) = 1/\mu_{Z2} \quad (6.21)$$

kann man ein vereinfachtes Zustandsmodell benutzen, dessen Zustände $z(j_1, j_{23})$ auf die zwei Komponenten j_1 S1-gestörte und $j_{23} = j_2 + j_3$ S2-gestörte Kanäle reduziert sind. Dies entspricht dem zweidimensionalen Fall des Modells 6.3. Die Zustandswahrscheinlichkeiten des vereinfachten Modells sind unempfindlich bezüglich der Verteilungen der Lebens- und Ausfalldauer und ergeben sich rekursiv wie folgt:

$$P_Z(j_1, j_{23}) = \frac{(s - j_1 - j_{23} + 1) \eta_{j_1 + j_{23} - 1}}{j_1} \frac{p_1 \lambda_Z}{\mu_{Z1}} P_Z(j_1 - 1, j_{23}), \quad (6.22a)$$

$$j_{23} = 0, \dots, s; \quad j_1 = 0, \dots, s - j_{23};$$

Bild 6.10
Zustandsgraph für
vereinfachtes Modell 6.6
(Kanalzahl $s = 2$)

$$P_Z(j_1, j_{23}) = \frac{(s - j_1 - j_{23} + 1) \eta_{j_1 + j_{23} - 1} p_2 \lambda_Z}{j_{23} \mu_{Z2}} P_Z(j_1, j_{23} - 1); \quad (6.22b)$$

$$j_{23} = 0, \dots, s; \quad j_1 = 0, \dots, s - j_{23}.$$

Zusätzlich ist wieder die Normierungsbedingung einzubeziehen.

Die Zustandswahrscheinlichkeiten des Ursprungsmodells erhält man aus den $P_Z(j_1, j_{23})$ auf kombinatorischem Weg.

$$P_Z(j_1, j_3, j_{23} - j_3) = b(j_3, j_{23} - j_3) \cdot P_Z(j_1, j_{23}); \quad (6.23)$$

$$j_{23} = 0, \dots, s; \quad j_1 = 0, \dots, s - j_{23}; \quad j_3 = 0, \dots, j_{23}.$$

Dabei sind $b(j_3, j_{23} - j_3)$ die Wahrscheinlichkeiten, daß unter j_{23} S2-gestörten Kanälen genau j_3 Kanäle stillgelegt sind:

$$b(j_3, j_{23} - j_3) = \binom{j_{23}}{j_3} q_u^{j_{23} - j_3} q_e^{j_3} \quad \begin{matrix} j_{23} = 0, \dots, s \\ j_3 = 0, \dots, j_{23} \end{matrix} \quad (6.24)$$

q_u und q_e entsprechen den Wahrscheinlichkeiten dafür, daß eine bestehende Störung S2 unentdeckt bzw. entdeckt (stillgelegt) ist;

$$q_u = E(T_{SE2})/E(T_{SB2}), \quad (6.25a)$$

$$q_e = 1 - q_u = E(T_{I2})/E(T_{SB2}). \quad (6.25b)$$

Beispiel 6.6:

Die Kanäle einer 3kanaligen Anlage fallen im Mittel alle 5 Tage aus (belastungsabhängig). Sie sind im ungestörten Zustand der Anlage zu 60 % ausgelastet. 40 %

der Störungen führen zum Stillstand und können durchschnittlich nach 1 h behoben werden. Die restlichen Störungen können nicht umgehend instandgesetzt werden, es wird ein Hilfsbetrieb mit eingeschränkter Leistungsfähigkeit eingerichtet (mittlere Dauer: 10 h). Zur Instandsetzung dieser Störungen werden im Durchschnitt 2 h benötigt. Die Ausnutzungsgrade und Leistungsfähigkeiten in verschiedenen Zuständen $z(j_1, j_2)$ betragen:

$$\eta_{0,0} = 0,6; \quad \eta_{0,1} = 0,7; \quad \eta_{0,2} = 0,85;$$

$$\eta_{1,0} = 0,8; \quad \eta_{1,1} = 0,9; \quad \eta_{2,0} = 0,95;$$

$$l_{D0,0} = 1,00; \quad l_{D0,1} = 0,83; \quad l_{D0,2} = 0,67; \quad l_{D1,0} = 0,67; \quad l_{D1,1} = 0,50;$$

$$l_{D2,0} = 0,33; \quad l_{D2,1} = 0,17; \quad l_{D1,2} = 0,33; \quad l_{D0,3} = 0,50; \quad l_{D3,0} = 0.$$

$$s = 3; \quad p_1 = 0,4; \quad p_2 = 0,6$$

$$\eta_{0,0} \cdot E(\hat{T}_L) = 120 \text{ h}; \quad \lambda_Z = \eta_{0,0} / [\eta_{0,0} \cdot E(\hat{T}_L)] = 0,005 \text{ h}^{-1}$$

$$E(T_{SB1}) = 1 \text{ h}$$

$$\mu_{Z1} = 1,0 \text{ h}^{-1}$$

$$E(T_{SE2}) = 10 \text{ h}$$

$$\left. \begin{array}{l} E(T_{SE2}) = 10 \text{ h} \\ E(T_I) = 2 \text{ h} \end{array} \right\} E(T_{SB2}) = 12 \text{ h}$$

$$\sigma_{Z2} = 0,1 \text{ h}^{-1}$$

$$\beta_{Z2} = 0,5 \text{ h}^{-1}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{Z2} = 0,1 \text{ h}^{-1} \\ \beta_{Z2} = 0,5 \text{ h}^{-1} \end{array} \right\} \mu_{Z2} = 0,083333 \text{ h}^{-1}$$

$$u_{13} = \frac{0,4 \cdot 1 \text{ h} + 0,6 \cdot 2 \text{ h}}{0,4 \cdot 1 \text{ h} + 0,6 \cdot 12 \text{ h}} = 0,21053$$

$$u_2 = 1 - u_{13} = 0,78947$$

$$q_u = \frac{10 \text{ h}}{12 \text{ h}} = 0,833333$$

$$q_e = 1 - q_u = 0,166667$$

$$d(0,0) = 1,0$$

$$\bar{\eta}_0 = 0,6$$

$$d(0,1) = u_2 = 0,78947$$

$$d(1,0) = u_{13} = 0,21053$$

$$\left. \begin{array}{l} d(0,1) = u_2 = 0,78947 \\ d(1,0) = u_{13} = 0,21053 \end{array} \right\} \bar{\eta}_1 = 0,72105$$

$$d(0,2) = u_2^2 = 0,62326$$

$$d(1,1) = 2u_{13}u_2 = 0,33242$$

$$d(2,0) = u_{13}^2 = 0,04432$$

$$\left. \begin{array}{l} d(0,2) = u_2^2 = 0,62326 \\ d(1,1) = 2u_{13}u_2 = 0,33242 \\ d(2,0) = u_{13}^2 = 0,04432 \end{array} \right\} \bar{\eta}_2 = 0,87105$$

$$E(L_D) = l_{D0,0} \cdot P_Z(0,0,0) + l_{D0,1} \cdot P_Z(0,0,1) + l_{D0,2} \cdot P_Z(0,0,2)$$

$$+ l_{D1,0} \cdot [P_Z(1,0,0) + P_Z(0,1,0)]$$

$$+ l_{D1,1} \cdot [P_Z(1,0,1) + P_Z(0,1,1)]$$

$$+ l_{D2,0} \cdot [P_Z(2,0,0) + P_Z(1,1,0) + P_Z(0,2,0)]$$

$$+ l_{D2,1} \cdot [P_Z(2,0,1) + P_Z(1,1,1) + P_Z(0,2,1)]$$

$$+ l_{D1,2} \cdot [P_Z(1,0,2) + P_Z(0,1,2)]$$

$$+ l_{D0,3} \cdot P_Z(0,0,3)$$

$$E(L_D) = 0,986.$$

Tabelle 6.5 Ergebnisse für die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten des Beispiels 6.6

b(0,0)=1				
$P_Z(0,0)=0,934322$	$P_Z(0,0,0)=0,934322$			
$P_Z(1,0)=0,003363$	$P_Z(1,0,0)=0,003363$			
$P_Z(2,0)=0,000005$	$P_Z(2,0,0)=0,000005$			
$P_Z(3,0)<3 \cdot 10^{-9}$	$P_Z(3,0,0)<3 \cdot 10^{-9}$			
b(0,1)=0,833333		b(1,0)=0,166667		
$P_Z(0,1)=0,060544$	$P_Z(0,0,1)=0,050453$	$P_Z(0,1,0)=0,010091$		
$P_Z(1,1)=0,000175$	$P_Z(1,0,1)=0,000146$	$P_Z(1,1,0)=0,000029$		
$P_Z(2,1)<2 \cdot 10^{-7}$	$P_Z(2,0,1)<2 \cdot 10^{-7}$	$P_Z(2,1,0)<10^{-7}$		
b(0,2)=0,694444		b(1,1)=0,277778	b(2,0)=0,027778	
$P_Z(0,2)=0,001572$	$P_Z(0,0,2)=0,001092$	$P_Z(0,1,1)=0,000437$	$P_Z(0,2,0)=0,000044$	
$P_Z(1,2)=0,000003$	$P_Z(1,0,2)=0,000002$	$P_Z(1,1,1)=0,000001$	$P_Z(1,2,0)<10^{-7}$	
b(0,3)=0,578704		b(1,2)=0,347222	b(2,1)=0,069444	b(3,0)=0,004630
$P_Z(0,3)=0,000016$	$P_Z(0,0,3)=0,000009$	$P_Z(0,1,2)=0,000006$	$P_Z(0,2,1)=0,000001$	$P_Z(0,3,0)<10^{-7}$

7. Verknüpfung von Zuverlässigkeits- und Bedienungsmodellen

7.1. Prinzipielle Methoden

Das Ziel der Verknüpfung von Zuverlässigkeits- und Bedienungsmodellen besteht in der gegenseitigen Ergänzung der Modelle durch den jeweils fehlenden Aspekt. Während in den meisten Bedienungsmodellen eine absolute Zuverlässigkeit der Bedienungskanäle unterstellt wird, vernachlässigen Zuverlässigkeitsmodelle meist den Leistungsaspekt. Wie bereits in Kapitel 2. verbal und an einem Beispiel erläutert wurde, sind zur Charakterisierung von kompliziert strukturierten Systemen beide Aspekte zu berücksichtigen.

Entsprechend müssen sich die Modelle stärker der Realität nähern. Die nicht im gleichen Maße sich verstärkenden mathematischen Schwierigkeiten sollten zu ihrer Anwendung in der Praxis beitragen.

Es haben sich 4 prinzipielle Arten der Verknüpfung von Zuverlässigkeits- mit Bedienungsaspekten herauskristallisiert (vgl. Bilder 3.1 bis 3.5 im Kapitel 3.):

- Erweiterung von Zuverlässigkeitsmodellen um den Leistungsaspekt (Kapitel 5.),
- Betrachtung separater Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle unter anschließender numerischer Verknüpfung der Kenngrößen (Kapitel 7.),
- Einheitliches Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodell (Kapitel 8.),
- Behandlung störanfälliger Bedienungssysteme durch Rückführung auf Modelle ungestörter Bedienungssysteme (Kapitel 9.).

7.2. Betrachtung separater Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle

7.2.1. Einführendes Beispiel

Beispiel 7.1: 3kanaliges Verlustsystem mit störanfälligen Kanälen
(Fortführung des Beispiels in Abschn. 2.2.2.).

Betrachtet wird ein M/M/3/0-M/M/1-Verlustsystem mit identischen störanfälligen Kanälen.

Bedienungsaspekte

$s = 3$ Bedienungskanäle;
exponentielle Ankunftsabstände der Forderungen mit Intensität λ_B ;
exponentielle Bedienungszeit jedes Kanals mit Intensität μ_B ;
keine Warteplätze.

Zuverlässigkeitsaspekte

$r = 1$ Instandhaltungskollektiv für $s = 3$ ausfallmögliche Kanäle;
exponentielle Lebensdauer und Instandsetzungsdauer mit den Intensitäten λ_Z bzw. β_Z .

Bezeichnet man mit j , $j = 0, 1, 2, 3$ die Anzahl der gleichzeitig ausgefallenen Kanäle, so charakterisiert der Zustandsgraph nach Bild 2.7 das Zuverlässigkeitsmodell. Offenbar gibt es 4 verschiedene Zustände mit fester Anzahl intakter Ka-

Bild 7.1 Zustandsgraphen der Bedienungsmodelle M/M/s/0 mit $s = 3(1)0$ Bedienungskanälen und des entsprechenden Zuverlässigkeitsmodells 3/M/M/r mit $r = 1$ Instandhaltungskollektiv (Symbolik nach KENDALL, vgl. z. B. [7.1]; P_V = Verlustwahrscheinlichkeit des störanfälligen M/M/3/0-Bedienungssystems)

Verkehrswert $\varrho_B =$	Verlustwahrscheinlichkeit $P_{B, 3-j}$			
	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$
1	0,0625	0,2000	0,5000	1
2	0,2105	0,4000	0,6666	1
3	0,3462	0,5294	0,7500	1

	Auftretenswahrscheinlichkeiten $P_{Z,j}$ bei $V_{De} = (1 + \varrho_Z)^{-1}$		
	$V_{De} = 0,9$	0,9524	0,9901
P_{Z0}	0,7064	0,8578	0,9703
P_{Z1}	0,2355	0,1287	0,0291
P_{Z2}	0,0523	0,0129	0,0006
P_{Z3}	0,0058	0,0006	0,0000

	Verlustwahrscheinlichkeit P_V (1. Zeile) und Funktionsgüte G_{Mt} (2. Zeile) bei Verkehrswert ϱ_B und Kanalverfügbarkeit V_{De}		
	$V_{De} = 0,9$	0,9524	0,9901
$\varrho_B = 1$	0,1232 93,5 %	0,0864 97,4 %	0,0668 99,5 %
$\varrho_B = 2$	0,2836 90,7 %	0,2413 96,1 %	0,2163 99,3 %
$\varrho_B = 3$	0,4142 89,6 %	0,3754 95,5 %	0,3517 99,1 %

näle, die zur Bedienung ankommender Forderungen zur Verfügung stehen. Für diese 4 Situationen gibt es 4 verschiedene Bedienungsmodelle mit $s - j$, $j = 0, 1, 2, 3$, vorhandenen (intakten) Bedienungskanälen. Berechnet man für diese 4 Bedienungsmodelle den jeweiligen Wert einer geeigneten Kenngröße des Leistungsverhaltens (z. B. Verlustwahrscheinlichkeit P_V) und wichtet anschließend mit der Auftretenswahrscheinlichkeit $P_{Z,j}$ des jeweiligen Bedienungssystems (= Zustandswahrscheinlichkeit im Zuverlässigkeitsmodell),

Tabelle 7.1 Verlustwahrscheinlichkeit und Funktionsgüte bezüglich des momentanen Leistungsverhaltens eines M/M/3/0-M/M/1-Systems bei separater Modellierung des Bedienungs- und Zuverlässigkeitsaspekts

dann erhält man ein Maß für das Leistungsverhalten unter Beachtung der Leistungsfähigkeit (Störanfälligkeit) des Systems.

Das Vorgehen wird mit Bild 7.1 für das Beispiel demonstriert. Die Verknüpfung der 4 Werte der Verlustwahrscheinlichkeit der M/M/s/0-Modelle (wobei $s = 3, 2, 1, 0$) mit ihren Auftretenswahrscheinlichkeiten $P_{Z,j}$ (wobei $j = 0, 1, 2, 3$) wird für verschiedene Kanalverfügbarkeiten V_{De} und Verkehrswerte ρ_B in Tabelle 7.1 durchgeführt.

Aus dem Vergleich der Zahlenwerte der Verlustwahrscheinlichkeit P_V und der Funktionsgüte G_{Mt} bezüglich des Leistungsverhaltens nach Tabelle 7.1 mit denen nach Tabellen 2.3 und 2.4 lassen sich erste Schlußfolgerungen ziehen:

- Bei separater Modellierung von Zuverlässigkeits- und Bedienungsaspekt (Tabelle 7.1) ergeben sich i. allg. nicht dieselben Ergebnisse wie bei Beachtung beider Aspekte in einem Modell (wie im Abschn. 2.2., Tabellen 2.3 und 2.4).
- Detailinformationen über die Störung nach Störungssystematik (Abschn. 2.3.) können nicht berücksichtigt werden. So sind z. B. verschiedene Auswirkungen der Kanalstörungen auf die gerade laufende Bedienung schwer oder gar nicht mit separaten Ansätzen modellierbar.

7.2.2. Modellierungsprinzip, Berechnung der Kenngrößen, Voraussetzungen

Prinzipiell wird eine Kenngröße des Leistungsverhaltens eines störanfälligen Systems durch Verknüpfung der Verteilungsfunktion des Leistungsverhaltens mehrerer ungestörter Bedienungssysteme und der Verteilungsfunktion der Leistungsfähigkeit eines störanfälligen Bedienungssystems gewonnen. Die Anzahl der einzubeziehenden ungestörten Bedienungssysteme ist identisch der Anzahl der Stufen $l_{D,x}$ der Leistungsfähigkeit, so daß die Verknüpfung dem Satz der totalen Wahrscheinlichkeit folgt.

Im Beispiel 7.1 wird als Kenngröße des Leistungsverhaltens die Funktionsgüte G_{Mt} bezüglich des momentanen Leistungsverhaltens M_t nach Gl. (2.20) verwendet:

$$G_{Mt} = \frac{1 - P_V^{(U)}}{1 - P_V^{(Z)}} \quad (7.1)$$

Dabei bestimmt sich $P_V^{(Z)}$ als Verlustwahrscheinlichkeit eines Erlangschen Verlustsystems (z. B. [7.1]) und $P_V^{(U)}$ aus der Wichtung Erlangscher Verlustwahrscheinlichkeiten $P_{B,s-j}$ ($j = 3, 2, 1, 0$) mit ihren Auftretenswahrscheinlichkeiten $P_{Z,j}$ nach Gl. (7.2).

$$P_V^{(U)} \approx \sum_{j=0}^s P_{B,s-j} \cdot P_{Z,j} \quad (7.2)$$

Dabei ist $P_V^{(Z)}$ identisch $P_{B,s}$ bei voller Anzahl intakter Kanäle. Nur für einfache Bedienungsmodelle sind Tafeln, z. B. für die Verlustwahrscheinlichkeit, verfügbar [7.2] bis [7.5]. Liegt als Zuverlässigkeitsmodell ein geschlossenes Wartemodell vor, kann man dessen Zustandswahrscheinlichkeiten $P_{Z,j}$ nach den üblichen Methoden (z. B. [7.1], [7.6]) berechnen oder Tafeln in [7.12] benutzen (s. dazu Beispiel 9.8 im Abschn. 9.2.).

Kompliziertere Fälle für Zuverlässigkeitsmodelle wurden im Kapitel 6. behandelt. Die am Beispiel eines störanfälligen Verlustsystems demonstrierte separate Behandlung des Bedienungs- und Zuverlässigkeitsaspektes mit anschließender Verknüpfung nach Gl. (7.2) geht auf [7.7] und [7.8] zurück. Ein Vergleich mit exakten Lösungen in [7.9] zeigte einerseits die Brauchbarkeit des Modellierungsprinzips für bestimmte Systeme, andererseits auch die mit diesem Prinzip verbundenen Einschränkungen.

An Grundlagen, Voraussetzungen und Ergebnissen der separaten Modellierung sind zu nennen:

- Die Verknüpfung stationärer Zustandswahrscheinlichkeiten setzt das stationäre Regime zu jedem „Umschaltzeitpunkt“ eines $s - j$ zum $s - (j \pm 1)$ -kanaligen Systems voraus. Das ist exakt zwar nie, näherungsweise aber bei nicht zu kleinen Kanalverfügbarkeiten V_{De} und nicht zu großem Instandhaltungsdefizit $s - r$ (s = Anzahl der Bedienungskanäle, r = Anzahl der Instandhaltungskollektive) erfüllt, so daß das Ergebnis nach Gl. (7.2) i. allg. eine Näherungslösung ist.
- Die Berücksichtigung verschiedener Störungsmodi nach Abschn. 2.3. ist nur sehr begrenzt möglich.
- Prinzipiell sind neben der Verlustwahrscheinlichkeit $P_V^{(U)}$ für störanfällige Verlustsysteme auch Verlustwahrscheinlichkeiten $P_V^{(U)}$ für störanfällige Warteverlust-Systeme oder Wartewahrscheinlichkeiten oder andere Kenngrößen für störanfällige Wartesysteme analog zu Gl. (7.2) berechenbar. Nach bisherigen Erfahrungen sind die Näherungen jedoch zu verwerfen, sobald Wartepplätze für eintreffende Forderungen existieren.
- Bei komplizierten Bedienungs- oder/und Zuverlässigkeitsmodellen ist es oft nicht anders möglich, als Bedienungs- und Zuverlässigkeitsaspekt separat zu modellieren. Dann ist das Ergebnis der Verknüpfung immer noch genauer als bei Vernachlässigung des Zuverlässigkeits- oder/und Bedienungsaspekts (vgl. Kap. 6.).

7.3. Leistungs- und Qualitätsverhalten von im Störfall Ausschuß produzierenden Maschinen (Anwendungsbeispiel)

7.3.1. Technologische Voraussetzungen

Das Maschinensystem wird als Bedienungsanlage aufgefaßt, wobei die von den s Maschinen zu bearbeitenden Teile den Forderungenstrom (z.B. Teilestrom), die Maschinen selbst die s Kanäle und die Bearbeitungszeiten der Teile durch die Maschinen die Bedienungszeiten darstellen.

Vorausgesetzt wird ein homogener Teilestrom, der von s identischen, parallel angeordneten Maschinen bearbeitet wird (Bild 7.2). Einem zu bearbeitenden Teil wird in zufälliger Auswahl eine der freien Maschinen zugeordnet.

Sind zum Eintreffzeitpunkt eines Teils alle Maschinen durch Forderungen belegt oder wegen Instandsetzung nicht aufnahmefähig, werden dieses Teil und alle weiteren Forderungen bis zum Freiwerden irgendeiner Maschine in ein Zwischenlager abgewiesen. Die Maschinen unterliegen zeitabhängigen Verschleißerscheinungen, die zur Ausschußproduktion führen können. Die Qualitätskontrolle der Produktion soll nach Verstreichen einer zufälligen Zeit einsetzen. Wird Ausschuß-

Bild 7.2
Kapazitätsgeteiltes System

Bild 7.3
Grobzustände
der Maschinen
(Zuverlässig-
keitsaspekte)

produktion festgestellt, dann wird der gesamte Maschinenpark überprüft, und alle Ausschuß produzierenden Maschinen werden stillgelegt und instandgesetzt.

Somit durchläuft jede Maschine einen Zyklus von 3 Zuständen (Bild 7.3):

- Maschine ist intakt; bei Bedarf arbeitet sie ohne Qualitätseinschränkung,
- Maschine ist gestört, arbeitet aber weiter. Alle sie verlassenden Teile werden Ausschuß. Die Bearbeitungszeitverteilung der gestörten Maschine ist gleich derjenigen der ungestörten Maschine.
- Ausschußproduktion wird bemerkt. Die Maschine wird stillgelegt und wird – sobald ein Instandsetzer frei ist – entstört. Die Ausschußproduktion wird durch Qualitätskontrolle mit anschließendem Abschalten aller gestörten Maschinen beendet.

7.3.2. Mathematische Voraussetzungen

Der Teilestrom unbearbeiteter Artikel sei Poissonsches mit Rate $\lambda_B = 1/ET_A$ mit T_A als Ankunftsabstand. Die störungsfreie Laufzeit jeder der s Maschinen sei eine exponentialverteilte Zufallsgröße T_L mit Ausfallrate $\lambda_Z = 1/ET_L$.

Die Laufzeiten T_K der Maschinen vom Störungseintritt bis zur Stilllegung (wegen Ausschußproduktion) seien exponentialverteilt mit Kontrollrate σ_Z . Die Instandsetzungsdauer T_I sei ebenfalls exponentialverteilt mit Instandsetzungsrate $\beta_Z = 1/ET_I$. Die Bearbeitungszeiten T_B der Teile durch eine der s Maschinen können beliebig verteilt sein mit dem Erwartungswert $ET_B = 1/\mu_B$ (μ_B = Bedienungsintensität). Die Zufallsgrößen T_A , T_B , T_L , T_K und T_I sind untereinander unabhängig, ebenso die Folgen ihrer Realisationen.

7.3.3. Leistungs- und Qualitätsaspekte

Die Leistungsfähigkeit des Systems ist eine Zufallsgröße L_D , deren Realisationen durch ihren Maximalwert $l_{Dmax} = s \cdot \mu_B$ und ihren Minimalwert $l_{Dmin} = 0$ begrenzt werden.

Die verschiedenen Leistungsstufen y folgen aus Stilllegungen einzelner Maschinen. Somit gibt es $y = s + 1$ Leistungsstufen.

Bild 7.4
Zustandsgraph eines s -
kanaligen Maschinen-
systems mit r , $1 \leq r \leq s$,
Instandhaltungskollektiven
(Zuverlässigkeitsmodell:
 λ_Z , β_Z , δ_Z = Ausfall-,
Instandsetzungs-, Kon-
trollrate)

Die Leistungsfähigkeitsuntersuchungen werden mit Hilfe des Zuverlässigkeitsmodells (Bild 7.4) durchgeführt.

Das Leistungsverhalten des Systems integriert Leistungsfähigkeit und Belastung. Auch die Belastung des Systems erfolgt stochastisch. Sie wird mit Hilfe eines Bedienungsmodells (Bild 7.5) untersucht, das keinen Stauraum für wartende Forderungen vorsieht. Sollte diese Voraussetzung unrealistisch sein, so würden die mit dem Bedienungsmodell erzielten Ergebnisse pessimistische Aussagen liefern.

(i) i Maschinen belegt mit Teilebearbeitung

Bild 7.5 Zustandsgraph eines s -kanaligen Maschinensystems (Bedienungsmodell ohne Stauraum: λ_B , μ_B = Ankunfts-, Bedienungsrate)

Als Spezifizierung des Leistungsverhaltens (vgl. Kapitel 2.) wird der momentane Durchsatz M_t (Zufallsgröße) verwendet. M_t ist in qualitätsgerechte Produktion $M_{t,Q}$ und Ausschussproduktion $M_{t,A}$ zu differenzieren. Der Ausstoß ohne Qualitätseinbuße $M_{t,Q}$ kommt unter drei alternativen Bedingungen zustande:

- alle Maschinen intakt (Zustand Z_0 im Bild 7.4),
- ein Teil der Maschinen ist gestört, so daß nur ein Teil des Output qualitätsgerecht, der andere aber zur Ausschussproduktion zu zählen ist (Zustände A_j des Bildes 7.4),
- ein Teil der Maschinen (z. B. j , $j < s$) ist wegen Instandsetzung nicht produktionsbereit, so daß die Leistungsfähigkeit des Systems der eines um j verminderten Maschinenparks gleich ist.

Gleichzeitig zu einer der Bedingungen a) bis c) muß die Belastung des Systems so groß sein, daß wenigstens eine Maschine produziert (Zustände $1 \leq i \leq s$ im Bild 7.5).

7.3.4. Quantitative Ermittlung der Leistungsfähigkeit

Es sind die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten nach Bild 7.4 zu ermitteln [7.10]:

$$A_j = Z\emptyset \cdot \prod_{i=1}^j \emptyset_i \quad \text{für } j = 1, 2, \dots, s, \quad (7.3)$$

$$R_j = \frac{\sigma_Z}{I_j} \cdot Z\emptyset \cdot \left[1 + \emptyset_{j+1} + \emptyset_{j+1} \cdot \emptyset_{j+2} + \dots + \emptyset_{j+1} \cdot \emptyset_{j+2} \cdot \dots \cdot \emptyset_{s-1} \cdot \emptyset_s \right] \prod_{i=1}^j \emptyset_i \quad (7.4)$$

für $j = 1, 2, \dots, s$

mit

$$\emptyset_i = \frac{s - i + 1}{\gamma + s - i}; \quad (7.5)$$

$$\gamma = \sigma_Z / \lambda_Z; \quad 1 \leq r \leq s; \quad r - \text{fest}; \quad j = 1, 2, \dots, s \quad (7.6)$$

$$I_j = \beta_Z \cdot \min(r, j)$$

und

$$Z\emptyset = 1 - \left(\sum_{j=1}^s A_j + \sum_{j=1}^s R_j \right). \quad (7.7)$$

Zur praktischen Ermittlung von Gl. (7.7) werden die A_j und R_j nach Gln. (7.3), (7.4) mit dem vorläufigen Wert $Z\emptyset = 1$ berechnet.

Anschließend ergibt sich $Z\emptyset$ aus

$$Z\emptyset^{-1} = 1 + \sum A_j + \sum R_j. \quad (7.8)$$

Danach sind die A_j , R_j nach Gln. (7.3), (7.4) mit dem endgültigen Wert $Z\emptyset$ nach Gl. (7.8) nochmals durchzurechnen. Auf diese Weise wird Ausdruck (7.7) erfüllt.

Aussagefähige Kenngrößen der Leistungsfähigkeit sind die Erwartungswerte der

- Anzahl intakter Maschinen $EL_{D,Q}$,
- Anzahl defekter, nicht stillgelegter Maschinen $EL_{D,A}$,
- Anzahl defekter, stillgelegter Maschinen $EL_{D,B}$,

wobei die Summe ($EL_{D,Q} + EL_{D,A}$) die mittlere Anzahl produzierender Maschinen darstellt.

Diese sind nicht identisch mit dem mittleren Leistungsverhalten der Qualitäts- oder Ausschußproduktion bzw. dem Blockierungseffekt, weil die Stochastik des Teilestromes in die Leistungsfähigkeit nicht einbezogen wird. Dennoch verhelfen diese Kenngrößen zu einer ersten groben Einschätzung des Systems.

Der normierte Wert, also

$$G_D = \frac{EL_{D,Q}}{s}, \quad (7.9)$$

ist die Funktionsgüte G_D des Maschinensystems bezüglich der Leistungsfähigkeit (Qualitätsproduktion), die im Sinne einer Systemverfügbarkeit zu interpretieren ist.

Die Berechnung obiger Erwartungswerte erfolgt analog Abschn. 2.2.2.:

$$EL_{D,Q} = s \cdot Z\emptyset + \sum_{j=1}^s (s - j) (A_j + R_j), \quad (7.10)$$

$$EL_{D,A} = \sum_{j=1}^s j \cdot A_j, \quad (7.11)$$

$$EL_{D,B} = \sum_{j=1}^s j \cdot R_j. \quad (7.12)$$

7.3.5. Quantitative Ermittlung des Leistungsverhaltens

Das Leistungsverhalten integriert die Leistungsfähigkeit des Systems und seine Belastung durch den Teilestrom. Die Belastung des Systems wird durch das im Bild 7.5 gezeigte Bedienungsmodell charakterisiert, dessen Zustände i die Anzahl der gerade belegten Maschinen darstellen. Im Zustand i wird demnach mit Intensität $i \cdot \mu_B$ produziert.

Die mittlere Bearbeitungsintensität des Systems (zunächst unter der Voraussetzung absolut zuverlässiger Kanäle) ergibt sich wegen Ausdruck (2.15) zu

$$EM_t^{(s)} = \lambda_B (1 - P_V^{(s)}). \quad (7.13)$$

Bemerkungen zu Gl. (7.13):

$EM_t^{(s)}$ ist die Anzahl der durchschnittlich je Zeiteinheit bearbeiteten Teile in einem Maschinensystem mit absolut zuverlässigen, gleich erreichbaren Kanälen, deren Bearbeitungszeiten beliebig, aber identisch verteilt, deren Auswahl zufällig erfolgt und die von einem Poissonschen homogenen Teilestrom der Rate λ_B belegt werden, der sich nicht in einem unendlich großen Warteraum vor dem Maschinensystem stauen kann (vgl. Bsp. 9.3 in Abschn. 9.2.).

$P_V^{(s)}$ ist die Blockierungswahrscheinlichkeit eines s -kanaligen Systems gegen nachfolgende Teile. Hier: $P_V^{(s)} = \text{ERLANG'sche Verlustwahrscheinlichkeit bei } s \text{ Kanälen und Verkehrswert } \lambda_B / \mu_B = \varrho_B$.

Die in Gl. (7.13) benötigte Blockierungswahrscheinlichkeit $P_V^{(s)}$ im s -kanaligen System berechnet sich zu

$$P_V^{(s)} = \frac{\varrho_B^s / s!}{\sum_{i=0}^s \varrho_B^i / i!}. \quad (7.14)$$

Bemerkungen zu Gl. (7.14):

Ausdruck (7.14) heißt ERLANG'sche Verlustformel. Die $P_V^{(s)}$ sind vielfältig tabelliert (vgl. Abschn. 7.2.2.). Die rechentechnische Benutzung von Gl. (7.14) führt bei höheren Kanalzahlen zu numerischen Schwierigkeiten, deshalb wird eine Rekursionsformel von JAGERMAN empfohlen (Ausdruck (4.20) im Abschn. 4.5.). Sie wird auch im BASIC-Programm, Tabelle 7.3, umgesetzt (vgl. Unterprogramme).

Mit der Modellierung der Belastung als Bedienungsmodell und der Leistungsfähigkeit als Zuverlässigkeitsmodell kann nunmehr die numerische Verknüpfung der einzelnen Zustandswahrscheinlichkeiten erfolgen. Es sind die drei Wahrscheinlichkeiten P_Q , P_A , P_B für Qualitäts- und Ausschußproduktion sowie für Blockierung zu ermitteln. Qualitative Basis dafür sind die drei alternativen Bedingungen unter Abschnitt 7.3.3.:

a) Der Ausstoß ohne Qualitätseinbuße kommt zustande, wenn eine Forderung, die mit Wahrscheinlichkeit $1 - P_V^{(s-j)}$ vom Maschinensystem angenommen wurde, entweder alle Maschinen intakt vorfindet ($Z\emptyset$) oder bei j gestörten Maschinen von einer der $s - j$ ungestörten Maschinen bearbeitet wird. Die Wahrscheinlichkeit, daß beim ungeordneten s -kanaligen Bedienungssystem mit identischen Kanälen eine beliebige Maschine ausgewählt wird, ist $1/s$. Demzufolge ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Forderung von einer der $s - j$ intakten Maschinen bedient wird, gleich $(s - j)/s$. Mit dieser Wahrscheinlichkeit ist der jeweilige Durchsatz zu wichten. Befindet sich das Maschinensystem in einem der Zustände R_j , wird kein Ausschuß produziert. Der Durchsatz ist dann lediglich reduziert auf denjenigen eines $(s - j)$ -kanaligen Systems:

$$P_Q = (1 - P_V^{(s)}) (Z\emptyset + \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s (s - j) \cdot A_j) + \sum_{j=1}^s (1 - P_V^{(s-j)}) \cdot R_j \quad (7.15)$$

$P_V^{(s-j)}$ Blockierungs-(Verlust-)Wahrscheinlichkeit im $(s - j)$ -kanaligen System, $0 \leq j \leq s$,

$Z\emptyset$ Wahrscheinlichkeit dafür, daß alle s Maschinen intakt sind,

A_j Wahrscheinlichkeit für j Ausschuß produzierende Maschinen,

R_j Wahrscheinlichkeit für j stillgelegte Maschinen

(vgl. Bilder 7.4 und 7.5).

b) Ausschußproduktion kommt zustande, wenn eine Forderung vom Maschinensystem angenommen wird (Wahrscheinlichkeit $1 - P_V^{(s)}$) und von einer Ausschuß produzierenden Maschine bedient wird (Wahrscheinlichkeit $A_j \cdot j/s$):

$$P_A = (1 - P_V^{(s)}) \cdot \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s j \cdot A_j = (1 - P_V^{(s)}) \cdot EL_{D,A}/s. \quad (7.16)$$

c) Für das betriebswirtschaftliche Einschätzen der Produktionskapazität ist allein die Angabe der Leistungsfähigkeit mit und ohne Qualitätseinbuße nicht ausreichend. Da das System ohne Stauraum arbeiten muß, treten bei stochastischem Teilestrom und beliebiger Bearbeitungszeitverteilung der Maschinen zwangsläufig Blockierungseffekte dadurch auf, daß alle verfügbaren Maschinen belegt sind und zeitweise keine neuen Forderungen angenommen werden können. Man wird – je nach Einbindung des Maschinensystems in den Produktionsablauf – die Kanalzahl s so hoch wählen, daß diese Effekte keine großen Auswirkungen auf vor- und nachgelagerte Bearbeitungsphasen haben werden. Eine entsprechende Dimensionierung muß allerdings berücksichtigen, daß mit sinkender Blockierungswahrscheinlichkeit der Auslastungsgrad der Maschinen und damit das Leistungsverhalten verringert werden. An dieser Stelle wird die Problematik untersucht, in welchem Maße störanfällige, also instandzusetzende Maschinen den Blockierungseffekt noch verstärken.

Tabelle 7.2 Programm zur Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für Qualitäts- und Ausschußproduktion sowie Stillstand der Maschinen bei s parallelen, ausfallmöglichen Maschinen, r Instandhaltungskollektiven, Inspektion und stochastischer Belastung

```

10 INPUT "Kanalzahl S=";S, "Lambda Z=";Z, "BETAZ=";M, "SIGMAZ=";K, "Anzahl Instand-
    halter R=";R
20 G=K/Z;X=30
30 FOR J=1 TO S
40 A=1
50 FOR I=1 TO J
60 GOSUB"RHOI"
70 A=A*R
80 NEXT I
90 A(X+J)=A
100 U=1: IF S-J=0 THEN 190
110 FOR H=S TO J+1 STEP(-1)
120 A=1
130 FOR I=H TO J+1 STEP(-1)
140 GOSUB"RHOI": A=A*R
150 NEXT I
160 U=U+A
170 NEXT H
180 GOSUB"IJ"
190 U=U*A(X+J)*K/N
200 A(X+S+J)=U
210 NEXT J
250 U=1: FORJ=1 TO 2*S
260 U=U+A(X+J)
270 NEXT J
280 A(X)=1/U: PRINT "Z0="; A(X)
290 REM" DRUCK ALLER A(J) UND R(J) "
300 FOR J=1 TO 2*S
310 A(X+J)=A(X+J)*A(X): PRINT J,A(X+J)
320 NEXT J
400 Q=S*A(X): I=0: A=0
410 FOR J=1 TO S
420 Q=Q + (S-J)*(A(X+J)+A(X+S+J))
430 A=A+J*A(X+J): I=I+J*A(X+S+J)
440 NEXT J
450 USING " ++ ++ ++ ++ ++ ++ "
460 PRINT" Mittl. Anzahl intakter Maschinen=";Q
470 PRINT" Mittl. Anzahl defekter, nicht stillgelegter Masch.=";A
480 PRINT" Mittl. Anzahl stillgelegter Maschinen=";I
490 J=Q/S: PRINT" Funktionsgüte GD=";J
500 INPUT" Verkehrswert RHOB=";H
510 J=0: GOSUB"ERL": B=I: N=A(X): Y=0: Z=0
520 FOR J=1 TO S
530 N=N+A(X+J): GOSUB"ERL"
540 Y=Y+I*A(X+S+J): Z=Z+(1-I)*A(X+S+J)
550 NEXT J
560 L=B*N+Y: O=(1-B)/S*A
600 PRINT" Blockierungswahrscheinlichkeit=";L
610 PRINT" Wahrscheinlichkeit Ausschußproduktion=";O
620 Z=1-L-O
630 PRINT" Wahrscheinlichkeit Qualitätsproduktion=";Z
635 J=Z/(1-B): PRINT" Funktionsgüte GMt=";J
640 END

```


noch Tabelle 7.2

```

900  "ERL": REM" Erlangsche Verlustwahrscheinlichkeiten"
910  I=1: U=1: IF J=S THEN 925
920  I=1+U/H/I: I=1/I
922  U=U+1: IF U<=S-J THEN 920
925  RETURN

930  "RHIOI"
940  R=(S-I+1)/(G+S-I)
950  RETURN

960  "IJ"
970  N=T: IF J<T LET N=J
980  N=N*M
990  RETURN

```

ERLÄUTERUNG DER EINGABE:

S Anzahl der Maschinen (Bedienungskanäle des M/G/S/0-Systems), R Anzahl der Instandsetzer (für Zuverlässigkeitsmodell), RHIOB Verkehrswert im Bedienungsmodell, LAMBDAZ= Ausfallrate jeder der Maschinen, BETAZ= Instandsetzungsrate jedes der Instandsetzungskollektive, SIGMA= Kontrollrate = 1/mittl. Kontrollzykluszeit

Unter Verwendung der im Bild 7.3 gezeigten Phasen des Maschinenzyklus kann man feststellen, daß die Blockierung der s-kanaligen Produktionskapazität für die vorgelagerte Produktionsstrecke nur auftreten kann, wenn alle nicht stillgelegten Maschinen in irgendeiner Weise produzieren. Die Menge aller dieser Maschinen ist $s - j$, $j = 0, 1, \dots, s$, und die Blockierung tritt auf, wenn im $(s - j)$ -kanaligen System alle $s - j$ Maschinen belegt sind (Ausschuß oder Qualität produzieren). Die Blockierungswahrscheinlichkeit P_B für das Maschinensystem ergibt sich somit zu:

$$P_B = P_V^{(s)} (Z\emptyset + \sum_{j=1}^s A_j) + \sum_{j=1}^s P_V^{(s-j)} \cdot R_j \quad (7.17)$$

Somit ergibt sich die Intensität des tatsächlich wegen Blockierung abgewiesenen Forderungenstromes zu

$$EM_{t,B} = \lambda_B \cdot P_B \quad (7.18)$$

der mittlere qualitätsgerechte Durchsatz $EM_{t,Q}$ zu

$$EM_{t,Q} = \lambda_B \cdot P_Q \quad (7.19)$$

und die mittlere Ausschußintensität $EM_{t,A}$ zu

$$EM_{t,A} = \lambda_B \cdot P_A \quad (7.20)$$

Selbstverständlich gelten

$$EM_{t,Q} + EM_{t,A} + EM_{t,B} = \lambda_B \quad (7.21)$$

bzw.

$$P_Q + P_A + P_B = 1. \quad (7.22)$$

Zur numerischen Vereinfachung würde die Berechnung von Gln. (7.16) und (7.17) genügen, um über Gl. (7.22) auf Gl. (7.15) zu schließen. Trotz des algorithmisch einfachen Aufbaus der auszuwertenden Formeln (7.16) und (7.17) ist der Rechenaufwand selbst bei kleinen Kanalzahlen ($s \geq 2$) schon erheblich, so daß sich eine Programmierung lohnt. In Tabelle 7.2 ist ein BASIC-Programm zur Berechnung der gefragten Kenngrößen wiedergegeben. Schließlich ist es sinnvoll, die Funktionsgüte G_{Mt} bezüglich des Leistungsverhaltens analog Ausdruck (2.20) zu berechnen:

$$G_{Mt} = \frac{EM_t^{(U)}}{EM_t^{(Z)}} = \frac{EM_{t,Q}}{\lambda_B(1 - P_V^{(s)})} = \frac{P_Q}{1 - P_V^{(s)}} \quad (7.23)$$

Ausdruck (7.23) ist deutbar als „Verfügbarkeit einer qualitätsgerechten Produktion unter der Bedingung, daß überhaupt produziert wird“.

7.3.6. Qualitative Auswertung numerischer Ergebnisse

Tabelle 7.3 Leistungsfähigkeit und Leistungsverhalten eines stochastisch Ausschuß produzierenden Maschinensystems (separate Modellierung des Bedienungs- und Zuverlässigkeitsaspekts)

$s = 3$; 9 Maschinen; $r = s$; 1 Instandhalter;
 Bedienungsrate je Maschine $\mu_B = 1,0/ZE$;
 Ausfallrate je Maschine $\lambda_Z = 0,01/ZE$; $0,1/ZE$;
 Instandsetzungsrate je Instandhalter $\beta_Z = 10/ZE$; $1/ZE$;
 Kontrollrate $\phi_Z = 1,0$; $1/24$ je ZE;
 Verkehrswert ϱ_B ;
 Erwartungswerte $EL_{D,Q}$; $EL_{D,A}$; $EL_{D,B}$ für die Anzahl intakter, defekter nicht stillgelegter bzw. stillgelegter Maschinen (Kenngrößen der Leistungsfähigkeit);
 Wahrscheinlichkeiten P_Q , P_A , P_B für Qualitäts- und Ausschußproduktion sowie Blockierung (Kenngrößen des Leistungsverhaltens);
 Funktionsgüten G_D bzw. G_{Mt} bezüglich der Leistungsfähigkeit bzw. des Leistungsverhaltens (bei Qualitätsproduktion);
 mittleres Qualitätsverhalten $EM_{t,Q} = \lambda_B \cdot P_Q$

	$\lambda_Z = 0,01$; $\beta_Z = 10$			$s = 3$ $\lambda_Z = 0,01$; $\beta_Z = 10$		
	$\phi_Z = 1,0$			$r = 3$ $\phi_Z = 1/24$		
7.3.1.	$\varrho_B = 1,2$	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 6,0$	$\varrho_B = 1,2$	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 6,0$
$EL_{D,Q}$	2,9674	2,9674	2,9674	2,4181	2,4181	2,4181
$EL_{D,A}$	0,0296	0,0296	0,0296	0,5795	0,5795	0,5795
$EL_{D,B}$	0,0030	0,0030	0,0030	0,0024	0,0024	0,0024
G_D	0,98914	0,98914	0,98914	0,8060	0,8060	0,8060
P_Q	0,9008	0,5813	0,4054	0,7340	0,4737	0,3303
P_A	0,0090	0,0058	0,0041	0,1758	0,1135	0,0792
P_B	0,0902	0,4129	0,5905	0,0902	0,4128	0,5905
G_{Mt}	0,9896	0,9892	0,9892	0,8064	0,8061	0,8061
$EM_{t,Q}$	1,0809	2,0927	2,4324	0,8808	1,7053	1,9822

noch Tabelle 7.3

	$\lambda_Z = 0,01; \beta_Z = 10$			$\lambda_Z = 0,01; \beta_Z = 10$		
	$\sigma_Z = 1,0$			$\sigma_Z = 1/24$		
7.3.2.	$\varrho_B = 1,2$	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 6,0$	$\varrho_B = 1,2$	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 6,0$
EL _{D,Q}	2,9674	2,9674	2,9674	2,4176	2,4176	2,4176
EL _{D,A}	0,0296	0,0296	0,0296	0,5792	0,5792	0,5792
EL _{D,B}	0,0030	0,0030	0,0030	0,0032	0,0032	0,0032
G _D	0,98912	0,98912	0,98912	0,8059	0,8059	0,8059
P _Q	0,9008	0,5813	0,4054	0,7338	0,4736	0,3303
P _A	0,0090	0,0058	0,0040	0,1751	0,1135	0,0791
P _B	0,0902	0,4129	0,5906	0,0904	0,4130	0,5906
G _{Mt}	0,9896	0,9892	0,9892	0,8062	0,8059	0,8059
EM _{t,Q}	1,0809	2,0927	2,4324	0,8059	1,7019	1,9817
	$\lambda_Z = 0,01; \beta_Z = 10$			$\lambda_Z = 0,01; \beta_Z = 10$		
	$\sigma_Z = 1,0/ZE$			$\sigma_Z = 1/24/ZE$		
7.3.3.	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 10,8$	$\varrho_B = 18,0$	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 10,8$	$\varrho_B = 18,0$
EL _{D,Q}	8,9028	8,9029	8,9029	7,2586	7,2586	7,2586
EL _{D,A}	0,0884	0,0884	0,0884	1,7342	1,7342	1,7342
EL _{D,B}	0,0088	0,0088	0,0088	0,0072	0,0072	0,0072
G _D	0,9892	0,9892	0,9892	0,8065	0,8065	0,8065
P _Q	0,9825	0,6827	0,4538	0,8009	0,5566	0,3700
P _A	0,0097	0,0068	0,0045	0,1912	0,1330	0,0884
P _B	0,0078	0,3105	0,5417	0,0078	0,3104	0,5416
G _{Mt}	0,9901	0,9894	0,9892	0,8071	0,8066	0,8065
EM _{t,Q}	3,5369	7,3736	8,1686	2,8834	6,0116	6,6600
	$\lambda_Z = 0,01; \beta_Z = 10$			$\lambda_Z = 0,01; \beta_Z = 10$		
	$\sigma_Z = 1,0/ZE$			$\sigma_Z = 1/24/ZE$		
7.3.4.	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 10,8$	$\varrho_B = 18,0$	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 10,8$	$\varrho_B = 18,0$
EL _{D,Q}	8,9022	8,9022	8,9022	7,2541	7,2541	7,2541
EL _{D,A}	0,0883	0,0883	0,0883	1,7294	1,7294	1,7294
EL _{D,B}	0,0095	0,0095	0,0095	0,0166	0,0166	0,0166
G _D	0,9891	0,9891	0,9891	0,8060	0,8060	0,8060
P _Q	0,9825	0,6827	0,4538	0,8011	0,5563	0,3698
P _A	0,0097	0,0068	0,0045	0,1907	0,1326	0,0881
P _B	0,0078	0,3105	0,5417	0,0082	0,3110	0,5421
G _{Mt}	0,9901	0,9893	0,98917	0,8073	0,8062	0,8061
EM _{t,Q}	3,5369	7,3732	8,1680	2,8840	6,0086	6,6560

noch Tabelle 7.3

7.3.5.	$\lambda_Z = 0,1; \beta_Z = 1$			$s = 9 \quad \lambda_Z = 0,1; \beta_Z = 1$		
	$\sigma_Z = 1,0$			$r = 9 \quad \sigma_Z = 1/24$		
	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 10,8$	$\varrho_B = 18,0$	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 10,8$	$\varrho_B = 18,0$
EL _{D,Q}	7,9891	7,9891	7,9891	2,9700	2,9700	2,9700
EL _{D,A}	0,5054	0,5054	0,5054	5,7888	5,7888	5,7888
EL _{D,B}	0,5054	0,5054	0,5054	0,2412	0,2412	0,2412
G _D	0,8877	0,8877	0,8877	0,3300	0,3300	0,3300
P _Q	0,9281	0,6181	0,4083	0,3427	0,2292	0,1517
P _A	0,0557	0,0388	0,0257	0,6382	0,4439	0,2951
P _B	0,0162	0,3431	0,5660	0,0191	0,3269	0,5532
G _{Mt}	0,9353	0,8957	0,8899	0,3453	0,3322	0,3306
EM _{t,Q}	3,3410	6,6756	7,3486	1,2337	2,4762	2,7303

7.3.6.	$\lambda_Z = 0,1; \beta_Z = 1$			$s = 9 \quad \lambda_Z = 0,1; \beta_Z = 1$		
	$\sigma_Z = 1,0$			$r = 1 \quad \sigma_Z = 1/24$		
	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 10,8$	$\varrho_B = 18,0$	$\varrho_B = 3,6$	$\varrho_B = 10,8$	$\varrho_B = 18,0$
EL _{D,Q}	7,8000	7,8000	7,8000	3,0746	3,0746	3,0746
EL _{D,A}	0,4500	0,4500	0,4500	5,0232	5,0232	5,0232
EL _{D,B}	0,7500	0,7500	0,7500	0,9022	0,9022	0,9022
G _D	0,8667	0,8667	0,8667	0,3416	0,3416	0,3416
P _Q	0,9263	0,6054	0,3990	0,3804	0,2395	0,1575
P _A	0,0496	0,0345	0,0229	0,5538	0,3852	0,2560
P _B	0,0241	0,3601	0,5781	0,0657	0,3753	0,5865
G _{Mt}	0,9334	0,8773	0,8697	0,3833	0,3471	0,3432
EM _{t,Q}	3,3346	6,5388	7,1814	1,3694	2,5872	2,8342

Die numerische Auswertung der Kenngrößen einer s-kanaligen Maschinenkapazität mit stochastischer Ausschußproduktion sowie Inspektion und Abschaltung der Maschinen nach Feststellung des Defekts und anschließender Instandsetzung erfolgte durch Variation aller Parameter: Anzahl s von Maschinen, Anzahl r von Instandhaltungskollektiven, Ausfallrate λ_Z , Inspektionsrate σ_Z , Instandsetzungsrate β_Z , Verkehrswert ϱ_B .

Folgende Erkenntnisse wurden gewonnen (vgl. einige numerische Ergebnisse nach Tabelle 7.3):

1. Auf Qualitäts- und Leistungsverhalten haben die Parameter unterschiedlichen Einfluß. Die Leistungsfähigkeit ist unabhängig vom Verkehrswert ϱ_B . In realistischen Bereichen von $\varrho_Z = \lambda_Z/\beta_Z$ von $10^{-3} \dots 1$ sinkt der Gesamtausstoß durch das Wachsen der Blockierungswahrscheinlichkeit P_B . Dies ist insbesondere bei Werten $\varrho_Z \gtrsim 5 \cdot 10^{-2}$ zu spüren (Bilder 7.6 und 7.7). Zur Abwendung dieser Ausstoßminderungen sind bei (meist gegebener) Ausfallrate λ_Z Instandsetzungsraten β_Z von

$$\beta_Z \approx \frac{\lambda_Z}{5 \cdot 10^{-2}}$$

einzuhalten. Das heißt, daß z. B. bei einer Ausfallrate einer Maschine $\lambda_Z = 5 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$ die Instandsetzungsrate $\beta_Z \approx 10^{-1} \text{ h}^{-1}$ sein muß, oder, anders

Bild 7.6 Wahrscheinlichkeiten für Qualitätsausstoß P_Q , Ausschußproduktion P_A , Blockierung P_B in Abhängigkeit vom Störungswert ρ_Z und Kontrollrate δ_Z (Verkehrswert $\rho_B = 1,2$ bei $s = r = 3$)

Bild 7.7 Wahrscheinlichkeiten für Qualitätsausstoß P_Q , Ausschußproduktion P_A , Blockierung P_B in Abhängigkeit vom Störungswert ρ_Z und Kontrollrate δ_Z (Verkehrswert $\rho_B = 3,6$ bei $s = r = 3$)

ausgedrückt, die mittlere Zeit einer Instandsetzung muß ≤ 10 h betragen. Der Wert für β_Z verschiebt sich mit steigendem ϱ_B/s (steigende Verkehrsbelastung) auf etwa $\beta_Z \approx \lambda_Z \cdot 10^2$.

2. Der Verkehrswert ϱ_B (oder das Verhältnis ϱ_B/s) bestimmt den absoluten Ausstoß. Dieser steigt absolut mit höherem ϱ_B , während der Anteil P_A der Ausschußproduktion am Gesamtausstoß (Wahrscheinlichkeit $P_A + P_Q$) praktisch unabhängig von ϱ_B bei festem s ist (Bild 7.8).

Bild 7.8 Relativer Anteil der Ausschußproduktion P_A an der Gesamtproduktion $P_A + P_Q$ in Abhängigkeit vom Störungswert ϱ_Z und Kontrollrate σ_Z ($\varrho_B = 1,2 \dots 6,0$; $s = r = 3$)

Tabelle 7.4 Planungshinweise für den Inspektionszyklus bei einem $s = 3$ kanaligen Maschinensystem mit stochastischer Ausschußproduktion im Störfall

Kriterium: $P_A \lesssim 2\%$ Ausschußproduktion		
ϱ_B	ϱ_Z	σ_Z/λ_Z
$\leq 3,0$	$\leq 5 \cdot 10^{-2}$	≥ 25
	$> 5 \cdot 10^{-2}$	≥ 50
$> 3,0$	$\leq 5 \cdot 10^{-2}$	≥ 25
	$> 5 \cdot 10^{-2}$	≥ 100

mittlere Inspektionszykluszeit $= 1/\sigma_Z$;
Ausfallrate λ_Z ; Instandsetzungsrate β_Z ;
 $\varrho_Z = \lambda_Z/\beta_Z$; Verkehrswert ϱ_B

3. Die Kontrollrate σ_Z hat entscheidenden Anteil an der Differenzierung des Ausstoßes in Qualitäts- und Ausschußproduktion, und zwar um so mehr, je höher ϱ_Z ist. Vergleichsweise geringen Einfluß hat dagegen die Anzahl r der Instandhaltungskollektive bei Störungswerten $\varrho_Z \leq 10^{-2}$.

4. Für den genauer untersuchten Fall von $s = 3$ Maschinen lassen sich die in Tabelle 7.4 gezeigten Planungshinweise für den Kontrollzyklus in Abhängigkeit vom Verkehrswert ϱ_B , vom Störungswert ϱ_Z und der Ausfallrate λ_Z ablesen. σ_Z muß um 25- bis 100fach größer als λ_Z sein!

5. Im Vergleich zwischen den Kenngrößen der Leistungsfähigkeit und des Leistungsverhaltens (Tabelle 7.2) zeigt sich, daß die absoluten Kenngrößen der Leistungsfähigkeit (wie mittlere Anzahl intakter Maschinen) stets größer sind als die entsprechenden Kenngrößen des Leistungsverhaltens (wie mittlere Anzahl Qualität produzierender Maschinen). Dagegen verhalten sich die Funktionsgüten

umgekehrt. Das ist zu erwarten, weil in der Leistungsfähigkeit keine Pausenzeiten des Forderungenstromes berücksichtigt werden.

Während die Funktionsgüte G_D der Leistungsfähigkeit mit steigender Anzahl s der Kanäle und Anzahl r der Instandhalter sowie mit fallendem Störungswert θ_Z nur mäßig wächst, ist sie insbesondere von der Kontrollrate ϕ_Z abhängig.

Die Funktionsgüte G_{Mt} des Leistungsverhaltens ist ebenfalls hauptsächlich eine Funktion des Kontrollzyklus.

6. Im Vergleich der Tabellenteile 7.3.3. und 7.3.4. sowie 7.3.5. und 7.3.6. der Tabelle 7.3 zeigt sich beim Übergang von $r = 9$ zu $r = 1$ Instandhaltungskollektiven (bei ansonsten gleichen Voraussetzungen) ein Widerspruch bei G_D und G_{Mt} (Fall $\phi_Z = 1/24$). Die numerische Unstimmigkeit ist auf das Modellierungsprinzip der separaten Bedienungs- und Zuverlässigkeitsaspekte zurückzuführen, die nur durch ein einheitliches Modell überwunden werden kann (vgl. Kapitel 8. und Abschn. 9.3.).

8. Einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle

8.1. Einführung

In Kapitel 3. wurden die Trends der Modellentwicklung für komplizierte Systeme aufgezeigt. Zuverlässigkeitsmodelle wurden um den Aspekt der Leistungsfähigkeit und Bedienungsmodelle um den Aspekt der Zuverlässigkeit ergänzt, um bezüglich des für die Produktionsvorbereitung und -durchführung wichtigen Leistungsverhaltens wirklichkeitsnahe Modelle zu erhalten.

Das auf der Basis monotoner Mehrzustandsmodelle entwickelte Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell stellt ein praktikables Instrumentarium für die Untersuchung der Leistungsfähigkeit kompliziert strukturierter Systeme dar (vgl. Kapitel 5.). Zur Berücksichtigung verschiedener realitätsnaher Abhängigkeiten wurden im Kapitel 6. Modelle vorgestellt, die Leistungsfähigkeitsaussagen für Systeme gestatten, bei denen die Leistungsfähigkeit infolge komplizierter Ausfall- und Instandhaltungsmechanismen verschiedene Niveaus annehmen kann. Aussagen zum Leistungsverhalten sind mit diesen Zuverlässigkeitsmodellen nur durch Kombination mit Modellen des Leistungsverhaltens erzielbar. Ein für mehrwertige Bedienungs- oder/und Zuverlässigkeitsmodelle praktikabler Weg wurde im Kapitel 7. demonstriert. Die dabei angewandte separate Modellierung des Bedienungs- und Zuverlässigkeitsaspekts mit anschließender numerischer Verknüpfung der Kenngrößen wurde mit ihrem hervorstechenden Vorteil der Praktikabilität und ihren Nachteilen, insbesondere wegen des approximativen Modellansatzes, im Kapitel 7. bewertet.

Auf der Suche nach exakten Lösungen entstanden die im Kapitel 9. zu behandelnden Methoden der Rückführung auf Modelle mit absolut zuverlässigen Kanälen und schließlich die hier im Kapitel 8. vorzustellenden einheitlichen Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle. Deren Eigenschaft ist es, daß mit ihnen eine exakte Modellierung aller bedienungs- und zuverlässigkeitstheoretischen Aspekte prinzipiell möglich ist, indem der Zustand des Systems (neben eventuell anderen Merkmalen) auf jeden Fall durch beide Aspekte charakterisiert wird. Es ist auch (im Gegensatz zu allen anderen Verfahren) möglich, alle in der Störungssystematik (s. Abschn. 2.3.) behandelten Zuverlässigkeitsaspekte und alle üblichen Bedienungssysteme prinzipiell zu modellieren. Gerade deshalb stößt die Methode aber schnell an die Grenzen der Praktikabilität, weil die Anzahl der Zustände mit jeder neuen Besonderheit progressiv wächst.

Die bisher mit dieser Methode erzielten Ergebnisse basieren auf Markov-Modellen, die zwar prinzipiell die Gedächtnislosigkeit der Prozesse voraussetzen, in einigen Fällen über Unempfindlichkeitsuntersuchungen jedoch verallgemeinert werden können. Oftmals liegt mit der Methode der Rückführung auf Modelle mit absolut zuverlässigen Kanälen (s. Abschn. 9.2.) eine wesentlich praktikablere Lösung vor, die jedoch einige Detailaussagen nicht zuläßt.

Nunmehr werden einige der einheitlichen Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle vorgestellt.

In breitem Maße hat KISTNER [8.1] die Möglichkeiten einheitlicher Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle demonstriert, wobei bis auf wenige Ausnahmen $M/M/1/\infty$ - $M/M/1$ -Systeme mit verschiedensten Störungsarten untersucht wurden. Die hier verwendete erweiterte KENDALL-Symbolik geht auf [8.2] zurück (s. Symbolverzeichnis).

In der Regel werden geschlossene Lösungen der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten und aggregierter Kenngrößen gesucht. Diese liegen nur für 1kanalige Systeme mit Stauraum bei verschiedenen Störungsarten, für einige spezielle 2kanalige störanfällige Wartesysteme [8.1] und für einige mehrkanalige Verlustsysteme vor. Alle anderen Systeme können aber durch Aufstellen des Markov-Graphen, der Übergangsmatrix und Lösen des linearen homogenen Gleichungssystems behandelt werden. Diesbezüglich wird auf [8.3, 8.4] verwiesen.

8.2. Einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle mit expliziten Lösungen

8.2.1. Das $M/M/1-m-M/M/1$ -Modell

Erstens: Technologische Modellvoraussetzungen

1. Das Bedienungssystem besteht aus $s = 1$ störanfälligem Kanal und m , $0 < m \leq \infty$, Warteplätzen.
2. Der Bedienungskanal wird stochastisch gestört. Die Störung des Kanals entspricht dem Totalausfall des Systems. Eine von der Störung unterbrochene Bedienung wird nach der Instandsetzung des Kanals fortgeführt. Die betroffene Forderung verbleibt während der gesamten Ausfalldauer im Kanal.
3. Es kann nur eine einzige Störung den Kanal blockieren, d.h., während der Ausfalldauer ist der Störungsprozeß gestoppt.
- 4.1 Störungen können nur am arbeitenden Kanal eintreten. Die Kurzcharakteristik der Störung nach der Systematik in Abschnitt 2.3. lautet demnach: E 23, A 21, B 22, B 42, B 51, S 1, I 21.
Oder als alternative Voraussetzung 4.2:
- 4.2 Störungen können unabhängig vom Kanalzustand eintreffen; dann lautet die Kurzcharakteristik: E 1, A 21, B 22, B 42, B 51, S 1, I 21.
5. Ist der Kanal (durch die laufende Bedienung oder durch den Ausfall) blockiert, kann eine eintreffende Forderung einen der Warteplätze m einnehmen. Sind im Warte-Verlust-Modell ($m < \infty$) alle $(m + 1)$ -Systemplätze belegt, geht die Forderung verloren.

Zweitens: Beispiele

1. In einem automatischen Stückguttransportsystem seien die Stückgüter die Forderungen, die Transportelemente die Bedienungskanäle. Die möglicherweise auftretenden Störungen unterbrechen den Transportprozeß. Die Stückgüter verbleiben im gestörten Kanal (z. B. Rollenbahn, Drehtisch, Regalbediengerät); ($m \ll \infty$).
2. Maschinenausfälle bei 1kanaligen Arbeitsplätzen in der metallverarbeitenden Industrie ($m \rightarrow \infty$).
3. Unterbrechung einer Zugfahrt durch Fahrdrahtschaden, Schienenbruch u. ä. ($m \rightarrow \infty$).

Bild 8.1
Markov-Graph für
ein 1kanaliges
Bedienungssystem
mit stochastisch
unterbrechenden
Störungen

- $k = 0$ Wartesystem,
 $k = 1$ Warte/Verlust-System mit m Warteplätzen,
 $c = 0$ Kanal fällt belastungsunabhängig aus,
 $c = 1$ Kanal fällt belastungsabhängig aus (Zustand $(0, 1)$ entfällt)

Drittens: Mathematische Voraussetzungen (vgl. Bild 8.1)

1. Der eintreffende Forderungenstrom ist homogen und Poissonsches mit Rate λ_B .
2. Bedienungs-, Lebens- und Ausfalldauer sind voneinander unabhängige, exponentiell mit den Parametern μ_B , λ_Z , μ_Z verteilte Zufallsgrößen T_B , T_L , T_{SB} . Diese Zufallsgrößen sind auch vom eintreffenden Forderungenstrom unabhängig.
3. Der Verkehrswert ist $\varrho_B = \lambda_B \cdot ET_B$; die Verfügbarkeit V_{De} des Kanals ist $V_{De} = (1 + \varrho_Z)^{-1}$ mit $\varrho_Z = ET_{SB}/ET_L$. Das Verhältnis $\nu = ET_{SB}/ET_B$ stellt den Niveauunterschied zwischen Bedienungs- und Instandhaltungsprozeß dar.
4. Die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten werden mit $P_{i,j}$ ($i = 0, 1, \dots, m+1$; $j = 0, 1$) bezeichnet, ihre Randverteilung $P_{\cdot,0} = \sum_i P_{i,0}$ und $P_{\cdot,1} = \sum_i P_{i,1}$. Damit ist $P_{\cdot,0} = V_{De}$ und $P_{\cdot,1} = (1 - V_{De})$.
5. Die Wahrscheinlichkeit $P_{i,\cdot}$, daß sich im System genau i Forderungen befinden, ist $P_{i,\cdot} = P_{i,0} + P_{i,1}$.

Viertens: Erläuterung des allgemeinen Modells

Das System kann bezüglich der im System verweilenden Forderungen die Zustände $i \in \{i = 0, 1, \dots, m+1\}$ mit $0 < m \leq \infty$ und bezüglich seiner Verfügbarkeit die Zustände $j \in \{j = 0, 1\}$ einnehmen. Allgemein ist das System mit der Zustandsbezeichnung (i, j) eindeutig bestimmt.

Übergänge sind nur zwischen benachbarten Zuständen möglich. Bild 6.1 zeigt den Markov-Graph für einen allgemeineren Fall, wobei gilt

- $c = 1$ belastungsabhängige Ausfälle (Störungssystematik E2),
 $c = 0$ belastungsunabhängige Ausfälle (Störungssystematik E1),
 $k = 1$ Warte-Verlust-System ($m < \infty$),
 $k = 0$ Warte-System ($m \rightarrow \infty$).

8.2.1.1. Lösungen für das Wartesystem $M/M/1/\infty - M/M/1$

Nachstehende Lösungen wurden von KISTNER [8.1] erarbeitet, ihre Nutzung und Auswertung erfolgten in [8.5] und [8.6], wo auch die Ableitung einer neuen Stationaritätsbedingung für das 1kanalige störanfällige Wartesystem gelang.

$$P_{0,0} = \frac{1 - \varrho_B(1 + \varrho_Z)}{1 + \varrho_Z} \quad \text{für } c = 0, \quad (8.1)$$

$$P_{\cdot,0} = (1 + \varrho_Z)^{-1} \quad \text{für } c = 0, \quad (8.2)$$

$$P_{.,1} = \varrho_Z / (1 + \varrho_Z) \quad \text{für } c = 0. \quad (8.3)$$

Die mittlere Anzahl der im System verweilenden Forderungen EL_V ist

$$EL_V = \frac{\varrho_B(1 + \varrho_Z + \varrho_Z \cdot \nu / (1 + \varrho_Z))}{1 - \varrho_B(1 + \varrho_Z)} \quad \text{für } c = 0, \quad (8.4)$$

$$P_{0,0} = 1 - \varrho_B(1 + \varrho_Z) \quad \text{für } c = 1, \quad (8.5)$$

$$P_{.,0} = 1 - \varrho_B \cdot \varrho_Z \quad \text{für } c = 1, \quad (8.6)$$

$$P_{.,1} = \varrho_B \cdot \varrho_Z \quad \text{für } c = 1, \quad (8.7)$$

$$EL_V = \frac{\varrho_B(1 + \varrho_Z + \varrho_B \varrho_Z \cdot \nu)}{1 - \varrho_B(1 + \varrho_Z)} \quad \text{für } c = 1. \quad (8.8)$$

Die von KISTNER hergeleiteten Größen (8.1) bis (8.8) zeigen den Unterschied zwischen einem belastungsunabhängigen ($c = 0$) zu einem belastungsabhängigen Lebensdauerverhalten. Die übliche statistische Erfassung der Verfügbarkeit V_{De} als Quotient der mittleren störungsfreien Zeit ET_L zur Summe aus ET_L und der mittleren Instandsetzungszeit ET_I ist nur dann richtig, wenn entweder das Lebensdauerverhalten belastungsunabhängig ist oder, wenn das nicht zutrifft, aus der Zeit T_L diejenigen Zeiteile herausgehalten werden, in denen der Kanal nicht belegt war (vgl. Abschn. 6.2.3.). Die Ausdrücke (8.2) und (8.3) entsprechen der üblichen Berechnungsweise der Verfügbarkeit $V_{De} = (1 + \varrho_Z)^{-1}$ bzw. der Nichtverfügbarkeit $1 - V_{De} = \varrho_Z / (1 + \varrho_Z)$ im Falle belastungsunabhängigen Lebensdauerverhaltens. Die belastungsabhängige Verfügbarkeit $\hat{V}_{De}$ ergibt sich aus (8.6) zu

$$\hat{V}_{De} = \frac{V_{De} - \varrho_B(1 - V_{De})}{V_{De}} > V_{De}, \quad (8.9)$$

wobei der Subtrahend im Zähler die anteilige Wahrscheinlichkeit angibt, daß der Kanal (zeitlich) nicht zur Verfügung steht und gleichzeitig benutzt werden soll. Aus (8.9) erkennt man, daß die Nichtbeachtung der Belastungsabhängigkeit zu einer pessimistischen Verfügbarkeitsaussage führt.

Aus den Ausdrücken (8.4) und (8.8) in Verbindung mit (8.2) und (8.6) oder (8.3) und (8.7) erhält man eine neue Nichtkritizitätsbedingung für das hier behandelte Wartesystem mit einem störanfälligen Kanal:

In jedem Falle muß gelten

$$1 - \varrho_B(1 + \varrho_Z) > 0. \quad (8.10)$$

Daraus ergibt sich die Nichtkritizitätsbedingung

$$\varrho_B < V_{De} \leq 1. \quad (8.11)$$

Bedingung (8.11) bedeutet, daß die Wahrscheinlichkeit für die Arbeitsfähigkeit des Kanals zwar kleiner, höchstens gleich 1 ist, aber größer als die Belegungswahrscheinlichkeit durch eine Forderung sein muß, sonst würde die Warteschlange

über alle Grenzen wachsen. (8.11) gilt für belastungsabhängige und -unabhängige Lebensdauer. Im Falle belastungsabhängiger Lebensdauer ($c = 1$) gilt für die mittlere Anzahl EL_W wartender Forderungen [8.7]

$$EL_W = EL_V - \varrho_{m,u} \quad (c = 1) \quad (8.12)$$

mit

$$\varrho_{m,u} = \lambda_B \cdot ET_{Bm,u} = \varrho_B (1 + \varrho_Z). \quad (8.13)$$

Ausdruck (8.13) entspricht einem modifizierten Verkehrswert, der im Abschnitt 9.2. begründet wird.

Aus (8.12) und (8.13) in Verbindung mit (8.8) erhält man

$$EL_W = \frac{\varrho_B^2 ((1 + \varrho_Z)^2 + \varrho_Z \cdot \nu)}{1 - \varrho_B (1 + \varrho_Z)}. \quad (8.14)$$

(8.14) ist exakt und stimmt mit dem Ergebnis einer anderen, im Abschnitt 9.2. eingeführten Modellierung vollkommen überein.

Nunmehr erfolgt die Berechnung einer zulässigen Dauer-Nichtverfügbarkeit $\bar{V}_{Dzul}$ des Bedienungskanals. Kriterium sei ein zulässiger ε -facher Zuwachs der mittleren Anzahl EL_V der im System verweilenden Forderungen [8.5], der durch den Störungs- und Instandhaltungsprozeß entsteht. Es gelte

$$EL_V^{(Z)} / EL_V^{(U)} \leq 1 + \varepsilon, \quad (8.15)$$

wobei $EL_V^{(U)}$ bzw. $EL_V^{(Z)}$ die entsprechenden EL_V -Werte bei absolut zuverlässigem Kanal (Z) bzw. bei unzuverlässigem Kanal (U) sind. Wegen

$$EL_V^{(U)} = \varrho_B / (1 - \varrho_B) \quad (8.16)$$

in Verbindung mit (8.8) erhält man bei belastungsabhängiger Lebensdauer nach (8.6)

$$\bar{V}_{Dzul} = \frac{\varrho_B \cdot \varepsilon (1 - \varrho_B)}{1 + \varrho_B (\nu - \varrho_B \cdot \nu + \varepsilon)}. \quad (8.17)$$

Mit (8.17) verfügt man über eine Beziehung, in der die zulässige Nichtverfügbarkeit als explizite Größe erscheint. In Tabelle 8.1 wird (8.17) in Abhängigkeit vom Verkehrswert ϱ_B , dem Niveauunterschied ν zwischen Instandhaltungs- und Bedienungsprozeß sowie dem zulässigen Zuwachs ε der mittleren Anzahl EL_V der im System verweilenden Forderungen ausgewertet.

Bild 8.2 zeigt die Ergebnisse in graphischer Form. Bild 8.3 gibt Ausdruck (8.8) wieder.

Die Bilder 8.3 und 8.4 zeigen außerdem den Variationskoeffizient $V(l_V)$ und den Spitzenfaktor $\psi_{95}(l_V)$ der Anzahl l_V gleichzeitig im System verweilender Forderungen, die allerdings nur aus den in [8.1] und in anderer Form mit (8.18) angegebenen stationären Zustandswahrscheinlichkeiten zu ermitteln sind.

Im Vergleich aller Lösungen und der numerischen Auswertungen kann geschlußfolgert werden:

Bild 8.2
Zulässige Dauer-Nichtverfügbarkeit $\bar{V}_{Dzul}$ in Abhängigkeit vom störungsbedingten Schlangenlängenzuwachs im $M/M/1/\infty - M/M/1$ -Wartesystem mit belastungsabhängigen unterbrechenden Störungen

Erstens: Die von KISTNER (8.1) hergeleitete Kenngröße EL_V im Fall belastungsabhängiger Lebensdauer ist identisch mit der mit einem im Abschnitt 9.2. vorzustellenden einfacheren Verfahren hergeleiteten. Dagegen sind die exakten Zustandswahrscheinlichkeiten nur aus dem einheitlichen Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodell ableitbar.

Zweitens: Die Unterschiede zwischen belastungsunabhängiger und belastungsabhängiger Lebensdauer führen praktisch nur zu geringen Differenzen der zulässigen Nichtverfügbarkeiten. Die zulässige Dauer-Nichtverfügbarkeit $\bar{V}_{Dzul}$ wächst bei $\rho_B, \nu = \text{const.}$, annähernd proportional in ϵ , so daß lineare Interpolationen in Tabelle 8.1 möglich sind.

Drittens: Auf die Höhe von $\bar{V}_{Dzul}$ hat der Verkehrswert ρ_B nur bedeutenden Einfluß, wenn $\nu \gg 10$. Da in praktischen Fällen $\nu \gg 10$ gilt, ist ν fast ausschließlich für den Schlangenlängenzuwachs verantwortlich. Das bedeutet wiederum, daß allein die Verfügbarkeit des Kanals nicht hinreicht, um die Prozeßqualität einzuschätzen. Vielmehr ist anzustreben, daß ν klein wird.

Bild 8.3

Mittlere Anzahl EL_v der im störanfälligen System $M/M/1/\infty - M/M/1$ verweilenden Forderungen (a) und Variationskoeffizient $V(l_v)$ bei $q_B = 0,5$ (b) in Abhängigkeit vom Niveauunterschied ν zwischen Instandhaltungs- und Bedienungsprozeß sowie vom Störungswert q_z

Bild 8.4
Spitzenfaktor $\Psi_{95}(l_V)$
der im M/M/1/ ∞ -
M/M/1-Wartesystem
mit belastungsabhän-
gigen, unterbrechen-
den Störungen verwei-
lenden Forderungen l_V
in Abhängigkeit vom
Störungswert ϱ_Z und
vom Niveauunter-
schied ν

8.2.1.2. Lösung für das M/M/1/m-M/M/1-Warte-/Verlustsystem mit belastungsabhängiger Lebensdauer

Es gelten alle im Abschnitt 8.2. genannten Voraussetzungen, zusätzlich wird nur die Warteschlangenlänge zu $m < \infty$ begrenzt.

Es werden die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten für den Fall belastungsabhängiger Lebensdauer aus [8.6] angegeben, die aus Bild 8.1 nach Lösung der Kolmogoroffschen Gleichungen für die Zustände (i, j) , $i = 0(1) m + 1$; $j = 0, 1$ (wegen $c = 1$ Zustand $(0, 1)$ nicht existent), hergeleitet wurden:

$$P_{i,0} = \varrho_B \cdot P_{i-1}, \quad \text{für } 1 \leq i \leq m+1, \quad (8.18I)$$

$$P_{1,1} = \frac{\varrho_B \cdot \varrho_Z}{1 + \varrho_B \cdot \nu} \cdot P_{0,0}, \quad (8.18II)$$

Tabelle 8.1 Zulässige Dauer-Nichtverfügbarkeit $\bar{V}_{Dzul}$ im M/M/1-M/M/1- ∞ Wartesystem mit stochastischen, belastungsabhängigen, unterbrechenden Störungen in Abhängigkeit vom Verkehrswert ϱ_B , Niveauunterschied ν und Schlängenzuwachs

	$\varepsilon = 10\%$	$\varepsilon = 20\%$	$\varepsilon = 50\%$	$\varepsilon = 70\%$	$\varepsilon = 100\%$	$\varepsilon = 150\%$
$\varrho_B = 0,9$ $\nu = 10$	$7,6 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$2,9 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$5,5 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,7$ $\nu = 10$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$3,1 \cdot 10^{-2}$	$6,7 \cdot 10^{-2}$	$8,6 \cdot 10^{-2}$	0,11	0,14
$\varrho_B = 0,5$ $\nu = 10$	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-2}$	$8,3 \cdot 10^{-2}$	0,11	0,14	0,19
$\varrho_B = 0,9$ $\nu = 10$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$8,6 \cdot 10^{-3}$	$1,9 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-2}$	$3,2 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,7$ $\nu = 10$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$3,0 \cdot 10^{-2}$	$4,1 \cdot 10^{-2}$	$5,5 \cdot 10^{-2}$	$7,6 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,5$ $\nu = 10$	$7,0 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$	$3,3 \cdot 10^{-2}$	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$6,2 \cdot 10^{-2}$	$8,8 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,9$ $\nu = 35$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$4,2 \cdot 10^{-3}$	$9,8 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$1,8 \cdot 10^{-2}$	$2,1 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,7$ $\nu = 35$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$4,9 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$2,3 \cdot 10^{-2}$	$3,4 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,5$ $\nu = 35$	$2,6 \cdot 10^{-3}$	$5,1 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	$2,4 \cdot 10^{-2}$	$3,6 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,9$ $\nu = 100$	$8,9 \cdot 10^{-4}$	$1,8 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	$5,9 \cdot 10^{-3}$	$8,3 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,7$ $\nu = 100$	$9,5 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$4,7 \cdot 10^{-3}$	$6,5 \cdot 10^{-3}$	$9,25 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$
$\varrho_B = 0,5$ $\nu = 100$	$9,6 \cdot 10^{-4}$	$1,9 \cdot 10^{-3}$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$6,6 \cdot 10^{-3}$	$9,4 \cdot 10^{-3}$	$1,4 \cdot 10^{-2}$

mit

$$P_{i,1} = \frac{\varrho_B}{x} \left[(\varrho_Z + \nu) P_{i-1,.} - \varrho_B \cdot \nu \cdot P_{i-2,.} \right],$$

(8.18III)

$$x = \begin{cases} 1 + \varrho_B \cdot \nu & \text{für } 2 \leq i < m+1 \\ 1 & \text{für } i = m+1; i \geq 2. \end{cases}$$

(8.18IV)

Unter Beachtung der Normierungsbedingung

$$\sum_{i=0}^{m+1} \sum_{j=0}^1 P_{i,j} = 1$$

(8.18V)

und der Beziehung $P_{i,.} = P_{i,0} + P_{i,1}$ sind die Zustandswahrscheinlichkeiten vollständig bestimmt.

Bemerkung: Im Falle belastungsunabhängiger Lebensdauer unterscheidet sich lediglich $P_{1,1}$ von den hier genannten Ausdrücken (8.18); (s. [8.5]).

Beispiel 8.1: Transportsystem mit Umfahrmöglichkeit
Eine Weiche in einem Doppelbahnkreisfördersystem wird als Bedienungskanal auf-

gefaßt, die Stückgüter seien die Forderungen und die vorgelagerten Streckenabschnitte die Wartepplätze m . Entgegen der Fahrtrichtung existiert ein Abzweig, der es ermöglicht, die eventuell ausfallende Weiche zu umfahren, so daß m begrenzt ist.

Es ist die Wahrscheinlichkeit zu bestimmen, daß die betrachtete Weiche und die m Wartepplätze mit Lastenträgern (Forderungen) belegt sind, so daß die Umfahrung genutzt werden muß. Die mittlere störungsfreie Arbeitszeit der Weiche ET_L betrage 66,67 h, die mittlere Instandsetzungszeit ET_I betrage $3\frac{1}{3}$ h, die mittlere Belegungszeit ET_B der Weiche im ungestörten Zustand sei 1 min, und der mittlere Ankunftsabstand ET_A der Forderungen betrage $1\frac{1}{4}$ min. Die Anzahl m der Wartepplätze sei begrenzt mit $m = 3$.

Aus den Angaben ergeben sich zunächst

$$\varrho_B = ET_B/ET_A = 0,8,$$

$$\varrho_Z = ET_I/ET_L = 0,05,$$

$$\nu = ET_I/ET_B = 200.$$

Tabelle 8.2 Numerisches Beispiel für ein System mit belastungsabhängigen unterbrechenden Störungen und begrenzter Schlangenlänge: $M/M/1/3-M/M/1$

$\varrho_B = 0,8;$	$\varrho_Z = 0,05;$	$\nu = 200;$	$m = 3$
$P_{1,0} = 0,8 \cdot P_{0,0};$	$P_{1,1} = 2,48 \cdot 10^{-4} \cdot P_{0,0};$		$P_{1,.} = 0,8002 \cdot P_{0,0}$
$P_{2,0} = 0,6402 \cdot P_{0,0};$	$P_{2,1} = 4,45 \cdot 10^{-4} \cdot P_{0,0};$		$P_{2,.} = 0,6406 \cdot P_{0,0}$
$P_{3,0} = 0,5125 \cdot P_{0,0};$	$P_{3,1} = 6,02 \cdot 10^{-4} \cdot P_{0,0};$		$P_{3,.} = 0,5131 \cdot P_{0,0}$
$P_{4,0} = 0,4105 \cdot P_{0,0};$	$P_{4,1} = 0,1169 \cdot P_{0,0};$		$\sum_{i=1}^4 P_{i,.} = 2,48136 \cdot P_{0,0}$
$P_{0,0}^{-1} = 1 + 2,48136;$	$P_{0,0} = 0,2872$		
$P_{1,.} = 0,2299$			
$P_{2,.} = 0,1840$			
$P_{3,.} = 0,1474$			
$P_{4,.} = 0,1515$			

Die mittlere Zahl der im System verweilenden Forderungen beträgt $EL_V^{(U)} = \sum_{i=1}^4 i \cdot P_{i,.} = 1,65$ (im ungestörten Fall $EL_V^{(Z)} = 1,57$), die Verlustwahrscheinlichkeit $P_{4,.} = 0,1515$ (im ungestörten Fall 0,1218). Bezüglich der Verlustwahrscheinlichkeit tritt eine Qualitätsminderung durch das Störungs- und Instandhaltungsgeschehen von rd. 25 % auf.

In Tabelle 8.2 werden die Zustandswahrscheinlichkeiten $P_{i,j}$ ($i = 0, 1, 2, 3, 4$; $j = 0, 1$) berechnet. Man erkennt, daß mit Wahrscheinlichkeit $P_{4,.} = 0,1515$ alle Systemplätze belegt sind (im Gegensatz zur absolut zuverlässigen Weiche mit $P_4 = 0,1218$). Es tritt durch das Störungs- und Instandhaltungsgeschehen eine Qualitätsminderung in Form zusätzlicher Transporte von rund 25 % ein. Die Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten nach (8.18) ist für dieses kleine Beispiel ohne weiteres per Taschenrechner und für große Beispiele mit einem sehr einfachen Rechenprogramm realisierbar. Die Lösungen (8.18) sind auch geeignet, die Zustandswahrscheinlichkeiten eines reinen Wartesystems zu berechnen. Dazu kann man, ohne die Normierungsbedingung (8.18V) explizit zu beachten, sofort

Tabelle 8.3 M/M/1/∞-M/M/1-System

Ausgangsdaten: $\rho_B = 0,8$; $\rho_Z = 0,05$; $\nu = 200$

$P_{1,0} = 0,8 \cdot P_{0,0}$	$P_{1,1} = 2,48 \cdot 10^{-4} P_{0,0}$	$P_{1,.} = 0,8002 \cdot P_{0,0}$
$P_{2,0} = 0,6402 \cdot P_{0,0}$	$P_{2,1} = 4,45 \cdot 10^{-4} P_{0,0}$	$P_{2,.} = 0,6406 \cdot P_{0,0}$
$P_{3,0} = 0,5125 \cdot P_{0,0}$	$P_{3,1} = 6,02 \cdot 10^{-4} P_{0,0}$	$P_{3,.} = 0,5131 \cdot P_{0,0}$
$P_{4,0} = 0,4105 \cdot P_{0,0}$	$P_{4,1} = 7,26 \cdot 10^{-4} P_{0,0}$	$P_{4,.} = 0,4112 \cdot P_{0,0}$
$P_{5,0} = 0,3290 \cdot P_{0,0}$	$P_{5,1} = 8,24 \cdot 10^{-4} P_{0,0}$	$P_{5,.} = 0,3298 \cdot P_{0,0}$
$P_{6,0} = 0,2638 \cdot P_{0,0}$	$P_{6,1} = 9,00 \cdot 10^{-4} P_{0,0}$	$P_{6,.} = 0,2647 \cdot P_{0,0}$
$P_{7,0} = 0,2118 \cdot P_{0,0}$	$P_{7,1} = 9,60 \cdot 10^{-4} P_{0,0}$	$P_{7,.} = 0,2128 \cdot P_{0,0}$
$P_{8,0} = 0,1702 \cdot P_{0,0}$	$P_{8,1} = 1,01 \cdot 10^{-3} P_{0,0}$	$P_{8,.} = 0,1712 \cdot P_{0,0}$
		$P_{0,0} = 0,16$

$$\sum_{i=0}^8 P_{i,.} = 0,695; \quad EL_V = 45,25; \quad EL_W = 44,41$$

$$\text{Im ungestörten Fall ist } \sum_{i=0}^8 P_{i,.} = 0,8658; \quad EL_W = 3,2; \quad EL_V = 4,0$$

$P_{0,0}$ aus (8.5) verwenden und rekursiv eine beliebig große Anzahl i von $P_{i,j}$ berechnen. Der prinzipielle Werdegang wird mit Beispiel 8.2 in Tabelle 8.3 gezeigt. Es sei darauf hingewiesen, daß die ersten i , $i = 1, 2, 3$, Zustandswahrscheinlichkeiten aus Tabelle 8.2 übernommen werden können.

Beispiel 8.2: Fortführung Beispiel 8.1

Nunmehr soll ein theoretisch unendlich großer Warteraum vorausgesetzt werden. Es wird gefragt, mit welcher Wahrscheinlichkeit mehr als 8 Forderungen im System verweilen. Tabelle 8.3 zeigt die einzelnen Zustandswahrscheinlichkeiten. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,305 verweilen mehr als 8 Forderungen im System. Im ungestörten Betrieb verweilen mehr als 8 Forderungen lediglich mit Wahrscheinlichkeit 0,134.

Die Rechnungen vereinfachten sich wegen expliziter Nutzbarkeit der Leerwahrscheinlichkeit nach (8.5).

8.2.2. Das M/M/s/0-M/M/r-Modell

Erstens: Technologische Modellvoraussetzungen

1. Das Bedienungssystem bestehe aus $s \geq 1$ identischen, störanfälligen, parallel angeordneten, gleich erreichbaren Kanälen, denen kein Stauraum vorgelagert ist, und r , $1 \leq r \leq s$, unabhängigen Instandhaltungskollektiven.
2. Die Bedienungskanäle werden stochastisch gestört. Eine von der Störung unterbrochene Bedienung wird nach Instandsetzungsende des Kanals fortgeführt. Die betroffene Forderung verbleibt während der gesamten Ausfalldauer im Kanal. (Diese Voraussetzung hat auf die numerischen Ergebnisse wenig Einfluß, so daß auch andere Voraussetzungen getroffen werden könnten, ohne die Ergebnisse wesentlich zu verändern, solange die Störungen vom Typ S1 sind, also blockierend wirken.)
3. Es kann nur eine einzelne Störung den arbeitenden Kanal blockieren, d.h., während der Ausfalldauer ist der Störungsprozeß gestoppt.

4. Jeder der r identischen, unabhängigen Instandhalter erneuert jeweils einen Kanal. Sobald mehr als r Kanäle gleichzeitig ausgefallen sind, treten Wartezeiten auf Instandhaltungsbeginn auf, die die Kanäle zusätzliche Zeit blockieren.
5. Sind alle Bedienungskanäle belegt (durch Bedienungs- oder Ausfalldauer), werden weitere Forderungen vom System abgewiesen.
6. Damit ist die Kurzcharakteristik entsprechend Störungssystematik zu treffen:
E 23, A 21, B 22, B 42, B 51, S 1, I 21.

Zweitens: Anwendung

Das Modell ist wegen seiner einfachen Lösbarkeit als approximatives Modell für andere Störungsarten des Typs S 1 gut geeignet (vgl. [8.9]).

Drittens: Mathematische Voraussetzungen

1. Der Forderungenstrom sei Poissonsches mit Rate $\lambda_B = 1/ET_A$.
2. Die Bedienungszeit T_B , die störungsfreie Arbeitszeit T_L und die Instandsetzungsdauer T_I sind untereinander und von ET_A unabhängige exponentialverteilte Zufallsgrößen mit Raten $\mu_B = 1/ET_B$; $\lambda_Z = 1/ET_L$; $\beta_Z = 1/ET_I$.

Bild 8.5 Markov-Graph für das offene M/M/s/0-M/M/r-Verlustsystem mit $s \geq 1$ Bedienungskanälen und r , $1 \leq r \leq s$, unabhängigen Instandhaltungskollektiven; Kanäle können im arbeitenden Zustand gestört werden; Forderung verbleibt während Ausfalldauer im blockierten Kanal

3. Der Verkehrswert ist $\varrho_B = ET_B/ET_A$ und der Störungswert $\varrho_Z = ET_I/ET_L$, d.h., die Verfügbarkeit V_{De} des einzelnen Kanals ist $V_{De} = (1 + \varrho_Z)^{-1}$, womit klar ist, daß Wartezeiten auf Instandhaltungsbeginn zwar das Leistungsverhalten, nicht aber die Leistungsfähigkeit des Systems beeinflussen.

Der Markov-Graph im Bild 8.5 wird durch die Zustände (i, j) und die mit den Raten belegten Übergänge charakterisiert, wobei (i, j) jenen Zustand anzeigt, bei dem von s Kanälen i belegt und davon j ausgefallen sind.

Viertens: Lösung der Zustandswahrscheinlichkeiten und anderer aggregierter Größen im allgemeinen Modell (Bild 8.5)

Die Herleitung der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten $P_{i,j}$ erfolgte in [8.9]. Die Ergebnisse werden in rekursiver Form wiedergegeben:

$$P_{i,j} = \begin{cases} P_{i-1,j} \cdot \lambda_B / S(i) & \text{für } i, j \leq s \text{ und} \\ P_{i,j-1} \cdot A(i) / I_j & \text{für } i \geq j \end{cases} \quad (8.19I)$$

mit

$$A(i) = (i - j + 1) \cdot \lambda_Z, \quad (8.19II)$$

$$S(i) = (i - j) \mu_B, \quad (8.19III)$$

$$I_j = \beta_Z \cdot \min(r, j) \quad (8.19IV)$$

mit s Bedienungskanälen und r , $1 \leq r \leq s$, Instandhaltungskollektiven.

Aggregierte Größen sind z. B.

die Verlustwahrscheinlichkeit P_V mit

$$P_V = \sum_{j=0}^s P_{s,j}, \quad (8.20)$$

die Wahrscheinlichkeit für k arbeitende Kanäle P_k mit

$$P_k = \sum_{j=0}^{s-k} P_{j+k,j}, \quad (8.21)$$

die Wahrscheinlichkeit P_{Null} für Null-Output mit

$$P_{Null} = \sum_{j=0}^s P_{j,j}. \quad (8.22)$$

Beispiel 8.3: Verlustsystem $M/M/4/0-M/M/1$ mit belastungsabhängigen, unterbrechenden und blockierenden Störungen

Aus dem allgemeinen Markov-Graph wird Bild 8.6 spezifiziert. Die dort angegebenen Lösungen der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten $P_{i,j}$ sowie der aggregierten Größen ergeben sich aus den Ausdrücken (8.19) bis (8.22).

Zahlenbeispiel: $\varrho_B = 3,0$; Dauerverfügbarkeit $V_{De} = 0,9524$; daraus:

$$\varrho_Z = (1 - V_{De}) / V_{De} = 0,05.$$

Man erhält

$$P_{0,0} = 0,053966, \quad P_V = 0,2246, \quad P_{Null} = 0,06348$$

und im Vergleich mit einem System, dessen Kanäle nicht störanfällig wären:

$$P_0 = 0,06107, \quad P_V = 0,20611, \quad P_{Null} = P_0.$$

$(i,j) \hat{=}$ i belegte Kanäle, davon
 j ausgefallen

Bild 8.6 Markov-Graph für das offene M/M/4/0-M/M/1-Verlustsystem mit stochastisch, die Kanalbedienung unterbrechenden Störungen; die Forderungen verbleiben während der Ausfalldauer im blockierten Kanal

Im stör anfälligen System ist die Leerwahrscheinlichkeit $P_{0,0}$ kleiner als im nicht-stör anfälligen System, weil die Störungen zusätzliche Belegungen der Kanäle verursachen, die selbstverständlich unproduktiv sind.

Die Funktionsgüte G_{Mt} bezüglich des momentanen Leistungsverhaltens beträgt entsprechend Ausdruck (2.20) $G_{Mt} = (1 - 0,2246)/(1 - 0,2061) = 0,9767$.

$(i,j) \hat{=}$ i belegte Kanäle, davon
 j ausgefallen

Bild 8.7 Markov-Graph für das offene M/M/4/0-M/M/4-Verlustsystem mit stochastisch, die Kanalbedienung unterbrechenden Störungen; die Forderungen verbleiben während der Ausfalldauer im blockierten Kanal

Beispiel 8.4: Verlustsystem M/M/4/0-M/M/4 mit belastungsabhängigen, unterbrechenden und blockierenden Störungen

Im Vergleich zu Beispiel 8.3 sind alle Voraussetzungen erhalten geblieben, lediglich steht jetzt für jeden ausfallmöglichen Bedienungskanal s einer der r Instandhalter zur Verfügung ($s = r$), so daß interne Wartezeiten nicht auftreten.

Es ist zu prüfen, welcher Gütegewinn durch den Mehreinsatz an Instandhaltungskapazität zu erzielen ist. Wiederum sind an Daten gegeben:

$\varrho_B = 3,0$; Dauerverfügbarkeit $V_{De} = 0,9524$, daraus entsteht $\varrho_Z = 0,05$ (wie Beispiel 8.3). Man berechnet entsprechend Bild 8.7:

$$P_{0,0} = 0,054280, \quad P_V = 0,22267, \quad P_{Null} = 0,06306.$$

Damit erhält man eine Funktionsgüte $G_{Mt} = (1 - 0,22267)/(1 - 0,2061) = 0,9791$, also eine um 0,25 % höhere Güte als bei $r = 1$ Instandhaltungskollektiv. Der Gewinn ist bei diesem Beispiel bescheiden. Er wird aber offensichtlicher, je größer die Anzahl der Kanäle und je kleiner deren Verfügbarkeit ist.

Tabelle 8.4 zeigt einige weitere vergleichende Beispielrechnungen.

Tabelle 8.4 Numerische Beispiele für das M/M/4/0-M/M/r ($r = 1; 4$)-Verlustsystem mit belastungsabhängigen unterbrechenden Störungen bei $s = 4$ Bedienungskanälen und $r = 1$ bzw. $r = 4$ Instandhaltungskollektiven

Verkehrswert $\varrho_B = 2,0$; $V_{De} = (1 + \varrho_Z)^{-1}$ mit $\varrho_Z = 0 \dots \varrho_Z = 1$

Angaben zur Verlustwahrscheinlichkeit P_V als Folge der Belegung aller s Kanäle (durch Bedienung oder Ausfall) und Wahrscheinlichkeit P_{Null} für Nulloutput.

	$\varrho_Z = 0$	$\varrho_Z = 10^{-3}$	$\varrho_Z = 10^{-2}$	$\varrho_Z = 10^{-1}$	$\varrho_Z = 1$
$r = 1$	$P_V = 0,0952$	0,0954	0,0974	0,1214	0,5439
	$P_{Null} = 0,1429$	0,1429	0,1431	0,1471	0,3891
$r = 4$	$P_V = 0,0952$	0,0954	0,0973	0,1166	0,3107
	$P_{Null} = 0,1429$	0,1429	0,1431	0,1459	0,2039

8.2.3. Weitere einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle

Außer den 1kanaligen Wartesystemen und einigen 2kanaligen Wartesystemen bei KISTNER [8.1] liegen für folgende Modelle einfache Lösungen der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten vor:

- M/M/s/0-M/M/r-Verlustsystem mit Verlust produzierenden Störungen [8.10]
Das Modell ist etwas komplizierter als das im Abschnitt 8.2.2. behandelte und liefert bezüglich der numerischen Ergebnisse der Verlustwahrscheinlichkeit praktisch dieselben Resultate [8.9].
- geschlossenes Verlustmodell mit Q Quellen, s Bedienungskanälen, r Instandhaltungskräften $Q/M/M/s-M/M/r$, $1 \leq r \leq s$, mit belastungsabhängigen, unterbrechenden, blockierenden Störungen [8.11]

Der Lösungsalgorithmus ist analog dem offenen Modell unter Abschnitt 8.2.2.

- M/M/1/m-M/M/1 mit Verlust produzierenden Störungen [8.12].

8.3. Einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle, für die numerische Lösungen möglich sind

Im folgenden werden Modelle vorgestellt, für die bisher keine exakte Lösung gefunden wurde, deren Kenngrößen aber auf numerischem Wege (wie kurz im Abschnitt 8.1. skizziert) berechenbar sind. Die numerische Lösung setzt immer endlich viele Zustände voraus. Demzufolge sind reine Wartesysteme nicht abbildbar.

Numerische Auswertungen großer Gleichungssysteme mit wenig besetzten Feldern der Übergangsmatrix sind mit Genauigkeitsproblemen behaftet, die auch mit dem von ROBOTRON gelieferten Softwarepaket NUMERIK nicht immer befriedigend gelöst werden können. Bezüglich der effektiven Eingabe der Übergangsmatrix muß auf [8.4] verwiesen werden.

Hier sollen die Modellbildungsprozesse im Vordergrund stehen. Deshalb werden abschließend zum Kapitel 8. einige Markov-Graphen für relativ komplizierte einheitliche Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle vorgestellt (Bilder 8.8 bis 8.12).

Das im Bild 8.12 gezeigte Modell ist z.B. als Abbild von störanfälligen Handgepäckautomaten auf Bahnhöfen geeignet, bei denen mit Wahrscheinlichkeit p_A bzw. p_E mit Beginn bzw. mit Ende der Belegung des Schließfachs die Schließautomatik ausfällt.

8.4. Zusammenfassung

Erstens: Mit einheitlichen Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodellen lassen sich die Kenngrößen des Leistungsverhaltens für eine Vielzahl von Varianten des Ankunfts-, Bedienungs-, Störungs- und Instandhaltungsprozesses exakt abbilden. Es gibt keine im Modell begründeten Approximationen.

Zweitens: Auf Grund rapider Erhöhung der Anzahl der Zustände für nicht-exponentielle Eingangsgrößen sind fast alle Ergebnisse aus einheitlichen Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodellen bei Voraussetzung exponentieller Ankunftsabstände der Forderungen sowie exponentieller Bedienungs-, Lebens- und Instandhaltungsdauer erzielt worden.

Drittens: Der Einfluß der Anzahl der unabhängigen Instandhaltungskollektive auf die Kenngrößen des Leistungsverhaltens läßt sich mit einheitlichen Modellen gut zeigen.

Viertens: Wo es gelungen ist, explizite Lösungen der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten aus dem Aufstellen der Kolmogoroffschen Gleichungen zu erzielen, sind diese zur Berechnung aggregierter Kenngrößen meist einfacher verwendbar als andere Verfahren.

Fünftens: Liegen keine expliziten Lösungen vor, können numerische Methoden zur Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten dienen. Dabei stellen Zustandsraum und schwach besetzte Matrizen mit um Größenordnungen verschiedenen Werten ihrer Elemente Genauigkeits- und Praktikabilitätsprobleme. Als Ausweg dienen Methoden der Kapitel 7. und 9.

Bild 8.8 Markov-Graph eines M/M/s/m-M/M/r-Warteverlustsystems mit s Bedienungskanälen, m Wartepätzen und r Instandhaltungskollektiven bei belastungsabhängigen, unterbrechenden Störungen

Bild 8.9 Markov-Graph eines M/M/s/m-M/M/r-Warte-Verlustsystems mit s Bedienungskanälen, m Wartepätzen und r Instandhaltungskollektiven bei belastungsabhängigen, verlustproduzierenden und blockierenden Störungen

Verlustsystem M/M/2/0 - M/M/2 mit störanfälligen Kanälen und zwei Reparaturkräften sowie einer zulässigen Störung pro Kanal

1. Modell mit Weitergabe der Forderung nach Auftreten einer Störung an den anderen freien Kanal und Verlust der Forderung im Fall des Ausfalls eines von zwei belegten Kanälen, sowie Verlust aller weiteren Kunden im Falle der Belegung und/oder Störung beider Kanäle.

Zustandsbezeichnung:

1. Buchstabe — Kanal 1

2. Buchstabe — Kanal 2

L — leer

B — belegt

A — ausgefallen (und leer)

Modellvarianten:

für $c = 1$: Modell E 23 + A 21 + B 21 + S 1 + I 21

(Ausfall im nicht belegten Zustand wird nicht zugelassen)

für $c = 0$: Modell E 1 + A 21 + B 21 + S 1 + I 21

(Ausfall im nicht belegten Zustand ist möglich)

Bild 8.10 Markov-Graph eines M/M/2/0-M/M/2-Verlustmodells mit Überwechslungsmöglichkeit von einem auf den anderen Kanal und Verlustmöglichkeit

Verlustsysteme M/M/2/0-M/M/2 mit störanfälligen Kanälen und zwei Reparaturkräften sowie einer zulässigen Störung pro Kanal

2. Modell mit Weitergabe der Forderung nach Auftreten einer Störung an den anderen freien Kanal und Verbleiben der Forderung im Kanal im Fall des Ausfalls eines von zwei belegten Kanälen bis Reparaturende sowie Verlust aller weiteren Kunden im Falle der Belegung und/oder Störung beider Kanäle.

Zustandsbezeichnung:

1. Buchstabe — Kanal 1

2. Buchstabe — Kanal 2

L — leer

B — belegt

A — ausgefallen (und leer)

AB — ausgefallen und belegt
(Forderung wartet auf Reparaturende)

Modellvarianten:

für $c = 1$: Modell E23 + A21 + B21 + B42 + S1 + I21

(Ausfall im nicht belegten Zustand wird nicht zugelassen)

für $c = 0$: Modell E1 + A21 + B21 + B42 + S1 + I21

(Ausfall im nicht belegten Zustand ist möglich)

Bild 8.11 Markov-Graph eines M/M/2/0-M/M/2-Verlustmodells mit Überwechslungs-, Warte- und Verlustmöglichkeit

(i,j) i Kanäle belegt, davon j gestört.

Bild 8.12 Markov-Graph eines mehrkanaligen Systems mit Ankunftsrate λ der Forderungen, Bedienrate μ_B und mittlerer Ausfalldauer $ET_{SB} = 1/\mu_Z$ jedes Kanals; die Kanäle werden mit Wahrscheinlichkeit p_A bzw. p_E mit Beginn bzw. mit Ende einer Belegung gestört

9. Behandlung störanfälliger Bedienungssysteme durch Rückführung auf Modelle ungestörter Bedienungssysteme

9.1. Prinzipielle Methodik

Bei einem Vergleich der Reaktionen der Bedienungskanäle bezüglich eintreffender Forderungen im freien, ungestörten Zustand, im Zustand der Bedienung und im gestörten Zustand stellt man einerseits eine gewisse Übereinstimmung zwischen den Zuständen Bedienung und Störung fest, andererseits jedoch einen deutlichen Unterschied dieser Zustände gegenüber dem freien, ungestörten Zustand. Während nämlich freie, ungestörte Kanäle eintreffende Forderungen mit dem Vorsatz sofortiger ordnungsgemäßer Bedienung aufnehmen können, sind die Kanäle sowohl während der Bedienung als auch bei Störungen dazu i. allg. nicht in der Lage. Betrachtet man die Systembelastung, ist ebenfalls zu erkennen, daß sowohl Bedienungen von Kundenforderungen als auch Störungen zur Belastung des Systems beitragen.

Diese gemeinsamen Eigenschaften von Bedienungen und Störungen führten zur Idee, die Ausfall- und Instandsetzungsprozesse so zu interpretieren, daß sie in die Ankunfts- und Bedienungsprozesse der Bedienungssysteme integriert werden können. Dazu sind zwei prinzipielle Wege bekannt:

1. Interpretation der Störungen als zusätzliche Forderungen anderen Typs = Rückführung auf Prioritätensysteme;
2. Einbeziehung der Störungen in den durch Kundenankünfte ausgelösten Bedienungsprozeß = Konstruktion einer modifizierten Kanalbelegungszeit.

9.1.1. Rückführung auf Prioritätensysteme

Bei der Interpretation der Störungen als zusätzliche Forderungen besitzt dieser Strom absolute Priorität vor dem Forderungsstrom der Kunden. Damit zielt dieser Ansatz auf die Anwendung von Prioritätensystemen [9.1], [9.2].

Die Interpretation von Störungen als absolut bevorrechtigte Forderungen geht auf [9.3] zurück. Danach benutzten sie u. a. noch [9.4] ... [9.12]. Relativ einfache Lösungen erhalten [9.13] und [9.14], wobei aber ihre Voraussetzung kumulativer Störungen technologisch gesehen gekünstelt erscheint. Folgende Aspekte sprechen gegen eine umfassende Anwendung dieses Ansatzes:

- Der Strom der Störungen entspricht bei Anwendung dieses Ansatzes einem Forderungsstrom 2. Art ¹⁾. Nur im 1kanaligen Fall existieren zudem recht komplizierte analytische Ergebnisse für derartige Prioritätensysteme ([9.15], auch zitiert in [9.16]). Die Bedienungskanäle treten dabei einerseits als Quellen des Stromes der Störungen und andererseits als Kanäle der Bedienung dieses Stromes (Objekte der Instandsetzung) in Erscheinung.

¹⁾ s. Fußnote auf S. 178

Dieser Dualität entspricht eine feste Zuordnung von Quelle und Kanal, eine Strategie, die bei Prioritätensystemen der Bedienungstheorie nicht üblich ist.

- Die Modellierung der Störungen als bevorzogter Forderungenstrom 1. Art¹⁾ eines Prioritätensystems würde dagegen die technologisch meist unreaie Vorstellung kumulativer Störungen implizieren (unbegrenzte Anzahl im System verweilender Störungen, dabei jedoch höchstens eine Störung auf einem Kanal, die anderen Störungen würden quasi bis zur Beendigung einer Instandsetzung warten, um danach den Kanal sofort wieder zu stören).
- Die Mehrzahl realer Systeme verschleißt vor allem durch die Benutzung. Der bei der Modellierung als Prioritätensystem unabhängig von der Kundenbelastung einwirkende Strom der Störungen bildet dies nicht entsprechend ab.
- Die mögliche Belegung von Kanälen mit Störungen S2 (s. Abschn. 2.3.) durch Kundenforderungen kann mit diesem Ansatz nicht berücksichtigt werden.

Eine detaillierte Modellierung von Prioritätensystemen, die eine reale Interpretation als störanfällige Systeme zulassen würde, führte zu Zustandsmodellen, die den in Kapitel 8. erläuterten einheitlichen Bedienungs-Zuverlässigkeits-Modellen identisch sind.

9.1.2. Modifizierte Kanalbelegungszeit

Dieser Ansatz geht ebenfalls davon aus, daß Störungen zu einer Mehrbelastung des Systems führen. Sie treten hier jedoch nicht als zusätzliche Forderungen in Erscheinung, die eine separate Bedienungszeit (= Ausfalldauer) auslösen, sondern sie treten während der Bedienung einer Kundenforderung auf und verlängern damit die schon laufende Bedienungszeit, während der der Kanal für weitere ankommende Forderungen gesperrt ist. Die Zeitdauer der Sperrung des Kanals für eintreffende Forderungen wird als (modifizierte) Kanalbelegungszeit bezeichnet. Es wird dabei also vorausgesetzt, daß Störungen eines Kanals nur während einer Bedienung auftreten.

Zur Ermittlung von Systemkenngrößen werden bei diesem Ansatz die Kanalbelegungszeit bzw. ihre Parameter anstelle der Bedienungszeit in die Formeln für ungestörte Systeme eingesetzt. Deshalb ist es notwendig, mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Methoden die Verteilungsfunktion der Kanalbelegungszeiten oder zumindest ihre zur weiteren Berechnung notwendigen Momente zu bestimmen. Da die Kanalbelegungszeiten auch bei exponentiell verteilter Bedienungs-, Lebens- und Ausfalldauer i. allg. nicht exponentialverteilt sind, führt der Ansatz notwendigerweise zur Anwendung von Modellen für $/G/s$ -Systeme (der Input wird durch diesen Ansatz nicht berührt). Eine Vielzahl von Verlustsystemen sind unempfindlich bezüglich des Verteilungstyps der Bedienungszeiten ($[9.16]$ ... $[9.22]$), so daß die Kenntnis des Erwartungswertes $E(T_{Bm})$ der Kanalbelegungszeit T_{Bm} für die Berechnungen dieser Systeme genügt. Auch eine Reihe praktikabler Lösungen

¹⁾ Ein Forderungenstrom 2. Art entspringt einer endlichen Zahl von Quellen, die keine weiteren Forderungen erzeugen, solange sich im Bedienungssystem eine Forderung der Quelle befindet. Bei einem Forderungenstrom 1. Art steht das Eintreffen der Forderungen in keiner Beziehung zum Bedienungssystem, der Forderungenstrom entspringt unendlich vielen Quellen $[9.16]$.

für Wartesysteme benötigt neben dem Erwartungswert nur noch das zweite Moment der Bedienungszeiten ($\bar{9.23}$, $\bar{9.24}$), so daß die zusätzliche Ermittlung z.B. des Variationskoeffizienten $V(T_{Bm})$ notwendig wird. (Eine umfassende Literaturübersicht über Lösungen im GI/GI/s-Wartesystem liefert $\bar{9.45}$.)

Neben der Anwendung für analytische Lösungen ist die modifizierte Kanalbelegungszeit auch für solche Systeme sinnvoll nutzbar, die simuliert werden (müssen). Auf Grund der Reduktion der Anzahl primärer zufälliger Prozesse läßt sich dadurch die Rechenzeit wesentlich verkürzen $\bar{9.25}$.

Die Methode der Anwendung einer modifizierten Kanalbelegungszeit (auch Durchlaufzeit, engl.: completion time) geht auf GAVER $\bar{9.26}$ zurück. Sie wurde inzwischen für verschiedene Störungsmodi erweitert und benutzt. Dabei wurde oft nur der Erwartungswert zur Anwendung bei Verlustsystemen bestimmt (z.B. $\bar{9.27}$ ... $\bar{9.30}$), andere Arbeiten geben außerdem den Variationskoeffizienten bzw. die Verteilungsfunktion an (z.B. $\bar{9.31}$, $\bar{9.32}$, $\bar{9.33}$, $\bar{9.41}$, $\bar{9.45}$; auf GAVER zurückgehende Arbeiten werden in $\bar{9.24}$ analysiert).

Die meisten Arbeiten definieren T_{Bm} als Summe der (evtl. durch Störung verkürzten) Bedienungszeit(en) T_B und der Ausfalldauer T_{SB} , wie es auch das Beispiel des Bildes 2.10 veranschaulicht. Das heißt, ein gestörter Kanal wird in jedem Falle als belegt und damit für eintreffende Forderungen als gesperrt aufgefaßt. Diese Definition berücksichtigt also nur Störungen S1.

Störungen S2 sperren den betroffenen Kanal nicht gegen eintreffende Forderungen. Eine Störung S2 selbst ist deshalb nicht identisch mit der Belegung des Kanals, nur die Aufnahme einer Forderung während der Störung führt zur Kanalbelegung. Um Störungen S2 in das Konzept der modifizierten Kanalbelegungszeit einbeziehen zu können, wird der Begriff wie folgt allgemeiner gefaßt $\bar{9.33}$:

Definition 9.1: Modifizierte Kanalbelegungszeit

Die modifizierte Kanalbelegungszeit T_{Bm} ist die ununterbrochene Zeitdauer, während der ein Kanal wegen Bedienung und/oder Störung für eintreffende Forderungen nicht zugänglich ist. Sie wird stets durch eine Kundenforderung ausgelöst.

In den folgenden Abschnitten wird die Bestimmung der Verteilungsfunktion bzw. der 1. und 2. Momente der modifizierten Kanalbelegungszeit für einige ausgewählte Störungsmodi demonstriert.

9.2. Kanalbelegungszeiten im Fall blockierender Störungen

9.2.1. Allgemeine Voraussetzungen

Um bekannte Bedienungsmodelle für absolut zuverlässige Kanäle auch im Falle störanfälliger Kanäle anwenden zu können, wird die Instandsetzungsdauer eines ausgefallenen Kanals, der während der Störungsdauer gegen weitere Forderungen blockiert ist, als zusätzliche Kanalbelegungszeit aufgefaßt. Somit entsteht die modifizierte Kanalbelegungszeit T_{Bm} als Summe (oder Teilsumme) der eigentlichen Bedienungszeit T_B und der Instandsetzungsdauer T_I unter der Bedingung, daß während der Bedienung einer Forderung der betreffende Kanal ausfällt. Innerhalb der Zeitdauer T_{Bm} kann keine Forderung den Kanal belegen.

Da für eine ankommende Forderung die Art der Belegung des Kanals (Bedienung, Instandsetzung) uninteressant ist, lassen sich herkömmliche Modelle für absolut

zuverlässige Kanäle unter Neuinterpretation der Belegungszeit nun auch für Systeme mit störanfälligen Kanälen nutzen. Die Herleitung der Verteilungsfunktionen der modifizierten Kanalbelegungszeit T_{Bm} für verschiedene Störungsarten gelingt in exakter Weise. Somit würde ihre Verwendung in herkömmlichen Modellen ebenfalls zu exakten Lösungen der charakteristischen Größen führen, wenn diese in den herkömmlichen Modellen existieren.

Leider sind die modifizierten Kanalbelegungszeiten T_{Bm} in der Regel nicht exponentialverteilt, auch dann nicht, wenn die eingehenden Größen exponentialverteilt sind. Das führt zur Notwendigkeit, Bedienungsmodelle mit genereller Bedienungszeitverteilung, z.B. $/G/s$ -Modelle, zu verwenden, für deren Kenngrößen nicht immer exakte, wohl aber recht gute Näherungslösungen existieren (vgl. Kapitel 4. und [9.45]). Der Input wird von der Anwendung der modifizierten Kanalbelegungszeit nicht beeinflusst.

Die meisten Näherungslösungen benötigen die ersten beiden Momente der Bedienungszeit (bzw. Erwartungswert ET_{Bm} und Variationskoeffizient VT_{Bm} der modifizierten Kanalbelegungszeit T_{Bm}), so daß in den nachfolgenden Ausführungen auf die Angabe der vollständigen Verteilungsfunktion verzichtet wird.

Beide Momente von T_{Bm} hängen nicht nur von den Verteilungsfunktionen der drei eingehenden Zufallsgrößen ab (Bedienungsdauer T_B , Lebensdauer T_L , Instandsetzungsdauer T_I), sondern auch von der Art der Störung. Eine Analyse der modifizierten Kanalbelegungszeiten bei blockierenden Ausfällen nahm [9.24] vor. Die wichtigsten Ergebnisse werden nun dargestellt. Dabei wird auf die Berechnungsmöglichkeit von Systemen verzichtet, bei denen interne Wartezeiten auf Instandhaltungsbeginn auftreten können [9.24] (vgl. Störungssystematik Abschn. 2.3.). Solche Wartezeiten können – bei Bedarf – durch andere Verfahren berücksichtigt werden [9.24], [9.34], [9.35], [9.36].

Für alle hier untersuchten Störungsarten werden folgende, häufig der Realität entsprechende Voraussetzungen getroffen (vgl. Störungssystematik, Abschn. 2.3.):

1. Der Ausfall kann nur am arbeitenden Kanal eintreten (Bild 2.12, Fall E 23).
2. Ein bereits gestörter Kanal kann nicht von weiteren Störungen betroffen werden (Bild 2.13, Fall A 21).
3. Ein gestörter Kanal kann keine weiteren Forderungen mehr aufnehmen (Bild 2.16, Fall S 1).
4. Bezüglich der Zusammensetzung der Ausfalldauer (Bild 2.15) wird vorausgesetzt, daß interne Wartezeiten gegenüber den Störungserkennungs- und Instandsetzungszeiten verschwinden. Die Blockierung des Kanals beginnt sofort mit Eintritt des Ausfalls.
5. Bezüglich der Auswirkungen des Ausfalls auf die laufende Bedienung (Bild 2.14) werden unterschieden:
  - Forderung wird nach Instandsetzungsende weiter bedient (Fälle B 42 + B 51);
  - Forderung verläßt das System bis Instandsetzungsende (Fall B 41);
  - Bedienung auf ausgefallenem Kanal wird mit/ohne Qualitätseinbuße zu Ende bedient (Fälle B 61 + B 62).

9.2.2. Störungsarten und modifizierte Kanalbelegungszeit

Zu den vorzustellenden Störungsarten werden jeweils der Erwartungswert ET_{Bm} und der quadratische Variationskoeffizient V^2T_{Bm} der modifizierten Kanalbelegungszeit T_{Bm} in Abhängigkeit von den Verteilungsfunktionen der Bedienungs-

dauer T_B , der Instandsetzungsdauer T_I und der Lebensdauer T_L des Kanals angegeben. Auf die Herleitungen muß aus Umfangsgründen verzichtet werden. Sie können in den angegebenen Quellen nachgelesen werden.

1. Forderung wird nach Instandsetzungsende weiter bedient (Störungssystematik Fall E 23, A 21, S 1, B 42, B 51 – Kurzzeichen „U“ – vgl. Bild 9.1).

Bild 9.1
Modifizierte Kanalbelegungszeit $T_{Bm,u}$ bei Weiterführung der Bedienung nach Unterbrechung („U“)

$$ET_{Bm,u} = ET_B / V_{De} \quad (9.1)$$

$$V_{De}^2 T_{Bm,u}^2 \cong V_{De}^2 T_B^2 + V_{De} (1 - V_{De}) (V_{De}^2 T_L^2 + V_{De}^2 T_I^2) ET_I / ET_B \quad (9.2)$$

mit

$$V_{De} = ET_L / (ET_L + ET_I) \quad (9.3)$$

Ausdruck (9.2) ist exakt für exponentielle Lebensdauer ($V_{De}^2 T_L^2 = 1$). Die Herleitungen erfolgten in [9.26] als Laplace-Transformierte für exponentielle Lebensdauer, in [9.37] als Rücktransformation der Laplace-Transformierten für exponentielle Lebensdauer (zitiert in [9.31], [9.32]) sowie in [9.38] für generelle Lebensdauerverteilungen.

Man kann nun aus dem Erwartungswert der modifizierten Kanalbelegungszeit einen modifizierten Verkehrswert ϱ_m bilden, der der üblichen Definition folgt:

$$\varrho_m = ET_{Bm,u} / ET_A \quad (9.4)$$

mit ET_A als mittlerem Ankunftsabstand der Forderungen. Damit lassen sich die bekannten Formeln für Warteschlangenmodelle ohne Schwierigkeiten auch für stör-anfällige Kanäle anwenden:

Beispiel 9.1: M/M/1/ ∞ -Bedienungssystem mit stör-anfälligem Kanal der Art „U“ (Abschnitt 9.2.2., Punkt 1.)

Gegeben seien:

Mittlerer Ankunftsabstand der Forderungen $ET_A = 2$ min,
mittlere Bedienungszeit je Forderung $ET_B = 1$ min,
mittlere Lebensdauer des Kanals $ET_L = 100$ min,
mittlere Instandsetzungsdauer des Kanals $ET_I = 10$ min.

Alle Zeiten seien exponentialverteilt.

Gesucht sind die mittlere Warteschlangenlänge EL_W und die Warteschlangenlänge l_{W95} , die mit 95 % nicht überschritten wird. Aus den Eingabedaten sind ableitbar: Verfügbarkeit V_{De} (nach (9.3)) = 0,9090,

mittlere modifizierte Kanalbelegungszeit nach (9.1) $ET_{Bm,u} = 1,1 \text{ min}$,
 modifizierter Verkehrswert nach (9.4) $\varrho_{m,u} = 0,55$,
 quadratischer Variationskoeffizient der modifizierten Kanalbelegungszeit nach
 (9.2) $V^2 T_{Bm,u} = 1 + 1,653 = 2,653$.

Wegen $VT_{Bm,u} \neq 1$ muß ein $M/GI/1/\infty$ -Modell zur Warteschlangenberechnung
 benutzt werden:

$$EL_W^{(M/GI/1/\infty)} = \frac{\varrho_m^2}{1 - \varrho_m} \cdot \frac{1 + V^2 T_{Bm}}{2}, \quad (9.5)$$

$$EL_W = 1,2277.$$

Ausdruck (9.5) ist die bekannte exakte Formel von Pollaczek-Chintchin (vgl. Kapitel 4.). Die darin enthaltene Unabhängigkeitsvoraussetzung der Folgen der modifizierten Kanalbelegungszeit ist für den untersuchten Fall „U“ nachweislich zumindest bei exponentialverteilter Lebensdauer erfüllt [9.32].

Der Superiorwert l_{W95} bestimmt sich nach (4.24) zu

$$l_{W95} \approx (\ln F)^{-1} \cdot \ln (0,05/EL_W/(1 - F)) \quad (9.6)$$

mit

$$F = \varrho_m^\gamma \quad \text{und} \quad 2/\gamma = 1 + V^2 T_{Bm}. \quad (9.7) \quad (9.8)$$

Zahlenmäßig erhält man $\gamma = 0,5475$;

$$\text{und} \quad F = 0,55^{0,5475} = 0,72085$$

$$l_{W95} \approx (\ln 0,72085)^{-1} \cdot \ln (0,05/1,2277/0,27915) \approx \underline{5,88}.$$

Vergleicht man diese Ergebnisse mit dem $M/M/1/\infty$ -System bei absolut zuverlässigem Kanal ($V_{De} = 1 \rightarrow V^2 T_{Bm,u} = V^2 T_B$), so wird der Einfluß der Verfügbarkeit V_{De} des Kanals, aber auch der des Niveauunterschiedes ET_I/ET_B zwischen Instandhaltungs- und Bedienungsprozeß deutlich (vgl. Bild 9.5).

2. Forderung verläßt während der Ausfalldauer das System (Störungssystematik Fall E 23, A 21, S1, B 41 – zusammenfassende Abkürzung „A“ – vgl. Bild 9.2).

Bild 9.2

Modifizierte Kanalbelegungszeit $T_{Bm,a}$ bei Verlust der Forderung während der Ausfalldauer („A“)

Die Zusammensetzung der modifizierten Kanalbelegungszeit $T_{Bm,a}$ geht aus Bild 9.2 hervor:

$$T_{Bm,a} = W1 + W2 \quad (9.9a)$$

mit $W1 = \min(T_B, T_L)$

und
$$W2 = \begin{cases} 0 & \text{für } T_B < T_L \\ T_I & \text{für } T_B \geq T_L \end{cases} \quad (9.9b)$$

Aus (9.9) lassen sich prinzipiell für beliebige Verteilungsfunktionen von T_B , T_L und T_I die benötigten Momente von $T_{Bm,a}$ berechnen. Ihre Herleitungen erfolgten in [9.28] für das erste Moment, in [9.32] für die ersten beiden Momente bei exponentiellen Voraussetzungen bezüglich der 3 Zeiten und in [9.24] und [9.40] auch für allgemeinere Voraussetzungen. Hier werden die Ergebnisse für exponentielle Zeiten T_I , T_L , T_B wiedergegeben:

mit
$$ET_{Bm,a} = ET_B \cdot \nu / (V_{De}(\nu - 1) + 1) \quad (9.10)$$

$$\nu = ET_I / ET_B$$

sowie
$$V^2 T_{Bm,a} = 1 + 2(1 - V_{De}) \cdot V_{De}(\nu - 1) \geq 1. \quad (9.11)$$

Selbstverständlich gilt für den modifizierte Verkehrswert $\varrho_{m,a}$ wieder der allgemeine Ausdruck (9.4). Die zur Berechnung der Warteschlangenlänge nach (9.5) verlangte Unabhängigkeit der Folgen von $T_{Bm,a}$ ist erfüllt [9.32], [9.40].

Beispiel 9.2: (Weiterführung von Beispiel 9.1)

Verwendet man dieselben Daten wie im Beispiel 9.1, erhält man unter der Voraussetzung der unter Punkt 2. behandelten Störungsart „A“ (Störung führt zum Verlust der Forderung, z. B. Ausschußproduktion) folgende Ergebnisse:

Verfügbarkeit des Kanals $V_{De} = 0,9090$,

mittlere modifizierte Kanalbelegungszeit $ET_{Bm,a} = 1,0891$,

modifizierter Verkehrswert $\varrho_{m,a} = 0,5445$,

quadratischer Variationskoeffizient der modifizierten Kanalbelegungszeit

$$V^2 T_{Bm,a} = 2,4876,$$

mittlere Warteschlangenlänge nach (9.5) $EL_W = 1,1354$,

Superiorwert lw_{95} bei 95 % Sicherheit nach (9.6) $lw_{95} \approx 5,45$.

Die Ergebnisse weichen wenig von denen im Beispiel 9.1 ab. Das ist auch im Vergleich der Ausdrücke für ET_{Bm} und $V^2 T_{Bm}$ zu erwarten. Für $\nu \neq 1$, insbesondere $\nu \gg 1$ (das ist in praxi meist der Fall), gehen die Ausdrücke ineinander über.

Die leichte Verbesserung der Werte dieses Beispiels 9.2 gegenüber Beispiel 9.1 ist darin begründet, daß von der Störung betroffene Forderungen verlorengehen. Sie vermindern zwar die Warteschlangenlänge, aber verschlechtern das Gesamtergebnis durch unvollständige Bedienungen.

Bezüglich des Vergleichs zwischen störanfälligen und absolut zuverlässigen Kanälen gelten die Bemerkungen im Beispiel 9.1.

3. Forderung wird nach Störungseintritt unverzüglich ohne veränderte Bedienungszeitverteilung weiter bedient. Danach erfolgt die Instandsetzung (Störungssystematik Fall A 21, E 23, S 1, B 61; abkürzendes Symbol „V“ – vgl. Bild 9.3).

Bild 9.3

Modifizierte Kanalbelegungszeit $T_{Bm,v}$ bei unverzüglicher Fortsetzung der Bedienung nach Störungseintritt mit unveränderter Bedienungszeitverteilung

Die Zusammensetzung der modifizierten Kanalbelegungszeit $T_{Bm,v}$ erfolgt entsprechend Bild 9.3 zu

$$T_{Bm,v} = W1 + W2 \quad (9.12a)$$

und

$$W1 = T_B \quad (9.12b)$$

und

$$W2 = \begin{cases} 0 & \text{für } T_B < T_L \\ T_I & \text{für } T_B \geq T_L \end{cases} \quad (9.12c)$$

Prinzipiell sind auch hier die benötigten Momente bei beliebigen Verteilungsfunktionen der Bedienungsdauer T_B , der Lebensdauer T_L und Instandsetzungsdauer T_I berechenbar. Sie werden für verschiedene Verteilungsfunktionen in [9.24] hergeleitet. In [9.41] wird sogar die gesamte Verteilungsfunktion für $T_{Bm,v}$ bei exponentiellen Voraussetzungen abgeleitet. Hier werden die Ergebnisse für den Fall exponentiell verteilter Größen T_B , T_L , T_I wiedergegeben:

$$ET_{Bm,v} = ET_B \cdot \left[(1 - V_{De}) \cdot v / (V_{De} (v - 1) + 1) + 1 \right] \quad (9.13)$$

mit

$$v = ET_I / ET_B ;$$

$$V^2_{T_{Bm,v}} = \frac{2(\varrho_Z + v) \left[\varrho_Z + v + \varrho_Z \cdot v \cdot (1 + v) \right] + 2\varrho_Z \cdot v^2}{\left[\varrho_Z (1 + v) + v \right]^2} - 1, \quad (9.14)$$

$$V^2_{T_{Bm,v}} \geq 1; \quad \varrho_Z = (1 - V_{De}) / V_{De}.$$

Wiederum können mit (9.13) in Verbindung mit (9.4) zunächst der modifizierte Verkehrswert $\varrho_{m,a}$ und dann mit (9.5) in Verbindung mit (9.14) die mittlere Warteschlangenlänge EL_W und anderer Größen berechnet werden. In einer speziellen Untersuchung [9.41] wird allerdings festgestellt, daß die Folgen der modifizierten Kanalbelegungszeit $T_{Bm,v}$ die in (9.5) geforderte Unabhängigkeitsvoraussetzung verletzen, so daß eine Anwendung von (9.5) für den Fall der Störung „V“ zu einem Näherungsergebnis führt. Die in [9.41] ausgewiesenen Fehler sind jedoch sehr klein (relativer Fehler $< 1\%$).

Beispiel 9.3: (Weiterführung der Beispiele 9.1, 9.2)

Verwendet man die in Beispiel 9.1 eingeführten Daten nunmehr unter der Voraussetzung, daß die Bedienung nach Störungseintritt mit unveränderter Bedienungszeitverteilung erst zu Ende bedient wird, ehe die Instandsetzung beginnt, so erhält man wegen (9.13) und (9.14):

Verfügbarkeit des Kanals $V_{De} = 0,9090$,

$$\nu = ET_I/ET_B = 10,$$

$$\varrho_Z = 0,1,$$

mittlere modifizierte Kanalbelegungszeit $ET_{Bm,v} = 1,099$,

$$\varrho_{m,v} = 1,099/2 = 0,54945,$$

quadratischer Variationskoeffizient der modifizierten Kanalbelegungszeit

$$V^2 T_{Bm,v} = 2,6216,$$

$$EL_W \text{ (nach (9.5)) } \approx 1,2137,$$

$$EL_W \text{ (exakt nach /9.41/) } = 1,1692,$$

$$l_{W95} \text{ (nach (9.6)) } \approx 5,81.$$

Im Vergleich zu Beispiel 9.1, bei dem eine sofortige Unterbrechung des Bedienungsprozesses und Störungseintritt erfolgte und der Bedienungsprozeß nach Instandsetzungsende fortgeführt wird, führt die im Beispiel 9.3 vorausgesetzte Störung zu etwas günstigeren Werten. Die leichte Verbesserung tritt also ein, wenn die laufende Bedienung qualitätsgerecht zu Ende geführt werden kann, ehe die Instandsetzung begonnen werden muß. Ob diese oder jene Störungsart realistisch ist, muß von Fall zu Fall geprüft werden.

4. Forderung wird nach Störungseintritt unverzüglich, allerdings mit veränderter Geschwindigkeit weiterbedient. Danach beginnt die Instandsetzung (Störungssystematik Fall A 21, E 23, S 1, B 62 – abkürzendes Symbol „AV“ – vgl. Bild 9.4).

Bild 9.4

Modifizierte Kanalbelegungszeit $T_{Bm,av}$ bei unveränderter Fortsetzung der Bedienung nach Störungseintritt, aber mit veränderter Bedienungsgeschwindigkeit (jedoch unveränderter Bedienungszeitverteilung)

Die Zusammensetzung der modifizierten Kanalbelegungszeit

$$T_{Bm,av} = W1 + W2 + W11 \quad (9.15a)$$

mit $W1 = \min(T_B, T_L); \quad (9.15b)$

$$W2 = \begin{cases} 0 & \text{für } T_B < T_L \\ T_I & \text{für } T_B \geq T_L \end{cases}; \quad (9.15c)$$

$$W11 = \begin{cases} 0 & \text{für } T_B < T_L \\ T_{B2} & \text{für } T_B \geq T_L \end{cases} \quad (9.15d)$$

Dabei ist T_B die ursprüngliche Bedienungszeit und T_{B2} diejenige nach Eintritt der Störung.

Die Herleitung der ersten beiden Momente der Zeit $T_{Bm,av}$ unter exponentiellen

Voraussetzungen aller eingehenden Zeiten erfolgte in [9.24]. Die Ergebnisse sind:

$$ET_{Bm,av} = ET_B \cdot \nu_1 \cdot (1 + \rho_Z + \rho_Z/\nu_2)/(\rho_Z + \nu_1) \quad (9.16)$$

mit

$$\nu_1 = ET_I/ET_B; \quad \nu_2 = ET_I/ET_{B2}$$

und

$$V_{T_{Bm,av}}^2 = Z/N - 1 \quad (9.17a)$$

mit

$$Z = 2\nu_2^2(1 + \rho_Z(\rho_Z + \nu_1) + \rho_Z) + 2\rho_Z(\rho_Z + \nu_1 + \nu_2) + 2\rho_Z \cdot \nu_2(\rho_Z + \nu_1), \quad (9.17b)$$

$$N = (\rho_Z + \rho_Z \cdot \nu_2 + \nu_2)^2 \quad (9.17c)$$

sowie

$$\rho_Z = (1 - V_{De})/V_{De} \quad (9.17d)$$

Beispiel 9.4: (Weiterführung von Beispiel 9.1)

In einem störanfälligen M/M/1/∞-System sind gegeben:

mittlerer Ankunftsabstand $ET_A = 2$ min,

mittlere Lebensdauer $ET_L = 100$ min,

mittlere störungsfreie Bedienungszeit $ET_B = 1$ min,

mittlere Bedienungszeit nach Störungseintritt $ET_{B2} = 2$ min,

mittlere Instandsetzungsdauer $ET_I = 10$ min.

Alle Zeiten seien exponentialverteilt. Die Bedienung wird nach Störungseintritt mit einer mittleren Zeit von ET_{B2} zu Ende geführt, dann erst wird instandgesetzt.

Welche Auswirkungen hat dieses Regime auf die Warteschlangenlänge?

Aus den Eingabedaten ermitteln sich

$$\rho_Z = ET_I/ET_L = 0,1,$$

$$\nu_1 = ET_I/ET_B = 10; \quad \nu_2 = ET_I/ET_{B2} = 5;$$

$$\text{modifizierter Verkehrswert } \rho_{m,av} = ET_{Bm,av}/ET_A$$

$$\text{mit } ET_{Bm,av} = 1,1089; \quad \rho_{m,av} = 0,554455$$

und

$$\text{quadratischer Variationskoeffizient } V_{T_{Bm,av}}^2 = 2,7825.$$

Damit erhält man aus (9.5) bzw. (9.6)

$$EL_W = 1,3050; \quad l_{W95} \approx 6,24.$$

Während sich im Beispiel 9.4 die Bearbeitungsgeschwindigkeit von $1/ET_B = 1/\text{min}$ auf $1/ET_{B2} = 0,5/\text{min}$ (um das 2fache) infolge einer Störung verringerte, soll nun im Beispiel 9.5 der Einfluß einer Geschwindigkeitserhöhung von $1/ET_B = 1/\text{min}$ auf $1/ET_{B2} = 2/\text{min}$ (um das 0,5fache) gezeigt werden.

Beispiel 9.5: (Weiterführung von Beispiel 9.4)

Nunmehr wird eine Geschwindigkeitserhöhung des Kanals infolge einer Störung vorausgesetzt ($ET_{B2} = 0,5$ min).

Die anderen Daten werden aus Beispiel 9.4 übernommen. Man erhält $EL_W = 1,173$ und $l_{W95} \approx 5,62$ und erkennt, daß sich die mittleren Warteschlangenlängen EL_W in den 5 Störungsfällen nicht wesentlich unterscheiden, wohl aber insgesamt vom

System mit absolut zuverlässigem Kanal. Diese Aussage bleibt über alle Parametervariationen gültig, solange sich die Kanalverfügbarkeit von 1 unterscheidet. Die Fälle mit abbrechender Störung („A“) und verzögert wirkender Instandsetzung („V“) sind Spezialfälle des in den Beispielen 9.4 und 9.5 behandelten Falles „AV“, bei dem nach Störungseintritt die laufende Bedienung mit veränderter Geschwindigkeit zu Ende geführt wird.

Diese Spezialfälle ergeben sich aus den Formeln (9.16) und (9.17) durch folgende Grenzwerte:

Für $v_1 = v_2$ ergibt sich der Fall „V“ verzögernder Unterbrechung mit unveränderter Geschwindigkeit (Beispiel 9.3). Für $v_2 \rightarrow \infty$ ergibt sich der Fall „A“ abbrechender (einmalig Verlust produzierender) Störungen (Beispiel 9.2). Im Falle $v_1 \neq v_2 < \infty$ ist T_{B2} als Zeitdauer für Ausschußproduktion oder Bedienung mit veränderter (z.B. geringerer) Geschwindigkeit interpretierbar. Die Wahrscheinlichkeit für Ausschußproduktion P_A wäre dann

$$P_A = EW11/ET_{Bm,av}$$

und wegen (9.15d) [9.24]

$$P_A = (1 + v_2/(1 - V_{De}))^{-1} \quad (9.18)$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine ordnungsgemäße Produktion P_Q ist $EW1/ET_{Bm,av}$ und wegen (9.15b)

$$P_Q = (1 + (1 - V_{De})(1 + v_2)/V_{De}/v_2)^{-1} \quad (9.19)$$

Schließlich erhält man die Wahrscheinlichkeit P_I , daß der Kanal gerade instand gesetzt wird zu $P_I = EW2/ET_{Bm,av}$ und wegen (9.15c) zu

$$P_I = (1 + V_{De}/(1 - V_{De}) + 1/v_2)^{-1} \quad (9.20)$$

Die hierbei angegebenen Wahrscheinlichkeiten P_Q , P_A , P_I sind identisch mit denen bei EISEN [9.8], der ein einkanaliges Wartesystem untersucht, bei dem der Kanal zyklisch die Zustände leer, Qualitätsproduktion, Produktion mit veränderter Geschwindigkeit, Reparatur annimmt. Der Vorteil der hier verwendeten modifizierten Kanalbelegungszeit liegt in der Möglichkeit, auch mehrkanalige Systeme, Seriensysteme oder Netze mit störanfälligen Kanälen auf diese Weise behandeln zu können. Im Beispiel 9.4 ergeben sich folgende Wahrscheinlichkeiten für Qualitätsproduktion P_Q , Ausschußproduktion P_A wegen verminderter Geschwindigkeit und Instandhaltung P_I :

$$P_Q = 0,8929; \quad P_A = 0,0178; \quad P_I = 0,0893.$$

In einem mehrkanaligen Wartesystem mit der Belastung $\varrho_{m,av}$ sind jeweils $\varrho_{m,av} \cdot P_{\{\cdot\}}$ (mit $\{\cdot\} = Q; A; I$) Kanäle im Zustand $\{\cdot\}$.

9.2.3. Praktische Anwendung der modifizierten Kanalbelegungszeit

9.2.3.1. Vergleich der Störungsarten

Bereits in Abschnitt 9.2.2. wurde deutlich, daß die Störungsart „U“ (Unterbrechung mit Weiterführung nach Instandsetzungsende) und die Störungsart „AV“

(laufende Bedienung wird bei Störungseintritt zu Ende geführt, möglicherweise mit veränderter Geschwindigkeit) alle anderen Fälle erfassen.

Man kann nachweisen [9.24], daß die Warteschlangenlängen EL_W im Falle „U“ stets größer (jedoch nicht wesentlich größer) sind als in den Fällen „Abbruch der Bedienung“ („A“) und „laufende Bedienung wird mit unveränderter Geschwindigkeit zu Ende bedient“ („V“).

Die mittlere Warteschlangenlänge EL_W im Falle „AV“ (siehe oben) ist nur dann wesentlich größer als im Falle „U“, wenn folgende Relation bezüglich der Bedienungszeit nach Störungseintritt ET_{B2} zur ursprünglichen mittleren Bedienungszeit ET_B erfüllt ist:

$$ET_{B2} \gg ET_B / V_{De}$$

Ansonsten erhält man mit Benutzung der Störungsart „U“, d.h. $Q_{m,u}$ und $V^2 T_{Bm,u}$ nach (9.1) und (9.2) eine gute (leicht pessimistische) Schätzung. Tabelle 9.1 zeigt dies anschaulich im Vergleich der Beispiele 9.1 bis 9.4.

Schließlich ist festzustellen, daß der mit (9.2) gegebene Ausdruck des Variationskoeffizienten der modifizierten Kanalbelegungszeit $T_{Bm,u}$ sowohl einfach struk-

Tabelle 9.1 Numerischer Vergleich verschiedener Störungsarten an Hand eines M/M/1/∞-Systems mit einem störanfälligen Kanal, der bei Ausfall gegen weitere Störungen blockiert wird

Ausgangsdaten:

mittlerer Ankunftsabstand der Forderungen	$ET_A = 2 \text{ min,}$
mittlere Bedienungszeit je Forderung auf dem ungestörten Kanal	$ET_B = 1 \text{ min,}$
mittlere Bedienungszeit nach Störungseintritt als Restbedienungszeit bei Störungsart „AV“	$ET_{B2} = 2 \text{ min,}$
mittlere störungsfreie Arbeitszeit des Kanals	$ET_L = 100 \text{ min,}$
mittlere Instandsetzungsdauer	$ET_I = 10 \text{ min.}$

Aus $ET_L / (ET_L + ET_I)$ folgt die Dauerverfügbarkeit des Kanals $V_{De} = 0,909$ sowie der Verkehrswert $Q_B = ET_B / ET_A = 0,5$. Die Variationskoeffizienten aller 5 Zeiten sind gleich 1.

	Störungsart 1)			
	U	A	V	AV
modifizierter Verkehrswert $Q_m =$	0,55	0,5445	0,5495	0,554455
modifizierter Variationskoeffizient $V^2 T_{Bm} =$	2,635	2,488	2,6216	2,7825
mittlere Warteschlangenlänge EL_W	$= 1,2277$	$= 1,1354$	$\approx 1,2137$ $= 1,1692$	$\approx 1,3050$
Superiorwert der Warteschlange l_{W95}	$\approx 5,88$	$\approx 5,45$	$\approx 5,81$	$\approx 6,08$
EL_W (ungestört) =	0,5	0,5	0,5	0,5
l_{W95} (ungestört) =	2,32	2,32	2,32	2,32

1) U für Fortsetzung der Bedienung nach Unterbrechung und Instandsetzung
A für Abbruch der Bedienung und Verlust der betroffenen Forderung
V für Weiterführung der laufenden Bedienung mit unveränderter Bedienungszeit
AV für Kombination A + V mit veränderter Bedienungsgeschwindigkeit

turiert als auch universell bezüglich der Verteilungsfunktionen der drei Größen T_B , T_L , T_I ist. Somit empfiehlt sich die ausschließliche Anwendung der Störungsart „U“. Bild 9.5 unterstreicht für weitere Parametervariationen diese Aussage.

Bild 9.5 M/M/1/∞-System mit Störungsart „U“ und „AV“; mittlere Warteschlangenlänge EL_W in Abhängigkeit von der Verfügbarkeit V_{De} des Kanals und dem Verhältnis ν

9.2.1 Anwendungsaspekte

Die im Zusammenhang mit den unterschiedlichen Störungsarten angegebenen ersten beiden Momente der Kanalbelegungszeit sind jeweils exakte Lösungen. Ihre Anwendung in Bedienungsmodellen mit absolut zuverlässigen Kanälen setzt einen Formel-

apparat für ./GI/s-Systeme voraus. Existiert für Bedienungssysteme ein solcher Formelapparat nicht (z. B. in Bedienungsnetzen), dann ist es sehr zweckmäßig, die modifizierte Kanalbelegungszeit T_{Bm} in Simulationsmodellen zu verwenden, anstatt die drei Zufallsgrößen T_B , T_L , T_I einzeln zu generieren. Letzteres ist immer mit numerischen und rechenzeitlichen Problemen verbunden. Dagegen garantiert die Nutzung der aggregierten Größe T_{Bm} neben dem Zeiteffekt vor allem Gewinn an Genauigkeit für das stationäre Regime [9.25]. Natürlich setzt die Simulation von T_{Bm} mehr als die Kenntnis ihrer ersten beiden Momente voraus. Es erwies sich als zweckmäßig und hinreichend genau [9.25], [9.42], für $VT_{Bm} > 1$ eine Hyperexponentialverteilung 2. Ordnung und für $VT_{Bm} < 1$ eine Gammaverteilung als approximative Verteilung zu generieren. Alle bisherigen Betrachtungen gingen davon aus, daß interne Wartezeiten (z. B. Wartezeiten auf freien Instandhalter) bei überwiegendem Anteil der Störungserkennungszeiten keine großen Wirkungen besitzen. Das ist z. B. in Anlagen ohne automatische Diagnose zutreffend. Wo jedoch die Störungserkennungszeiten vernachlässigbar klein gegenüber den anderen Anteilen der Ausfalldauer werden (vgl. Störungssystematik, Abschn. 2.3.), können interne Wartezeiten der Engpaß werden. Dann benötigt man den aufwendigen Formelapparat für Systeme mit Instandhaltungsdefizit [9.34], [9.35], [9.36], der allerdings mit rechentechnischer Hilfe problemlos wird [9.24]. Für ein $M/M/10/\infty$ - $M/M/r$ -Bedienungssystem zeigt Bild 9.6 die mittlere Warteschlangenlänge EL_W in Abhängigkeit vom Verhältnis Q_B/s (im System mit absolut zuverlässigen Kanälen ist Q_B/s der Auslastungsgrad jedes der $s = 10$ Kanäle) und in Abhängigkeit von der Kanalverfügbarkeit V_{De} ($= 0,99$; $= 0,9090$) sowie der Anzahl r der Instandhalter ($r = 1; 10$) für die Störungsart „U“ – „Unterbrechung und Weiterführung nach Instandsetzung“. Der Einfluß der Instandhaltungskapazität ist offenbar bei relativ hohen Kanalverfügbarkeiten (etwa $V_{De} \approx 0,99$) unbedeutend, während er bei geringeren Kanalverfügbarkeiten nicht vernachlässigt werden kann, wenn die Störungserkennungszeiten klein sind.

Schlußfolgernd ist festzustellen, daß man in automatisierten Anlagen mit rechnergestützter Überwachung der Aggregate schon bei Aggregatverfügbarkeiten $V_{De} < 0,99$ genau zu rechnen hat und den Einfluß der Instandhaltungskapazität beachten muß. Dafür existiert ein Algorithmus [9.24], [9.36], der über geschlossene Wartemodelle des Instandhaltungsprozesses die internen Wartezeiten im Modell des Bedienungssystems berücksichtigt (Anwendung von Bedienungsmodellen mit Geschwindigkeiten).

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß sich die mittlere Warteschlangenlänge EL_W in einem störanfälligen Wartesystem mit festen Erwartungswerten aller 4 eingehenden Zeiten T_B , T_A , T_L , T_I bezüglich der Verteilungsfunktion der Instandsetzungszeiten T_I genauso verhält, wie ein Wartesystem mit absolut zuverlässigen Kanälen bezüglich der Verteilungsfunktion der Bedienungszeiten T_B . Es gilt nämlich für das 1kanalige System z. B. die Pollaczek-Chintchin-Formel auch unter störanfälligem Aspekt [9.24]:

$$\frac{EL_W(T_A, T_B, T_L - \text{exponentialverteilt}; T_I - \text{constant})}{EL_W(T_A, T_B, T_L, T_I - \text{exponentialverteilt})} = \frac{1}{2}.$$

Den größten Gewinn bezüglich der Warteschlangenlänge erzielt man natürlich beim Übergang von exponentiellen zu konstanten Ankunftsabständen T_A , während der Übergang von exponentiellen zu konstanten Bedienungszeiten T_B im störanfälligen System nicht so ergiebig ist wie bei den Instandsetzungszeiten T_I .

Bild 9.6

Mittlere Länge der Warteschlange EL_W in einem störanfälligen Wartesystem des Typs $M/M/10/\infty - M/M/r$ mit $s = 10$ Bedienungskanälen und $r = 10$ bzw. $r = 1$ Instandhaltungskollektiven; Kanalverfügbarkeit $V_{De} = 0,99$ bzw. $V_{De} = 0,909$. Störungstyp: Blockierende Störung mit Weiterführung der unterbrochenen Bedienung nach Instandsetzungsende. Wartezeiten auf Instandhaltungsbeginn entstehen durch zeitweise voll beschäftigte Instandhaltungskollektive.

Schlußfolgernd für die Praxis lohnt sich eine determinierte Instandsetzungszeit, die z.B. durch Austausch der Bedienungskanäle erzielt werden kann.

9.2.3.3. Anwendungen

Beispiel 9.6: Liege- und Durchlaufzeiten für Aufträge im industriellen Fertigungsprozeß

Das Beispiel wird aus [9.23], S. 92, entnommen. In [9.23] wird allerdings ein Modellierungsprinzip verwendet, das die Störungen in den Ankunftsprozeß einbezieht (vgl. entsprechende Wertung im Abschn. 9.1.), so daß die hier erzielten numerischen Ergebnisse von denen in [9.23] abweichen.

Ausgangssituation:

Ein Arbeitsplatz arbeitet im Zweischichtbetrieb (täglich 960 min Arbeitszeit und 480 min planmäßige Schichtstillstandszeit, in der auch die planmäßig vorbeugende

Instandhaltung PVI vorgenommen wird). In 77 000 min kommen von den im Dreischichtbetrieb arbeitenden anderen Arbeitsplatzgruppen planmäßig insgesamt 50000 Teile im exponentialverteilten Abstand an, die bezüglich ihrer Bearbeitungszeiten auf dem betrachteten Arbeitsplatz in 5 Teilartengruppen unterteilt werden können. Angaben zu diesen Gruppen sind in Tabelle 9.2 zusammengestellt. Für den Planungszeitraum wird mit durchschnittlich 50 Ausfällen, die eine Instandsetzung nach sich ziehen, gerechnet. (Im Gegensatz zu [9.23] soll keine konstante Anzahl von Ausfällen im Planungszeitraum angenommen werden.) Die Ausfallabstände seien exponentialverteilt. (Jede andere Verteilungsfunktion ist problemlos berücksichtigbar.) Die Instandsetzungsdauer T_I kann mittels folgender empirischer Verteilung geschätzt werden:

$$P(T_I = 30 \text{ min}) = 0,6; \quad P(T_I = 45 \text{ min}) = 0,3; \quad P(T_I = 60 \text{ min}) = 0,1.$$

Außerdem wird vorausgesetzt (im Gegensatz zu [9.23], S. 92), daß der Arbeitsplatz nur während seiner Arbeitszeit ausfallen kann. Bei Ausfall wird die laufende Bedienung unterbrochen und nach Instandsetzungsende weitergeführt. Das ist für die industrielle Fertigung realistisch.

Tabelle 9.2 Technologische Angaben zu Beispiel 9.6 (aus [9.23])

Teilartengruppe	1	2	3	4	5
Stückzahl n	10^4	$5 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^4$	10^3	$1,4 \cdot 10^4$
Bearbeitungszeit T pro Stück/min	0,3	1,5	1,0	3,0	0,1
Umrüstzeiten je Los/min	5	10	8	15	3
Losgrößen: Variante A	100	250	200	100	100
Varianten B	50	125	100	50	50

Aufgabenstellung und Datenaufbereitung:

Es sind die Auswirkungen der Losgrößenvarianten A und B aus Tabelle 9.2 auf die mittleren Auftragsdurchlaufzeiten (mittlere Verweilzeiten ET_V) durch den Arbeitsplatz bei Grundbelastung und bei für jede Teileart um 20 % erhöhter Belastung zu diskutieren. Zur Erleichterung der Rechnung werden die Teilzeiten aus Tabelle 9.2 zusammengefaßt zu Tabelle 9.3. Dabei darf man die Bearbeitungszeiten je Stück und damit je Los als konstant annehmen. Dann werden die bedienungstheoretischen Grunddaten in Tabelle 9.4 gebildet. Dabei entsteht das Problem des Umgangs mit den Zeiten für planmäßigen Schichtstillstand und für planmäßige vorbeugende Instandhaltung (PVI).

Es ist folgende Vorstellung nützlich, die man auf analoge Fälle verallgemeinern kann. (Ein analoges Problem ist z.B. der Umgang mit Zeiten für planmäßige Bauarbeiten mit Teilsperren der Transportanlage auf Eisenbahnstrecken.)

Die Zeit für planmäßigen Schichtstillstand/PVI folgt unmittelbar auf eine Bearbeitung eines Teils der Teileart 1 – 5. Dann ist der Arbeitsplatz für die weiteren 480 min gegen weitere Teile blockiert. Somit kann diese Zeit als die der letzten Bearbeitungszeit angehängte Belegung des Arbeitsplatzes angesehen werden.

Eine „künstliche Forderung“ nach planmäßigem Stillstand in die Modellierung einzubeziehen (wie in [9.23]) ist unnötig und weniger realistisch. Direkt falsch ist

Tabelle 9.3 Angaben zu den einzelnen Bearbeitungszeiten zu Beispiel 9.6 (aus [9.23])

Bearbeitungszeit je Los; Losgröße	Teilarten					PVI ¹⁾	UI ¹⁾		
	1	2	3	4	5				
Variante A, Grundbelastung									
ET/min	35	385	208	315	13	480	30	45	60
n	100	20	100	10	140	50	30	15	5
Variante A, 120 % Belastung									
ET/min	35	385	208	315	13	480	30	45	60
n	120	24	120	12	168	50	30	15	5
Variante B, Grundbelastung									
ET/min	20	197	108	165	8	480	30	45	60
n	200	40	200	20	280	50	30	15	5
Variante B, 120 % Belastung									
ET/min	20	197	108	165	8	480	30	45	60
n	240	48	240	24	336	50	30	15	5

1) PVI $\triangleq$ PVI/planmäßige Schichtstillstände
UI $\triangleq$ unplanmäßige Stilllegung (Instandsetzung)

Tabelle 9.4 Grunddaten für die bedienungstheoretische Berechnung im Beispiel 9.6, abgeleitet aus Tabelle 9.2

	ET _B /min	V ² T _B	ET _A /min	q _B = ET _B /ET _A
Variante A, Grundbelastung	145,2	1,25	208,1	0,6977
Variante A, 120 % Grundbelastung	138,4	1,29	173,4	0,7982
Variante B, Grundbelastung	79,8	2,19	104,1	0,7666
Variante B, 120 % Grundbelastung	75,5	2,17	86,1	0,8707

Verwendete Formeln:

$$ET_B = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i \cdot ET_i}{\sum_{i=1}^6 n_i}$$
 mit $i = 1(1)5$ für Teilarten,
 $i = 6$ für PVI (Schichtstillstand);

$$V^2T_B = \frac{\sum_{i=1}^6 n_i \cdot (ET_i)^2}{(\sum_{i=1}^6 n_i \cdot ET_i)^2} - 1$$
  i wie oben;

$$ET_A = T_u / \sum_{i=1}^5 n_i$$
  i wie oben, T_u (hier) = 77 000 min.

Aus Tabelle 9.2 ergibt sich für die Instandsetzungsdauer T_I bei allen Varianten:

$ET_I = 37,5$ min; $V^2T_I = 0,07$ nach analogen Formeln der Mischverteilung wie bei T_B .
Für die mittlere Lebensdauer ergibt sich (da die Maschinen nur während ihrer Arbeitszeit ausfallen können):

$ET_L = T_u / \text{Anzahl Störungen} = (77\,000 \cdot 2/3) / 50 = 1027$ min.
Somit erhält man eine Verfügbarkeit V_{De} des Arbeitsplatzes von $V_{De} = 1 / (1 + ET_I / ET_L) = 0,9648$.

die bei vielen Kapazitätsplanungen verwendete Methode, planmäßige Stillstandszeiten vom Untersuchungszeitraum zu subtrahieren. Das wäre nur richtig, wenn z. B. die gesamte Produktionslinie gleichzeitig stillliegt (oder im unten erwähnten Beispiel die gesamte Eisenbahnstrecke gesperrt würde). Häufig ist dagegen der planmäßige Stillstand nur einzelner Teile von Produktionslinien (oder Eisenbahnstrecken), während die übrigen Teile weiter produzieren, so daß das hier erläuterte „Anhängen“ der Stillstandszeit an die letzte Bearbeitungszeit sinnvoll ist.

Durch die hier gewählte Modellvorstellung erhöht sich die Bedienungszeit im Mittel nur wenig, dagegen ihre Variation stark. Das ist der Realität näher als die o. g. Methoden.

Mit den im Abschnitt 9.2.2. angeführten Ausdrücken (9.1) und (9.2) sind die Werte für die gesuchten mittleren Liegezeiten der Teile (Wartezeiten T_W im Bedienungsmodell) und ihrer Durchlaufzeiten (Verweilzeiten T_V) relativ leicht berechenbar (Tabelle 9.5).

Tabelle 9.5 Ergebnisse der bedienungstheoretischen Berechnung im Beispiel 9.6

Grundformeln:

$ET_V = ET_W + ET_{Bm,u}; \quad ET_W = EL_W \cdot ET_A \text{ (LITTLE)}; \quad ET_{Bm,u} = ET_B / V_{De}; \quad \varrho_{m,u} = \varrho_B / V_{De};$
 $V^2 T_{Bm,u} = V^2 T_B + V_{De}(1 - V_{De})(1 + V^2 T_I) \cdot ET_I / ET_B$

Störanfälliges System ($V_{De} = 0,9648$)	Auslastung		mittlere Warte- schlange EL_W	mittlere Wartezeit ET_W/min	mittlere Verweilzeit ET_V/min
	$\varrho_{m,u}$	$V^2 T_{Bm,u}$			
Variante A, Grundbelastung	0,7232	1,2594	2,13	444	595
Variante A, 120 % Belastung	0,8273	1,2598	4,48	776	920
Variante B, Grundbelastung	0,7946	2,2071	4,93	513	596
Variante B, 120 % Belastung	0,9025	2,1858	13,31	1146	1235
System mit absolut zuverlässigem Arbeitsplatz ($V_{De} = 1$)	ϱ_B	$V^2 T_B$	EL_W	ET_W/min	ET_V/min
Variante A, Grundbelastung	0,6977	1,25	1,81	377	522
Variante A, 120 % Belastung	0,7982	1,29	3,61	627	765
Variante B, Grundbelastung	0,7666	2,19	4,02	418	498
Variante B, 120 % Belastung	0,8707	2,17	9,30	807	882

Ergebnisse:

1. „Die mit Variante B symbolisierte 'Lossplitterung' als häufig angewandte Lenkungsmaßnahme im Fertigungsprozeß hat bei relativ niedriger Grundbelastung (hier $\varrho_B = 0,77$) durchaus eine durchlaufverkürzende Wirkung“, wenn Störungen ausschließbar wären. „Bei erhöhter Belastung (120 % Grundbelastung: $\varrho_B = 0,87$) kehrt sich jedoch ihre Wirkung um! Nun ist die durch die 'Lossplitterung' verursachte Erhöhung des Kapazitätsauslastungsgrades $\eta = \varrho_B$ (im störungsfreien Fall) als entscheidend für die Gesamtwirkung auf die Durchlaufzeit anzusehen. Diese Entwicklung zeigt sich jedoch erst deutlich im stationären Regime; sie kann bei Kurzzeitbetrachtungen durchaus zeitweilig verdeckt werden und damit Effek-

tivität vortäuschen, die in Wirklichkeit überhaupt nicht vorhanden ist" [9.23], S. 94.

Die Nichtbeachtung dieser Gesetzmäßigkeit führt zum sogenannten „Übersättigungsproblem“ ([9.23], S. 14), bei dem die Warteschlangen vor den Arbeitsplatzgruppen anwachsen und die Durchlaufzeiten auch durch Produktionslenkungsstrategien nicht mehr wesentlich verkürzt werden können. Zur Vermeidung solcher Situationen, die nur durch aufwendige Maßnahmen (Sonderschichten, Überstunden u.ä.) überwunden werden können, haben sich die Produktionsplaner nicht am Ziel einer möglichst hohen Kapazitätsauslastung, sondern bei geplanter Leistung am Ziel eines möglichst geringen Kapazitätsauslastungsgrades zu orientieren. (Weitere Begründungen und Möglichkeiten der Realisierung sind in [9.23] ausgezeichnet beschrieben.)

2. Der Umkehreffekt der 'Lossplitterung' wird bereits beim Übergang vom Modell mit einem absolut zuverlässigen Arbeitsplatz zum realistischeren Modell mit Beachtung der Störanfälligkeit deutlich (Tabelle 9.5). Die Kapazitätsauslastung $\eta = \varrho_m$ (gegenüber $\eta = \varrho_B$) steigt durch die Störanfälligkeit an, obwohl durch deren Zuwachs keine Produktionssteigerung möglich wird und obwohl die Verfügbarkeit V_{De} des Arbeitsplatzes mit $V_{De} = 96,5\%$ konstant bleibt. Der relative Zuwachs an Durchlaufzeit zwischen ungestörten und störanfälligem System wächst in den Varianten A, B ohne/mit erhöhter Belastung von 16 % bis 44 % (Tabelle 9.5)! Dabei spielen nicht allein die Kapazitätsbelastung ϱ_B oder -auslastung ϱ_m eine Rolle, sondern insbesondere das Verhältnis $\nu = ET_I/ET_B$ der mittleren Instandsetzungs- und Bedienungszeiten. Dieses liegt in obigen Varianten bei 0,26 (Var. A, Grundbelastung) ... 0,5 (Var. B, 120 % Grundbelastung). Somit wird die mit den Formeln (9.1) und (9.2) bereits erkennbare Gesetzmäßigkeit offenbar, daß eine Ermittlung von Liege- und Durchlaufzeiten unter Beachtung von Störungen allein über die Verfügbarkeit unzureichend ist!

Als praktische Schlußfolgerung gilt, $\nu = ET_I/ET_B$ möglichst klein zu halten, praktisch kleine Instandhaltungszeiten zu realisieren. Wird die Ausfalldauer T_{SB} nicht maßgebend von T_I bestimmt, sondern durch weitere Zeiten (vgl. Abschn. 2.3.) groß gegenüber der Bedienungszeit T_B , dann wird das Prozeßergebnis besonders schlecht sein.

3. Die relativ hohen Variationskoeffizienten VT_B der Bearbeitungszeiten entstehen trotz der Voraussetzung konstanter Bearbeitungszeiten je Stück. Die niedrigeren Werte VT_B in Tabelle 9.4 liegen – wie zu erwarten – bei umfangreicheren Losgrößen vor, während die 'Lossplitterung' (Variante B) zu recht hohen Werten VT_B führt, die stets schlechte Organisiertheit des Prozesses anzeigen. Zusätzlich varianzerhöhend wirken die unplanmäßigen Instandsetzungen (Tabelle 9.5), die in der Realität wahrscheinlich noch stärkeren Einfluß haben als hier angenommen, weil deren Variationskoeffizienten VT_I oftmals höher als $VT_I > 0,3$ sind (hier nur $V^2T_I = 0,07$ bzw. $VT_I = 0,26$). Die Varianz der Störungsbeseitigungsdauer wirkt um so stärker, je geringer die Verfügbarkeit V_{De} ist (bei hohen Belastungen schon bei $V_{De} \approx 0,99!$).

Folglich muß auch in industriellen Fließfertigungsprozessen mit nahezu konstanten Taktzeiten durch den Einfluß von Störungen eine „Bilanzierung unter Zufallsabhängigkeit“ erfolgen. Verminderungen der negativen Wirkungen der Variationskoeffizienten bzw. deren Werte selbst sind u.a. möglich durch [9.23]:

– Übergang von serieller Einzelplatzmontage zu paralleler Nestmontage,

- Schaffung von Pufferlagern vor und nach parallelen Arbeitsplätzen,
- durchgehende Automatisierung von Produktionslinien anstatt Einsatz vieler einzelner Automatenarbeitsplätze und Roboter,
- kurze Fließstrecken mit kleinen Puffern anstatt großer Fließstrecken mit großen Puffern.

4. Bei hohen geplanten Kapazitätsauslastungsgraden ($\eta = \varrho_B \approx 0,9 \dots < 1,0$) ist Vorsicht geboten, weil durch Störungseinfluß leicht eine tatsächliche Kapazitätsbelastung $\varrho_m \gtrsim 1$ zustande kommen kann, mit der eventuell kurzzeitig gearbeitet, jedoch keineswegs längerfristig ein kontinuierlicher Produktionsprozeß erzielt werden kann. Es gilt für Produktionssysteme, die Kritizitätsbedingung für Wartesysteme zu beachten (vgl. Beispiel 9.8 oder [9.43]).

Beispiel 9.7: Verlustsystem der Nachrichtenverkehrstheorie mit störanfälligen Kanälen, die bei Ausfall gegen weitere Anrufe blockiert werden.

Ausgangssituation:

In Vermittlungsanlagen für den Fernspreverkehr dienen Leitungen, Schaltglieder, Speicher, Register usw. dazu, die Vermittlungswünsche (Forderungen) zu bedienen. Die Bedienung drückt sich in der Belegung o.g. Schaltglieder (im folgenden Bedienungskanäle) aus. Die Belegungszeit besteht aus den Zeiten der Schalthandlungen und des Gesprächs. Für den Errichter und Betreiber von Vermittlungsanlagen besteht das Problem, einerseits möglichst viele Kanäle s zu errichten bzw. verfügbar zu halten, damit geringe Wahrscheinlichkeiten für die Abweisung von Anrufen entstehen (Verlustwahrscheinlichkeiten P_V), andererseits aus ökonomischen Gründen die Anzahl s der Kanäle nicht zu groß zu bemessen. Meist wird von einer gegebenen oberen Grenze von P_V ausgegangen, um s bei gegebener Belastung ϱ_B zu berechnen.

Wird einer der s Kanäle gestört, so sei vorausgesetzt, er werde unverzüglich gegen weitere Belegungen gesperrt, und das gerade laufende Gespräch wird abgebrochen (zu anderen Störungsarten siehe Abschn. 9.3.). Da der Hauptteil der Ausfalldauer in der Störungsidentifikation besteht, spielen interne Wartezeiten (siehe Abschn. 2.3.) keine Rolle. Damit ist der Formelapparat (9.9) bis (9.11) anwendbar.

Es ist der Einfluß der Störanfälligkeit der Kanäle auf die Verlustwahrscheinlichkeit P_V (in Form der Ablehnungswahrscheinlichkeit eingehender Gesprächswünsche) darzustellen.

Lösung:

Für die Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit einer einstufigen Koppelanordnung (im bedienungstheoretischen Sinn: einphasiges System mit s parallelen Kanälen) gilt bei voller Erreichbarkeit aller s Kanäle die ERLANGsche Verlustformel (hier in ihrer rekursiven Form entsprechend Kapitel 4., Formel (4.20)) für ein M/G/s-Verlustsystem:

$$P_V^{-1}(s) = 1 + P_V^{-1}(s-1) \cdot s/\varrho \quad [9.44]$$

Der letzte Ausdruck ist – wie in Kapitel 4. ausgeführt – unempfindlich gegenüber der Bedienungszeitverteilung und gilt sogar bei abhängigen Bedienungszeiten, so daß für die Berücksichtigung des Störungseinflusses lediglich ϱ durch $\varrho_{m,a}$ zu ersetzen ist.

Für $Q_{m,a}$ gilt wegen Ausdruck (9.11)

$$Q_{m,a} = Q_B \cdot v / (V_{De} \cdot (v - 1) + 1)$$

mit

$$v = ET_I / ET_B$$

In Vermittlungsanlagen liegen die praktischen Werte für die Kanalverfügbarkeit bei $V_{De} \approx 0,999 \dots 0,96$ und für $v = 100 \dots 2 \cdot 10^4$, so daß der mit Q_B zu multiplizierende Faktor einen Wert von $1,0 \dots 1,05$ hat.

Bild 9.7 Relativer Zuwachs $\Delta P_V/P_V$ der Verlustwahrscheinlichkeit P_V durch Störungseinfluß im M/G/s/0-System. Störungseinfluß bewirkt Belastungsanstieg auf das 1,05fache des Verkehrswertes Q_B

Ergebnisse (vgl. Bild 9.7):

Bei niedrigen Kanalzahlen ist der störungsbedingte Zuwachs an Verlustwahrscheinlichkeit absolut am höchsten, relativ aber in der Kanalzahl s und im Verhältnis Q_B/s wachsend.

Die zugrundegelegte Belastungserhöhung um 20 % (auf das 1,05fache) bewirkt bereits ab mehr als 10 Kanälen einen Zuwachs an Verlustwahrscheinlichkeit um mehr als 20 %. Nur bei extremen Grundbelastungen (bei $\varrho_B/s > 1,0$) bleibt der Zuwachs an Verlust unter dem Belastungszuwachs.

Zusätzlich zum hier betrachteten Verlust durch Blockierung aller Kanäle müssen noch diejenigen Forderungen, die nur teilweise bedient das System verlassen, zum Verlust gezählt werden.

Beispiel 9.8: Durchsatzberechnung von störanfälligen Bedienungssystemen

Allgemeine Lösung:

In TUL-Systemen spielt der Durchsatz durch einzelne TUL-Mittel und durch Kombinationen von TUL-Mitteln eine erhebliche Rolle. Unter Durchsatz verstehen verschiedene Autoren unterschiedliche Größen. In der hier verwendeten Terminologie ist der Durchsatz eine Zufallsgröße der Leistungsfähigkeit oder des Leistungsverhaltens (vgl. Abschn. 2.2.). Meist wird unter Durchsatz von TUL-Systemen allein die maximale Leistungsfähigkeit verstanden. Diese wird entsprechend Kapitel 2. mit l_{Dmax} bezeichnet. Tatsächlich kann aber nur ein bestimmtes zufälliges Leistungsverhalten realisiert werden, wobei insbesondere das mittlere momentane Leistungsverhalten EM_t (oftmals nicht eindeutig als praktischer Durchsatz bezeichnet) interessiert. Beide Kenngrößen werden für Wartesysteme und Systeme mit begrenztem Stauraum, jeweils s parallelen, identischen und störanfälligen Kanälen angegeben, wobei jeder Kanal die im Mittel wirksame maximale Leistungsfähigkeit μ_B habe. Die Ankunftsintensität der Forderungen sei $\lambda_B = 1/ET_A$. Es wird vorausgesetzt, daß der Kanal nur ausfallen kann, wenn er arbeitet und die Störung von der Art „U“ sei (vgl. Beispiel 9.1).

Die maximale Leistungsfähigkeit eines Parallelsystems ist stets $\sqrt{9.43}$:

$$l_{Dmax} = \mu_B \cdot E(S) \quad (9.21)$$

mit $E(S)$, der mittleren Anzahl verfügbarer Kanäle.

Das mittlere Leistungsverhalten hängt sowohl von der maximalen Leistungsfähigkeit als auch vom Forderungenstrom ab:

A) Wartesysteme $\sqrt{9.43}$

$$EM_t = \min(\lambda_B; l_{Dmax}). \quad (9.22)$$

Ausdruck (9.22) drückt aus, daß ein nichtkritisches Wartesystem stets ein geringeres mittleres Leistungsverhalten EM_t aufweist als seine maximale Leistungsfähigkeit beträgt. In kritischen Wartesystemen kann zwar l_{Dmax} voll genutzt werden, die Warteschlange wächst jedoch über alle Grenzen, sobald $\lambda_B \geq l_{Dmax}$.

B) Systeme mit begrenztem bzw. ohne Stauraum $\sqrt{9.43}$, $\sqrt{9.24}$

$$EM_t = \lambda_B (1 - P_V(\varrho_{m,u}; V^2 T_{Bm,u})) \quad (9.23)$$

mit $P_V(\varrho_{m,u}; V^2 T_{Bm,u})$, der Verlustwahrscheinlichkeit in einem s -kanaligen System, mit Belastung $\varrho_{m,u}$ und modifizierter Kanalbelegungszeit $T_{Bm,u}$ ohne interne Wartezeiten.

Näherungsweise gilt für den Fall nicht zu vernachlässigender interner Wartezeiten $\sqrt{9.24}$:

$$EM_t \approx \lambda_B (1 - P_V(E(S); V^2 T_{Bm,u}; Q_B)), \quad (9.24)$$

wobei $P_V(E(S); V^2 T_{Bm,u}; Q_B)$ die Bezeichnung für die Verlustwahrscheinlichkeit P_V in einem System mit $E(S)$ Kanälen und der Belastung Q_B sowie Bedienungszeit $T_{Bm,u}$ ist.

Dabei ist $E(S)$ i. allg. nicht ganzzahlig. Obwohl es Verfahren zur Berechnung von $P_V(E(S))$ für nichtganzzahlige Werte $E(S)$ gibt [9.44], kann näherungsweise P_V aus benachbarten ganzzahligen Werten $\text{INTEGER}[E(S)]$ bzw. $\text{INTEGER}[E(S)+1]$ durch Interpolation ermittelt werden. Bei kleinen Kanalzahlen empfiehlt sich graphische Interpolation (Genauigkeit!).

Die Ermittlung der mittleren Anzahl verfügbarer Kanäle $E(S)$ ist im Falle vernachlässigbar kleiner interner Wartezeiten einfach; sind jedoch die Störungs-erkennungszeiten in der Regel nicht so groß, daß der Anteil interner Wartezeiten und Instandsetzungszeiten verschwindet, dann muß man $E(S)$ auf genauerem Wege ermitteln. Immer gilt der Ausdruck (9.25)

$$E(S) \leq s \cdot V_{De}, \quad (9.25)$$

wobei das Gleichheitszeichen im Falle verschwindender interner Wartezeiten gültig ist. Ansonsten ist $E(S)$ über geschlossene Wartemodelle des Instandhaltungsprozesses zu ermitteln, in denen die s vorhandenen ausfallfähigen Kanäle die Quellen darstellen und r Instandhaltungskollektive die Forderung nach Erneuerung der Bedienungskanäle befriedigen. Sind s und r gleich ($s = r$), so ist das Gleichheitszeichen in (9.25) erfüllt; für $s > r$ gilt nur die Ungleichung (9.25). Das hat insofern große Bedeutung, weil in der Regel $s > r$ in praxi gilt (Instandhaltungsdefizit: Anzahl ausfallmöglicher Kanäle s ist größer als die Anzahl r der Instandhaltungskollektive).

In den geschlossenen Wartemodellen des Instandhaltungsprozesses spielen i. allg. die Verteilungsfunktionen der Lebensdauer T_L und der Instandsetzungsdauer T_I eine Rolle. Für den Fall exponentialverteilter Größen T_L , T_I gibt Bild 9.8 den Zustandsgraph eines geschlossenen Wartemodells wieder. Das Modell wurde zuerst von PALM zur Bestimmung der notwendigen Anzahl r von Servicekräften für s automatisch laufende Textilmaschinen benutzt (PALMsches Modell, vgl. Abschn. 6.2.1.). In rekursiver Form lauten die Zustandswahrscheinlichkeiten $P_{Z,j}^{(s,r)}$ für das Vorliegen des Zustands j im Zuverlässigkeitsmodell unter der Bedingung, daß maximal s Kanäle von r Wartungskräften instandgehalten werden müssen:

$$P_{Z,j}^{(s,r)} = \frac{s-j+1}{a} \cdot Q_Z \cdot P_{Z,j-1}^{(s,r)}$$

mit

$$a = \begin{cases} j & \text{für } 0 < j \leq r \\ r & \text{für } r \leq j \leq s \end{cases}$$

In (9.26) bedeutet der Zustand j , daß genau j von s Kanälen ausgefallen sind. Die mittlere Anzahl $E(S)$ verfügbarer Kanäle ist dann

$$E(S) = \sum_{j=0}^s (s-j) P_{Z,j} \quad (9.27a)$$

Insbesondere gilt bei einem ($r = 1$) existierenden Instandhaltungskollektiv

$$E(S) = s! \cdot P_{Z,0} \sum_{j=0}^{s-1} \frac{\varrho_Z^j}{(s-j-1)!} \quad \text{für } r = 1 \quad (9.27b)$$

mit

$$P_{Z,0}^{-1} = s! \sum_{j=0}^s \varrho_Z^j / (s-j)!$$

und

$$\varrho_Z = (1 - V_{De}) / V_{De}.$$

Für Verfügbarkeiten von $V_{De} \leq 0,99 \dots 0,9$ und $s = 1 \dots 13$, $r < s$, sind die $E(S)$ -Werte in [9.36] tabelliert.

Scheut man den Aufwand zur Berechnung von $E(S)$ mit einem geschlossenen Wartemodell und verwendet $E(S) = s \cdot V_{De}$ auch im Falle nicht zu vernachlässigender interner Wartezeiten, so wird $E(S)$ zu optimistisch geschätzt! Im Bild 9.6 werden die Wirkungen deutlich für Verfügbarkeiten $V_{De} \approx 0,99$.

Das PALMsche Modell ist zwar bezüglich der Lebensdauerverteilung unempfindlich, nicht aber bezüglich der Instandsetzungsdauer. Den höchsten Wert für $E(S)$ unter ansonsten gleichen Bedingungen würde eine konstante Instandsetzungszeit liefern. Dafür existiert ein geschlossenes Wartemodell nach ASHCROFT (bei $r = 1$; vgl. Abschn. 6.2.1.). Im Vergleich der Werte $E(S)$ beider Modelle erkennt man, daß der Gewinn an einer höheren Anzahl $E(S)$ intakter Kanäle beim Übergang von exponentieller zu konstanter Reparaturzeit bei Kanalverfügbarkeiten $V_D \geq 0,9$ bescheiden ist [9.24], so daß für diesen Bereich die Programmierung und Auswertung von (9.27) ausreichend ist. (9.27) liefert natürlich für $r = s$ den Wert $E(S) = s \cdot V_{De}$, wobei in diesem Spezialfall das Ergebnis nicht von den Verteilungsfunktionen der Lebens- und Instandsetzungsdauer abhängt.

Rechenbeispiele:

A) Wartesystem $M/M/10/\infty - M/G/r$

Das Wartesystem arbeite mit maximal $s = 10$ Kanälen und $r \leq 10$ Instandhaltern. Die mittlere Anzahl intakter Kanäle bestimmt sich aus einem geschlossenen Wartemodell mit $s = 10$ Quellen und r Instandhaltungskollektiven. Für eine Verfügbarkeit des Kanals von $V_{De} = 1/1,1 \approx 0,909$ ergibt sich nach dem PALMschen Modell

$$E(S) = \begin{cases} 9,09 & \text{für } r = 10 \\ 8,86 & \text{für } r = 2 \\ 7,85 & \text{für } r = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{bei exponentiellen Instandsetzungszeiten und} \\ \text{beliebig verteilter Lebensdauer} \end{array}$$

und nach dem Modell von ASHCROFT für exponentialverteilte Lebensdauer und konstante Instandsetzungsdauer $E(S) = 8,21$ für $r = 1$ [9.46].

Schlußfolgerung:

Die maximale Leistungsfähigkeit des Systems beträgt $l_{Dmax} = \mu_B \cdot E(S)$, $E(S)$ hat obige Werte. Das störanfällige Wartesystem mit 10 Kanälen und 1 Instandhalter wird bereits bei einer Verkehrsbelastung von $\varrho_B \approx 8$ kritisch, wenn die Kanalverfügbarkeit etwa 90 % beträgt und 1 Instandhaltungskollektiv zur Wartung aller 10 Kanäle existiert.

B) Warte-Verlust-System M/G/5/10-M/G/1

Ein Poissonscher Forderungenstrom mit Rate $\lambda_B = 3,75/\text{ZE}$ treffe auf ein $s = 5$ kanaliges System mit $m = 10$ Warteplätzen. Die Bedienungszeit sei

- a) exponentialverteilt mit Mittelwert $ET_B = 1 \text{ ZE}$,
- b) konstant mit $ET_B = 1 \text{ ZE}$.

Jeder der $s = 5$ Kanäle habe eine Verfügbarkeit $V_{De} = 1/1,1 \approx 0,909$. Die Instandsetzungen werden durch $r = 1$ Kollektiv durchgeführt, wobei die Instandsetzungszeiten

- c) exponentialverteilt mit Mittelwert $ET_I = 50 \text{ ZE}$,
- d) konstant mit $ET_I = 50 \text{ ZE}$

sind. Der Mittelwert der störungsfreien Laufzeit ET_L jedes Kanals ergibt sich dann über die Verfügbarkeit zu $ET_L = 500 \text{ ZE}$. T_L sei exponentialverteilt.

Zunächst ermittelt man die mittlere Anzahl intakter Kanäle nach dem Modell von PALM bzw. ASHCROFT:

$$E(S) = \begin{cases} 4,36 & \text{bei exponentialverteilter Instandsetzungszeit} \\ 4,44 & \text{bei konstanter Instandsetzungszeit.} \end{cases}$$

Wegen $\mu_B = 1/\text{ZE}$ ist die maximale Leistungsfähigkeit $l_{D\max}$ zahlenmäßig gleich $E(S)$.

Nun ermittelt man P_V über den Variationskoeffizienten der modifizierten Kanalbelegungszeit $VT_{Bm,u}$ nach (9.2):

$$V^2 T_{Bm,u} = \begin{cases} 9,26 & \text{für exponentielle } T_B, \text{ exponentielle } T_I \\ 5,13 & \text{für exponentielle } T_B, \text{ konstante } T_I \\ 8,26 & \text{für konstante } T_B, \text{ exponentielle } T_I \\ 4,13 & \text{für konstante } T_B, \text{ konstante } T_I. \end{cases}$$

Unter Benutzung von $\rho_B = 3,75$ und $E(S)$ ermittelt man die Verlustwahrscheinlichkeit P_V in einem M/G/E(S)/10-Modell [9.24] zu

$$P_V \approx \begin{cases} 0,1100 & \text{für exponentielle } T_B, \text{ exponentielle } T_I \\ 0,0775 & \text{für exponentielle } T_B, \text{ konstante } T_I \\ 0,1048 & \text{für konstante } T_B, \text{ exponentielle } T_I \\ 0,0673 & \text{für konstante } T_B, \text{ konstante } T_{SB}. \end{cases}$$

Im Modell M/M/5/10 mit $\rho_B = 3,75$ und absolut zuverlässigen Kanälen ergibt sich P_V nur zu $P_V = 6,6 \cdot 10^{-3}$.

Nunmehr läßt sich das mittlere momentane Leistungsverhalten nach (9.24) leicht angeben zu

$$EM_t \approx \begin{cases} 3,34/\text{ZE} & \text{für exponentielle } T_B, \text{ exponentielle } T_I \\ 3,46/\text{ZE} & \text{für exponentielle } T_B, \text{ konstante } T_I \\ 3,36/\text{ZE} & \text{für konstante } T_B, \text{ exponentielle } T_I \\ 3,50/\text{ZE} & \text{für konstante } T_B, \text{ konstante } T_I. \end{cases}$$

Im System mit absolut zuverlässigen Kanälen ergibt sich $EM_t = 3,725/\text{ZE}$. Da EM_t nicht größer als das Minimum aus Ankunftsintensität und maximaler Leistungsfähigkeit werden kann, ist $EM_{t\max} = \lambda_B = 3,75/\text{ZE}$, so daß sich Funktionsgüten G_{Mt} bezüglich des Leistungsverhaltens wegen (2.20) zu

$$G_{Mt} = \begin{cases} 0,896 & \text{für exponentielle } T_B, \text{ exponentielle } T_I \\ 0,929 & \text{für exponentielle } T_B, \text{ konstante } T_I \\ 0,901 & \text{für konstante } T_B, \text{ exponentielle } T_I \\ 0,939 & \text{für konstante } T_B, \text{ konstante } T_I \end{cases}$$

ergeben. Der negative Einfluß insbesondere der Variation der Instandsetzungszeiten wird deutlich. Das ist bemerkenswert, weil die Verfügbarkeit über alle 4 Fälle konstant gehalten wurde.

9.3. Kanalbelegungszeiten im Fall nichtblockierender Störungen

9.3.1. Allgemeines

Führt der Ausfall eines Kanals zu einer Störung S2, so wird dieser Kanal nicht gegen eintreffende Forderungen blockiert, d.h., Forderungen können den Kanal auch nach Störungseintritt neu belegen (vgl. Störungssystematik Bild 2.16). Somit ist eine Störung S2 selbst nicht identisch mit einer Belegung des Kanals (im Gegensatz zu S1). Wie bereits erläutert, kann ein mit S2 gestörter Kanal jedoch durch Aufnahme einer Kundenforderung belegt werden, ganz gleich, ob während der Belegung eine ordnungsgemäße Bedienung erfolgt (Bild 2.16, Fall S41) oder nicht (Fall S42). Nach Entdeckung der Störung S2 bzw. während der Instandsetzung sind die gestörten Kanäle i. allg. für Forderungen gesperrt und damit im Sinne der Definition der Kanalbelegungszeit als belegt zu betrachten.

Bei der Ermittlung der Verteilungsfunktion der Kanalbelegungszeiten T_{Bm} sind also die Bedienungszeiten T_B im ungestörten Zustand, die Belegungszeiten T'_B der gestörten Kanäle und die Instandsetzungszeiten T_I einzubeziehen. Wie in Abschnitt 9.2. werden im folgenden nur die ersten beiden Momente der Verteilungen in Form der Erwartungswerte ET_{Bm} und quadratischen Variationskoeffizienten V^2T_{Bm} berechnet.

9.3.2. Bedienungssysteme mit belastungsabhängigen Störungen S2 und belastungsunabhängiger Störungserkennung

Es wird die Kanalbelegungszeit unter folgenden Voraussetzungen ermittelt:

1. Ein Ausfall tritt nur am arbeitenden Kanal nach C_L Belegungen (Zufallsgröße) ein. Der Störungseintritt wird zur Vereinfachung der Berechnung stets zu Beginn der Bedienung angenommen (Bild 2.12, Fall E 22).
2. Ein bereits gestörter Kanal kann nicht von weiteren Störungen betroffen werden (Bild 2.13, Fall A 21).
3. Ein gestörter Kanal kann weiter Forderungen aufnehmen (Bild 2.16, Fall S2).
  - a) Die Forderungen werden ordnungsgemäß bedient (Fall S41).
  - b) Die Forderungen werden nicht ordnungsgemäß bedient (Fall S42).
4. Bezüglich der Zusammensetzung der Ausfalldauer wird vorausgesetzt, daß interne Wartezeiten gegenüber Störungserkennungs- und Instandsetzungszeiten verschwinden.
5. Eine Störung wird nach C_{SE} Belegungen (Zufallsgröße) des gestörten Kanals erkannt.
6. Während der sich sofort an die Störungserkennung anschließenden Instandsetzung ist der gestörte Kanal für eintreffende Forderungen blockiert.

Ein Beispiel für die Folge der Kanalbelegungszeiten zeigt Bild 9.8. Die Voraussetzungen sind identisch mit denen des Modells 6.4, das zur Berechnung der Leistungsfähigkeit benutzt wurde. Die Ermittlung der modifizierten Kanalbelegungszeit ist nun Voraussetzung zur Untersuchung des Leistungsverhaltens dieser Systeme.

Bild 9.8 Folge von Kanalbelegungszeiten T_{Bm} bei Störungen S2

In Bild 9.8 sind drei Typen von Realisationen der Kanalbelegungszeit zu erkennen:

1. Bedienung auf ungestörtem Kanal (Dauer T_B),
2. Belegung auf gestörtem Kanal (Dauer T'_B),
3. Belegung auf gestörtem Kanal (Dauer T'_B) mit anschließender Instandsetzung (Dauer T_I).

Für die Kanalbelegungszeit ergibt sich deshalb eine Mischverteilung (vgl. [9.23]) mit folgenden Anteilen:

$$\text{zu 1.: } q_1 = EC_L / (EC_L + EC_{SE}), \quad (9.28a)$$

$$\text{zu 2.: } q_2 = (EC_{SE} - 1) / (EC_L + EC_{SE}), \quad (9.28b)$$

$$\text{zu 3.: } q_3 = 1 / (EC_L + EC_{SE}). \quad (9.28c)$$

Erwartungswert und quadratischer Variationskoeffizient der Mischverteilung betragen dann:

$$ET_{Bm} = q_1 ET_B + q_2 ET'_B + q_3 E(T'_B + T_I), \quad (9.29a)$$

$$ET_{Bm} = \frac{EC_L + ET_B + EC_{SE} ET'_B + ET_I}{EC_L + EC_{SE}}, \quad (9.29b)$$

$$\begin{aligned} V^2 T_{Bm} = & \left\{ q_1 E^2 T_B V^2 T_B + q_2 E^2 T'_B V^2 T'_B + q_3 E^2 (T'_B + T_I) V^2 (T'_B + T_I) \right. \\ & + q_1 q_2 [ET_B - ET'_B]^2 + q_1 q_3 [ET_B - E(T'_B + T_I)]^2 \\ & \left. + q_2 q_3 [ET'_B - E(T'_B + T_I)]^2 \right\} / E^2 T_{Bm} \end{aligned} \quad (9.30)$$

mit

$$E(T'_B + T_I) = ET'_B + ET_I, \quad (9.31)$$

$$V^2 (T'_B + T_I) = [E^2 T'_B V^2 T'_B + E^2 T_I V^2 T_I] / E^2 (T'_B + T_I). \quad (9.32)$$

Beispiel 9.9: (anknüpfend an Beispiel 6.4)

Gegeben sei ein 3kanaliges Verlustsystem M/G/3/0 mit Störungen S2. Die Belegungen auf den gestörten Kanälen verlassen das System als Verlust.

$$ET_B = 1,5 \text{ min}; \quad ET'_B = 0,15 \text{ min}; \quad \lambda_B = 40 \text{ h}^{-1}, \\ EC_L = 10^4; \quad EC_{SE} = 60; \quad ET_I = 75 \text{ min.}$$

Man ermittelt:

$$ET_{Bm} = 1,4994; \quad Q_{Bm} = \lambda_B \cdot ET_{Bm} = 0,9996.$$

Für das ERLANGsche Verlustsystem ist die Ermittlung des Variationskoeffizienten nicht notwendig, da die Verlustwahrscheinlichkeiten unempfindlich bezüglich der Verteilung der Kanalbelegungszeiten sind.

Setzt man Q_{Bm} in die ERLANGsche Verlustformel (Gl. (4.20)) ein, erhält man zunächst den Verlust P_{V1} an Forderungen, die bei ihrem Eintreffen keinen freien Kanal vorfinden:

$$P_{V1} = 0,06245.$$

Dieser Wert unterscheidet sich nur unwesentlich vom Verlust im ungestörten Zustand von 0,06250, da ja auch Q_{Bm} nur sehr wenig von Q_B abweicht.

Es ist jedoch jetzt noch ein zusätzlicher Anteil P_{V2} des Verlusts zu berücksichtigen, der sich aus den Forderungen ergibt, die nach Belegung der gestörten Kanäle das System verlassen. Der Anteil dieser Verluste an der Menge der zunächst in das System aufgenommenen Forderungen beträgt $q_2 + q_3$. Somit beträgt P_{V2}

$$P_{V2} = (1 - B_1) \frac{EC_{SE}}{EC_L + EC_{SE}} = 0,00559. \quad (9.33)$$

Tabelle 9.6 Ermittlung der Verlustwahrscheinlichkeit P_V für Beispiel 9.9 mittels getrennter Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodelle

	P_Z	P_V	
(1)	(2)	(3)	(4)=(2)·(3)
$z(0,0)$	0,982588	0,06250	0,061412
$z(0,1)$	0,012712	0,44348	0,005638
$z(1,0)$	0,004606	0,20000	0,000921
$z(0,2)$	0,000047	0,74362	0,000035
$z(1,1)$	0,000038	0,65625	0,000025
$z(2,0)$	0,000008	0,50000	0,000004
$P_V = 0,06804$			

Die Gesamtverlustwahrscheinlichkeit von 0,06804 liegt somit etwa 9 % über dem Wert des ungestörten Systems.

Tabelle 9.6 zeigt zum Vergleich die Ermittlung der Verlustwahrscheinlichkeit nach dem Näherungsverfahren der Verknüpfung getrennter Modelle (vgl. Kapitel 7.). Die Zustandswahrscheinlichkeiten wurden Beispiel 6.4 entnommen. Es zeigt sich eine gute Übereinstimmung der beiden Ergebnisse.

Beispiel 9.10: Ein 1kanaliges Wartesystem werde im Mittel durch fünf Forderungen je Stunde

belastet, wobei der Verkehrswert 0,25 beträgt. Nach etwa 1000 bedienten Forderungen fällt der Kanal aus. Es kann dann aber noch für durchschnittlich 100 Bedienungen ein Hilfsbetrieb mit halbierten Geschwindigkeit aufrecht erhalten werden, bevor das System für ca. 1 Stunde zur Instandhaltung abgeschaltet werden muß.

Während des Hilfsbetriebes werden u. a. die Vorbereitungen zur Instandsetzung getroffen.

Alle zufälligen Zeiten seien exponentialverteilt.

$$\lambda_B = 5 \text{ h}^{-1}, \quad ET_B = Q_B / \lambda_B = 3 \text{ min};$$

$$Q_B = 0,25, \quad ET'_B = 2 \cdot ET_B = 6 \text{ min},$$

$$ET_I = 60 \text{ min}, \quad EC_L = 1000, \quad EC_{SE} = 100.$$

Man erhält folgende Ergebnisse:

$$q_1 = 0,9090, \quad q_2 = 0,0900, \quad q_3 = 0,0009,$$

$$ET_{Bm} = 3,3272 \text{ min}, \quad Q_{Bm} = \lambda_B \cdot ET_{Bm} = 0,2772,$$

$$V^2 T_{Bm} = 1,7197,$$

$$EL_W = \left[Q_{Bm}^2 / (1 - Q_{Bm}) \right] \cdot (1 + V^2 T_{Bm}) / 2 = 0,145. \quad (9.5)$$

Im Vergleich zum ungestörten System ist die mittlere Warteschlangenlänge 74 % größer. Ähnlich hohe Abweichungen, bei Superiorwerten sogar noch höhere, sind bei anderen Kenngrößen zu erwarten. Sie unterstreichen die Notwendigkeit der unbedingten Berücksichtigung dieser Störungen bei der Untersuchung des Leistungsverhaltens. Es muß angemerkt werden, daß die Ergebnisse für Wartesysteme Näherungslösungen darstellen, da die Gl. (9.5) zugrundeliegende Unabhängigkeitsvoraussetzung durch die Folge der Kanalbelegungszeiten nicht erfüllt wird.

9.3.3. Bedienungssysteme mit Störungen S1 und S2

In den Beispielen 6.4 und 9.7 wurden Vermittlungsanlagen für den Fernspreverkehr untersucht. Dabei wurden im Beispiel 6.4 Störungen S2 und im Beispiel 9.7 Störungen S1 vorausgesetzt. In der Praxis können in einem System jedoch sowohl Störungen S1 als auch S2 auftreten. Und dies ist nicht nur in Vermittlungsanlagen so. Vielmehr kann man davon ausgehen, daß neben Störungen S2 in den meisten Systemen auch Störungen S1 auftreten. Zum Beispiel können auch in Systemen mit überwiegend Störungen S2 folgende Ausfälle zum Stillstand des Systems führen: elektrischer Kurzschluß, mechanische Zerstörung von Teilen, Stromausfall.

Die Berechnung der Kanalbelegungszeit nach Abschnitt 9.3.2. wird nun also um Störungen S1 erweitert. Die getroffenen Voraussetzungen gelten weiter (3. bis 6. nur für Störungen S2). Darüber hinaus wird vereinbart:

7. Der Ausfall eines Kanals bewirke mit Wahrscheinlichkeit p_1 eine Störung S1 und mit Wahrscheinlichkeit $p_2 = 1 - p_1$ eine Störung S2.

8. Die Ausfalldauer T_{SB1} bei Störungsart S1 ist zeitabhängig.

Zu den in Abschnitt 9.3.2. aufgeführten drei Typen von Realisationen der Kanalbelegungszeiten kommt nun noch hinzu:

4. Belegung des Kanals auf Grund einer Störung S1 (Dauer T_{SB1}).

Die Gewichte der Mischverteilung sind neu zu bestimmen (die Zufallsgrößen, die sich auf die Störungen S2 beziehen, werden jetzt zusätzlich mit „2“ indiziert):

$$\text{zu 1.: } q_1 = EC_L / \left[EC_L + p_1 + p_2 EC_{SE2} \right], \quad (9.34a)$$

$$\text{zu 2.: } q_2 = p_2 (EC_{SE2} - 1) / [EC_L + p_1 + p_2 EC_{SE2}], \quad (9.34b)$$

$$\text{zu 3.: } q_3 = p_2 / [EC_L + p_1 + p_2 EC_{SE2}], \quad (9.34c)$$

$$\text{zu 4.: } q_4 = p_1 / [EC_L + p_1 + p_2 EC_{SE2}]. \quad (9.34d)$$

Damit lassen sich wieder die Momente der Mischverteilung bestimmen:

$$ET_{Bm} = q_1 ET_B + q_2 ET'_B + q_3 (ET'_B + ET_{I2}) + q_4 ET_{SB1}, \quad (9.35a)$$

$$ET_{Bm} = \frac{EC_L \cdot ET_B + p_2 (EC_{SE2} \cdot ET'_B + ET_{I2}) + p_1 ET_{SB1}}{EC_L + p_1 + p_2 EC_{SE2}} \quad (9.35b)$$

Auf die Angabe von $V^2 T_{Bm}$ soll an dieser Stelle verzichtet werden, der Wert ist analog Gl. (9.30) zu bestimmen.

Beispiel 9.11:

Betrachtet wird ein als einstufiges Verlustsystem modellierbarer Abschnitt einer Fernsprechvermittlungsanlage mit Störungen S1 und S2.

Tabelle 9.7 Relativer Zuwachs der Verlustwahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung der Störungen, bezogen auf P_{V0}

EC_{SE2}	p_2	$EC_L=10^3$	$EC_L=10^4$	$EC_L=10^5$
30	0,6	216 %	21,8 %	2,18 %
	0,9	287 %	29,4 %	2,95 %
	1,0	310 %	31,9 %	3,20 %
60	0,6	374 %	38,6 %	3,87 %
	0,9	519 %	54,4 %	5,48 %
	1,0	567 %	59,8 %	6,02 %
100	0,6	577 %	60,9 %	6,13 %
	0,9	814 %	87,9 %	8,86 %
	1,0	891 %	96,9 %	9,77 %

Mit $s = 10$; $P_{V0} = 0,01$; $ET'_B/ET_B = 0,1$;
 $ET_{SB1}/ET_B = 100$; $ET_{I2}/ET_B = 50$.

Sind Elemente der Vermittlungsanlage mit S1 gestört, können sie keine Anrufe aufnehmen und lenken sie auf andere Elemente. Sind sie jedoch mit Störungsart S2 gestört, nehmen sie Anrufe auf, können jedoch die Verbindung zum gerufenen Fernsprechteilnehmer nicht aufbauen. Dies bemerkt der Anrufer nach einiger Zeit und beendet die Belegung durch Auflegen des Hörers (die Forderung geht verloren). Dabei fehlt in jedem Fall an der Belegungsdauer der Anteil der Gesprächsdauer, so daß die Belegungsdauer T'_B im Mittel kürzer als T_B ist.

Die Tabellen 9.7 und 9.8 enthalten einige Beispielwerte der relativen Abweichung $\Delta P_V/P_V$ der Verlustwahrscheinlichkeiten P_V unter Berücksichtigung von Störungen bezüglich der Verlustwahrscheinlichkeit P_{V0} im ungestörten System

$$\Delta P_V/P_{V0} = (P_V - P_{V0})/P_{V0}. \quad (9.36)$$

Es ist zu erkennen, daß die Verlustwahrscheinlichkeiten P_V deutlich von P_{V0} abweichen. Die Abweichungen $\Delta P_V/P_{V0}$ sind um so größer, je mehr das System zu Ausfällen neigt, also mit wachsendem EC_{SE2} , ET_{I2} und ET_{SB1} bzw. mit sinken-

dem EC_L . Es ist annähernde Proportionalität dieser Größen zu $\Delta P_V/P_{V0}$ feststellbar. Störungen S2 wirken sich gravierender aus, mit p_2 wächst $\Delta P_V/P_{V0}$. Die Abweichungen $\Delta P_V/P_{V0}$ sind bei geringer Systembelastung (kleine P_{V0}) am größten. Bei identischem P_{V0} verändern sich die $\Delta P_V/P_{V0}$ über große Bereiche der Kanalzahl s nur wenig.

Tabelle 9.8 Relativer Zuwachs der Verlustwahrscheinlichkeit unter Berücksichtigung der Störungen, bezogen auf P_{V0}

P_{V0}	p_2	$s = 5$	$s = 10$	$s = 20$	$s = 30$	$s = 40$	$s = 50$
0,001	0,6	368 %	371 %	371 %	370 %	369 %	372 %
	0,9	544 %	547 %	546 %	543 %	540 %	544 %
	1,0	602 %	605 %	604 %	600 %	597 %	601 %
0,01	0,6	37,8 %	38,6 %	39,7 %	40,2 %	40,7 %	41,2 %
	0,9	54,4 %	54,4 %	54,9 %	54,8 %	54,9 %	54,9 %
	1,0	59,9 %	59,9 %	59,9 %	59,6 %	59,6 %	59,5 %
0,1	0,6	4,20 %	4,52 %	4,85 %	5,05 %	5,20 %	5,31 %
	0,9	5,07 %	5,13 %	5,18 %	5,21 %	5,24 %	5,26 %
	1,0	5,36 %	5,33 %	5,29 %	5,27 %	5,26 %	5,24 %

Mit $EL_C = 10^4$; $ET'_B/ET_B = 0,1$; $ET_{SB1}/ET_B = 100$; $ET_{I2}/ET_B = 50$; $EC_{SE2} = 60$.

Verzeichnis der Abkürzungen

Erweiterte Kendall-Symbolik

A/B/s/m-St/I/r

- A Symbol für Art des Forderungenstromes
- B Symbol für Verteilungstyp der Bedienungszeiten
- s Anzahl der Bedienungskanäle
- m Anzahl der Warteplätze
 $m = 0$: Verlustsystem
 $0 < m < \infty$: Warte-Verlust-System
 $m \rightarrow \infty$: Wartesystem
- St Symbol für Verteilungstyp der Lebensdauer
- I Symbol für Verteilungstyp der Instandsetzungsdauer
- r Anzahl der unabhängigen Instandhalter

Für A, B, St, I können u. a. folgende Symbole stehen:

- $\vec{B}$ nichtidentische Bedienungszeitverteilungen auf verschiedenen Kanälen
- D determinierte (konstante) Zeiten
- G beliebig verteilte Zeiten
- GI unabhängige, beliebig verteilte Zeiten
- M exponentialverteilte Zeiten

-
- A_j Wahrscheinlichkeit für j Ausschuß produzierende Kanäle
  - B Menge der Systemzustände
  - B_i Menge der Systemzustände, in denen ein vorgegebenes Niveau $l_{D,x}$ erreicht wird
  - $b(j_3, j-j_3)$ Wahrscheinlichkeit, daß bei j (S2-)gestörten Kanälen genau j_3 Störungen blockiert und $j-j_3$ Störungen unblockiert sind
  - c Geschwindigkeit des Ablaufes einer Zufallsgröße
  - C_L Anzahl der Belegungen bis zum Ausfall eines Kanals (Zufallsgröße)
  - C_{SE} Anzahl der Belegungen auf einem S2-gestörten Kanal bis zur Blockierung des Kanals (Zufallsgröße)
  - $C^*(t)$ kumulatives Leistungsverhalten (Zufallsgröße)
  - $\{C(t)\}$ kumulativer stochastischer Prozeß

$d(j-j_2, j_2)$	Wahrscheinlichkeit, daß unter j gestörten Kanälen genau j_2 unblockierte Störungen S_2 existieren
D^2X bzw. $D^2(X)$	Dispersion (Streuung) der Zufallsgröße X
EA_{x_i}	Ereignis des Ausfalls bezüglich der Leistungsfähigkeit l_{D, x_i}
EF_{x_i}	Ereignis der Funktionsfähigkeit bezüglich der Leistungsfähigkeit l_{D, x_i}
E_i	i -tes Systemelement
$E(S)$	Erwartungswert der Anzahl gleichzeitig intakter Kanäle, wenn s Kanäle vorhanden sind
EX bzw. $E(X)$	Erwartungswert der Zufallsgröße X
$F_X(t, x)$	Verteilungsfunktion der Zufallsgröße X
$\bar{F}_X(t, x)$	komplementäre Verteilungsfunktion der Zufallsgröße X
$F_X(x)$	Verteilungsfunktion der Zufallsgröße X im stationären Regime
G	Funktionsgüte (mit verschiedenen Indizes)
i	Zählgröße, Anzahl der Forderungen im System
j	Anzahl ausgefallener Kanäle/Elemente
j_1	Anzahl ausgefallener Kanäle mit Störungsart S_1
j_2	Anzahl ausgefallener Kanäle mit Störungsart S_2 (unblockiert)
j_3	Anzahl ausgefallener Kanäle mit Störungsart S_2 (blockiert)
j_{13}	Anzahl der durch Störung blockierten Kanäle ($j_1 + j_3$)
j_{23}	Anzahl ausgefallener Kanäle mit Störungsart S_2 ($j_2 + j_3$)
L_0	Anzahl der Forderungen in der Quelle (Zufallsgröße)
L_b	Anzahl arbeitender (bedienender) Kanäle (Zufallsgröße)
L_D	Leistungsfähigkeit (Zufallsgröße)
$L_{D,A}$	Anzahl defekter, nicht stillgelegter Maschinen (Zufallsgröße)
$L_{D,B}$	Anzahl defekter, stillgelegter Maschinen (Zufallsgröße)
$L_D^{E_i}$	Leistungsfähigkeit des Elements E_i (Zufallsgröße)
l_{Dmax}	maximale Leistungsfähigkeit minimale Leistungsfähigkeit } (Realisierung von L_D; konkrete Werte von $l_{D, x}$)
l_{Dmin}	
$L_{D,Q}$	Anzahl intakter Maschinen (Zufallsgröße)
$l_{D, x}$	momentane Leistungsfähigkeit (Realisierung von L_D)
L_f	Anzahl freier Bedienungskanäle (Zufallsgröße)
$L(t)$	kumulative Leistung im Intervall $[0, t)$; (Zufallsgröße)
L_t	momentane Leistung zum Zeitpunkt t (Zufallsgröße)

L_V	Anzahl der im System verweilenden Forderungen (Zufallsgröße)
$l_{V,S}$ bzw. $l_{W,S}$	Anzahl verweilender bzw. wartender Forderungen, die mit Sicherheit S nicht überschritten wird (Superiorwert)
L_W	Anzahl wartender Forderungen (Zufallsgröße)
ME	Mengeneinheit
$M(t)$	kumulative Menge im Intervall $[0, t)$; (Zufallsgröße)
M_t	momentaner Durchsatz zum Zeitpunkt t (Zufallsgröße)
$M_{t,A}$	momentaner Durchsatz mit Ausschußproduktion (Zufallsgröße)
$M_{t,Q}$	momentaner Durchsatz mit qualitätsgerechter Produktion (Zufallsgröße)
$N; n$	Zählgröße, Anzahl, Zugzahl
NKW	Nutzkraftwagen
P	Wahrscheinlichkeit
p bzw. p_i	Intaktwahrscheinlichkeit (auch Verfügbarkeit von Element E_i)
P_0	Leerwahrscheinlichkeit
P_1	Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls auf Grund einer Ursache U_1 bzw. einer Störung S_1
P_2	Wahrscheinlichkeit eines Ausfalls auf Grund einer Ursache U_2 bzw. einer Störung S_2
P_A	Wahrscheinlichkeit für Ausschußproduktion
P_B	Blockierungswahrscheinlichkeit
P_{Bes}	Besetztwahrscheinlichkeit
P_I	Wahrscheinlichkeit, daß ein Kanal instandgesetzt wird
P_i bzw. $P(i)$	Wahrscheinlichkeit für Zustand i; Zustandswahrscheinlichkeit
P_Q	Wahrscheinlichkeit für Qualitätsproduktion
P_V	Verlustwahrscheinlichkeit
$\Delta P_V / P_{V0}$	Relative Abweichung der P_V unter Berücksichtigung von Störungen bezüglich P_{V0}
P_{V0}	P_V im ungestörten Zustand
P_W	Wartewahrscheinlichkeit
P_{Zj} bzw. $P_Z(j)$	Zustandswahrscheinlichkeit im Zuverlässigkeitsmodell
q bzw. q_i	Defektwahrscheinlichkeit (auch Nichtverfügbarkeit von Element E_i)
q_e	Wahrscheinlichkeit, daß eine bestehende Störung S_2 erkannt und blockiert ist

q_u	Wahrscheinlichkeit, daß eine bestehende Störung S2 nicht blockiert ist
r	Anzahl unabhängiger Instandhaltungskollektive
R_j	Wahrscheinlichkeit für j stillgelegte Kanäle
$R(t)$	Wahrscheinlichkeit für ausfallfreie Arbeit (Zufallsgröße)
S	statistische Sicherheit
s	Anzahl Bedienungskanäle; aber $E(S)$ -Erwartungswert der Anzahl verfügbarer Bedienungskanäle
(s)	(hochgestellt); Größe bezieht sich auf System mit s Kanälen
T	Betrachtungszeitraum
T_A	Ankunftsabstand (Zufallsgröße)
T_B	Bedienungszeit (Zufallsgröße)
T'_B	Belegungs- bzw. Bedienungszeit gestörter Kanäle mit Störungsart S2 (Zufallsgröße)
T_{Bes}	Besetztzeit (Zufallsgröße)
T_{Bm}	modifizierte Kanalbelegungszeit (Zufallsgröße) (weitere Indizes verweisen auf spezielle T_{Bm})
$T_{B(m)}$	kumulative Durchlaufzeit für m Forderungen (Zufallsgröße)
$T_{B(t)}$	Bearbeitungszeit für eine Forderung (Zufallsgröße)
T_f	Freizeit (Zufallsgröße)
T_I	Instandsetzungszeit (Zufallsgröße)
T_L	Lebensdauer (Zufallsgröße)
T_R	Reservezeit (Zufallsgröße)
T_{SB}	Störungsbestehenszeit; Ausfalldauer (Zufallsgröße)
T_{SE}	Störungserkennungsdauer; Diagnosezeit (Zufallsgröße)
T_V	Verweilzeit (Zufallsgröße)
$t_{V,S}; t_{W,S}$	Superiorwerte der entsprechenden Zufallsgrößen, die mit Sicherheit S nicht überschritten werden
T_W	Wartezeit (Zufallsgröße)
(U)	(hochgestellt); Größe bezieht sich auf unzuverlässiges System
u_2	Wahrscheinlichkeit, daß es sich bei einer bestehenden Störung um eine unblockierte Störung S2 handelt
u_{13}	Wahrscheinlichkeit, daß eine bestehende Störung blockiert ist
(V)	(hochgestellt); Größe bezieht sich auf Verlustsystem
$V_D; \bar{V}_D$	Dauerverfügbarkeit; Dauer-Nichtverfügbarkeit

$V_{De}; \bar{V}_{De}$	V_D bzw. $\bar{V}_D$ eines Elements
$\hat{V}_{De}$	V_{De} bei belastungsabhängigem Ausfallverhalten
$V_{DSys}; \bar{V}_{DSys}$	V_D bzw. $\bar{V}_D$ eines Systems
$V(t)$	Verfügbarkeit (Zufallsgröße)
VX bzw. $V(X)$	Variationskoeffizient der Zufallsgröße X
(W)	(hochgestellt); Größe bezieht sich auf Wartesystem
x	Zählgröße für die Stufen der Leistungsfähigkeit
y	Anzahl der Stufen der Leistungsfähigkeit
$Z(\dots)$ bzw. $z(\dots)$	Systemzustand
(Z)	(hochgestellt); Größe bezieht sich auf absolut zuverlässiges System
ZA_{x_i} bzw. ZA_i	Zustand des Ausfalls bezüglich $l_{D,x}$
ZE	Zeiteinheit
$Z(E_i)$	Zustand des Elements E_i
ZF_{x_i} bzw. ZF_i	Zustand der Funktionsfähigkeit bezüglich $l_{D,x}$
z_{max}	maximale Funktionseffektivität
$Z(t)$	Funktionseffektivität (Zufallsgröße)
$Z^*(t)$	momentanes Leistungsverhalten
$\{Z(t)\}$	alternierender Erneuerungsprozeß
α	Auslastungsgrad einer Quelle
β	Beschäftigungskoeffizient
$\beta_Z = 1/E(T_I)$	Instandsetzungsintensität
γ	Korrekturfaktor
γ	Verhältnis σ_Z/λ_Z
η	Auslastungsgrad (ungestörter Bedienungskanäle)
η_j	η bei j ausgefallenen Kanälen
$\bar{\eta}_j$	Gewichtetes Mittel der η bei j ausgefallenen Kanälen
η'	Belegungsgrad (unblockierter S2-gestörter Bedienungskanäle)
$\bar{\eta}'_j$	gewichtetes Mittel der η' bei j ausgefallenen Kanälen
η'_{j-j_2, j_2}	η' bei j ausgefallenen Kanälen, darunter j_2 mit unblockierten Störungen S2
$\lambda_B = 1/E(T_A)$	Forderungenintensität
$\lambda_Z = 1/E(T_L)$	Ausfallintensität
$\mu_B = 1/E(T_B)$	Bedienungsintensität

$\mu'_B = 1/E(T'_B)$	Bedienungsintensität S2-gestörter Kanäle
μ_{Bk}	Bedienungsintensität des k-ten Kanals (bei nichtidentischen Kanälen)
$\mu_{Bm} = 1/E(T_{Bm})$	Intensität des Ablaufs der Kanalbelegung
$\mu_Z = 1/E(T_{SB})$	Intensität des Ablaufs der Ausfalldauer
$\mu_Z(j)$	μ_Z bei j gestörten Kanälen
$\bar{Q}$	mittlerer Verkehrswert
$Q_B = \lambda_B / \mu_B$	Verkehrswert
Q_m bzw. $Q_{Bm} = \lambda_B / \mu_{Bm}$	modifizierter Verkehrswert
$Q'_B = \lambda_B / \mu'_B$	Verkehrswert der S2-gestörten Kanäle
$Q_Z = \lambda_Z / \beta_Z$	Verkehrswert der Störungen (Störungswert)
$\sigma_Z = 1/E(T_{SE})$	Diagnoseintensität
Φ	Funktionseffektivität
$\Phi(x)$	Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung
$\psi_{S(X)}$	Spitzenfaktor der Zufallsgröße X bei statistischer Sicherheit S

Literaturverzeichnis

Anmerkung: Die Literatur ist kapitelweise in der Reihenfolge ihrer Zitierung im Text des Buches ausgewiesen.

Abkürzungen: EIK   Elektronische Informationsverarbeitung und Kybernetik
msr   messen – steuern – regeln
SQ   Standardisierung und Qualität
WZ HfV   Wissenschaftliche Zeitschrift der Hochschule für
Verkehrswesen „Friedrich List“ Dresden

Zu Kapitel 1.

- [1.1]   Mittag, G.: Beschlüsse des XI. Parteitages – Maßstab für jedes Arbeitskollektiv. ND v. 12.9.1986, S. 3 – 4
- [1.2]   Fischer, K.: Systemleistung und Zuverlässigkeit. msr 29(1986)11, S. 482 – 486

- [1.3] Proceedings of the 30th EOQC Conference, 16. - 19.6.1986, Stockholm, Schweden
- [1.4] Nadler, K.-H.: Möglichkeiten der Mikroelektronik für eine effektivere und qualitätsgerechte Produktion nutzen. S. Q 32(1986)8, S. 211
- [1.5] Bergström, S.: Internationale Entwicklungstendenzen des Verkehrswesens und ihre ökonomischen Auswirkungen. DDR-Verkehr 17(1984)1, S. 17 - 20
- [1.6] Bergström, S.: Rechnergestützte Verfahren - internationaler Stand und Möglichkeiten ihrer Nutzung im sozialistischen Transportwesen. DDR-Verkehr 18(1985)8, S. 233 - 238
- [1.7] Gräbner, P.; Fischer, K.; Gross, W.; Bergström, S.: Die Verkehrswissenschaft als Produktivkraft und ihre Nutzung im Sozialismus. DDR-Verkehr 17(1984)10, S. 312 - 319
- [1.8] Tagungsmaterial der Konferenz „Qualitätssicherung im Transport- und Nachrichtenwesen“, 25. - 27.11.1986, Dresden, DDR
- [1.9] Proceedings of the 29th EOQC Conference, 16. - 19.6.1986, Estoril, Portugal
- [1.10] Krüger, H.: Aktuelle Fragen zur Technologie des Eisenbahntransports. Eisenbahnpraxis 30(1986)1, S. 6 - 9
- [1.11] Althof, W.; Laue, U.: Kriterien der Transportqualität. DDR-Verkehr 14(1984)8, S. 265 - 267
- [1.12] Bauer, J.; Hertel, G.; Ludwig, D.: Leistung und Qualität im Eisenbahntransport. WZ HfV 34(1987)2, S. 207 - 224
- [1.13] Op de Beeck, W. J.-B.: Quality and Value Analysis-Engineering, The Ideal Marriage. EOQC Quality, Volume XXIX(1985)4, S. 3 - 8
- [1.14] Aggarwal, K. K.; Fischer, K.: Effect of Reliability on the Efficiency of Communication Systems. Microelektronik, Reliab. 25(1985)4, S. 691 bis 693
- [1.15] Fischer, K.: Systemleistungsfähigkeit, Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit der Systemelemente, Kurzreferate, Zuverlässigkeitstagung 11. - 12.4.1985
- [1.16] Müller, K.-H.: Zuverlässigkeit und Funktionseffektivität komplizierter technischer Systeme. Akademie-Verlag Berlin, 1986
- [1.17] Käs, G.: Qualität und Zuverlässigkeit elektronischer Bauelemente und Systeme. R. Oldenbourg Verlag München, Wien, 1983
- [1.18] Birolini, A.: Qualität und Zuverlässigkeit technischer Systeme. Berlin/Heidelberg/New York/Tokio, Springer Verlag, 1985
- [1.19] Fischer, K.: Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit komplizierter Systeme. SQ 32(1986)8, S. 231 - 233

Zu Kapitel 2.

- [2.1] Proceedings Band 1 und 2 der 29. EOQC Konferenz, 1985, Estoril, Portugal
- [2.2] Proceedings der 30. EOQC Konferenz, 1986, Stockholm, Schweden
- [2.3] Hofmann, W.: Betriebliche Qualitätsüberwachung. Lehrbriefe für das postgraduale Studium, TH Karl-Marx-Stadt, 1984
- [2.4] Masing, W.: Handbuch der Qualitätssicherung. Carl Hanser Verlag München. Wien 1980
- [2.5] Geiger, W.: Der entflochtene Qualitätsbegriff. QZ 29(1984)7
- [2.6] Gnedenko, B.W.; Beljajew, J.K.; Solowjew, A.D.: Mathematische Methoden der Zuverlässigkeitstheorie. Akademie-Verlag Berlin 1968
- [2.7] Op de Beeck, W.J.-B.: Quality and value analysis engineering - the ideal marriage. EOQC Quality, Band XXIX(1985)4, S. 3 - 8
- [2.8] Fischer, K.: Higher productivity through improved quality - calculable by the performance-reliability-model. In [2.2]
- [2.9] Fischer, K.: Systemleistung und Zuverlässigkeit. msr 29(1986)11, S. 482 - 486
- [2.10] Fischer, K.: Leistungsfähigkeit und Zuverlässigkeit komplizierter Leistungssysteme. SQ 32(1986)8, S. 231 - 233
- [2.11] Juran, J.M.: Strategic quality planning an integrated approach to quality leadership in [2.2]
- [2.12] Müller, K.-H.: Systemzustände und Zuverlässigkeitskenngrößen komplizierter technischer Systeme. SQ 31(1985)7, S. 190 - 195
- [2.13] Müller, K.-H.: Zuverlässigkeit und Funktionseffektivität komplizierter technischer Systeme. Akademie-Verlag Berlin 1986
- [2.14] Fischer, K.: Systemleistungsfähigkeit - Zuverlässigkeit und Instandhaltbarkeit der Systemelemente. Kurzreferate der 7. Zuverlässigkeitstagung 1985 in Dresden, S. 1 - 3
- [2.15] Birolini, A.: Qualität und Zuverlässigkeit technischer Systeme. Springer Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985
- [2.16] Käs, G.: Qualität und Zuverlässigkeit elektronischer Bauelemente und Systeme. R. Oldenbourg Verlag München, Wien, 1983
- [2.17] Aggarwal, K.K.; Fischer, K.: Effect of reliability on the efficiency of communication systems. Microelectron. Reliab 25(1985)4, S. 691 - 693
- [2.18] Fischer, K.; Hertel, G.: Zuverlässigkeitstheorie und leistungsorientierte Systeme. msr, Berlin 25(1982)7, S. 377 - 380
- [2.19] Ушаков, У. А. (ред.): Надёжность технических систем-справочник. Радио и связь, Москва 1985
- [2.20] Fischer, K.; Hertel, G.: Influence of Reliability, Inspection and Maintenance on Quality and Efficiency. EOQC Quality, Vol. XXX(1986)2, S. 10 - 14

- [2.21] Grün, M.: Zuverlässigkeit, Leistungsfähigkeit und Leistungsverhalten von Systemen. msr 29(1986)3, S. 101 - 103
- [2.22] Grün, M.; Hertel, G.: Qualität, Zuverlässigkeit und Leistung diskreter Systeme. SQ 33(1987)
- [2.23] Richter, K.-H.: Grundlagen der Verkehrsstatistik - Verkehrsökonomie IV. transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1978
- [2.24] Großmann, G.: Größen des Güterstromes. Hebezeuge und Fördermittel, Berlin 17(1977)2, S. 42 - 45
- [2.25] Großeschallau, W.: Materialflußrechnung. Berlin/Heidelberg/New York/Tokyo: Springer Verlag 1984
- [2.26] Großmann, G.; Krampe, H.; Ziems, D.: Technologie für Transport, Umschlag und Lagerung im Betrieb. VEB Verlag Technik, Berlin
- [2.27] Müller, K.-H.: Zuverlässigkeit und Funktionseffektivität komplizierter technischer Systeme. Akademie-Verlag, Berlin 1986
- [2.28] Grün, M.: Neuer Zugang zur Quantifizierung des Mengenverhaltens und der Zuverlässigkeit spezieller betrieblicher Prozesse. msr 25(1982)3, S. 150 - 156
- [2.29] Fischer, K.; Hertel, G.: Das Leistungsverhalten von im Störfall Ausschluß produzierenden Maschinen. Hebezeuge und Fördermittel 23(1983)6, S. 178 - 183
- [2.30] Hertel, G.: Einfache Stationaritätsbedingungen und Abschätzungen der Leistungsfähigkeit von störanfälligen Bedienungssystemen. msr 27(1984)5, S. 225
- [2.31] Hertel, G.: Ein offenes, ungeordnetes Verlustsystem mit Unterbrechung der Bedienung durch interne Störungen. Nachrichtentechnik/Elektronik 34(1984)7, S. 258 - 261
- [2.32] Hertel, G.: Verfahren der Modellierung und Berechnung von Bedienungssystemen mit störanfälligen Kanälen. WZ HfV 30(1983)4, S. 865 - 874
- [2.33] Hertel, G.: Analytische Modellierung und formelmäßige Behandlung von Standard-Bedienungssystemen mit störanfälligen Kanälen. HfV Dresden, Diss. B 1986
- [2.34] Hertel, G.; Neumann, R.K.: Kanalbelegungszeitverteilungen bei Kanal-ausfällen in M/M/s-Bedienungssystemen. msr 27(1984)12, S. 545 - 547
- [2.35] Grün, M.: Zur Theorie der Zuverlässigkeit von Leistungsprozessen. IH Wismar, Wiss. Beiträge, Sonderheft 3/85, S. 23/24
- [2.36] Friedrich, L.: Zur Abhängigkeit des Zeit- und Mengenverhaltens industrieller Ausrüstungen und spezieller Fertigungsprozesse von Zuverlässigkeitsanforderungen. msr 25(1982)10, S. 568 - 574
- [2.37] Friedrich, L.: Zur Theorie der Zuverlässigkeit und Stabilität von Leistungsprozessen. Elektron. Informationsverarb. u. Kyb. 20(1984)7/9, S. 435 - 441

- [2.38] Gnedenko, B.W.; König, D. (Hrsg.): Handbuch der Bedienungstheorie I. Akademie-Verlag, Berlin 1984
- [2.39] Krampe, H.; Kubat, J.; Runge, W.: Bedienungsmodelle. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1974
- [2.40] Kistner, K.-P.: Betriebsstörungen und Warteschlangen. Westdeutscher Verlag, Opladen 1974
- [2.41] Hertel, G.: Modellbildung von Bedienungssystemen mit störanfälligen Kanälen. WZ HfV 29(1982)4, S. 473 - 490
- [2.42] Bär, M.: Modellierung und Berechnung störanfälliger Bedienungssysteme unter besonderer Berücksichtigung nichtblockierender Störungen. HfV Dresden, Diss. B 1987
- [2.43] Bär, M.; Fischer, K.; Tuppy, W.: Nachrichtenverkehrstheorie unter Berücksichtigung störanfälliger Bedienungskanäle. ntz-Archiv. Bd. 3 (1981)10, S. 277 - 283
- [2.44] Bär, M.; Fischer, K.: Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit von Systemen mit gestörten Kanälen. Nachrichtentechnik - Elektronik 32(1982)9, S. 377 - 380
- [2.45] Fischer, K.: Quality of Service for Teletraffic in Relation to Reliability. EOQC Quality, Bd. XXVII (1983)4, S. 9 - 13

Zu Kapitel 3.

- [3.1] Mittag, G.: Beschlüsse des XI. Parteitages - Maßstab für jedes Arbeitskollektiv. ND 12.9.1986, S. 3 - 4
- [3.2] Proceedings of the 29th EOQC Conference, 1985, Estoril, Portugal
- [3.3] Proceedings of the 30th EOQC Conference, 1986, Stockholm, Schweden
- [3.4] Proceedings of the 31st EOQC Conference, 1987, München, BRD
- [3.5] Kluge, P.-D.; Runge, W.: Zufallsabhängige Fertigungsprozesse. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1984
- [3.6] Fischer, K.; Hertel, G.: Zur Modellentwicklung für komplizierte Systeme. Tagungsmaterial der 15. Verkehrswissenschaftlichen Tage. HfV Dresden, 1987, TS I, S. I/3 - I/6
- [3.7] König, U.: Zuverlässigkeitssicherung aus volkswirtschaftlicher Sicht. IfL-Mitt. 18(1979)4, S. 137 - 140
- [3.8] Eichler, Ch.: Instandhaltungstechnik. VEB Verlag Technik, Berlin 1977
- [3.9] Beckmann, G.; Marx, A.: Instandhaltung von Anlagen. VEB Deutscher Verlag der Grundstoffindustrie, Leipzig 1979
- [3.10] Kluge, P.-D.: Die Praktikabilität stochastischer mathematisch-ökonomischer Modelle in der sozialistischen Betriebswirtschaft und Beiträge zu ihrer Erhöhung am Beispiel von Bedienungsmodellen in der operativen Leitung der Produktionsdurchführung. Hochschule für Ökonomie „Bruno Leuschner“, Berlin, Diss. B 1977

- [3.11] Hertel, G.: Analytische Modellierung und formelmäßige Behandlung von Standard-Bedienungsmodellen mit störanfälligen Kanälen. HfV Dresden, Diss. B 1986
- [3.12] Bär, M.; Fischer, K.: System efficiency in dependence on reliability and maintenance parameters. Proceedings of the 4th international conference Reliability & Maintainability, Perros-Guirec, 1984, Frankreich, S. 469 - 475
- [3.13] Bär, M.: Modellierung und Berechnung störanfälliger Bedienungssysteme unter besonderer Berücksichtigung nichtblockierender Störungen. HfV Dresden, Diss. B 1987
- [3.14] Irmischer, K.: Analyseverfahren geschlossener Bedienungsnetze. Ministerium für Hoch- und Fachschulwesen der DDR, Schriftenreihe „Informationsverarbeitung im Hoch- und Fachschulwesen“, Heft 6, 1984
- [3.15] Programmsystem Bedienungsnetze. Akademie der Wissenschaften der DDR, Institut für Rechentechnik, Berlin
- [3.16] Bär, M.; Fischer, K.; Hertel, G.: Die Einheit von Bedienungs- und Zuverlässigkeitstheorie. Tagungsmaterial 14. Verkehrswissenschaftliche Tage der HfV Dresden, 1984, TS III, S. 3 - 8
- [3.17] Beichelt, F.; Franken, P.: Zuverlässigkeit und Instandhaltung. VEB Verlag Technik, Berlin 1983
- [3.18] Spannaus, R.: Aufbau eines modularen Simulationssystems unter Beachtung spezieller Probleme des Transport- und Nachrichtenwesens zur Anwendung im Rechnerdialog. HfV Dresden, Diss. B 1985
- [3.19] Appelt, G.; Krampe, H.: Stückgutlagerung. Berlin 1985
- [3.20] Girlich, H.-J.: Dynamic Inventory Problems and Implementable Models. EIK 20(1984)7/9, S. 462 - 475
- [3.21] Linz, D.: Die Nutzung von Stauprozeßgesetzmäßigkeiten für die komplexe Planung von Produktionshaupt- und -hilfsprozessen bei diskontinuierlicher Fertigung. Hochschule für Ökonomie „Bruno Leuschner“, Berlin, Diss. A 1984
- [3.22] Reinschke, K.: Zuverlässigkeitsstrukturen und -modelle. msr 29(1986) 11, S. 486 - 492
- [3.23] Fischer, K.: Systemleistung und Zuverlässigkeit. msr 29(1986)11, S. 482 - 486

Zu Kapitel 4.

- [4.1] Rosenberg, W.J.; Prochorow, A.I.: Einführung in die Bedienungstheorie. B.G. Teubner, Leipzig 1964
- [4.2] Bär, M.; Fischer, K.: Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit von Systemen mit gestörten Kanälen. Nachrichtentechnik/Elektronik 32(1982)9, S. 377 - 380

- [4.3] Bär, M.: Ein Beitrag zur Theorie störanfälliger Erlangscher Verlustsysteme unter Berücksichtigung typischer Störungen in Vermittlungssystemen. HfV Dresden, Diss. A, 1982
- [4.4] Bär, M.: Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit Erlangscher Verlustsysteme mit Ausschluß verursachenden Störungen. WZ HfV, Sonderheft 5 („Beiträge zur Weiterentwicklung der technologischen Grundlagen“) 1982, S. 30 - 47
- [4.5] König, D.; Gnedenko, B.W. (Hrsg.): Handbuch der Bedienungstheorie II. Akademie-Verlag, Berlin 1984
- [4.6] Bär, M.: Verlustsysteme mit unterschiedlichen mittleren Bedienungszeiten der Kanäle. WZ HfV, Sonderheft 15 („Qualität - Leistungsfähigkeit - Zuverlässigkeit“) 1985, S. 59 - 72
- [4.7] Fischer, K.; Hertel, G.; Krampe, H.: Bedienungsprozesse im Transportwesen, Teil I. transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1988
- [4.8] König, D.; Matthes, K.; Nawrotzki, K.: Unempfindlichkeitseigenschaften von Bedienungsprozessen. In: Gnedenko, B.W.; Kowalenko, I.N.: Einführung in die Bedienungstheorie. Akademie-Verlag, Berlin 1971
- [4.9] Jagermann, D.L.: Some functions of the Erlang loss function. Bell System. Techn. Journ. 53(1974), S. 525 - 551
- [4.10] Hertel, G.: Analytische Modellierung und formelmäßige Behandlung von Standard-Bedienungssystemen mit störanfälligen Kanälen. HfV Dresden, Diss. B 1986
- [4.11] Башарин, Г. П.; Лысенкова, В. Т.: Об обслуживании нескольких потоков полнo-доступных пучком с ограниченной очередью. В: Системы распределения информации. Изд. „Наука“. Москва 1972, с. 3-16
- [4.12] Hertel, G.: Geschlossene Lösungen für Kenngrößen des $M/GI/c \geq 1/0 \leq m \leq \infty$ -Bedienungssystems. msr 27(1984)12, S. 559 bis 560
- [4.13] Kluge, P.-D.; Runge, W.: Zufallsabhängige Fertigungsprozesse. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1984
- [4.14] Page, E.: Queueing Theory in Operations Research. Butterworth 1972

Zu Kapitel 5.

- [5.1] Fischer, K.; Rüger, W.: Leistungs-Zuverlässigkeits-Modell. WZ HfV, Sonderheft 15, 1985, S. 4 - 18
- [5.2] Fischer, K.; Rüger, W.: Network flow depending on availability of network elements. Proceedings of 11th ITC, Sept. 4.-11.1985, Kyoto, Japan, S. 2 - 4
- [5.3] Fischer, K.; Rüger, W.: Anwendung des Leistungs-Zuverlässigkeits-Modells auf Nachrichtennetze. Nachrichtentechnik/Elektronik 36(1986)2, S. 66 - 68

- [5.4] Rüger, W.: Zuverlässigkeitsanalyse mit Hilfe eines Verzweigungsbaumes. WZ HfV, Sonderheft 15, 1985, S. 44 - 58
- [5.5] Fischer, K.: Higher productivity through improved quality - calculable by the Performance-Reliability-Model. Proceedings of the 30th EOQC Conference, June 16.-19.1986, Stockholm, Schweden
- [5.6] Fischer, K.: Systemleistung und Zuverlässigkeit. msr 29(1986)11, S. 482 - 486
- [5.7] Aggarwal, K.K.; Fischer, K.: Effect of reliability on the efficiency of communication systems. Microelectron. Reliability, Vol.25(1985)4, S. 691 - 693
- [5.8] Aggarwal, K.K.: Integration von Zuverlässigkeit und Kapazität zur Einschätzung der Leistungsfähigkeit eines Kommunikationsnetzes. WZ HfV, Sonderheft 15, 1985, S. 19 - 28
- [5.9] Aggarwal, K.K.; Fischer, K.; Rüger, W.: Zuverlässigkeitsberechnungen von netzförmigen Strukturen mit Kanten und Knotenausfällen. Nachrichtentechnik/Elektronik 34(1984)8, S. 297 - 300
- [5.10] Beichelt, F.; Franken, P.: Zuverlässigkeit und Instandhaltung. VEB Verlag Technik, Berlin 1983
- [5.11] Fischer, K.: Transportprozesse - unter dem Aspekt der Zuverlässigkeit. WZ HfV, Sonderheft 25(1986), S. 22 - 36
- [5.12] Lee, S.H.: Reliability evaluation of a flow network. IEEE Trans. Reliability, Vol. R-29, 1980, S. 24 - 26
- [5.13] Aggarwal, K.K.; Chopra, Y.C.; Bajwa, I.S.: Capacity consideration in reliability analysis of communication systems. IEEE Trans. Reliability, Vol. R-31, 1982, S. 177 - 181
- [5.14] Klinger, M.; Reinschke, K.: Monotone mehrwertige Modelle für Zuverlässigkeitsanalysen komplexer Systeme. msr 24(1981)8, S. 422 - 428
- [5.15] Aggarwal, K.K.; Gupta, J.S.; Misra, K.B.: A simple method for reliability evaluation of a communication system. IEEE Trans. Communication, Vol. COM-23, 1975, May, S. 563 - 565
- [5.16] Aggarwal, K.K.; Gupta, J.S.; Misra, K.B.: A new method for reliability evaluation. Microelectron. Reliab. 12(1973), S. 435 - 440
- [5.17] Aggarwal, K.K.; Gupta, J.S.; Misra, K.B.: A fast algorithm for reliability evaluation. IEEE Trans. Reliab. (1975) R-24, S. 83 - 85
- [5.18] Rai, S.; Aggarwal, K.K.: An efficient method for reliability evaluation of a general network. IEEE Trans. Reliab. (1978) R-27, S. 206 - 211
- [5.19] Satyanarayana, A.; Prabhakar, A.: New topological formula and rapid algorithm for reliability analysis of complex network. IEEE Trans. Reliab. (1978) R-27, S. 82 - 100
- [5.20] Natvig, B.: Two suggestions of how to define a multistate coherent system. Adv. in Appl. Probab. 14(1982), S. 434 - 455

- [5.21] Natvig, B.: A suggestion of a new measure of importance of system components. Stochastic Process. Appl. 9(1979), S. 319 - 330
- [5.22] Natvig, B.: New light on measures of importance of system components. Statistical Research Report, University of Oslo, No. 2(1984)
- [5.23] Höhne, G.: Zuverlässigkeit von Nachrichtennetzen. HfV Dresden, Diss. A 1984
- [5.24] Fischer, K.; Tuppy, W.: Nachrichtenverkehrsprozesse aus theoretischer Sicht. Fernmeldetechnik 20(1980)1, S. 24 - 27
- [5.25] Bär, M.; Fischer, K.; Tuppy, W.: Nachrichtenverkehrstheorie unter Berücksichtigung störanfälliger Bedienungskanäle. ntz-Archiv Band 3 (1981)10, S. 277 - 283
- [5.26] Bär, M.; Fischer, K.; Kleinau, K.-H.: Consideration of reliability for performance systems having channels susceptible to failures. EUROCON'82, Copenhagen, Proceedings Part I., S. 56 - 63, 1982
- [5.27] Bär, M.; Fischer, K.: Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit von Systemen mit gestörten Kanälen. Nachrichtentechnik/Elektronik 32(1982)9, S. 377 - 380
- [5.28] Fischer, K.: A new concept of reliability considerations of switching systems. RELECTRONIC'82, Proceedings Part II, S. 504 - 513, Budapest, Ungarn
- [5.29] Fischer, K.; Hertel, G.: Das Leistungsverhalten von im Störfall Ausschluß produzierenden Maschinen. Hebezeuge und Fördermittel 23(1983)6, S. 178 - 183
- [5.30] Bär, M.; Fischer, K.: System efficiency in dependence on reliability and maintenance parameters. Proceedings Part 2, 4th International Conference Reliability & Maintainability, Perros-Guirec, 1984, S. 469 bis 475, Frankreich
- [5.31] Fischer, K.: Quality of service for teletraffic in relation to reliability. EOQC Quality, Band XXVII, No. 4, 1983, S. 9 - 13
- [5.32] Fischer, K.; Hertel, G.: Reliability considerations of queueing systems. RELCOMEX'84, May 1984, Ksianz Castle, Proceedings I, S. 105 - 112, Polen
- [5.33] Fischer, K.; Krampe, H.: Bestimmung des Durchsatzes eines TUL-Systems unter Berücksichtigung der Zuverlässigkeit. Hebezeuge und Fördermittel 25(1985)4, S. 104 - 107
- [5.34] Fischer, K.: Service Quality of telephone exchanges depending on reliability - some generalizations. Proceedings of the 29th. EOQC Conference, 1985, Estoril, Vol. 2, S. 121 - 128, Portugal
- [5.35] Fischer, K.: Mathematische Modelle - Grundlage für die Qualitätssicherung. Tagungsmaterial Teil I der Internationalen Konferenz Qualitätssicherung im Transport- und Nachrichtenwesen, Dresden 1986, S. 14 - 25

Zu Kapitel 6.

- [6.1] Лифшиц, Б. С.; Фидлин, Я. В.: Системы массового обслуживания с конечным числом источников. Связь. Москва 1968
- [6.2] König, D.; Matthes, K.; Nawrotzki, K.: Verallgemeinerungen der Erlangschen und Engsetschen Formeln. Akademie-Verlag, Berlin 1976
- [6.3] Takacz, L.: Introduction in the theory of queues. Oxford Univ. Press 1962
- [6.4] Krampe, H.; Kubat, J.; Runge, W.: Bedienungsmodelle. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1974
- [6.5] Ashcroft, H.: The productivity of several machines under the care of one operator. Journ. Roy. Soc. Stat. B12(1950)1, S. 145 - 151
- [6.6] Hochgräfe, H.-J.: Beiträge zur Modellierung geschlossener Wartesysteme unter besonderer Berücksichtigung der Mehrmaschinenbedienung. WPU Rostock, Diss. A 1978
- [6.7] Bär, W.; Lehmann, B.: Modell zur Berechnung redundanter Strukturen mit Selbstdiagnose am Beispiel eines Mikrorechnersystems. WZ HfV, 33(1985), Sonderheft 15, S. 125 - 133
- [6.8] Fischer, K.; Tuppy, W.: Berechnung von Verlustsystemen mit stör anfälligen Bedienungskanälen. Wiss. Zeitschr. HfV Dresden, 28(1980), Sonderheft „Einsatz der Mikrorechentechnik zur Rationalisierung der Instandhaltung“, S. 60 - 65
- [6.9] Autorenkollektiv: Handbuch der Bedienungstheorie II. Akademie-Verlag, Berlin 1984
- [6.10] König, D.; Jansen, U.: Eine Invarianzeigenschaft zufälliger Bedienungsprozesse mit positiven Geschwindigkeiten. Math. Nachr. 70(1976), S. 321 - 364
- [6.11] Andersson, H.; Strandberg, K.: Effectiveness Characteristics of Partly Disabled Device Groups. Erricson Technics (1977)1, S. 45 - 67
- [6.12] Jensen, E.; Toledano, F.: On the influence of certain typical equipment faults on grade of service. Proceedings of the 8th Intern. Teletraffic Congress, Melbourne 1976, paper 415
- [6.13] Bär, M.; Fischer, K.: Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit von Systemen mit gestörten Kanälen. Nachrichtentechnik/Elektronik 32(1982)9, S. 377 - 380
- [6.14] Bär, M.: Modellierung und Berechnung stör anfälliger Bedienungssysteme unter besonderer Berücksichtigung nichtblockierender Störungen. HfV Dresden, Diss. B 1987
- [6.15] Stoyan, D.; Stoyan, H.: Operationsforschung: Fördertechnik, Bergbau, Transport. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1971
- [6.16] Cohen, J.W.: The generalized Engset formulae. Philips Telecom. Rev. 18(1957)4, S. 158 - 170

- /6.17/ König, D.; Sajkiewicz, J; Stoyan, D.: Leistungsberechnung für Fördersysteme. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1985

Zu Kapitel 7.

- [7.1] Gnedenko, B.W.; König, D. (Hrsg.): Handbuch der Bedienungstheorie Band II. Akademie-Verlag, Berlin 1984
- [7.2] Suzuki, T.: Table of Erlang Loss Formula. Telefonaktie bolaget LM Ericsson. Stockholm 1954
- [7.3] Deutsche Post: Bemessung von Bündeln in Vermittlungseinrichtungen und Netzen. VDP 400.01, Bl. 1 - 12
- [7.4] Telephon Traffic Theorie. Tables and Charts. Siemens AG, Berlin/München 1970
- [7.5] Fischer, K.; Hertel, G.; Krampe, H.: Bedienungsmodelle im Verkehrswesen. transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1988
- [7.6] Fischer, K.: Verkehrssicherungstechnik - Zuverlässigkeits- und Instandhaltungstheorie. transpress VEB Verlag für Verkehrswesen, Berlin 1984
- [7.7] Fischer, K.; Tuppy, W.: Nachrichtenverkehrsprozesse aus theoretischer Sicht. Fernmeldetechnik 20(1980)1, S. 24 - 27
- [7.8] Fischer, K.; Tuppy, W.: Berechnung von Verlustsystemen mit störanfälligen Bedienungskanälen. WZ HfV, Sonderheft „Einsatz der Mikrorechentechnik zur Rationalisierung der Instandhaltung“, 1980, S. 60 - 65
- [7.9] Fischer, K.; Tuppy, W.; Bär, M.: Nachrichtenverkehrstheorie unter Berücksichtigung störanfälliger Bedienungskanäle. ntz-Archiv 3(1981)10, S. 277 - 283
- [7.10] Fischer, K.; Hertel, G.: Das Leistungsverhalten von im Störfall Ausschluß produzierenden Maschinen. Hebezeuge und Fördermittel 23(1983)6, S. 178 - 183
- [7.11] Fischer, K.; Hertel, G.: Influence of Reliability, Inspection and Maintenance on Quality and Efficiency. EOQC Quality 30(1986)2, S. 10 bis 14
- [7.12] Bär, M.; Hertel, G.: Berechnungsmethode für störanfällige Bedienungssysteme mit Instandhaltungsdefizit. WZ HfV 34(1987)2, S. 225 bis 234

Zu Kapitel 8.

- [8.1] Kistner, K.-P.: Betriebsstörungen und Warteschlangen. Opladen: Westdeutscher Verlag 1974
- [8.2] Hertel, G.: Modellbildung von Bedienungssystemen mit störanfälligen Kanälen. WZ HfV 29(1982)4, S. 473 - 490
- [8.3] Gnedenko, B.W.; König, D. (Hrsg.): Handbuch der Bedienungstheorie Band I, Akademie-Verlag 1984

- [8.4] Hertel, G.; Kotthoff, S.: Numerische Berechnung von Kenngrößen stör-
anfälliger Bedienungssysteme auf der Basis von Markov-Graphen.
WZ HfV 33(1986)5, S. 771 - 781
- [8.5] Hertel, G.: 1kanaliges Warte- und Warte-Verlust-System mit stocha-
stisch die Bedienung unterbrechenden Kanalausfällen. msr 27(1984)6,
S. 249 - 253, 274
- [8.6] Hertel, G.: 1kanaliges Warte- und Warte-Verlust-System mit bela-
stungsabhängigen, die Bedienung stochastisch unterbrechenden Störun-
gen. msr 27(1984)8, S. 362 - 365
- [8.7] Hertel, G.: Analytische Modellierung und formelmäßige Behandlung
von Standard-Bedienungssystemen mit störanfälligen Kanälen. HfV
Dresden, Diss. B 1986
- [8.8] Bär, M.; Hertel, G.: Berechnungsmethode für störanfällige Bedie-
nungssysteme mit Instandhaltungsdefizit. WZ HfV 34(1987)2, S. 225
bis 234
- [8.9] Hertel, G.: Ein offenes, ungeordnetes Verlustsystem mit Unterbre-
chung der Bedienung durch interne Störungen. Nachrichtentechnik/
Elektronik 34(1984)7, S. 258 - 261
- [8.10] Bär, M.; Beichelt, F.; Fischer, K.: Theorie der Verlustsysteme mit
störanfälligen Kanälen. WZ HfV, Sonderheft „Einsatz der Mikrorechen-
technik zur Rationalisierung der Instandhaltung“, 1980, S. 46 - 59
- [8.11] Brandt, D.; Brandt, U.; Fischer, K.; Hertel, G.: Ein ENGSETsches
Verlustsystem mit störanfälligen Kanälen und beliebiger Anzahl von
Instandhaltern. WZ HfV, Sonderheft 15 „Qualität-Leistungsfähigkeit-
Zuverlässigkeit“, 1985, S. 73 - 87
- [8.12] Amossowa, N.N.; Gillert, H.; Küchler, K.; Maximow, J.D.:
Bedienungstheorie. Eine Einführung. BSB B.G. Teubner Verlags-
gesellschaft, Leipzig 1986

Zu Kapitel 9.

- [9.1] Гнеденко, Б. В. и. др.: Приоритетные системы обслуживания. Москва 1973
- [9.2] Бронштейн, О. А.; Духовный, И. М.: Модели приоритетного обслуживания в
информационно – вычислительных системах. Москва 1976
- [9.3] White, H.D.; Christie, L.S.: Queueing with preemptive priorities or
with breakdowns. Op. Research 6(1958), S. 79 - 95
- [9.4] Heathcote, C.R.: A single queue with several preemptive priority
classes. Op. Research 8(1960), S. 630 - 638
- [9.5] Jaiswail, N.K.: Preemptive Resume Priorities. Op. Research 9(1961),
S. 782ff.
- [9.6] Thiruvengadam, K.: Queueing with breakdowns. Op. Research 11(1963),
S. 62 - 71

- [9.7] Avi Itzhak, B.; Naor, P.: Some queueing problems with the server stations subjekt to breakdown. Op. Research 11(1963), S. 62ff.
- [9.8] Eisen, M.: Effects of slowdown and failure on stochastic server systems. Technometrics 5(1963)3, S. 385 - 392
- [9.9] Mitrany, I.L.; Avi Itzhak, B.: A many server queue with service interruptions. Op. Research 16(1968), S. 628 - 638
- [9.10] Гуменюк, В. Е.: Вопросы исследования одноканальной двухприоритетной системы с ожиданием без прерывания обслуживания и с ненадёжно работающим прибором. В: Теория надёжности и массового обслуживания. „Наука“ Москва 1969
- [9.11] Kluge, P.-D.; Runge, W.: Zufallsabhängige Fertigungsprozesse. Verlag Die Wirtschaft, 1984
- [9.12] Чтаков, У. А. (ред.): Надёжность технических систем – справочник. Радио и связь. Москва 1985
- [9.13] Friedrich, L.: Fertigungsprozeßintensivierung durch Pufferung. Hebezeuge und Fördermittel. 20(1980)7, S. 206 - 213
- [9.14] Linz, D.: Die Nutzung von Stauprozeßgesetzmäßigkeiten für die komplexe Planung von Produktionshaupt- und -hilfsprozessen bei diskontinuierlicher Fertigung (am Beispiel der Instandhaltung und Ersatzteilbevorratung). Hochschule für Ökonomie „Bruno Leuschner“, Berlin, Diss. A 1984
- [9.15] Jaiswal, N.: Priority Queues. Academic Press, New York 1968
- [9.16] König, D., Gnedenko, B.W. u.a.: Handbuch der Bedienungstheorie. Band II. Akademie-Verlag, Berlin 1984
- [9.17] Севастьянов, Б. А.: Предельная теорема для марковских процессов и ее приложение к телефонным системам с отказами. Теор. вероят. прим. 2 (1957), 106-116
- [9.18] Cohen, J.W.: The generalized Engset formulae. Philips Telecom Rev. 18(1957)4, S. 158 - 170
- [9.19] König, D.; Matthes, K.; Nawrotzki, K.: Verallgemeinerungen der Erlangischen und Engsetischen Formeln. Akademie-Verlag, Berlin 1967
- [9.20] Iversen, V.B.: The effect of holding times on loss systems. 9th Internat. Teletraffic Congr., Torremolinos (Spain) 1979, paper 135
- [9.21] Iversen, V.B.: The classical teletraffic theory revisited. Proceedings of the 3rd Internat. Seminar on Teletraffic Theory. Moscow (USSR) 1984, p. 169 - 180
- [9.22] Bär, M.: Gestörte unvollkommene Bündel mit idealer Mischung. WZ HfV 33(1985)4/5, S. 967 - 972
- [9.23] Kluge, P.-D.; Runge, W.: Zufallsabhängige Fertigungsprozesse. Verlag Die Wirtschaft, Berlin 1984

- [9.24] Hertel, G.: Analytische Modellierung und formelmäßige Behandlung von Standard-Bedienungssystemen mit störanfälligen Kanälen. HfV Dresden, Diss. B 1986
- [9.25] Hertel, G.; Kotthoff, S.: Erfahrungen bei der Simulation und numerischen Berechnung von Kenngrößen störanfälliger Bedienungssysteme. MKÖ VIII Magdeburg 1985. Kurzfassungen der Beiträge der Sektion 6, S. 38/39
- [9.26] Gaver, D.P.: A waiting line with interrupt service including priorities. Journ. Roy. Stat. Soc. 24 B (1962), S. 73ff.
- [9.27] Шнепс, М. А.: Системы распределения информации. Методы и расчёта. Москва Связь 1979
- [9.28] Bär, M.; Beichelt, F.; Fischer, K.: Theorie der Verlustsysteme mit störanfälligen Bedienungskanälen. WZ HfV, Sonderheft „Einsatz der Mikrorechentchnik zur Rationalisierung der Instandhaltung“, 1980, S. 46 - 59
- [9.29] Hertel, G.: Ein offenes, ungeordnetes Verlustsystem mit Unterbrechung der Bedienung durch interne Störungen. Nachrichtentechnik/Elektronik 34(1984)7, S. 258 - 261
- [9.30] Bär, M.; Fischer, K.; Hertel, G.: Die Einheit von Bedienungs- und Zuverlässigkeitstheorie. 14. Verkehrswiss. Tage, HfV Dresden 1984, Plenarvortrag. In: Vorträge der Tagungssektion III, S. 3 - 8
- [9.31] Kistner, K.-P.: Betriebsstörungen und Warteschlangen. Westdeutscher Verlag, Opladen 1974
- [9.32] Hertel, G.; Neumann, R.K.: Kanalbelegungszeiten bei Kanalausfällen in M/M/s-Bedienungssystemen. msr 27(1984)12, S. 545 - 547
- [9.33] Bär, M.: Modellierung und Berechnung störanfälliger Bedienungssysteme unter besonderer Berücksichtigung nichtblockierender Störungen. HfV Dresden, Diss. B 1987
- [9.34] Bär, M.; Fischer, K.; Hertel, G.: A Method of Calculation for Loss-Systems susceptible to failures with any numbers of repair channels and its application to delay-systems. In: Mathematical Research, Akademik-Verlag, Berlin, Bd. 27(1985)-, S. 352 - 356
- [9.35] Bär, M.; Hertel, G.: Berechnungsmethode für störanfällige Verlustsysteme mit Instandhaltungsdefizit und ihre Anwendung auf Wartesysteme (Kurzfassung) msr, 29(1986)7, S. 318
- [9.36] Bär, M.; Hertel, G.: Berechnungsmethode von störanfälligen Bedienungssystemen mit Instandhaltungsdefizit. WZ HfV 34(1987)2, S. 225 bis 234
- [9.37] Kistner, K.-P.: Betriebsstörungen bei Fließbändern. Zeitschr. f. Operations Research 17(1973)2, B47 - B65
- [9.38] Grün, M.; Hertel, G.: Qualität, Zuverlässigkeit und Leistung diskreter Systeme. SQ 33(1987)

- [9.39] Марьянович, Т. П.: Обобщение формул эрланга на случай, когда приборы могут выходить из строя и восстанавливаться. Укаинск. матем. журнал 12 (1960), 276–286
- [9.40] Hertel, G.; Kotthoff, S.: Zur Invarianz der Verlustwahrscheinlichkeit bezüglich des Verteilungsgesetzes der Instandhaltungszeit bei Fernsprechsystemen mit störanfälligen Kanälen. WZ HfV 31(1984)4, S. 973 bis 982
- [9.41] Hertel, G.; Neumann, R.K.: Ein Bedienungssystem mit störanfälligen Kanälen, bei dem die Instandsetzung des Kanals erst nach Beendigung der laufenden Bedienung beginnt. WZ HfV 33(1986)3, S. 525 – 532
- [9.42] Hertel, G.: Verfahren der Modellierung und Berechnung von Bedienungssystemen mit störanfälligen Kanälen. WZ HfV 30(1983)4, S. 865 – 874
- [9.43] Hertel, G.: Einfache Stationaritätsbedingungen und Abschätzungen der Leistungsfähigkeit von störanfälligen Bedienungssystemen. msr, Berlin 27(1984)5, S. 225
- [9.44] Jagerman, B.L.: Methods in traffic Calculations. AT+T Bell Laboratories Technical Journal 63(1984)7, S. 1283 – 1310
- [9.45] Hertel, G.: Verteilung von Warteschlangenlänge und Wartezeit in GI/GI/s/ ∞ -Bedienungsmodellen mit störanfälligen Kanälen. XI. Internat. Kongreß „Anwendungen der Mathematik in den Ingenieurwissenschaften“, Weimar 1987, Tagungsmaterial 4, S. 54 – 57
- [9.46] Ashcroft, H.: The productivity of several machines under the care of one operator. Journ. Roy. Soc. Stat. B12(1950)1, S. 145 – 151

Sachwortverzeichnis

A	Ausfall- und Instandhaltungs-
Abhängigkeiten, stochastische 115	mechanismen 114, 155
Ankunftsprozeß 62	Auslastung der Kapazitäten 196
Arbeitsfähigkeit des Kanals 158	Auslastungsgrad 70, 75, 122, 126, 134
Ashcroftsches Modell 200	–, Empfehlung für 195
Ausfall	–, kanalspezifisch 70
–, belastungsabhängiger 121, 132	Ausschuß 9, 124
–, leistungsmindernder 85	Ausschußproduktion 115, 141, 187
–, totaler 85	–, Wahrscheinlichkeit für 146, 187
Ausfalldauer 49	Auswahl
Ausfallkriterien 86	–, Ordnungsprinzip 65, 85

-, zufällige 65
Auswahlregel freier Kanäle 65, 73

B

Bedienungs-

- geschwindigkeit 188
- , veränderliche 187
- kanäle, Austausch 191
- modell 62
- , nichtidentische Kanäle 65
- netze, störanfällige 187
- prozeß 62
- system, störanfällig 45, 78, 177
und Zuverlässigkeitsmodell
- , einheitliches 62, 155, 170
- , separates 62, 138, 154, 155, 170
- zeit, generelle 178

Bedingungen

- , Ausbreiten von Störungen 47
- , mathematische 89
- , Verzweigungen 89

Berechnung

- Warteschlange 181, 205
- Leistungsfähigkeit von Bedienungs-
systemen 198
- Leistungsverhalten von Bedie-
nungssystemen 198

Blockierung des Kanals 156

Blockierungswahrscheinlichkeit 145

Boolesches Modell 81

Boolesches Seriensystem 38

C

Completion Time 179

D

Dimensionierung 55

Doppelbahnkreisfördersystem 163

Durchlaufzeit 191

Durchsatz

- berechnung 198
- , momentaner 38
- , Zufallsgröße 32

E

Einheitliches Bedienungs- und Zuverlässigkeitsmodell 62, 138, 154, 155, 170

Ereignisbaum 83, 90, 93

Erlangsches Verlustsystem 204

F

Fertigungsprozeßgestaltung 191

Flußmodell 64

Forderungenstrom

- 1. Art 177
- 2. Art 177

Funktion, symbolische 83, 90

Funktionsgüte bez.

- Leistungsfähigkeit 38, 92, 117
- Leistungsverhaltens 41, 139
- momentanen Leistungsverhaltens
168

G

Gedächtnislosigkeit 155

Genauigkeitsprobleme 171

geschlossenes Verlustsystem, störanfälliges 170

geschlossenes Wartemodell 116, 200

- des Instandhaltungsprozesses 199
- mit Geschwindigkeiten 122
- nach ASHCROFT 117, 200
- nach HOCHGRÄFE 117
- nach PALM 200
- nach STOYAN 117

-, Zustandswahrscheinlichkeiten 117

Grundwiderspruch der Ablaufplanung 56, 58

H

Handgepäckautomaten, störanfällige 171

Hauptprozeß 59

hierarchische Systeme 109

Hilfsprozeß 59

Hyperexponentialverteilung 190

I

Inspektion 151

Instandhaltung 50, 54, 55

Instandhaltungs-

- dauer 116
- defizit 116, 118, 129, 165, 190, 199
- kollektive, unabhängige 171
- prozeß, geschlossenes Wartemodell
190, 199

interne Wartezeiten 167, 170, 190, 198, 199

Invarianz 74

K

Kanäle

- , absolut zuverlässige 63, 155
- , Auswahlregeln 65, 73
- , Blockierungen 156
- , mittlere Anzahl verfügbarer 198, 199
- , nichtidentische 82
- , störanfällige 63
- , ungeordnete Auswahl 67
- , Verfügbarkeit 139

Kanalbelegungszeit

- bei blockierenden Störungen 179
- bei nichtblockierenden Störungen 202
- , modifizierte 42, 178
- , Anwendungen 187
- , Definition 179
- , Erwartungswert 180
- , Variationskoeffizient 180
- , Simulation 190

Kapazitätsauslastung 196

Kapazitätsgeteiltes System 142

Kapazitätsplanung 194

Kendall-Symbolik 156, 208

Kenngößen 33

Knoten-Netz-Zusammenhangswahrscheinlichkeit 102

Kritizitätsbedingung 196

Kritizitätsgrenze 191

kumulatives Leistungsverhalten, Definition 35

künstliche Forderung 192

L

Lagerhaltung 59

Laplace-Transformierte 181

Lebensdauer 116

- , belastungsabhängig 159
- , belastungsabhängig/unabhängig 158
- , zeitabhängig 159

Leerwahrscheinlichkeit 70, 75

Leistung 32

Leistungsfähigkeit 18, 25, 36, 60, 62

- , Definition 32
- , Erwartungswert 33
- , maximale 20, 32, 99, 198
- , Definition 32
- , momentane 32, 37
- , Definition 32

- , Netzverbindung 105

Leistungsfähigkeitsberechnung 198

Leistungsverhalten 25, 34, 35, 38, 62, 140, 145

- bei nichtblockierenden Störungen 202

- bei Wartesystemen 198

- bei Warte-Verlust-Systemen 201

- , Berechnung 38, 198

- , Definition 35

- , kumulatives 34, 42

-- , Definition 35

-- , Verteilungsfunktion 44

- , mittleres, momentanes 198

- , momentanes 34, 41

-- , Definition 35

Leistungs-Zuverlässigkeitsmodell 79, 155

Liegezeit 191

Losgrößen 192

Lossplitterung (im Fertigungsprozeß) 194

M

Majoritätssystem 79

Markovsches Zuverlässigkeitsmodell 62

Materiallager 62

maximale Leistungsfähigkeit, Definition 32

mehrwertige Systeme, Definition 31

Mehrzustandsmodell 14, 61

- , monotonen 62

Menge 74

Mengenverhalten 35

- , kumulatives 38

- , kumulatives, mittleres 43

Mischverteilung 193, 206

Modell, einheitliches 62

Modellentwicklung 61, 155

modifizierte Kanalbelegungszeit 178

- , Anwendungen 187

- , Definition 179

- , Simulation 190

- und Störungsarten 180

momentane Leistungsfähigkeit, Definition 32

momentanes Leistungsverhalten, Definition 35

Monotonieeigenschaft 88

-, verletzte 115

N

Netze, störanfällige Bedienungsnetze 187

Netzfluß 107

Netzstrukturen 102

Nichtkritizität 158

Nichtverfügbarkeit 94

-, zulässige 159

numerische Lösungen 171

O

Ordnungsprinzip 65

P

POLLACZEK-CHINTCHIN-Formel 182

-, für störanfällige WS 190

Palmsches Modell 200

Parallelsystem 79

Pfadmenge 83, 88, 95

planmäßig vorbeugende Instandhaltung (PVI) 192

Planungshorizont 46

Prioritätenmodell 63

Prioritätensystem 63, 177

Pufferlager 196

PVI 192

Q

Qualität 8, 13, 18

Qualitätsproduktion, Wahrscheinlichkeit für 187

Qualitätssicherung 13

Qualitätssicherungsstrategien 8

Qualitätssicherungssystem 13

Qualitätsverhalten 141

Quellenverkehr 106

R

Rekursive Lösung 126

Rekursivlösung 75

Reserve

-, belastete 23, 97, 98

-, unbelastete 11, 23, 112

Reserven 55

Reservierungsstrategien 23

S

Schlangenlänge, Variationskoeffizient 159

Schlangenlängenzuwachs, störungsbedingt 160

Schnittmenge 83, 88, 93

Senkenverkehr 106

Seriensystem 79

Simulation 190

Spitzenfaktor

- der Schlangenlänge 159

- der Wartezeit 70, 75

Stationaritätsbedingung für Wartesysteme 157

Stauprozesse 59

Steuerungsmaßnahmen 52

Stochastik 57

stochastische Abhängigkeiten 115

stochastische Unabhängigkeit 114

störanfällige

- Bedienungsnetze 187

- Bedienungssysteme 177

- Verlustsysteme 156

- Wartesysteme 156

--, Stationaritätsbedingung 157

- Verlustsysteme 165

Störungen 47, 59

- als Kanalbelegungszeit 177

- als zusätzliche Forderungen 177

-, Arten 128

-, blockierende 173

-, entdeckte 119, 125

-, nicht entdeckte 119, 125

-, Unterbrechungen 156

Störungserkennung 118, 124

-, belastungsabhängige 202

- dauer 120

--, belegungszahlabhängig 124

Störungssystematik 46, 155

Straßennetz 102

Strom

- der Forderungen 177

-, gesättigter 44

Stückguttransportsystem 156

Superiorwert 70

Symbolik nach KENDALL 156, 208

Symbolische Funktion 83, 90

System

- ausfallkriterien 86

- elemente, fiktive 110

- , kapazitätsgeteiltes 142
- , mehrwertiges, Definition 31
- , ungeordnete Kanalauswahl 67
- , zweiwertiges, Definition 30
- Systeme
  - , hierarchische 109
  - , informationsorientierte 30
  - , komplizierte 29, 155
  - , leistungsorientierte 33
  - , mehrwertige 31, 80
  - , zweiwertige 30
- Systemleistungsfähigkeit 20, 117
  - , durchschnittliche 21, 91, 94
  - , Erwartungswert 26
  - , mittlere, relative 38
  - , momentane 21
  - , Stufen 21
  - , Verteilungsfunktion 37
- Systemleistungsverhalten 61
- T
- Taktung 58
- Teilmengenordnung 83
- Totalausfall 85
- totale Zusammenhangswahrscheinlichkeit 102
- U
- Übersättigungsproblem 195
- Überwechslungsmöglichkeit auf
  - anderen Kanal 50, 174
- unabhängige Instandhaltungskollektive 171
- Unabhängigkeit 114
  - , stochastische 114
- Unabhängigkeitsvoraussetzung
  - der Bedienungsfolgen 182, 183
  - , Verletzung 184
- Unempfindlichkeit 74, 117, 120, 155, 178, 196, 200
- Unterbrechung durch Störungen 156, 181
- V
- Variationskoeffizient der Schlangenlänge 159
- Verfügbarkeit 23, 38, 60, 139
  - , belastungsabhängige 158
  - einer qualitätsgerechten Produktion 149
  - , statistische Erfassung 123, 158
- Verlustmodell nach ERLANG 204

- Verlustproduktion 173, 182
- Verlustsystem
  - , geschlossenes, störanfälliges 170
  - mit belastungsabhängigen Störungen 167
  - mit blockierenden Störungen 196
  - , nichtidentische Kanäle 66
  - , störanfällig 165
- Verlustwahrscheinlichkeit 39, 75, 140
  - , Rekursivlösung 75, 196
  - , störungsbedingter Zuwachs 197
- Vermittlungsanlage 196, 206
- Verzweigungsbedingungen 89

W

- Wartemodell
  - , geschlossenes 199, 200
  - , geschlossenes mit Geschwindigkeiten 122
  - , geschlossenes, Zustandswahrscheinlichkeiten 200
- Warteschlangenberechnung 182, 205
- Warteschlangenlänge
  - , Superiorwert 70, 75
  - , mittlere 70, 75
- Wartesystem, nichtidentische Kanäle 68
- Wartesysteme
  - , Stationaritätsbedingung 157
  - , störanfällige, POLLACZEK-CHINTCHIN 190
- Wartewahrscheinlichkeit 70, 75
- Wartezeit 58
  - auf Instandhaltung 51, 167, 190, 198
  - , Superiorwert 70, 75
  - auf Instandhaltungsbeginn 198

Z

- Zeitverhalten 35
- zufällige Auswahl freier Kanäle 65
- Zufallsabhängigkeit 55, 195
- Zusammenhangswahrscheinlichkeit
  - , Knoten-Netz 102
  - , paarweise 102
  - , totale 102
- Zuverlässigkeit 18
- Zuverlässigkeitsmodell 62, 114
  - , monotonen, mehrwertiges 62
- Zuverlässigkeitstheorie 79
- zweiwertiges System, Definition 30
- Zweizustandsmodelle 14, 18

Dr. sc. techn. Matthias Bär (1957)

1977–1982 Studium der Transporttechnologie, Spezialisierungsrichtung Eisenbahntransport, an der Hochschule für Verkehrswesen „Friedrich List“ Dresden (HfV) · 1982 Promotion zum Dr.-Ing., 1987 zum Dr. sc. techn. an der HfV.

1982–1986 Wissenschaftlicher Mitarbeiter am Wissenschaftsbereich Theoretische Grundlagen der Technologie des Transport- und Nachrichtenverkehrsprozesse der HfV · seit 1986 Fachabteilungsleiter in der Abteilung Wissenschaft und Technik der Reichsbahndirektion Dresden.

Prof. Dr. sc. techn. Klaus Fischer (1933)

1952–1956 Studium des Sicherungs- und Fernmeldewesens an der HfV · 1963 Promotion zum Dr.-Ing., 1968 zum Dr. sc. techn. an der HfV.

1956–1963 Mitarbeiter der Reichsbahndirektion Halle im Bereich des Sicherungs- und Fernmeldewesens · 1965 Berufung zum Dozenten und 1971 zum ordentlichen Professor an der HfV · 1968–1971 Stellvertreter, 1971–1977 Direktor der Sektion Technische Verkehrskybernetik, seit 1979 Prorektor für Naturwissenschaft und Technik an der HfV.

Dr. sc. techn. Günter Hertel (1948)

1966–1971 Studium der Transporttechnologie, Spezialisierung Mathematikingenieur, an der HfV, anschließend Forschungsstudium, Spezialisierung Eisenbahnsicherungstechnik · 1974 Promotion zum Dr.-Ing., 1986 zum Dr. sc. techn. an der HfV.

1974–1980 Bau- und Betriebstechnologe bzw. stellvertretender Leiter einer Investbauleitung der Obersten Bauleitung für Automatisierung und Elektrifizierung der Deutschen Reichsbahn · seit 1980 Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Sektion Technische Verkehrskybernetik der HfV mit Vorlesungen über Zuverlässigkeitstheorie und Technologie des Eisenbahntransports.

transpress

ISBN 3-344-00150

AK-Hinweis

221-

Fach

Lehrfach
Techn. allg.
Math.

g.
No
VH

Bio K

Sonder-Aufstellung

Ausl.-Verm.

JG 02 156 87 III 7 4

x

Universitätsbibliothek Dresden

1 0074098