den Ort des Gitterpunktes m' einnimmt. Wenn man die bewegliche Schaar, nachdem sie erst diese Drehung erlitten hat, parallel mit ihr selbst von m' nach m bringt, so wird sie sich in denselben Verhältnissen befinden, als wenn sie von Anfang an um eine Gerade nmn' gedreht wäre, welche durch m parallel zu MM' gelegt wäre; und da der Ort der Gitterpunkte nicht verändert ist, so ist diese Gerade nmn' auch eine Symmetrie-Axe der Schaar. Die Ordnung der Symmetrie dieser Axe wird im Allgemeinen gleich q sein. Immerhin kann es, da eine Axe der Ordnung jq, wobei j irgend eine ganze Zahl ist, erst recht die Eigenschaften der Axen von der Ordnung q besitzt, vorkommen, dass die neue Axe von einer höheren Ordnung wäre, aber diese muss immer ein Vielfaches der Ordnung der Symmetrie der gegebenen Axe sein*).

Definition. — Wir werden mit dem Namen Zwischen-Axen die Axen bezeichnen, [**61**] welche keinen einzigen Gitterpunkt der Schaar enthalten. Nach dem vorhergehenden Lehrsatz sind die Zwischen-Axen immer von Axen der gleichen Symmetrie begleitet, welche durch die Gitterpunkte gelegt sind, woraus folgt, dass man sich ganz ordnungsmässig darauf beschränken kann, nur die letzteren zu beachten bei allen Untersuchungen, welche nicht den Zweck haben, in besonderer Weise die Eigenschaften der Zwischen-Axen zu bestimmen.

Satz XLVIII. — Jede Symmetrie-Axe, welche einen Gitterpunkt enthält, ist eine der Punktreihen der Schaar.

Sei MM' (Fig. 22) die gegebene Axe, welche durch den Gitterpunkt M geht; seien m ein anderer, ausserhalb der Axe gelegener Gitterpunkt und m', m'', ... seine Homologen in Bezug auf diese Axe. Verbinden wir M mit m, m', m'', ... Wenn wir jetzt die Diagonale $M\mu$ des über Mm und Mm' construirten Parallelogramms ziehen, so wird diese Diagonale, sowohl nach Grösse wie Richtung, einer der Parameter der Schaar sein, in Folge des Satzes XXX. Ebenso wird, wenn wir $M\mu$ mit Mm'' combiniren, die neue Diagonale $M\mu'$ dieselben Eigenschaften haben. Das so erhaltene Endresultat wird, nachdem die ganze Serie der Homologen von m erschöpft

*) Diesen Beweis verdanken wir Herrn *Cauchy*; da er einfacher ist, als der Beweis, den ich selbst von diesem Lehrsatz gegeben hatte, so habe ich diesen letzteren durch ihn ersetzt. (Siehe die *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, Band XXIX, pag. 135.)