Aufgaben
aus der
Bergmaschinenlehre.

Romillo Drechsler.

Aufgaben. | Auflösungen.

1.

Welche Dimensionen muss man dem Querschnitt eines Kanals geben, welcher bei einer Böschung von 70 Grad 27 Quadratfuss Inhalt erhalten soll?

Jede Seitenwand des Kanals wird:

$$y = \sqrt{\frac{a}{(2-\cos\alpha)\sin\alpha}} = \sqrt{\frac{27}{(2-\cos 70^\circ)\sin 70^\circ}}$$

$$= \sqrt{\frac{27}{1,5579}} = \sqrt{17,331} = 4,163 \text{ Fuss}$$

hoch, und der Boden desselben

$$x = 2(1-\cos\alpha)\,y = 2(1-\cos 70^\circ)\,4,163$$

$$= 1,3159 \cdot 4,163 = 5,4783 \text{ Fuss breit.}$$

2.

Welche Anordnungen hat man bey einem oberschlägigen Wasserrade zu machen, welches bei 30 Fuss Höhe, p.m. 150 Cubikfuss Aufschlagwasser erhalten und in dieser Zeit 3 Mal umgehen soll?

Dieses Rad bekommt $\frac{13}{3}R = \frac{13}{3}15 = 65$ Schaufeln, und es wird demnach der Theilungswinkel

$$\alpha = \frac{360}{65} = 5^\circ\, 32'\, 18''$$

Die Umfangsgeschwindigkeit desselben

$$\frac{D\pi u}{60} = \frac{30 \cdot 3 \cdot \frac{22}{7}}{60} = 4,71 \text{ Fuss.}$$

Setzt man die Kranzbreite = 1 Fuss, so wird die Kranzweite

$$\frac{4M}{\pi b(D-b)w} = \frac{4 \cdot 150}{3,141(30-1)3} = 2,19 \text{ Fuss.}$$

Der Deckungswinkel β bestimmt sich durch

$$\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha-\frac{4b}{3D}} = \frac{\sin 5^\circ 32' 18''}{1-\cos 5^\circ 32' 18'' - \frac{4}{3 \cdot 30}}\,,$$

$\beta = 67^\circ 49'$, und daraus die Weite der Stossschaufeln

$$\frac{\frac{D}{2}\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{15 \sin 5^\circ 32' 18''}{\sin 67^\circ 49'} = 1,363 \text{ Fuss.}$$

Bei der geringen Schnelligkeit des Rades wird man das Wasser im Gerinne nicht aufzustauen brauchen, damit es mit der Schnell-

Geschwindigkeit des Rades aus derselben ~~Zelle~~ fallen, und keine Wasser in die zweite Schaufel einfallen lassen. Nach dieser Annahme ist der über dem horizontalen Halbmesser des Rades befindliche Theil des wasserhaltenden Bogens:

$$R\cos(m\alpha) = 15\cos 11^\circ 4' 36'' = 14{,}72 \text{ Fuß}.$$

Der Ausgußwinkel bestimmt sich durch

$$\operatorname{tg}\frac{\beta+\delta}{2} = \frac{(2n-3b)10b}{\frac{1}{2}\left[(6(3-5)3n+65b\right]} = \frac{(2\cdot 65-3)10}{\frac{1}{2}(-9\cdot 36+65)}$$

$$= \frac{1270}{-\frac{520}{2}}$$

$$\beta+\delta = 180^\circ - 67^\circ 44' = 112^\circ 16', \text{ und}$$

$$\frac{\beta+\delta}{2} = 56^\circ 8'$$

Der andere wird der untere Theil des wasserhaltenden Bogens

$$R\sin\left(\frac{\beta+\delta}{2}\right) = 15\sin 56^\circ 8' = 12{,}455 \text{ Fuß},$$

so daß die ganze Druckhöhe

$$14{,}72 + 12{,}455 = 27{,}175 \text{ Fuß wird.}$$

Aus diesem ergiebt sich das Moment des Rades:

$$Pv = \left(Mh - \frac{v^2}{g}\right)My = \left(27{,}175 - \frac{4{,}71^2}{17{,}3}\right)\frac{150}{60}\cdot 48{,}88$$

$$= 25{,}894\cdot\frac{5}{2}\cdot 48{,}88$$

$$= 3164{,}246 \text{ Fß Pf.}$$

Dieses Resultat entspricht, wenn man auch 1 Fuß Abzugsgefälle giebt, einem Coëfficient $= \frac{4}{5}$.

3.

Dieselbe Anwendung bei epicycloidischen Schaufeln zu machen; Vergleichung der Wirkung zwischen beiden Methoden.

Die Hälfte einer Epicycloide, welche man bei der Construktion der Schaufeln braucht, ist

$$Ba = \frac{1}{2}\pi b = \frac{\alpha}{360}\pi(D'-2b),$$ folglich der Wälzungswinkel

$$\alpha = \frac{360^\circ b}{2(D'-2b)} = \frac{90}{14} = 6^\circ 25' 42''$$

wobei b die Kranzbreite = 1 Fuß ist.

Die Anzahl der Schaufeln wird:

$$\frac{2(D'-2b)}{b} = 56, \text{ und die Kranzweite}$$

$$w = \frac{4M}{\pi b(D'-b)u} = \frac{4\cdot 150}{3{,}141\cdot 29\cdot 3} = 2{,}19 \text{ Fuß}.$$

Ferner des Steigeraumes:

$$BAC = \frac{\pi r(R+r)(R+2r)}{2R} = \frac{3{,}141\cdot\frac{1}{2}(14\frac{1}{2})(15)}{28}$$

$$= 12{,}955';$$

der Abschnitt $CBD' = \frac{\alpha}{360} \cdot R^2\pi$

$= \frac{6,40}{360} \cdot 24^2 \cdot 3,141$

$= 10,996$, daher

$ABD' = 12,1955 - 10,996 = 1,1995$

und der mit Wasser gefüllte Bogen

$AB = 1,1995 - \Delta ADB$,

wo $ADB = \frac{AD' \cdot DB}{2} = \frac{2r \cdot 2r \,\mathrm{cotg}.\beta}{2}$

$= 2r^2 \,\mathrm{cotg}.\beta$ ist.

Es wird daher nach Annahme des Vorigen

$AB = 1,1995 - 2r^2 \,\mathrm{cot}.\beta = \frac{1}{4}$ Bogen AEB'

$= \frac{1}{4} 2r \frac{\alpha}{180} \pi (R+r) = \frac{\alpha \pi r (R+r)}{360}$

$= 0,406$, und hieraus

$\mathrm{cotg}.\beta = \frac{1,1996 - 0,406}{2r^2} = \frac{0,7935}{0,5} = 1,587$,

$\beta = 32^\circ\, 12'$,

und der Ausgußwinkel

$\delta = 57^\circ\, 48'$

Nimmt man nun an, daß das Ausgießen in der mittleren Höhe des Ausgußbogens FG, im Durchschnitt erfolge, so findet man als unteren Theil des wasserhaltenden Bogens

$R \sin. 57^\circ 48' + \frac{15 - R \sin. 57^\circ 48'}{2} = 12,693 + \frac{2,307}{2}$

$= 13,846$ Fuß,

während der obere Theil wie bei dem oberschlägigen Rade $= 14,72$ Fuß bleibt, sodaß die gesammte Druckhöhe $= 28,566$ Fuß und demnach das mechanische Moment dieses Rades

$\cancel{Fr}\; Pv = \left(H - \frac{v^2}{g}\right) M\gamma = \left(28,566 - \frac{4,71^2}{17,3}\right) \frac{150}{6} \cdot 48,88$

$= 27,284 \cdot \frac{5}{2} \cdot 48,88$

$= 3341,048$ Fußpfd. u.s.w.

Die Leistung dieses Rades ist demnach um 169,858 Fußpfd. größer als die des vorigen, und der Effektcoefficient desselben $= \frac{22}{25}$.

4.

Es ist die Anordnung eines 25 Fuß hohen Kropfrades zu treffen, vor welchem das Wasser im Gerinne 4 Fuß hoch steht, das bei 8 Fuß lebendigem Gefälle p. m. 4 mal umgehen und 500 Cubikfuß Aufschlagewasser erhalten soll.

Giebt man dem Kropfrade 1 Fuß Kranzbreite, so wird seine Weite:

$$w = \frac{3M}{\pi(D'-b)bu} = \frac{3 \cdot 500}{3{,}141 \cdot (25-1)4} = 4{,}97 \text{ Fuß},$$

und die Zahl der Schaufeln

$$n = \frac{\pi(D'-b)}{b} = 3{,}141 \cdot 24 = 75.$$

Das p. m. auf das Rad fließende Wasserquantum, wenn man die Schützöffnung ½ Fuß schmaler als das Rad macht:

$$M = \tfrac{2}{3}\mu b\left(\sqrt{h^3} - \sqrt{(h-h_1)^3}\right)$$

$$\frac{500}{60} = \tfrac{2}{3}\, 7{,}13 \cdot 4{,}47\left(\sqrt{64} - \sqrt{(4-h)^3}\right)$$

$$\frac{150}{2 \cdot 6 \cdot 7{,}13 \cdot 4{,}47} = \sqrt{64} - \sqrt{(4-h)^3}$$

$$\sqrt{(4-h)^3} = 8 - \frac{150}{382{,}453} = 8 - 0{,}392$$

$$4 - h = \sqrt[3]{(7{,}608)^2} = 3{,}868$$

$h = 4 - 3{,}868$ ~~Fuß~~ $= 0{,}132$ Fuß $= 1{,}56$ Zoll = die Höhe, auf welche die Schütze zu öffnen ist.

Die Geschwindigkeit des unter der Schütze ausströmenden Wassers ist:

$$c = \frac{M}{a} = \frac{500}{60 \cdot 4{,}47 \cdot 0{,}132} = 14{,}127 \text{ Fuß}.$$

Giebt man dem Wasser hinter dem Radwege ½ b Abfall, so ist

$$\left(\frac{D'}{2} - Zh_1 + h\right)\sqrt{1 + \frac{4gh}{c^2}} = \frac{D'}{2}, \text{ oder}$$

$$12{,}5' = (12{,}5' - 7{,}5' + h)\sqrt{1 + \frac{4 \cdot 17{,}4h}{14{,}127^2}}$$

$$= (5' + h)\sqrt{1 + \frac{69{,}6h}{199{,}67}}$$

$$(25 + 10h + h^2)(1 + 0{,}348h) = 156{,}25$$

$$h^3 + 10h^2 + 25h = 115{,}91$$

$h = 2{,}25$ Fuß = die Höhe des parabolischen Kropftheils, und folglich die Höhe des kreisförmigen Kropfes

$$7{,}5' - 2{,}25' = 5{,}25 \text{ Fuß}.$$

Die Länge des parabolischen Kropfes ist:

$$c\sqrt{\frac{h}{g}} = 14{,}127\sqrt{\frac{2{,}25}{17{,}4}} = 5{,}085 \text{ Fuß}.$$

und die Länge des kreisförmigen Kropfes

$$\sqrt{5{,}25'(25'-5{,}25)} = 10{,}18 \text{ Fuß}.$$

5.

Eine einfachwirkende Wassersäulenmaschine hat 250 Fuß Gefälle, einen 20 Zoll weiten Cylinder, 8 Zoll weite und 340 Fuß lange Einfallröhren, 6 Fuß Hub und soll p. m. 6 Spiele machen. Wie groß ist das mechanische Moment derselben?

Der Druck auf den Kolben ist:

$$AH\gamma = 340\left(\tfrac{5}{3}\right)^2\tfrac{\pi}{4}\cdot 48{,}88$$
$$= 35947{,}329 \text{ Fuß℔}.$$

Davon ist jedoch die Nebenhindernisse wegen abzuziehen:

1.) die hydraulische Widerstandshöhe:

$$h' = \lambda\left[\frac{L''}{D''}\left(\frac{A}{A''}\right)^2 + \frac{h}{2D}\right]v^2$$
$$= \frac{1}{2226}\left(\frac{340}{\frac{2}{3}}\left(\frac{(\frac{5}{3})^2\frac{\pi}{4}}{(\frac{2}{3})^2\frac{\pi}{4}}\right)^2 + \frac{6}{2\cdot\frac{5}{3}}\right)\frac{72^2}{60}$$
$$= \frac{1}{2226}\cdot 141164{,}4 = 63{,}41 \text{ Fuß}.$$

2.) die nöthige Wassersäule, zur Ueberwindung der Trägheit:

$$h'' = \frac{h}{gt^2}\left(\frac{A}{A''}L''\right) = \frac{6}{17{,}4\cdot 105^2}(340\cdot 6{,}2)$$
$$= 1{,}8 \text{ Fuß};$$

3.) die Widerstandshöhe der Kolbenreibung

$$h''' = \lambda'\frac{H}{D} = 0{,}03\,\frac{340}{\frac{5}{3}} = 0{,}03\cdot 204$$
$$= 6{,}12 \text{ Fuß}.$$

Demnach ist die wirkliche Druckhöhe nur

$$H-(h'+h''+h''') = 268{,}67 \text{ Fuß},$$

und folglich das Moment der Maschine

$$Pv = 268{,}67\,m\gamma = 268{,}67\cdot 2{,}163\cdot 48{,}88$$
$$= 28404{,}671 \text{ Fuß℔}.$$

und der Effect derselben

$$\mu = \frac{7}{10}.$$

6.

Bei mittlerer Windgeschwindigkeit von 25 Fuß soll ein 4flügliches Windrad p. m. 40 Umdrehungen machen; die Länge der Windruthe soll 30 Fuß betragen, die äußerste Flügelbreite 10 Fuß, die innerste 4 Fuß, und die

Theilt man jede der Windruthen in 6 Theile, so wird bei einer Länge derselben von 30 Fuß der Abstand von der Axe

5, 10, 15, 20, 25, 30 Fuß,

und ihre Geschwindigkeit bei der Umdrehung

Entfernung der ersten Sprosse von der Axe 5 Fuß. Wie sind die Flügel zu construiren, d. h. welche Stoßwinkel hat man den einzelnen Sprossen zu geben, und wie groß ist das bewegende mechanische Moment des Windes ohne Rücksicht auf Hindernisse?

der Flügel

$$v = \frac{2l\pi u}{60},$$ wo l die angegebenen Entfernungen sind.

20,94 Fuß,
41,88 "
62,82 "
83,76 "
104,7 "
125,64 "

und hieraus der Stoßwinkel der Sprossen:

$$tg\,\alpha = \frac{3v}{2c} + \sqrt{2+\left(\frac{3v}{2c}\right)^2}$$

wo v die Geschwindigkeit der Sprossen und c die Windgeschwindigkeit ist:

72° 22'
79° 30'
82° 41'
84° 25'
85° 30'
86° 15'

Das mechanische Moment wird bestimmt durch

$$P = A\Bigg[C'\left(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha'} + \frac{(1+\cos^2\alpha)\cos\alpha}{2\sin\alpha'} - \frac{(1+\cos^2\alpha')\cos\alpha'}{2\sin^4\alpha'} + \frac{3}{2}\log.tg.\tfrac{1}{2}\alpha - \frac{3}{2}\log.tg.\tfrac{1}{2}\alpha'\right)$$
$$+ D'\left(\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\alpha'} + \frac{4}{\sin\alpha^3} - \frac{4}{\sin^3\alpha'} - \frac{8}{5\sin\alpha^5} + \frac{8}{5\sin^5\alpha'} + \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\alpha'}{2\cos^2\alpha'} - \frac{2}{3}\log.tg.\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{2}{3}\log.tg.\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha'}{2}\right)\right)\Bigg]$$

wobei

$$A = \frac{mc^4 l\gamma}{81 g w} = \frac{\frac{4}{3}25^4\cdot 30\cdot 0{,}0904}{81\cdot 15{,}0904\cdot 125{,}64} = 9{,}19$$

$$C' = b - \frac{(B-b)e}{1-e} = 4 - \frac{(10-4)5}{30-5} = 2{,}8,$$

$$D' = \frac{B-b}{1-e}\cdot\frac{cd}{3w} = \frac{10-4}{30-5}\cdot\frac{25\cdot 30}{3\cdot 125{,}64} = 0{,}477$$

$$\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha'} = 11{,}79$$

$$\frac{(1+\cos.\alpha^2)\cos.\alpha}{2\sin.\alpha^4} - \frac{(1+\cos.\alpha'^2)\cos.\alpha'}{2\sin.\alpha'^4} = -0{,}16722$$

$$\frac{3}{2}\log.tg.\tfrac{1}{2}\alpha - \frac{3}{2}\log.tg.\tfrac{1}{2}\alpha' = 0{,}1608$$

$$\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\alpha'} = -0{,}0991,$$

4

$\frac{4}{\sin\alpha^3} - \frac{4}{\sin\alpha'^3} = -0,3963$

$\frac{2}{5}\left(\frac{1}{\sin\alpha^5} - \frac{1}{\sin\alpha'^5}\right) = -0,4179$

$\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\alpha'}{2\cos.\alpha'^2} = 110,7572$

$\frac{2}{3}\left(\log.tg.\left(45^0+\frac{\alpha}{2}\right) - \log.tg.\,45^0+\frac{\alpha'}{2}\right) = 0,4694,$

Setzt man diese Werthe in die obige Formel ein, so wird das mechanische Moment eines Windflügels

$Pv = 9,19\,[32,9924 + 52,4748]$

$= 785,432$ Fuß Pf., und das mechanische Moment des 4 flügligen Windrades

$4Pv = 3141,728$ Fuß Pf.

7.

Eine doppelt wirkende Watt'sche Dampfmaschine soll durch Dampf von 18 Pf. Druck in Bewegung gesetzt werden. Der Hub soll 60 Zoll und der Durchmesser des Cylinders 30 Zoll betragen. Die Maschine mag p. m. 20 Spiele machen und mit Expansion arbeiten, indem bei ½ Hub der Dampf vom Cylinder abgesperrt wird. Welche Dampfwärme ist in jedem Spiele dem Dampf zu ertheilen, wie groß wird das mechanische Moment dieser Maschine ausfallen und wie viel Injektionswasser wird sie in Anspruch nehmen?

Der Druck von 18 Pf. entspricht dem Gewicht einer Quecksilbersäule von $\frac{18}{0,3846} = 46,8$ Zoll. Die zu dem Drucke von 18 Pf. nöthige Dampfwärme des Dampfes bestimmt sich durch die Bedingungsgleichung

$L.E = 2,8921 + L(213+t)\frac{847,3}{140+t}$

daher $1,6703 - 2,8921 = \log.(213+t)\frac{847,3}{140+t}$

für $t = 80^0$ ist $-1,22 = 2,48 - 3,70$, und also die Bedingung erfüllt.

Da die Maschine mit Expansion arbeitet, so ist zur Angabe des mechanischen Momentes die mittlere Kraft zu bestimmen, welche man durch die folgende Formel findet:

$P = \frac{bp}{B}\left(1 + \log.nat.\frac{B}{b}\right)$ auf 1 □Zoll Fläche,

$= 9 \cdot 1,69297 = 15,2361$

und auf den ganzen Kolben

$P\frac{30^2\pi}{4} = P\,706,72 = 10767,58592$ Pf.

Die Geschwindigkeit des Kolbens bei 60 Zoll

Hub und 20 Spiele ist p. Sekunde = 3,33.. Fuß, folglich das mechanische Moment der Dampfmaschine

$Pv = 10767,585^{\text{v}} \cdot 3,\dot{3}33 = 35891,95$ Fuß℔,

und nach Leipziger Maaß 62 Pferdekräften entspricht.

Die Menge des zu einem Hube nöthigen Dampfes ist $= \frac{30^2 \pi}{4} 30 = 21201,6$ Cubikzoll

$= 12,27$ Cubikfuß, und die Dichtigkeit des Dampfes bei 46,8 Zoll Quecksilberhöhe und 89° Réaumur

$$D = \frac{0,0000021037 \cdot 46,8}{1+0,00468 \cdot 89} = 0,0000695$$

im Verhältniß zu Quecksilber, folglich das Gewicht von 1 Cubikfuß Dampf

$$0,0000695 \cdot 13,5 \cdot 48,88 = 0,046191 \text{ ℔},$$

und das des zu einem Hube nöthigen Dampfes

$$0,046191 \cdot 12,27 = 0,5667 \text{ ℔}.$$

Nimmt man nun ferner an, daß die Temperatur des Einspritzwassers $t = 10°$ und die des Wassers, das aus dem Dampfe condensirt ist $T = 40°$ sey, so ist das zu einem Hube nöthige Gewicht von Einspritzwasser

$$W = \frac{S + 520 - T}{T - t} D = 18,97 \cdot 0,5667$$

$$= 10,7616 \text{ ℔}$$

und p. m. 430,464 ℔ = 0,22 Cubikfuß.

8.

Die Anordnung eines, aus einem Getriebe und einem Kunstrade von 5 Fuß Höhe bestehenden Räderwerks so zu treffen, daß das Verhältniß zwischen Kraft und Last = 3/10 erfüllt, und zwar ein Mal für epicycloidische Zähne und cylindrische

Da bei diesem Räderwerke das Verhältniß zwischen Kraft und Last = 3/10 verlangt wird, so kann man, wenn das Getriebe 10 Triebstöcke und epicycloidische Zähne bekommt, dem Rade 99 Zähne geben, und hat deshalb demselben nach derselben [illegible] Fuß lang zu ma-

Triebstöcken und ein anderes Mal für Zähne nach der Kreisevolvente.

ist. Die zur Ueberwindung der Reibung nöthige Kraft ist bei cycloidischen Zähnen und cylindrischen Triebstöcken:

$$R = \mu \frac{2N+3n}{4Nn} P\pi = \frac{\mu \cdot 2 \cdot 99 + 3 \cdot 10}{4 \cdot 99 \cdot 10} 3{,}141 P$$

$$= \mu \frac{228}{3960} 3{,}141 P$$

$$= \mu' \frac{57}{990} P = \mu' 0{,}057 P.$$

Bei dem Räderwerke, dessen Zähne nach der Kreisevolvente geschnitten sind, ist die Reibung:

$$F = \frac{\mu \pi (N-n)}{Nn} P = \frac{\mu \cdot 3{,}141 (99-10)}{99 \cdot 10} P$$

$$= \mu\, 0{,}28 P \text{ oder}$$

$$= \mu' 0{,}089 P.$$

9.

Für einen Hub von 4 Fuß und eine Balancierlänge von 12 Fuß die constructiven wird beim englischen Parallelogramm von 2½ Fuß Länge und 1¾ Fuß Höhe zu machen, so ist die Seitenverbindungen zu ~~machen~~ bestimmen.

Wenn $h = 2$ Fuß, $R = 6$ Fuß, $a = 1{,}75$ Fuß, $b = 2{,}5$ Fuß ist, so wird die Länge des Gegenlenkers und des Parallelogramms

$$r = \frac{(R-b)^2 \sin\alpha^2 + b^2 (1-\cos\alpha)^2}{2b(1-\cos\alpha)}$$

wobei $\alpha = \frac{h}{R} = \frac{1}{3} = 19^0 28' 16''$ ist, also ist daher

$$r = \frac{3{,}5^2 (\sin 19^0 28' 16'')^2 + 2{,}5^2 (1-\cos 19^0 28' 16'')^2}{2 \cdot 2{,}5 (1-\cos 19^0 28' 16'')}$$

$$= \frac{1{,}3815}{0{,}2857} = 4{,}835 \text{ Fuß}.$$

ferner ist:

$$c = R(1-\cos\alpha)$$

$$= 6 \cdot 0{,}05714 = 0{,}34284 \text{ und}$$

$$d = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{1{,}75^2 - 0{,}3428^2}$$

$$= 1{,}716 \text{ daher}$$

$$CP = r + R - b - c = 10{,}835 - 2{,}1572$$

$$= 8{,}6778.$$

Hieraus folgt:

$$\text{cotg.}\,\beta = \frac{R+r-(b+c)}{d} = \frac{10,835-2,8428}{4716}$$

$$= 4,657$$

$$\beta = 12^\circ 7'$$

Setzt man den Umdrehungswinkel $\frac{\alpha}{2} = \gamma$, so hat man

$$FH = \sqrt{\overline{CH}^2 + \overline{CF}^2 - 2\,CH \cdot CF \cos.(\beta+\gamma)}$$

Da nun $\gamma = 9^\circ 44' 8''$,

$$CH = R - b = 3,5$$

$$CF = \sqrt{d^2 + (R + r - (b+c))^2} = 8,174,$$

folglich

$$FH = \sqrt{(R-b)^2 + 8,174^2 - 2 \cdot 3,5 \cdot 8,174 \cos.(\gamma+\beta)}$$

$$= \sqrt{12,25 + 66,817 - 53,107}$$

$$= \sqrt{25,96} = 5,095$$

Ferner wird:

$$\cos.\delta = \frac{\overline{FH}^2 + \overline{Fd}^2 - \overline{Hd}^2}{2\,FH \cdot Fd}$$

$$= \frac{25,96 + 23,377 - 3,0645}{49,2686}$$

$$= 0,939$$

$\delta = 20^\circ 5'$, und

$$tg.\varepsilon = \frac{1,3026}{4,9254} \;\#\; \text{und } \varepsilon = 14^\circ 49'$$

daher $\gamma' = \beta + \varepsilon - \delta = 6^\circ 51'$.

Es ist also die Seitenverschiebung

$$x = b(1 - \cos.\gamma) - r(1 - \cos.\gamma')$$

$$= 2,5 \cdot 0,01439 - 4,835 \cdot 0,0072$$

$$= 0,035975 - 0,034812$$

$$= 0,001163 \text{ Fuß}$$

$$= 0,16747 \text{ Linien.}$$

10.

Bei einer Maschine beträgt die auf den Lastpunkt reducirte Last 1000 ℔, die

Setzt man $N = 4000$, $M = 1000$, $t = 3$ ~~Fuß~~ Sek., $R = 10$, $r = 3$, $m = \frac{1}{2}$, so findet man den immerfort in Bewegung befindlichen Wadelbaum, dessen wirksame Masse 1000 ℔, und die von jedem Stoße aus der Ruhe in Bewegung zu setzende Masse = 4000 ℔. Die Last durchläuft in einerley Zeit den Weg von $1\frac{1}{2}$ Fuß und der Kraftpunkt den Weg von 5 Fuß. Um den Gang dieser Maschine möglichst gleichförmig zu machen, will man ein Schwungrad von 20 Fuß Höhe mit 6 Armen anwenden, den Halbmesser der Welle 3 Fuß, die Armstärke 6 Zoll und den Querschnitt eines Armes halb so groß machen, als den Querschnitt des Schwungringes; welche Querschnitte werden nun anzuwenden nöthig seyn, um den vortheilhaftesten Gang dieser Maschine zu erhalten?

Querschnitt des Schwungrades:

$$a = \frac{-(N+2M) + \frac{R.N}{t}\sqrt{\frac{6M}{Tg}}}{2\mathfrak{M}R^3}, \text{ wo}$$

$$\mathfrak{M} = \left(2\pi + \frac{mn}{3}\right)\frac{8}{r^2}$$

$$= \left(2 \cdot 3{,}141 \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot 6}{3}\right)\frac{8{,}73 \cdot 48{,}88}{9}$$

$$= 6{,}282 \cdot 47{,}413$$

$$= 297{,}852, \text{ und}$$

$$T = c\frac{s}{r}(2\pi + mn)\gamma$$

$$= 0{,}1 \cdot \frac{0{,}5}{6}(6{,}282 + 3)426{,}72$$

$$= 33{,}00$$

wodurch folglich:

$$a = -\frac{(4000+2000) + \frac{10 \cdot 4000}{6}\sqrt{\frac{1{,}5 \cdot 297{,}852}{1{,}4 \cdot 33}}}{2 \cdot 297{,}852 \cdot 1000}$$

$$= -\frac{6000 + 11759{,}99}{595704}$$

$$= \frac{5759{,}99}{595704} = 0{,}00967 \,\square\, \text{Fuß}$$

$$= 1{,}3924 \,\square\, \text{Zoll, und}$$

der Querschnitt ~~des~~ eines Armes

$$a' = \frac{1{,}3924}{2} = 0{,}6962 \,\square\, \text{Zoll}.$$

11.

Bei einem Pferdegöpel beträgt die Fördermasse 1200 ℔, das Gewicht des Fördergefäßes 400 ℔, das Gewicht eines Fußes Seil = $\frac{1}{2}$ ℔, und die mittlere Schachttiefe 600 Fuß, das Fallen des Schachtes 70° und die mechanische Schwengellänge 30 Fuß. Wenn man nun diesen Göpel durch 2 Pferde in Bewegung setzen will, wie hat man den anzubringenden Seilkorb zu construiren?

Man hat

$$Q = (1200 + 400)\sin 70° = 1503{,}7 \text{ ℔},$$

und ~~400~~

$$R = 400 \sin 70° = 375{,}88 \text{ ℔}.$$

das statische Moment des Göpels ist:

$$M = 30 \cdot 2 \cdot 120 = 7200 \text{ Fuß℔},$$

woraus folgt:

$$c = x + y = \frac{2M}{Q-R} = \frac{2 \cdot 7200}{1127{,}82}$$

$$= 12{,}76 \text{ Fuß},$$

und $\frac{c}{2} = 6{,}38$ Fuß = dem mittleren

Halbmesser des Korbes.

Hiernach wird:

$$r = \frac{(Q+R)c}{2(Q+R+Sg)}$$

$$= \frac{(1503,51+375,88)6,38}{1503,7+375,88+900}$$

$$= \frac{11991,72}{2779,58} = 4,31 \text{ Fuß} =$$ dem kleinsten Halbmesser, und der größte Halbmesser

$$R = \frac{(Q+R+2Sg)c}{2(Q+R+Sg)}$$

$$= \frac{3679,58 \cdot 6,38}{2779,58}$$

$$= \frac{23376,72}{2779,58} = 8,41 \text{ Fuß}.$$

Zur Bestimmung der Höhe des Korbes hat man die Anzahl der Seilumwickelungen

$$n = \frac{S}{c\pi} = \frac{600}{12,76} = \frac{300 \cdot 7}{6,38 \cdot 22}$$

$$= \frac{2100}{140,36} = 14,96$$

Nimmt man nun eine Windung zu $\frac{1}{3}$ Fuß Höhe an, so ~~bekommt~~ ergiebt sich die Korbhöhe

$$nh = 14,96 \cdot \tfrac{1}{3} = 4,987 \text{ Fuß}.$$

Da aber die Rechnung auf die mittleren Fördertaue bezogen wurde, so ist es nöthig, dem Korbe einige Windungen mehr zu geben. Erhält der Korb 16 Windungen so ist die Höhe h desselben 5,33 Fuß. Bei dieser Annahme ergiebt sich zur Construktion des Korbes für $\frac{1}{4}$ der Höhe desselben als Ordinate:

$$Z = \frac{c}{2} \mp x = \pm \frac{c^2\varphi'}{2\sqrt{\left(\frac{Q+R+Sg}{g}\right)^2 + S^2 - c^2\varphi^2}}$$

$$= \pm \frac{2016,8989}{2\sqrt{2453023+360000-160,58 \cdot 631,42}}$$

$$= \pm \frac{2016,8989}{\sqrt{2711661,15}}$$

$$= 1,263$$

12.

Welche Verhältnisse wird man dagegen und bei einem andern Göpel erhalten müssen, wenn derselbe Kraftmoment erhält, der aber statt des runden Seiles ein Bandseil von 1 Zoll dicke und 8 Zoll breite?

Das statische Moment bleibt wie in der vorigen Aufgabe

$$30 \cdot 2 \cdot 120 = 7200 \text{ Fußpfd},$$

welches dann mittleren ~~[illegible]~~ haben, wenn $b \times$ die Last L gleich ist, folglich

$$bL = b\,Q \sin\alpha$$
$$= 6 \cdot 1200 \sin 40^\circ = 7200$$

daraus

$$b = \frac{7200}{L} = \frac{7200}{1200 \sin 40^\circ}$$
$$= 6{,}38 \text{ Fuß}.$$

Die Länge des Seiles ist

$$S = 2b\pi n$$

und folglich die Zahl der Seilumwickelungen

$$n = \frac{S}{2\pi b} = \frac{600}{2 \cdot 6{,}38 \cdot 3{,}141}$$
$$= 14{,}97$$

Es ist nun die Größe dieser Umwickelung, genau

$$S = (D'+d)\pi + (D'+3d)\pi + (D'+5d)\pi + (D'+7d)\pi +$$
$$+ \cdots + (D'+(2n-1)d)\pi$$
$$= (nD' + n^2 d)\pi,$$

folglich

$$D' + nd = \frac{S}{n\pi}$$

und der Durchmesser des Korbes

$$D' = \frac{S}{n\pi} - nd$$
$$= \frac{600}{14{,}97 \cdot 3{,}141} - 14{,}97 \cdot \frac{1}{12}$$
$$= 11{,}52 \text{ Fuß},$$ wenn noch kein Seil aufgewickelt ist, und

$$D'' = D' + 2nd$$

$$D'' = 11{,}52 + 2\cdot 14{,}97\cdot \tfrac{1}{12}$$
$$= 11{,}52 + 2{,}49$$
$$= 14{,}01 \text{ Fuß}$$

wenn das Seil aufgewickelt ist.

Es ist daher das Lastmoment beim Aufheben der Tonne an dem Tiefsten

$$\frac{D'}{2}(Q+T+Sg)\sin\alpha - \frac{D'}{2}T\sin\alpha$$
$$=$$
$$\frac{11{,}52}{2}(1200+400+600\tfrac{3}{2})\sin 70^\circ - \frac{14{,}01}{2}400\sin 70^\circ$$
$$=$$
$$11398{,}929 \text{ Fuß Pf.}$$

Und das Moment beim höchsten Stande der vollen Tonne

$$\frac{D''}{2}(Q+T)\sin\alpha - \frac{D'}{2}(T+Sg)\sin\alpha$$
$$=$$
$$\frac{14{,}01}{2}(1600)\sin 70^\circ - \frac{11{,}52}{2}(400+900)\sin 70^\circ$$
$$=$$
$$10532{,}017 - 7036{,}416$$
$$=$$
$$3495{,}601 \text{ Fuß Pf.}$$