Aufgaben

aus der

Bergmaschinenlehre

gelöst im bergakademischen Lehrjahr 18 47/48

von

Richard von Dürfeldt.

2

1, Welches Gefälle muß ein Aufschlaggraben erhalten, der pro Secunde 10 Kubikfuß Wasser mit 2 Fuß Geschwindigkeit fortführen und dessen Ufer 70 Grad Böschung gegeben werden soll.

Suchen wir zunächst den Querschnitt des Profils für obige Bedingungen

$$F = \frac{Q}{v} = \frac{10}{2} = 5 \ \square \text{ Fuß}$$

Hieraus und aus dem Böschungswinkel $\vartheta = 70^\circ$, finden wir die Dimensionen des Querprofils.

zunächst die Tiefe

$$a = \sqrt{\frac{F \sin\vartheta}{2 - \cos\vartheta}} = \sqrt{\frac{5 \cdot \sin 70^\circ}{2 - \cos 70^\circ}} = 1,6834 \text{ Fuß.}$$

und die untere Breite

$$b = \frac{F}{a} - a \cdot \operatorname{cotg} \vartheta = \frac{5}{1,6834} - 1,6834 \cdot \operatorname{cotg} 70^\circ$$

$$= 2,5574 \text{ Fuß.}$$

folglich die obere Breite

$$b' = \frac{2F}{a} - b = 3,5828 \text{ Fuß.}$$

Das nöthige Gefälle für 100 Fuß Länge, finden wir, wenn wir in die Formel

$$h = \zeta \frac{l p}{F} \cdot \frac{v^2}{2g}$$, statt l 100, u. die übrigen bekannten Werthe, wie statt p

$$= b + \frac{2a}{\sin\vartheta} = 5,9402 \text{ Fuß und}$$

$$\zeta = 0,00810$$ einführen.

$$h = 0,00810 \cdot \frac{100 \cdot 5,9402}{5} \cdot \frac{2^2}{2 \cdot 31,25}$$

$$= 0,061588 \text{ Fuß} = 0,739056 \text{ Zoll.}$$

2, Um das Aufschlagwasser eines Grabens zu messen hat man denselben durch Schließen einer Schütze aufgestaut, und dann die Schütze so gezogen, daß mehr ab als zufließt hierbei aber folgende Messungen und Beobachtungen angestellt.

Breite der Schützenmündung $= 2\frac{1}{2}$ Fuß.
Höhe " " $= 1\frac{3}{4}$ "

Breite des Grabens $= 4$ Fuß,
Höhe der Schwelle über der Grabensohle $= 1$ Fuß.

Beobachtungszeiten:	0,	20,	40,	60,	80,	100,	120 Sec.
Wasserstände:	3;	2,90;	2,72;	2,60;	2,45;	2,31;	2,05 Fuß.

Hierauf wurde das Schutzbrett wieder geschlossen und gefunden, daß das Wasser nach 304 Secunden auf die erste Höhe zurückstieg. Welches Wasserquantum liefert dieser Graben?

Die mittlere Ausflußgeschwindigkeit erhält man mit der Formel

$$v = \frac{\sqrt{2g}}{18}\left(\sqrt{h_0} + 4\sqrt{h_1} + 2\sqrt{h_2} + 4\sqrt{h_3} + 2\sqrt{h_4} + 4\sqrt{h_5} + \sqrt{h_6}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2 \cdot 31{,}25}}{18}\left(\sqrt{3} + 4\sqrt{2{,}9} + 2\sqrt{2{,}72} + 4\sqrt{2{,}60} + 2\sqrt{2{,}45} + 4\sqrt{2{,}31} + \sqrt{2{,}05}\right)$$

$$= 12{,}7070.$$

Das Ausflußquantum bei gezogener Schütze ist also

$V = \mu F t v$, daher das Zuflußquantum pro Secunde

$$Q = \frac{\mu F t v}{t + t_1}$$

Dieses μ ist der Werth bei vollkommener Contraction $= 0{,}61$, dieser findet aber hier nicht Statt, da das Verhältniß $\frac{F}{G}$ hier

$$= \frac{2\frac{1}{2} \times 1\frac{3}{4}}{4 \times 3} = 0{,}3646, \text{ folglich}$$

$$\frac{\mu_n - \mu_0}{\mu_0} = 0{,}088 + \frac{14}{50}\cdot(0{,}107 - 0{,}088) = 0{,}0933$$

folglich

$$\mu_{0,093} = 0{,}610 \cdot 1{,}093 = 0{,}6669$$

Also

$$Q = \frac{0{,}6669 \cdot 2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4} \cdot 120 \cdot 12{,}7070}{120 + 304}$$

$$= 10{,}493 \text{ Cub. Fuß.}$$

3. Man soll die Berechnung einer steinernen Eisenbahnbrücke von 100 Fuß Spannweite und 10 Fuß Pfeilhöhe vollziehen.

Wenden wir als Gewölblinie einen Kreisbogen an, so ist die nächste Frage: wie groß ist der Radius r? Nennen wir die Spannweite = 2s; die Pfeilhöhe = h so ist:

$$s^2 = h(2r-h)$$

$$r = \frac{s^2+h^2}{2h}$$

$$= \frac{50^2+10^2}{2\cdot 10} = 130 \text{ Fuß.}$$

Ferner ist der Centriwinkel (2x), welcher dem halben Bogen entspricht:

$$\sin(2x) = 2\cdot\frac{s}{r}$$

und da x [illegible] die Winkel [illegible] Schenkel [illegible]

$$\sin x = \frac{s}{r}$$

$$= \frac{50}{130} = \frac{5}{13}$$

$$x = 22^\circ 37' 12''.$$

Die Länge des Kreisbogens ist also nach Vettler's Tabellen [illegible] das Eisenbahnbrücke [illegible] Verhältniß $\frac{h}{2s} = \frac{1}{10}$:

$$100 \times 1,02645 = 102,645 \text{ Fuß.}$$

Die nächste ist nun die Stärke der Gewölbsteine zu berechnen [illegible] bei den Angaben von Perronet [illegible] Handbuch der Brückenbaukunde pag 53 gezeigt, indem [illegible] Verhältniß zwischen der [illegible] Perronet [illegible] Gerstner [illegible]

Durch ihn erhalten wir die Höhe derselben in den verschiedenen Abständen vom Scheitel folgendermaßen:

x =	0°,	1°,	2°,	3°,	4°,	5°,	6°,	7°,	8°,	9°,	10°,	15°,	20°,	22°.
h' =	24	23,8,	23,6	23,4,	23,2	23	22,8	22,6	22,4	22,2	22	21.	20.	19,5.
=	5,4,	5,5,	5,5.	5,6,	5,6.	5,6,	5,7.	5,7,	5,8.	5,8,	5,9	6,1,	6,5,	6,7.

Was die Höhe der Überwölbung betrifft, so ist 8 Fuß hinreichend im Scheitel, wie dies bei der Dresdener Eisenbahn unter der Stadt ist, deren Zeichnung Blatt 6 mittheilt.

Die Breite der Brücke würde sich folgendermaßen herausstellen:

2 Gleise à 5 Fuß	10 Fuß
Dazwischen	5 "
2 Seitenwege	5 "
Die 2 Brüstungen	5
	25 Fuß

Um nun die Untersuchung über die Stabilität dieser Brückenconstruction führen zu können, müssen wir auch die Last in Betracht ziehen, welche diese Brücke zu tragen hat. Als Maximum kann hier die Locomotive als schwerster Theil gelten. Nach Kohler beträgt nun das Gewicht

einer Locomotive, 18 Fuß lang,
des Tenders , 12 " "
zusammen also 30 Fuß lang

20 Tonnen englisch à 20 Ctr = 400 Ctr auf 30 Fuß; also bei 20facher Sicherheit ca. 300 Ctr auf den Kubikfuß. Bei der leichten Rechnung werde ich die Widerlager berechnen und der Überwölbung zurechnen. —

Nehmen wir die Dichtigkeit der Sandsteinmauer, woraus diese Brücke construirt wird, bald = 150 ℔, so ergiebt sich daß die Last der Locomotive einer Masse von

$$\frac{300 : 100}{150} \text{ cub}' = 200$$

entspricht, also auf die Breite der Brücke bezogen, einer Übermauerung von 8 Fuß Höhe.

Ehe wir nun die Untersuchung beginnen müssen wir die verschiedenen Gewichte, Schwerp. u. Flächeninhalte der Gewölbsteine und der darüber befindlichen Übermauerung suchen. Zu diesem Zweck habe ich möglichst genau die Brücke aufgezeichnet und durch Inhalt u. Schwerpunkt folgende Angaben gefunden.

Ich habe die Gewölbfugen von $2\frac{1}{2}°$ zu $2\frac{1}{2}°$ angenommen und für jeden Keil die Schwerpunkte auf den [illegible] Wegen gesucht. Die Flächeninhalte werden wegen [illegible] auf die [illegible] durch [illegible] Schwerpunkte bezeichnen und [illegible] dem Gewicht gleich setzen.

1. Gewölbsteine.

$\sigma_1 = 31,3 \square'$; $\sigma_2 = 32 \square'$

$\sigma_3 = 32,7$ " ; $\sigma_4 = 33,5$ "

$\sigma_5 = 34,2$ " ; $\sigma_6 = 34,8$ "

$\sigma_7 = 35,$[illegible] " ; $\sigma_8 = 36,6$ "

$\sigma_9 = 37.$

2. Inhalte der Übermauerung zwischen den Fugen u. der Horizontalen durch den Scheitel des Gewölbes.

$s_1 = 0,59 \square'$; $s_2 = 1,6 \square'$

$s_3 = 3,24$ " ; $s_4 = 6,71$ "

$s_5 = 11,9$ " ; $s_6 = 18,3$ "

$s_7 = 26,8$ " ; $s_8 = 35,1$ "

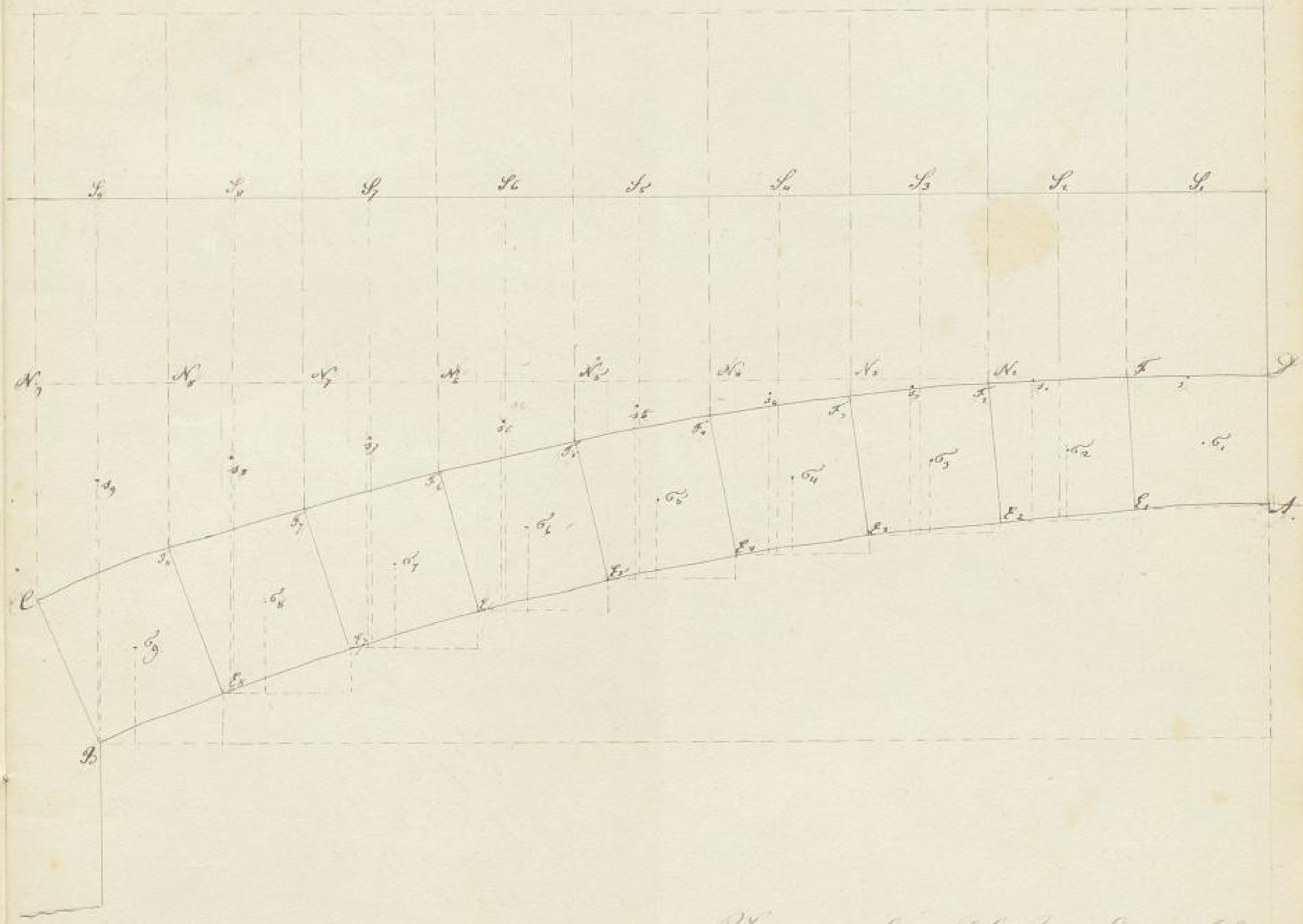
$s_9 = 44,8.$

3, Ebenenänderung nächst der [illegible] dieselben gleichmäßigen [illegible] Durchzüge.

$S_1 = 94,4$ U′ ; $S_2 = 94$ U′ ;
$S_3 = 93,6$ " ; $S_4 = 93,2$ " ;
$S_5 = 92,8$ " ; $S_6 = 92$ " ;
$S_7 = 91,2$ " ; $S_8 = 91,2$ " ;
$S_9 = 89,6$ U′.

Belastungen:

S_1 zugehörig auf E_1 = 2,75 [illegible]
s_1 " " " " = 2,2 "
σ_1 " " " " = 2,7 "
S_2 " " " E_2 = 2,4 "
s_2 " " " " = 2 "
σ_2 " " " " = 2,6 "
S_3 " " " E_3 = 2,2 "
s_3 " " " " = 1,8 "
σ_3 " " " " = 2,5 "
S_4 " " " E_4 = 1,7 "
s_4 " " " " = 1,5 "
σ_4 " " " " = 2,3 "
S_5 " " " E_5 = 1,4 "
s_5 " " " " = 1,2 "
σ_5 " " " " = 2,2 "
S_6 " " " E_6 = 1,2 "
s_6 " " " " = 1 "
σ_6 " " " " = 2,1 "
S_7 " " " E_7 = 1 "
s_7 " " " " = 0,8 "
σ_7 " " " " = 2
S_8 " " " E_8 = 0,5 "
s_8 " " " " = 0,3
σ_8 " " " " = 1,8.
S_9 " " " E_9 = 0
s_9 " " " " = 0
σ_9 " " " " = 1,6



Normaler Abstand zwischen

E_1	u. E_2	=	5,7 Lfs.
E_2	" E_3		5,65 "
E_3	" E_4	=	5,6 "
E_4	" E_5		5,5 "
E_5	" E_6	=	5,4 "
E_6	" E_7		5,2 "
E_7	" E_8		5 "
E_8	" E_9		4,8 "

Nun können wir die verschiedenen Verhältnißstücke berechnen, und zwar zunächst die

Kraft gegen das Herabgleiten

$P = G \, tg \, (\alpha - \delta)$

Nennen wir die Kraft P in Schei-
bel P_1 u. s. f. P_2, P_3, an den
Widerlagern hin, so finden wir

$P_1 = (G + S_1 + G_1) \, tg \, (87\tfrac{1}{2}° - 30°)$

wenn Standwinkel = 30° angenommen.

$P_1 = 126{,}3 \; tg \; 57\tfrac{1}{2}°$
$= 198{,}2.$

$P_2 = (126{,}3 + S_2 + S_2 + G_2) \; tg \; (85° - 30°)$
$= 252{,}8 \; tg \; 55°$
$= 362{,}4.$

$P_3 = (252{,}8 + S_3 + S_3 + G_3) \; tg \; 52\tfrac{1}{2}°$
$= 384{,}2 \; tg \; 52\tfrac{1}{2}°$
$= 500{,}8.$

$P_4 = (384{,}2 + S_4 + S_4 + G_4) \; tg \; 50°$
$= 517{,}8 \; tg \; 50°$
$= 617{,}0$

$P_5 = (617{,}8 + S_5 + S_5 + G_5) \; tg \; 47\tfrac{1}{2}°$
$= 656{,}8 \; tg \; 47\tfrac{1}{2}°$
$= 716{,}7.$

$P_6 = 802{,}1 \; tg \; 45°$
$= 802{,}1$

$P_7 = 955{,}3 \; tg \; 42\tfrac{1}{2}°$
$= 875{,}0.$

$P_8 = 1117{,}4 \; tg \; 40°$
$= 937{,}6$

$P_9 = 1387{,}8 \; tg \; 37° \, 22'$
$= 1064{,}8.$

Die Kraft P_9 ist die einzige Kraft, im ganzen Bogen begriffen, wir müssen also die Kraft P_9 als die im Schlussstein angreifende annehmen, wenn nicht die Kraft gegen das Drehen größer als P war. Diese finden wir folgendermaßen:

$$P_1 = \frac{94,4 . 2,75 + 31,3 . 2,7 + 0,59 . 2,2}{5,45}$$

$$= 69.$$

$$P_2 = 69 + \frac{126,3 . 5,7 + 93,9 . 2,4 + 32 . 2,66 + 1,6 . 2}{5,8}$$

$$= 189.$$

$$P_3 = \frac{183 + 253,8 . 5,65 + 93,6 . 2,2 + 32,7 . 2,5 + 3,29 . 1,8}{6,5}$$

$$= 290.$$

$$P_4 = \frac{290 + 384,3 . 5,6 + 93,3 . 1,7 + 33,5 . 2,3 + 6,7 . 1,7}{7,3}$$

$$= 367.$$

$$P_5 = \frac{367 + 517,8 . 5,5 + 92,8 . 1,4 + 34,1 . 2,2 + 11,9 . 1,2}{8,55}$$

$$= 428.$$

$$P_6 = \frac{428 + 656,8 . 5,4 + 92 . 1,2 + 34,6 . 2,1 + 18,3 . 1,2}{9,75}$$

$$428.$$

$$P_7 = \frac{428 + 802,1 . 5,2 + 91,2 . 1 + 35,2 . 2 + 26,8 . 0,8}{16,3}$$

$$= 293.$$

&c. &c.

Das Maximum dieses Schubs [illegible] also zwischen P_5 u. P_6 [illegible] kleiner als P_9 der übrigen Kraft [illegible] und diese [illegible] also als eine im Schnitt ausgehende zu betrachten. Demnach berechnet sich der Druck auf den Quadratzoll der [illegible]

$$= \frac{1064,8 . 150}{5,4 . 12 . 12} \text{ ℔}.$$

$$= 209,424 \text{ ℔},$$

ein Druck, der hinreichende Sicherheit bietet.

Ein Hinausschieben kann nicht stattfinden, da

$$\alpha_9 = 67^\circ 23' > \text{als}$$

$$90 - \varphi \text{ d.i. } 60^\circ.$$

Stärke der Widerlager?

4, Es ist durch ein Wehr das Wasser in einem Bache um 3 Fuß höher aufzustauen, der eine mittlere Breite von 35 Fuß und eine mittlere Tiefe von $2\frac{1}{4}$ Fuß hat, in welchem pro Secunde 110 Cub. Fuß Wasser fortfließt. Wie hoch wird man das Wehr machen müssen und wie hoch wird sich das Wasser 2000 Fuß oberhalb des Wehres noch aufstauen.

Zunächst ist die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers zu suchen; wir finden sie aus der Formel

$$Q = Fv\,; \quad v = \frac{Q}{F}$$

$$v = \frac{110}{\frac{35 \cdot 2\frac{1}{4}}{2}}$$; indem wir das Profil des Bettes als Dreieck ansehen.

$$= 2{,}793 \text{ Fuß}.$$

folglich die ihr entsprechende Geschwindigkeitshöhe

$$k = \frac{v^2}{2g} = \frac{2{,}793^2}{2 \cdot 31{,}25}$$

$$= 0{,}1248 \text{ Fuß}$$

Nimmt man hingegen $2\frac{1}{4}$ als die mittlere Tiefe an, so ist dann $F = 35 \cdot 2\frac{1}{4}$ und es ergeben sich dann folgende Werthe.

$v = 1{,}396$

$k = 0{,}031216.$

Hieraus finden wir die gesuchte Wehrhöhe

$$x = a + h_1 - h,$$

wo a = Tiefe des Unterwassers $= 2\frac{1}{4}$, h_1 Stauhöhe = 3 Fuß, h die Druckhöhe über der Wehrschwelle bezeichnet; diese zu suchen ist die nächste Aufgabe.

$$h = \left(\frac{\frac{3}{2} Q}{\mu b \sqrt{2g}} + k^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} - k,$$ wenn

b die Breite = 35 Fuß und μ der Ausflußcoefficient für den Überfall = 0,80 ist

$$= \left(\frac{\frac{3}{2}\, 110}{0{,}80 \cdot 35 \cdot \sqrt{2 \cdot 31{,}25}} + 0{,}1248^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} - 0{,}1248.$$

$h = 0{,}60173'$

$$= 0{,}7294 \text{ Fuß}$$

folglich die gesuchte Wasserhöhe

$= 2\frac{1}{4} + 3 - 0{,}7274$

$x = 4{,}2959$ Fß. $\quad = 4{,}5226$ Fß.

Was den zweiten Theil der Aufgabe, die Stauhöhe 2000 Fß oberhalb des Wasserlaufes [illegible], so kann dieser auf zweierlei Weise gelöst werden: Durch Integration der Formel

$$l = \frac{a_1 - a_2 - \left(\frac{1}{f_2^2} - \frac{1}{f_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin\alpha - \zeta \frac{p_1}{f_1 + f_2}\left(\frac{1}{f_2^2} - \frac{1}{f_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}$$

oder durch die Näherungsformel

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(\sin\alpha - \zeta \frac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}\right) l}{1 - \frac{2}{a} \cdot \frac{v_0^2}{2g}},$$

wo für l ein kleiner Werth, d.i. 800 Fß einzuführen sind. Wir würden demnach drei [illegible] Bestimmungen zu machen haben, und zwar für
700 + 700 + 600 Fß = 2000.
Für die erste [illegible] 700 Fß führen wir in obige Formel folgende Werthe ein:

$$\sin\alpha = 0{,}0\,\zeta \cdot \frac{p}{f} \cdot \frac{c^2}{2g}$$
$$= 0{,}00844 \cdot \frac{37{,}25}{35 \cdot 2 \cdot 75} \cdot \frac{1{,}396^2}{2 \cdot 31{,}25}$$

(ζ nach Weisbach's Maschinenb. 1,396 für 1,396' Geschwindigkeit)

$$= 0{,}0001245$$

$p_0 = 40'$

$a_0 = 5'$

$a_0 b_0 = 5 \cdot 35 = 175\,''$

$v_0 = \frac{110}{175} = 0{,}6289$

$\zeta_1 = 0{,}009766$

also

$$a_0 - a_1 = \frac{0{,}0001246 - 0{,}009766 \cdot \frac{40}{175} \cdot \frac{0{,}6289^2}{2 \cdot 31{,}25}}{1 - \frac{2}{5} \cdot \frac{0{,}6289^2}{2 \cdot 31{,}25}}$$

$$= \frac{0,0001245 - 0,0000141}{1 - 0,025256} \cdot 700$$

$$= \frac{0,0001104}{0,974744} \cdot 700$$

$$= 0,079284 \text{ Kfß.}$$

Für ferneren 700 Kfß. müssten wir folgende Verhältnisse einführen:

$a_1 = 4,9'$

$\mu_1 = 39,9.$

$a_1 b_1 = 171,5$

$v_1 = \frac{110}{171,5} = 0,6414$

$\zeta_1 = 0,0095$, also

$$a_1 - a_2 = \frac{0,0001245 - 0,0095 \cdot \frac{39,9}{171,5} \cdot \frac{0,6414^2}{2 \cdot 31,25}}{1 - \frac{2}{4,9} \cdot \frac{0,6414^2}{2 \cdot 31,25}} \cdot 700.$$

$$= \frac{0,0001245 - 0,0000145}{1 - 0,026867} \cdot 700.$$

$$= \frac{0,0001100}{0,973132} \cdot 700.$$

$$= 0,079127 \text{ Kfß.}$$

Für die letzten 600 Kfß. ist nun

$a_2 = 4,8.$

$\mu_2 = 39,8.$

$a_2 b_2 = 168.$

$v_2 = \frac{110}{168} = 0,65476$

$\zeta_2 = 0,00954$, also

$$a_2 - a_3 = \frac{0,0001245 - 0,00954 \cdot \frac{39,8}{168} \cdot \frac{0,6547^2}{2 \cdot 31,25}}{1 - \frac{2}{4,8} \cdot \frac{0,6547^2}{2 \cdot 31,25}} \cdot 600$$

$$= \frac{0,0001245 - 0,0000155}{1 - 0,02858} \cdot 600$$

$$= \frac{0,0001090}{0,971420} \cdot 600$$

$$= 0,067324 \text{ Kfß.}$$

Also die Verminderung des Wasser- [illegible] 2000 Kfß abwärts des Wassers

= 0,079284 auf die 700 Kfß.
0,079127 " ferneren 700
0,067324 " " 600

0,225735 Kfß.

folglich die Höhe der Aufstauung noch

$3 - 0{,}225735$ d. i.

$2{,}77426$ Fuß über den höchsten Stand des Wasserspiegels von $2\frac{1}{4}$ Fuß.

b, Man soll die Anordnung und Berechnung eines oberschlächtigen Wasserrades ~~von~~ geben, das bei einem Gefälle von 30 Fuß einen Aufschlag von 8 Cub.' Fuß per Sec. erhalten soll.

Es werde ein hölzernes Rad mit ... und nach Art der früheren Kropfräder mit blechernen Schaufeln.

Um eine möglichst große Wirkung zu erhalten, müssen wir zunächst die Umfangsgeschwindigkeit der Maximalleistung entsprechend groß geben und zwar

$u = 0{,}04\sqrt[5]{\frac{v f^2 Q}{\varepsilon^3 h}}$; hierin müssen wir unsere Größen an die Hand nehmen und zwar

$v = \frac{5}{6}$; $f = 0{,}1$ und $\varepsilon = \frac{1}{3}$; also

$u = 0{,}04\sqrt[5]{\frac{\frac{5}{6}\cdot 20^2\cdot 8}{(\frac{1}{3})^3\cdot 30}}$

$= 3{,}44$, wofür $3{,}5$ zu setzen ist.

Der kleinste Halbmesser ergiebt sich nach der Radhalbmesserformel

$$a = \frac{\sqrt{0{,}000442\cdot(ku)^2 h + (1+\cos\vartheta)^2} - (1+\cos\vartheta)}{0{,}000386(ku)^2}$$

ϑ sei 12°, und $k = 1 = \frac{v}{c}$; denn um eine möglichst große Leistung zu erhalten, ist das Wasserzuführungsgefälle ganz abzusehen worden, weil sonst ... $v = c$ wird; also

$$a = \frac{\sqrt{0{,}000442\cdot(3{,}5)^2\cdot 30 + (1+\cos 12^\circ)^2} - (1+\cos 12^\circ)}{0{,}000386(3{,}5)^2}$$

$14{,}499$ Fuß.

die Umfangsgeschwindigkeit

$v = 0,1047\ \ldots = 3,3479$ Fuß

und da diese der Wassergeschwindigkeit c gleich sein soll, das Wasser die Druckhöhe [illegible]

$h' = 1,1 \cdot \frac{c^2}{2g}$

$= 0,50703$ Fuß

Nehmen wir die Kranzbreite $d = 1$ Fuß 3 Zoll an, so finden wir die Kranzweite

$e = 955 \frac{i \cdot h}{u a d}$

$= 5,9$ Zoll, wofür ich aber nur 5 [illegible] Zoll annehmen will, da $e = \frac{1}{3}$ [illegible] ist.

Es ist nun die Schaufelanzahl zu bestimmen. [illegible] der Construction der Schaufeln [illegible] Schaufel [illegible] zum Ausfluß gelangt, [illegible] und [illegible] der [illegible] Bedarf [illegible] nicht [illegible] möglich [illegible].

Die [illegible] ergiebt:

$n = \frac{\frac{1}{2} \pi a_1 e}{\frac{1}{2} b_1 a_1 e + 3 e}$ I.

Da der [illegible] der Schaufeln [illegible] sein soll, so ist $b_1 = \frac{1}{4} b_1 a_1 e_1 \ldots$

$n = \frac{\frac{3}{2} \pi a_1 e}{\frac{1}{4} b_1 a_1 d + 3 e}$

[illegible] wir die Schaufelzahl [illegible], so ist

$n = \frac{\frac{3}{2} \pi a_1 e}{\frac{1}{4} \frac{\pi}{3} a_1 e}$

$= \frac{12}{2} b_1$

also für $\delta_1 = 15°$

„ $9°$.

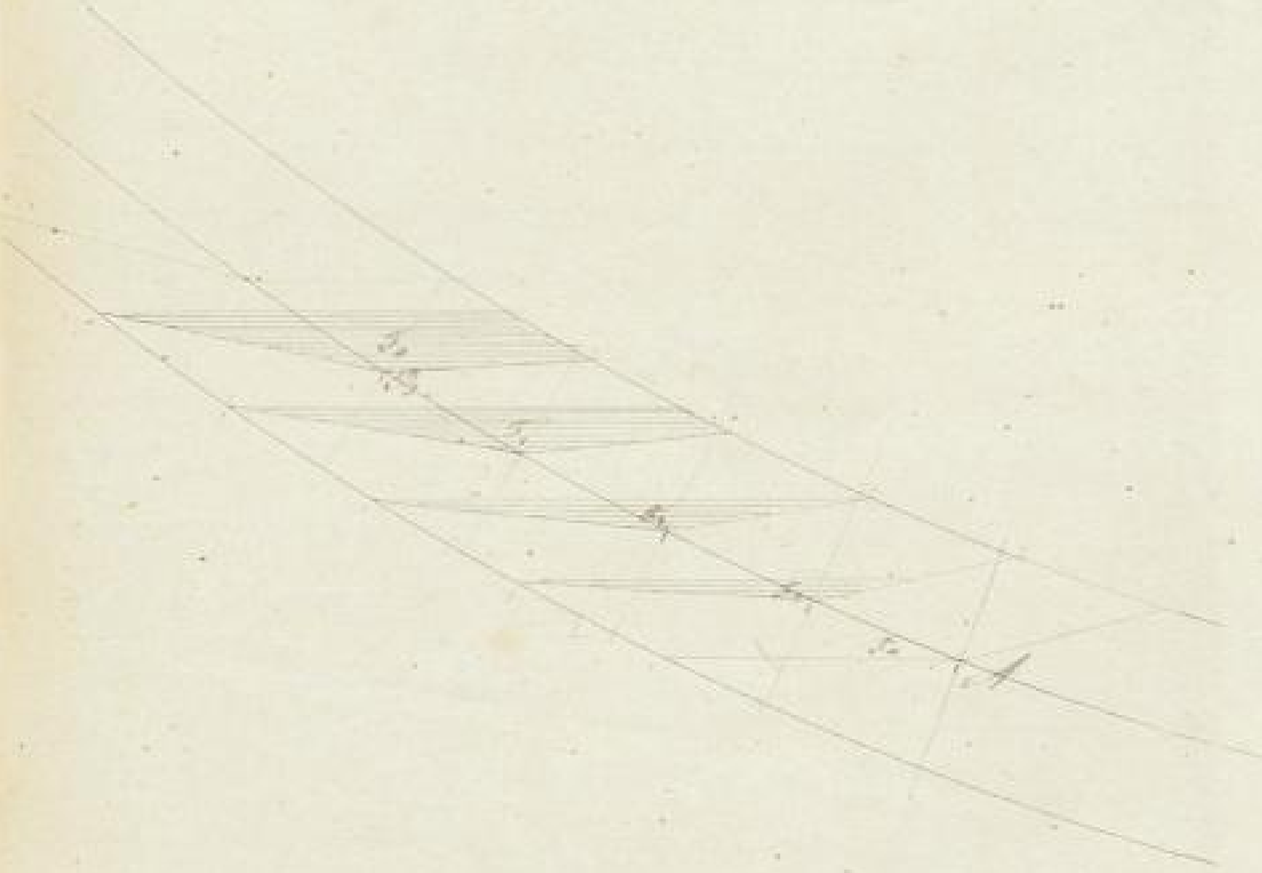
Diese Annahmen begründet sich
darauf, daß ungeachtet [illegible]
[illegible] Neigung [illegible]
Abgleiten [illegible] nicht möglich
ist $\delta_1 = 15°$ zu nehmen, während
$\delta = 4°$ wäre, so glaubte $9°$
beizubehalten, [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible] des β_1 [illegible]
[illegible] aufgehoben wird, daß
die Bodenschichten [illegible]
[illegible] Tunnel [illegible]
gestellt wird, sondern [illegible]
[illegible] Angriffspunkt der [illegible]
[illegible]
Um zu finden, in welcher [illegible]
[illegible] der [illegible] zu [illegible]
gen ist, müssen wir die [illegible]
[illegible] suchen, und welche [illegible]
[illegible]
[illegible]

$$\frac{G}{2 \cdot 194} = \frac{8}{5 \cdot 24 \cdot 0{,}507}$$

$= 0{,}284$ [illegible]
[illegible]

$0{,}4$ zu nehmen ist.

Theilen wir jetzt [illegible]
[illegible]
[illegible] $0{,}4$ [illegible]
[illegible] zu legen, und
den vorhergehenden Theilpunkt
[illegible] Tangente [illegible], so hat
[illegible] die möglichst [illegible]
[illegible]
[illegible] $= 5°$ ist.



Nehmen wir folgenden Ausgußwinkel

$$tg\,\lambda = \frac{\frac{3}{4}a.\beta.D - F_0}{\frac{3}{8}D^2}$$

F_0 ist aber $= \frac{60\,C}{440} = 0{,}31$ [illegible]

also

$$tg\,\lambda = \frac{\frac{3}{4}.13{,}89.\frac{11}{56} - 0{,}31}{\frac{3}{8}}$$

$\lambda = 59^\circ 51'$

Der Ausgußwinkel λ_1, [illegible] horizontal [illegible] $= 66^\circ 30'$.

Der Bogen $(\lambda, \lambda_1) = AB$ muß nun [illegible]

[illegible]

$= (h_1 + k h_2)\,Q\gamma$

$= Q\gamma\,[a(\cos\delta + \sin\lambda) + k a(\sin\lambda_1 \sin$ [illegible]

[illegible] den Bogen $(\lambda, \lambda_1) = AB$ in [illegible] 4 Theile [illegible] F:

$$F = \frac{F_0 + F_4 + 4(F_1 + F_3) + 2F_2}{3n}$$

$$= \frac{0{,}31 + 0 + 4(0{,}196 + 0{,}045) + 2.(0{,}10)}{12}$$

$= 0{,}123$; folglich

$$\nu = \frac{F_a}{F_0} = \frac{0{,}123}{0{,}310} = 0{,}39677.$$

folglich

$$L_1 = \{14{,}89.(\cos 12^\circ + \sin 59^\circ 51') + 0{,}3967.14{,}89.(\sin 66^\circ 30' - \sin 59^\circ 51')\}\,8.66.$$

$= (1{,}84287 + 0{,}02074)\,14{,}89.\,8.66$

14658 [illegible]

[illegible]

zu finden, müssen wir zuerst das Gewicht des Rades berechnen

$G = 3000 \frac{L}{c\,u}$ ℔ (L Pferdekraft)

$= 3000 \cdot \frac{11658 \cdot 3}{510 \cdot 3{,}5}$

$= 73800$ ℔.

und die Zapfenstärke

$d = 0{,}048 \sqrt{\frac{G}{2}}$

$= 9{,}2''$.

Die Arbeit der Zapfenreibung beträgt:

$L_2 = 24{,}6\, f \sqrt{\frac{L^3}{c^3 u}}$

$= 24{,}6 \cdot 0{,}1 \sqrt{\frac{26{,}7^3 \cdot 27}{3{,}5}}$

$= 1058{,}4$ Fußℓ℔.

folglich bleibt als effective Leistung:

$L = L_1 - L_2$

$= 13400$ Fußℓ℔

$= 26{,}2$ Pferdekräfte.

Der Wirkungsgrad

$\eta = \frac{13400}{8 \cdot 30 \cdot 66} = 0{,}846$.

Nun ist noch die Stärke der mächtigen eisernen Radwelle zu bestimmen. Nach der Formel der zusammengesetzten Festigkeit ist hier

$r^6 = \frac{G\,l\,n^3}{4700} + \frac{P a^2}{158800000}$.

$r = 15$ Zoll,

d also $= 30$ Zoll

8, Es ist für ein Gefälle von 31 Meter und für ein Wasserquantum von 2 Cubikm. pro Sek. die Anordnung und Berechnung einer Turbine zu vollziehen.

Wenden wir eine Jonval'sche Reaktionsturbine an, so haben wir zunächst die beiden Halbmesser r_1 des Leitschaufelkranzes und des Radschaufelkranzes zu suchen. Vorher müssen wir noch einige Annahmen machen, nämlich α, β und ν. Nehmen wir daher

$\alpha = 30°$, $\beta = 110°$ und

$\nu = 1{,}3$ an, so ist, nach dem wir gefunden haben:

$r_1 = \sqrt{\frac{Q}{3\pi}} = 0{,}326\sqrt{2}$

$= 0{,}46103$ Meter.

$r = \nu r_1 = 1{,}3 r_1 = 0{,}65$, wenn wir r_1 der Bequemlichkeit wegen $= 0{,}5$ annehmen;

Die Wassereintrittsgeschwindigkeit für obige Bedingungen

$v_1 = \sqrt{gh(1 - tg\,\alpha\, cotg\,\beta)}$, wenn wir keine Rücksicht auf die Widerstände nehmen, d.i.

$v_1 = \sqrt{g \cdot 31(1 - tg\,30° \cdot cotg\,110°)}$

$= \sqrt{31 \cdot 9{,}81(1{,}21014)}$

$= 19{,}183$ m.

Berücksichtigen wir jedoch die Nebenwiderstände, so ist

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{2\frac{\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} + 0{,}18\left(\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}\right)^2 + 0{,}06\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 31}{2\frac{\sin 110° \cos 30°}{\sin 80°} + 0{,}18 \cdot \frac{\sin 70°}{\sin 80°} + 0{,}06\left(\frac{65}{50}\right)}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 31}{1{,}6527 + 0{,}1639 + 0{,}10148}}$$

$= 17{,}786$ also bedeutend kleiner.

Hieraus folgt also die [illegible] Ausflussgeschwindigkeit

$v = c_1 = \nu v_1 = 1{,}3 \cdot 17{,}786$

$= 23{,}122^m$

die Austrittsgeschwindigkeit aus dem Leitschaufelapparat ist aber

$c_1 = \frac{v_1 \sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)} = \frac{17{,}786 \cdot \sin 70^\circ}{\sin 80^\circ}$

$= 16{,}972^m$

Ferner die Umdrehungszahl

$u = \frac{60\, v_1}{2\pi r_1} = \frac{60 \cdot 17{,}786}{2\pi \cdot 0{,}5}$

$= 339{,}75$

Ferner folgen die Inhalte der Radmündungen der Leitschaufeln

$F = \frac{Q}{c_1} = \frac{2}{16{,}972} =$

$0{,}11784 \,\square^m$, [illegible]

F_2 des Kranzes beim Austritt

$= \frac{Q}{v} = \frac{2}{23{,}122} = 0{,}0865 \,\square^m$.

Nehmen wir nun die Schaufelstärke $= 2\frac{1}{4}$ Linien $= 0{,}0054^m$ und $\psi = 2{,}5$ so ist die Zahl der Leitschaufeln

$n_1 = \frac{\psi(2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1)^2}{F}$

$= \frac{2{,}5\,(1{,}5711 - 0{,}0054\, n_1)^2}{F}$

nehmen wir hier n_1 vorläufig $= 30$, wie man ungefähr findet, wenn man die Schaufelstärke s vernachlässigt.

$n_1 = \frac{2{,}5\,(1{,}5711 - 0{,}0054 \cdot 36)^2}{0{,}1178}$

$= 34$, wofür man wohl 30 nehmen kann.

[illegible] finden wir auch die [illegible] der Radschaufeln [illegible]

$$c = \frac{F}{(2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1)}$$

$$= \frac{0,11784}{1,6711 - 30 \cdot 0,0054}$$

$$= 0,074268^{m}.$$

Um die Zahl der Radschaufeln zu finden, setzen wir $\psi = 3$, und erhalten dann

$$n_1 = \frac{\psi F_2}{e_2} = \frac{3 \cdot 0,0865}{0,074265}$$

$$= 40.$$

Ferner ergiebt sich nun der Ablenkungswinkel δ

aus $\sin\delta = \frac{F_2(e + \psi s)}{2\pi r e^2}$

$$= \frac{0,0865(0,074 + 3 \cdot 0,0054)}{2\pi(0,65)0,74}$$

$$\delta = 18^{0}\,49'$$

Die Weite der Kanäle am Radumfang ist

$$d = \frac{F_2}{n e} = \frac{0,0865}{40 \cdot 0,074}$$

$$= 0,02865^{m}$$

Damit diese Turbine einen freien Luftzutritt hat, ist es nothwendig, welches zu $\frac{1}{2}$ ... $= 0,2^{m}$ angenommen werden kann. Diese $0,2^{m}$ gehen nun eigentlich von dem Druckhöhe von 31^{m} ab, doch können wir dieselbe hier unberücksichtigt lassen. — Zu bemerken ist nun der Wasserverlust, der durch den Spalt zwischen Rad und Kasten entsteht. Nehmen wir die Weite des Spaltes $b = \frac{1}{2}$ Linie $= \frac{1}{864}$ m. Der hydrostatische Druck x unter dem beim Übergang in's Rad ist nun

$$x = h - (1 + \zeta)\frac{c^2}{2g}$$

$$= 31 - 1,18 \cdot 0,016 \cdot 16,972^2$$

$$= 31 - 5,4384.$$

$$= 25,5616'.$$

Folglich die durch diesen Spalt entweichende Wassermenge:

$= f_1 = 2\pi r_1 b\,(\sqrt{2gh})$

$= 2\pi\cdot 0{,}5\cdot\frac{1}{864}\sqrt{2\cdot 9{,}81\cdot 25{,}6\ldots}$

$= 0{,}081422$ cub'.

Dieser Verlust beträgt also über 4%; allein durch Anordnung hat das Rad diesen bei kleinen Spaltgrößen verringert werden, wodurch der Druckverlust herabgezogen würde, dieser Verlust kleiner und bei unendlich engem Spalte endlich 0 wird.

Der Theilwinkel des Rades ist $\frac{360}{40} = 9°$; die Dicke der Radschaufel wird aber vom Radkranz …

$\frac{s\,180}{r\sin\delta\,\pi}$ …

$\frac{\frac{1}{865}\cdot 180}{\pi\,0{,}65\cdot\sin 18°19'} = 18{,}9'$

und es bleibt $\varphi = 8°41{,}1'$; weil der Änderungswinkel des äußeren Schaufelstückes … ist:

$a = \frac{r_1\cos(\delta - \varphi)}{\cos\varphi} - d$

$= \frac{0{,}5\cdot\cos 14°29'}{\cos 4°20'} - 0{,}01432^m$

$= 0{,}490 - 0{,}01432$

$= 0{,}463^m$.

Der Halbmesser des gekrümmten Theils der Radschaufel beträgt:

$a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r\,d\cos\delta + 4d^2}{2(r\cos\delta + r_1\cos\beta)} - d$

$= \frac{0{,}65^2 - 0{,}50^2 - 0{,}65\cdot 0{,}0286\cos\delta + 0{,}00\ldots}{2(0{,}65\cos\delta + 0{,}50\cos 110°) - 0{,}0286}$

$= \frac{0{,}4225 + 0{,}2500 - 0{,}0060113\ldots}{2(0{,}20983 + 0{,}17101) + 0{,}0\ldots}$

$= 0{,}1789$.

Es sind nun zu berechnen die Widerstände dieser Theile einzeln, und zwar sind zunächst die Verluste zu bestimmen.

Ein erster Verlust am Hauptschieber findet durch die dem ausströmenden Wasser einen verlorenen Geschwindigkeit statt

$w = 2 c_1 \sin \frac{1}{2} \delta$ statt,

$= 2 . 23,122 . \sin 9^\circ 20'$

$= 7,4998^m$

und dies entspricht einem Gefällverluste von

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{7,4998^2}{2 . 9,81} = 2,8667^m.$$

Ein ferner Gefällverlust findet durch die Reibung in dem Druckschaufel statt

$$= 0,18 . \frac{c^2}{2g} = \frac{0,18 . 16,947^2}{2 . 9,81} = 2,6463^m.$$

Nun kommt der dem Leitschaufelkanal entsprechende Druckhöhenverlust. Hierzu setzen die Leitschaufeln bestehen aus 2 Theilen einem $0,057^m$ lang und $0,0286^m$ mit einem Krümmungshalbmesser $0,463^m$ und dem Centriwinkel $8^\circ 41'$. also

$$\zeta_1 = 0,124 + 3,104 \left(\frac{s}{2a}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$= 0,124 + 3,104 \left(\frac{0,0286}{0,926}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$= 0,124.$$

Das zweite Stück hingegen: Länge $0,092^m$, Breite $0,044$. Radius: $0,1789$, Centriwinkel $= 60^\circ$, also hier

$$\zeta_1 = 0,124 + 3,104 \left(\frac{0,044}{0,3578}\right)^{\frac{7}{2}}$$

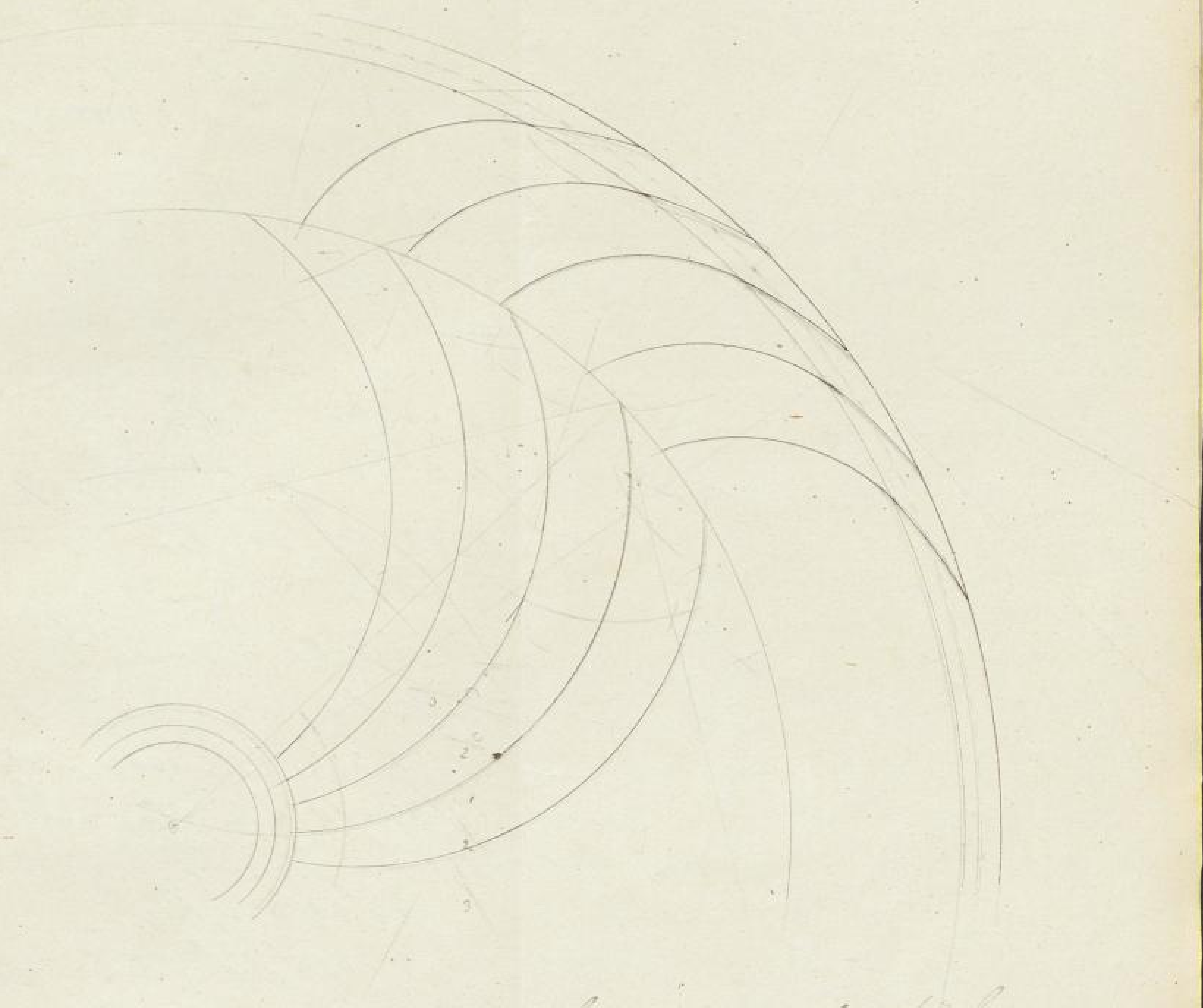
$$= 0,126.$$

also der Verlust an gesammter Druckhöhe für das erste Stück

$$y = \zeta_1 \frac{\beta}{\pi} \cdot \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{Q}{n d e}\right)^2$$

$$= 0,124 . \frac{8\frac{2}{3}}{180} . \frac{1}{2 . 9,81} \left(\frac{2}{10 . 0,0286 . 0,74}\right)^2$$

$$= 0,1667^m.$$



für das zweite Stück

$$y = 0{,}126 \cdot \frac{60}{100} \cdot \frac{1}{2 \cdot 9{,}81} \cdot \left(\frac{Q}{n d e}\right)^2$$
$$= 1{,}2082\ \text{m}.$$

Da der Reibung in den Schau[illegible] [illegible]

$$= \left(0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{n d e}{a}}\right) \frac{(d+e)\,l}{2 d e} \left(\frac{F_1}{n d e}\right)^2 \frac{v^2}{2g}$$

$$= \left(0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{40 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}07}{2}}\right) \frac{(0{,}02+0{,}07) \cdot 0{,}149}{2 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}07} \cdot \left(\frac{0{,}0365}{40 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}07}\right)^2 \frac{13{,}122^2}{2 \cdot 9{,}81}$$

$$= (0{,}0144 + 0{,}0049)$$

$$= 0{,}20686.$$

Nun haben wir noch den [illegible] der [illegible] zu [illegible]

$= \frac{v_1}{r_1} f G v_1$, setzen wir G

$= 1000$ Klgr. $f = 0,075$, so ist

$= \frac{1}{24 . 0,46} \; 0,075 . 1000 . 17,784$ m Klgr.

$= 120,5$ m Klgr.

Die gefundenen Druckhöhenverluste betragen:

2,8667 m durch das Saug- und Druckventil

2,6463 „ Reibung in den Leitungsröhren

1,3749 „ beim Durchgang durch die

0,20686 Ventilkanäle Reibung in denselben

7,0947 m.

Es bleibt also eine disponible Arbeit von

$(31 - 7,0947)\, 2 . 1000$ mklg

$= 47810,6$ m Klg., also mit Rücksicht auf Zapfenreibung

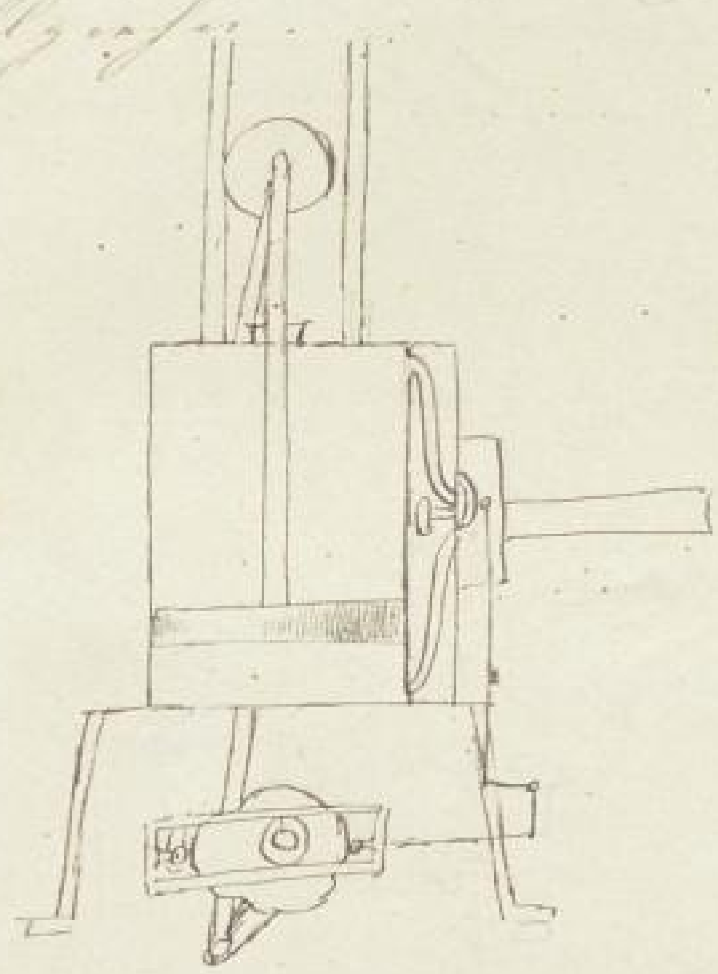
47690 m Klg

$= 635,8$ Pferdekräfte.

Der Wirkungsgrad

$\eta = \frac{47690}{31,2 . 2 . 1000} = 0,76.$

9, Es ist die Anordnung und Berechnung einer Hochdruckdampfmaschine mit Expansion und [illegible] einer Leistung von 10 Pferdekräften zu vollziehen.



Ordnen wir diese Maschine [illegible] Balancier an, so dass [illegible] den zwischen 2 Ständern [illegible] gelagerten Balancier [illegible] zugleich die Kurbelstange [illegible] Schwungradwelle [illegible] welche [illegible] dem Cylinder [illegible] angebracht werden müssten. An der Welle sitzt zugleich das aufgesteckte Excentrik, welches dem Expansionsschieber seine Bewegung ertheilt; ganz nach Art der Maschinen von [illegible] [illegible] pag. 554 abgebildet [illegible] fort.

Wenn diese Maschine mit 4,5 Atmosphären Druck [illegible] arbeiten soll, so [illegible] mit dem Dampf [illegible]

$$Q = \frac{L}{\eta \cdot 144 p_0 \left(1 + \mathrm{Ln}\left(\frac{s_1}{s_0}\right) - \frac{q_0}{p_1}\right)} \text{ cub'}$$

Bekannt ist hierin

$L = 10 \cdot 510 = 5100$ [illegible]

$p_0 = 4,5 \cdot 15,05$ ℔.

$s_1 = s$, der mit dem selben Cylinder [illegible] wird.

$q_0 = 1,1 \cdot 15,05$, der [illegible] ~~[illegible]~~

$p_1 = 0,9 \cdot 4,5 \cdot 15,05$, der [illegible]

η ist für eine 10pferdige Maschine ist nach pag. 606 = 0,40, also man ist auch das Verhältniß $\frac{s_1}{s}$ zu bestimmen. Um die Maximalleistung zu erhalten, müssen

$$\frac{s_1}{s} = \frac{\mathfrak{A}_1}{\mathfrak{A}} \text{ nehmen, d.i.}$$

$$\frac{s_1}{s} = \frac{29251.(4,417 + 4,5.0,9.15,05)}{3105.3(1,755 + 1,1.15,05)}$$

$$= 3,363;$$ also soll bei ungefähr $\frac{1}{3}$ des Kolbenweges abgesperrt werden.

So folgt nun

$$\mathfrak{Q} = \frac{10.510}{0,40.144.4,5.15,05\left(1 + Ln\, 3,363 - \frac{1,1.15,05}{4,5.0,9.15,05}\right)}$$

$$= 1,0849 \text{ cub Fuß pro Sek.}$$

Als vortheilhafteste Geschwindigkeit findet sich nach Watt

36 Zoll = 3 Fuß.

Die Kolbenfläche

$$F = \frac{s_1}{s+\sigma}\,\frac{\mathfrak{Q}}{v},$$ nehmen wir hier $\sigma = \frac{1}{20}$ an, so ist

$$F = \frac{3,363}{1+0,05} \cdot \frac{1,0849}{3}$$

$$= 1,1583 \ \square \text{ Fuß.}$$

Folglich der Kolbenradius und somit Durchmesser der:

$$\pi r^2 = F$$

$$r = \sqrt{\frac{1,1583}{\pi}}$$

$$= 0,60722 \text{ Fuß, also}$$

$$d = 1,2144 \text{ Fuß.}$$

Was die Zahl der Spiele anlangt, so ist diese nach Watt

34 pro Minute.

Hiernach können wir nun

die Höhe des Kubus leicht ermitteln

$$\frac{3 \cdot 60}{34 \cdot 2} = 2,65 \text{ Fuß},$$

wonach die Länge des [illegible] = 1,325 Fuß.

Um die Größe des Kessels zu bestimmen, wenden wir die Formel von [illegible] an, welche voraussetzt, daß der [illegible] das Dampf[illegible] [illegible] sei.

$$V = 30(1 - \tfrac{?}{?})C.$$

$$= 30(1 - \tfrac{1}{3})\, 1,1583 \cdot 2,65^3 \text{ □ Fuß}.$$

$$= 83,899 \text{ cub Fuß d. i. } 84 \text{ cub'}.$$

als Dampfraum, und nehmen wir diesen als 0,4 des ganzen Kessels an, so erhalten wir die Größe des ganzen Kessels zu 210 cub Fuß. —

Geben wir dem Kessel die Form eines runden Rohres von der Länge l = 30 Fuß so erhalten wir annähernd seine Höhe

$$\sqrt{\frac{4 \cdot 210}{30}} = 5,2 \text{ Fuß}.$$

Was die Brennstoffmenge anlangt, so finden wir diese durch das Gewicht [illegible] indem wir durch [illegible] Abnehmen [illegible] Wasser verdampfen muß.

Für Steinkohlen, kann man [illegible] 575.

$$K = \frac{\frac{44}{5} C^3 (4,417 + p)}{31053}$$

$$= 0,0218 \text{ ℔ pro [illegible]}.$$

Ges. [illegible]