Die sechs ersten Bücher

# EVCLIDIS,

Deß Hochgelährten weitberümbten / Griechischen Philosophi vnd Mathematici:

## Von den Anfängen vnd fundamenten der Geometriæ.

Dabey dann mancherley auß diesen Büchern gezogene Nutzbarkeiten angefüget seind: sampt den Speciebus in Geometrischen Figuren / alß machen / verändern / zusammenfügen / abziehen / vielfältigen vnd theilen:

Per Demonstrationes Lineales.

Auß H. Ioann Petersz Dou Niderländischen andern Edition verteutscht /

Durch

Sebastianum Curtium, Arithmeticum & G. Verordneten Inspectorn vnd Visitatorn der Teuschen Schuln in Nürnberg.

C. Von Göbeln.

Jacobus Anno 1692 Breckling

Gedruckt zu Amsterdam bey Ioann Iansz.

Im Jahr 1634.

# Den Edlen / Ehrnvesten / Fürsichtigen / Ehrsamen / vnd wolweisen Herrn / Burgermaisteren vnd Rath des H. Reichsstatt Rotenburg auff der Tauber / meinem sonders großgünstigen lieben Herrn vnd Patronen.

EDle Ehrnveste / Fürsichtige / Ehrsame vnd wolweise / insonders großgünstige liebe Herrn vnd Patronen:

Der hochweise Philosophus Aristoteles alß der scharpffsinnigste Erkündiger natürlicher dinge / vergleichet die menschliche vernunfft einer vngemahlten reinen vnd vnbefleckten Tafeln. Damit zeigt er an vnd gibt zu verstehen / daß gemelte Vernunfft / alles erkantnus vnd rechten verstands mangele vnd bloß / aber wol geschickt seye zu empfahen alles das jenige / waß auß solcher Vernunfft durch vergleichnus vnd gute vrsach geschlossen werden möge.

Dieser opinion vnd meynung seind auch der mehrer theil der Philosophen. So wir aber die grosse vnaußsprechliche weißheit Gottes / vnd erste Erschaffung (so viel vns auß Gottes Wort vnd Menschlichem verstande müglichen) mit fleiß observiern vnd betrachten / lest es sich nicht allein ansehen / sondern ist auß heyliger vnd andern Schrifften vnwidersprechlich zuerweisen: Daß der allmächtige vnd allerweiseste Gott / nach dem durch den Fall vnserer ersten Eltern / die erkantnus der substantz / fast gantz verdunckelt vnd abgethan / die Wissenschafft der Quantitet, als ein füncklein der ersten Perfection, das ist / wie im Buch der

Weißheit am 11 Cap. zu lesen/ Zahl/ Maß/ vnd Gewicht/ welche mit dem menschlichen gemüth sehr nahe verwanth/ an die statt verordnet vnd eingepflantzet habe. Dann durch kein ding/ es sey was es wölle/ wird dem Menschlichen verstand vnd Ingenio (zum erkäntnus aller erschaffenen dinge) mehr auffgeholffen/ als durch die Mathesin, vnd die edle Mathematische künste/ die sich vmb die Quantitet, alß die ersten anfänge/ so da seind Arithmetica, Geometria, vnd Isoropica, oder Zahl/ Maß vnd Gewicht/ höchlich bemühen vnd annehmen: welche/ nach dem sie auß rechtem Fundament ergriffen vnd erfahren/ durch alle sachen gehen: auch durch zusammen tragung/ die menge jhrer früchten reichlich einsamlen/ vnd wieder in die gantze Welt ergiessen vnd außtheilen.

Von dieser wissenschafft vnd Mathesi, hat der allmächtige Gott nach seinem allein guten willen vnd gefallen/ mir auch gleichsam nur ein füncklein oder pfündlein/ auß genaden mitgetheilt vnd verliehen. Welches nach Christi vnsers Heylands befehl/ Matth. am 25. Cap. Ich nicht in ein Schweißtuch vergraben/ sondern zu meines Herrn vnd Nächsten nutz anlegen solle.

Darumb vnd in betrachtung dessen/ habe ich vor etlichen Jahren/ nicht allein meiner Profession nach (ohne rhum zu melden) etliche Bücher von der hochnotwendigē kunst der Arithmetica, sondern auch vnlangsten vier Bücher nach einander von der Geometria, wie auch fürs fünffte gegenwertiges (alß die sechs ersten Bücher deß hochgelährten in aller Welt berümbten Philosophi vnd Mathematici Euclidis, darinnen die fundamenta der gantzen Mathesis vnd der Edlen Mathematischen künsten verfast vnd begriffen/ welche sich dann vmb der Demonstration willen zu den vorigen nicht übel schicken) auß der Niderländischen

Spraach

Spraach in die Hochteusche meinem geringen vermogen nach vertiert, vnd allen dieser künsten liebhabern zu nutz vnd dienstlichem gefallen/in druck gebracht. E.E.vñ F.W. aber habe ich diese meine Translation gemelter sechs ersten Bücher Euclidis, mit gebührlicher Reverentz vnterdienstlich dedicirn, zuschreiben/vnd vnter deroselben weitberümten namen vnd großgünstigem Patrocinio, Defensione vñ schutz/darumb außgehen lassen wöllen. Erstlich/ dieweil mir wolbewust/daß E.E. vnd F.W. aller edlen vnd guten künsten / vnd fürnehmlich der Mathematischen, nicht allein ein gnugsame satte Wissenschafft haben/ dieselbe lieben vnd in jhren würden halten: sondern auch als miltreiche wolthätige Mecœnaten vñ Patroni (wie an dero herzliche erbawten vnd wolbestelten trefflichen Schul zu sehen) höchstes vermögens vnd fleisses befürdern.

Fürs ander/damit gegen deroselben/wegen meiner geliebten Voreltern vnd Freunde des Geschlechts der Bender vnd Eberlein / welche viel Jahr vnter E. E. vnd F. W. Christlichen vnd löblichẽ regierung/ schutz vnd schirm fridlich vnd ruhiglichen gewont / auch von deroselben allerley Vätterliche miltreiche Beneficien vnd wolthaten ( die ich von meinen lieben Eltern See. offt habe hören rühmen) empfangen vnd genossen haben / ich mich dermaleinest vnterdienstlich vnd danckbar erweisen möchte.

Zum dritten/daß durch E.E.vnd.F.W. hohe Autoritet vnd ansehen/diß Werck für den neidischen Zoilis nicht allein beschutzt/sondern auch männiglich desto angenehmer vnd beliebter gemacht würde.

Mit vnterdienstlicher vnd hochfleissiger bitt/ E. E. vnd F.W. geruhen solche geringer Dedication vnd verehrung nicht zu verschmähen/sondern in dero großgünstige Protection vnd schutz gutwillig an vnd auf zu nehmen/dieselbige jhnen nicht zu wieder seyn/ sondern günstig belieben lassen.

Daß vmb E. E. vnd F. W. die der allmächtige Gott bey langwiriger gesundheit/glückseliger friedfärtiger Regierung/zeitlicher vnd ewiger wolfahrt/gnädig schützen/erhalten vnd fristen wölle / bestes meines vermögens hinwiderumb zu verdienen / wil ich jederzeit gantz willig / bereit vnd eusserst geflissen erfunden werden.

Datum Nürnberg den 20. Februarij / im Jahr nach der gnadenreichen gebuhrt vnsers HERRN vnd Heylandes Jesu Christi/ein tausent/sechs hundert vnd achtzehen.

E. E. E. vnd F. W.

allzeit dienstgeflissener vnd williger

Sebastianus Curtius Arithmeticus, G. Burger/verordneter Inspector vnd Visitator der schreib vnd rechē, schulen daselbsten $2+\sqrt{3}$.

An

# An den Guthertzigen vnd Kunstliebenden Leser.

## S. I. C.

DAß niemand auff andere weiß zu der höchsten wissenschafft einiger kunst / dann durch bequäme Trappen oder Staffeln auffsteigent / gereichen vnd kommen mag / wird durch die Erfahrung warhafftig befunden: darumb ein erfahrner Meister / der jemand etwas lehren will / nicht an dem schwersten / sondern an dem allergeringsten sachen solle anfangen / vnd solcher massen fortfahren / damit von dem Lernenden (so viel müglich) das nachfolgende / durch das vorgehende möge verstanden / begriffen / vnd wol behalten werden.

Wir befinden aber / daß diß der hochgelährte Griech Euclides sonderlich in gute obacht genommen / vnd solcher weiß gefolget habe / als der in beschreibung der Geometriæ, eine rechtkünstliche ordnung gehalten / in deme er zum ersten / (damit er desto besser möge verstanden werden) erklärt die namen der Linien / Winckeln / Figuren vnd andere dinge / darnach die gemeyne Erkäntnussen oder Wissenschafften (die allein mit dem verstande / ohne fernerm beweiß / gründlich mögen begriffen vnd gefasset werden) vorgestellet / welche dann eine Anleitung zu den nacherfolgenden Propositionibus, (die er von den allerschlechtigsten Sachen oder dingen angefangen / vnd zu dern höhern auffgestiegen) seind / die er also aneinander gehangen / daß sie nicht allein durch menschlichen verstand bequämlich gefasset / sondern auch dz nacherfolgende durch das vorgehende gründlich kan Demonstrirt vnd bewiesen werden. Dardurch er dann den fleissigen Künstler allein zu der höchsten Wissenschafft / von seiner Materia leytet / auch Vrsach vnd Anlaß giebet / newe Propositiones zu erfinden / vnd kunstliche Sachen zu practicirn. Vmb welcher Vrsachen willen die Gelährten vnd dieser Kunstverständige / vnter allen nationen zu jederzeit die

Bücher Euclidis in grossern ansehen vnd werth gehalten haben/ also daß sie auch in den fürnehmsten Spraachen transferiert, außgangen vnd fürnehmlich die 6 ersten anno 1562 / durch den hochgelährten Herrn Wilhelm Holtzman See. der zeit Griechischen Professorn bey der Vniversitet zu Heydelberg/ erstmalß auß der Griechischen in vnser Hochteusche spraach übergesetzt / vnd mit vielen schönen künstlichen anhengen illustriert, ans Liecht gebracht: damit er dann allen kunstliebenden Teutschen (vnd mir) höchlich gedienet / also daß ich auch durch solche Bücher zu einem guten fundament der Arithmeticæ vnd Geometriæ, (Gott lob) kommen bin.

Hernach aber/seind die sechs ersten Bücher anno 1606. durch Herrn Ioann Petersz Dou, der Statt Leyden in Holland bestelten Landmesser vnd Visirer / auß Teutscher vnd Frantzösischer spraachen in die Niderländische transferirt worden / welche dieweil in selbigen alle Propositiones demonstrirt vnd so kurtz erklärt/auch mit einem schönen vnd künstlichem anhang gemehrt/ mir/vmb gemelter Demonstration willen/ sehr wolgefallen. Also daß ich sie wol werth geachtet / die mühe daran zu wenden / solche auß der Niderländischen / in vnsere Hochteutsche spraach zu Transferirn vñ überzusetzen. Vber diß/sind sie endlich auch durch Herrn Simon Mayrn F. Br. bestelten Astronomum vnd Medicum, anno 1610. ins Teutsch gebracht / vnd die 9 folgenden Bücher gleicher gestalt ans Liecht zu bringen versprochen worden/ weilen dann diese nicht mehr zu bekommen/ die andern aber gleichsam also hard in der Nuß stecken / daß schir kein hoffnung solche zu erwarten oder zu sehen / vnd aber alle dieser künsten Liebhabere ein sehnlichs verlangen nach gemelten Büchern haben vnd tragen;

Also habe ich mir endlich vorgenommen (durch Gottes gnädige hülff vnd beystand) auch die restierende 9 Bücher Euclidis ascendendo nach einander/auß den fürnembsten Authoribus vnd Commentatoribus, auff zweyerley manier / alß in Linien vnd zahlen/demonstrirt, in vnserer Hochteutschen spraach herfür vnd ans Liecht zu bringen/wie dann (Gott lob) allbereit ein zimblicher anfang daran gemacht / den der kunstliebende Leser / ob Gott will / eheſt ſo müglich ſehen wird.

Schließlich dienet dem kunſtliebenden Leſer auch zu wiſſen: daß weil faſt in allen Mathematiſchen Büchern / dieſe Wörter Baſis, Cathetus, Hypotenuſa, Perpendicular, Paralell, Paralellogram, Quadrat, Centrum, Diameter, Circumferentia, vnd andere vocabula artium, gemeyn vnd gleichſam mit dem Teutſchen Burgerrecht begabet / darumb ſo ſind ſie auch allhie in jhrem Weſen behalten worden.

Ferner habe ich die manchfaltigen gleichen Wort zu vermeiden / mich der kürtze beflieſſen / alß da man möchte ſagen / die Lini A B iſt gleich der Lini A C, vnd die Lini B D iſt gleich der Lini E F, habe ich geſetzt die Linien A B, B D ſeyn gleich A C, E F, verſtehet A C vnd E F ſo wol von Linien als A B vnd B D, auch daß die erſte A B gleich ſey der erſten A C, vnd folgends B D gleich der folgenden E F. Welches auch in Winckeln / Figuren vnd andern dingen platz hat. Alß ſo ich ſage / die Winckel A B C, E A D, ſeyn gleich E F G, G H I, verſtehe ich beyde theil von Winckeln / vnd wird jederzeit der Winckel / ſo mit dem mittelſten Buchſtaben bezeichenet iſt / verſtanden: nemblich der Winckel mit B bezeichnet / iſt gleich dem Winckel mit F, vnd der Winckel A gleich dem Winckel H &c.

Deßgleichen wird auch geſprochen / daß ein Triangel vnd Paralellogram zwiſchen zweyen paralell Linien ſtehen / ſo ſtehen ſie auch mit der Baſi auff einer Lini / vnd reichen mit jhrem oberſten an die andere Lini / dann anderſt were vergebens von zweyen paralell Linien zu ſagen / welches auch von andern dergleichen Sachen verſtanden werden mag.

Jch habe auch allhie nicht / wie andere geſchrieben / das Quadrat iſt gleich dem Triangel oder dem Paralellogram, (ſo ſie gleicher gröſſe ſind) es ſey dann etwan ohne gefähr geſchehen: ſondern das Quadrat iſt eben ſo groß als der Triangel oder das Paralellogram, das machet einen vnterſcheid zwiſchen gleich vnd eben groß: dann die gleichheit der dingen nicht allein in der gröſſe / ſondern auch in der Form vnd andern gelegenheiten derſelben beſtehen.

Bitte hiemit alle dieser künsten verständige Liebhabere/ im fall ich hierinnen einige Sache nicht so wol vnd zierlich / als sichs gebührt / hätte vorgetragen vnd vertirt, die wöllens nicht zum ärgsten deuten/sondern bedenckn / daß einem andern so wol als mir/ jederzeit noch viel mangeln wird.          Vale.

Das erste Buch Euclidis,

# Von den Anfängen vnd fundamenten der Geometriæ,

## Tractiert von dem Grund der recht linischen Figuren/ jhren Linien/ Winckeln vnd andern Sachen/ sampt dem Fundament vom machen oder zeichnen/ verändern/ vnd theilen derselben.

Definitiones, das sind Beschreibungen/ oder Erklärungen etlicher Namen vnd Wörter der Linien/ Figurn vnd anderer dingen/ so in diesem Buch vorfallen vnd gebraucht werden.

1. Ein punct ist ein vntheilbares düpffelein.
2. Ein Linea ist eine länge ohne einige breiten.
3. Das eusserste von den Linien sind puncten.
4. Eine gerade oder rechte lini / ist die kürtzeste außstreckung von einem punct zu dem andern.
5. Superficien, sind/ die allein länge vnd breiten haben.
6. Das eusserste von den Superficien sind Linien/
7. Ein ebene Superficies, ligt gleich zwischen jhren Linien.
8. Ein ebener Winckel ist / so zwo Linien auff einem ebene platz einander in einem punct anrühren.
9. Ein rechtlinischer Winckel/ ist gemacht von zweyen geraden Linien.
10. Alß eine gerade Linie/ auff einer andern geraden oder rechten lini stehet / vnd machen im anrühren die Winckel auff beyden seiten gleich: so sind solche beyde Winckel / winckelrecht.
11. Ein Winckel so grösser oder weiter ist alß ein rechter Winckel / wird obtusus / ein stumpffer oder weiter Winckel / genant.

12. Ein

12. Ein Winckel / der kleiner oder kürtzer ist / alß winckelrecht; wird genant acutus, ein kurtzer oder scharpffer Winckel.
13. Ein Ende/wird genant das jenige/ damit etwas geendet oder beschlossen wird.
14. Ein Figur ist /welche mit einem oder mehr Enden beschlossen.
15. Ein Circkel ist / eine ebene flache Figur / mit einer gebogenen Lini/ Circumferentia oder Vmbkreiß genant/ beschlossen; darinnen mag ein Punct genommen werden / von welchen alle Linien zur Circumferentz gezogen/gleicher länge sind.
16. Vnd dieser Punct wird Centrum oder Mittelpunct einer Circkels genant.
17. Der Diameter ist ein gerade Lini / die durchs Centrum deß Circkels gehet/ vnd mit beyden Enden die Circumferentz oder Vmbkreiß berührt / theilt auch den Circulum in zween gleiche theil.
18. Ein halber Circkel / ist ein ebene flache Figur / von dem Diametro vnd der halben circumferenz beschlossen.
19. Circkelbögen seyn Figuren / beschlossen mit einer geraden Lini/ vnd einem stück oder theil von deß Circkels vm̃kreiß.
20. Rechtlinische figuren seyn / die von geraden Linien beschlossen.
21. Dreyeckigte oder dreyseitige Figuren/sind mit dreyen geraden Linien beschlossen.
22. Aber die vierseitigen/mit vier Linien/(vnd so fort an:)
23. Vielseitige Figurn sind die / so mit mehr dann mit vierlinien vmbfangen.
24. Eine Figur mit dreyen gleichen seiten/wird genant ein gleichseitiger Triangel/oder Æquilaterum triangulum.
25. Triängel / die allein zwo gleiche seiten haben / werden gleichfüessig oder Isosceles genant.
26. Welche aber drey vngleiche seiten haben/ werden Scalenum, oder vngleichseitige Triängel genant.
27. Die Triängel so einen rechten Winckel haben/werden genant Rechtwincklicht oder Orthogonij.

28. Vnd

28. Vnd die einen weiten Winckel haben / nent man Stumpffwincklicht / oder obtusus, Item auch Ambligonius.

29. Aber mit drey scharpffen Winckeln / wird er genant scharpffwinckelicht / oder Oxigonius.

30. Ein Quadrat ist ein figur / mit vier gleichen seiten vnd vier rechten Winckeln.

31. Ein langleicht Viereck / ist das so vier rechte Winckel vnd je zwo gleiche seiten gegen ein ander über hat / wird rectangulum, oder ein verlängte vierung / auch ein parallelogram genant.

32. Eine schräge Vierung / hat wol vier gleiche seiten / aber keinen rechten Winckel / wird darumb Rhombus geheissen.

33. Ein schräge verlängte Vierung / hat je zwo seiten vnd Winckel gegen einander über gleich / vnd darumb Rhomboides genant.

34. Alle andere vngeschickte Vierungen / ausser den erzehlten / werden vngleiche Vierungen / Irregularia Quadrilatera, oder Trapetia genant.

35. Paralell Linien seyn die / so auff einem ebenen Platz neben ein ander ligen / dergestalt: ob sie zu beyden seiten schon ohne End erstreckt / wurden sie doch nimmermehr zusammen kommen / sondern allzeit gleich weit von einander bleiben.

36. Ein Paralellogram, ist eine figur / mit vier geraden oder rechten Linien beschlossen / von welchen je zwo gegen einander über Paralell, oder gleich weit von einander seyn.

## Folgen etliche andere Stück / so auch zu dieser Kunst gehören.

1. AVff einem ebenen Platz / mag von einem punct zu den andern eine rechte oder gerade Linea gezogen werden.

2. So man zu gleichen dingen gleiche hin zu thut / werden die zusammen gefügeten auch gleich seyn.

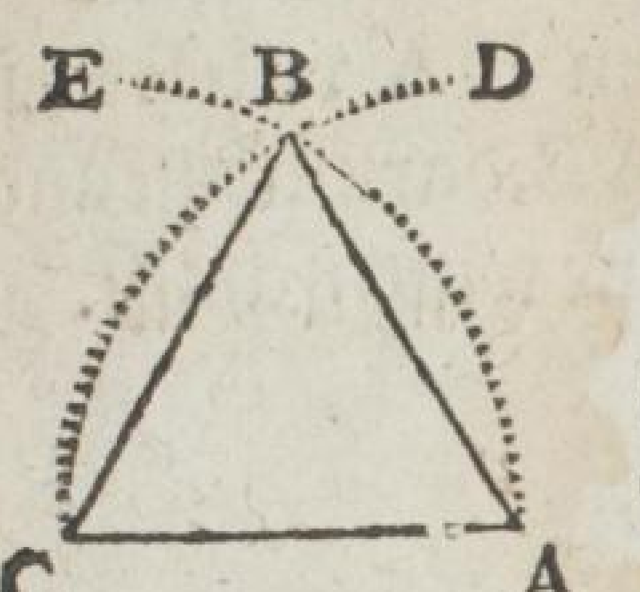
3. So von gleichen dingen / gleiche genommen werden / bleiben die rest auch gleich.
4. So vngleichen dingen gleiche zugethan werden/werden auch die zusammen gefügte vngleich seyn.
5. So von vngleichen dingen/gleiche abgenommen werden/ die rest werden auch vngleich bleiben.
6. So einiges dinge / jedes zweymal so groß ist als ein anders / dieselben sind einander gleich.
7. Auch so einiges ding jedes der halbtheil eines andern ist / die sind einander gleich.
8. Vnter welchen dingen eines das ander nicht übertrifft / die sind gleich.
9. Das gantze ist allzeit grösser dann sein theil.
10. Alle rechte Winckel sind einander gleich.
11. So ein gerade Lini durch zwo andere gerade Linien gezogen wird/vnd die zween inwendige Winckel auff einer seiten zusammen kleiner seyn als zween rechte Winckel / mögen solche zwo Linien an derselben seiten also verlängert werden / daß sie endlich in einem punckt zusammen kommen.
12. Zwo gerade oder rechte Linien / beschliessen keinen Platz oder Figur.

Folgen

# Folgen die Propositiones deß ersten Buchs Euclidis.

## Die erste Proposition.

### Auff eine vorgegebene gerade Lini/ einen gleichseitigen Triangulum machen.



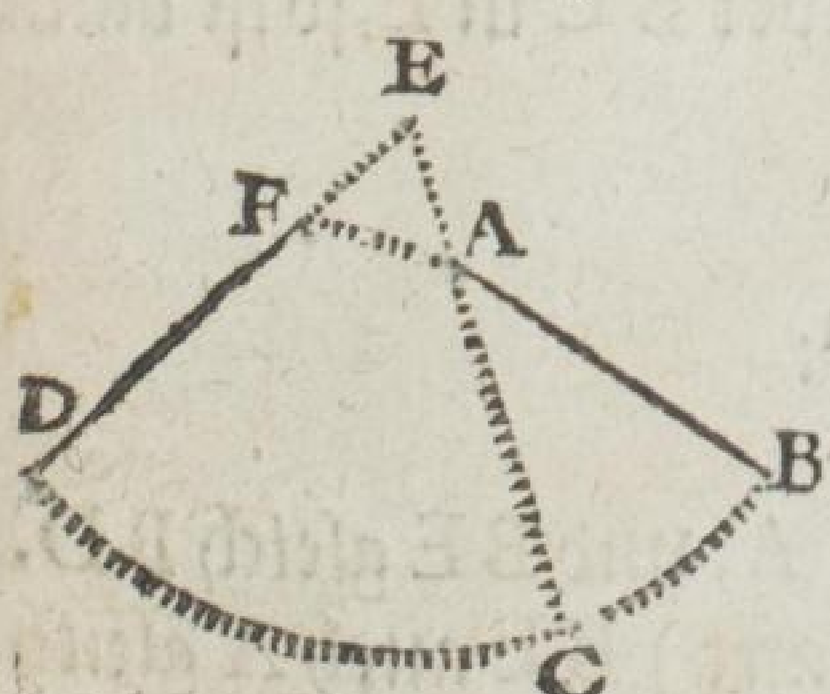

DJe vorgegebene Lini sey A C, Nembt mit einem Zirckel die länge A C, darnach stelt den einē fueß (jedoch die weite deß Circkels vnverandert) in A, vñ ziehet auß dem punct A, alß auß einem Centro/ von C, ein theil einer Circumferentz eines Circkels / alß C D. deßgleichen auch auß C von A, das stück der Circumferentz alß A E, welches durchschneidet C D in B; Von dannen zwo Linien gezogen zu A vnd C: so ist A B C der gleichseitige Triangel.

### Demonstration.

Angesehen das A B gleich ist A C, vnd C B auch gleich A C, durch die difinition deß Circkels / hiefornn numero 15: So folgt durch die erste gemyne wissenschafft / das A B vnd B C jede gleich sey A C, vnd der Triangel A B C gleich seitig.

## Die 2. Proposition.

### Von einem gegebenen punct / eine rechte oder gerade Lini ziehen / die einer vorgestelten Lini gleich sey.




DEr gegebene punct sey F, vnd die vorgestelte lini A B, ziehet auß F eine lini zu A, alß A F, darauff beschreibt / durch die vorgehende proposition, de gleich seitigen Triangel A F E, vnnd verlängert E A, nacher C, ziehet nun auß A von B ein theil von der Circumferentz eines Circkels/

ckels/als B C, welcher durchschneidet E C in C, so ist A B vñ A C gleich. Verlångert auch E F nacher D, vnd auß E von C ziehet den Bogen C D, der durchschneidet E D in D, die lini F D/ ist alß, dann auch gleich A B.

## Demonstration.

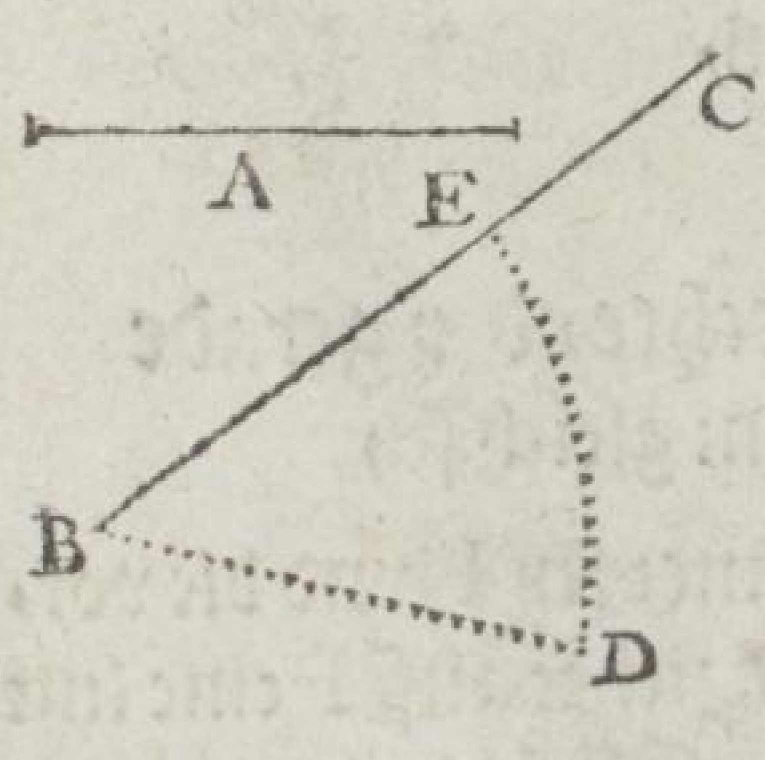
Diß ist offenbar / durch die 15 Definition, das E C gleich ist E D, davon dann abgezogen die gleiche Linien E A vnd E F, so resten A C vnd F D gleich/vnd A C ist gleich A B, darumb ist auch F D gleich derselben A B, durch die erste gemeyne wissenschafft.

## Anderst:

Begreifft mit einem Circkel die lenge A B, vnd stelt denn einen fuß in puncten F, vnd mit dem andern macht ein punct / alß in D, von dannen eine lini gezogen zu F. so ist solche F D, gleich der gegebenen A B.

## Die 3. Proposition.

**So zwo gerade Linien vngleicher långe vorgeben werden/ von der lengsten eine/ der kůrtzeren gleich / abzuschneiden.**




Die lengste lini sey B C, die kůrtzere A, ziehet durch die vorgehende Proposition vom punct B die blinde B D gleich A, alßdann machet auß D, den Bogen D E, welcher durchschneidet B C in E, so ist dann B E gleich A.

## Demonstration.

Angesehen das B D gleich ist der Linea A, vnd B E gleich B D, so wird (durch die erste gemeyne wissenschafft) B E auch A gleich seyn.

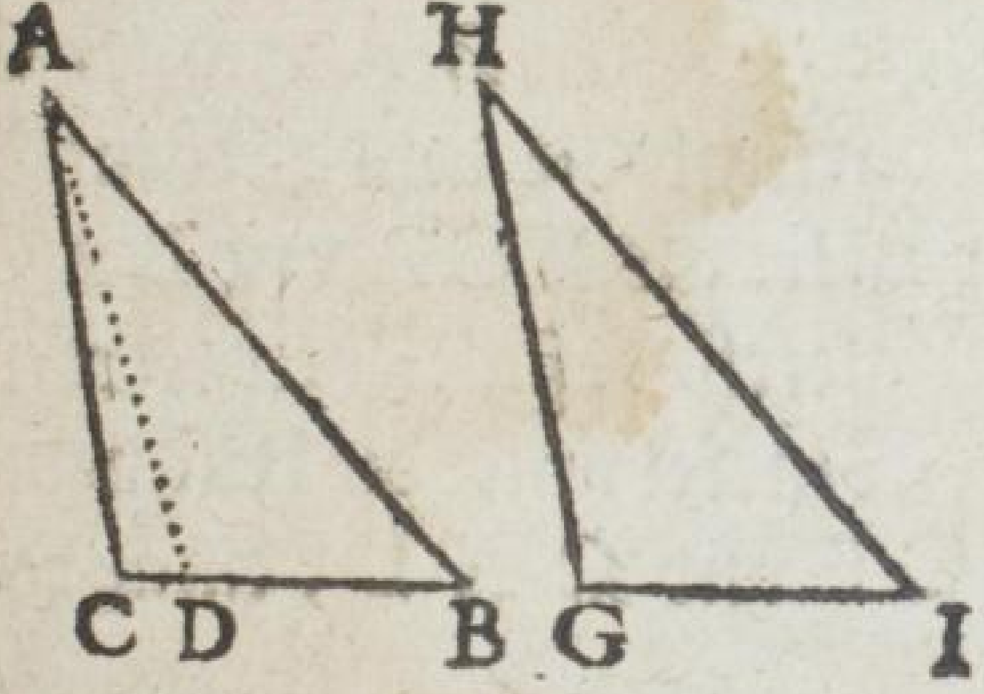
Anderst:

## Anderſt.

Die Linea A mit einem Circkel begriffen / vnd ſolchen Weiten von B nacher C, auff die Lini B C gezeichnet/welches kompt in E, ſo iſt B E dann gleich der Lini A.

## Die 4 Propoſition.

**Wann von zweyen Triangeln / die zwo Seiten deß einen Triangels gleich ſind der zweyen Seiten deß andern / vnd die Winckel ſo von ſolchen Seiten begriffen/ſind einer dem andern gleich: So ſeyn auch beyder Triängel dritte Seiten (Baſes genant) einander gleich / vnd die gantzen Triängel einer dem andern gleich; auch ſind die andern zween Winckel deß einen Triangels / den zweyen deß andern gleich; nemblich die gegenüber gleiche Seiten ſtehen.**



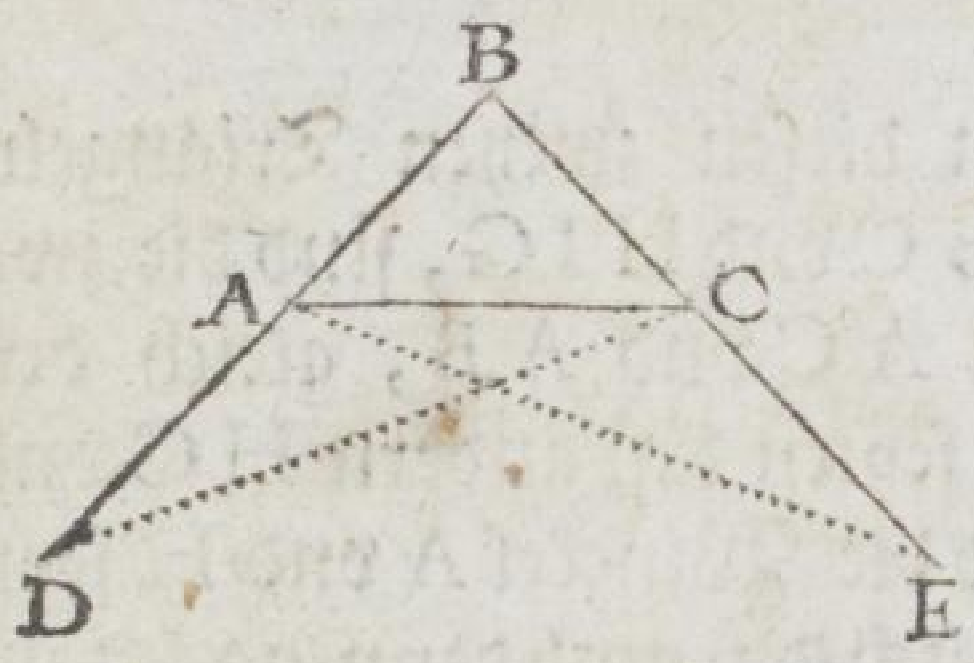

VOn dieſen zweyen Triangeln A B C vnd H I G, ſind die zwo Seiten A C vnd A B, gleich den zweyen ſeyten deß andern H G vnd H I, vnd die Winckel A vnd H ſeyn auch gleich/darumb denn/nach laut dieſer Propoſitiõ, die Baſis C B gleich der Baſis G I, deßgleichen die Winckel auff den Baſis, als C vnd B gleich G vnd I.

## Demonſtration.

So es müglich/daß die Baſis C B länger were als G I, ſo ſey darvon geſchnitten B D, gleich G I; durch die vorgehende drey Propoſition: vnd gezogen A D; wann alßdann die Seiten A D vnd A B gleich genommen oder geſchätzt werden/den Seiten H G vnd H I, müſten die Winckel B A D, I H G, das iſt: B A D, B A C, gleich ſeyn/ vnd ein theil ſo groß als ſein gantzes/ welches wider die 9 gemeyne Wiſſenſchafft ſtreitet: Darumb iſt die Baſis C B gleich G I, daß aber der Winckel B C A gleich ſey I G H, vnd C B A gleich G I H, das wird auff gleiche manier bewisen; dann gleich wie allhie befunden / daß durchs verkürtzen der Lini C B, der über Winckel erkleinert/also vnd hingegen/befindet man auch / daß durchs erkleinern eines Winckels die über Seiten verkürtzet wird/vnd muste solchem nach ein theil seinem gantzē gleich seyn/welches vnmüglich ist / darauß dann folget daß die vorgegebene beyde Trianguln/ nach inhalt der Proposition einer dem andern gleich sey.

## Die 5 Proposition.

**In allen gleichfüssigen Triangeln / sind die Winckel auff der Basi ( das ist der dritten Lini die den andern zweyen Seiten vngleich ist) einander gleich / vnd so die zwo gleiche Seiten erlängert / werden auch die Winckel vnter der Basi, je einer dem andern gleich seyn.**




IN beygestelten Triangel A B C, sind die Seiten B A vnd B C gleich / darumb die beyde Winckel auff der Basi, als B C A vnd B A C einander gleich/ deßgleichen werden auch die Winckel vnter die Basi, nemlich A C E vnd C A D, einander gleich seyn.

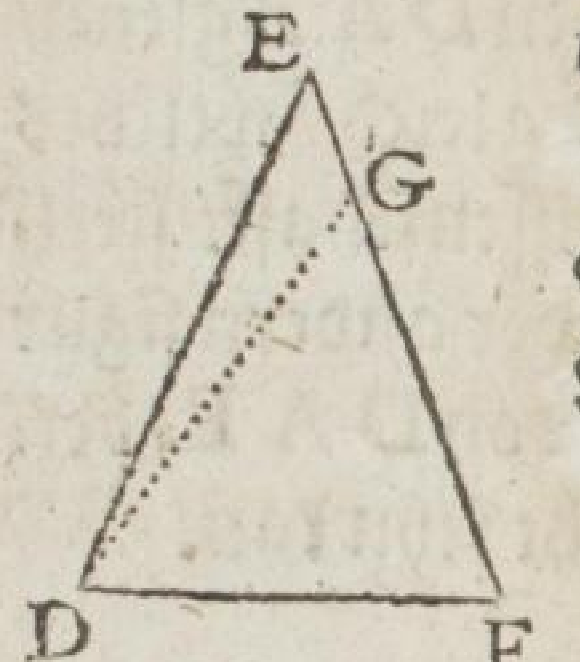
## Demonstration.

Last nach gefallen die zwo Seiten A B vnd C B verlängt seyn/ also daß B D gleich sey B E, darnach gezogen A E vnd C D. Angesehen nun/ daß die zwo Seiten B D, B C gleich seyn B E, vnd B A, vnd der Winckel B jhnen gemeyn: So ist die Basis C D gleich A E, durch die 4 Proposition, vnd die Winckel D vnd E gleich/ also auch die Winckel D C B vnd E A B. D C A vnnd E A C: Diese zween gezogen von D C B vnd E A B , so resten die Winckel A C B vnd C A B auff der Basi auch einander gleich. Weiter angesehen das D A, D C sind zwo Seiten so gleich seyn E C, E A; deßgleichen die Winckel D vnd E : Die Basis ist auch gleich

gleich der Basi, vnd die Winckel einer dem andern durch die vorgehende Proposition. Folget daß die Winckel vnter der Basi, als D A C vnd E C A auch gleich seyn.

## Die 6 Proposition.

**So in einem Triangel zween Winckel einander gleich sind/ die Seiten solchen Winckeln vnterzogen / werden dann auch einander gleich seyn.**



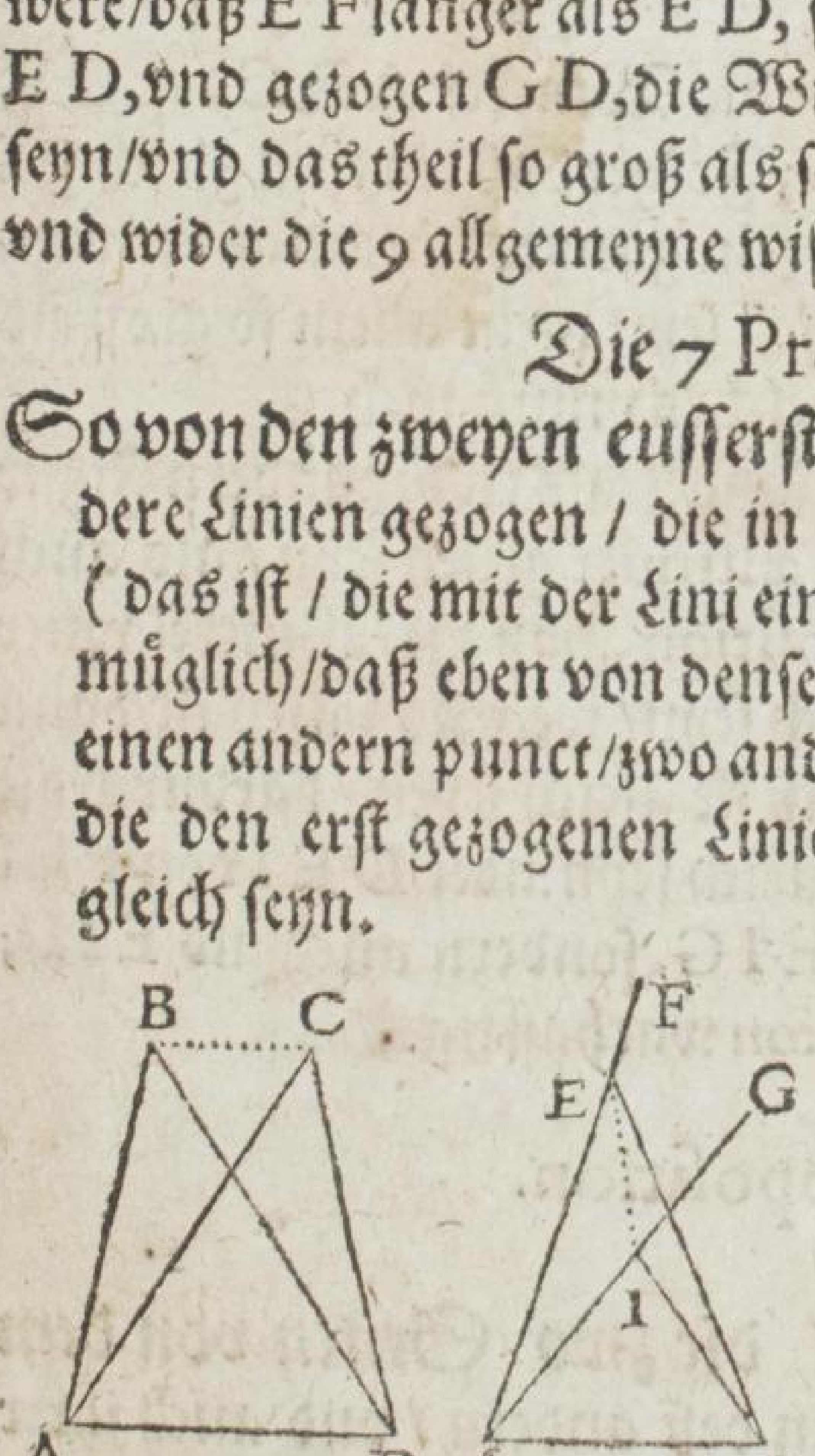
Von diesem Triangel D E F, sind die beyde winckel E F D vnd E D F gleich/darumb sind auch die zwo Seiten / als E D vnd E F einander gleich.

### Demonstration.

Diß ist offenbar durch die vorgehende Proposition, welches aber anderst also bewiesen wird. So es müglich were/daß E F länger als E D, so sey darvon geschnitten F G gleich E D, vnd gezogen G D, die Winckel F D G, F D E müsten gleich seyn/vnd das theil so groß als sein gantzes/welches vnwarhafftig/ vnd wider die 9 allgemeyne wissenschafft streitet.

## Die 7 Proposition.

**So von den zweyen eussersten puncten einer Lini / zwo andere Linien gezogen / die in einem punct zusammen kommen/ ( das ist / die mit der Lini einen Triangel machen ) so ist nicht müglich/daß eben von denselben puncten vnd seiten der Lini/in einen andern punct/zwo andere Linien können gezogen werden/ die den erst gezogenen Linien auß denselben puncten mögen gleich seyn.**



Von den puncten A vnd D, seyn gezogen zwo Linien A B, vnd D B, welche in dem punct B zusammen komen. Nun ist nicht müglich daß auß A noch eine Lini A B gleich / vnd auß D eine D B gleich mögen gezogen werdē/

die in einem andern punct als in C, über dieselbe seiten der Lini A D, können zusammen kommen.

## Demonstration.

Last vns nehmen/ als ob solches müglich were zu geschehen im punct C, so müsten durch die 4 Proposition, die Winckel von den Triangeln A B D, A C D, die von gleichen Seiten vnterzogen/ gleich seyn: als D A C getheilt von D A B, dieselben D A B gleich/ vnd A D B getheilt von A D C, derselben A D C gleich / welches vnwarhafftig ist / vnd wider die 9 allgemeyne Wissenschafft streitet. Vnd so der punct fiele in den Triangel/ als in der andern figur in I, so müsten die Winckel D A I, A D I, getheilt von D A E, derselben D A E, A D E gleich seyn/ welches doch nicht seyn kan.

## Ein andere Demonstration.

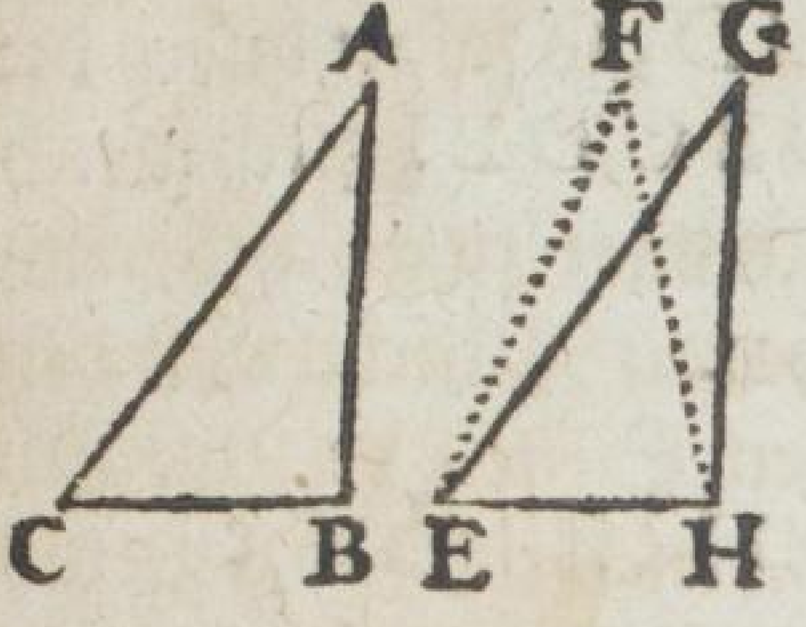
Durch die 5 Proposition müsten die Winckel A B C, A C B, gleich seyn/ also auch D B C, D C B; Folget daß ein theil gleich soll seyn einem dinge das grösser ist als sein gantzes/ nemlich der winckel D B C (getheilt von A B C,) soll seyn nicht allein so groß als A C B, sondern auch als B C D, welches vnmüglich.

Aber so der punct fält in den Triangel/ als in der andern Figur in I, die zwo Linien D I, D E, sollen æstimirt gleich seyn / als auch A I, A E, folget durch die 5 Proposition, daß die Winckel vnter der Basi, als F E I vnd G I E gleich seyn/ welches falsch ist/ dann D I, D E sind auch genommen daß sie gleich seyen / dardurch die Winckel D I E, D E I auch solten gleich seyn: aber D E I von F E I getheilt/ ist nicht allein so groß als E I G, sondern auch als E I D; welches ist falsch/ vnd die Proposition warhafftig.

## Die 8. Proposition.

So von zweyen Triangeln / die zwo Seiten von dem einen gleich seyn / zweyen Seiten deß andern / vnd auch jhrer Bases

Bases (als die dritte Seiten) eine der andern gleich / so haben solche Triangel auch zween Winckel die einander gleich seyn.



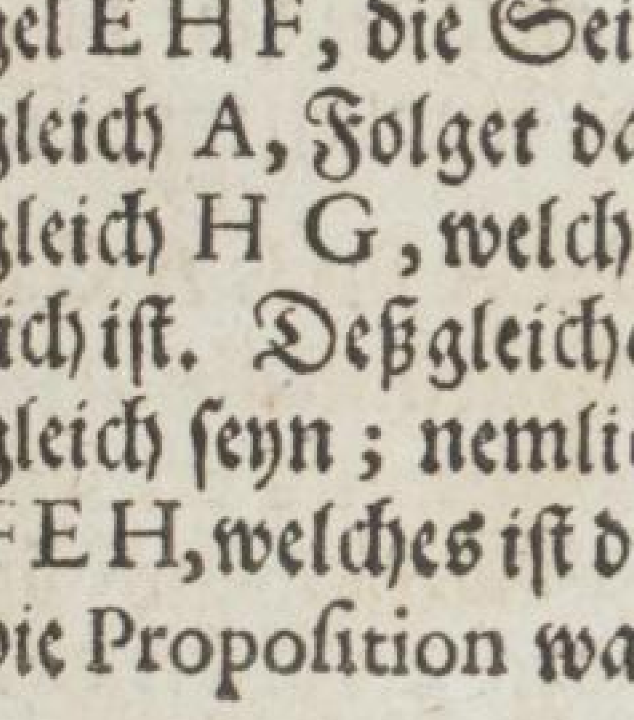

VOn den zweyen Triangeln C A B, E G H, seyn die Seiten C A, A B gleich E G, G H. Deßgleichen die Basis C B gleich E H, darumb seyn auch die Winckel von gleichen Seiten vnterzogen/einander gleich.

## Demonstration.

Diß ist offenbar: durch die vorgehende 4 Proposition, welches aber anderst also bewiesen wird; so der Winckel G möchte kleiner seyn als der Winckel A, sey gemacht auff E H ein anderer Triangel E H F, die Seiten E F, F H gleich C A, A B, der Winckel F gleich A, Folget daß die Lini E F gleich soll seyn E G, vnd H F gleich H G, welches durch die vorgehende Proposition vnmüglich ist. Deßgleichen die andern Winckel / solten auch einander gleich seyn; nemlich G E H getheilt von F E H gleich derselben F E H, welches ist durch die 9 gemeyne Wissenschafft falsch / vnd die Proposition warhafftig.

## Die 9 Proposition.

**Eine fürgegebenen rechtlinischen Winckel in zween gleiche theil zerschneiden oder zu theilen.**



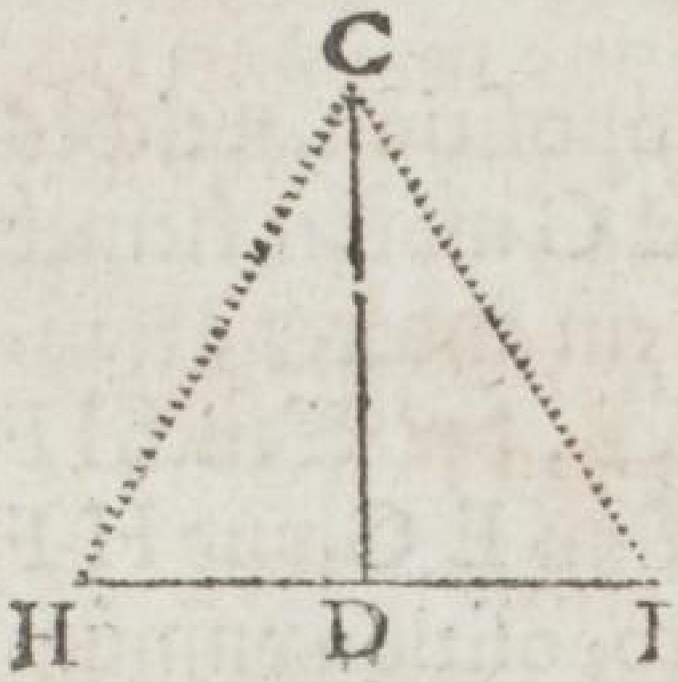

DEr gegebene Winckel ist A B O, in den Linien B A, B O, zeichnet zween puncten/ gleicher weiten von B, als I vnd C, die ziehet mit einer geraden Lini zusammen/vnd macht durch die erste Proposition auff I C einem gleichfüssigen oder gleichseitigen Triangel I C D. Darnach die beyde puncten oder winckel B vnd D, mit einer geraden Lini zusammen gezogē/ die schneidet den winckel A B O in zween gleiche theil.

## Demonstration.

Angesehen daß die zwo seiten B D, B C, gleich seyn den zweyen Seiten B D, B I, vnd die Basis C D gleich I D, so folget durch die 4 vnd 8 Proposition, daß die Winckel D B C, D B I auch gleich seyn.

## Die 10 Proposition.

### Eine fürgegebene gerade Lini / in zween gleiche theil zu theilen.



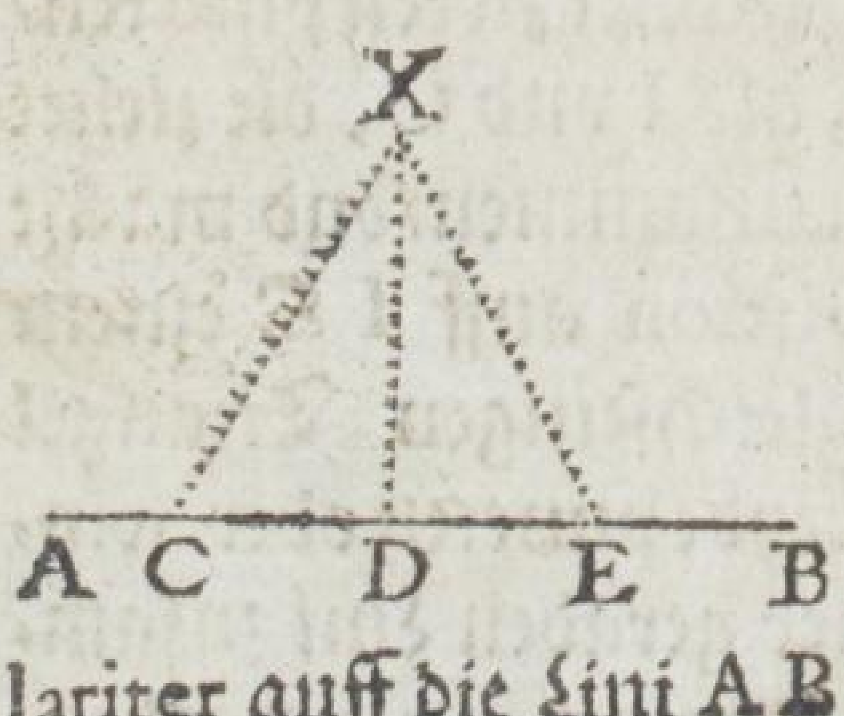

DJe gegebene Lini ist H B, auff dieselbige macht einen gleichseitigē Triangel H C B, vnd schneid durch die vorgehende Proposition, den Winckel C in zween gleiche theil / mit der Lini C D, dieselbe wird auch die Lini H B in zween gleiche theil theilen / nemlich im puncten D.

## Demonstration.

Angesehen daß CD, C H, gleich seyn C D, C B, vnd die winckel D C H, D C B seyn auch gleich / so folget durch die vierte vnd achte Proposition, daß H D vnd D B gleich seyn.

## Die 11 Proposition.

### Von einem Punct in einer geraden Lini / auff dieselbe ein perpendicular, oder winckelrechte Lini zu ziehen.




DJe vorgegebene Lini sey A B, der punct D: zeichnet auß D, D C gleich D E, jedes so lange als euch beliebt oder gutdunckt / vnd auff C E beschreibt einen gleichseitigen Triangel C X E, darnach ziehet die Lini X D, die wird perpendicu-lariter auff die Lini A B stehen.

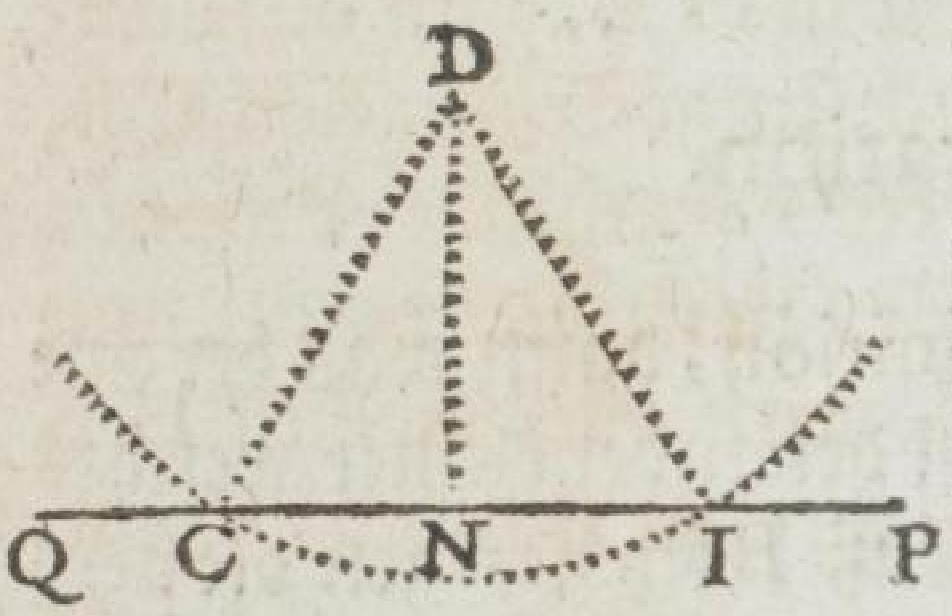
Demon-

## Demonstration.

Angesehen daß die zween Triangel/als C X D, vnd E X D, mit gleichen Linien beschlossen sind/so haben sie auch (durch die 4 vnd 8 Proposition) gleiche Winckel/als X D C ist gleich X D E, welche sein recht; darumb durch die 10 definition, D X perpendicular.

## Die 12 Proposition.

### Von einem Punct/ob einer gegebenen geraden Lini/auff derselbe eine perpendicular Lini zu ziehen.




DJe Lini ist Q P, vnd der punct D, auß demselben ziehet eine Circkellini/ die durchschneidet Q P in C vnd I, von dannen zwo Linien zu dem punct D gezogen/als C D vnd I D, darnach durch 9 Proposition, den Winckel D in zween gleiche theil getheilt/mit der Lini D N, dieselbe stehet alßdann in N perpendiculariter auff Q P.

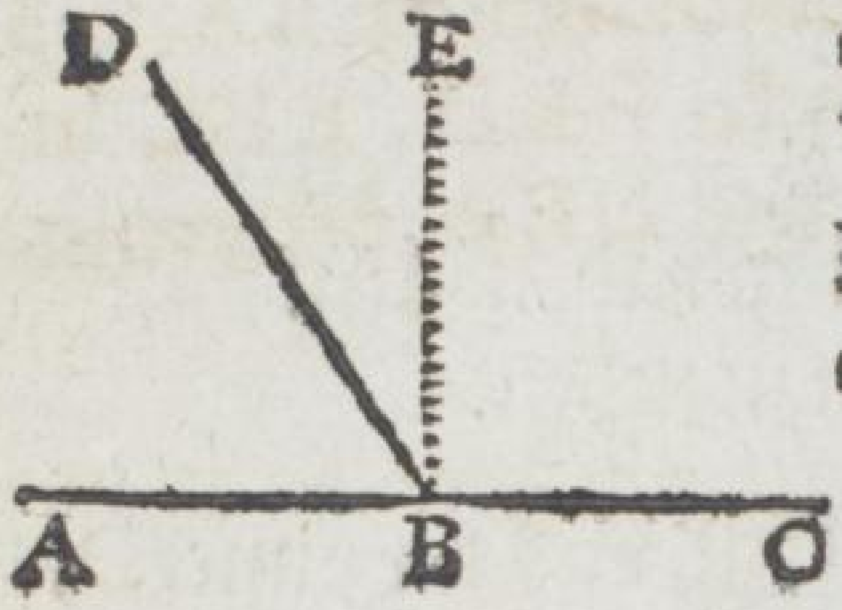
## Demonstration.

Angesehen daß die zween Triangel N D I, N D C gleich seyn/so sind auch die Winckel D N C, D N I, einander gleich vnd winckelrecht/darumb stehet D N (durch die nechst vorgehende Proposition) perpendiculariter auff Q P.

Nota. Jn den vier vorgehenden Propositionen, sind in den Figuren vnterschiedliche Linien gezogen/welche aber nicht zur sache selbst/sondern zu den Demonstrationen dienstlich: also auch in dieser Proposition ist vnvonnöhten die beyde Linien C D, I D zu ziehen/allein die beyde puncten als C vnd I, seyn zu wissen von nöthen/vmb dargegen über einen Creutzpuncten zu findē/gleich in der ersten Proposition den Creutzpunct B, zu welchem man von dem gegebenen punct D, eine Lini/die den Winckel D in zween gleiche theil zertheilt; als die 9 Proposition lehrt/ziehen mag/befehle diß den fleissigen kunstliebhabern nachzudencken.

## Die 13 Proposition.

**Wann auff einer rechten Lini/ ein andere rechte Lini stehet/ so sind die Winckel an beyden Seiten der stehenden Lini/ eben so groß als zween rechte Winckel.**




DIe rechte Lini ist A C, die darauff stehend B D, die winckel D B A vnnd D B C, sind eben so groß als zween Winckel.

### Demonstration.

Diß ist offenbar / durch die 10 definition, dann was der eine winckel grösser ist/als ein rechter/ das ist der ander kleiner/welches aber noch klärer also bewiesen wird. Auß B sey gezogen die perpendicular Lini B E. so sind die Winckel E B C, E B A recht/ aber der winckel D B A ist kleiner als recht / vnd D B C dargegen grösser/nemlich vmb D B E vnd E B C zusammen. Darauß offenbar daß D B A vnd D B C, zweyen rechten winckeln gleich seyn.

## Die 14 Proposition.

**So von einem punct in einer geraden oder rechten Lini/ zwo rechte Linien gezogen werden/vnd alßdann die zween winckel so einander anrühren/ eben so groß seyn alß zween rechte winckel: so kommen die zwo rechte Linien in ein geraden Lini zusammen.**

IN der vorgehenden Figur ist auß den punct B, von der Lini B E zwo andere Linien gezogen / als B C vnd B A, also/ daß die zween winckel E B A, E B C eben so groß sind alß zween rechte winckel/darumb kom̃en die zwo Linien A B vnd B C, im punct B, in ein gerade Lini zusammen.

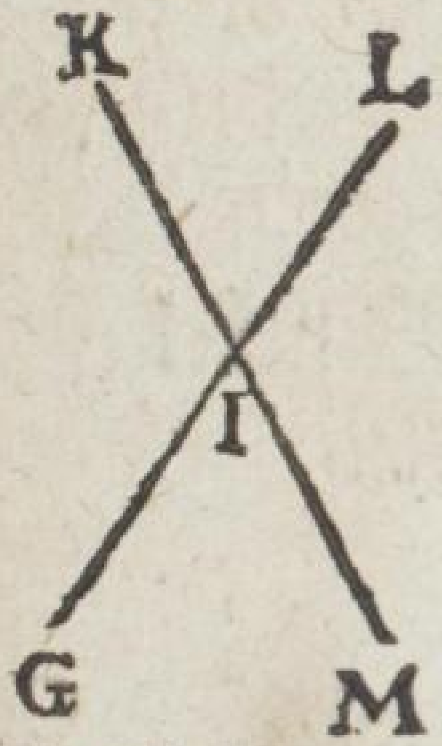
Demon-

## Demonstration.

So man proponirte das A B nicht in einer rechten Lini mit B C sey/sondern mit B D: so folget durch die vorgehende Proposition, daß die winckel E B D vnd E B C, eben so groß müsten seyn/als zween rechte winckel/welches ist falsch; dann E B A, vnd E B C sind zusammen so groß/vnd die winckel E B D, E B C zusammen kleiner/vmb die grösse deß Winckels D B A, derowegen die Proposition warhafftig.

## Die 15 Proposition.

**So zwo gerade Linien/eine die ander durchschneidet/ sind die zween Winckel so gegen einander über stehen/gleicher grösse.**



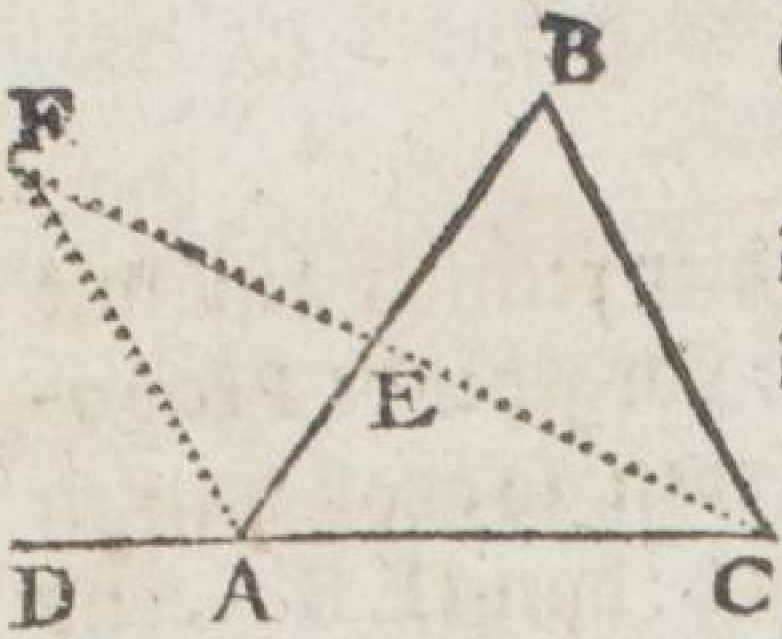

DJe Linien K M, G L durchschneiden einander in I. Die winckel gerichts gegen einander über/ als K I L, M I G seyn gleicher größ / deßgleichen auch K I G vnd M I L.

## Demonstration.

Angesehen/daß die zween Winckel L I K, L I M gleich so groß seyn als zween rechte winckel/vnd durch die 10 Proposition auch L I M, M I G, folget/so man von beyden den winckel L I M weg nimmet / daß die restirende winckel K I L vnnd M I G, (durch die dritte gemeyne wissenschafft) gleich bleiben. Deßgleichen wird auch bewiesen / daß die winckel L I M vnnd G I K gleich seyn.

## Die 16 Proposition.

**So eine Seiten eines Triangels / nach gefallen erlängert wird/ist der außwendige winckel grösser / als einer von den inwendigen winckeln/die dargegen über stehen.**



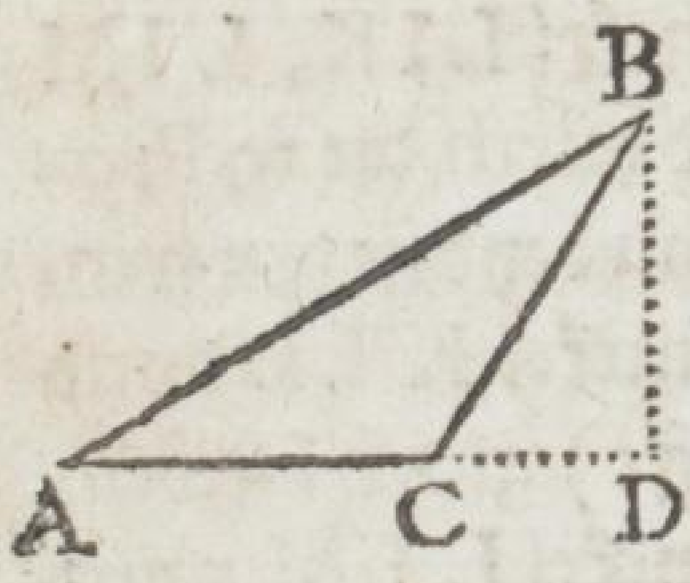

VOndem Triangel A B C iſt die Baſis C A verlångert biß in D, der außwendige winckel B A D iſt grôſſer alß einer von den inwendigẽ winckeln A B C oder A C B.

## Demonſtration.

Die Lini A B ſey getheilt in zween gleiche theil in E, vnd auß C, durch E gezogen eine rechte Lini zu F, alſo daß F E ſo lang ſey alß C E, vnd ein andere von F zu A, ſo ſind die zween Winckel C E B, F E A ( durch die vorgehende Propoſition) gleich / vnd die Seiten E B, E C gleich E A, E F, Folget durch die vierte Propoſition, daß die Linien B C, A F auch gleich ſeyn. Deßgleichen die Winckel ſo mit gleichen Linien vnterzogen/als E B C, E A F, vnd E A F iſt ein theil von B A D, derohalben auch kleiner als B A D, durch die 9 gemeyne wiſſenſchafft; deßgleichen wird auch bewieſen/ daß derſelbige außwendige winckel B A D grôſſer iſt als A C B.

## Die 17 Propoſition.

**Von einem jeden Triangel/ ſind die zween Winckel (man nehme zuſammen welche man wôlle) kleiner dann zween rechte Winckel.**




VOn dem Triangel A B C, iſt die Baſis A C verlångert biß in D, die machet einen außwendigen winckel B C D, der mit dem inwendigen B C A eben ſo groß iſt / als zween rechte winckel / vnd ſolches durch die 13 Propoſition.

## Demonſtration.

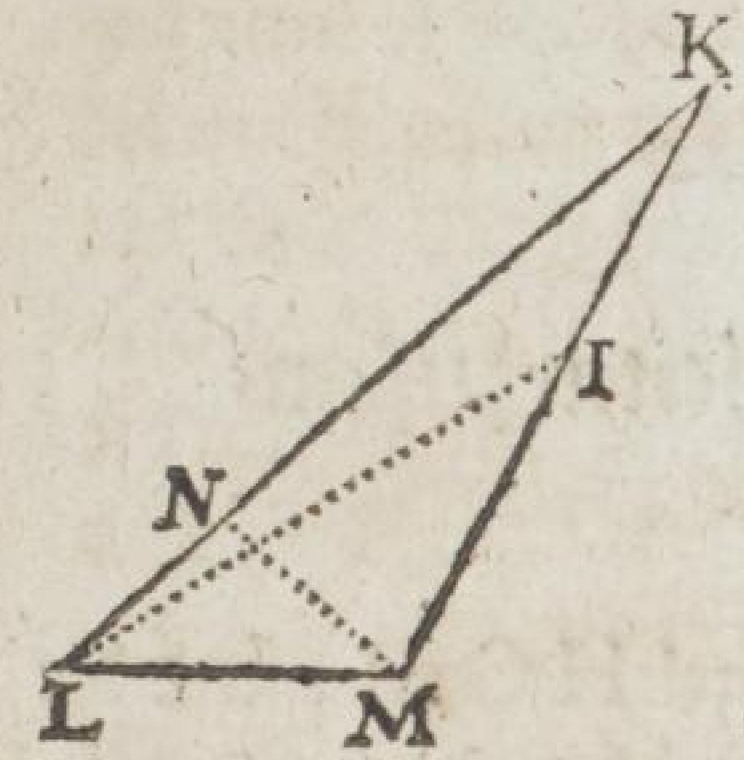
Nun iſt durch die vorgehende Propoſition, einer von den inwendigen Winckeln C B A, C A B kleiner als der außwendige B C D. Folget, daß der winckel A oder B, mit dem winckel A C B zuſammen/ auch kleiner ſeyn ſollen/ als zween rechte winckel; auff

gleiche

gleiche manier wird bewiesen / daß die Winckel A vnd B zusammen auch kleiner sind / als zween rechte Winckel.

## Die 18 Proposition.

### In allen Triangeln / ist die längste Seiten dem grösten / vnd die kürtzeste dem kleinsten Winckel vnterzogen.




VOn dem Triangel M K L, ist K L die längste Seiten / darum ist M der gröste Winckel / vnd L M die kürtzeste / derohalben K der kleineste winckel.

## Demonstration.

Von M ist ein Lini gezogen auff K L in N, also daß K N, K M gleich / die winckel auff M N, als K M N, K N M seyn (durch die 5 Proposition) auch gleich / aber K N M ist (durch die 16 Propositiō,) grösser dann N L M, vñ K M L grösser als K N M, darum ist der winckel K M L auch grösser als N L M, Gleicher weise wirds auch vom andern winckel bewiesen. Aber so man darthun wil / daß die kürtzte Seiten M L, sey vnterzogen dem kleinsten winckel / so last von L eine Lini gezogen seyn zu I, also daß M I gleich sey M L, die winckel M L I, M I L sind dann gleich / vnd M K L kleiner als M I L, vnd noch kleiner dann M I K. Folget das M L dem kleinsten winckel vnterzogen sey.

## Die 19 Proposition.

### Eines jeden Triangels gröster Winckel / ist von der längsten Seiten vnterzogen.

IN dem vorgehenden Triangel M K L, ist M der gröste winckel / vnd darumb K L die längste Seiten.

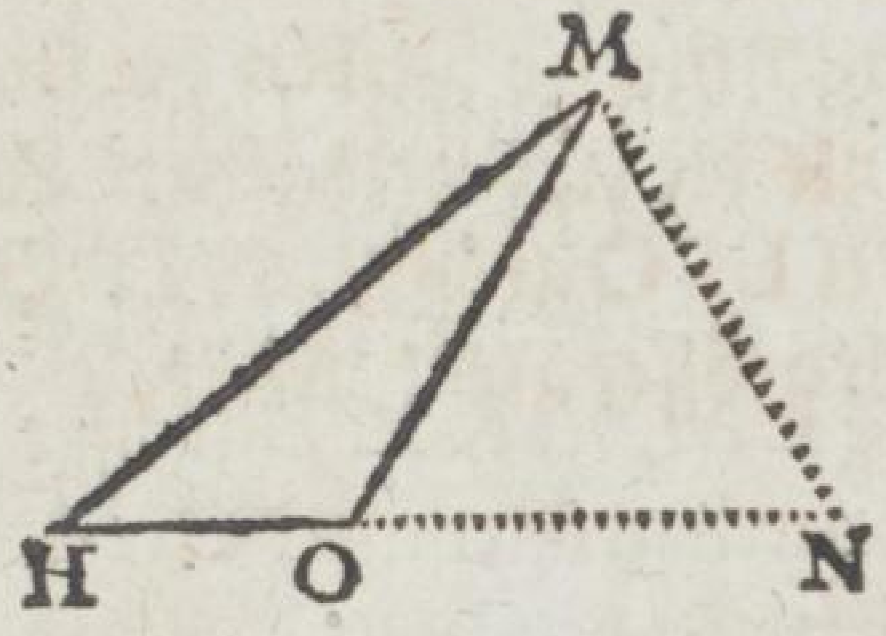
Demon-

## Demonstration.

Wann nun K L nicht/sondern K M für die längste Seiten genommen/ so würde (durch die vorgehende Proposition) der winckel L grösser seyn als der winckel M, welches öffentlich wider die sache selbst streitete/ darumb ist K L die längste Seiten deß Triangels. Also kan man auch beweisen/daß aller Triangel kleinster winckel/von der kürtzten Seiten unterzogen sey.

## Die 20 Proposition.

**Von allen Triangeln/ sind zwo Seiten zusammen länger/ als die dritte.**




IN dem Triangel H O M, sind die Seiten O H, O M zusammen länger als H M.

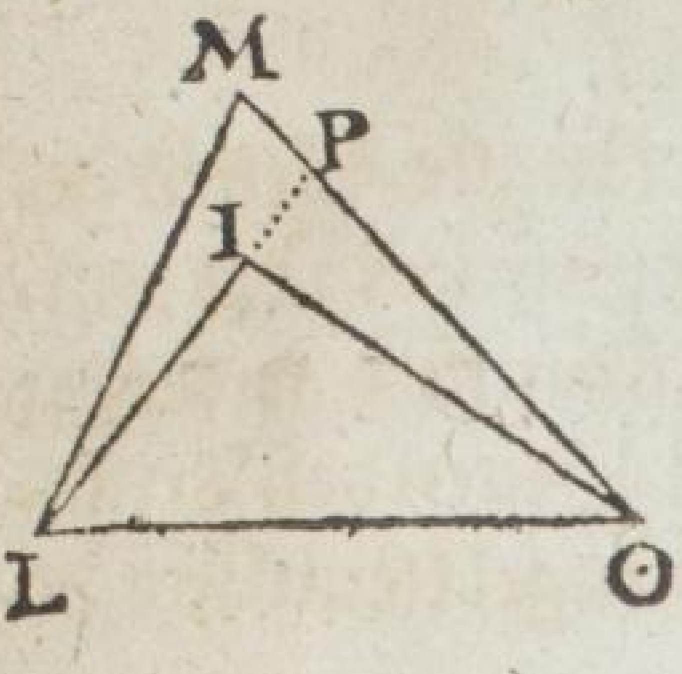
## Demonstration.

Solches erscheinet klärlich auß die vierte definition, welches aber anderst also bewiesen wird. Es sey H O verlängert biß in N, also daß O H gleich sey O M, darnach gezogen M N, die winckel O M N, O N M sind dann durch die 5 Proposition gleich/ aber der winckel M N H ist grösser/als O M N, Folget daß die Lini H N (welche gleich ist O H, O M,) länger sey als H M, wie solches durch die 18 Proposition zu verstehen ist.

## Die 21 Proposition.

**So von den zweyen eussersten Puncten oder unter der seiten eines Triangels/zwo Linien zu einem Punct/ in den Triangel gezogen werden; so seyn solche zwo Linien zusammen kürtzer als die zwo Seiten deß Triangels; aber die gezogenen Linien beschliessen einen grössern Winckel/als die zwo Seiten deß gegebenen Triangels.**

Der



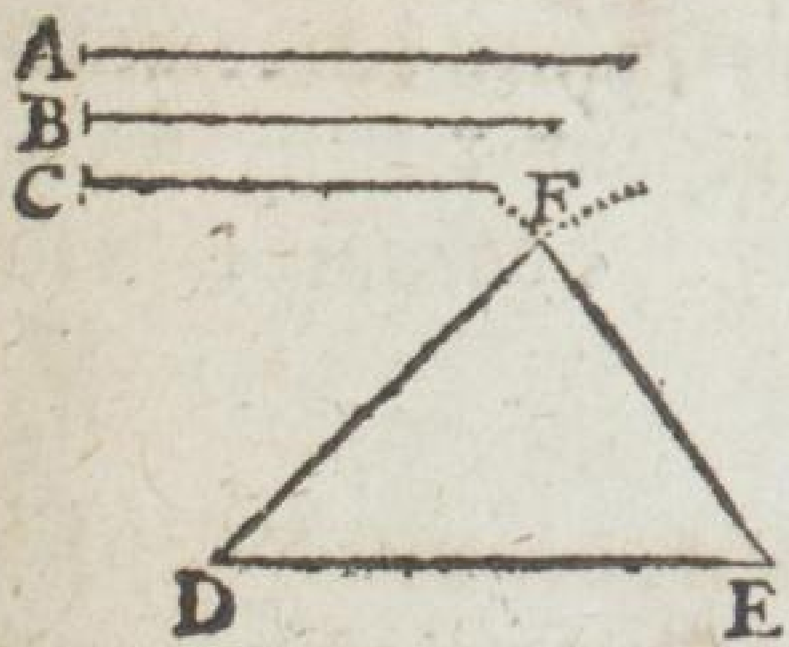

DEr gegebene Triangel ist L M O, der punct I, die zwo gezogenen linien L I, O I, welche zusammen kürtzer seyn als die zwo Seiten L M, O M, vnd der winckel L I O ist grösser als L M O.

## Demonstration.

Die Lini L I ist verlängert biß in P. Nun sind durch die vorgehende Proposition L M, M P zusammen länger als L P, vnd I P, P O länger als I O, Ergo L M, M P, P O, P I, das ist / die zwo Seiten deß Triangels L M, M O mit I P seyn zusammen länger dann O I, L P, nemlich die gezogenen Linien L I, O I, mit derselben I P, vnd so man von beyden I P wegnimmet / so bleiben die seiten L M, M O zusammen noch länger / als die zwo gezogenen Linien L I, O I. Ferner so ist auch der winckel L I O grösser als I P O vnd I P O, durch die 16 Proposition noch grösser als L M O.

## Die 22 Proposition.

### Einen Triangel auß dreyen geraden Linien zu machen / welche dreyen vorgegebenen rechten Linien gleich / vnd je zwo zusamen länger seyn als die dritte.




DJe drey vorgegebene Linien sind A, B, C. Nun sey gezogen die lini D E gleich A, darnach begreiffe man mit einem Circkel die länge der lini B, stelt den einen fueß in D, mit dem andern machet einen blinden Circkelriß über die lini D E, der sey F. Ferner neme man mit dem Circkel auch die lenge der lini C, vnd setze den einen Fueß in E, mit dem andern mache man ebenermassen einen Circkelriß durch vorigen / der durchschneidet denselben im puncten F, von

dannen

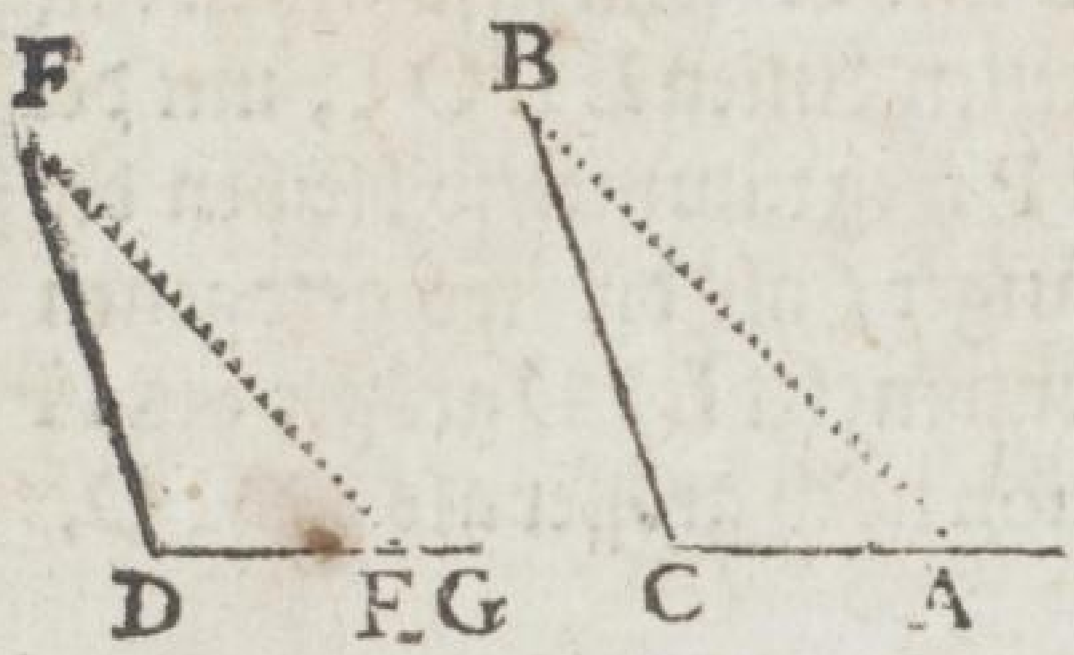
dannen die zwo Linien zu D vnd E gezogen / ſo iſt der Triangel (nach den dreyen vorgegebenen linien) gemacht.

## Demonſtration.

Diß iſt durch die arbeit offenbar/daß die Linien D E, D F, vnd E F, den dreyen vorgeſtelten A, B, C, gleich ſeyn.

## Die 23 Propoſition.

**In einen geſtelten Punct / auff einer vorgegebenen rechten Lini/einen rechtliniſchen Winckel machen / der einem vorgeſtelten rechtliniſchen Winckel gleich ſey.**




Die vorgegebene Lini iſt D G, der punct D, vnd der vorgeſtelte winckel B A C. Erſtlich überziehet den vorgeſtelten winckel nach wolgefallen / mit einer lini/ als B C, von den längen dieſer dreyen linien A B, A C, B C, machet durch die vorgehende Propoſition einen andern Triangulum/wolverſtehende/daß die länge der beyden linien A B, A C von D außgezogen werden müſſen / ſo kompt der Triangel D E F.

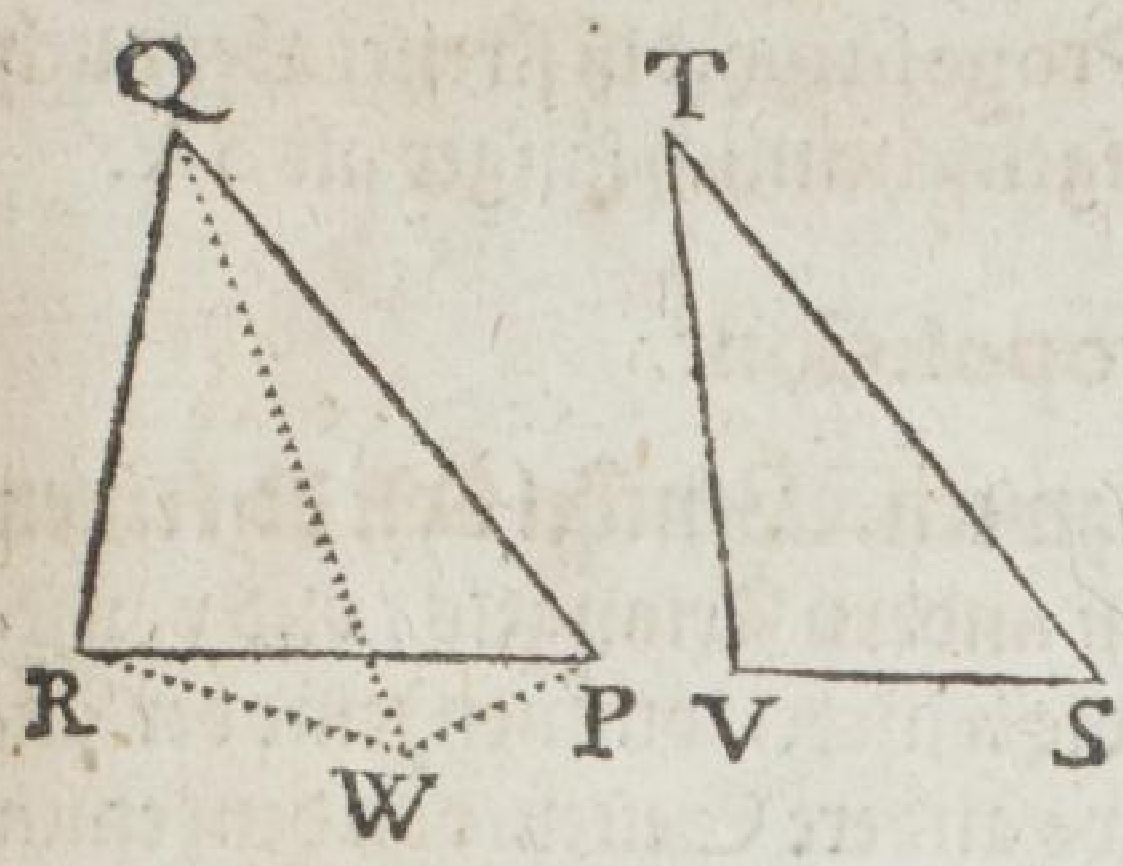
## Demonſtration.

Die drey linien deß Triangels D E F, ſind gleich den dreyen linien deß Triangels A B C, folget durch die 4 vnd 8 Propoſition, daß die zween Triangel einander gleich ſeyn/vnd darum die zween winckel D vnd A auch gleich.

## Die 24 Propoſition.

**So von zweyen rechtliniſchen Triangeln/ zwo Seiten deß einen gleich ſind / zweyen Seiten deß andern; aber der ein hat einen gröſſern winckel von ſolchen Seiten begriffen : derſelbe hat auch eine längere Baſin als der ander.**

Von




Von den zweyen Triangeln P Q R, S T V, sind die seiten Q P, Q R gleich T S, T V, vnd der winckel Q ist grösser als der winckel T, darumb wird die Basis R P auch langer seyn als S V.

## Demonstration.

Dieses ist durch die 4 Proposition offenbar. Welches aber anderst also bewiesen wird: durch die vorgehende Proposition, ist der winckel P Q W gleich gemacht V T S, vnd Q W gleich S T, vnd die linien W P, W R gezogen. Nun angesehen daß Q R, Q W, gleich seyn/so seyn die winckel Q R W, Q W R, auch gleich/aber der winckel R W P grösser als Q R W vnd noch mehr grösser als das theil von demselben / nemlich W R P. So folget (durch die 19 Proposition) daß R P länger sey als W P, vñ W P gleich S V, darumb ist die Basis R P auch länger dann S V.

## Die 25 Proposition.

**So von zweyen Triangeln / die zwo Seiten deß einen/ gleich seyn den zweyen Seiten deß andern / aber der eine hat eine grösser Basin, so hat derselbe auch einen grössern winckel zwischen denselben Seiten oder Linien begriffen.**

IN den zweyen vorgehenden Triangeln R Q P, S T V, sind die Seiten Q R, Q P gleich S T, T V, aber die Basis R P ist länger als S V. Darumb muß der winckel Q auch grösser seyn dann der winckel T.

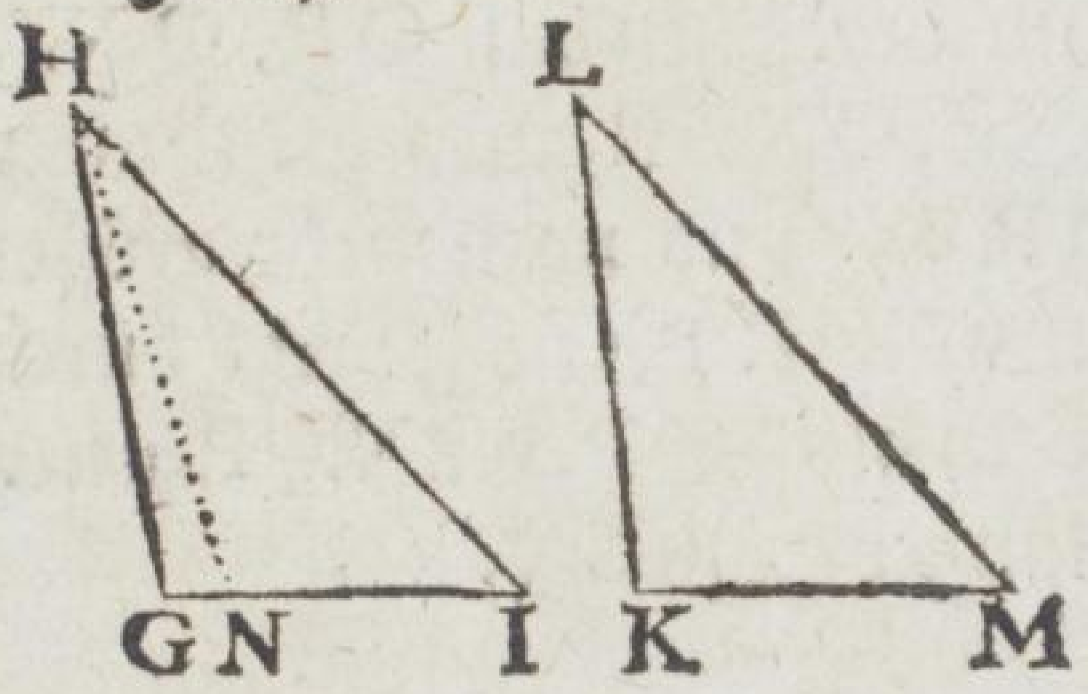
## Demonstration.

Nembt daß der winckel Q gleich sey dem winckel T, so muß die Basis R P (vermöge der 4 Proposition) gleich seyn der Basi S V, welches streitet gegen die sache selbst. Vñ so der winckel Q kleiner imaginirt wird/als der winckel T; die Basis R P müste kürtzer seyn dann

dann S V, durch die vorgehende Proposition. diß streitet aber auch wider die warheit/dann P R ist augenscheinlich länger als S V.

## Die 26 Proposition.

So von zweyen Triangeln / zween Winckel von den einen gleich sind zweyen winckeln deß andern Triangels / vnd von jedem eine Seiten (auff welche die winckel kommen) eine der andern gleich: so seyn auch die zwo andere Seiten/von dem einen Triangel / den zweyen andern Seiten deß andern Triangels gleich/vnd dann auch die dritte Winckel; deßgleichen die gantzen Triangel einander ähnlich / vnd durchauß in allen dingen gleich.



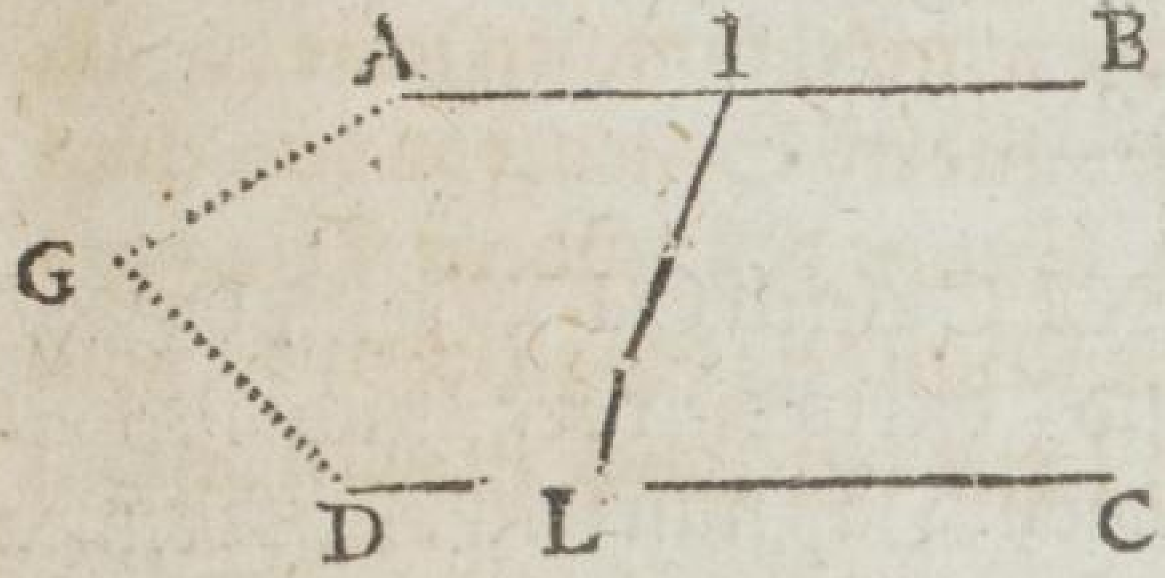

Von diesen zweyen Triangeln sind die winckel H vñ L gleich/ also auch I vnd M, vnd die Seiten darauff die winckel kommen / als H I gleich L M, so sollen nun die andern Seiten H G vnnd L K, Item G I vnd K M auch gleich sein/deßgleichen der winckel G gleich dem winckel K.

## Demonstration.

So G I länger als K M were; sey gemacht I N gleich M K, vñ gezogen N H. Angesehen daß die seiten I H, I N gleich seyn M L, M K, vnd begreiffen gleiche winckel/ als I vnd M: folget durch die 4 Proposition, daß die lini H N gleich sey L K, vnd die winckel deß einen Triangels gleich den winckeln deß andern/als I H N, gleich M L K (auch soll I H N gleich seyn I H G, vnd also dz theil gleich seinem gantzen) welches vnwarhafftig / vnd wider die 9 gemeyne wissenschafft streitet. Darumb ist G I gleich K M: also wird auch bewiesen / daß G H vnd K L einander gleich seyen / welche durch die vierte Proposition offenbar ist; Deßgleichen seyn die andern zween winckel G vnd K auch gleich.

## Die 27 Proposition.

**So eine rechte Lini / durch zwo andere Linien gezogen ist / vnd die Winckel zwergs gegeneinander über stehend / gleich machet; werden solche zwo Linien paralell seyn.**



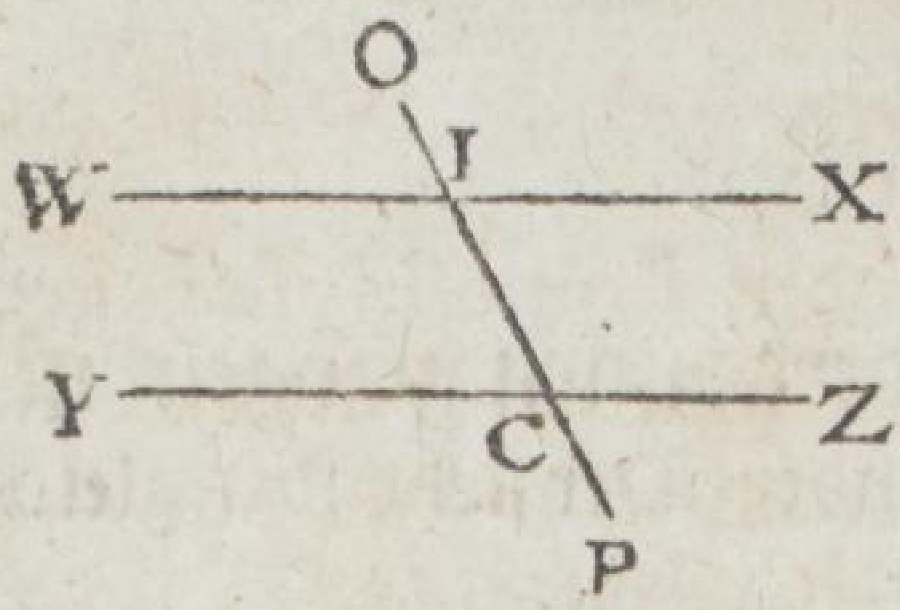

DUrch die linien A B, D C, ist gezogen die lini I L / vnd die winckel überzwerg gegeneinander über / als A I L vnd I L C seyn gleich / deßgleichen auch L I B, I L B, darumb sind solche zwo linien paralell.

## Demonstration.

So solche zwo Linien nicht paralell wehren / würden sie (da sie zu einer oder andern seiten hinauß verlängert) endlich zusammen kommen / vnd einen Triangulum machen. Da es nun müglich were daß ein solches geschehen möchte in G, so würde (vermöge der 16 Proposition) der winckel I L C grösser seyn als L I A, vnd L I B grösser dann I L D, welches streitet wider die sache selbst / dann so solche zwo linien schon ohne Ende erlängert würden / mögen sie dann noch nicht zusammen kommen. Derowegen sind sie durch die 35 definition paralell.

## Die 28 Proposition.

**So ein rechte Lini durch zwo ander gerade Linien gezogen / vnd den außwendigen Winckel von der einen Lini / gleich macht dem inwendigen von der andern Lini (die auch auff derselben Seiten der durchgehenden Lini stehet) oder machet die zween inwendigen winckel auff einer Seiten eben so groß als zween rechte winckel / so sind solche zwo Linien paralell.**




JN dieser Figur sind die Winckel OIW vnd ICY gleich / auch die zween Winckel WIC, ICY eben so groß als zween rechte Winckel / vmb dieser zweyen Vrsachen / jeder insonderheit willen / sind die zwo Linien WX, YZ, paralell.

## Demonstration.

Durch die 15 Proposition ist XIC gleich OIW, diese OIW ist auch gleich ICY, darumb sind (durch die vorgehende Proposition) die Linien WX, YZ paralell. Daß nun solche beyde Linien WX, YZ paralell sind/ folgt auß den vrsachen / dieweil die zween Winckel WIC, ICY, eben so groß sind als zween rechte Winckel / das verstehet also: Die Winckel XIC, WIC sind (durch die 13 Proposition) eben so groß als zween rechte Winckel / darum̃ so von beyden der gemeyne WIC abgenommen wird die Winckel überzwerg gegen einander über / als ICY, XIC sollen noch gleich bleiben/ derowegen sind (durch die vorgehende Proposition) gemelte zwo Linien paralell.

## Die 29. Proposition.

So ein rechte Lini zwo gerade Paralellinien durchschneid/ so sind die Winckel die (enallax) das ist (überzwerg gegen einander über stehen) einander gleich / auch ist der außwendige Winckel dem inwendigen gleich/ die auff derselben Seiten dargegen über stehen / vnd die zween inwendigen Winckel auff einer Seiten der durchgehenden Lini / eben so groß als zween rechte Winckel.

JN der vorgehenden Figur sind die zwo rechte Linien WX, YZ paralell, darumb die Winckel XIC, ICY gleich / also auch OIX vnd ICZ, vnd die inwendigen Winckel XIC, ICZ sind eben so groß als zween rechte Winckel.

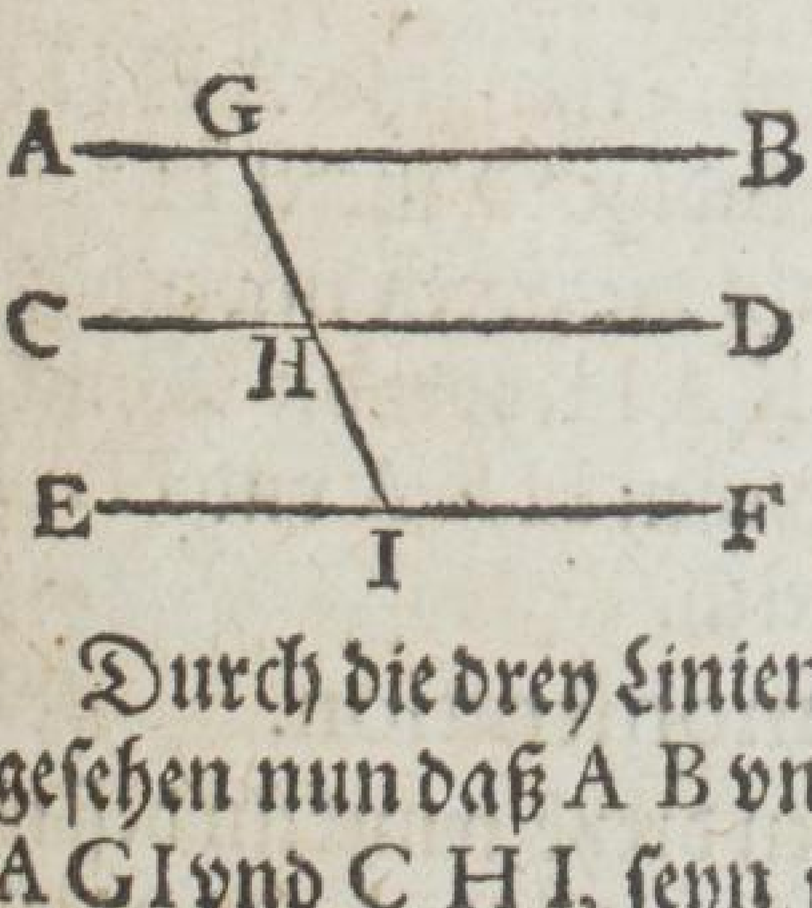
Demon-

## Demonstration.

Diß alles ist durch die zwo vorgehenden Propositiones offenbar/welches anderst also bewiesen wird. Die zween Winckel X I C, W I C seind eben so groß als zween rechte Winckel / also auch I C Y, I C Z; so nun der Winckel X I C kleiner ist als I C Y, folget daß W I C so viel grösser ist als I C Z, vnd X I C, Z C I kleiner als zween rechte Winckel : darumb so durch die eilffte gemeyne wissenschafft/die Linien W X, Y C über die Seiten X Z verlängt/ sollen endlich wider die 36 difinition zusammen lauffen / darumb sind die Winckel X I C, I C Y gleich. Durch dieselbe Demonstration wird auch bewiesen/daß der Winckel W I C gleich sey I C Z. Vnd angesehen daß durch die 15 Proposition der winckel O I X gleich ist W I C, auch der winckel W I C, gleich I C Z, (durch die 27 Proposition: Folget durch die erste gemeyne wissenschafft/daß der außwendige winckel O I X gleich ist dem inwendigen I C Z. Zum letzten/merckt daß die winckel X I C vnd W I C eben so groß seyn als zween rechte winckel/vnd daß I C Z gleich ist W I C, dieser I C Z mit X I C zusammen / sind dann auch eben so groß als zween rechte winckel.

## Die 30 Proposition.

**Alle Linien die gegen einer Lini paralell sind/die seyn auch gegen einander paralell.**




Die Linien A B, C D sind paralell mit E F, Ergo dieselbe A B, C D seyn dann auch gegen einander paralell.

### Demonstration.

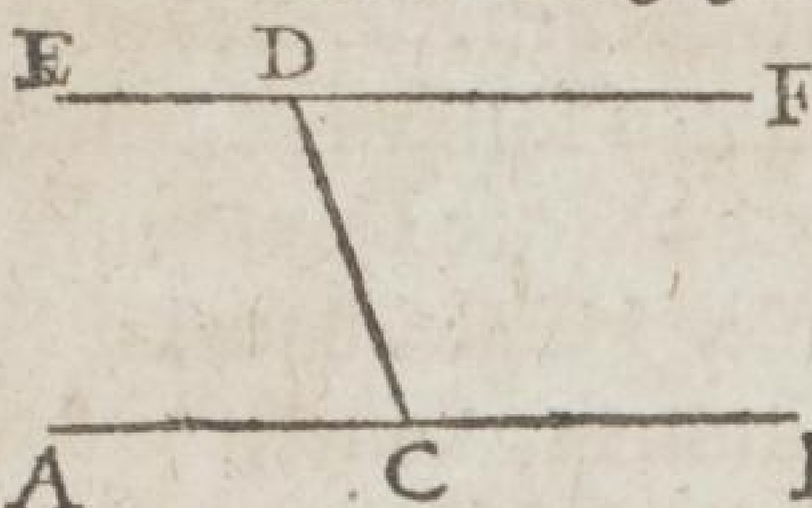
Durch die drey Linien ist eine andere Lini gezogen/ als G I. Angesehen nun daß A B vnd C D paralell seyn mit E F, die Winckel A G I vnd C H I, seyn jeder insonderheit gleich dem gegen über

 stehen.

stehenden winckel G I F, durch die 27 Propositiõ, darum̃/durch die erste gemeyne wissenschafft/die winckel A G I, C H I auch einand gleich seyn/vnd vermöge der 28 Proposition, die Lini A B, mit C D paralell. Deßgleichen mag von viel mehr Linien bewiesen werden/als durch die Demonstration offenbar ist.

## Die 31 Proposition.

**Von einem gegebenen Punct/eine rechte Lini/mit einer andern vorgegebenen geraden Lini paralell zu ziehen.**



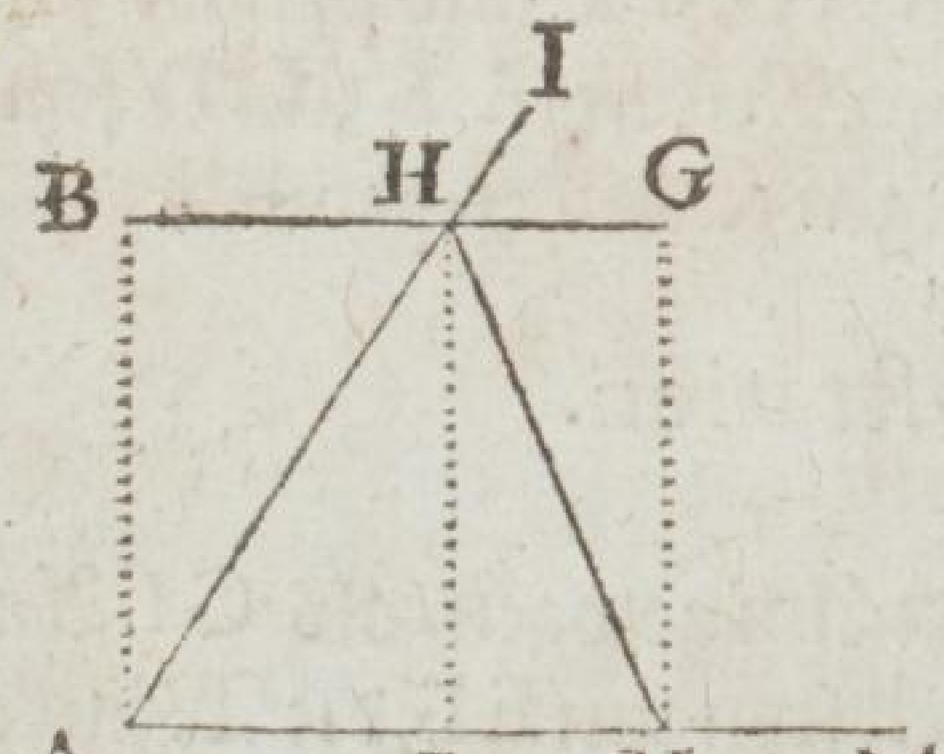

DIe gegebene Lini ist A B, der punct darüber D, von dannen ziehet eine Lini nach gefallen auff A B, als in C, vnd vom punct D machet (durch die 23 Proposition) einen winckel zwerchs (enallax) über den Winckel D C A, diesem D C A gleich/der ist C D F, so wird die Lini D F mit A B paralell seyn.

## Demonstration.

Angesehen/daß die winckel D C A, C D F, so zwergs gegen einander über/gleich/darumb sind auch durch die 27 Proposition die Linien A B, D F paralell.

## Die 32 Proposition.

**In allen Triangeln/so eine Seiten nach gefallen gerad hinauß erlängert/ist der außwendige Winckel; den diese erlängerte Seiten macht/eben so groß/als beyde inwendige winckel so diesem gegen über stehen: auch sind alle drey inwendige winckel/eines jeden Triangels/gleich zweyen rechten winckeln.**




VOn diesem Triangulo A H K ist der außwendige Winckel H K M, eben so groß als die zween inwendigen K H A vnd K A H, oder der Winckel K H I, den zweyen H K A vnd H A K zusammen gleich.

## Demonstration.

Last auß den dreyẽ winckeln deß triangels A H K gezogen seyn auf A K, drey perpẽdicular linien/als

A B,

A B, L H, K G, die sind (vermöge der 28 Proposition) gegen einander paralell, vnd darumb / durch die 29 Proposition, die winckel schregs oder zwerchs über / als A H L, H A B gleich; deßgleichen auch K H L, H K G. Hierauß ist offenbar / daß die zween rechte winckel B A K, G K A zusammen eben so groß seyn als die drey winckel deß Triangels A H K. Vnd dieweil (durch die 13 Proposition) die winckel H K A, H K M auch zusammen eben so groß sind als zween rechte winckel: Folget so von beyden der gemeyne winckel H K A abgenommen / dz der außwendige winckel H K M eben so groß sey als die zween inwendigen winckel K A H, K H A.

## Anderst:

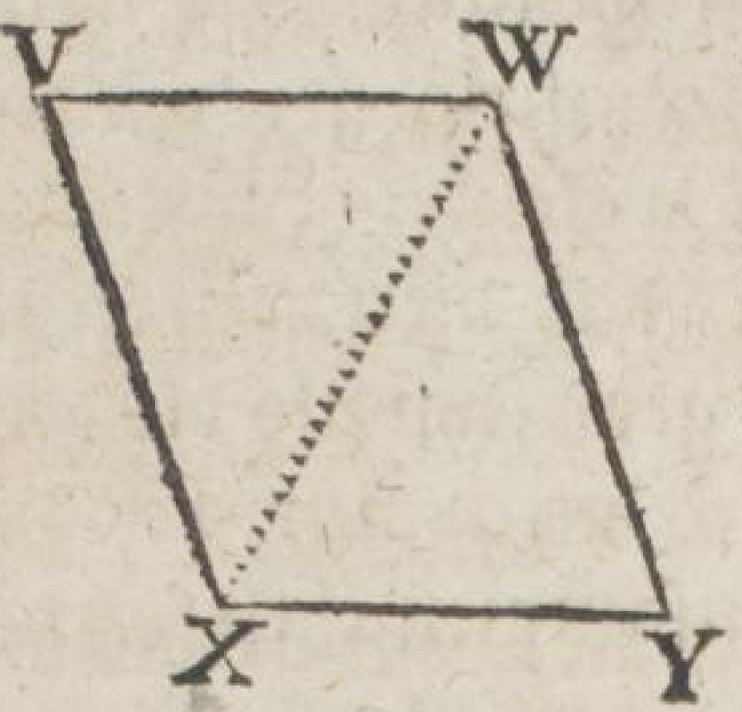
Durch den punct H ist gezogeen die Lini B H G, paralell mit A K. Nun ist durch die 29 Proposition der winckel G H K gleich H K A, auch B H A gleich H A K, vñ die winckel B H A, A H K, G H K, seyn eben so groß als zween rechte winckel / als solches durch die 13 Proposition verstanden werden mag / darumb seyn auch die drey inwendige winckel deß Triangels eben so groß als zween rechte winckel / vnd die winckel K H A, K H I, sind eben so groß; darumb ist der außwendige winckel K H I auch eben so groß als die zween inwendigen H K A, vnd H A K.

## Noch anderst:

H G ist paralell mit A K, darumb ist durch die vorgemelte 29 Proposition, der winckel I H G gleich H A K, vnd G H K gleich H K A, hierauß ist offenbar / daß K H I eben so groß ist als H A K, vnd H K A zusammen / vnd die drey winckel deß Triangels eben so groß als zween rechte winckel.

## Die 33 Proposition.

**So zwo gleiche Paralell Linien / mit zweyen andern geraden Linien zusammen gezogen / werden dieselben zwo auch gleich vnd paralell seyn.**




DJe zwo gleiche paralell Linien X V, W Y, seyn zusammen gezogen mit den zweyen Linien X Y, V W, welche sind auch gleich vnd paralell.

## Demonstration.

Von X ist eine Lini gezogen zu W, die fält auff die zwo paralell Linien X V, Y W, vñ machet durch die 29 Propositiõ die winckel schregs oder zwergs gegen einander über / als W X V, X W Y gleich / vnd die zween Triängel X W V, W X Y haben je zwo seiten einand͛ gleich / als X W, X V gleich W X, W Y, vnd die winckel von den Seiten begriffen / sind auch gleich. Folget durch die 4 Proposition, daß die dritten Seiten W V, X Y gleich seyn / vnd die andern Winckel von gleichen Seiten vnterzogen, der eine dem andern gleich / als die winckel schregs od͛ zwergs über / nemlich X W V, W X Y, der eine dem andern gleich; darumb durch die 27 Proposition die zwo Linien X Y, V W paralell seyn.

## Die 34 Proposition.

In allen Paralellogramen sind die Winckel vnd Seiten (so gegen einander über stehen) gleich / vnd der Diameter oder die Diagonallini theilt solche in zween gleiche theil.

VOn dem vorgeschriebenen paralellogram X V W Y, seind die Winckel V vnd Y, W vnd X gleich / vnd die Seiten X Y vnd V W. Item X V vnd Y W seyn auch gleich: Deßgleichen die Diagonallini oder der Diameter W X theilt solches paralellogram, in zween gleich ehnliche grosse Triangel / als X W V vnd W X Y.

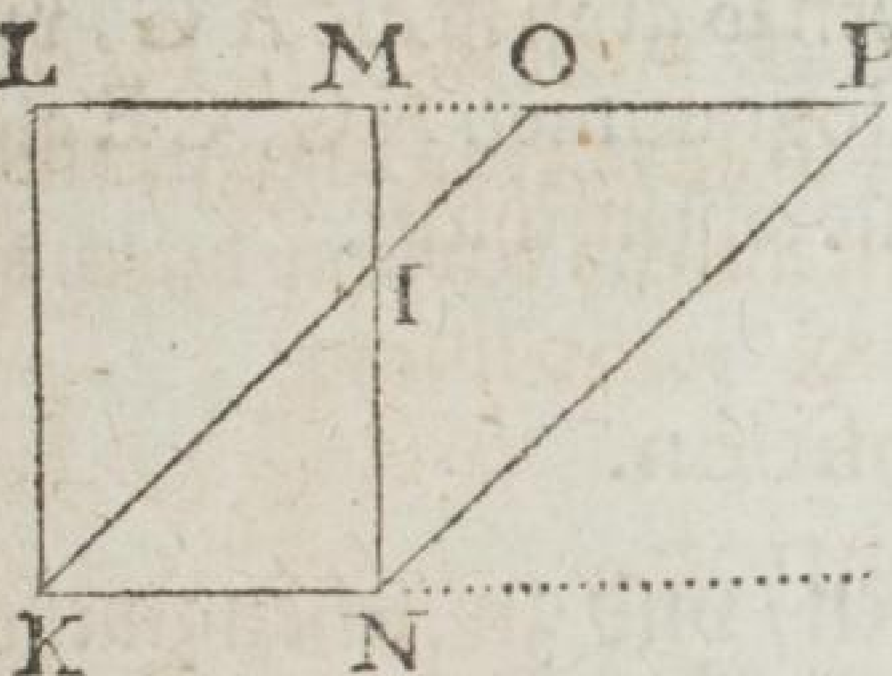
## Demonstration.

Die Winckel schregs gegen einander über / als V W X, Y X W, syn durch die 29 Proposition gleich / also auch Y W X, V X W. Folget daß die gantze Winckel V W Y, Y X V gleich seyn;

seyn; Zum andern/angesehen daß die zween Triangel jeder zween Winckel hat/ deß andern zweyen gleich / vnd die seiten X W beyden gemeyn ist: so werden auch die andere beyde winckel vnd Seiten einander gleich seyn / durch die 26 Proposition; nemblich der winckel V gleich Y, die Seiten W V gleich X Y, vnd X V eben als W Y, derowegen die zween Triangel/als X W V vnd W X Y einander gleich: vnd theilt der Diameter oder die Diagonallini das paralellogram in zwey gleiche theil.

## Die 35 Proposition.

**Alle Paralellogram die auff eine Basi, vnd zwischen zweyen rechten paralell Linien stehen / seyn eben/ oder gleicher grösse.**




AVff der Basi KN stehen zwey paralellogram, als KNLM vnnd KNOP, zwischen den zweyen paralell Linien KN, vnd LP, die sind gleicher grösse.

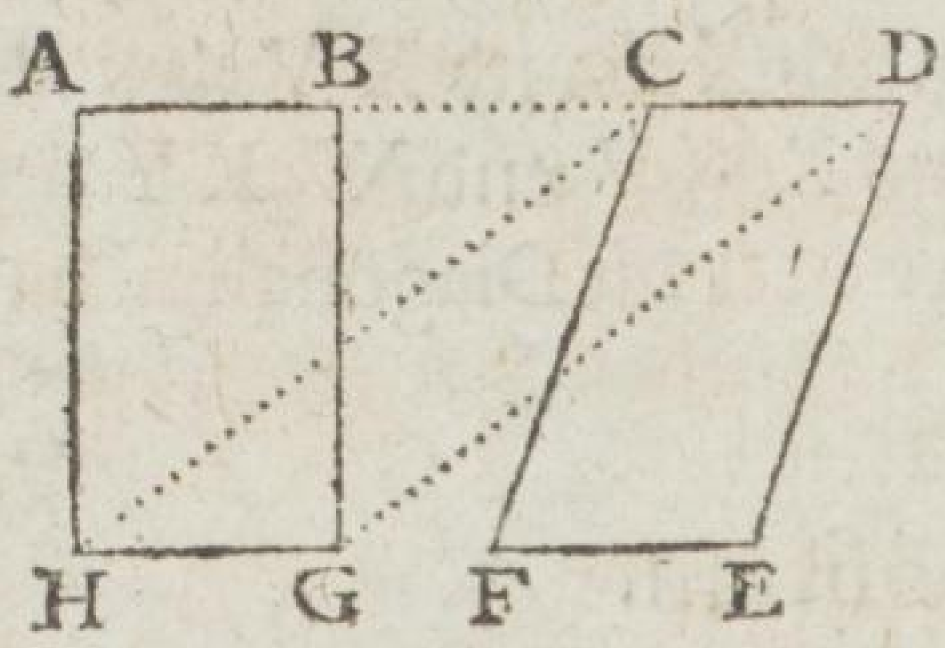
### Demonstration.

Die zwo Linien K L, N M sind gleich / also auch K O, N P, durch die vorgehende Proposition. Der Triangel K O L ist gleich N P M, von denselben abgezogen den gemeynen Triangel M I O, so rest das Viereck K I M L, welches eben so groß ist als N I O P. Nun zu jeden gethan den gemeynen Triangel K I N, so ist offenbar/daß die zwey paralellogram eben groß seyn.

Nota. Was in dieser vnd folgenden Propositionen gesagt wird/von Figuren die zwischen paralell Linien stehen/darmit wird zu erkennen geben / daß sie gleiche höhe haben / dann gleiche höhe vervrsachen die paralell Linien/ vnd die paralell Linien geben gleiche höhe zu verstehen.

## Die 36 Proposition.

### Alle Paralellogram die auff gleichen Basibus, vnd zwischen zweyen paralell Linien stehen/sind gleicher grösse.



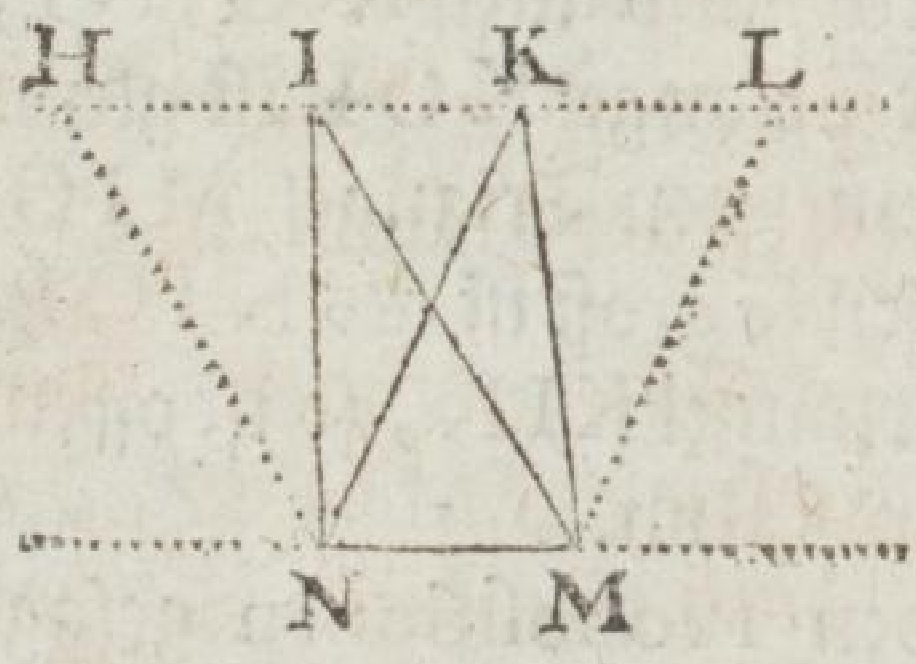

Zwischen den zweyen paralell Linien A D, E H, stehen zwey parallelogram A G vnd C E, die Basis H G ist gleich F E, derowegen sind die zwey paralellogram eben groß.

### Demonstration.

Laßt seyn gezogen die Linien H C, G D, die sind (durch die 33 Proposition) paralell, vnd machen ein paralellogram C G, welches durch die vorgehende Proposition, eben so groß ist als A G, vnd auch als C E: Folget daß die paralellogrammen A G, C E gleicher grösse seyn/ durch die erste gemeyne wissenschafft.

## Die 37 Proposition.

### Alle Triangel die eine Basin haben/ vnd zwischen zweyen rechten paralell Linien stehen/sind gleicher grösse.




Zwischen den paralell Linien N M, H L, stehen zween Triangel/ als N I M, N K M, auff einer Basi N M, die sind gleicher grösse.

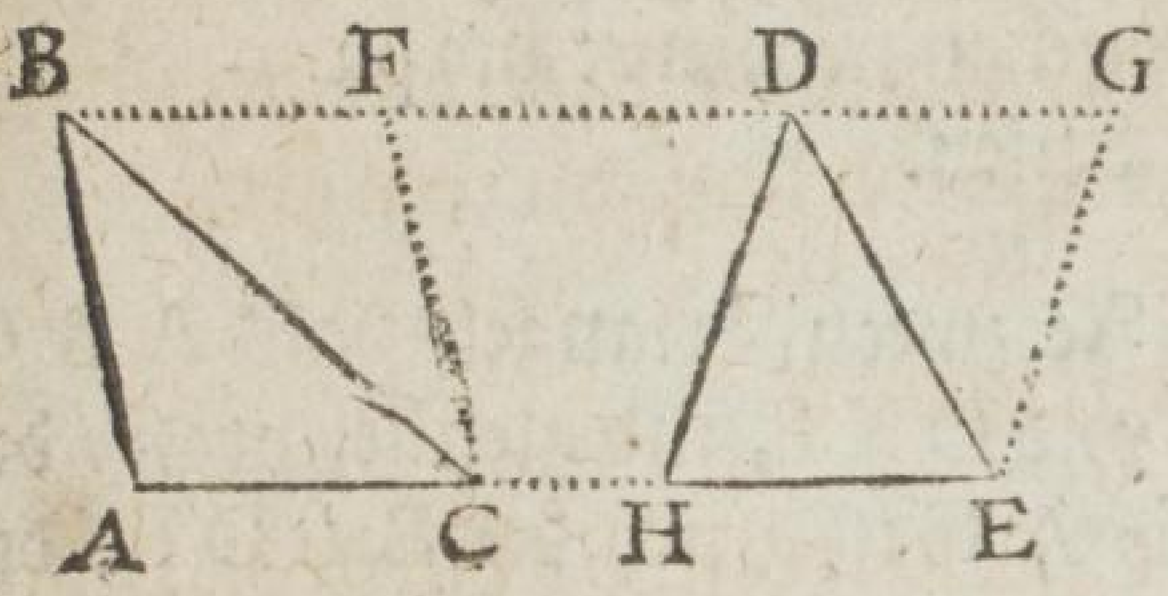
### Demonstration.

Vom punct M ist gezogen M L, paralell mit N K, vnd N H paralell mit M I, so ist offenbar (durch 35 Proposition) daß die paralellogram M H, H L gleich oder eben groß seyn: der Triangel N I M ist die hälfft von dem einen/ vnd N K M die hälfft von dem andern

andern paralellogram, hierauß folgt/durch die 7 gemeyne Wissenschafft/daß die zween Trianguli gleich oder eben groß seyn.

## Die 38 Proposition.

**Alle Triangel die auff gleichen Basibus, vnd zwischen zweyen rechten paralell Linien stehen / sind gleicher grösse.**



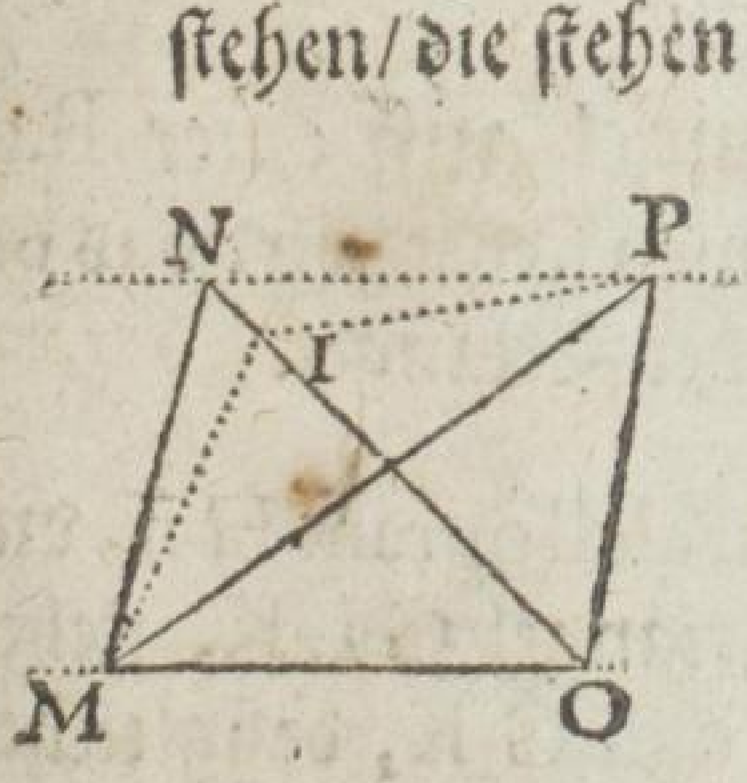

ZWischen den zweyen paralell Linien B G, A E, stehen zween Triangel A B C vnnd H D E, die Basis A C ist gleich der Basi H E, die beyde triangel seyn gleicher grösse.

### Demonstration.

Sey C F gezogen paralell mit A B, vnd E G mit H D, angesehen daß die zwey paralellogram A F, H G, durch die 36 Proposition gleich oder eben groß sind / vnd die Trianguli jhre halb theil / darumb sind ( durch die 34 Proposition ) solche beyde Triangel gleicher grösse.

## Die 39 Proposition.

**Alle Triangel / die gleicher grösse seyn / vnd auff einer Basi stehen / die stehen auch zwischen zweyen paralell Linien.**



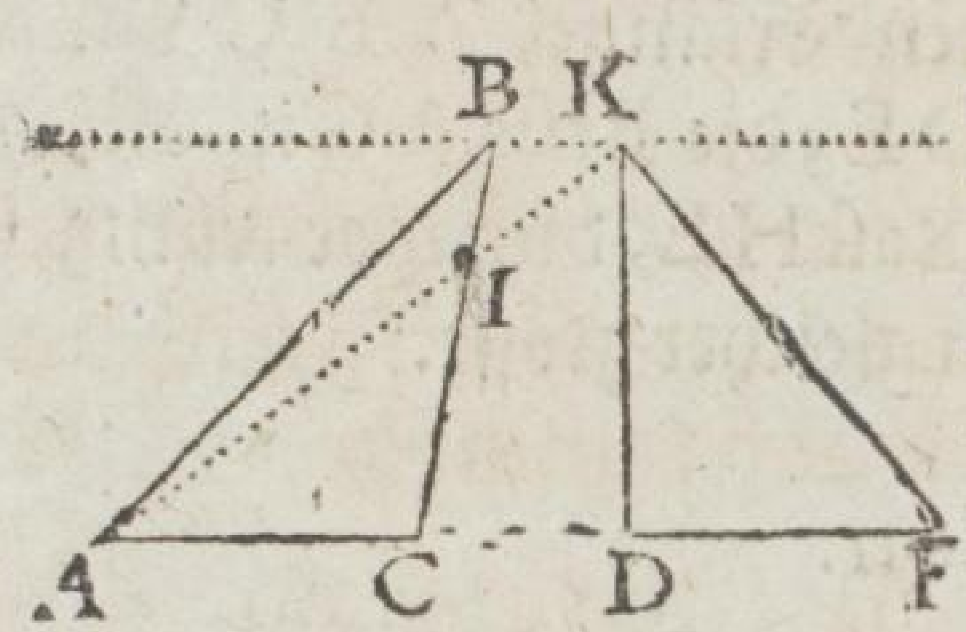

AVff die Basi M O, stehen zween Triangel gleicher grösse / als M N O vnnd M P O, so sind auch die Linien zwischen welchen sie stehen / als M O, N P paralell.

### Demonstration.

So N P mit O M nicht paralell were / nembt das gezogen seyn P I vnd M I, die zween Triangel M P O, M I O sollen dann (durch die 37 Proposition) gleicher größ seyn / auch jeder insonderheit gleich so groß als seyn gantzes / nemblich M N O; welches streitet wider die 9 gemeyne Wissenschafft / darumb ist P N (vnd nicht P I) mit M O paralell.

## Die 40 Proposition.

**Alle Triangel gleicher grösse / so auff gleichen Basibus stehen / die stehen auch zwischen zweyen rechte paralell Linien.**



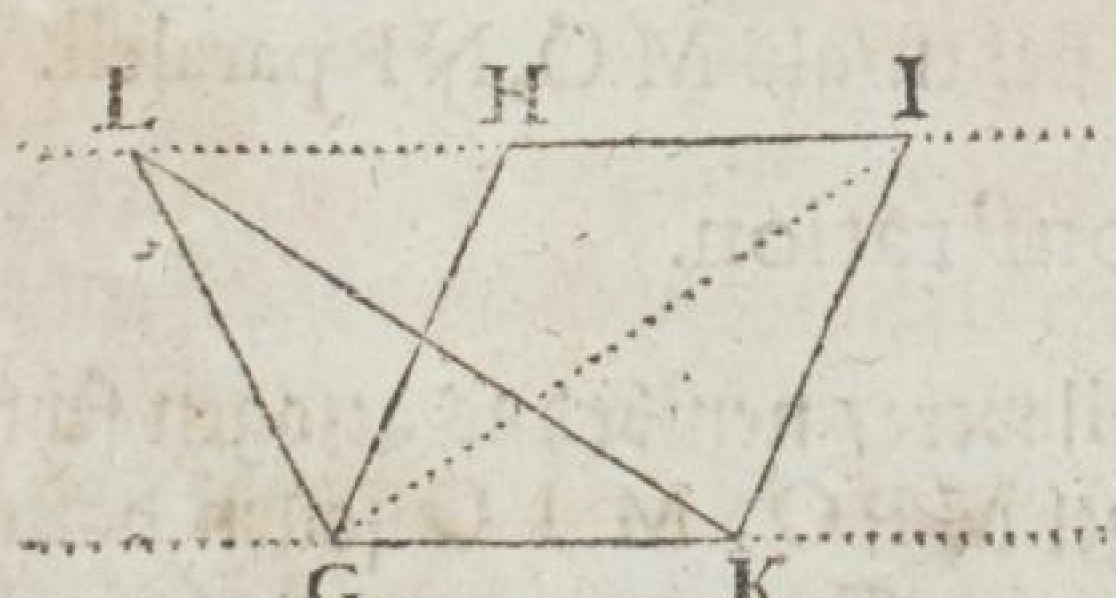

DJe zween Triangels als A B C vnd D K F, sind gleicher größ / die Basis A C ist gleich der Basi D F, die Linien B K vnd A F, da sie zwischen innen stehen / seyn dann paralell.

### Demonstration.

So B K nicht paralell mit A F, sondern K I, vnd gezogen I A, die Triangel D K F, A I C söllen dann (durch die 38 Proposition) gleicher grösse seyn. Folgt daß das theil A I C so groß seyn muß als sein gantzes A B C, welches dann vnmüglich ist / darumb seyn die beyde Triängel A B C, D K F gleich groß / vnd die Linien A F vnd B K paralell.

## Die 41 Proposition.

**So ein Paralellogram vnd ein Triangel auff einer Basi vnd zwischen zweyen rechten paralell Linien stehet / wird das paralellogram zwey mal so groß seyn als der Triangel.**




DAs paralellogram H K, vnd der Triangel G L K, stehen auff einer Basi G K, deßgleichen zwischen den zweyen paralell linien G K vnd L I, darumb ist das paralellogram zwey mal so groß als der Triangel.

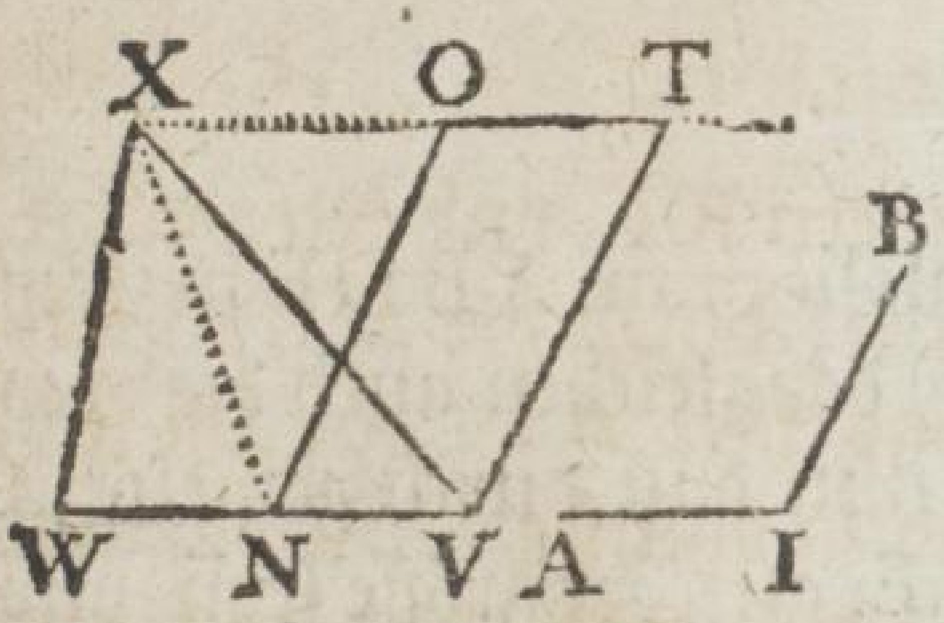
Demon-

## Demonstration.

Nembt in Sinn / daß eine Lini gezogen sey von G zu I, der Triangel G I K ist dann (durch die 34 Proposition) halb so groß als das paralellogram H K, vnd durch die 37 Proposition sind die zween Triångel G I K vnd G L K eben groß / darumb ist der Triangel G L K halb so groß als das paralellogram H K. Folgt daß das paralellogram zwey mal so groß sey als der Triangel.

## Die 42 Proposition.

**Ein paralellogram zu machen / eben so groß als ein vorgegebenen Triangel / vnd daß dasselbe einen Winckel habe der einem vorgegebenen rechtlinischen Winckel gleich sey.**



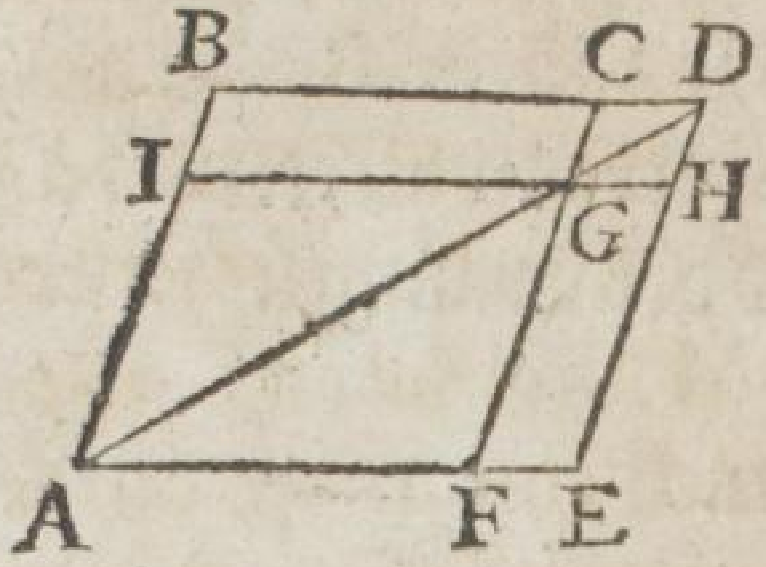

DEr vorgegebene Triangel ist W X V, der winckel A I B, vom punct V machet (durch die 23 Proposition) einen winckel auff W V, der dem winckel A I B gleich sey / welcher sey W V T, vnnd theilt W V in der mitten als in N, in zween gleiche theil / von dannen (durch die 31 Proposition) eine Linea nacher O paralell mit V T gezogen / nemblich N O, vnd einander von X paralell mit W V, als X T, die durchschneidet N O in O, vnd V T in T, so ist das paralellogram N O V T eben so groß als die Triangel W X V, vnd hat einen winckel N V T, welcher den vorgegebenen winckel A I B åhnlich oder gleich.

## Demonstration.

Angesehen daß die zween Triangel W X N, N X V (durch die 38 Proposition) eben groß sind / vnd dann (durch die vorgehende Proposition) N X V halb so groß als das paralellogram N T: Folget daß dasselbe paralellogram eben so groß ist als beyde Triangel W X N, N X V, dz ist / als der vorgestelte Triangel W X V.

## Die 43 Proposition.

**In allen Paralellogrammen, seyn die Supplementa oder außfüllingen/die neben den Diameter stehen/eben groß.**



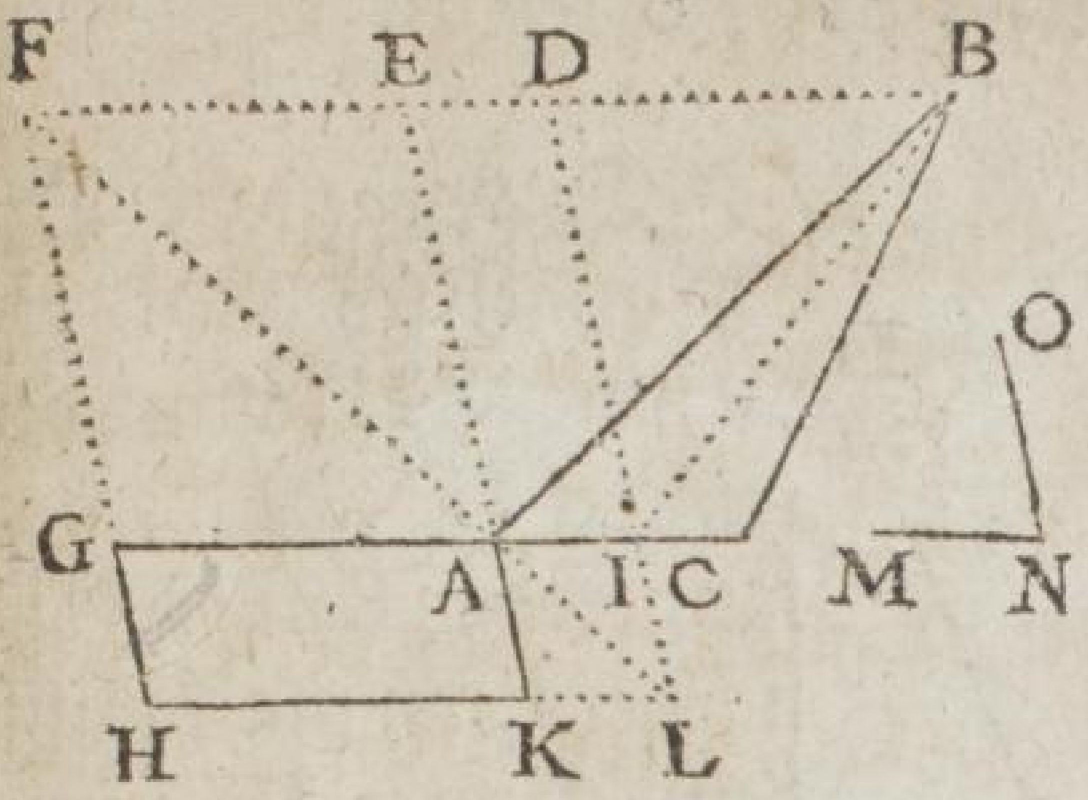

JN den paralellogram A B D E, ist A D der Diameter. Von der Seiten B D, als auß C ist gezogen eine Linie paralell mit D E, oder A B, die durchschneidet den Diametrum in G, durch diesen punct G, ist auch (durch die 31 Proposition) ein andere Lini gezogen / paralell mit B D, oder A E, die machen also an jeder Seiten deß Diametri A D, ein paralellogram; als G B, G E, supplementa oder complementa genant) die gleicher grösse sind.

## Demonstration.

Der Diameter A D, theilt das paralellogram A B D E in zwey gleiche theil (durch die 34 Proposition) deßgleichen auch die zwey paralellogram I F, C H. Angesehen nun daß durch gemelte 34 Proposition, die Triangel A D B, B D E, gleicher grösse seyn/ also auch A G I, A G F, deßgleichen G D C, G D H: Folgt so man von gleichen dingen gleiche weg nimmet; als von dem Triangel A D B, die zween Triangel A G I, G D C, vnd von dem Triangel A D E, die zween Triangel A G F, G D H, daß die resta/als die supplementa G B, G E (durch die drey gemeyne Wissenschafft) gleich/oder eben groß bleiben.

## Die 44 Proposition.

**Auff eine gegebene rechte Lini ein paralellogram machen/ das eben so groß sey als ein vorgegebener Triangel / vnd einem Winckel habe/einen vorgegebenen rechtlinischen Winckel gleich.**

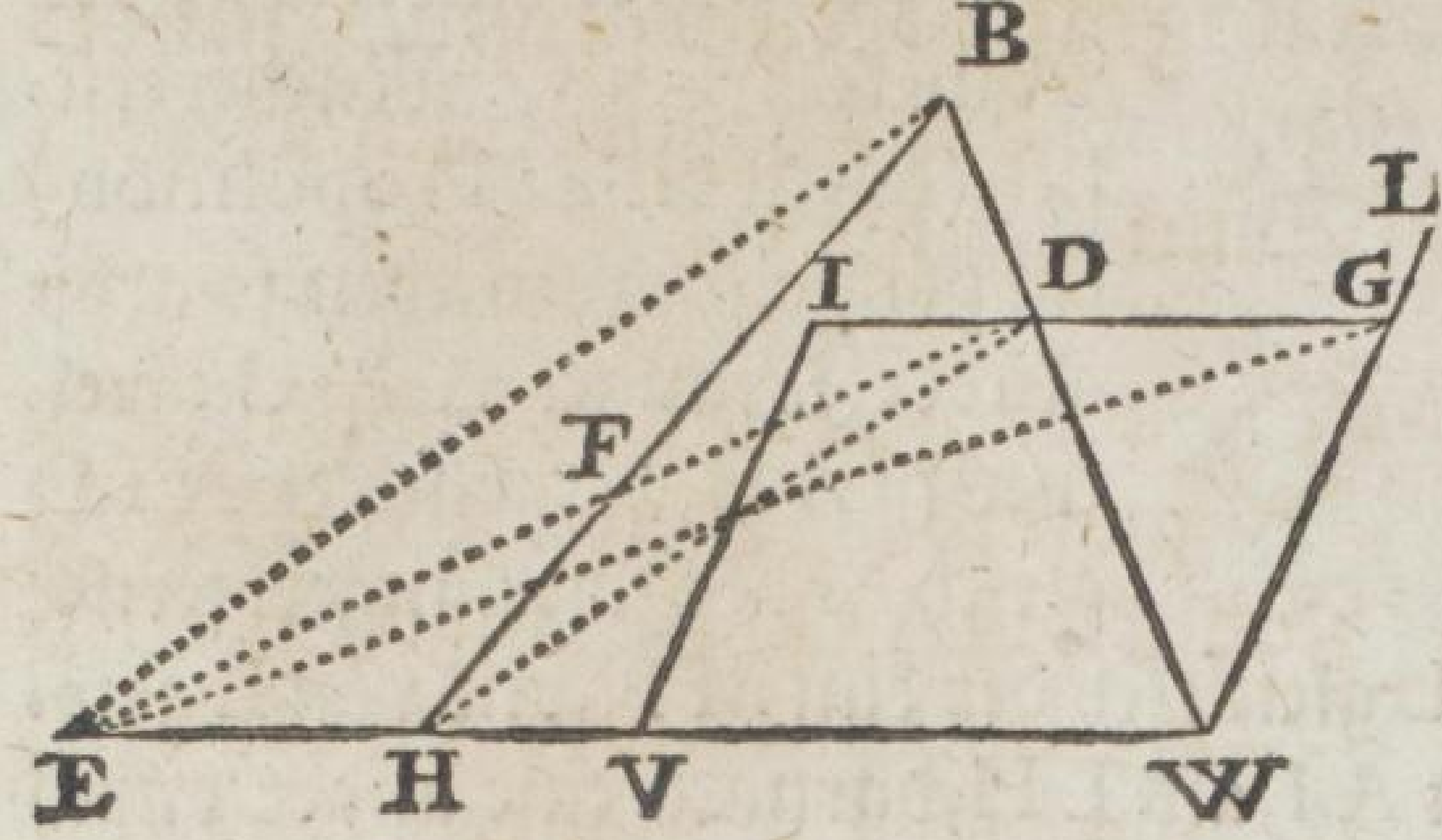



DEr vorgegebene triangel sey A B C, die Line M N, der Winckel M N O. Machet erstlich (durch die 42 Proposition) ein paralellogram, eben so groß als der Triangel A B C, welches ist A D, der winckel A I D gleich M N O, verlängert ferner D I biß in L, also daß I L gleich sey der Lini M N, vnd von L gezogen eine Lini paralell mit A I, als L H, darnach eine ander durch den punct A, welche ist L F, die reichet die verlängte D E in F, von dannen eine paralell lini mit D I, als F H gezogen / also daß sie L H in H erreiche. Nun erlängert I A biß an F H, nemlich in G, vnd E A zu H L in K, so ist dz gemachte paralellogram K A G H, eben so groß als der Triangel A B C, vnnd der Winckel A G H gleich dem vorgestelten M N O.

## Demonstration.

F D, G I, H L sind drey paralell linien / deßgleichen auch D L, E K, F H, die machen vier paralellogram, als G E, G K, K I, I E, so alle in dem Paralellogramo H D beschlossen / das von der lini F L (durch die 34 Propositiõ) in zween gleiche theil getheilt worden / als auch G E K I: Folget durch die vorgehende Proposition, daß die beyde supplementa G K, I E gleicher grösse sind / vnd I E ist eben so groß als der vorgestelte Triangel A B C, deßgleichen auch durch die erste gemeyne Wissenschafft / das paralellogram G K. Vnd dieweil durch die 34 Proposition I L gleich ist M N vnd A K, darumb so ist auch A K gleich M N, vnd der Winckel A I D gleich dem vorgestelten M N O, welcher auch durch die 29 Proposition gleich ist A G H, darumb wird er auch dem winckel M N O gleich seyn.

## Ein ander manier dieser Proposition.




DEr vorgestelte Triangel sey W B H, die lini W H, vnnd der winckel G W H, verlängert den Basin W H nacher E, vñ macht auß dem Punct W einen winckel auff W H, dem vorgegebenen Winckel G W H gleich, der ist H W L, in der lini W L zeichnet die länge der vorgestelten lini von W nacher L, welche kommet zu G, von dannen ziehet eine lini paralell mit W H, die ist G I, vnd durchschneidet die Seiten deß Triangels W B in D, von dannen eine lini zu H gezogen/vnd auch eine andere auß B paralell gegen dieser /biß daß sie die erlängerte W H erreichet in E, von der eine lini zu D gemacht/ so ist der triangel E D W eben so groß als der triangel W B H: darnach theilt die Basi W E in zween gleiche theil/ welcher mittelpunct ist V, von dannen ziehet eine lini paralell mit W G, als V I, die G I erreichet in I, so ist das paralellogrā W G I V, eben so groß als der vorgestelte Triangul W B H.

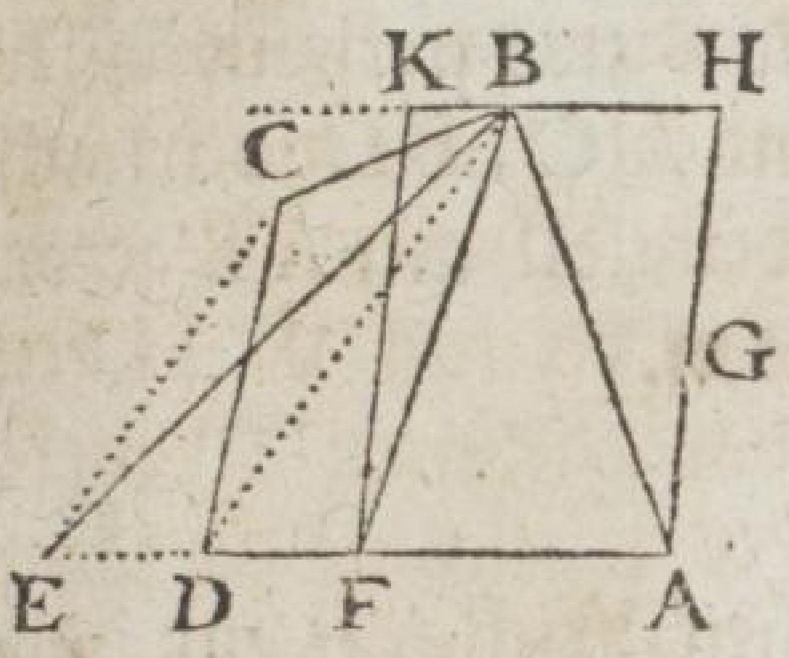
## Demonstration.

Die Triangel H E D, H B D stehen auf einer Basi D H, vnd zwischen zweien paralell linien D H, B E, darum̃ sind sie gleicher grösse/ durch die 37 Proposition. Nun zu jedem gethan den Triangel H D W, so erscheinet daß der Triangel W D B eben so groß ist als W B H (durch die andere gemeyne Wissenschafft) vmb dieser vrsachen willen/sind die Triängel W E G, W E D gleich groß/ dann sie stehen auch auff einer Basi W E, vnd zwischen zweyen paralell linien G D, W E, vnd das paralellogram V I G W ist (durch die 42 Proposition) eben so groß als der Triangel W E G, därumb ist solches auch gleich so groß als der Triangel W B H.

Die

## Die 45 Proposition.

**Zubeschreiben ein Paralellogram, eben so groß als ein vorgegebene rechtlinische Figur / vnd daß dasselbe einen Winckel habe/einem vorgestelten Winckel gleich.**



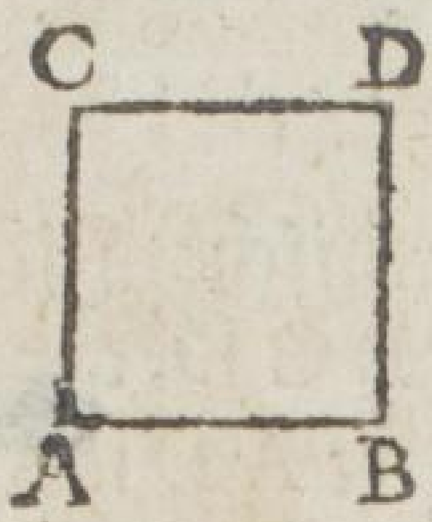

DIe vorgegebene rechtlinische Figur sey das Viereck A B C D, der Winckel D A G. Verlängert A D nacher E, ziehet eine blinde Lini von D zu B, vnnd von C eine andere dargegen paralell, die solchen erlängerte A D erreichet in E. von dannen eine Lini zu B gemacht/ so ist der Triangel E B A eben so groß als das Viereck A B C D; darnach machet (durch die 23 Proposition) auß A, auff A D einen Winckel dem vorgegebenen Winckel gleich / der ist D A H, darnach (durch die 31 Proposition) vom punct B eine Lini paralell mit A D gezogen/ welche die Lini H A erreiche in H, vnd die verlängert nach K. Theilt ferner A E in zween gleiche theil in mittel / welches ist in F, von dannen ziehet eine lini paralell mit A H, so die lini H K erreichet / welche ist F K, wird das paralellogram F K H A eben so groß seyn als das viereck A B C D, vnd der Winckel D A H dem vorgestelten D A G gleich.

## Demonstration.

Die zween Triangel B D C, B D E stehen auff einer Basi, vnd zwischen zweyen paralell Linien B D, C E, darumb seyn sie (durch die 37 Proposition) gleicher grösse: So nun der Triangel B D C von dem Viereck A B C D abgenommen / vnnd dem Triangel B D E wird beygefügt/ so ist offenbar das der Triangel A E B eben so groß ist als das Viereck A B C D. Der rest ist erwiesen in der andern manier der vorgehenden Proposition.

## Die 46 Propoſition.

### Auff eine vorgegebene rechte Lini/ ein Quadrat oder winckelrechte Vierung machen.



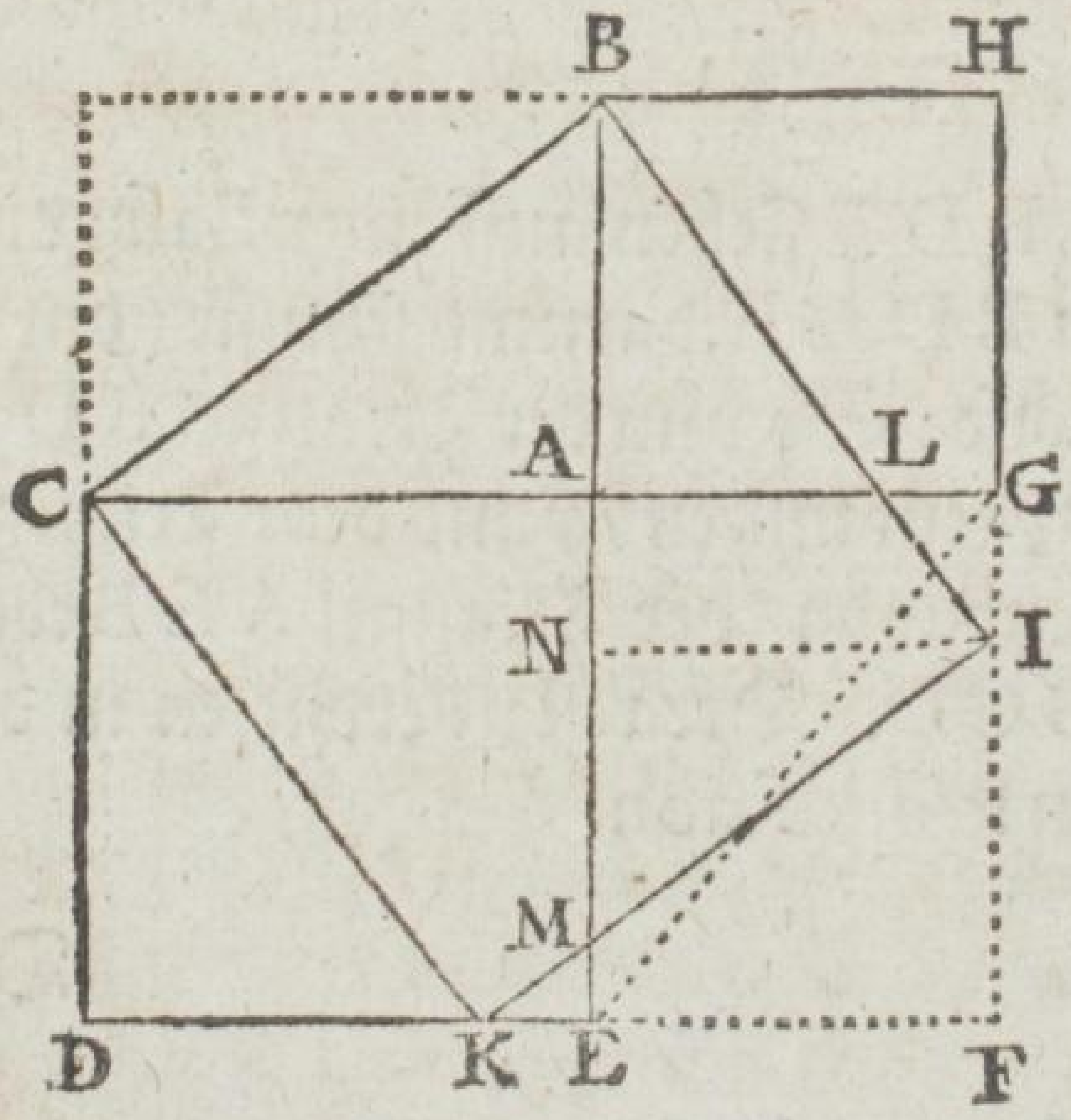

DJe vorgegebene rechte Lini iſt A B, ziehet (durch die zehende Propoſition) von den Enden oder puncten derſelben / als A vnd B zwo perpendicular Linien/ ſo lang als A B, die ſind A C, B D: darnach eine andere Lini von C zu D paralell mit A B gezogen/ ſo iſt das Quadrat gemacht nach begeren.

### Demonſtration.

Die Linien A C, B D ſeyn jede inſonderheit gleich A B, vnd darumb auch beyde ſelbſt gleich / deßgleichen iſt auch (durch die 33 Propoſition) C D gleich A B, vnd der Winckel C gleich B, vnd D gleich A, dur die 34 Propoſition, nemlich alle gleich vnd winckelrecht.

## Die 47 Propoſition.

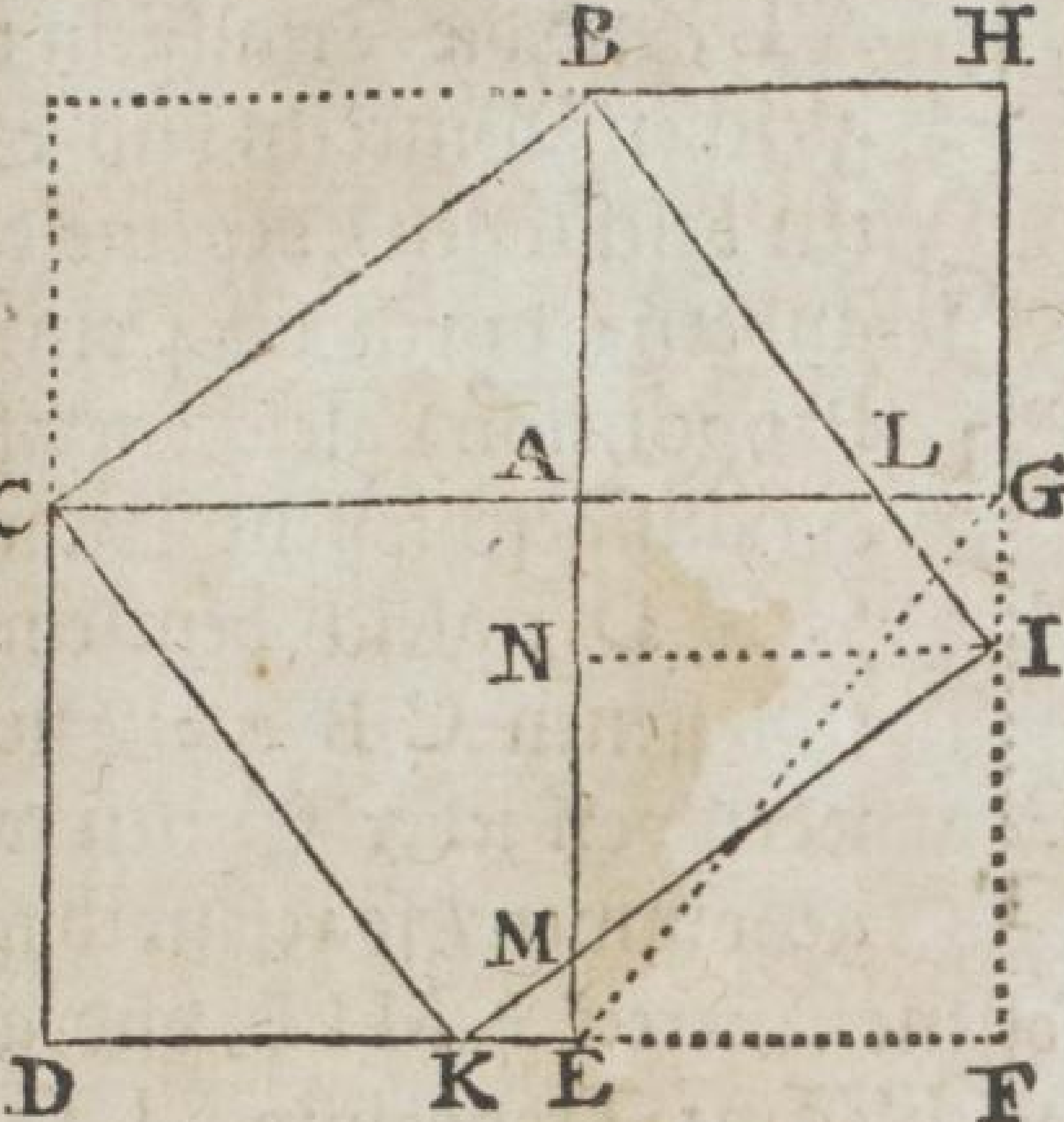
### Jn allen winckelrechten Triangel iſt das Quadrat, ſo auff die Seiten gemacht wird/welche dem rechten Winckel vnterzogen/eben ſo groß als die zwey Quadrata ſamptlich/die gemacht können werden auff die andern zwo Seiten/ſo den rechten winckel begreiffen.



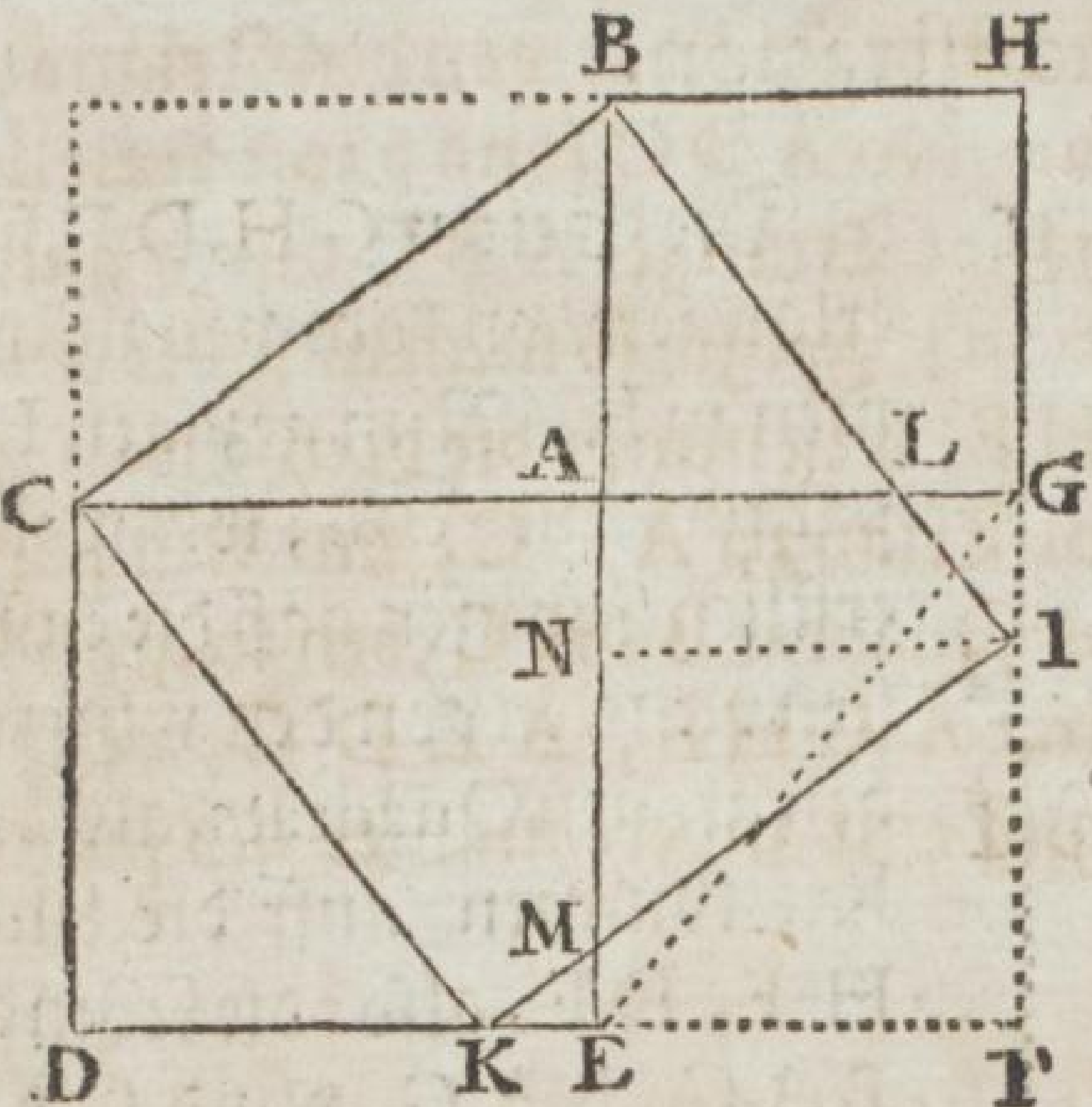

Von dieſem triangel A B C, iſt der winckel A winckelrecht/ vnd auff jede der dreyen Seiten ein Quadrat gemacht: Nun iſt das Quadrat auff der Seiten B C, als B I K C eben ſo groß als die zwey Quadrat, die gemacht ſind auff die Seiten A B, B C. Nemlichen A E D C, vnd B A G H, ſamptlich.

Demon-

## Demonstration.




Die Seiten G H, D E sind erlångert/ vñ kommen zusammen in F. Nun gezogen I N parallel mit A G; wir wollen erstlich beweisen daß die eussersten puncten von den winckeln deß grossen Quadrats, als I vñ K, kommen auff die Linien H F, D F, also: die Winckel B A C, B A G, vnnd C A E, G A E, sind alle recht/ darauß folgt (durch die 14 Proposition) daß die Linien C A, A G eine gerade oder rechte Lini zusammen machen / also auch B A, A E, vnd daß die linien C G, D F vnd B E, H F (durch die 28 Proposition) paralell seyn. Nun sind (durch die 32 Proposition) die Winckel N B I, vnd A C B, Item A B C vnd N I B, je einer dem andern gleich. Darumb angesehen die gleiche Seiten C B vnd B I, so sind auch die Seiten der Triångel A B C, N I B, die gegen gleichen winckeln über stehen / eine der andern gleich. Vber solches ist N I gleich A B, oder B H, der punct von dem Winckel I deß grossen Quadrats B I K C komp. dann auff die lini H F. Deßgleichen wird auch bewiesen daß der punct deß Winckels K, komme auff D F. Angesehen nun / daß das Quadrat B I K C, von den zweyen Quadraten B A G H, A E D C außschleust den Trapezium B L G H, auch die zween Triångel K M E, K C D, vnd ausser dem gemelten Quadraten, widerumb annimmet vnd einschleust den Trianguln A B C vnd das Viereck A M I L, so wollen wir beweisen/ daß diese eingeschlossene stůck eben so groß seyn/ als die außgeschlossenen. Merckt die gleiche winckel vnd Seiten / so kan man durch die vorgehende proportion vnd vrsach/ klårlich abnehmen daß G F, K F, H I, B N, jede insonderheit/ der Seiten deß Quadrats A E D C, gleich seyen/ vnd E. F, D K, F I, I N, N E gleich den Seiten deß Quadrats B A G H,



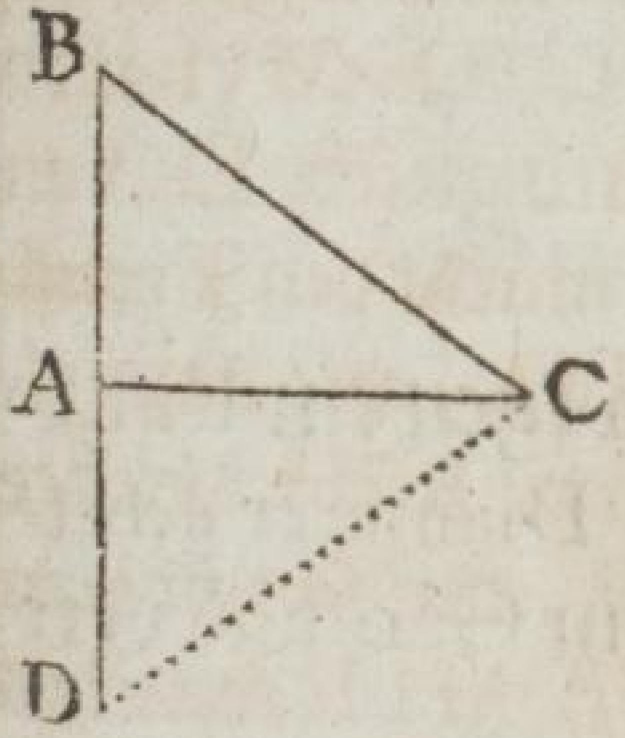

auch G I, G L gleich E K, EM, deßgleichen N M gleich A L, vnd die Triangeln mit gleichen Winckeln vnd Seiten beschlossen / der eine dem andern ( durch die 4 vnnd 8 Proposition) gleich; nemlich der außgeschlossene Triangel C K D, gleich dem eingeschlossenen C B A: Diesen jeden von jeder Seiten weggenommen / so rest noch auff der einen Seiten das eingeschlossene Viereck A M I L, vnd auff der andern Seiten das außgeschlossene Trapezium B L G H, mit dem Triangel K E M, die sind ( vmb dergleichen Triängel K E M, I G L willen) zusammen eben so groß alß der Triangel B I H, welcher gleich ist I N B, vnnd I N B ist eben so groß als das Viereck A M I L, dann die Triangel B A L, I N M, haben gleiche Winckel vnd Seiten/darumb sind sie auch gleich. Davon der eine mit dem gemeynen Trapezio A N I L, macht den Triangulum I N B, vnd der ander das Viereck A M I L, also daß solches Viereck auch eben so groß ist/als der Triangel B I H, welcher gleich so groß ist als das Trapezium B L G H, mit sampt dem Triangulo K E M. Dieweil dann das Viereck A M I L, welches das Quadrat B I K C ausser der andern zweyen Quadraten einschleust / eben so groß ist als das außgeschlossen Trapezium B L G H mit dem Triangulo K E M zusammen / vnd der eingeschlossene Triangel A B C, den außgeschlossenen D K C gleich. So ist offenbar daß diese Proposition warhafftig ist.

## Ein andere Demonstration.

Die gantze Figur D C B H F, ist grösser als das Quadrat B I K C, vmb die drey gleichen Triängel B H I, I F K, K D C, vnd dieselbe Figur ist auch grösser als die zwey Quadrat A G H B, A E D C, vmb den Triangel A B C mit dem paralellogrammo A G F E, FE, welche gleicher grösse sind; dann ein jeder von den Triangeln ist insonderheit gleich dem Triangulo A B C, vnd das paralellogram zwey mal so groß als derselbe Triangel A B C, durch gnugsame vorgehende Demonstration: Folgt / so man auff der einen Seiten von der Figur D C B H F, weg nimpt die drey Triangel / vnd auff der andern Seiten den Triangel A B C, mit dem parallellogrammo A G F E, daß das Quadrat B I K C eben so groß sey oder bleibe / als die zwey Quadrat A G H B, A E D C, welches mein vornehmen war allhier auff eine andere manier als sonsten gewöhnlich zu beweisen.

## Die 48 Proposition.

**Alle Triangel in denen das Quadrat so auff die eine Seiten beschrieben / so groß ist als die andern zwey Quadrat auff den andern beyden Seiten / die sind winckelrecht.**




Von dem Triangel A B C, ist das Quadrat so auff der Seiten B C gemacht / eben so groß als die zwey Quadrat der andern beyden Seiten A B, A C, darumb ist der Winckel A ein rechter Winckel.

### Demonstration.

Auff A C ist gezogen ein andere perpendicular Lini auß dem punct A, nemlich A D, eben so lang als A B, ferner auch die Lini D C: Angesehen nun daß die Quadraten A D, A C (so denen von A B, A C gleich) eben so groß sind als das Quadrat von D C, durch die vorgehende Proposition, Folgt daß das Quadrat von D C auch gleich sey dem Quadrat von B C, vnd die Linien C D, vnd C B gleicher länge. Deßgleichen der Triangel D A C gleich dem Triangulo B A C, vnd der Winckel C A B gleich B A D, nemlich beyde winckelrecht.

Ende deß ersten Buchs Euclidis.

# Von den Anfängen vnd fundamenten der Geometriæ.

## Darinnen gehandelt wird/von den Eigenschafften der getheilten vnd zusammen gefügten rechten oder geraden Linien / sampt dem vermögen der Figurn von denselben beschlossen.

## Definitiones.

### I.

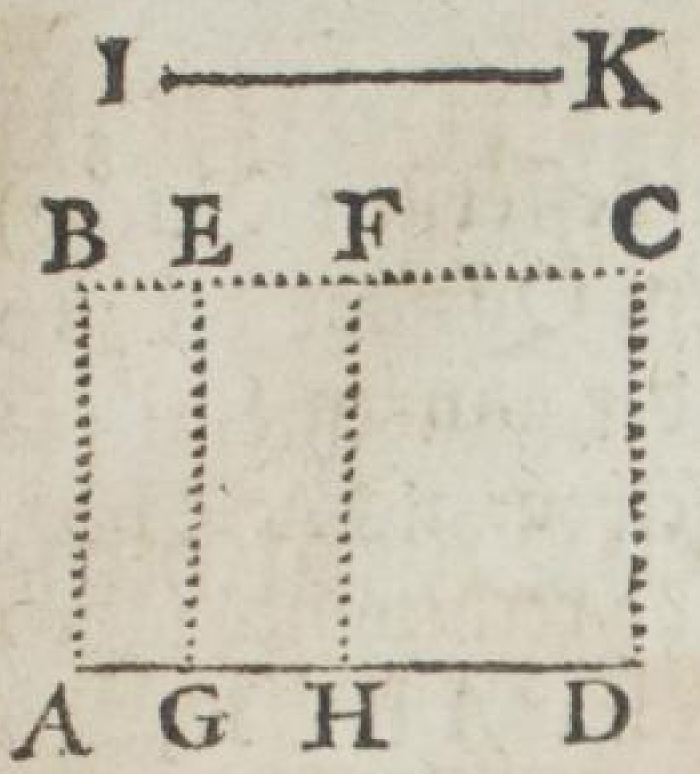
Alle winckelrechte Paralellogram, oder rechtwincklichte Figurn / werden beschlossen von zweyen rechten Linien / die einen rechten Winckel begreiffen.

### II.

In einem jedern Paralellogram, wird allwegen ein Paralellogram in demselben / durch welches der Diameter gehet/ mit den zweyen Supplementen zusammen/ein Gnomon oder Winckelhaeck genant.

## Die erste Proposition.

So zwo rechte Linien vorgegeben seyn/ davon die eine nach belieben in so viel Stück als man will / zerschnitten oder zertheilt ist/wird die winckelrechte Figur von den zweyen vorgegebenen Linien beschlossen / eben so groß seyn als alle die rechtwincklichten Figurn zusammen / so von der gantzen Lini / vnd jedem stücklein insonderheit der zertheilten Lini begriffen seyn.



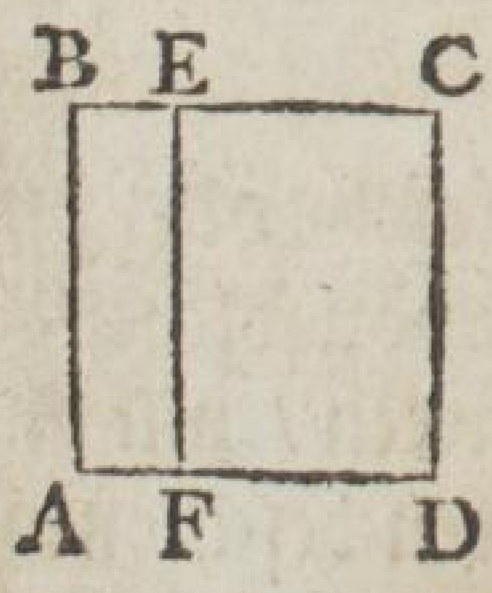

DJe zwo gegebene rechte Linien sind I K vnd A D, von welchen A D ist zertheilt in G vnd H, so ist die winckelrechte Figur beschlossen von I K vnd A D, eben so groß als die drey winckelrechten Figuren / beschlossen von derselben K I, mit jedem der dreyen stücken A G, G H, H D, samptlich.

## Demonstration.

Von den puncten A vnd D seyn gezogen zwo perpendicular Linien auff D, jede eben so lang als I K, die seyn A B, D C; deßgleichen auch ist gezogen B C gleich A D. Ferner von den puncten G vnd H gezogen die paralell Linien mit A B oder C D, zu der Lini B C, als G E, H F: So ist (durch die 29 Proposition deß ersten Buchs) offenbar / daß die drey paralellogram G B, H E, D F, seyn rechtwincklicht vnd beschlossen von der gantzen Lini A B (so gleich I K) vnd mit jedem stück von A D, als A C, G H, H D, welche paralellogram alle zusammen machen die gantze rechtwincklichte Figur B D, darum sind sie eben so groß als die rechtwincklicht Figur / beschlossen von den zweyen gegebenen Linien.

## Die 2. Proposition.

**So eine gerade / oder rechte Lini / nach gefallen in etliche stück zertheilt wird / so sind die rechtwincklichten Figurn / die von jedem stück insonderheit / vnnd derselben gantzen Lini beschlossen / zusammen eben so groß als das Quadrat der gantzen Lini.**



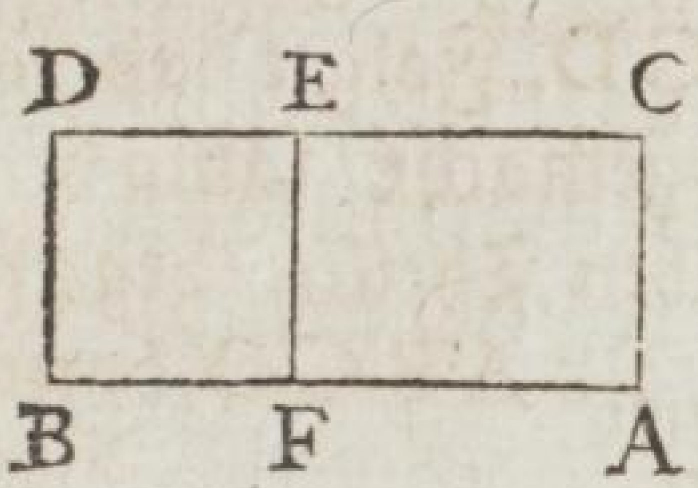

DJe Lini ist A D, welche in F in zween vngleiche theil zertheilt vnd darauff das Quadrat A B C D gemacht / auch die Lini F E rechtwincklicht auff A D gezogen worden / so ist nun dz Quadrat A B C D eben so groß als die zwey Paralellogram oder rechtwincklichte Figurn F B, F C.

## Demonstration.

Die Lini F E ist (durch die 28 Proposition deß ersten Buchs) paralell mit A B vnd D C, vnd machet in dem Quadrat die zwo rechtwincklichten Figurn / welche beyde mit der gantzen Lini (so gleich A D,) vnd jede mit einem stůck von derselben / als A F, F D, beschlossen seyn. Darauß offenbar / daß die zwo rechtwincklichten Figurn F B, F C, zusammen machen das Quadrat A B C D, darumb seyn sie gleich groß.

## Die 3 Proposition.

**So eine rechte Lini nach gefallen in zween theil zertheilt wird / so ist die rechtwincklichte Figur von solcher Lini / vnd einen theil derselben beschlossen / eben so groß als die Figur von den zweyen stůcken begriffen / mit dem Quadrat deß vorbemelten theils.**




Die gegebene Lini sey A B, die theile aber A F, F B, so ist von der Lini A B vnd dem theil A F beschlossen die rechtwincklichte Figur A C D B, welche eben so groß ist als die rechtwincklichte Figur von den Theilen A F, F B beschlossen / nemlich F D mit dem Quadrat A F, als A E.

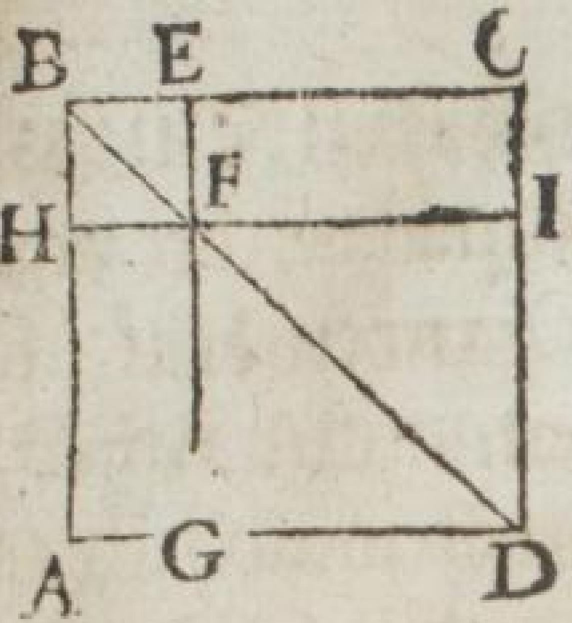
## Demonstration.

Es ist offenbar / daß die zwo Figurn (nach dieser Proposition als A E vnd F D seyn beschlossen in der Figur A C D B, darumb seyn sie derselben gleich oder eben groß.

## Die 4 Proposition.

**So eine rechte Lini nach gefallen (es sey in gleiche oder vngleiche Stůck) zertheilt wird / so ist das Quadrat von solcher Lini eben so groß als die Quadraten von den stůcken / mit den rechtwincklichten Figurn / von denselben stůcken beschlossen / sämptlich.**

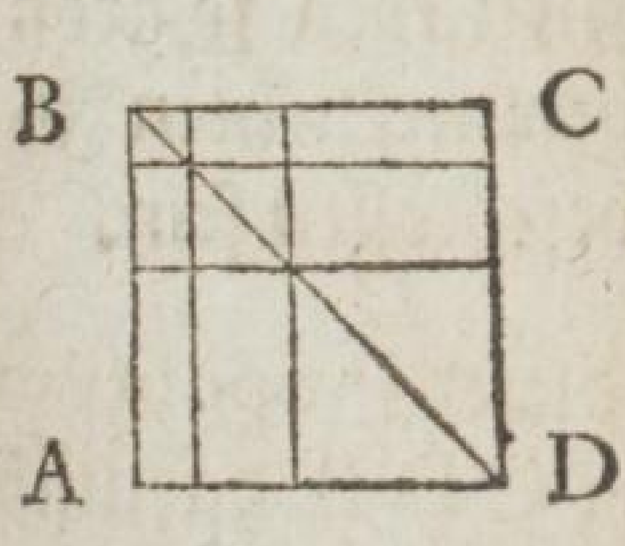
Die




DJe Lini A D ist getheilt in G, vnd auff A D gemacht ein Quadrat A B C D, darnach gezogen die Lini G E rechtwincklicht auff A D, paralell mit A B oder D C, vnd gleich A B, sey auch gezogen die diagonal Lini B D, welche durchschneidet E G in F, dardurch auch eine Lini paralell gezogen mit A D als H I, gleich HD, die macht also in dem Quadrat A B C D, auff den theilen der Lini A D, als auff G D, G H zwey andere Quadrat, nemlich G F I D, H B E F, mit noch zweyen rechtwincklichten Figurn von denselben theiln beschlossen/als F A, F C, diese alle zusamen seyn eben so groß als das Quadrat A B C D.

## Demonstration.

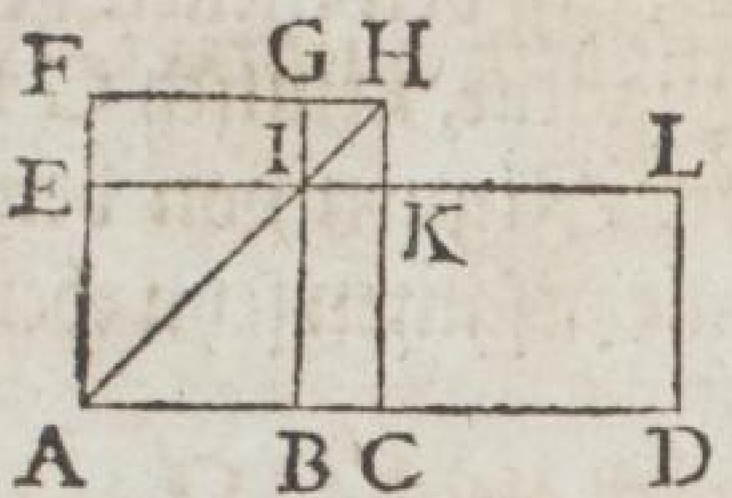
Durch die 33 vnd 34 Proposition deß ersten Buchs ist offenbar/daß H F, B E, H B, FE, I C jede insonderheit gleich sind A G, vnd F I, E C, I D, F G, A H, jede gleich G D. Folget daß die zwey Quadrat so auff die zween theil der Lini gemacht / samp den zweyen rechtwincklichten Figurn mit denselben Theilen begriffen / gleich seyn dem Quadrat der Lini A D, als A B C D, darin sie (nach begern dieser Proposition) beschlossen.




Diese Proposition ist nicht allein von theilung einer lini in zwey theil / sondern von so viel theil als man begert zu verstehen / welche stück zusammen dieselbe eigenschafft habē /als in der andern Proposition diesses Buchs gestelt/vnd ist die beweisung gleich/wie in dieser Figur zu sehen/da die lini A B in drey theil getheilt ist/ auch das Quadrat solcher lini drey andere Quadrat von den dreyen stücken / mit sampt zweymal die drey rechtwincklichten figurn / von den theilen begriffen / in sich beschleust.

## Die 5 Proposition.

**So eine rechte Lini in zween gleiche / vnd auch in zween vngleiche theil getheilt wird; die winckelrecht Figur welche von den vngleichen stücken beschlossen / mit dem Quadrat der lini / vmb die der eine theil grösser ist dann die halbe lini zusammen / eben so groß seyn als das Quadrat von der halben lini.**




DIe lini A D ist getheilt in zween gleiche theil in C, deßgleichen auch in zween vngleiche theil in B. Nun gemacht die rechtwincklichte Figur von den vngleichen Stücken A B, B D, die ist I D, deßgleichen beschrieben ein Quadrat auff die halbe lini A D, welche ist A C, kompt A F H C, verlängert auch L I zu E, vnd B I zu G, so ist die rechwincklichte Figur I D, mit dem Quadrat der lini B C, als G K, eben so groß als das Quadrat von der halben lini A C, nemlich A F H C.

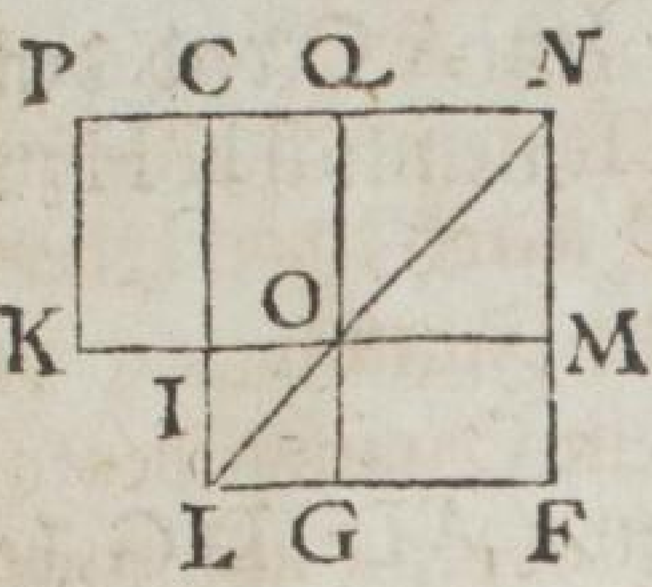
### Demonstration.

Angesehen daß A E gleich ist B I, vnd E F gleich B C, (das ist auch gleich I K oder G H.) Folgt daß G K ist ein Quadrat welches mit der rechtwincklichten Figur I D zusammen eben so groß ist als das Quadrat von F C, darum daß die rechtwincklichten Figurn F B, K D gleich / als die mit gleichen linien beschlossen sein.

## Die 6 Proposition.

**So eine rechte Lini in zween gleiche theil zertheilt / vnd alßdann ein andere lini gerad an dieselbe gefügt wird / also daß die zwo eine rechte Lini zusammen machen: So ist die rechtwincklichte Figur die von der gantzen vnd der angefügten / als einer lini, mit der außgestossenen lini gemacht / samp dem Quadrat der halben lini / eben so groß als das Quadrat so von der halben lini vnd dem Zusatz / als einer lini beschlossen wird.**

Die



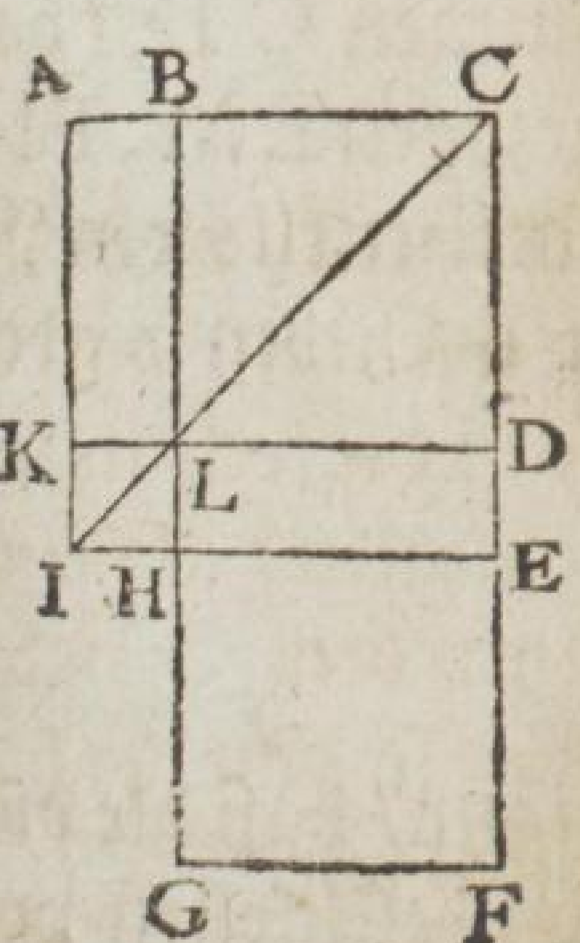

DJe Lini P Q iſt getheilt in zween gleiche theil/in mittel C, an dieſelbe iſt nun gefügt die gerade Lini Q N, darnach von der gantzen Lini P Q vnd der angefügten Q N zuſammen / als P N mit der angeſtoſſenen Q N, iſt beſchloſſen die rechtwincklichte Figur K P N M, vnd auff C N auch beſchrieben das Quadrat C N L F, darnach Q G gleich N F, vnd mit N F oder C L paralell gezogen/ſo iſt die rechtwincklicht Figur P M, mit dem quadrat C Q, als I C eben ſo groß als das quadrat C N L F.

## Demonſtration.

Angeſehen daß C Q gleich iſt M F, wie auch gleich G O, O I, I L. Folgt/ daß I G iſt ein quadrat welches mit der rechtenwincklichten Figur P M, eben ſo groß iſt / als das quadrat C F, vrſach: weil die rechtwincklichte Figur G M gleich iſt C O; deß gleichen auch der rechtwincklichten C K.

## Die 7 Propoſition.

**So eine rechte Lini nach gefallen in zween theil getheilt; wird das Quadrat von der gantzen Lini mit dem Quadrat deß einen theils zuſammen eben ſo groß ſeyn als die zwo rechtwincklichten Figurn/ die von der gantzen Lini / vnd dem vorbemelten ſtück beſchloſſen/ſampt dem quadrat deß andern theils.**




DJe Lini A C iſt nach gefallen zertheilt in B, vnd auff A C das quadrat A C E I gemacht/ darnach C D gleich B C genommen/ vnd D K mit A C, wie auch B H mit C E gleich vnd paralell gezogen. Ferner das quadrat H E F G von der Lini B C beſchrieben / ſo iſt das quadrat von der gantzen Lini A C, als A C E I, vnd das quadrat von B C als H E F G zuſammen/ eben ſo groß als die zwo recht-

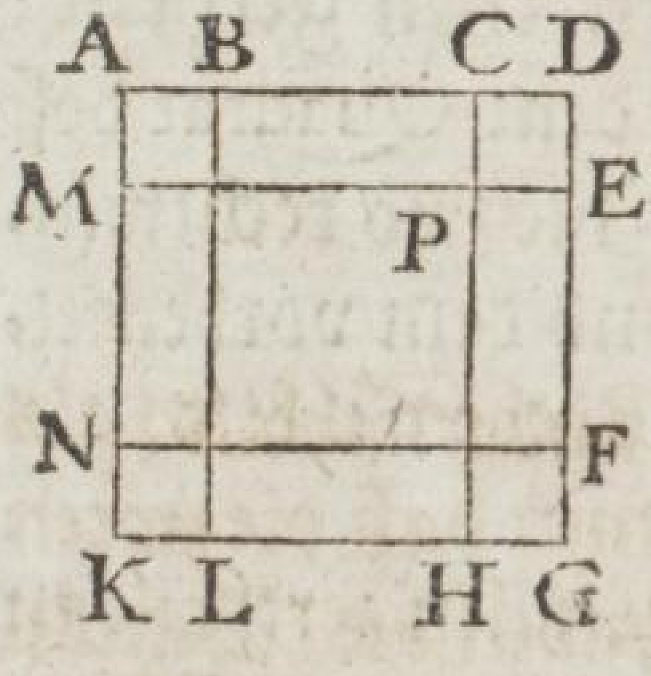
rechtwincklichten Figurn / so von der gantzen Lini A C, vnd dem stuck B C, (als A D, D G) mit dem quadrat A B, nemlich K H zusammen.

## Demonstration.

Angesehen daß die zwo winckelrechten Figurn A D, D G, beschlossen von der gantzen Lini A C oder D F, vnd dem stück B C, welches gleich ist C D, oder D L, mit dem quadrat A B, als deß andern theils / nemlich K H zusammen / machen das quadrat der gantzen Lini A C, als A C E I, vnd das quadrat von dem vorbemelten stück B C, als H E F G, so ist offenbar vnd gewiß daß sie gleich seyn

## Die 8 Proposition.

**So ein rechte Lini nach gefallen in zwey theil getheilt wird / so sind die vier rechtwincklichten Figurn / die von der gantzen Lini vnd dem einen stück derselben beschlossen / sampt dem quadrat deß andern theils / eben so groß als das quadrat so von der gantzen Lini vnd dem ersten stück zusammen / als einer Lini beschrieben wird.**




Die gantze Lini ist A C, so entzwey getheilt in B, vnd noch eine rechte Lini C D gleich A B daran gefügt / darnach auff A D beschrieben das quadrat A D G K, vnd gezogen die zwo B L, C H, gleich vnd paralell mit A K. weiter D E, G F gleich genommen C D, (das ist auch gleich A B) vnd gezogen E M, F N, gleich vnd paralell mit D A, so sind die vier rechtwincklichten Figurn beschlossen von A C, A B mit dem quadrat B C, eben so groß als das quadrat A D, nemlich A D G K.

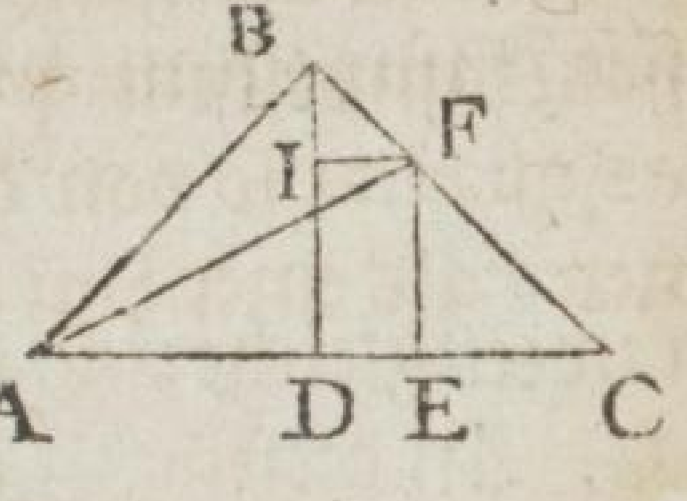
## Demonstration.

Es ist bekänt auß der Beschribung dieser Figur / daß die vier rechtwincklichten Figurn A P, C F, F L, L M seyn beschlossen von der

der gantzen Lini A C vnd dem stück A B. Das quadrat P, so inwendig stehet/ ist gemacht von dem andern theil B C, vnnd die alle zusammen / machen das quadrat von der Lini A C, mit der angefügten C D, nemlich A D G H, darumb offenbar / daß dasselbe quadrat eben so groß ist als die vier rechtwincklichten Figurn mit dem quadrat B C, nemlich P.

## Die 9 Proposition.

**So eine rechte Lini in zween gleiche/ vnd auch in zween vngleiche theil zertheit wird/ so sind die zwey quadrat von den vngleichen theiln zusammen / zweymal so groß als das quadrat von der halben Lini / mit dem quadrat deß vnterscheids / zwische der halben Lini / vnd einem von den vngleichen stücken zusammen.**




Die Lini A C ist erstlich gleich getheilt in D, vnd vngleich in E, so sind die zwey quadrat von den vngleichen stücken A E, E C, zusammen zweymal so groß als das quadrat von der halben lini A D oder D C, mit dem quadrat deß vnterscheids D E.

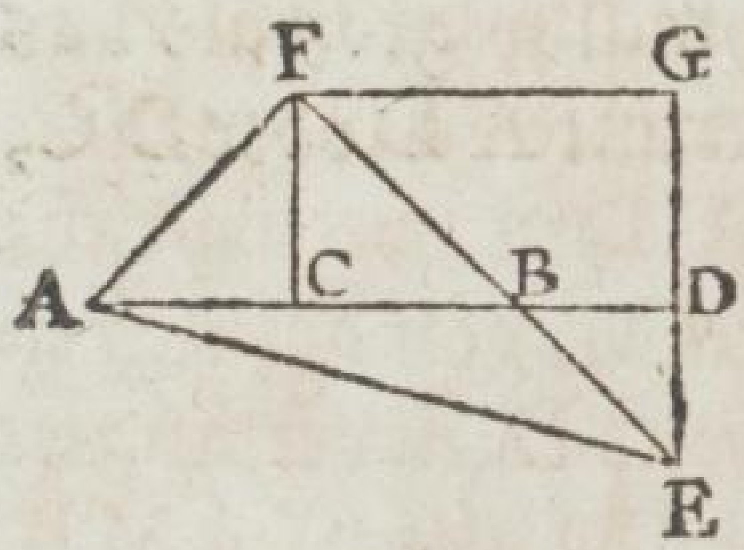
## Demonstration.

Auß D ist gezogen ein perpendicular Lini D B, eben so lang als A D, vnd dann B A, B C gezogen. Angesehen nun daß die zween Triangel A D B, C D B seyn gleichschenckelig/vnd haben die Winckel auff der Basi als A D B, C D B gleich vnd recht: so sind die Winckel D B A, D A B halb recht / deßgleichen (durch die 32 Proposition deß ersten Buchs) D C B, D B C, darumb ist auch der Winckel A B C recht. Nun von E ein perpendicular Lini gezogen zu F, vnd von dannen eine Lini gleich vnnd paralell mit E D. So ist (durch die 26 Proposition deß ersten Buchs) bekent/ dz E F gleich ist E C, vnd die winckel E C F, E F C auch gleich/ vnd jeder halb recht/ vmb dieser vrsach willen sind auch I F, I B gleich. Ferner gezogen

zogen A F, so seyn (durch die 47 Proposition deß ersten Buchs) die quadraten A E, E C oder A E, E F gleich dem quadrat A F. Vnd dieses ist auch gleich den quadraten F B, B A. Dieweil nun das quadrat B F zwey mal so groß ist als das quadrat I F, oder D E, vnd das quadrat A B auch zwey mal so groß als das quadrat der halben Lini A D: So folget/daß die zwey quadrat von den vngleichen stücken A E, E C seyn duppelt gegen den quadraten von der halben Lini D A vnd der differentia D E.

## Die 10 Proposition.

**So eine rechte Lini in zween gleiche theil zertheilt/vnd ein andere solcher in der länge recht daran beygefügt wird: so ist das quadrat von der gantzen Lini/sampt dem Zusatz als einer einigen Lini/mit dem quadrat solches zusatzes zusammen zweymal so groß als das quadrat von der halben Lini allein/mit dem quadrat der halben Lini/vnd mehr gemelten Zusatz zusammen/als einer Lini sämptlich.**




DJe Lini A B ist in zween gleiche theil getheit/daß mitten C. An dieselbe ist gefügt die Lini B D, dergestalt/daß sie mit A B ein rechte oder gerade Lini/als A D machet. Nun sind die quadraten von A D, B D, zusammen/zweymal so groß als die beyde quadrat von A C vnd C D samptlich.

## Demonstration.

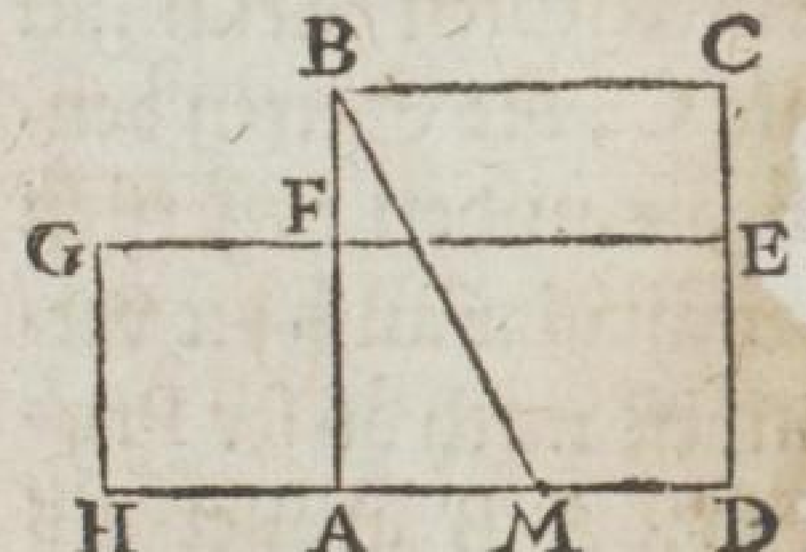
Von dem punct C ist gezogen die perpendicular Lini C F, eben so lang als die halbe Lini A C, vnd beschlossen die rechtwincklichte Figur C F G D, darnach gezogen F A, F B. Weiter F B auch G D verlängert/biß daß sie zusammen lauffen/welches geschicht in E, von dannen eine lini gezogen zu A. Angesehen den winckel A F B, der ist recht (dann er mit zweyen halben rechten Winckeln vermehret) gleich als in der vorgehenden Proposition: vnd die zween

Triān-

Triangel F E G, B E D seyn gleichfüessig/auch die winckel C F B, G E F, G F E, D B E seyn gleich/vnd jeder halb recht. Folgt daß F G, G E wie auch B D, D E gleich seyen. Darumb ist durch die 47 Proposition deß ersten Buchs das quadrat von A E gleich den zweyen quadraten von A D vnd D E. Nemlich die quadraten von A D, D B, vnd dasselbe von A E zusammen/sind gleich den zweyen quadraten von A F, F E, vnd das quadrat A F ist duppelt gegen dem quadrat von A C, also auch das quadrat von F E ist duppelt gegen dem quadrat von F G oder von C D: folgt/daß die quadraten von A D, B D, sind zweymal so groß als die quadraten von A C, C D, welches vnser vornehmen war zu beweisen.

## Die 11 Proposition.

**Eine rechte Lini also in zween theil zu theilen/ daß die winckelrecht Figur/so von der gantzen Lini vnd von dem kleinern theil beschlossen/eben so groß sey als das quadrat deß grössern theils.**




Die vorgegebene rechte Lini sey A B, darauff ist beschrieben das quadrat A B C D, darnach A D in zween gleiche theil getheilt/in mittel M, von dannen eine lini gezogen zu B, vnd D A verlängert biß in H, also daß H M gleich sey M B. Ferner auff A H beschrieben das quadrat A H G F, vnd G F erlängert biß zu E: so ist die rechtwincklichte Figur beschlossen von der gantzen lini F E (welche gleich A B) vnd dem stück B F eben so groß als das quadrat deß andern stücks A F, nemlich A H G F.

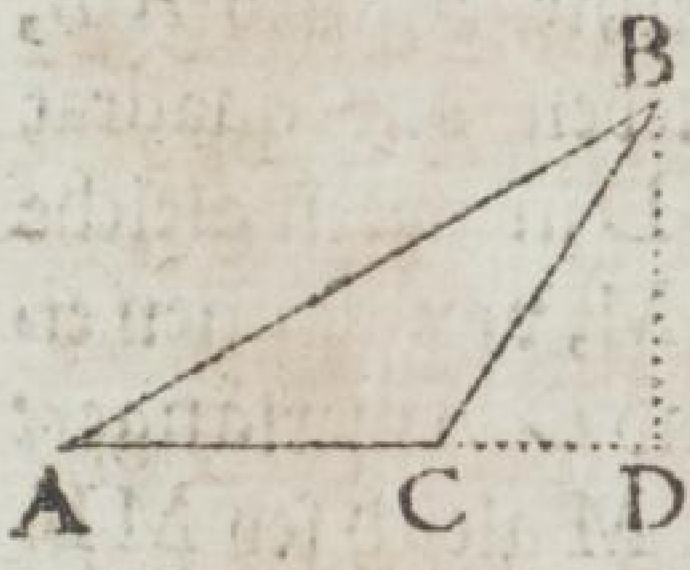
## Demonstration.

Angesehen daß durch die 6 Proposition dieses andern Buchs/ die rechtwincklichte Figur von H D, H A oder H D, H G beschlossen, nemlich H G E D, mit dem quadrat von A M, eben so groß ist als

als das quadrat von H M, (so gleich den von B M.) Folgt/so man das gemeyne quadrat A M, von beyden Seiten weg nimmet / daß das quadrat von A B, als A B C D, eben so groß sey/ als die rechtwincklichte Figur H G E D, vnd von beyden ferner abgenommen die rechtwincklichte Figur A E, so bleibt das quadrat A H G F eben so groß als die rechtwincklicht Figur F C, nach inhalt dieser Proposition.

## Die 12 Proposition.

**In allen weitwincklichten Triángeln / ist das Quadrat der Seiten / so dem weiten Winckel vntterzogen / grósser / als die zwey quadrat von deñ andern zweyen Seiten / die den weiten Winckel beschliessen samptlich / vmb die zwo winckelrechte Figurn / so von dieser beyden Seiten eine / vnd dem Zusatz / vmb welche dieselbe biß an die perpendicular, die von den eusserſten punct der långſten Seiten fált / erlångert / gemacht oder begriffen werden.**




VOn diesem weitwincklichten Triangul A B C, ist der weite C, die Seiten denselben vnterzogen A B, von den eusserſten punct B fált eine perpendicular auff die verlångerte A C in D. Nun ist nach dieser Proposition das quadrat von A B grósser als die zwey quadrat von A C, B C zusammen / vnd zwo rechtwincklichte Figurn / so von A C, vnd D C mógen beschlossen werden.

## Demonstration.

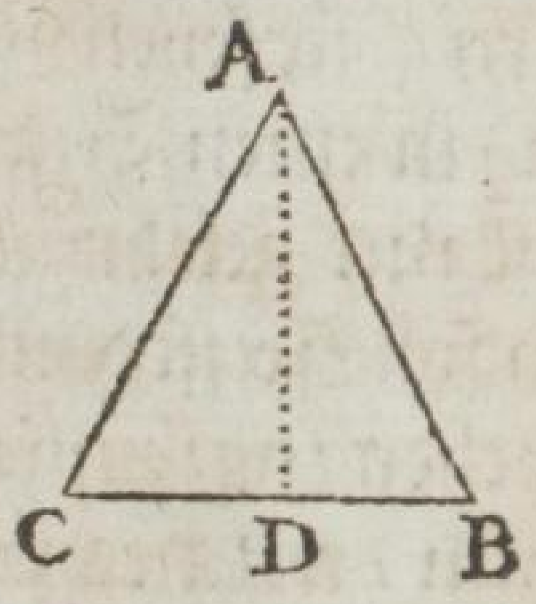
Durch die 4 Proposition dieses Buchs / ist das quadrat A D, eben so groß als die zwey quadrat A C, D C, mit noch zweyen rechtwincklichten Figurn / beschlossen von derselben A C vnnd D C, vnd durch die 47 Proposition deß ersten Buchs / ist das quadrat A B gleich den zweyen quadraten A D, B D. So nun von beyden genommen wird das quadrat B D vnd D C, zu wissen daß

quadrat

quadrat B C mit dem quadrat A C, so bleiben alßdann noch über die zwo rechtwincklichten Figuren/beschlossen von A C, D C, vmb welche das quadrat A B grösser ist als die zwey quadrat A C, B C, nach der Proposition, welches im 4 Capitel deß andern theils vnserer Practica deß Landmessens/ mit andern Worten bewiesen ist.

## Die 13 Proposition.

**Von allen scharpffwincklichten Triangeln / ist das Quadrat der Seiten/so dem scharpffen Winckel vnterzogen/kleiner als die zwey quadrat der andern beyden Seiten / die denselben scharpffen Winckel begreiffen samptlich / vmb zwo rechtwincklichte Figurn/beschlossen von der einen Seiten/auf welche auß dem obern Winckel eine perpendicular Lini fällt/ mit dem theil von der Seiten zwischen derselben perpendicular, vnd deß vorgemelten scharpffen Winckels eussersten punct.**




IN diesem hieneben gestelten scharpffwincklichten Triangel A B C, wird einer von den scharpffen winckeln vorgegeben/als allhie B, die Seiten demselben vnterzogen sey A C, vnd die perpendicular lini so auß A auff die Seiten der Basis B C fällt/ist A D, welche schneidet B C in D , also / daß D B ist das theil zwischen der perpendicular vnd dem eussersten punct deß scharpffen Winckels B. Nun ist nach dieser Proposition das quadrat A C minder als die zwey quadrata A B, B C zusammen/vmb zwo rechtwincklichte Figurn/jede insonderheit von B C vnd B D beschlossen.

## Demonstration.

Durch die 47 Proposition deß ersten Buchs / ist das quadrat A C gleich den zweyen quadraten A D, C D, vnd durch die 7 Proposition dieses Buchs / sind die quadraten B C, B D zusammen eben so groß als die zwo rechtwincklichten Figurn/ beschlossen von B C, B D, mit dem quadrat D C. Folgt so man zu diesen gleichen

dingen

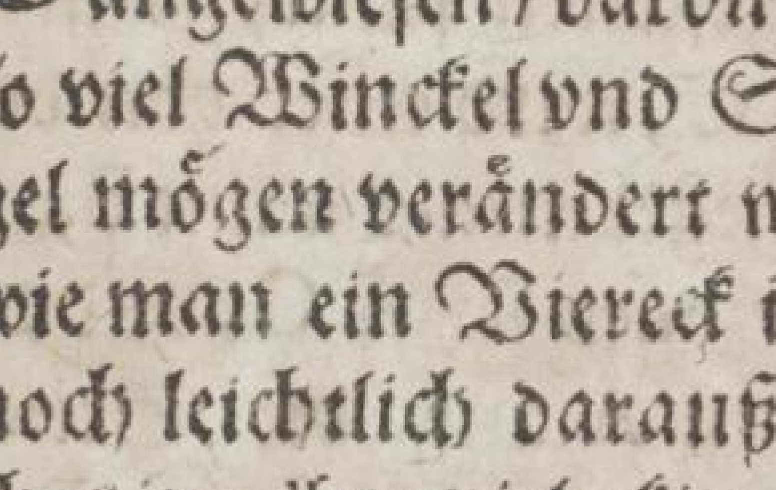
dingen thut das quadrat A D, daß alßdann die zwey quadrat A D, D B (so gleich dem quadrat der Seiten A B) mit dem quadrat B C, eben so groß seyn als die zwey quadrat C D, A D, mit sampt den zweyen rechtwincklichten paralellogrammen beschlossen von B C vnd B D. Nun ist das quadrat von der Seiten A C gleich den quadraten A D, D C, das genommen von den quadraten der andern Seiten A B, B C, so bleiben noch über zwo rechtwincklichte Figurn / beschlossen von B C, B D, vmb welche das quadrat der Seiten A C, weniger oder kleiner ist als die andern beyden quadrat der Seiten A B, B C zusammen / nach inhalt der Proposition.

## Die 14 Proposition.

### Ein Quadrat machen das eben so groß sey als ein vorgegebenen rechtlinische Figur.

JCh habe in der 45 Proposition deß ersten Buchs / ein mittel angewiesen / dardurch alle rechtlinische Figurn (sie seyen von so viel Winckel vnd Seiten als sie jmmer wöllen) in einen Triangel mögen verändert werden / vnd obwol daselbst nur gelehrt ist / wie man ein Viereck in einen Triangel bringen soll / so ist dannoch leichtlich darauß abzunehmen vnd zu verstehen / wie ein solches in allen vieleckigten Figurn leichtlich zu thun / welches viel andere durch grosse mühe haben lehren vollbringen.

Darumb / so ein vielseitige Figur vorgegeben wird / nach derselben grösse ein quadrat zu machen / so bringt die erstlich in einen Triangel. Ferner den Triangel in ein rechtwincklicht paralellogram (durch die vorgemelte 45 Proposition deß ersten Buchs) vnd dasselbe leztlich in ein quadrat wie folget:




Nembt daß ein rechtwincklichtes paralellogram beschlossen seye von den linien A B, B C, nemlich / daß solches so lang sey als A B, vnd so breit als B C, diese zwo linien in ein rechte lini in B an einander gestossen / wird A C, die in zween gleiche theil getheilt in E, vnd

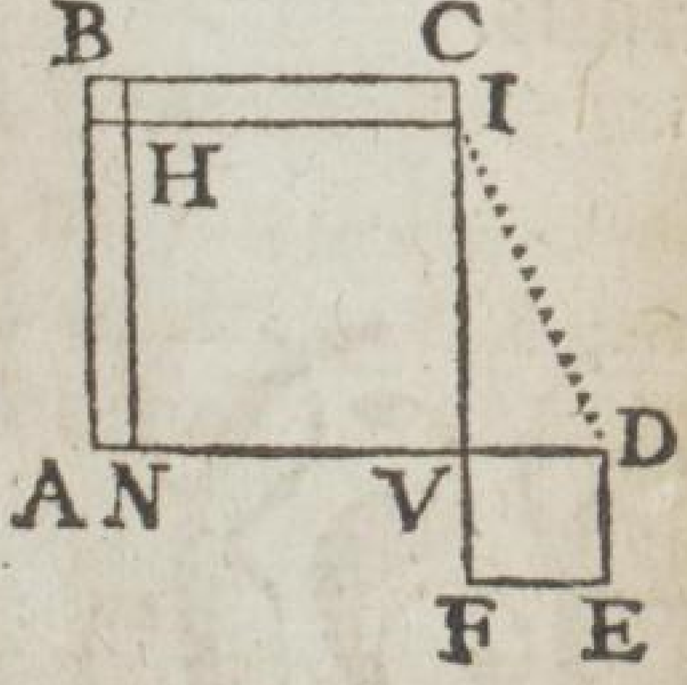
vnd auß solchem mittel/als von einem Centro einen halben Circkel beschrieben/dessen Diameter A C. Darnach auß B eine perpendicular lini/als B D auff A C, biß zur circumferentz in D gezogen/vnd dann endlich auß B D ein quadrat gemacht / das wird eben so groß seyn als das winckelrechte paralellogram, beschlossen von A D vnd B C.

## Demonstration.

Von E ist eine lini gezogen zu D, angesehen / das A C ist getheilt in zween gleiche theil in E vnd vngleich in B, so ist durch die 5 Proposition dises Buchs die rechtwincklichte figur/beschlossen von A B, B C, mit dem quadrat E B eben so groß als das quadrat von E C oder von E D (als die auß deß Circkels definition gleich seyn) vnd das quadrat von E D ist gleich den quadraten E B, B D, folgt / so man von beyden Seiten das quadrat E B weg nimbt/ daß das quadrat B D eben so groß sey als das rechtwincklichte paralellogram beschlossen von A B, vnd B C.

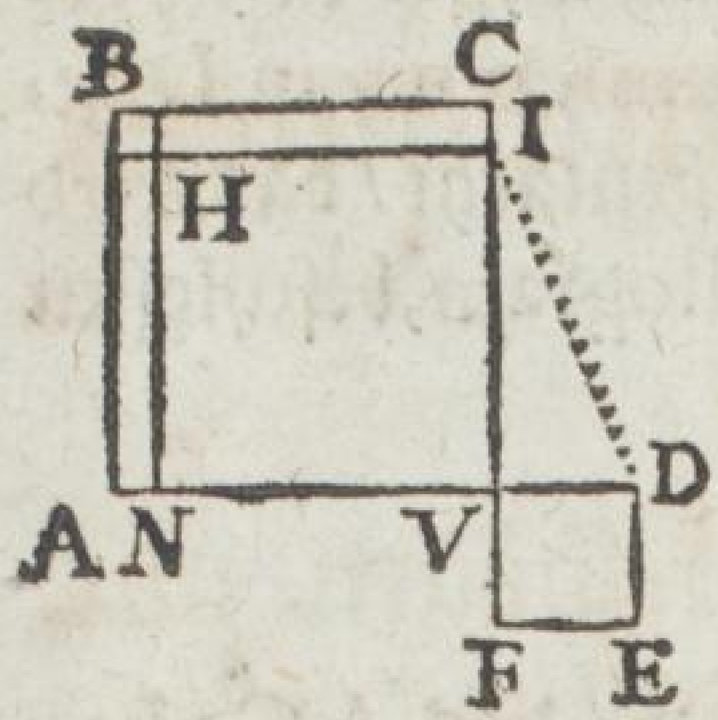
## Die 15 Proposition.

**Einen Gnomonem (oder Winckelhacken) vmb ein Quadrat machen der eben so groß sey als ein vorgegebene Quadrat.**




DAs quadrat, nach welches grösse der Gnomo oder Winckelhacken gemacht soll werden/ist V D E F, aber vmb welches er gemacht werden soll/ sey V I H N: Füget die zwey quadrat mit einer Seiten in eine rechte Lini zusammen als N V D, oder F V I, vnnd verlängert V I zu C, also daß V C so lang sey als die über zwerch gezogene Lini D I, (Hypotenusa genant) darnach/beschreibt (durch die 46 Proposition deß ersten Buchs) ein quadrat auff V C, welches wird seyn V C B A, so ist der Gnomo I H N A B C eben so groß als das quadrat V D E F.

## Demonstration.




Angesehen daß durch die 47 Proposition deß ersten Buchs/die zwey quadrat V I H N, V D E F, eben so groß sind als das quadrat D I, nemlich als V C B A. Folgt/so man von beyden das gemeyne quadrat V I H N weg nimt/daß der Gnomo oder Winckelhaeck I H N A B C eben so groß bleibe als das quadrat V D E F.

Diese letzte Proposition ist in den Griechischen vnd etlichen Lateinischen Exemplarn nicht vorhanden/darumb nicht vnbillich von etlichen gezweyffelt wird/ob sie deß Euclidis sey. Campanus setzt die in etlichen Editionen zu End deß ersten Buchs: Aber D. Guilielmus Nylander, vnd Nicolaus Tartalia, haben sie zu End deß andern Buchs gestelt/dieweil sie im ersten Buch wider die Ordnung deß Euclidis, dann im andern Buch erst die Definition von den Gnomonibus zu finden ist. Aber Lucas Paciolus meldet/er habe in etlichen alten Bücher/die zu letzt deß andern Buchs gefunden/dahin sie dann auch ohne zweyfel gehört/so sie anderst vom Euclide beschrieben worden.

## Ende deß andern Buchs Euclidis.

Das

Das dritte Buch Euclidis,

# Von den Anfängen vnd fundamenten der Geometriæ,

Tractirt von dem Circkel vnd Circkelbögen/ mit den Eigenschafften deroselben Linien vnd Winckeln/ so inwendig vnd außwendig vorkommen/ es sey im durchgehen vnd anrühren/ neben mehr andern nothwendigen Sachen.

## Definitiones.

1. Alle Circkel/ so gleiche Diameter, oder von jhrem Centro auß gleiche Linien zu der circumferentz haben/ seind einander gleich.
2. Eine rechte oder gerade Lini wird genant/ die/ so den einen Circkel berührt/ vnd da sie gleich erlängert wird/ dannoch den oder die circumferentz desselben nicht durchschneidet.
3. Die Circkel berühren einander/ welche im anrühren einander nicht durchschneiden.
4. In einem Circkel stehen die Linien gleich weit von dem Centro, auff welche auß dem Centro gleiche perpendicular Lini fallen. Die aber stehet zum weitesten vom Centro auff welche die längste perpendicular fällt.
5. Ein Circkelbogen/ ist eine Figur mit einer geraden Lini/ vnnd einem theil oder stück von der circumferentz eines Circkels beschlossen.
6. Der Winckel dieses stücks oder Circkelbogens/ ist/ so von der geraden Lini vnd den vmkreiß beschlossen wird/ das ist/ wo die gerade Lini vnd die circumferentz einander berühren.

7. Ein Winckel in einem Circkelbogen/ist begriffen von zweyen Linien/ welche von den eussersten puncten der geraden Lini außgezogen werden/ vnd in einem puncten im vmkreyß oder der circumferentz zusammen stossen.

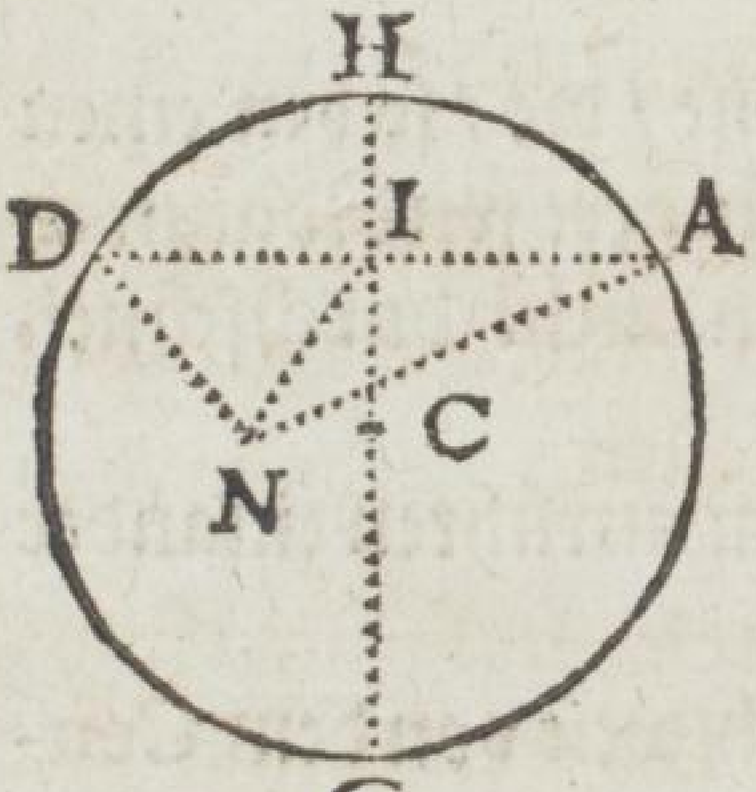
8. So solche Linien aber ein theil von der circumferentz begreiffen / so stehet der Winckel auff solchem stück deß Vmkreyß.

9. Circkelstück / sind beschlossen mit zweyen halben Diametern eines Circkels / vnd einem stück der circumferentz von demselben Circkel.

10. Gleichformige Circkelbögen sind die/ welche gleiche Winckel haben/oder in welchen gleiche Winckel stehen.

## Die erste Proposition.

### Eines vorgegebenen Circkels Centrum oder Mittelpunct zu finden.




DAs Centrum in diesem hiebeygestelten Circkel zu finden/so ziehet darein nach gefallen eine Lini/die mit beyden Enden die circumferentz erreichet / als A D, diese theilt in zween gleiche theil / nemlich in mittel I, von da außziehet eine perpendicular Lini auff A D, biß zur circumferentz als I G, diese verlängert an der andern Seiten biß in H, so kompt die gerade Lini G H, diese theilt im mittel C, in zween gleiche theil/so wird solcher punct C, deß Circkels Centrum seyn.

## Demonstration.

Es werde genommen das C nicht deß Circkels Centrum seyn/ sondern N, vnd gezogen die Linien N A, N I, N D, so müsten alsdann (durch deß Circkels definition) diese N A, vnnd N D gleich seyn / deßgleichen durch die 5 Proposition deß ersten Buchs der Winckel

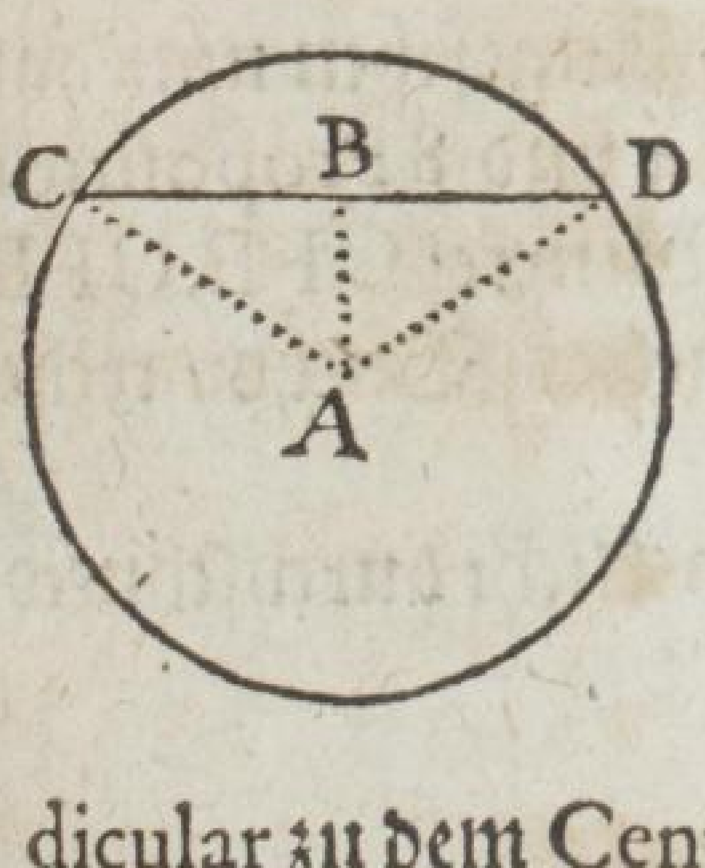
winckel N A D, dem N D A gleich/auch durch die 4 vñ 8 Proposition deß ersten Buchs die zween Triangel N A I vnd N D I, so mit gleichen Linien beschlossen/der eine dem andern gleich. Letzlich auch der Winckel N I A gleich N I D, vnd beyde winckelrecht/ welches alles nicht seyn kan; vrsach / die Winckel C I A, C I D sind recht/vnd N I A getheilt von C I A muß nicht allein dersel, ben gleich seyn/sondern auch N I D, zu wissen / das gantze/vnnd noch ein stück oder theil / welches vnwarhafftig ist / vnd gegen die zehende gemeyne Wissenschafft streitet; darumb ist nicht N, sondern C, das Centrum deß Circkels.

## Hieran stelt Euclides den folgenden Anhang.

Darauß ist offenbar: Das so eine rechte oder gerade Lini/in einem Circkel/ein andere in gleiche theil vnd rechtwincklicht durchschneidet; so ist in der durchschneidenden Lini deß Circkels Centrum oder Mittelpunct.

## Die 2 Proposition.

**So in der circumferentz eines Circkels / zween puncten genommen werden / vnd von einem zum andern ein gerade Lini gezogen/wird dieselbe in den Circkel fallen.**




Die puncten in der circumferentz sind C, vnd D, die Lini C D, welche fällt innerhalb deß Circkels.

### Demonstration.

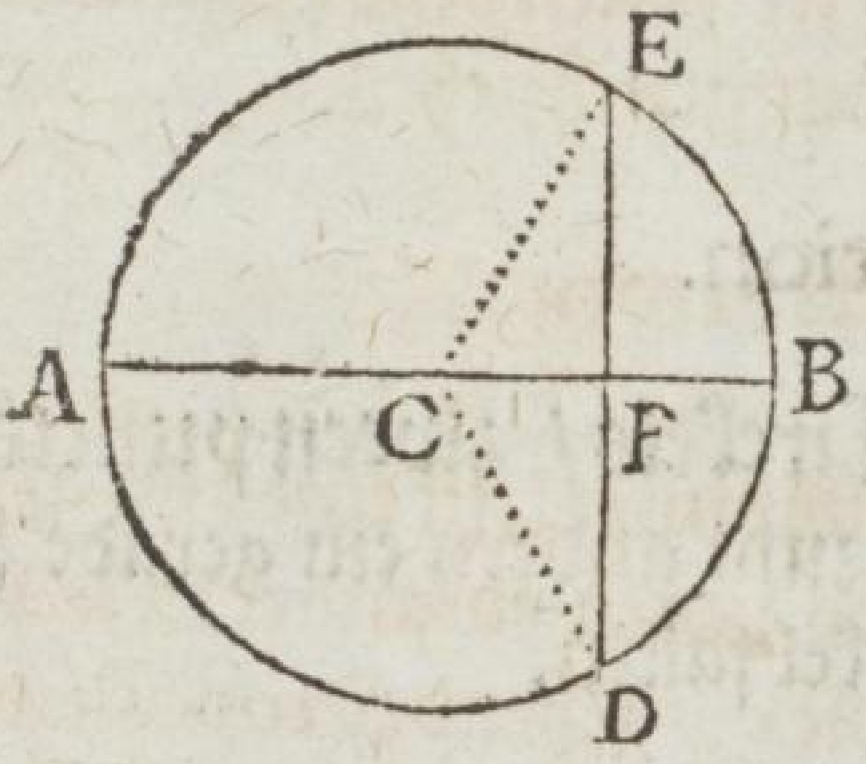
Die Lini C D ist in zween gleiche theil getheilt/im mittel B, von dannen eine perpendicular zu dem Centro A, vnd auch zwo Linien zu den zweyen genommenen puncten C vnd D gezogen. Angesehen nun/den Winckel A B D, welcher ist recht. Darumb so ist er auch grösser als B A D, oder B D A, durch die 32 Proposition deß ersten Buchs;

 folgt/

folgt / durch die 18 Proposition gemeltes Buchs / daß auch A D länger sey als A B, vnnd daß die Lini C D sey innerhalb deß Circkels / dann so sie ausserhalb deß Circkels / so müste A B länger / vnd auff der circumferentz A B vnd A D, (durch die Definition deß Circkels) gleich seyn.

## Die 3 Proposition.

So in einem Circkel / eine rechte Lini durchs Centrum gezogen wird / vnd in demselben Circkel eine andere rechte Lini / die nicht durchs Centrum gehet / in zween gleiche theil zertheilt: So machet solche Durchschneidung rechte Winckel; vnnd so sie in der Zertheilung also rechte Winckel machen: wird die Lini so nicht durch Centrum gehet / von der andern so durchs Centrum gehet / in zween gleiche theil zerschnitten.




Die Lini A B, gehet durch Centrum C, vnd theilet die andere E D, so nicht durchs Centrum gehet / in zween gleiche theil / darumb sind die Winckel in F alle recht.

### Demonstration.

Von C sind gezogen die Linien C E, C D. Angesehen nun / daß die zween Triängel F C D, F C E, durch die 4 vnd 8 Proposition deß ersten Buchs gleich seyn / folgt daß die Winckel C F E, C F D auch gleich seyn / vnnd durch die 13 letztgemeltes Buchs / recht. Deßgleichen auch B F E, B F D.

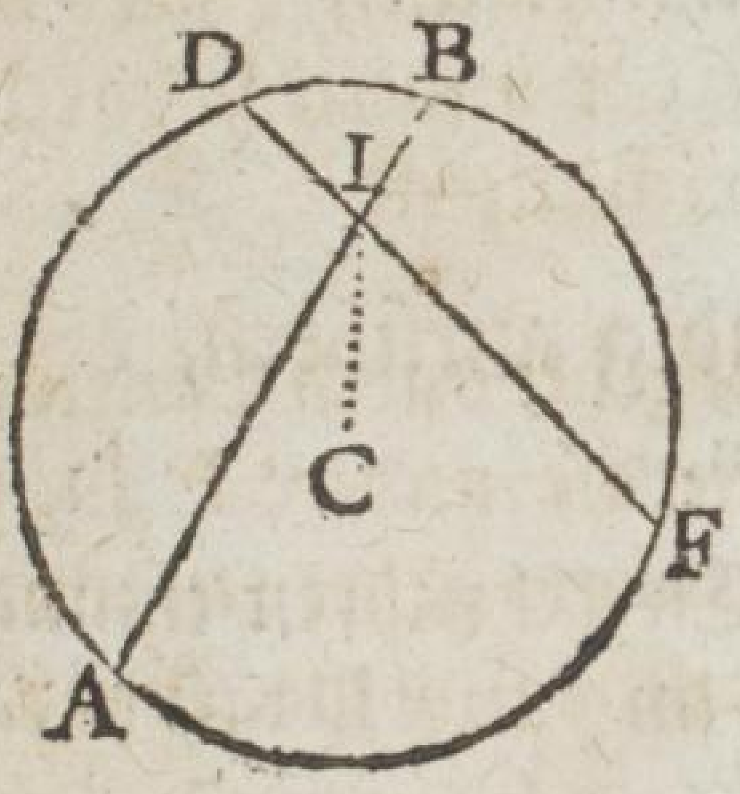
Vnd so die Lini A B, die E D in F rechtwincklicht durchschneid / so sind die theile F D vnd F E gleich.

### Ein ander Demonstration.

Merckt / dieweil die Winckel E vnd D gleich sind / deßgleichen C F D, C F E, vnd die Seiten von den zweyen Triängeln / als C E, CE, CD sind auch gleich/vnd CF beyden gemeyn. Folgt/(durch die 26 Proposition deß ersten Buchs) daß die andern Winckel vnd Seiten von diesen Triangeln/auch einer dem andern gleich seyn: nemlich EF gleich DE, &c. Vnd ist also diese Proposition warhafftig

## Die 4 Proposition.

**So in einem Circkel zwo rechte Linien/eine die ander durchschneid/davon keine von beyden durchs Centrum gehet/können solche zwo Linien nicht alle beyde einander in zween gleiche theil zerschneiden.**



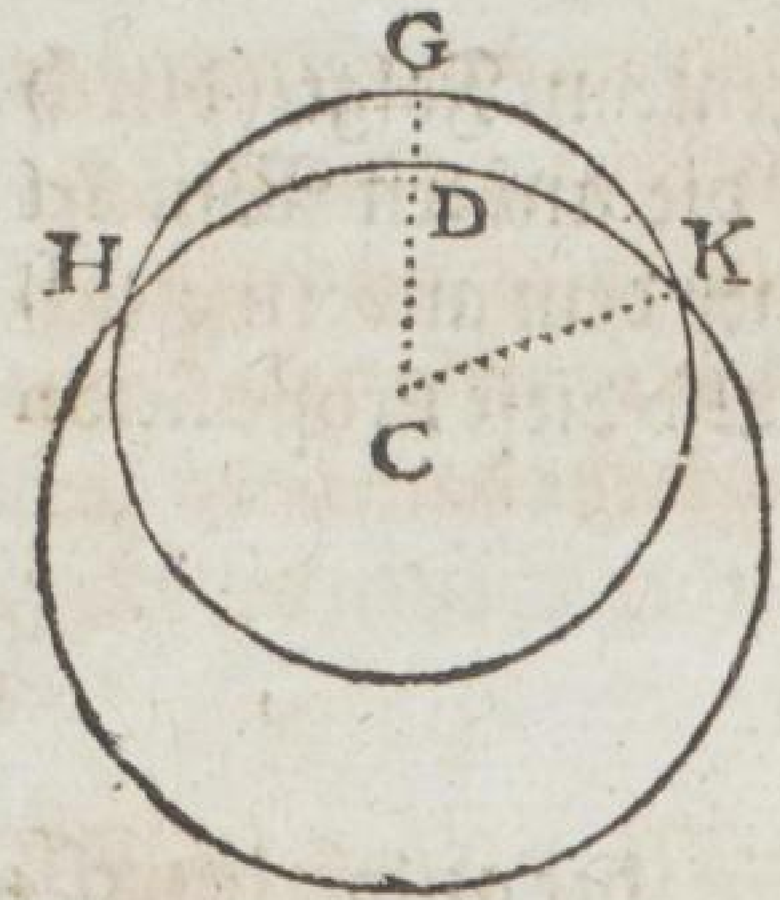

JN diesem Circkel durchschneiden die Linien AB, DF, einander in I, vnd gehet kein von den beyden durchs Centrum deß Circkels/darumb zertheilen beyde Linien einander nicht in zween gleiche theil.

### Demonstration.

Von den Creutzpunct I, ist eine Lini gezogen zu dem Centro C, so nun diese zwo Linien einander in zween gleiche theil zerschnitten/müste(durch die vorgehende Proposition) die linie CI, in I, auff beyde Linien AB, DF, rechtwincklicht kommen/nemlich der Winckel CIA würde gleich seyn CIB, vnd dieweil dann alle rechte Winckel einander gleich sind/würde derselbe Winckel CIA auch gleich seyn CID, vnd CIF gleich CIB, welches (durch die 9 gemeyne Wissenschafft) nicht seyn kan: Dann CIA ist ein theil von CID, vñ CIF ein theil von CIB; darum̃ sind die Linien AB, DF, nicht beyde in gleiche theil zerschnitten.

## Die 5 Proposition.

**Zween Circkel/die einander durchschneiden/mögen nicht ein Centrum gemeyn haben.**



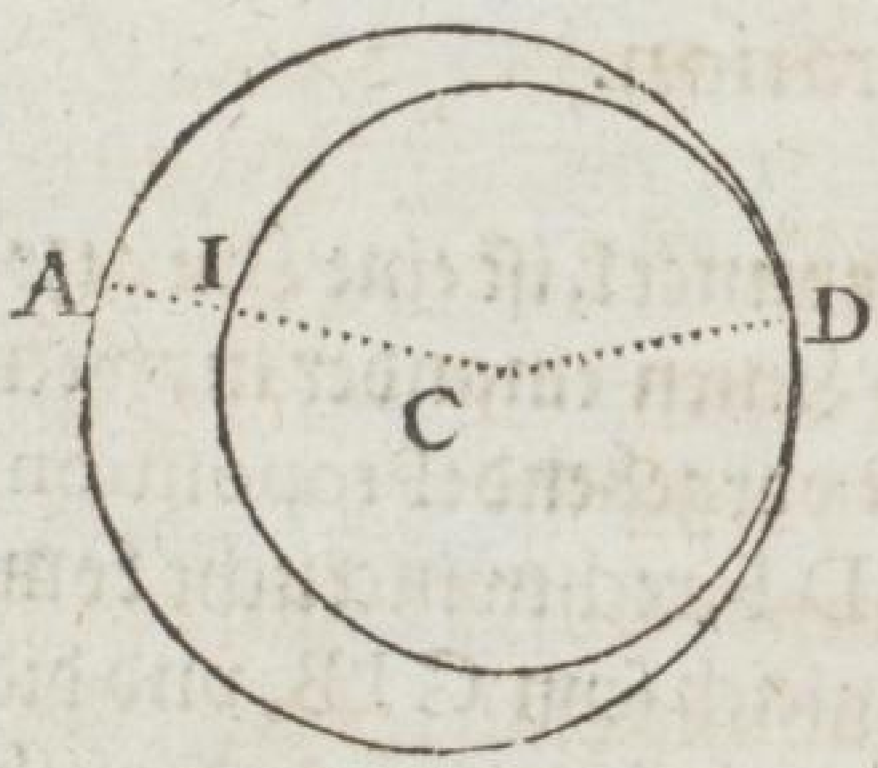

Diese zween Circkel durchschneiden einander in K vnd H, darumb haben sie nicht ein Centrum.

## Demonstration.

Ich neme daß C sey das Centrum der zweyer Circkel/vnd gezogen die Linien CK, CD, CG, folgt durch die definition deß Circkels/daß solche drey Linien gleich müssen seyn / nemlich CD getheilt von CG, gleich derselben CG, welches durch die 9 gemeyne Wissenschafft vnwarhafftig vnd nicht seyn kan / darumb haben beyde circuli nicht ein Centrum gemeyn.

## Die 6 Proposition.

**Zween Circkel / die einander inwendig anrühren/ haben nicht ein Centrum.**




Diese zween Circkel rühren einander inwendig im punct D an/ darumb haben sie nicht ein Centrum.

## Demonstration.

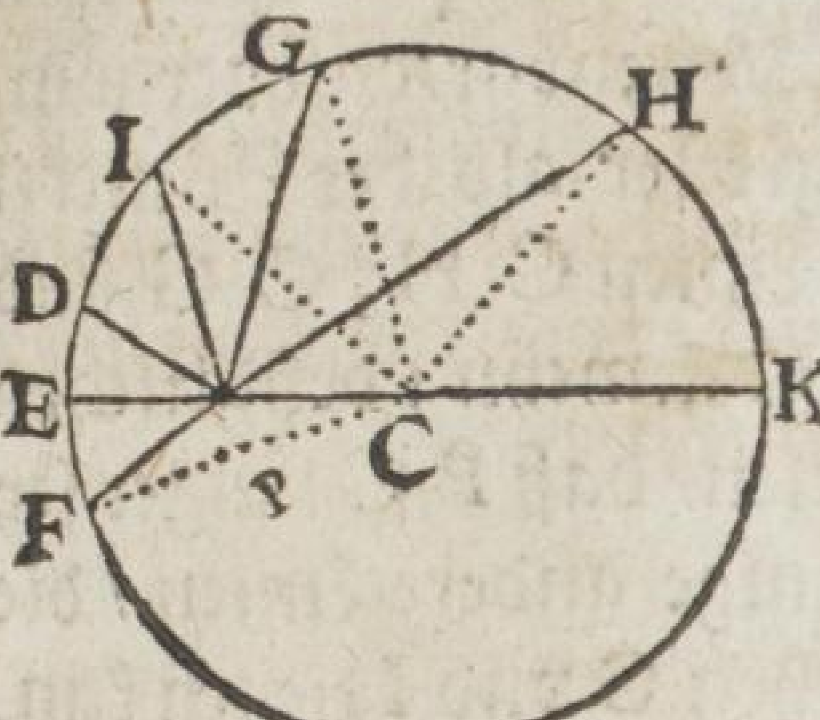
Es werde genommen das C sey das Centrum der beyden Cirkel / vnd gezogen die Linien CA, CI, CD, die sollen durch deß Circkels definition gleich seyn / nemlich CI das Theil von CA, derselben CA gleich/welches ist falsch vnd vnmüglich/darumb die Proposition warhafftig ist.

## Die 7 Proposition.

**So nach gefallen in dem Diametro eines Circkels ein punct genommen wird/der nicht ist deß Circkels Centrum, vnd von demselben punct viel gerade Linien zur circumferentz gezogen**

zogen

zogen werden: Iſt die Lini ſo durchs Centrum gehet vnter den andern allen die långſte; vnd derſelben erfůllung oder ůbriges theil/von ſolchem puncten auß an den Vmbkreyß/die kůrtzeſte/ aber die nechſte/der/ ſo durchs Centrum gehet / iſt långer dann die ſo weiter darvon; es mo̊gen auch nicht mehr dann zwo gleiche Linien von mehrgemeltem punct / zu jeder Seiten der kůrtzten gezogen werden.




IN dem hiebeygeſtelten Circkel iſt E K der Diameter, P der genommene punct in demſelben / die Lini P K gehet durchs Centrum, E P iſt die erfůllung deß gantzen Diameters, vnd die kůrtzeſte von dem punct; die anderu Linien von gemeltem punct auß / an die circumferentz gezogen/ſeind P H, P G, P I, &c. Allhie in dieſer Propoſition haben wir vier vnterſchiedliche ſtůck zu beweiſen; zu welcher Ende auß dem Centro C, Linien gezogen ſeyn zu der circumferentz, in die puncten H, G, I, F.

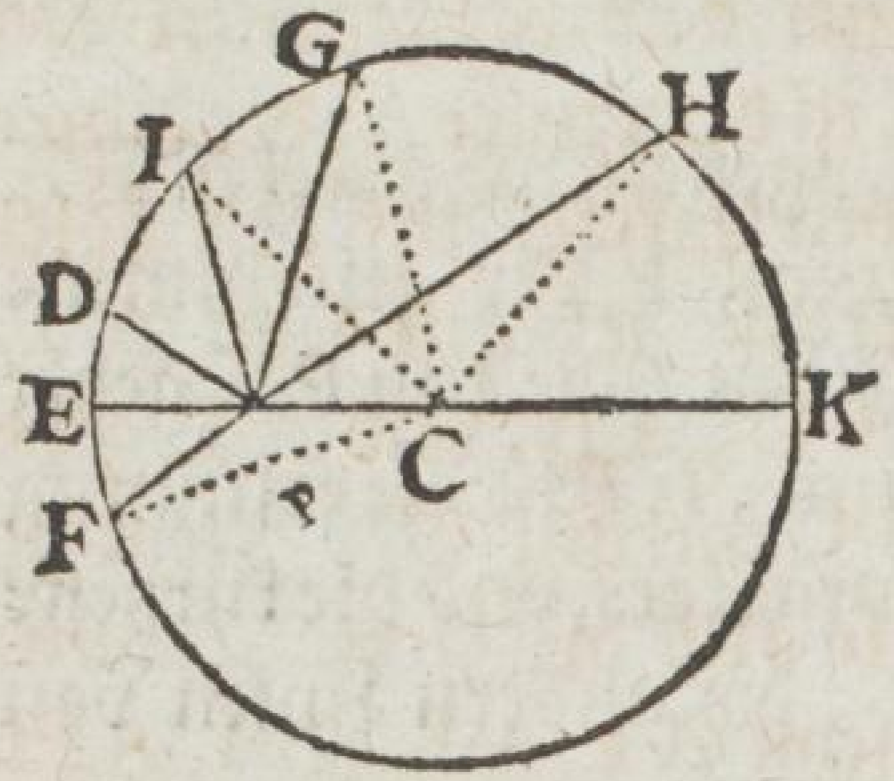
## Die erſte Demonſtration.

Belangent nun die Lini P K, welche durchs Centrum C gehet / daß dieſelbe die långſte vnd långer ſey als P H, oder eine der andern/das wird alſo bewieſen: Die Linien P C, C H, ſind durch die 20 Propoſition deß erſten Buchs zuſammen långer als P H, vnd C H iſt gleich C K, darumb iſt P K auch långer als P H: vmb dieſer vrſachen willen iſt P K auch långer dann P G, P I, oder einige der andern Linien die man von P auß ſoll mo̊gen ziehen an die circumferentz.

## Die ander Demonſtration.

Zum andern / daß P E kůrtzer iſt als P F, das verſtehet alſo: P F, P C, ſind zuſammen (durch die vorgemelte 20 Propoſition) långer als D C, vnd F C iſt gleich E C, darumb iſt P F, P C auch långer als E C. Von beyden nun das gemeyne stück P C weg, genommen/so bleibt (durch die 6 gemeyne Wissenschafft/F P noch långer als E P.

## Die dritte Demonstration.




Zum dritten / daß P H långer ist als P G, das ist / durch die 24 Proposition deß ersten Buchs/offenbar/dañ der winckel P C H ist grösser als der Winckel P C G, vnd die Linien C H, C G, sind gleich / vnnd P C gemeyn; deßgleichen wird auch bewiesen/ daß P G långer sey als P I, oder einige andere Linien / die man auß dem genommen punct P, zwischen G vnd I ziehen kan.

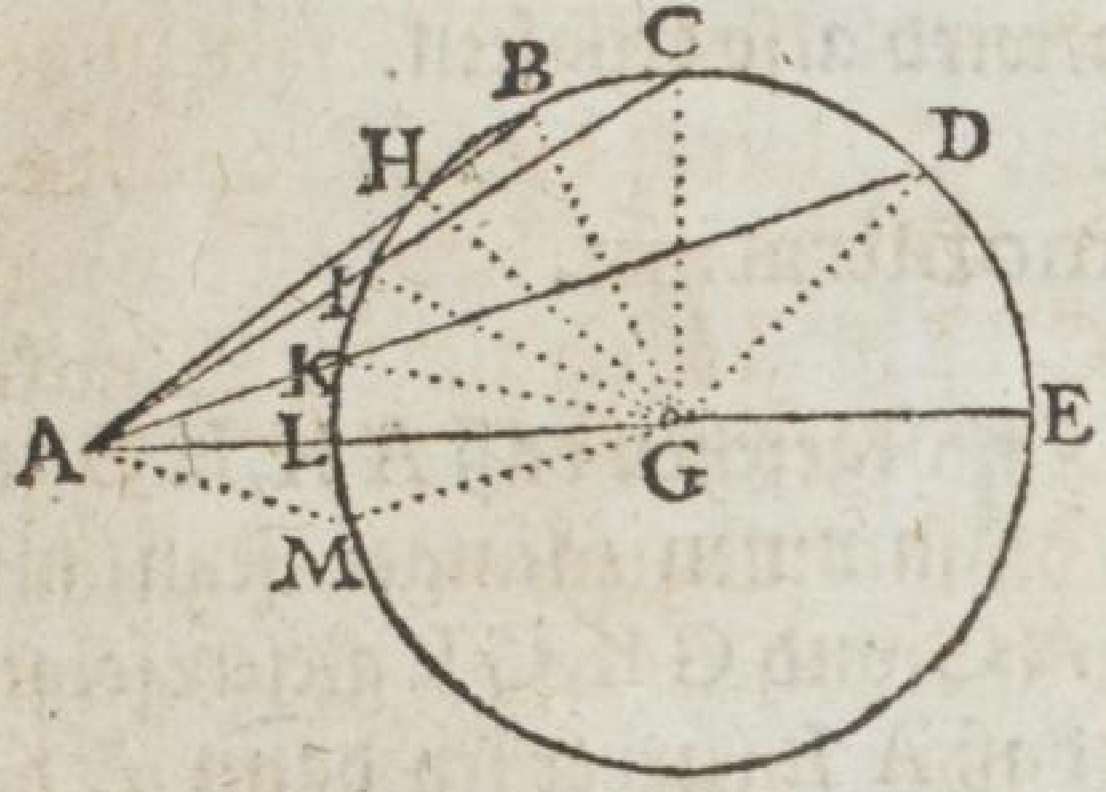
## Die vierte Demonstration.

Zum vierten vnd letzten / mögen nicht mehr als zwo gleiche Linien zu jeder Seiten der Linien E P gezogen werden / welches eben so viel ist/als ob man sagte/auß einem punct als P, mag über eine Seiten keine Lini gezogen werden/ die einer andern als P D gleich sey/vnd das ist nun bewiesen: Aber über die ander Seiten/kan solches wol geschehen/als man an der Lini P F sehen mag.

## Die 8 Proposition.

So nach gefallen / ausserhalb eines Circkels ein punct genommen wird / vnd von demselben etliche rechte Linien in den Circkel gezogen werden/eine durchs Centrum, die andern aber nach belieben: So ist vnter denen allen/so auff den holen vmbkreyß gezogen wordẽ/die/so durchs Centrum gehet/die långste: vnd nachmals allwege die / welche dieser nåher/ långer weder die/so weiter davon ist; vnter denen aber so vom punct außwendig auff den vmbkreyß fallen/ist diese die kürtzeste/ so von gemeltem punct auß an den Diametrum erreichet / vnd mit demselben

ben eine rechte Lini macht; hergegen aber je weiter eine von die, ser/je länger dieselbige; es mögen auch von offt gemeltem punct auß (zu beyden Seiten der kürtzten aussen auff dem Circkel/vñ zu beyden Seiten der längsten in den Circkel oder holen Vmb, kreyß) nicht mehr dann zwo gleiche Linien fallen.




AVsser dem beygestelten Circkel ist der punct A: die Linien durch den Circkel auff den holen Vmbkreyß gezogen seyn A E, AD, A C, A B, vnd A E gehet durchs Centrum G, Item die Linien so auff die circumferentz fallen/seyn A L, A K, A I, A H, aber A L fällt zwischen den punct A vnd das Centrum G, vnnd machet mit dem Diametro I E eine rechte Lini: Es sind auch (zur Demonstration) von G außgezogen die halben Diametri zu der circumferentz, als in der Figur zu sehen ist.

Wir haben in dieser Proposition fünff vnterschiedliche stück zu beweisen.

Zum ersten/daß die Lini A E so durchs Centrum G gehet/die längste sey.

## Die erste Demonstration.

Angesehen/daß durch die 20 Proposition deß ersten Buchs/ A G, G D zusammen länger seyn/als A D, vnd daß dieselbigen gleich seyn der Lini A G E: Folgt/daß A G E auch länger sey als A D, oder auch A C, A B, deßgleichen einige andere Linien/so man vom punct A in den Circkel ziehen mag.

Zum andern: daß die lini/so zu nechst der, die durch Centrum gehet/gezogen ist/länger sey als die fernere davon/beweisen wir al, so:

## Die ander Demonstration.

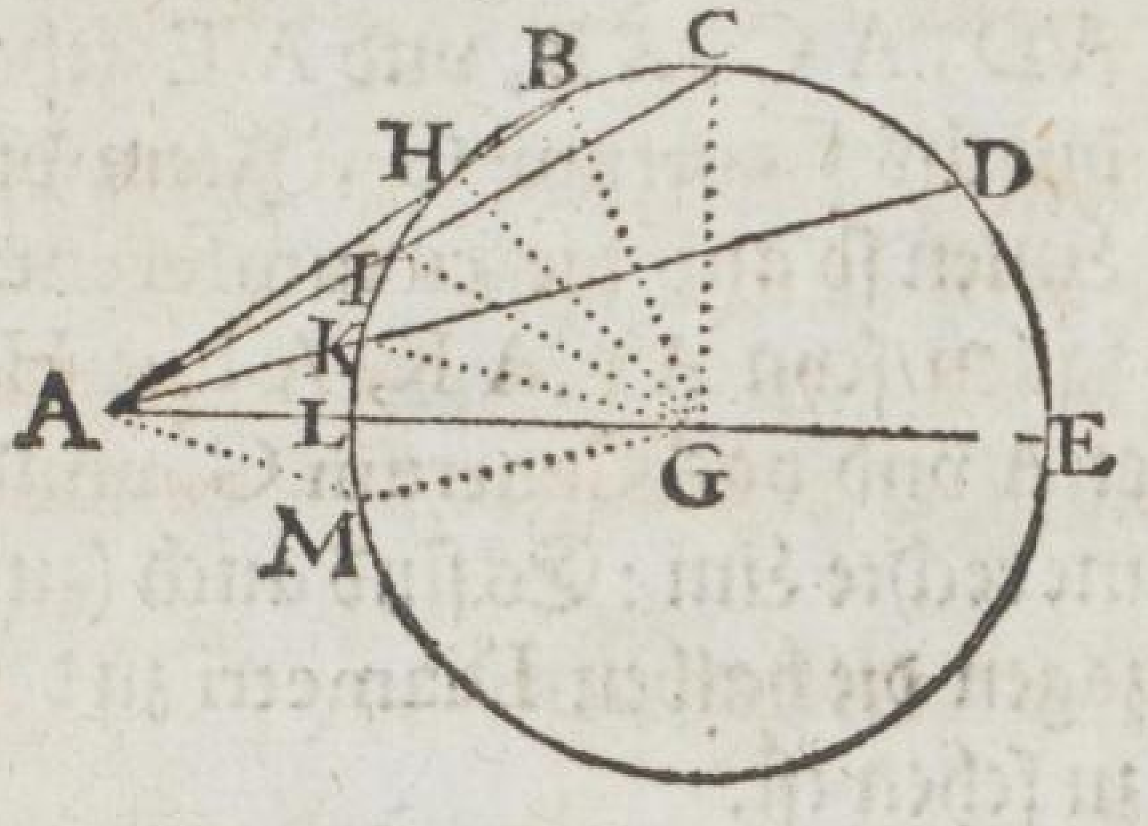
Die linien G D, G C sind gleich/vnd A G ist jhnen gemeyn/ aber die Winckel A G D grösser/als A G C: darumb so ist A D

auch

auch länger als A C, vnd solches durch die 24 Proposition deß ersten Buchs: vmb dergleichen vrsach willen ist A C auch länger als A B, oder einige andere Linien die darzwischen mag gezogen werden.

Zum dritten / daß die Lini A L so zwischen dem punct A vnd dem Centro G auff die circumferentz fällt / kürtzer ist als die darneben auß / auff dieselben kommen / wird also erhalten.

## Die dritte Demonstration.




ANgesehen daß A K, K G zusammen / länger seyn als A G, vnd G K, G L gleich: folgt / daß A L kürtzer sey dann A K, oder einige andere Linie / die man auß dem punct A, auff die circumferentz ziehen mag / welches klärlich auß jetziger Demonstration erscheint.

Zum vierten: Daß die Lini / so zu nechst an der Lini zwischen dem punct A vnd dem Centro G auff die circumferentz fället / kürtzer sey / als die weiter davon / das demonstrirn wir also.

## Die vierte Demonstration.

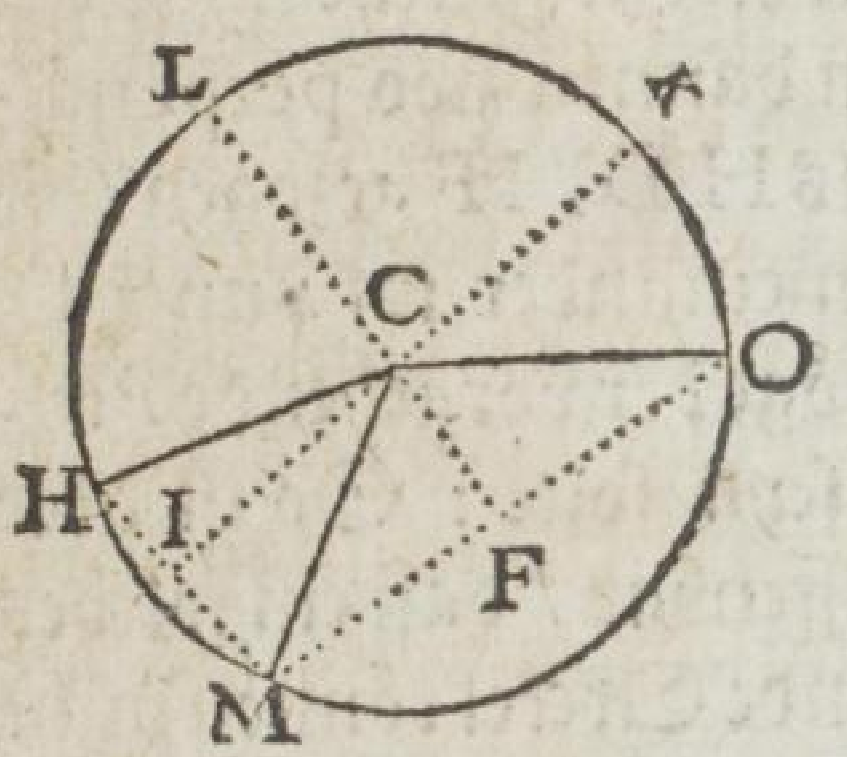
Nemet wahr / daß die Linien A G, G K gleich seyn den beyden A G, G I, vnd der Winckel A G K kleiner ist dann A G I, so folget / durch die vorgenante 24 Proposition deß ersten Buchs / daß die Lini A K kürtzer sey als A I, vnd auch A H; vnd A I gleiches falls kürtzer dann A H, oder einige andere Linien / die von I nach B, auß dem punct A gezogen werden mag. Endlich zum fünfften vnd letzten / mag an dieselbe Seiten von A K, kein Lini auß A auff die circumferentz gezogen werden / die derselben A K gleich sey; vnd das ist nun in vorgehenden Demonstration genugsam erklärt: dann nacher L wird sie kürtzer seyn / vnd nacher I länger: Aber

auff

auff der andern Seiten mag ei solches wol geschehen. So man in G, auff die lini L G, einen Winckel machet der gleich sey dem Winckel A G K, welcher ist A G M, vnd gezogen A M, die wird durch die 4 Proposition deß ersten Buchs gleich seyn A K. Nota. Eben diß verstehet sich auch mit vnd gegen der lini A E.

## Die 9 Proposition.

**So in einem Circkel/ von einem punct mehr dann zwo gleiche Linien an den Vmbkreyß können gezogen werden/ so ist derselbe punct deß Circkels Centrum.**




IN diesem Circkel sind von dem pũct C, drey gleiche linien/ als C H, C M, C O zum Vmbkreyß gezogen/ darumb ist C deß Circkels Centrum.

### Demonstration.

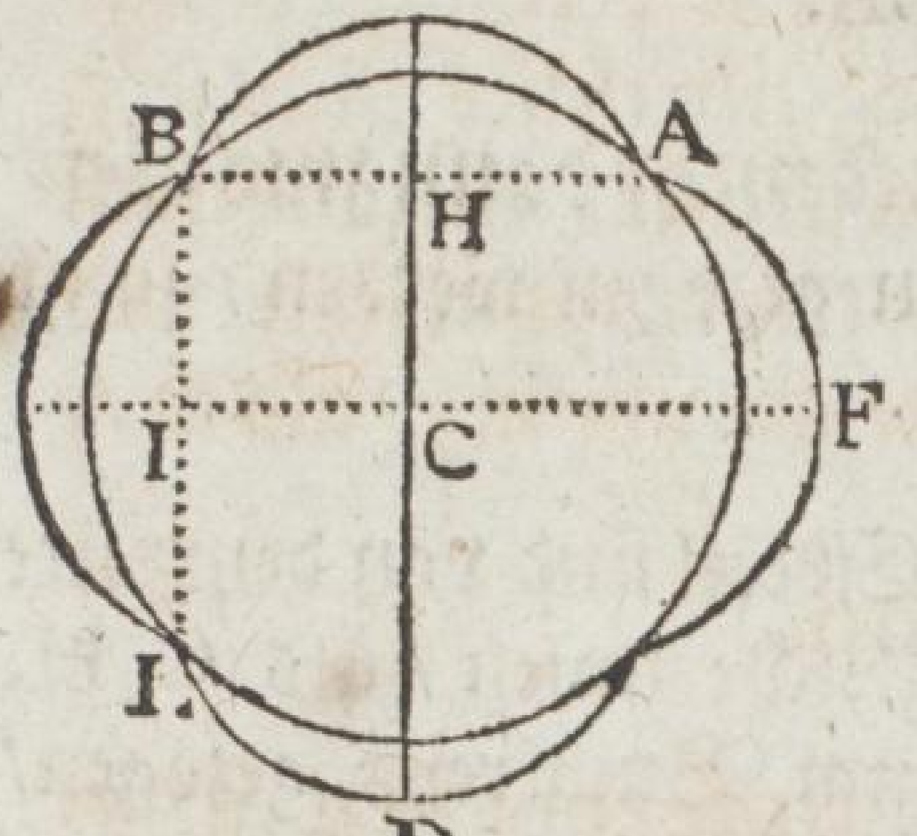
Last gezogen seyn O M, M H, deren jede in zween gleiche theil getheilt/ in F vnd I. Darnach gezogen die linien I C K, F C L, die durchschneiden einander in C. Angesehen/ die zween Triangel C F O, C F M, welche sind einander durchauß ähnlich vnd gleich: deßgleichen auch die zween Trianguli C I M, C H I, die lini L F ist rechtwincklicht auff M O, vnd I K auff H M. Nun in jeder dieser lini/ als F L vnd I K muß (durch die 3 Proposition) kommen das Centrum deß Circkels/ welches wird seyn in dem Creutzpunct C, dann so dasselbe auff der lini L F, als von C nacher L, oder nacher F, in einem andern punct wurde seyn; so ist augenscheinlich daß es nicht möchte kommen auff die lini I K, wurde es aber auff der lini I K, von C nacher I oder K, in einem andern punct genommen: so könte es nicht kommen auff die lini L F, darumb ist der Creutzpunct C, das Centrum deß Circkels/ welches auch noch auff vnterschiedliche weiß vnd manier mag bewiesen werden.

Die

## Die 10 Proposition.

**Zweyer Circkel circumferentz mögen einander nicht in mehr dann in zweyen orten oder puncten durchschneiden.**

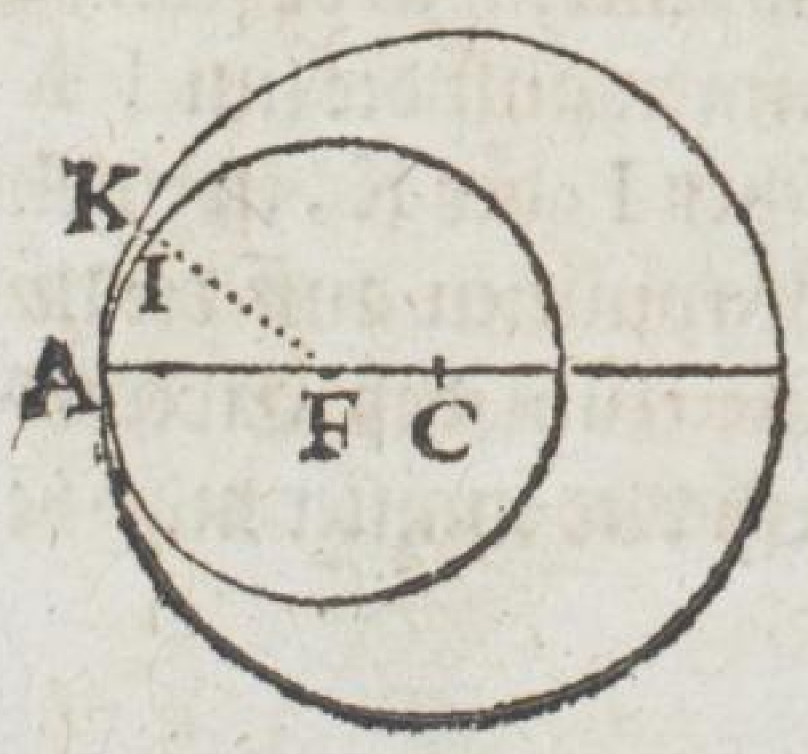
### Demonstration.




SO dieser beyden Circkel circumferentz in dreyen orten möchten einander durchschneiden / als in A, B, L, last seyn gezogen die linien A B, B L, die in H vnd I, in zween gleiche theil getheilt / vnd von dannen zwo perpendicular linien als H D, I F gezogen / die durchschneiden einander im punct C, welches / vermöge der vorgehendē Proposition, der beyden Circkel Centrum seyn solte: So ist aber durch die 5 Proposition diesses Buchs offenbar / daß ein solches vnmüglich ist / dann zween durchschneidende Circkel können nicht ein gemeynes Centrum haben / darumb durchschneiden gemelte zween Circkel einander nicht in mehr alß in zweyen puncten.

## Die 11 Proposition.

**So zweyer Circkel circumferentz einander inwendig anrühren / vnd von einem Centro zum andern eine rechte lini gezogen / darnach ferner verlängert / wird solche die zween Circkel in dem punct darin sie einander berühren / durchschneiden.**




DJeser Circkel anrührung ist inwendig in A, jhrer Centra sind C vnd F, die rechte lini so dardurch gehet / vnd andern circumferentz erlängert ist / fällt in den punct der anrührung / nemlich in A.

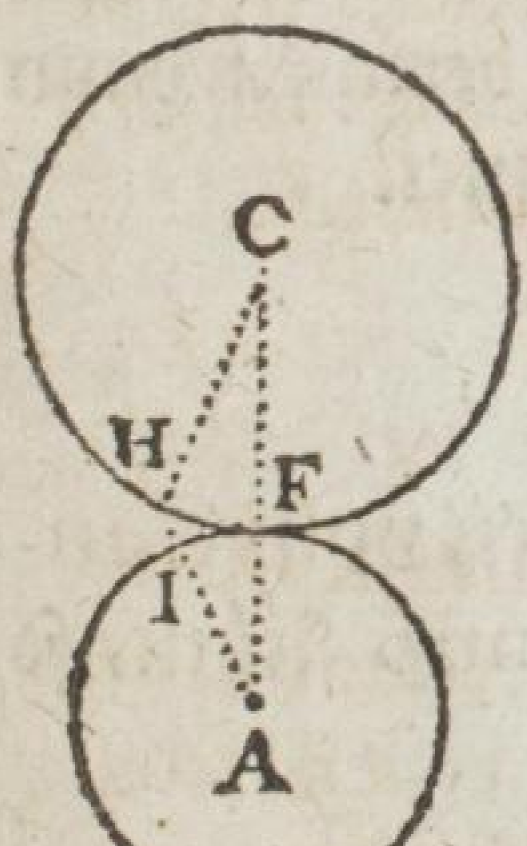
Demon-

## Demonstration.

So die verlängerung C E nicht fiele in den punct der anrühung A, sondern in K, so müste die lini C F K, durch die definition deß Circkels/gleich seyn in der lini F A, aber F I ist gleich F A, vnd F K ist (durch die 7 Proposition diesses Buchs länger als F I, darumb ist durch die 4 gemeyne Wissenschafft C F K auch länger dann C F A, beyde auß einem Centro gezogen/welches nicht seyn kan/ sondern wider deß Circkels definition streitet / darumb muß C F K kein gerade oder rechte / sondern ein krumme lini seyn / vnd die gerad verlängte C F, in den punct der anrührung / als in A fallen.

## Die 12 Proposition.

Wann zween Circkel / mit jhren circumferentzen, außwendig einander berühren/ vnd derselben beyder Centra mit einer rechten lini zusammen gelaitet werden / wird solche zusammen ziehung durch den punct der anrührung gehen.




Diese beyde Circkel berühren einander außwendig im punct F, deren Centro C vnd A, sind mit der rechten lini A C zusammen gelaitet / die gehet durch den punct der anrührung/ als F.

## Demonstration.

So A C, nicht durch den punct der anrührung gienge/last es seyn C H I A, angesehen daß durch die definition deß Circkels C F, C H gleich seyn/ also auch A F, A I, vnd das C I durch die 8 Proposition dieses Buchs/ länger als C F: Folgt daß C H I A auch länger sey als C A, darumb gehet C H I A durch die 4 Proposition deß ersten Buchs/nicht gerad oder recht von einem Centro zum andern/vnd durch den punct der anrührung/ sondern die gerade lini C A.

Die

## Die 13 Proposition.

**Zween Circkel können einander weder außwendig noch inwendig nicht in mehr dann in einem ort oder punct berůhren.**

### Demonstration.

SO zween Circkel einander außwendig anrůhren, wird die gerade lini / damit die zwey Centra zusammen gelaitet / (vermög der vorgehenden Proposition) durch den punct der anrůhrung gehen. Welches aber nicht mehr dann an einem ort geschehen mag / wie allda durch die Demonstration offenbar / darumb berůhren zween Circkel einer den andern außwendig nicht in mehr dann in einem punct.

Zum andern / so zween Circkel einer den andern inwendig berůhrt / geschicht dasselbe (durch die 11 Proposition diesses Buchs) im punct von der verlängten lini / damit die Centra zusammen gezogen seyn / vnnd das mag auch nicht mehr dann in einem punct geschehen / als in der Demonstration der 11 Proposition diesses Buchs klärlich erscheinet. Solche beyde Circkel berůhren dann ein andere inwendig in mehr nicht als in einem punct.

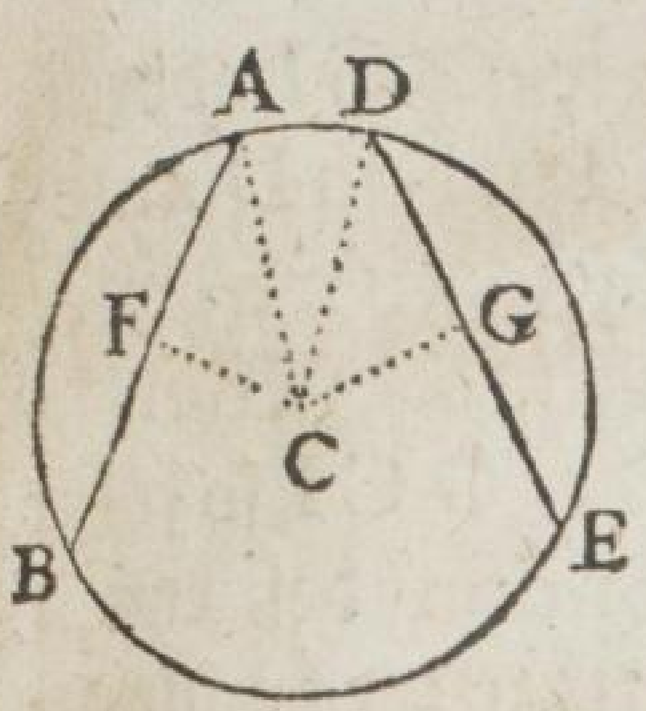
## Die 14 Proposition.

**Gleiche Linien in einem Circkel / stehen eben weit vom Centro: darumb / wann linien gleich weit vom Centro stehen / so sind sie einander gleich.**


IN diesem Circkel sind gezogen die zwo linien A B, D E, die stehẽ eben weit vom Centro, darumb / weil die linien A B, D E gleiche weiten vom Centro stehen / so sind sie einander gleich.

### Demonstration.

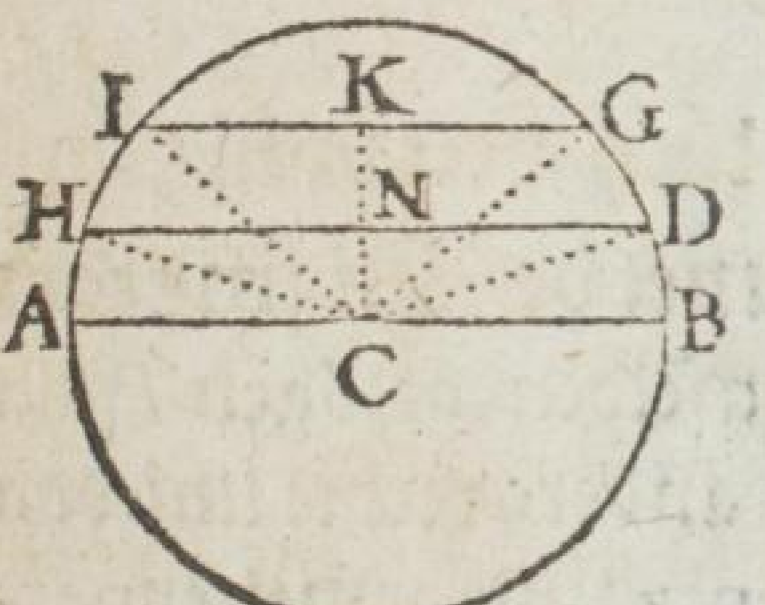
Theilt A B, D E jede in zween gleiche theil in F vnd G, von dannen




nen zwo Linien gezogen zu dem Centro C, die kom̃en durch die 3 Proposition dieses Buchs perpendiculariter auff A B, D E. Ferner/vom Centro C gezogen die Linien C A, C D, die sind (durch die Definition deß Circkels) gleich. So nun die linien A B, D E gleich weit vom Centro stehen / so werden durch die vierte Definition, C F, G C auch gleich seyn. Angesehẽ die zween rechtwincklichten Triångel C F A, C G D, so folgt (durch die 47 Proposition deß ersten Buchs) weil die Seiten A F, A C gleich seyn den Seiten D G, D C, daß auch C F vnd C G můssen gleich seyn; vnd so C F, C G gleich seyn / ist zu wissen daß die linien A B, D E gleich weit vom Centro stehen: Darumb/vnd vmb dieser vrsach willen/sollen auch A F, D G gleich seyn. Deßgleichen durch die 6 gemeyne Wissenschafft die lini A B gleich D E.

## Die 15 Proposition.

**In einem jeden Circkel ist vnter allen rechten Linien der Diameter die långste / vnd die nechste daran allzeit långer als die weiter davon.**

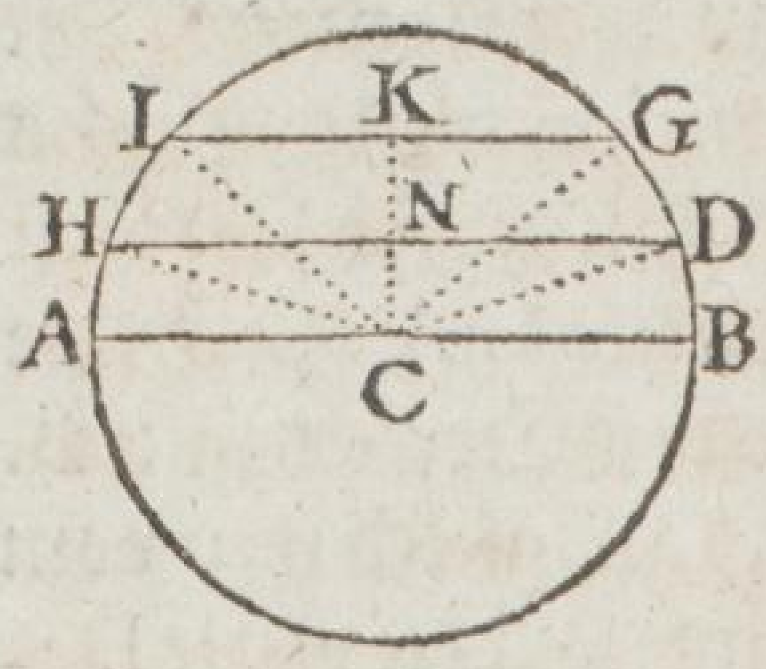



IN diesem Winckel ist die Lini A B der Diameter, vnd darumb långer als der andern linien eine/als D H, G I, vnd die, weil D H dem Diametro A B nåher ist/ dann G I, so ist dieselbe D H auch långer als G I.

### Demonstration.

Last gezogen seyn die perpendicular linien C N, C K, deßgleichen die linien C D, C G, C I, C H. Angesehen nun daß die zwo linien C H, C D zusammen dem Diametro gleich seyn: aber durch die 20 Proposition deß ersten Buchs långer als D H, so folgt daß der Diameter A B auch långer sey dann D H, vnd vmb dieser vr-

 sachen




sachen willen auch långer als G I, oder einige andere linien / so neben dem Diametro in den Circkel mag gezogen werden.

Zum andern / dieweil der Winckel D C H grősser ist als der G C I, so folgt (durch die 24 Proposition deß ersten Buchs) daß D H auch långer sey dann G I, oder einige andere linien / die man von D H nacher G I ziehen mag.

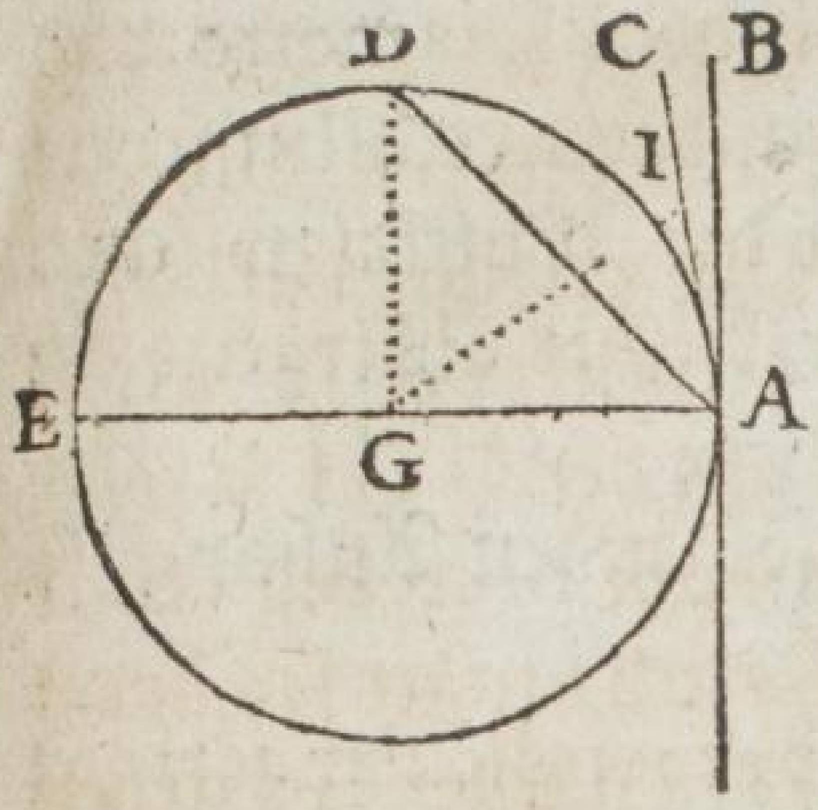
## Anderst:

Das Quadrat C H, ist durch die 47 Proposition deß ersten Buchs / grősser als das Quadrat N H, vmb das Quadrat C N, darumb ist auch C H långer als N H: deßgleichen auch der Diameter A B långer dann die lini D H, oder einige andere. Vnd die zwey Quadrat K I, K C, sind zusammen eben so groß als die zwey Quadrat N H, N C, dieweil beyde zusammen eben so groß sind als das Quadrat deß halben Diameters: aber das Quadrat C K ist grősser dann C N, folgt daß das Quadrat K I, (vmb so viel) muß kleiner seyn als das Quadrat N H, darum̃ ist offenbar / daß die lini D H långer ist als G I.

## Die 16 Proposition.

**Eine rechte Lini von dem eussersten punct deß Diameters einer Circkels perpendiculariter auff denselben gezogen / fållt ausserhalb den Circkel: auch mag kein andere rechte lini von demselben punct / zwischen die circumferentz vnd gemelter perpendicular gezogen werden. So ist auch der Winckel deß halben Circkels / von dem Diametro vnnd der circumferentz begriffen / grősser dann einiger rechtlinischer Winckel / der kleiner ist als winckel recht / vnd der Winckel zwischen der perpendicular vnd der circumferentz ist kleiner dann irgend ein anderer rechtlinischer Winckel.**

Der




DEr Diameter von diesem Circkel ist A E, vom eussersten punct A, ist perpendicular auff denselben gezogen die lini A B, welche fällt ausserhalb deß Circkels: Aber von diesem punct A, mag kein andere gerade lini zwischen den Circkel vnd der perpendicular A B gezogen werden/ vnd der Winckel mit dem Diametro A E vnd dem Bogen A I D begriffen/ist grösser als ein änderer rechtlinischer Winckel/ so kleiner als winckelrecht. Aber der Winckel begriffen mit der perpendicular vnd dem Bogen A I D ist kleiner als einige anderer rechtlinischer Winckel.

## Demonstration.

In der Figur sind gezogen die drey Linien A C, G I, G D, vmb vier vnterschiedliche stück zu demonstrirn.

Erstlich/so es müglich were/daß die perpendicular Lini von A, auch inwendig deß Circkels fallen möchte / als D A, der Triangel würde dan gleichfüssig/vnd der winckel auff A D, als G A D, durch die fünffte Proposition deß ersten Buchs/dem G D A gleich seyn: dann die zwo Seiten G D vnd G A sind auch gleich. Nun solt der winckel G A D recht seyn/ welches ist wider die 17 Proposition deß ersten Buchs/ darumb fällt solche perpendicular nicht inwendig/sondern ausserhalb deß Circkels.

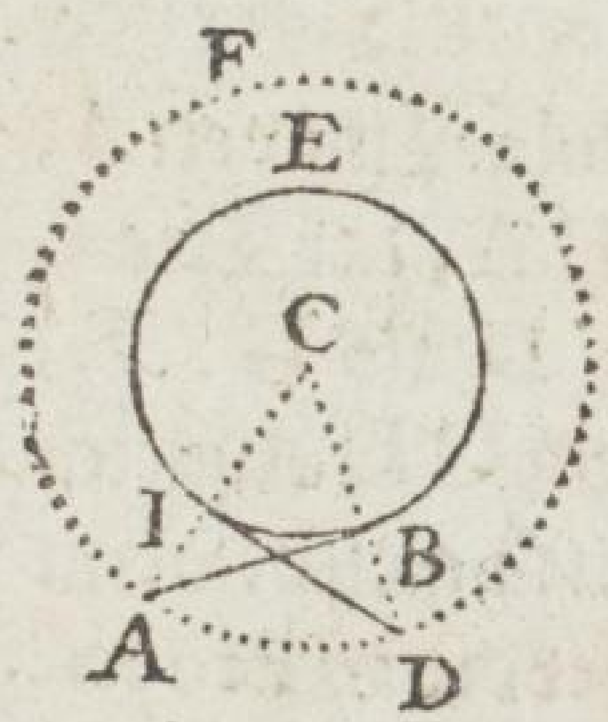
Zum andern/so zwischen die perpendicular A B, vnd der Circumferentz eine andere Lini auß A möchte gezogen werden / nemlich A C, so sey darauff auß dem Centro G eine perpendicular Lini gezogen / als G I, der Winckel G I A solt alsdann winckelrecht seyn / auch derowegen die Lini A G länger dann G I, durch die 19 Proposition deß ersten Buchs / welches ist vnwarhafftig/ vnd kan nicht seyn/dan G I gehet durch die Circumferentz / vnd G A erreicht allein dieselbe ; darumb so ist G I länger als G A. Hierauß folgt/daß zwischen der perpendicular A B, vnd der circumferentz, kein rechte Lini auß A mag gezogen werden. Hierauß ist offenbar / daß der Winckel begriffen mit dem Diametro vnd der circumferentz, grösser ist als irgent ein anderer rechtlinischer/ Winckel/so kleiner ist als winckelrecht / vnd der Winckel zwischen derselben circumferenz vnd perpendicular, kleiner als irgend ein anderer rechtlinischer Winckel.

Auff diese Proposition stelt Euclides den folgenden Anhang / so also lautet:

Hierauß ist offenbar / daß die gemelte perpendicular gezogen von dem End deß Diametri, den Circkel berůhrt; auch daß ein rechte Lini einen Circkel nicht mehr als in einem Punct anrůhren mag.

## Die 17 Proposition.

**Von einem vorgegebenen punct ausserhalb eines Circkels/ eine rechte Lini zu ziehen/die einen gegebenen Circkel berůhre.**




DEr vorgegebene Punct ist D, der fůrgenommene Circkel I E B, sein Centrum C, von dannen ziehet eine Lini zu dem punct D, die zerschneidet die cicumferentz in B. Darnach auß dem Centro C beschreibt einen andern circkel/dessen halber Diameter sey C D, welcher ist A F D, vnd von B gezogen eine Lini perpendiculariter auff C D zur circumferenz in A. Ferner von dannen eine ins Centrum C, die zerschneid die circumferentz deß gegebenen Circkels in I, von dieser zertheilung / eine Lini gezogen zu dem mehrgemelten Punct D. Diese D I berůhrt den fůrgenommenen Circkel in I.

### Demonstration.

Angesehen daß die zwo Seiten C D, C I gleich seyn C A, C B, vnd der Winckel C jhnen gemeyn: so ist auch (durch die vierdte Proposition deß ersten Buchs) die Basis D I gleich A B, vnd die andern Winckel mit gleichen Linien (vnterzogen) der eine dem andern gleich; nemlich der winckel C B A gleich C I D: Aber C B A ist recht/

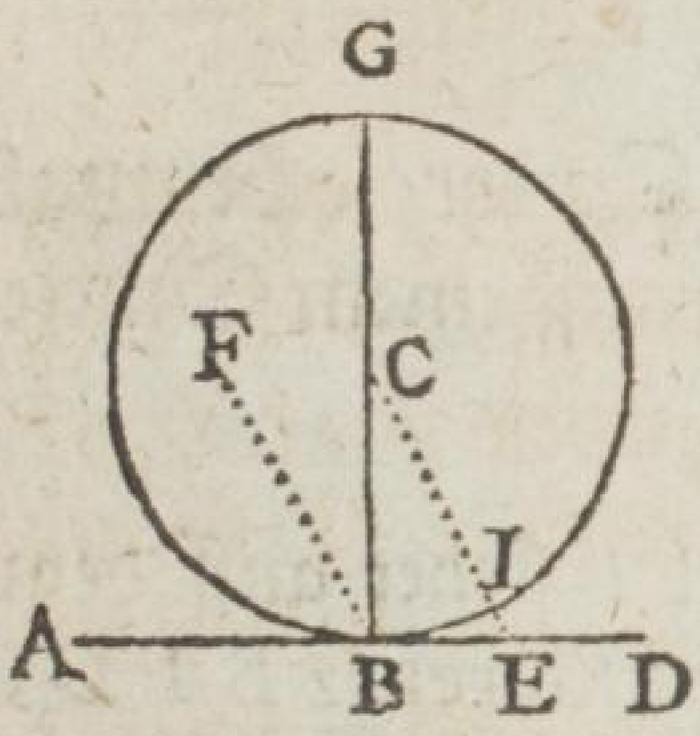
ist recht/vnd die Lini A B berührt durch die vorgehende Proposition, den Circkel. So folgt dann / daß der Winckel CID, auch recht sey/vnd daß die Lini D I den Circkel berühre.

## Anderst.

Ziehet eine Lini auß D, zu dem eusserſten der circumferentz deß Circkels/also / daß sie denselben berühre / vnd nicht dardurch gehe/welches leicht mit einen Linial zu thun ist.

## Die 18 Proposition.

**So eine rechte Lini einen Circkel berührt / vnd vom Centro zu dem Punct der berührung eine andere Lini gezogen wird / so ist solche perpendicular auff der anrührenden Lini.**




DJe Lini A D berührt den Circkel in B, von diesem Punct der anrührung ist eine andere Lini bezogen zu dem Centro C, die ist perpendicular auff AD.

## Demonstration.

Diß ist offenbar durch die 16 Proposition dieses Buchs / welches aber anderst also bewiesen wird:

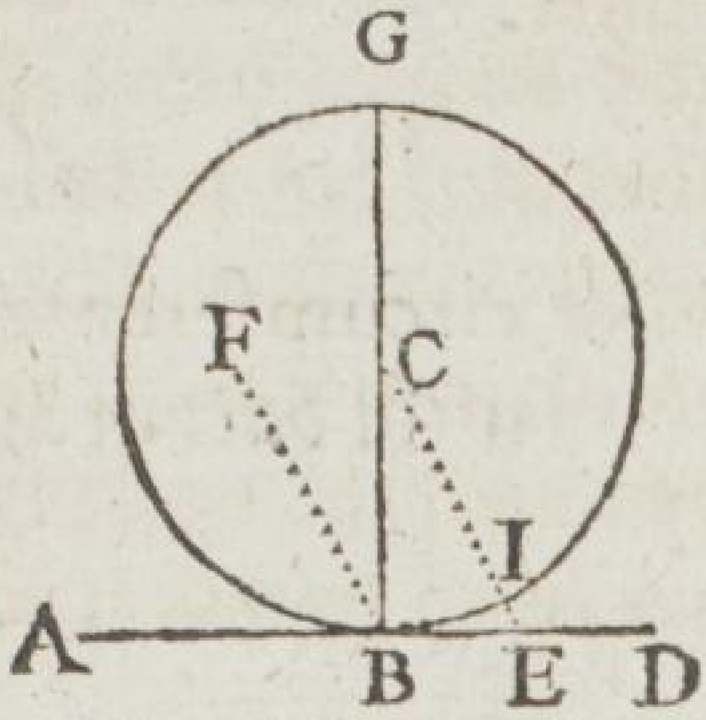
So C B D kein rechter Winckel / last von C eine andere Lini perpendicular auff A D, nemlich C E gezogen seyn / so soll der Winckel C E B recht: vnd die Lini C B (vermög der 19 Propotion deß ersten Buchs) länger seyn dann C E; Aber C I getheilt von C E, ist gleich C B, darumb ist C E länger als C B. Hierauß folget/daß man auß dem Centro C, zu keinem andern punct ein perpendicular auff A D ziehen möge/dañ in die berührung B.

## Die 19 Proposition.

**So eine rechte Lini einen Circkel anrührt / vnd von dem Punct der Berührung eine perpendicular auff dieselbe Lini**

 durch

durch den Zirckel gezogen/wird in derselben perpendicular deß Circkels Centrum seyn.



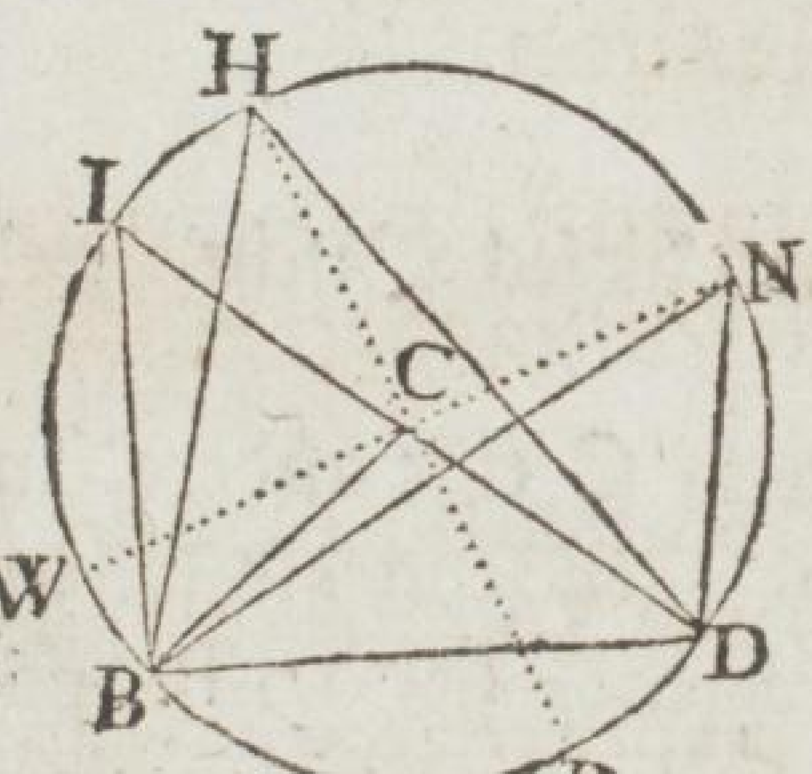

IN dieser Figur ist von dem Punct der anrührung B eine perpendicular auff A D, als B G gezogen / die gehet durch das Centrum des Circkels.

## Demonstration.

Diß ist durch die vorgehende Proposition offenbar/dann so das Centrum nit in der perpendicular B G were/lasts seyn in der Lini B F, in F, der Winckel F B A, ein theil von G B A, solle derselben G B A gleich seyn /welches vnmüglich ist.

## Die 20 Proposition.

In allen Circkeln/ seynd die Winckel im Centro zweymal so groß als an der circumferentz, so die auff einem Stücke der circumferentz stehen.




IN diesem Circkel / stehet auff dem stuck von der circumferentz B P D, der Winckel im Centro B C D, dieser ist zweymal so groß als einer von den andern Winckeln/nemlich B I D, B H D oder auch B N D; so in oder an der circumferentz stehen.

## Demonstration.

Wir haben allhie drey Winckeln in die circumferentz gezogen/vmb willen/drey vnterscheid (casus oder fäll) zu beweisen: Der erste Winckel ist begriffen mit dem Diameter I D, vnd der Lini I B: Der andere mit den Linien H B, H D: Der dritte mit N B, N D. Darnach auch solchen Winckeln die Linien P H, N W, durch das Centrum C gezogen/ꝛc.

Erst,

Erstlich mercket/ daß durch deß Circkels definition/ die halben Diametri alle gleich seyn / vnd werden dardurch in der Figur gemacht etliche gleichfüessige Triangel/ als B C I, B C H, B C N, B C D, D C H, D C N, welche alle ( durch die 5 Proposition deß ersten Buchs/ die Winckel an der circumferentz auff denen Basibus gleich haben/ vnd jeder außwendige Winckel dargegen vber/ ist zweymal so groß als der andern einer / welches durch die 32 Proposition deß ersten Buchs mag verstanden werden/ darumb ist zum ersten der Winckel B C D in Centro auch zweymal so groß als B I C.

Zum andern/ der Winckel B C P ist zweymal so groß als B H C, vnd P C D, als C H D. Folgt/ so man B C P, P C D zusammen thut/ deßgleichen auch B H C, C H D, daß der winckel B C D zweymal so groß sey als B H D.

Zum dritten/ der Winckel W C D, ist zweymal so groß als C N D, vnd W C B, als C N B. Folgt / so man W C B, abzeucht von W C D; vnd C N B von C N D, daß der Winckel B C D auch zweymal so groß sey als B N D, nach inhalt dieser Proposition.

## Die 21 Proposition.

**In einem Circkel seyn die Winckel / so auff einem gleichen Theil oder Stück der circumferentz stehen/ einander gleich.**

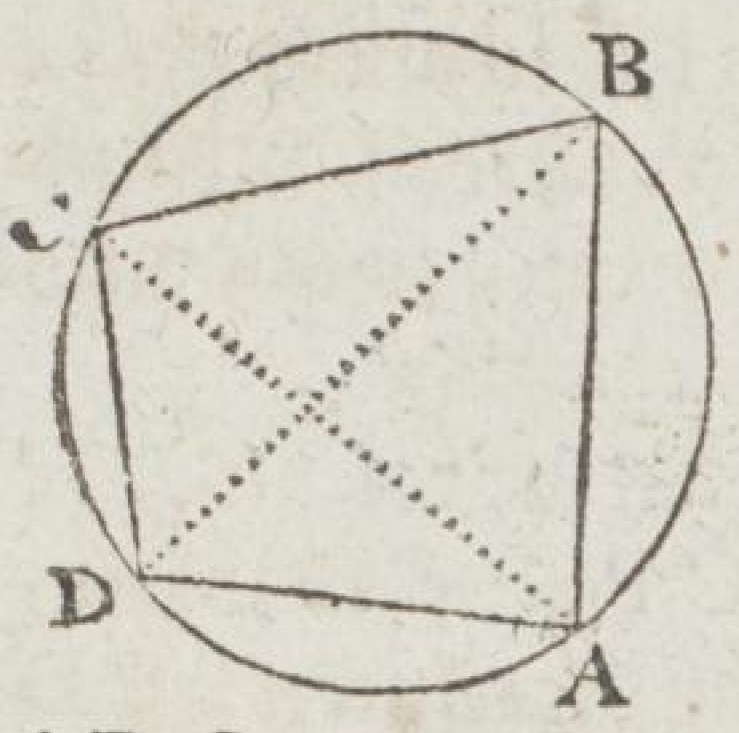
IN der vorgehenden Figur stehen die Winckel B I D, B H D, B N D, auff einem segmento, Stück oder Theil der circumferentz B P D, darumb seynd die Winckel an der circumferentz einer dem andern gleich.

### Demonstration.

Durch die vorgehende Proposition seynd die Winckel an der circumferentz jeder halb so groß als der Winckel im Centro, darumb sind sie ( durch die 7 gemeyne Wissenschafft ) einander gleich.

## Die 22 Proposition.

**Von allen viereckigten Figurn/ so in einen Circkel beschrieben werden/ seynd je zween Winckel/welche gegen einander über stehen/zusammen eben so groß als zween rechte winckel.**



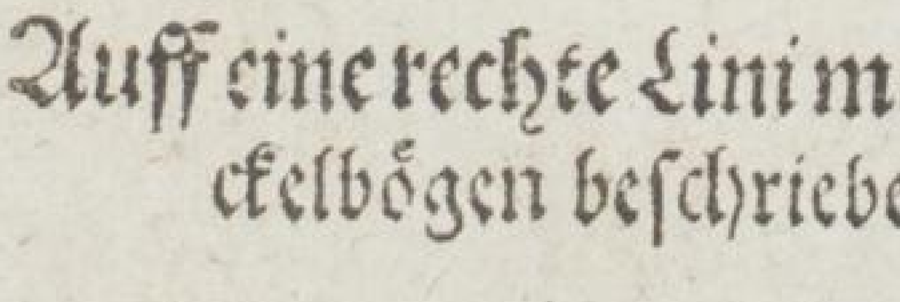

DJese viereckigte Figur A B C D, ist in einem Circkel beschrieben/ darumb sind je zween Winckel gegen einander über / als B A D, B C D zusammen / eben so groß als zween rechte Winckel. Ebenermassen verhelt es sich auch mit den beyden gegeneinander überstehenden Winckeln A B C, A D C.

### Demonstration.

Last seyn gezogen die Linien A C, B D, so seynd (durch die vorgehende Proposition) die Winckel B A C, B D C gleich / also auch C A D, C B D. Hierauß folget daß der Winckel B A D, eben so groß sey/als die zween Winckel C B D, B D C, welche mit dem Winckel B C D zusammen/eben so groß sind als zween rechte Winckel / wie auß der 32 Proposition deß ersten Buchs abzunehmen oder zu erweisen ist. Darumb sind die Winckel B A D, B C D zusammen/eben so groß als zween rechte Winckel. Ebenermassen wird solches auch mit den zweyen Winckeln A B C vnd A D C bewiesen.

## Die 23 Proposition.

**Auff eine rechte Lini mögen nicht zween gleichförmige Circkelbögen beschrieben werden/so vngleicher grösse seynd.**




Auff der rechten Lini A B, ist beschrieben der Circkelbogen A C B. Nun mag auff dieselbe Lini A B kein andere Circkelbogen beschrieben werden/ der

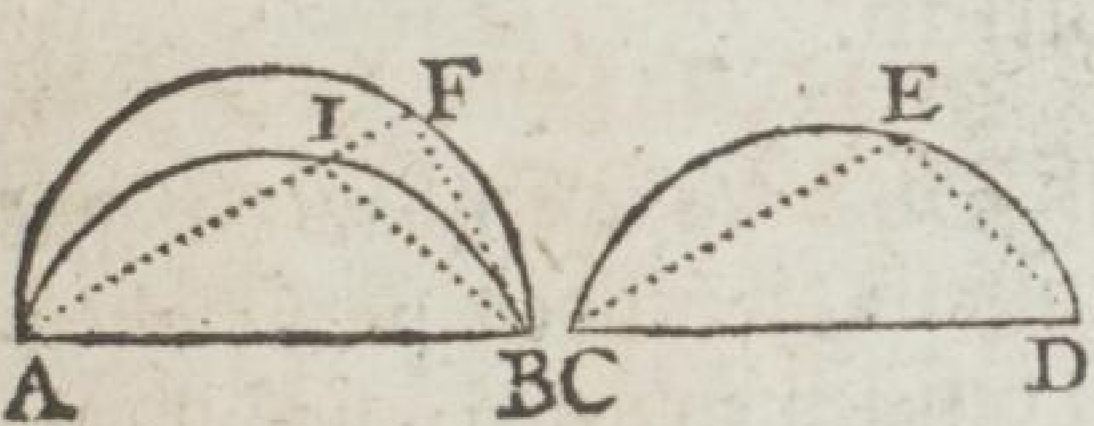
der A C B gleichförmig / aber vngleicher grösse were.

## Demonstration.

So es müglich were/daß es geschehen köndte/ last auff AB einen andern Circkel bogẽ/als A I B beschrieben seyn/vñ gezogen die Linien A C, B C, darnach auch von der durchschneidung I, eine andere zu B, so sollen (durch die 10. definition diß Buchs) A C B vnd A I B gleich seyn/nemlich der inwendige gleich dem außwendigen/welches ist falsch/vnd streitet wider die 16 Proposition deß ersten Buchs. Diese Proposition ist dann warhafftig.

## Die 24 Proposition.

### Gleichförmige Circkelbögen/die auff gleichen Linien stehen/seyn eben oder gleicher grösse.




DJese gleichförmige Circkelbögen A I B vnd C E D, stehen auff gleichen Linien A B vnd C D, darumb seynd sie eben groß.

## Demonstration.

So es müglich/daß sie vngleich weren; Last auff die lini A B einen andern Circkelbogen/gleichförmig vnd eben so groß imaginiert als C E D beschrieben seyn / welche sey A F B. Darnach ziehet die linien A F, F B, I B, vnd E C, E D. Angesehen daß durch die 21 Proposition diß Buchs/die Winckel in gleichförmigen Circkelbogen gleich seyn; so müsten allhie die Winckel A I B, A F B jeder gleich seyn C E D, vnd denselben A I B, A F B auch gleich/ welches ist vnwarhafftig/ vnd kan nicht seyn: Dann der Winckel A I B ist grösser als A F B, durch die 16 Proposition deß ersten Buchs / darumb seynd die gleichförmige Circkelbögen die auff gleichen linien stehen/gleich oder eben groß.

## Die 25 Proposition.

**Eines vorgegebenen Circkelstücks seinen gantzen Circkel zu beschreiben oder zu erfüllen.**

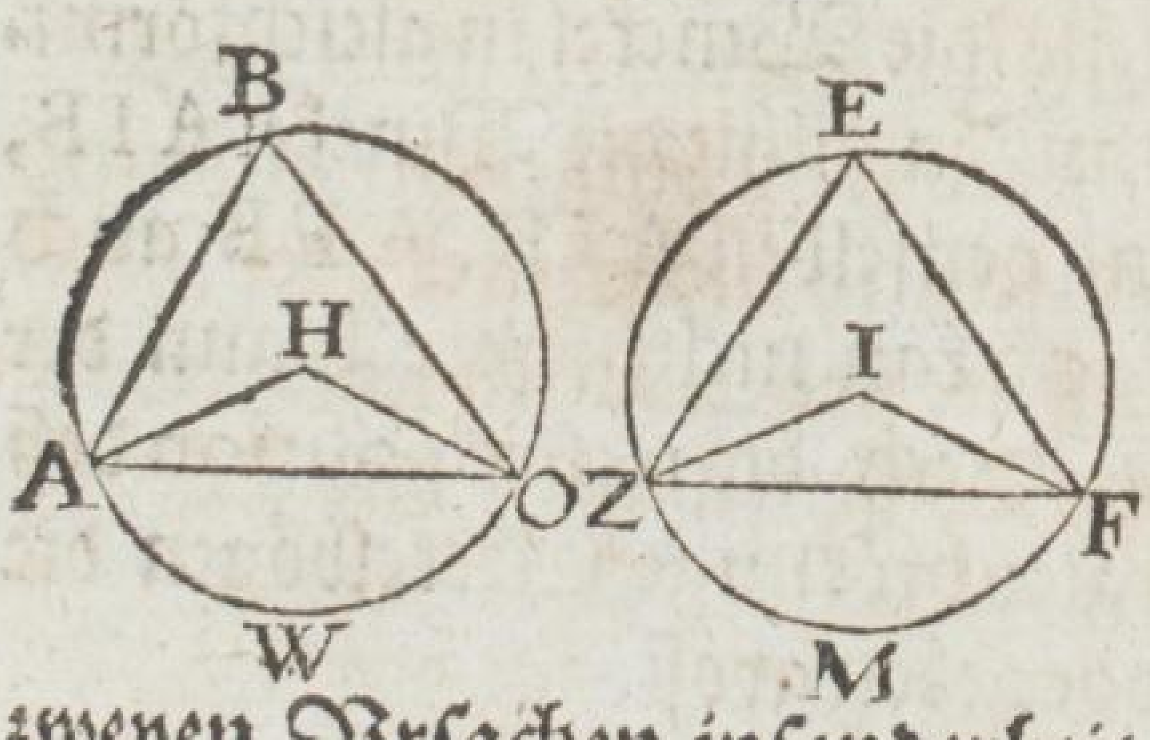
DEr vorgegebene Circkelbogen ist A D E P, in denselben ziehet nacher believen zwo rechte linien/ als A D, E P, deren jede theilt in zween gleiche Theil in C vnd I, auß solchen theilungs punct ziehet zwo perpēdicular Linien als C L, I L, die durchschneiden einander in L, darumb ist L deß gantzen Circkels Centrum, davon das Circkelstück A D E B ein Theil ist. Auß diesem Punct L mag der gantze Circkel erfüllet oder außgezogen werden.

## Demonstration.

Auß der dritten Proposition diß Buchs/ist offenbar/ daß das Centrum deß Circkels kommen muß in die beyden perpendicular linien C L vnd L I, nemlich in den gemeynen Creutzpunct L. Diß ist auch in der 9 Proposition diß Buchs klärlich bewiesen.

## Die 26 Proposition.

**So in gleichen Circkeln / gleiche Winckel stehen / es sey im Centro oder in der circumferentz, werden sie auch auff gleichen stücken oder theilen der circumferentz stehen.**



DJe zween Circkel seynd einander gleich/ oder eine größ/ vnd die Winckel A H O, Z I F im Centro, deßgleichen A B O, Z E F, in der circumferentz seyn auch gleich; vmb jeder dieser zweyen Vrsachen insonderheit willen / seynd die theil oder stück der

der circumferentz als A W O, vnd Z M F, auff welchen die gleiche Winckel stehen/einander auch gleich.

## Demonstration.

Angesehen die Linien A H, H O, welche gleich seyn I Z, I F, vnd daß dieselben die zween gleichen Winckel H vnd I, begreiffen/ auch (durch die vierdte Proposition deß ersten Buchs) die Basis A O gleich der Basi Z E. Folgt durch die 20 Proposition diß Buchs/ daß die Winckel B vnd E, jeder die helffte oder der halbe theil sey von H vnd I, aber durch die 10 definition, die Circkelbögen A B O, Z E F gleichförmig/vnd durch die 24 Proposition diß Buchs eben groß/ also auch die restirenden Circkelbögen vnd Theile/oder stück der circumferentz, als A W O, vnd Z M F.

## Die 27 Proposition.

**In gleichen Circkel sind die Winckeln / so auff gleichen Stücken der circumferentz stehen/sie reychen gleich an das Centrum oder den Vmbkreiß/ einander gleich.**

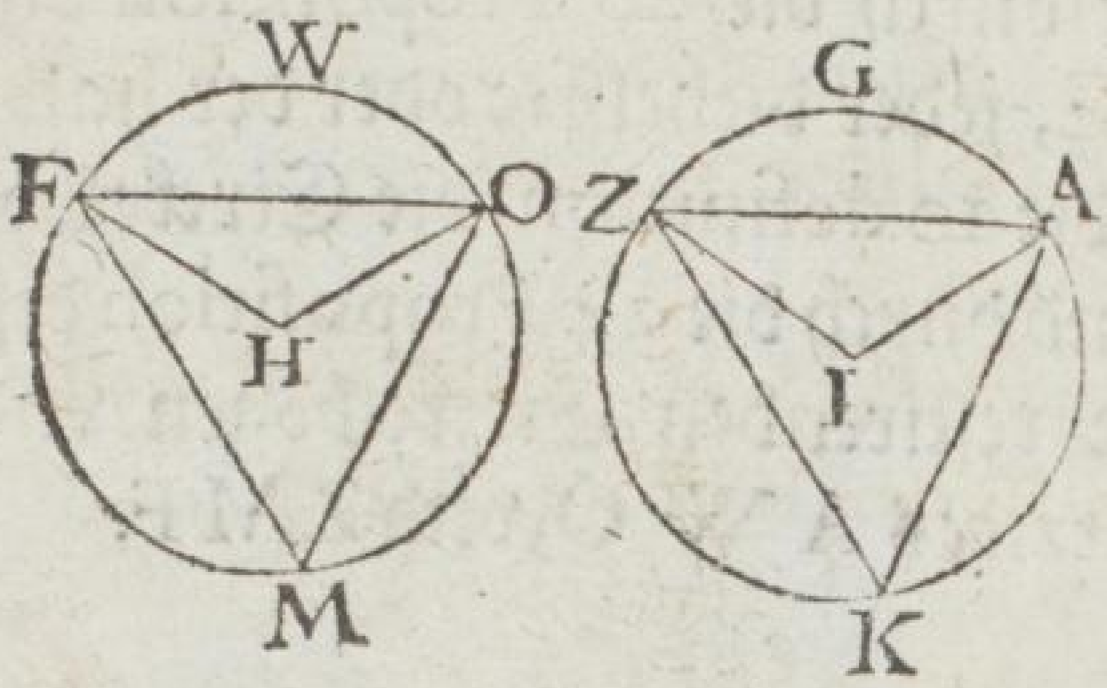
IN den vorgehenden Circkeln stehen die Winckel A O B, Z E F, auff gleichen stücken der circumferentz, als auff A W O, Z M F, darumb seynd solche Winckel gleich.

## Demonstration.

Diß ist auß der vorgehenden Proposition offenbar / dann angesehen daß die Stück von den circumferentzen nicht vngleich seyn mögen/so die Winckel gleich seyn/ folgt hingegen / daß auch die Winckel nicht mögen vngleich sein/so die Stück oder Theile von den circumferentzen, darauff sie stehen gleich seyn: Dann anderst solte (wider die 9 gemeyne Wissenschafft) das Theil seinem gantzen gleich seyn.

## Die 28 Proposition.

**Von gleichen Circkeln / schneiden gleiche rechte Linien / auch gleiche Theil oder Stück von den circumferentzen, also daß das grösser Stück deß einen / gleich ist dem grössern deß andern: Deßgleichen auch daß kleiner deß einen / gleich dem kleinern deß andern.**




DIese zween Circkel seynd durchauß einander gleich / wie auch die zwo Linien A Z, O F, darumb seynd die theil oder stück von der circumferentzen, als A K Z, O M F, vnd A G Z, O W F, auch einander gleich.

## Demonstration.

Von denen Centrum I vnd H seynd gezogen die Linen I A, I Z, H O, H F, die machen zween Triangel H Z I, O F H, welche (durch die 8 Proposition deß ersten Buchs) einander gleich. Deßgleichen der Winckel I ist gleich dem Winckel H, darumb seynd durch die 26 Proposition diß Buchs / die Bögen oder theile von den circumferentzen als A G Z, O W F auch gleich. Deßgleichen (durch die dritte gemeyne Wissenschafft) die restirenden Bögen oder Stück A K Z, O M F.

## Die 29 Proposition.

**In gleichen Circkeln / werden gleiche Theil oder Stück deren circumferentien, mit gleichen rechten Linien vnterzogen.**

DIe Circkel in der vorgehende Proposition sind gleich / wie auch die Theil oder Stück / so mit den linien A Z, vnd O F, von den circüferentien abgeschnidten. Darumb seyn die linien auch gleich.

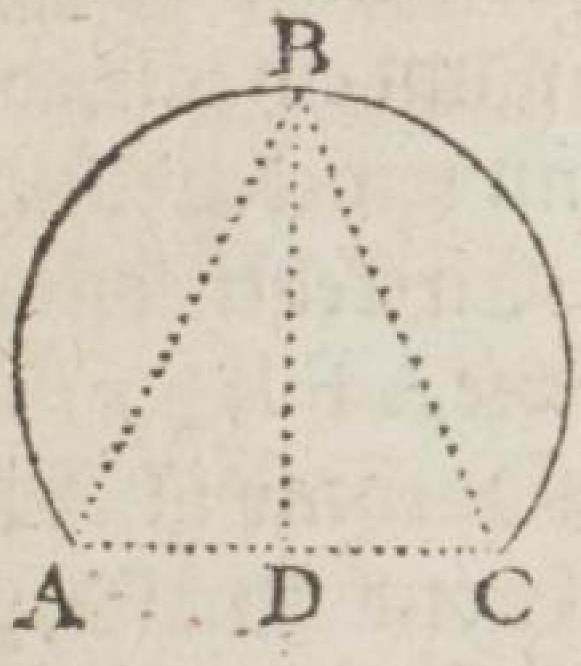
Demon-

## Demonstration.

So die Theil oder stück der circumferentz als A K Z , O M F, seyn genommen daß sie gleich seyen / werden die restirenden Theil A G Z , O W F , auch gleich seyn / vnd durch die 27 Proposition diß Buchs / der Winckel I gleich dem Winckel H , darumb seyn durch die 4 Proposition deß ersten Buchs / die Linien A Z, vnd O F auch gleich.

## Die 30 Proposition.

**Ein Stück oder Theil der circumferentz eines Circkels / in zween gleiche Theil zu theilen.**




DAs Stück oder Theil von der circumferentz ist A B C, von A zu C ziehet eine Lini / als A C , diese theilt in zween gleiche Theil im Mittel D, von dannen ziehet eine perpendicular Lini auff A C , welche wird seyn D B, die theilt den Bogen A B C , in zween gleiche Theil.

## Demonstration.

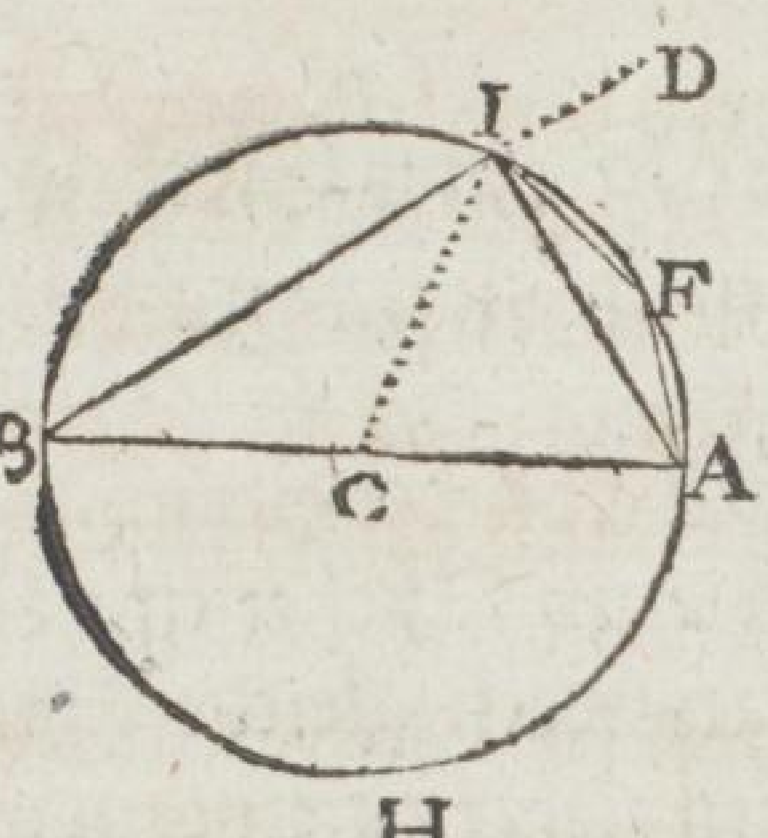
Last gezogen seyn die Linien A B, B C. Angesehen nun daß die Linien D A , D B , gleich seyn D C , D B , vnd daß solche gleiche Winckel begreiffen / so folget ( durch die 4 Proposition deß ersten Buchs ) daß auch B A, B C gleich seyn / darum seyn ( durch die 28 Proposition diß Buchs ) die Bogen A B vnd B C gleich.

## Die 31 Proposition.

**Der Winckel ( so in einem halben Circkel über dem Diametro stehet ) ist winckelrecht : Vnd in einem Circkelstück so grösser als ein halber Circkel / ist er kleiner als winckelrecht.**

Stehet

Stehet er aber in einem Circkelstůck / daß kleiner als ein halber Circkel / so ist er grösser als winckelrecht. Also ist der Winckel eines grössern Stůcks deß Vmbkreiß / dann ein halber Circkel / grösser dann ein rechter Winckel: Nemlich er ist ein weiter Winckel. Hingegen ist der Winckel in einen kleinern Stůck der circumferentz als ein halber Circkel / kleiner dann ein rechter Winckel / das ist / er ist ein scharpffer Winckel.




VOn diesem Circkel AIBH, ist C das Centrum, der Winckel so in dem halben Circkel ůber AIB dem Diametro stehet / ist winckelrecht / vnd der in einem grössern Circkelbogen stehet / dann ein halber Circkel / der ist kleiner dann winckelrecht / der aber in einem kleinern Circkelstůck stehet / als der halbe Circkel / wie AFI, der ist grösser als winckelrecht: Darumb ist der Winckel AIB begriffen von der rechten Lini AI, vnd dem Bogen IB grösser als ein rechtlinischer rechter winckel. Aber AIF von der rechten Lini IA vnd dem Bogen IF ist kleiner.

## Demonstration.

Wir haben allhie fůnff stůck zu beweisen / zu welchem Ende die Lini BI verlångert ist biß in D, vnd CI gezogen. Nun angesehen daß die winckel CBI, CIB gleich seyn / deßgleichen auch CAI, CIA, so ist der winckel AIB eben so groß als IAB vnd IBA zusammen / vnd die beyde seynd (durch die 32 Proposition deß ersten Buchs) auch eben so groß als der außwendige winckel AID. Folgt das AIB, vnd AID gleich seyn / vnd beyde winckelrecht / durch die 10 definition vnd 13 Proposition deß ersten Buchs.

Der

Der winckel in dem halben Circkel ist dann winckelrecht. Hierbey stelt Euclidis den folgenden anhang/so also lautet:

## Anhangh.

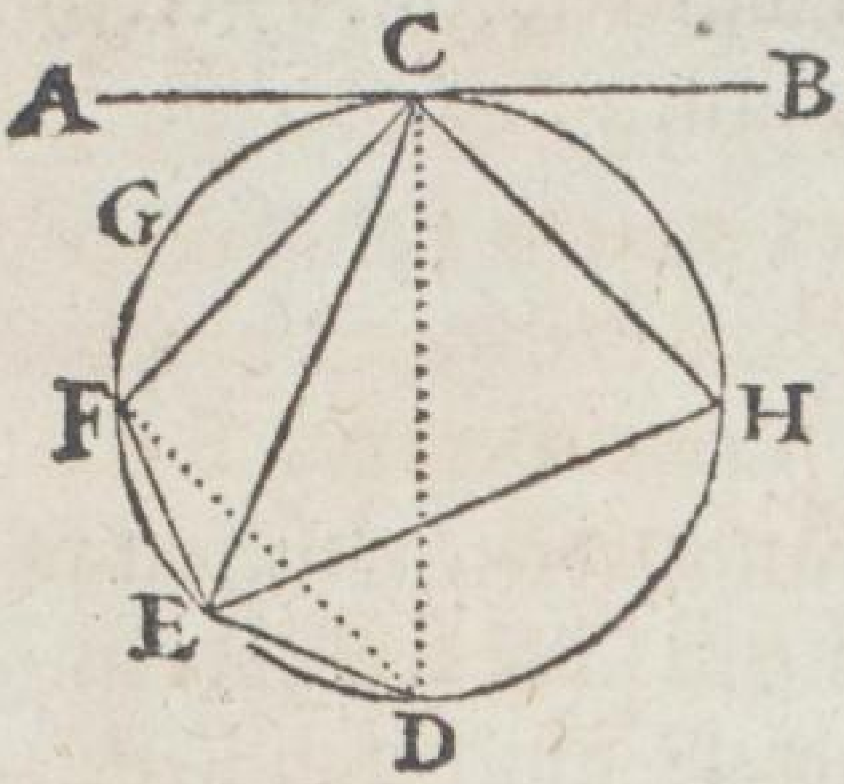
Darauß ist offenbar / daß so eines Triangels winckel eben so groß ist als zween andern Winckel zusammen / so ist derselbe winckelrecht/auß Vrsach / daß auch der Winckel so nach jhm stehet/ solchen gleich ist; vnd so die winckel welche nacheinander stehen gleich/so seynd sie beyde recht.

Ferner / der Winckel A I B in dem grösseren Circkelbogen / ist (durch die 16 Proposition deß ersten Buchs) kleiner als der rechte Winckel A I D, vnd durch die 22 Proposition dieses Buchs/ seynd die Winckel A F I, A B I zusammen eben so groß als zween rechte winckel / darumb ist der winckel A F I auch grösser dann winckelrecht.

Letztlich folgt / daß der Winckel A I B, von der Lini A I, vnd dem Bogen I B begriffen / grösser als der rechtlinische Winckel A I B, vnd der winckel A I F begriffen von der Lini I A vnd dem bogen I F ist kleiner als der rechtlinische rechte winckel A I D, welches vnsers erachtens keines fernern beweisens vonnöthen / dieweil die Sache an jhne selbst klar vnd offenbar ist.

## Die 32 Proposition.

**So eine rechte Lini / einen Circkel berührt / vnd von dem Punct der Berührung eine gerade Lini durch den Circkel gezogen wird / welche den Circkel in zwey Stück zerschneidet/ werden die Winckel/ so diese mit der anrührenden machet / gleich seyn den Winckeln / welche auff der andern Seiten in deß Circkels Stücken stehen.**




DJe rechte Lini A B, berühret den Circkel im punct C, von dannen ist gezogen die rechte Lini C E, durch den Circkel / die zertheilt denselben in zwey stück oder Circkelbögen / als C E G, C E H, so ist der winckel B C E eben so groß als der winckel / den man in den Bogen C E G auff die Lini C E machen mag / welcher ist C F E, vnd der winckel A C E ist eben so groß als der jenige / so über der andern Seiten der Lini C E, in den Circkelbogen C E H gestelt kan werden / welcher da ist C H E.

## Demonstration.

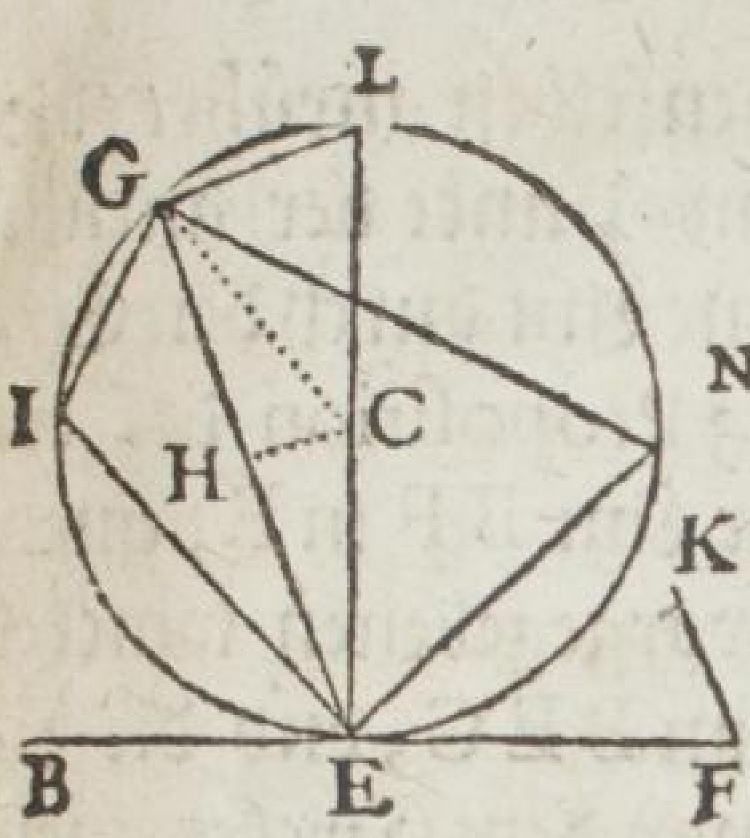
Last gezogen seyn den Diametrum C D, wie auch die Linien D E, D F. Angesehen / daß der winckel C E D in dem halben Circkel stehet / so sind (durch die vorgehende Proposition diß Buchs) die zween winckel E D C, E C D zusammen eben so groß als ein rechter winckel / nemlich der winckel A C D; so man nun von beyden den winckel E C D abzeucht / bleiben die restierende E D C, vnd A C E gleich / vnd der winckel E H C ist (durch die 20 Proposition diß Buchs) gleich E D C, derselbe ist dann auch gleich dem winckel A C E.

Zum andern seynd / durch die 22 Proposition diß Buchs / die winckel C H E, C F E, zusammen gleich so groß als zween rechte winckel: Deßgleichen auch durch die 13 Proposition deß ersten Buchs / die zween winckel A E C vnd B C E, so man nun von beyden die gleiche winckel C H E vnd A C E weg nimmet / bleiben die winckel C F E vnd B C E auch noch gleich.

## Die 33 Proposition.

Auff eine gegebene rechte Lini / einen Circkelbogen beschrieben / in welchem ein Winckel stehen mag / der gleich sey einem vorgegebenen rechtlinischen Winckel.

Die




DJe vorgegebene rechte Lini sey G E, der Winckel E F K, von dem Punct E beschreibt auff C E einen winckel / der durch die 23 Proposition deß ersten Buchs / gleich sey dem winckel E F K, welcher ist G E B. Darnach ziehet vom punct E, eine perpendicular Lini auff B E, als E L, theilt dann E G in zween gleiche Theil im mittel / als in H, vondannen eine perpendicular auff G E gezogen / so da ist H C, diese berůhre E L im puncten C. Hierauß / als auß einem Centro einen Circkel beschrieben / dessen halber Diameter sey C E, so ist der Circkelbogen E G L N der jenige darin begerter winckel / der eben so groß ist als der vorgegebene winckel E F K, stehen mag.

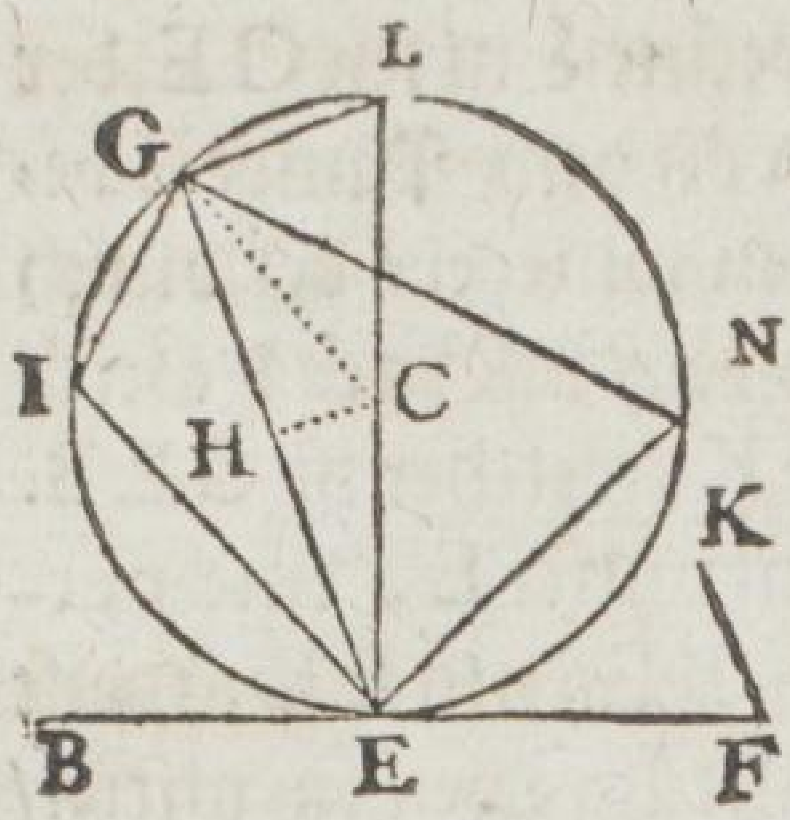
## Demonstration.

Last gezogen seyn die lini G C. Nun angesehen die gleiche vnd rechte winckel C H G, C H E, gleiche linien H G, H E, vnd gemeyne lini H C, so ist (durch die 4 Proposition deß ersten Buchs) C G gleich C E. Darumb ist die lini C G in dem winckel / dieweil nun durch die 16 Proposition diß Buchs / die lini B E den Circkel berůhrt in E, vnd der winckel G E B, dem vorgestelten winckel E F K gleich ist. So ist offenbar (durch die vorgehende Proposition) daß der winckel so in dem Circkelbogen E G L N beschlossen / vnd mit der Lini G E gemacht / dem vorgegebenen winckel E F K gleich seyn wird.

## Die 34 Proposition.

**Von einem vorgegebenen Circkel / einen Circkelbogen schneiden / in welchem ein Winckel stehen mag / der einem vorgestelten Winckel gleich sey.**

DEr gegebene Circkel sey E G L N, vnd der Winckel E F K. ziehet erstlich (durch die 17 Proposition diß Buchs) eine lini



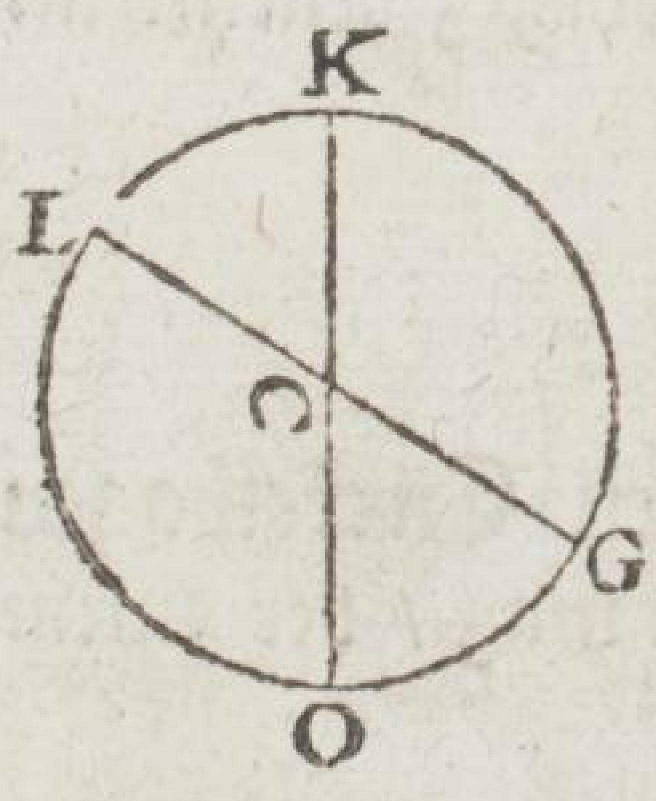

an den Circkel / die denselben anrührt / die sey F B, vnd von dem Punct der anrüh- rung / als E, ziehet eine Lini durch den Cir- ckel / die (durch die 23 Proposition deß er- sten Buchs) auff der Lini B F in E, einen winckel mache / dem vorgegebenen winckel gleich / welche wird seyn B E G, vnd die Li- nien E G schneidet von dem Circkel einen Bogen E N G, in welchen ein solcher winckel gemacht werden kan / der dem vorgegebenen Winckel E F K gleich ist / welcher ist E N G, oder E L G.

## Demonstration.

Die warheit ist durch die zwo vorgehenden Propositiones au- genscheinlich offenbar.

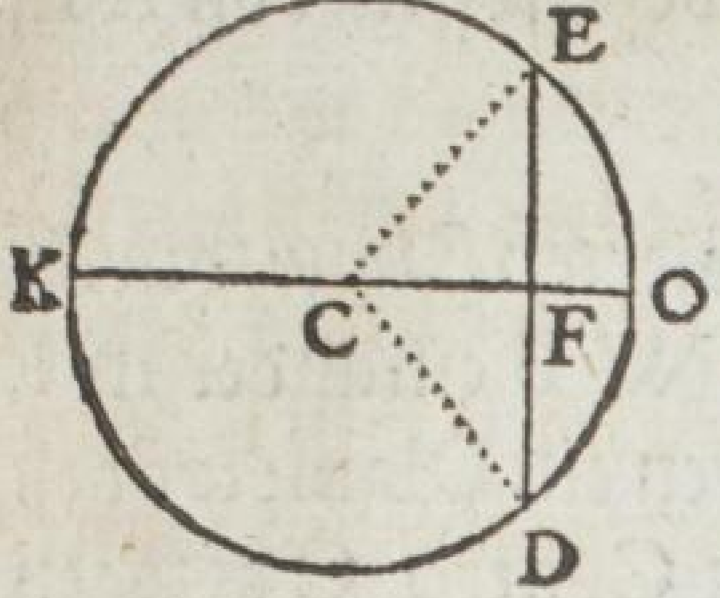
## Die 35 Proposition.

**So in einem Circkel zwo rechte Linien einander durch- schneiden / ist die winckelrecht Figur von den zweyen stücken der einen Lini / eben so groß als das winckelrecht paralello- gram so von den zweyen stücken der andern Lini gemacht o- der beschlossen wird.**




Allhie haben wir vier Figurn gestelt / vmb in dieser Proposition vier vnterscheid zu be- weisen. Zum ersten so die Linien beyde Dia- meteri deß Circkels seyn / durchschneiden sie einander in zween gleiche Theil / welches ge- schicht im Centro, als L G, K O. Nun ist of- fenbar vnd bekant / daß die zwo rechtwincklich- ten Figurn / von solchen gleichen Stücken be- schlossen / eben oder gleicher grösse quadrat seyn.

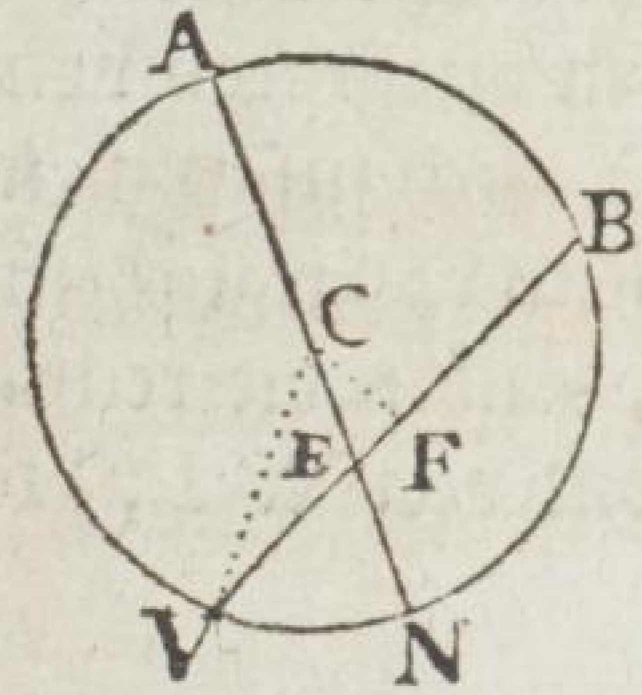
Zum andern / so ein Diameter eine andere lini in einem Circkel




in zween gleiche Theil theilt / als der Diameter K O, die Lini E D, so ist die rechtwincklicht Figur beschlossen von K F, F O, eben so groß als das quadrat von F E oder F D.

## Demonstration 2.

Durch die dritte Proposition diß Buchs durchschneid der Diameter K O, die Lini D E rechtwincklicht in F. Nun ist durch die 5 Proposition deß andern Buchs / die rechtwincklicht Figur beschlossen von K F, F O, mit dem quadrat C F zusammen / eben so groß als das quadrat C O oder C E, welches dann auch eben so groß ist als die zwey quadrat C F, F E. So man nun von beyden das gemeyn quadrat C F weg nimpt / so rest die rechtwincklichte Figur / beschlossen von K F, F O, eben so groß als das quadrat von F E, welches gleich ist der rechtwincklichten Figur / beschlossen von den gleichen stück D F, F E.

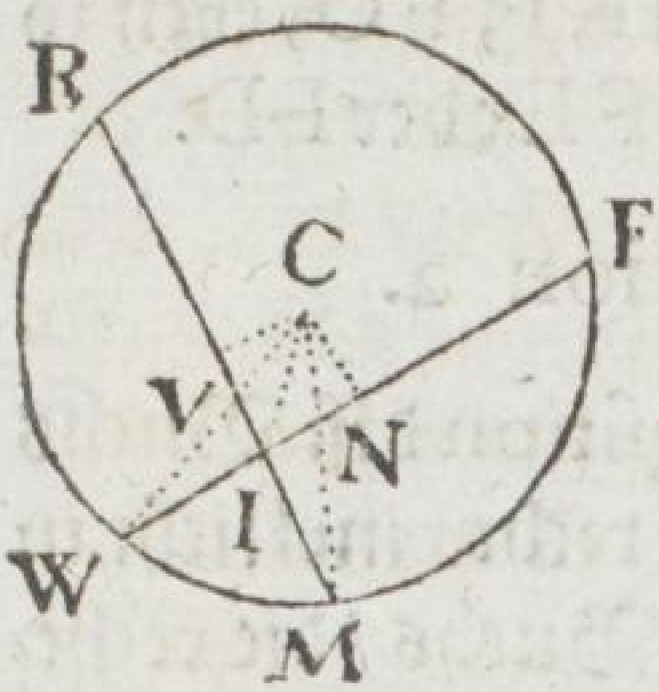



Zum dritten / so ein Diameter als A N, eine andere lini V B vngleich durchschneid / als in dieser dritten Figur in E. So last auß dem Centro C gezogen seyn eine lini zu V, vnd eine perpendicular auff V B, diese theilt dieselbe V B, durch die dritte Proposition diß Buchs / in zween gleiche theil in F.

## Demonstration 3.

Nun ist / durch die vorgemelte fünffte Proposition deß andern Buchs / die rechtwincklicht Figur von A E, E N, beschlossen / mit dem quadrat C E zusammen / eben so groß als das quadrat C N oder C V, vnd die rechtwincklicht Figur beschlossen von V E, E B, mit dem quadrat E F, seynd zusammen eben so groß als das quadrat von V F, welches mit dem quadrat von F C eben so groß ist als das vorgemelte quadrat von C V, vnd die zwey quadrat von E F, C F, das ist / das quadrat von C E von beyden weggenommen

men/so bleiben die rechtwincklichten Figurn beschlossen von A E, E N, vnd von V E, E B noch eben gleich groß.



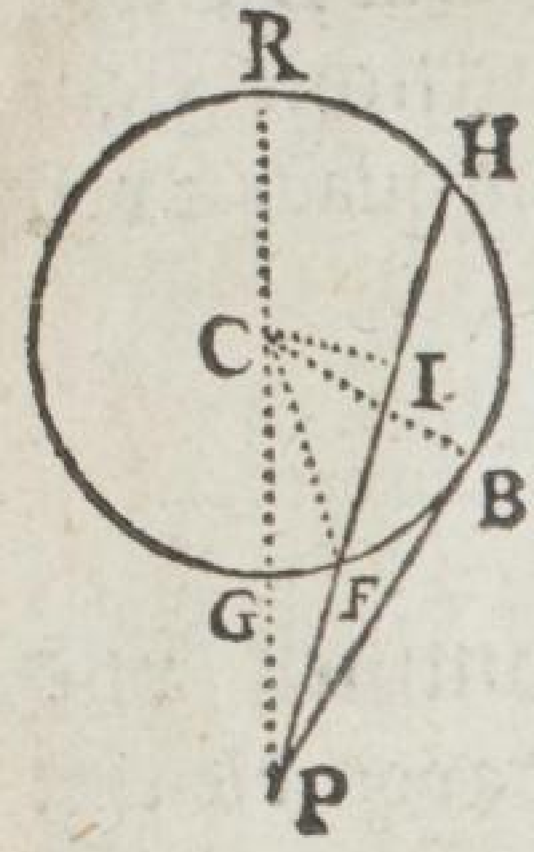

Zum vierten/In dieser vierten Figur/durch, schneiden die linien R M, W F einander in I, vnd ist doch keine von beyden ein Diameter deß Circkels/ darum̃ last vom Centro C gezogen seyn die Linien C W, C M, C I, vnd die zwo perpendicular linien C V, C N, die theile/ als vor gesagt ist / die linien R M, W F, jede in zween gleiche theil in V vnd N.

## Demonstration. 4.

Allhie in der dritten vnterschied ist bewiesen/daß die rechtwincklichte Figur beschlossen von R I, I M, mit den zweyen quadraten von V I, V C, das ist / mit dem quadrat C I, eben so groß sey als das quadrat von C M, oder C W. Vnd daß die rechtwincklichte Figur beschlossen von W I, I F, mit den zweyen quadraten von I N, N C, (das ist mit demselben quadrat C I) auch zusammen eben so groß seyn als das quadrat von C W. Nun von jeglichem das gemeyne quadrat C I weggenommen / so bleiben die rechtwincklichten Figurn/beschlossen von R I, I M, vnd von W I, I F noch eben groß.

## Die 36 Proposition.

So ausserhalb eines Circkels/nach gefallen ein punct genommen wird/ vnd von demselben zwo rechte Linien zu dem Circkel gezogen werden/ dergestalt/ daß die eine den Circkel durchschneid / die andere aber jhn nur berůhrt : wird die winckelrecht Figur / so von der gantzen durchschneidenden lini/vnd dem stůck ausserhalb deß Circkels (das ist vom punct biß zur circumferentz) beschlossen/eben so groß seyn als das quadrat der anrůhrenden Lini.




DEr punct ausser diesem Circkel ist P, die durchschneidend Lini P H, vnd die anrührende P B, wir haben aber in dieser figur noch eine durchschneidende Lini vom punct P, durchs Centrum C gezogen / nemlich P R, der Vrsach / dardurch zween vnterscheid anzuweisen. Nun ist nach dieser Proposition begehrn / die rechtwincklichte Figur beschlossen von P R, P G, eben so groß als das quadrat P B.

## Demonstration.

Angesehen daß durch die 6 Proposition deß andern Buchs / die rechtwincklicht Figur von P R, P G, beschlossen mit dem quadrat G C oder R C eben so groß ist als das quadrat P C, vnd daß durch die 18 Proposition diß Buchs / der winckel P C B winckelrecht. Auch über diß / durch die 47 Proposition deß ersten buchs / die zwey quadrat P B, B C eben so groß sind als das quadrat P C. Folgt / so man das gemeyne quadrat C G oder B C von beyden abnimpt / daß die rechtwincklicht Figur von P R, P G, beschlossen / noch eben so groß sey als das quadrat von B P.

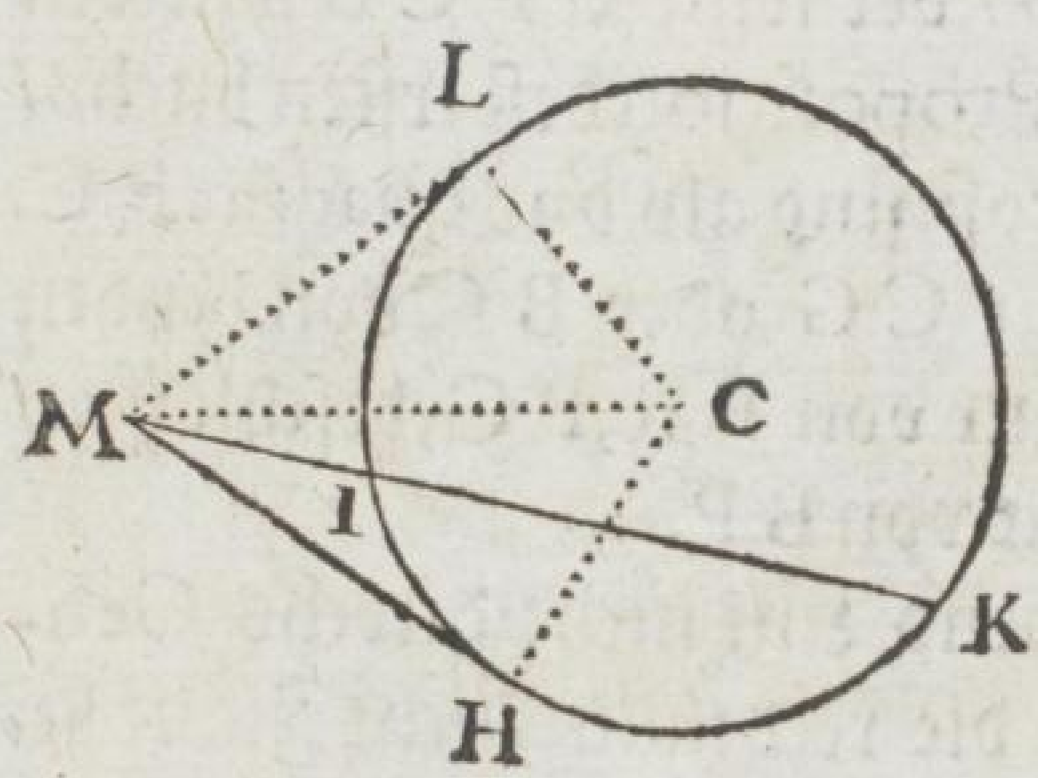
Zum andern / so die durchschneidend Lini nicht durchs Centrum gehet / als P H, so ist dann noch die rechtwincklicht Figur beschlossen von P H, P E, eben so groß als das quadrat P B, der anrührenden Lini.

## Demonstration 2.

Durch die vorgemelte 6 Proposition deß andern Buchs / ist die rechtwincklichte Figur von P H, P F, mit dem quadrat F I zusammen / eben so groß als das quadrat P I. Nun zu beyden addirt das quadrat C I, so wird die rechtwincklichte Figur beschlossen von P H, P F, mit den zweyen quadraten von I F, C I, das ist mit dem quadrat C F oder C B eben so groß seyn als das quadrat von P C. Hierauß folgt nun / daß die zwey quadrat von P B, P C eben so groß seyn als die rechtwincklichte Figur von P H, P F, mit dem quadrat C F oder B C, darumb das gemeyne quadrat B C von beyden abgenommen / so bleibt endlich die rechtwincklichte Figur beschlossen von P H, P E, noch eben so groß als das quadrat von der anrührenden Lini P B.

## Die 37 Proposition.

**So ausserhalb eines Circkels ein Punct genommen / vnd von demselben zwo Linien gezogen werden / davon die eine den Circkel zerschneid / die ander aber nur aussen antrifft; also daß das quadrat dieser antreffenden Lini / gleich dem winckelrechten paralellogram, so von der gantzen durchschneidenden Lini / vnd dem stück ausserhalb deß Circkels zwischen dem punct vnd der circumferentz, beschlossen / so wird dieselbe antreffend Lini den Circkel berühren.**




DEr Punct ausserhalb deß Circkels ist M, die durchschneidend Lini M K, die antreffend aber M H, dieser antreffenden lini quadrat ist eben so groß als die rechtwincklicht Figur / beschlossen von M K vnd M I, darumb berührt die lini M H den Circkel im puncten H.

## Demonstration.

Last vom Centro C gezogen seyn die linien C M, C H, vnd (durch die 17 Proposition diß Buchs) vom punct M die lini M L, die den circkel in L berührt. Ferner von dannen noch eine lini zu C. Angesehen / daß die rechtwincklichte Figur beschlossen von M K, M I, eben so groß ist als das quadrat M H, vnd das durch die vorgehende Proposition, solches paralellogram auch gleich so groß ist / als das quadrat M L. So Folgt das M H vnd M L gleich seyn / vnd durch solches auch die zwo Seiten H M, H C

gleich

gleich seyn den zweyen Seiten L M, L C, vnd die Basis M C, beyden Triangeln gemeyn / auch durch die 8 Proposition deß ersten Buchs/der Winckel M H C gleich dem Winckel M L C, vnd der Winckel M L C ist recht/auch felt die Lini M C, (durch die 6 vnd 18 Proposition diß Buchs) auff eusserste End deß Diameters, darumb ist der Winckel M H C auch recht / vnd die Lini M H felt auch auß eusserste Ende deß Diameters, vnd berührt den Circkel in H.

## Ende deß dritten Buchs.

# Das vierdte Buch Euclidis.

# Von den Anfängen vnd fundamenten der Geometriæ.

Darinnen gelehrt wird/wie man in/vnd vmb einen Circkel/ die rechtlinischen Figurn beschreiben; vnd hinwiederumb/vmb vnd in ein jede rechtlinische Figur/ einen Circkel machen soll.

## Definitiones oder Beschreibung.

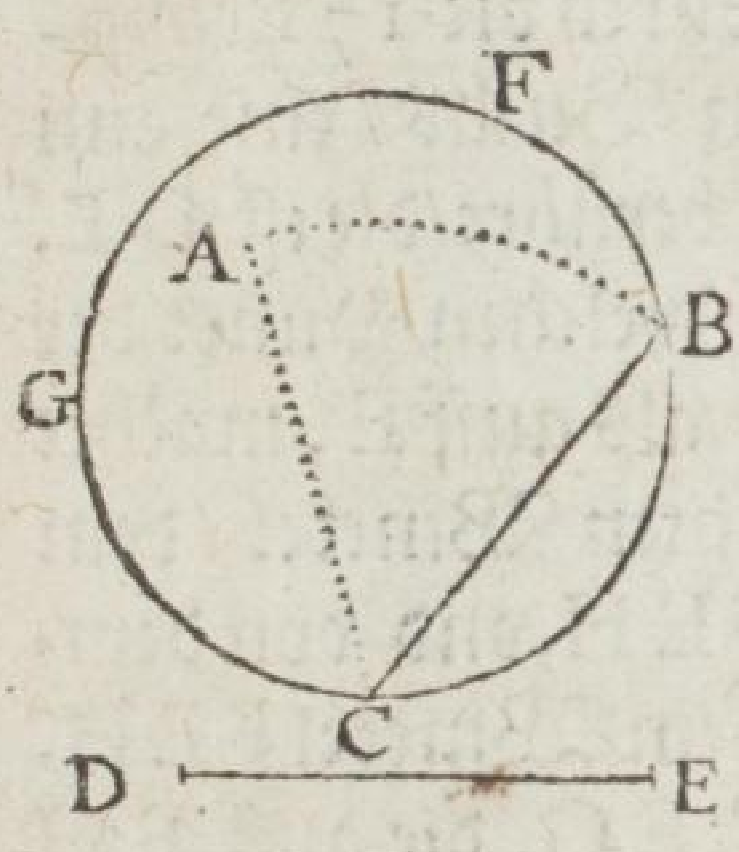
1. Ein jede rechtlinische Figur/ wird einer andern rechtlinischen Figur/dergestalt recht eingeschrieben: Wann jeder winckel der eingeschriebenen/eine Seiten der eusserſten Figur berührt.
2. Deßgleichen ist eine jede rechtlinische Figur/ vmb ein andere rechtlinische recht beschrieben/ wann jede Seiten der eussern jeden Winckel der innern berůhrt.
3. Ein jede rechtlinische Figur wird einem Circkel recht eingeschrieben/so alle Winckel solcher eingeschriebenen Figur/ die circumferentz oder Vmbkreiß solches Circkels anrůhren.
4. Gleicherweiß wird jede rechtlinische Figur / recht vmb einen Circkel beschrieben / wann alle Seiten derselben Figur den Circkel berůhren.
5. Also wird auch ein Circkel in eine jede rechtlinische Figur recht eingeschrieben / wann solcher mit seiner circumferentz alle Seiten der außwendigen Figur berůhrt.
6. Ein Circkel wird recht vmb eine rechtlinische Figur beschrieben / wann derselbe mit seinem Vmbkreiß alle vnd jede Winckel solcher rechtlinischen Figur berůhrt.

7. Ein

7. Ein jede rechte oder gerade Lini/stehet recht in einem Circkel/ wann jhre beyde Ort oder Ende den Umbkreyß berühren.

## Die erste Proposition.

**In einen vorgegebenen Circkel / eine rechte Lini stellen / die einer vorgegebenen rechten Lini gleich / aber nicht länger als deß Circkels Diameter sey.**




DEr vorgegebene Circkel ist F G C B, die rechte Lini D E, ziehet auß einem Ort oder Punct der circumferentz, als auß C eine rechte Lini gleich D E, welche sey (durch die andere Proposition deß ersten Buchs) C A. Darnach stelt den einen Fuß deß Circkels in C, vnd den andern in A, vnd ziehet also einen blinden Bogen A B, der durchschneit die circumferentz deß Circkels in B, von dannen ein rechte Lini gezogen zu C, die ist in dem Circkel/ vnd der vorgegebenen Lini D E gleich.

## Demonstration.

Angesehen daß A C gleich D E, vnd auch durch deß Circkels definition gleich B C, so folgt daß B C auch gleich sey der vorgegebenen Lini D E.

## Anderst:

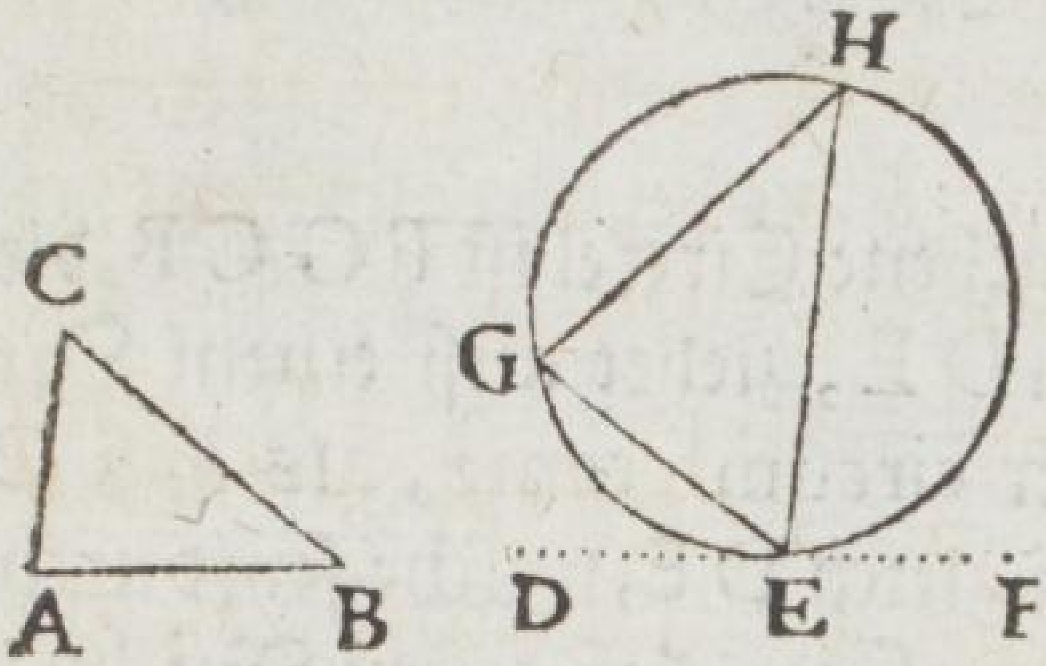
Begreifft mit einem Circkel die länge der Lini D E, damit zeichnet zween Puncten in der circumferentz deß Circkels als C vnd B, die ziehet alsdann mit einer geraden Lini zusammen/ so ist C B, auch der vorgegebenen Lini D E gleich.

## Demonstration.

Diß ist durch die Arbeit / oder das Werck selbst offenbar/dann C B ist gleich genommen D E.

## Die 2 Proposition.

**In einem vorgegebenen Circkel eine Triangel beschreiben/ welches drey Winckel/ den dreyen Winckeln eines andern vorgenommenen Triangels gleich seyn.**




DEr vorgegebene Circkel sey E H G, der Triangel A B C, ziehet erstlich (durch die 17 Proposition deß dritten Buchs/ eine Lini die den Circkel berühre/ die ist D E, von/ vnd auff welchen Punct der Berührung/ als auff E, machet durch die 23 Proposition deß ersten Buchs einen Winckel/ dem Winckel A deß Triangels A B C gleich/ als F E H, vnd von demselben Punct E, über die andern Seiten von dem Winckel F E H, eine andere Lini gezogen durch den Circkel als E G, die auff E H einen Winckel mache gleich B. Darnach gezogen G H, so wird der gemachte Triangel E G H gleichwincklicht seyn/ dem vorgegebenen Triangel A B C.

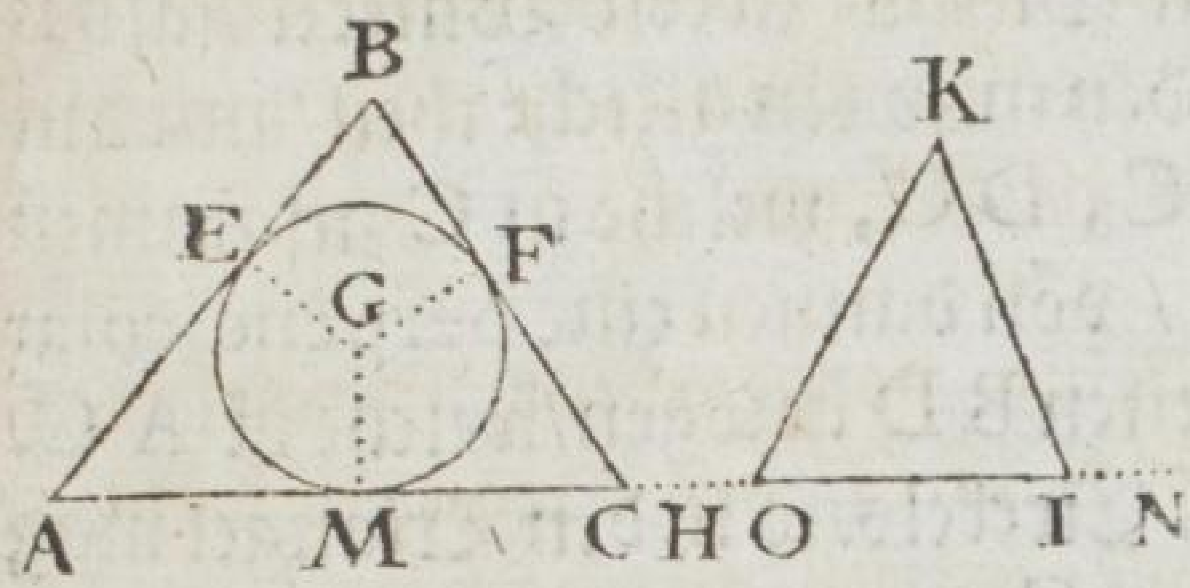
## Demonstration.

Angesehen/ daß durch die 32 Proposition deß ersten Buchs/ die drey winckel von allen Triangeln eben so groß sind als zween rechte Winckel/ vnd durch die 32 Proposition deß dritten Buchs/ der Winckel E G H gleich ist F E H, nemlich auch dem Winckel A, vnd durch diese arbeit der Winckel G E H gleich dem Winckel B: So folget/ daß auch der Winckel G H E gleich sey dem Winckel C, vnd also der Triångel E G H in dem Circkel/ durchauß in allen gleich wincklicht mit dem vorgestelten A B C.

## Die 3 Proposition.

**Vmb einen vorgeegbenen Circkel ein Triangel beschreiben/**

ben/dessen drey Winckel/den dreyen Winckeln eines andern vorgestelten Triangels gleich seyn.




DEr vorgegebene Circkel ist M E F, vnd der Triangel O I K, an welchem erlängert eine Seiten an beyden Enden/ als O I, welche erlängerung machet die beyden außwendigē Winckel H O K, N I K. Darnach machet (durch die 23 Proposition deß ersten Buchs) im Centro deß Circkels / als in G, einen Winckel / dem außwendigen H O K gleich / welcher ist E G M. Ferner / M G F gleich N I K, zu diesen dreyen puncten E, F, M, drey Linien gezogen auß dem Centro G, die müssen auff die Seiten deß begerten Triangels rechtwincklicht kommen. Nun / durch die 18 Proposition deß dritten Buchs / die drey Seiten E G, F G, M G begerter massen gezogen / welche einander in den puncten A, B, C, durchschneiden / vnd also den Triangel A B C machen / der dann dem vorgestelten O I K in allen ähnlich vnd gleichwincklicht seyn wird.

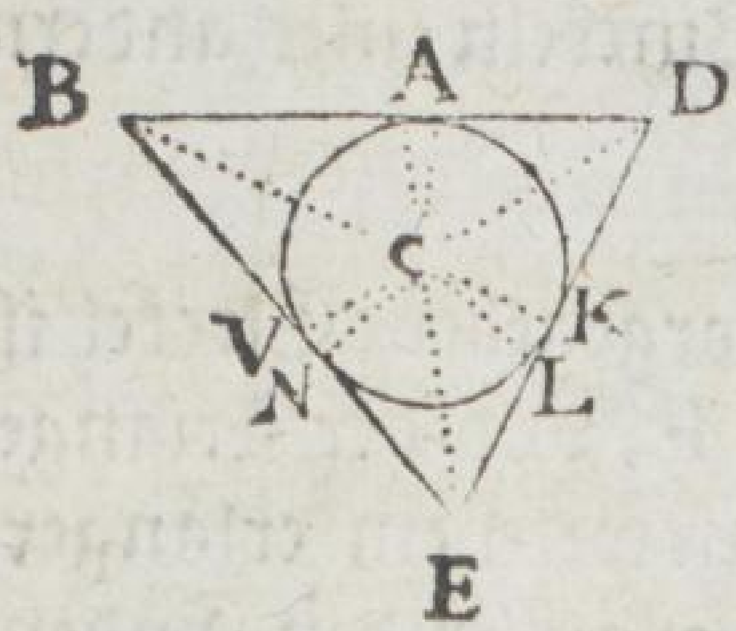
## Demonstration.

Angesehen / daß die viereckigt figur A E G M (wie auß der 31 Proposition deß dritten Buchs zu verstehen) in einem Circkel beschrieben werden mag / dieweil die Winckel A E G, A M G recht seynd / auch die Winckel gegeneinander über / als E G M, E A M, zusammen zweyen rechten Winckeln gleich. So folgt daß der Winckel A auch gleich sey I O K, welcher mit dem außwendigen Winckel H O K (der gleich ist E G M) eben so groß als zween rechte Winckel (durch die 13 Proposition deß ersten Buchs) also wird auch bewiesen daß die andern Winckel / der eine dem andern gleich sey / nemlich K I O gleich C, vnd O K I gleich B.

## Die 4 Proposition.

**In einem vorgegebenen Triangel einen Circkel beschrieben.**

Der




Der vorgegebene Triangel ist E B D, davon theilt (durch die 9 Proposition deß ersten Buchs (zween Winckel / als B vnd D, jeden in zween gleiche theil/ mit den Linien B C, D C, welche in C zusammen kommen / võn dannen eine perpendicular auff die seiten B D gezogen/welche ist A C. Diese ist der halbe Diameter deß Circkels/so in den Triangel mag beschrieben werden / vnd C ist das Centrum darauß solcher Circkel zu beschreiben / welcher die beyde andern seiten E B vnd E D, in den beyden puncten V vnd K berůhren wird.

## Demonstration.

So auß C gezogen seyn die perpendicular Linien C N, C L, wollen wir beweisen dz diese drey perpendicular Linien C A, C N, C L, einander gleich seyn/nemlich / C ist das Centrum deß Circkels so alle drey Seiten deß Triangels berůhrt / wie durch die 9 Proposition deß dritten Buchs zu verstehen. Nun angesehen/ daß die Winckel C B N, C B A gleich seyn / deßgleichen auch C N B, C A B, welche beyde recht: So folget/durch die 32 Proposition deß ersten Buchs/daß die Winckel B C N, B C A auch gleich seyn/vmb dieser vrsachen willen/vnd durch die 26 Proposition deß ersten Buchs/ist C N gleich C A. Also wird auch befunden daß C A gleich sey C L; darumb seynd gemelte drey perpendicular Linien einander gleich/ vnd C das Centrum deß begerten Circkels.

## Die 5 Proposition.

### Vmb einen vorgegebenen Triangel/ einen Circkel beschreiben.

Der vorgegebene Triangel ist G H A, davon theilt zwo Seiten als A G, A H in zween gleiche Theil in L vnd I, von dannen zwo perpendicular Linien gezogen in den Triangel als L C, I C,


I C, die durchschneiden einander in C, welcher punct C ist das Centrum deß Circkels/ so vmb den gegebenen Triangel beschrieben mag werden. Darumb den einen Fuß deß Circkels gestelt in C, vnd den andern erstreckt in A, G oder H, vnd beschrieben den Circkel / der wird just vmb den Triangel AHG kommen.

## Demonstration.

Last gezogen seyn die Linien C G, C A, C H, so wollen wir beweisen daß dieselbigen gleich / vnd jede der halbe Diameter deß Circkels ( so vmb den gegebenen Triangulum geschrieben werden soll ) sey. Nun C ist das Centrum deß Circkels / so durch die 9 Proposition deß dritten Buchs/ vmb den Triangel G A H mag beschrieben werden. Angesehen nun daß die Linien G L, L C gleich seyn A L, L C, deßgleichen die Winckel in L seyn auch gleich vnd recht. Folgt/ daß C G vnd C A, durch die 4 Proposition deß ersten Buchs/auch gleich seyn. Vmb dieser vnd dergleichen vrsachen vnd proportion willen / befindet man / daß auch C A vnd C H gleich seyen/seynd darumb alle drey gleich/vnd jede der halbe Diameter deß Circkels / vnd C das Centrum. Diß alles mag auch durch die 47 Proposition deß ersten Buchs / auff vnderschiedliche andere maniren bewiesen werden.

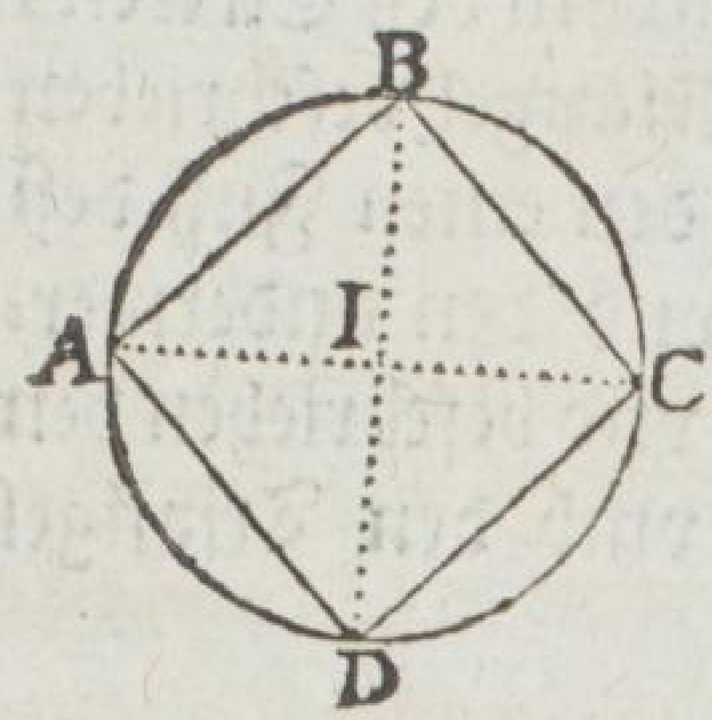
## Die 6 Proposition.

### In einem vorgegebenen Circkel / ein Quadrat beschreiben.


Ziehet durch den Circkel zween Diameter die einander creutzweiß vnnd rechtwincklicht durchschneiden / als A C, B D, darnach gezogen die Linien A B, B C, C D, D A, so ist das quadrat gemacht.

Demon-

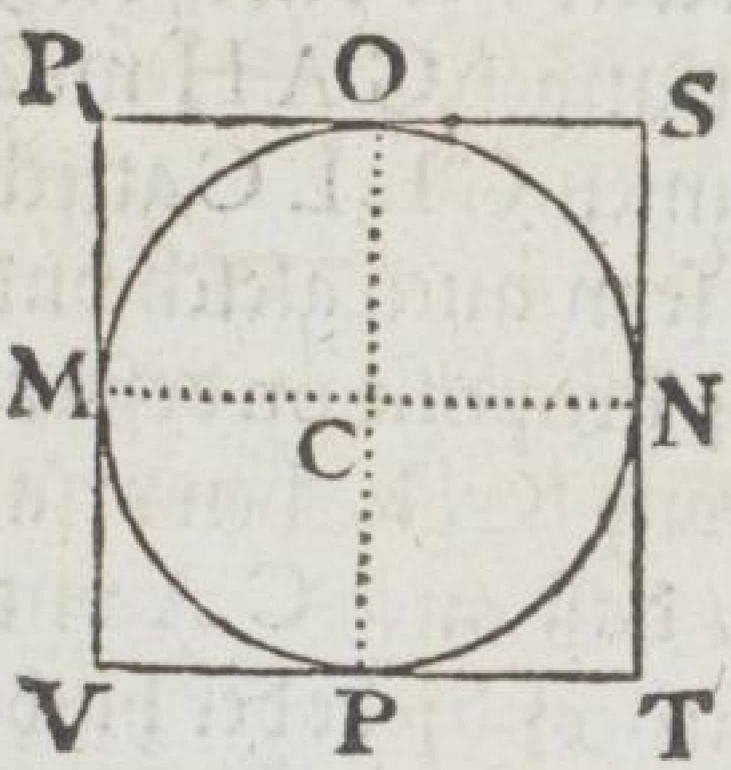
## Demonstration.




Angesehen daß die beyde Diameter einander rechtwincklicht vnd in gleiche Theil zerschneiden: so seynd (durch die 4 Proposition deß ersten Buchs) die vier Seiten/ gleich vnd durch die 31 Proposition deß dritten Buchs/ die Winckel A, B, C, D, alle recht/ darumb ist die viereckigt Figur A B C D ein quadrat.

## Die 7 Proposition.

### Vmb einen vorgegebenen Circkel ein quadrat beschreiben.




Ziehet widerumb durch den Circkel zween Diameter, als M N, vnd O P, die einander rechtwincklicht vnd creutzweiß durchschneiden / welches geschicht im Centro C, darnach von den eusserten puncten M vnd N, paralellinien mit O P perpendiculariter auff M N gezogen/ die seynd V R, T S, gleicher massen zwo andere durch die puncten O vnd P, auch paralell mit M N, als R S, T V, diese vier Linien durchschneiden einander in R, S, T, V, vnd machen das begerte quadrat V R S T, vmb den gegebenen Circkel.

## Demonstration.

Angesehen / daß durch die 29 Proposition deß ersten Buchs/ die Winckel in M, O, N, P, recht seyn/ so folget (durch die 34 Proposition gemeltes ersten Buchs) daß die Winckel K, S, T, V, auch recht seyn/ vnd die Linien R, S, T, V, gleich M N, vnd R V, S T, gleich O P, das ist auch gleich M N, darumb die vier Seiten gleich/ vnd die Figur V R S T, vmb den Circkel beschrieben ein quadrat.

Die

## Die 8 Proposition.

### In ein vorgegebenes Quadrat einen Circkel einschreiben.

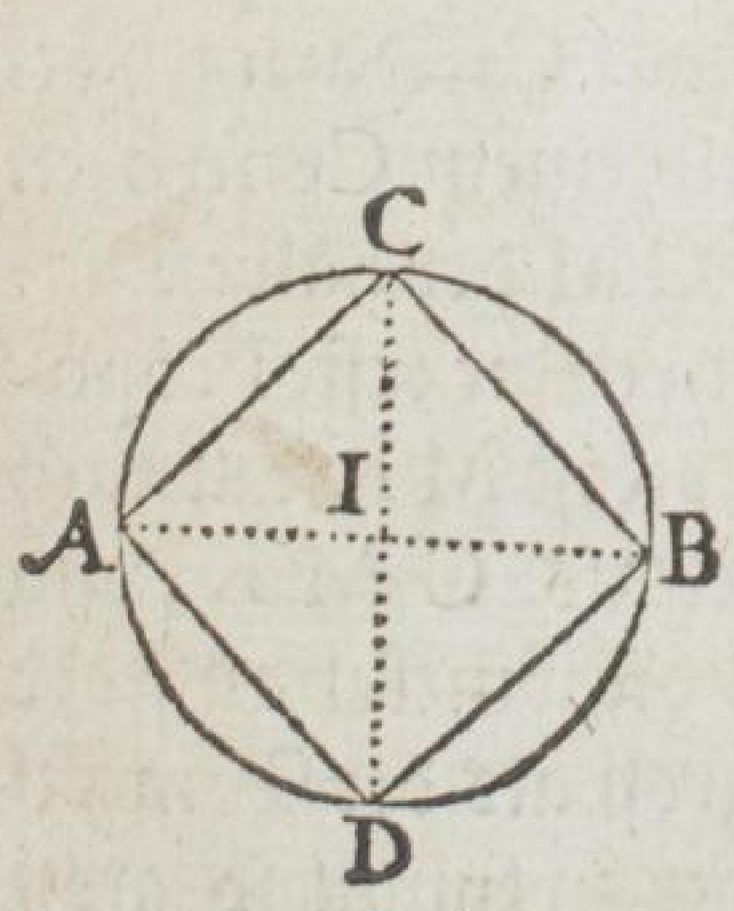
DAs vorgegeben quadrat sey in der vorgehenden figur R S T V, dessen vier Seiten theilt jede in zween gleiche theil / vnd ziehet die Linien O P, M N, die durchschneiden einander in C, welches ist das Centrum deß Circkels / so man in gemeltes quadrat einschreiben mag.

### Demonstration.

Angesehen / daß durch die 34 Proposition deß ersten Buchs / O P gleich vnd paralell ist mit R V, oder S T, auch M N paralell vnd gleich V T, oder R S, so seynd die rechtlinischen Winckel M, O, N, P, alsdann winckelrecht / vnd C M, C O, C N, C P, seynd durch erst gemelte Proposition gleich / so nun ein Circkel vmb das Centrum C beschrieben / eine von den vier Seiten deß gegebenen quadrats berůhrt / wird er auch die vier Seiten anrühren / wie auß der definition deß Circkels zu verstehen ist.

## Die 9 Proposition.

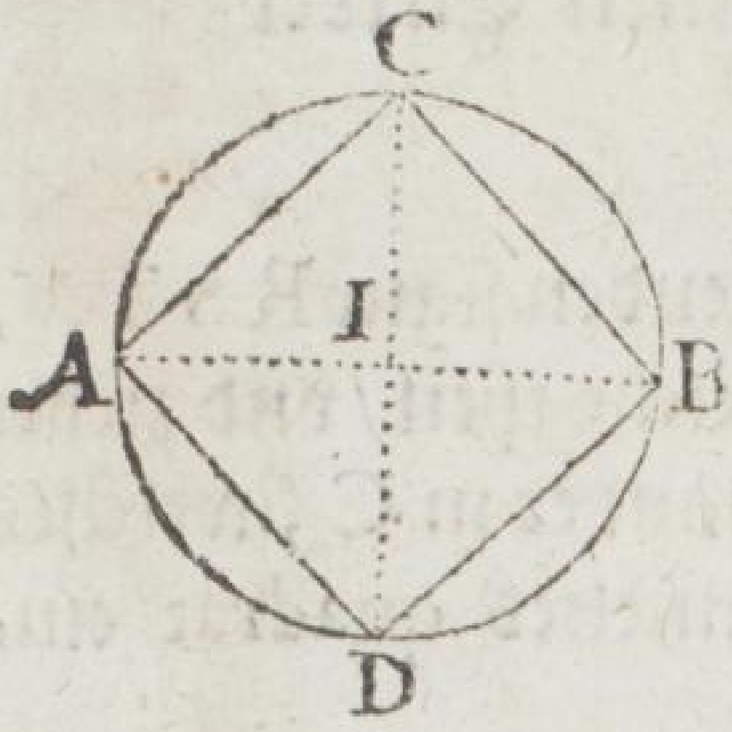
### Vmb ein vorgegeben Quadrat einen Circkel beschreiben.




ZIehet durch das quadrat ůbereck / zween Diameter oder Diagonallinien, als A C, B D, die durchschneiden einander in I, welches ist das Centrum, vnd I A, I C, I B, vnd I D jedes der halbe Diameter deß Circkels / so vmb deß vorgegeben quadrat beschrieben werden mag / als in der 6 Proposition diß Buchs angewiesen ist.

Demon-

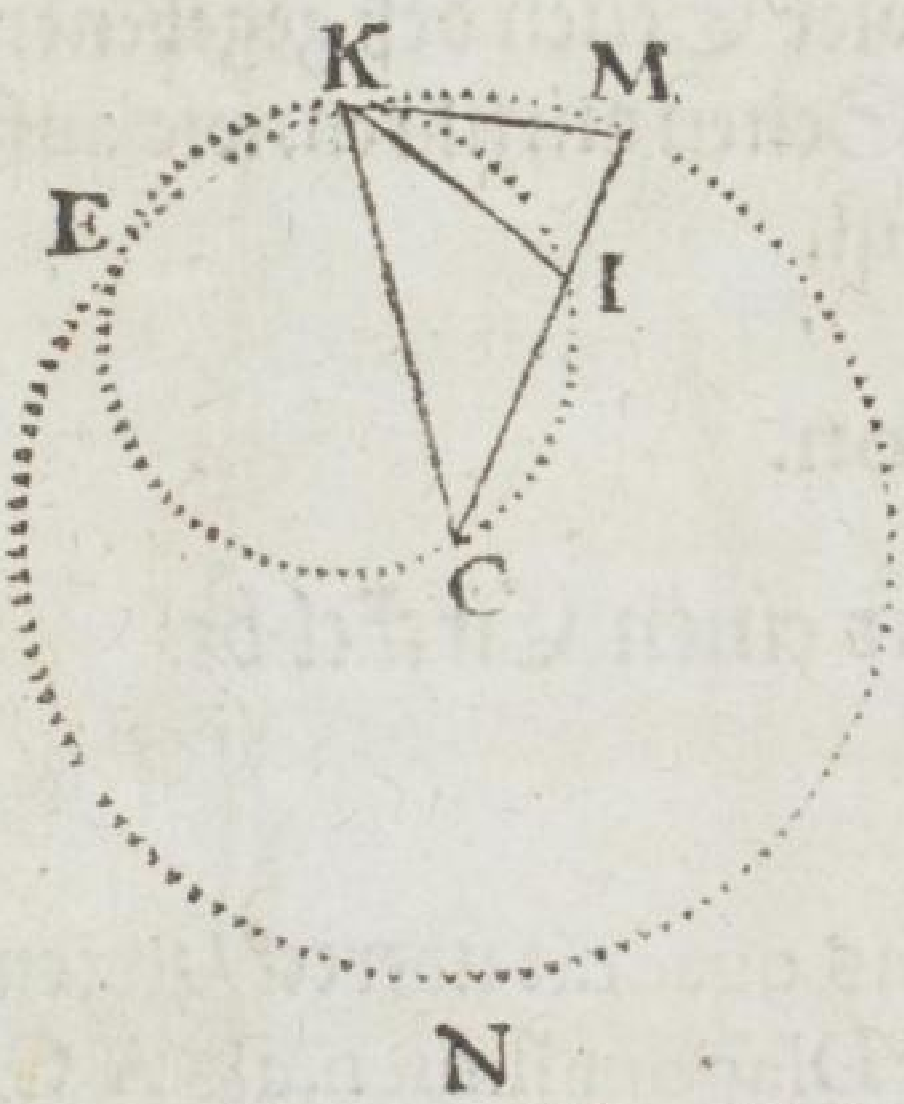
## Demonstration.




Angesehen daß durch die 9 vnd 10 Proposition deß ersten Buchs/die Winckel vnd die Diametri oder diagonallinien in zween gleiche theil getheilt/so ist (durch die 9 Proposition deß dritten Buchs) I das Centrum deß Circkels. Diß ist auch hierauß offenbar/ dieweil die Diametri oder diagonallinien, durch die 31 Proposition deß dritten Buchs/auch Diametri seynd/deß begerten Circkels.

## Die 10 Proposition.

**Einen gleichfüssigen Triangel machen / daran die zween Winckel/so bey/oder auff der Basi stehen/ jeder insonderheit/ zweymal so groß sey/als der übrige dritte Winckel.**




Nembt für eine Lini nacher wolgefallen/als C M, diese theilt (durch die 11 Proposition deß andern buchs) dergestalt in zween theil / also daß die rechtwincklicht Figur/ beschlossen von derselben Lini C M, vnnd vom Stück M I, eben so groß sey als das quadrat vom andern Stück I C; Darnach beschreibt von C, als einem Centro einen Circkel / daß C M der halbe Diameter sey / welcher ist M E N, in diesen (durch die erste Proposition diß Buchs) gefügt eine Lini gleich I C, die ist M K, darnach gezogen K I, K C, so hat man zween Triangel/als C M K, vnd K I M, deren jeder gleichfüssig ist/vnd haben die winckel auff der Basi, als C M K, C K M, jeden zweymal so groß als der Winckel M C K, deßgleichen auch K I M, K M I jeder zweymal so groß als I K M.

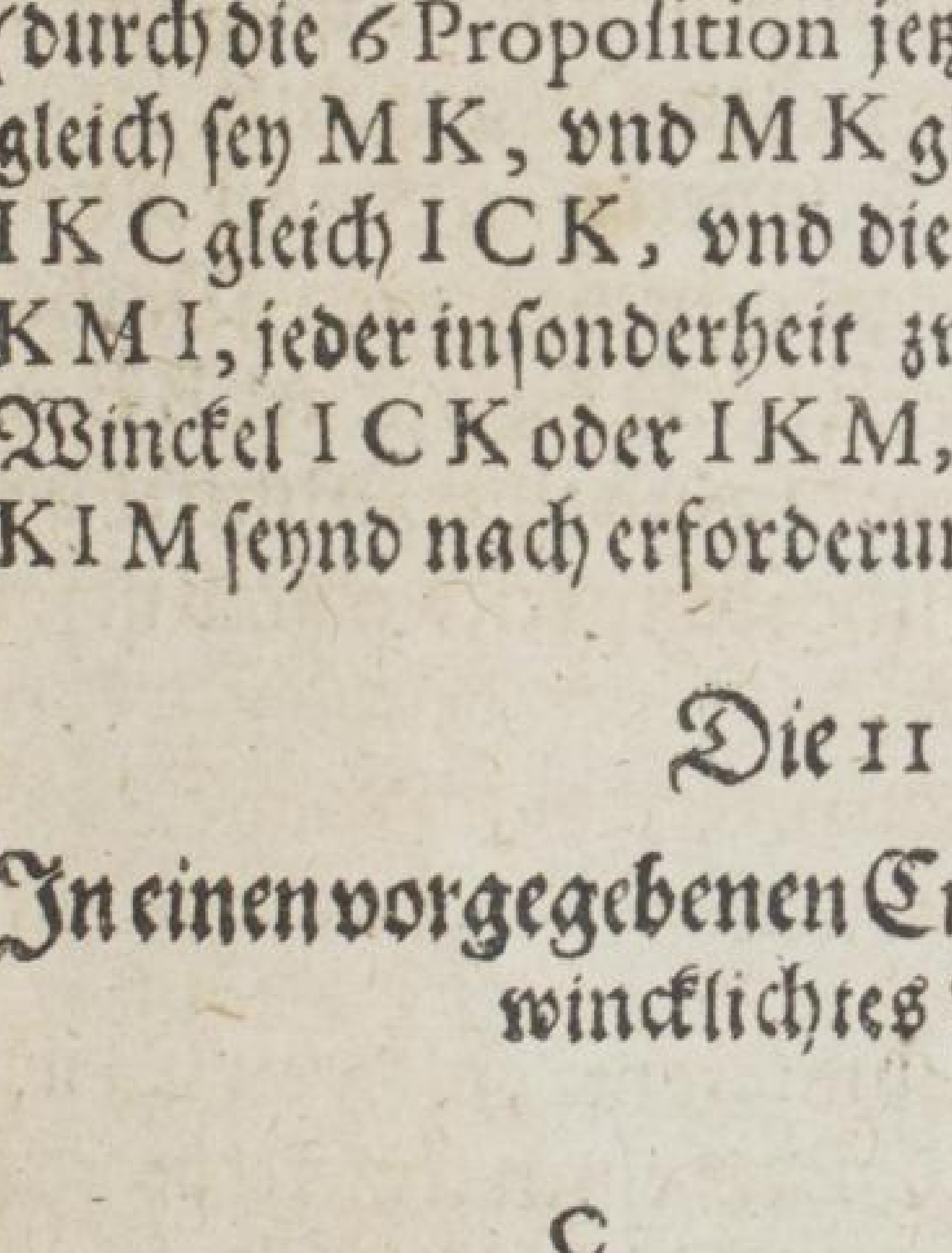
Demon-

## Demonstration.

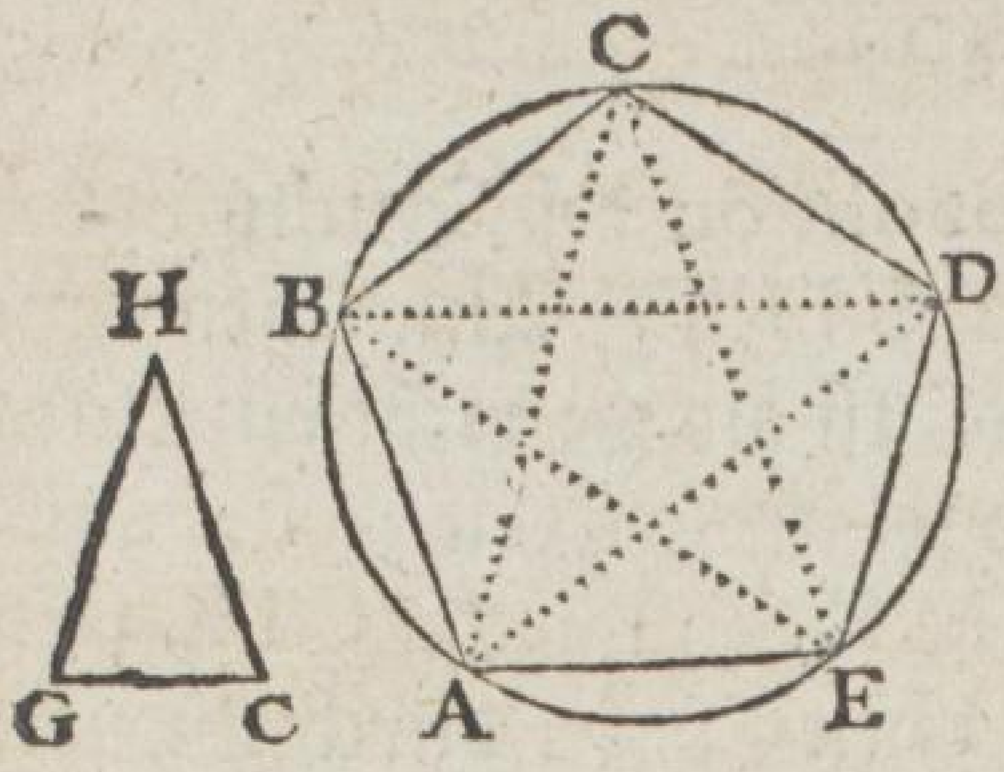
Beschreibt (durch die fünffte Proposition diß Buchs) vmb den Triangel C I K einen Circkel als C I K E. Angesehen nun daß das quadrat von M K eben so groß ist als die rechtwincklicht Figur/beschlossen von M C, M I. So folgt (durch die 37 Proposition deß dritten Buchs) daß die Lini M K den Circkel C I K E, in K berühre. Dieweil nun die Lini K I den Circkel durchschneidt: so ist (durch die 32 Proposition nechstgemeltes dritten Buchs) der Winckel auff der anrührenden Lini M K, als M K I, gleich K C I. So man nun zu beyden addirt den gemeynen Winckel I K C, so seynd die zween Winckel M K I, I K C, (das ist M K C) eben so groß als die zween Winckel I K C, I C K, welche (durch die 32 Proposition deß ersten Buchs) auch gleich seynd K I M, vnd K M C ist gleich M K C, vnd darumb auch gleich K I M. Folgt (durch die 6 Proposition jetzt gedachtes ersten Buchs) das I K gleich sey M K, vnd M K gleich I C, der vrsach ist der Winckel I K C gleich I C K, vnd die Winckel M K C, K M C, K I M, K M I, jeder insonderheit zweymal so groß als der übrige dritte Winckel I C K oder I K M, vnd die zween Triängel C M K vnd K I M seynd nach erforderung dieser Proposition gemacht.

## Die 11 Proposition.

**In einen vorgegebenen Circkel/ein gleichseitiges vnd gleichwincklichtes Fünffeck beschreiben.**




Der vorgegebene Circkel ist A B C D E. Nun mache man nach erforderung vnd lehr der vorgehenden Proposition/einen gleichfüssigen triangel/welcher sey G H C. Nach diesem beschreibe man (durch die zweyte Proposition diß Buchs) einen durch auß jhme ähnlichen in den




Circkel/der sey A C E, dessen winckel auff der Basi theilt (durch die 9 Proposition deß ersten Buchs) als C A E, C E A jeden in zween gleiche theil/ mit den Linien A D, E B, die erreychen die circumferentz in D vnd B. Nun gezogen die Linien A B, B C, C D, D E, A E, so ist das gleichseitige vnd gleichwincklichte Fünffeck gemacht.

## Demonstration.

Angesehen/ daß die Winckel A E B, B E C, C A D, D A E, E C A gleich seyn/so seynd (durch die 26 Proposition deß dritten buchs/ die theile von der circumferentz als A B, B C, C D, D E, E A, auch gleich; vnd (durch die 29 Proposition nechstgemeltes dritten Buchs) die gleiche Linien so gleichen Bögen vnterzogen/ welche seynd die Seiten deß begerten Fünffecks/ einander gleich/ vnd (durch die 21 Proposition mehrgedachtes dritten Buchs) seynd auch die Winckel A B E, A C E, A D E, B C A, B E A, B E C, D C E vnd D A E, alle gleich. Vnd jeder Winckel deß Fünffecks/ist eben so groß als drey solche Winckel, darumb ist solches fünffeck auch gleichwincklicht.

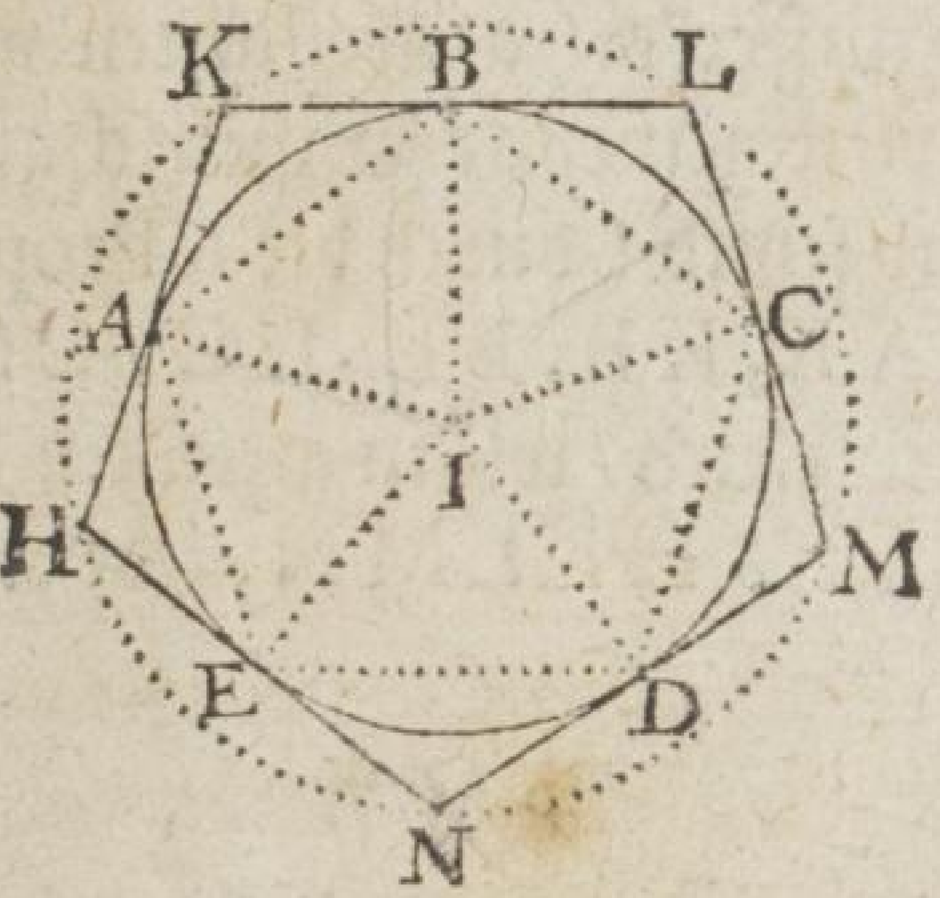
## Anderst:

Ziehet von einem punct in der circumferentz, als von C, nacher gefallen zwo Linien/ als C D, C E die einen winckel begreiffen/gleich dem Winckel H deß Triangels G H C, welche Linien erreychen die circumferentz deß Circkels in D vnd E, so ist der Bogen E D, durch die vorgehende Demonstration, ein Fünfftheil der circumferentz. Darnach theilt die gantze circumferentz in fünff solcher gleicher theil/ vnd von den Puncten der Theilung/ ziehet die Linien A B, B C, C D, D E, E A, so ist das Fünffeck auß gemacht; Die circumferentz mag auch in fünff gleiche Theil getheilt

theilt werden/mit den Winckeln im Centro des Circkels / so man dieselben eben so groß oder gleich machet/ den Winckeln G oder C deß Triangels G H C, welches mit hülff der 20 Proposition deß dritten Buchs / auß gethaner Demonstration mag verstanden werden.

## Die 12 Proposition.

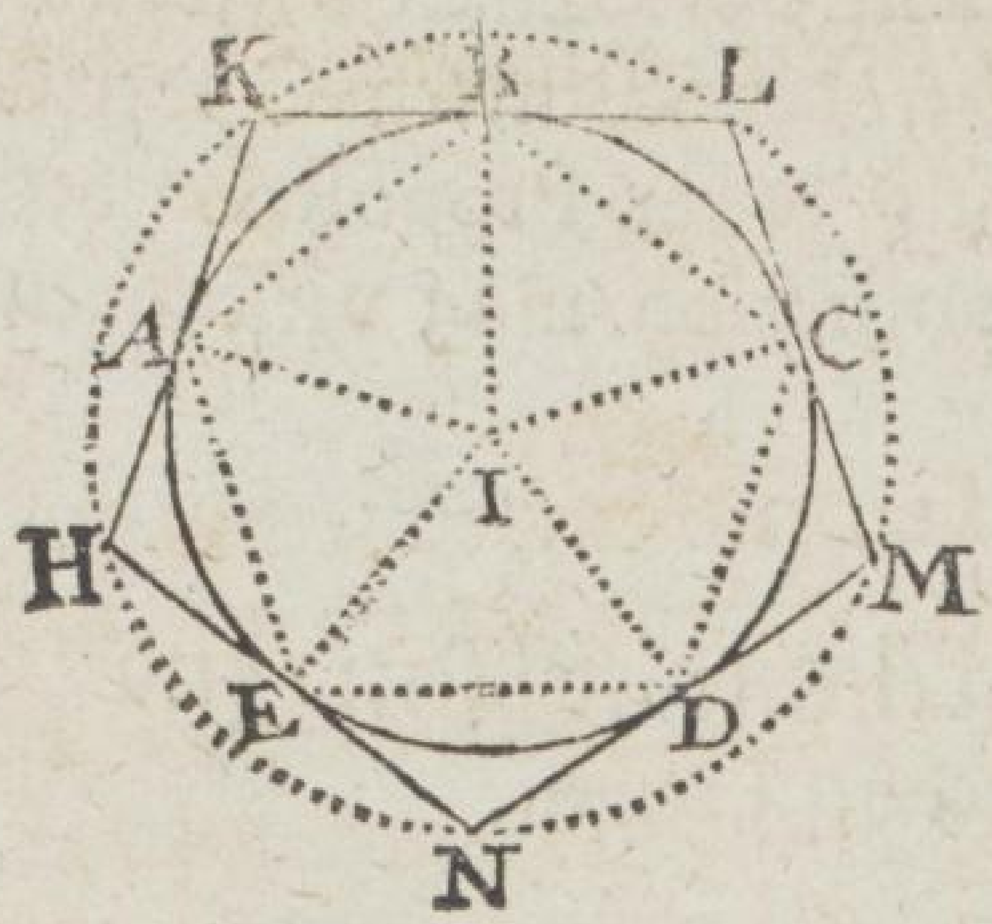
### Vmb einen vorgegebenen Circkel/ein gleichseitig vnd gleichwincklicht Fünffeck beschreiben.




IN diesem vorgegebenen Circkel / beschreibt erstlich (durch die vorgehende Proposition) ein Fünffeck/als A B C D E, vnd von den puncten da die winckel solches Fünffeck den Circkel berühren/ ziehet Linien zu dem Centro I, welches seynd eytel halbe Diametri deß Circkels. Darnach von solchen puncten der berührung andere Linien gezogen / rechtwincklicht auff gemelte halbe Diametri, welche einander durchschneiden in den puncten H, K, L, M, N. So ist auch das begerte gleichseitige vnd gleichwincklichte fünffeck H K L M N, vmb den Circkel beschrieben.

## Demonstration.

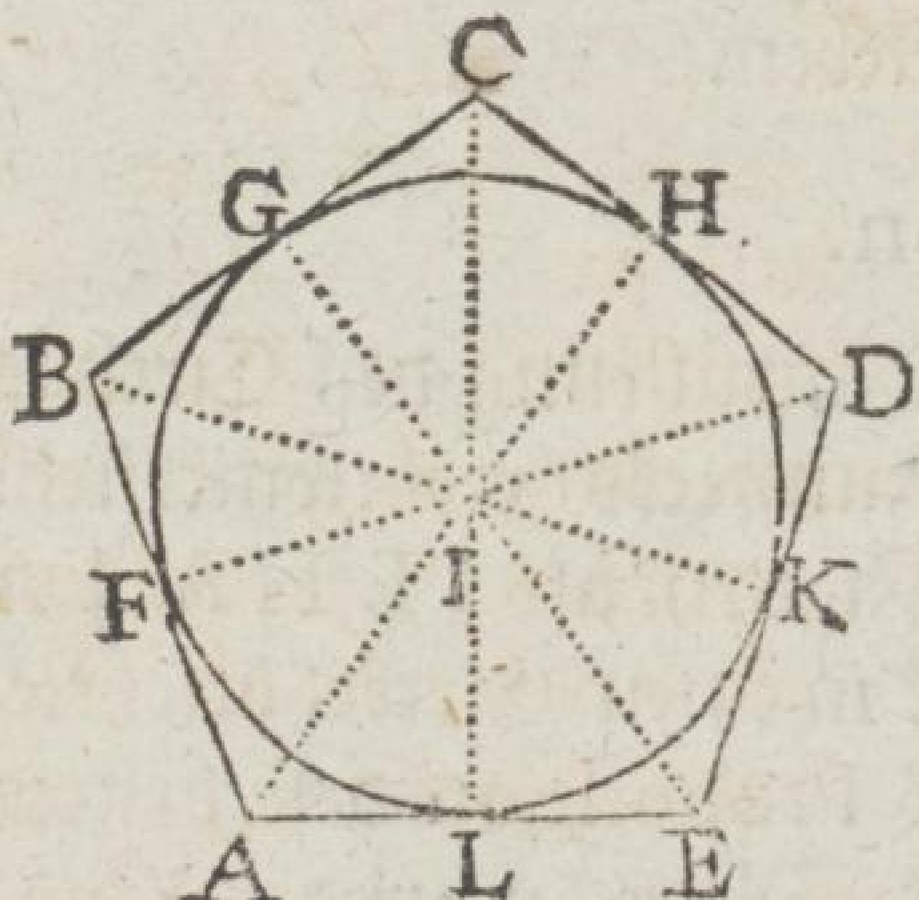
Angesehen / daß die Winckel in der anrührung deß Circkels auff den seiten deß vmbgeschriebenen Fünffecks/ rechtwincklicht seynd: so mögen die fünff viereckigten Figurn/ als I E H A, I A K B, I B L C, I C M D, I D N E, jede in einen Circkel beschrieben werden / als solches auß der 21 Proposition deß dritten Buchs abzunehmen ist. Dieweil nun die Winckel bey dem Centro I (durch die vierdte Proposition deß ersten Buchs/gleich seyn: So seynd (durch die 22 Proposition deß dritten buchs) die Winckel H, K, L, M, N, nemlich die winckel deß Fünffecks auch gleich.




Zum andern / ist zu mercken/daß das ingeschriebene Fünffeck / durch die halben Diameter in fünff gleichfüssige Triangel vertheilt ist / welche (durch die 5 Proposition deß ersten Buchs) auff denen Basibus, das ist den Seiten desselben Fünffecks / die Winckel alle gleich haben: so seynd auch die Winckel auff den andern Seiten von denselben Seiten deß Fünffecks (als restanten von den rechten Winckeln) durch die dritte gemeyne Wissenschafft/ alle einer dem andern gleich: darumb seynd (durch die 6 Proposition deß ersten Buchs) die Linien A K, K B, B L, L C, C M, M D, D N, N E, E H, H A, A K auch gleich / wie in gleichem die Seiten deß vmbgeschriebenen Fünffecks H K L M N, jede eben so lang als solche zwo Linien.

## Die 13 Proposition.

### In ein gleichseitig vnd gleichwincklicht Fünffeck/einen Circkel beschreiben.




DAs vorgegebene Fünffeck sey A B C D E, darvon theilt (durch die 9 Proposition deß ersten Buchs) zween Winckel/als C vnd D, jeden in zween gleiche theil / mit den Linien C I vnd D I, diese durchschneiden einander im Puncten I, vondannen ziehet eine perpendicular Lini auff eine Seiten deß gegebenen Fünffecks / welche ist I G. Aber I das Centrum, vnd I G der halbe Diameter deß Circkels/ so in das Fünffeck mag beschrieben werden / darumb nembt einen Circkel dessen einen Fuß stelt in I, den andern erstreckt in G, vnd beschreibt

beschreibt damit einen Circkel/der wird in dem gegebenen Fünffeck alle Seiten berühren.

## Demonstration.

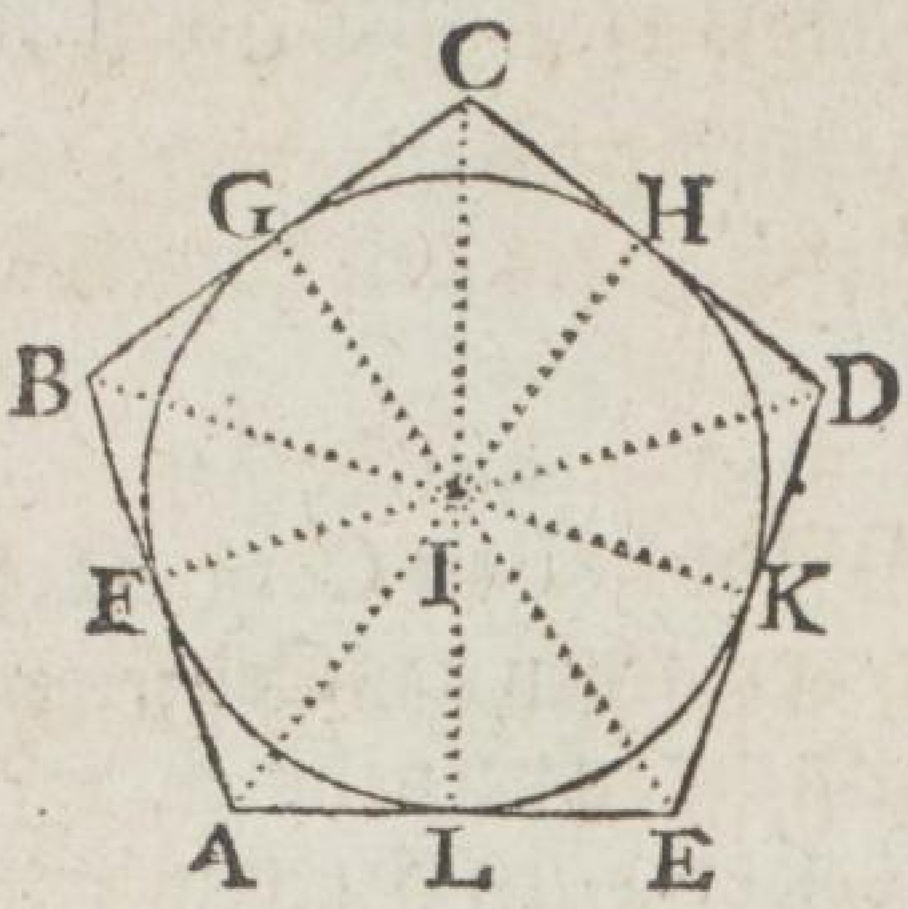
Die zwo Linien/so die zween Winckel in zween gleiche theil theilen/lauffen (durch die 4 Proposition diß Buchs) im Centro deß Circkels creutzweiß über einander/vnd vervrsachen das Centrum, wie auß der 9 Proposition deß dritten Buchs zu vernehmen/darumb ist der creutzpunct I das Centrum deß begerten Circkels/vnd die perpendicular Linien I G der halbe Diameter desselben / als auß der 18 Proposition (nechst gemeltes dritten Buchs) zu sehen ist. Welches aber anderst also bewiesen werden kan.

## Demonstration 2.

Ziehet erstlich auß I, Linien zu allen Winckeln deß Fünffecks/ auch perpendiculares auff alle Seiten desselben / so seynd durch die gleiche Theilung die Winckel I C B, I C D, I D C vnd I D E alle gleich / vnd durch die 6 Proposition deß ersten Buchs I C gleich I D: Darumb angesehen die gleiche Linien C B vnd C D, so seynd ( durch die vierdte Proposition nechst gerührtes ersten Buchs ) auch die dritte Seiten der Triángel C I B, C I D, als I B vnd I D gleich/wie auch I B gleich I C. Vmb dieser vnd dergleichen vrsachen willen / wird befunden daß alle die Linien auß I zu den Winckeln deß Fünffecks gezogen/gleich seyn / vnd auff den Seiten mehr gemeltes Fünffecks / fünff gleichfüssige Triangel machen/darumb dañ auch die perpendicular Linien dieser Triangel/alle halbe Diametri deß Circkels/vnd gleich seyn / wie auß der vorgemelten 4 Proposition deß ersten Buchs zu vernehmen. So ist nun hierauß offenbar/ daß der ingeschriebene Circkel alle Seiten deß vorgegebenen Fünffecks berührt.

## Anderst:

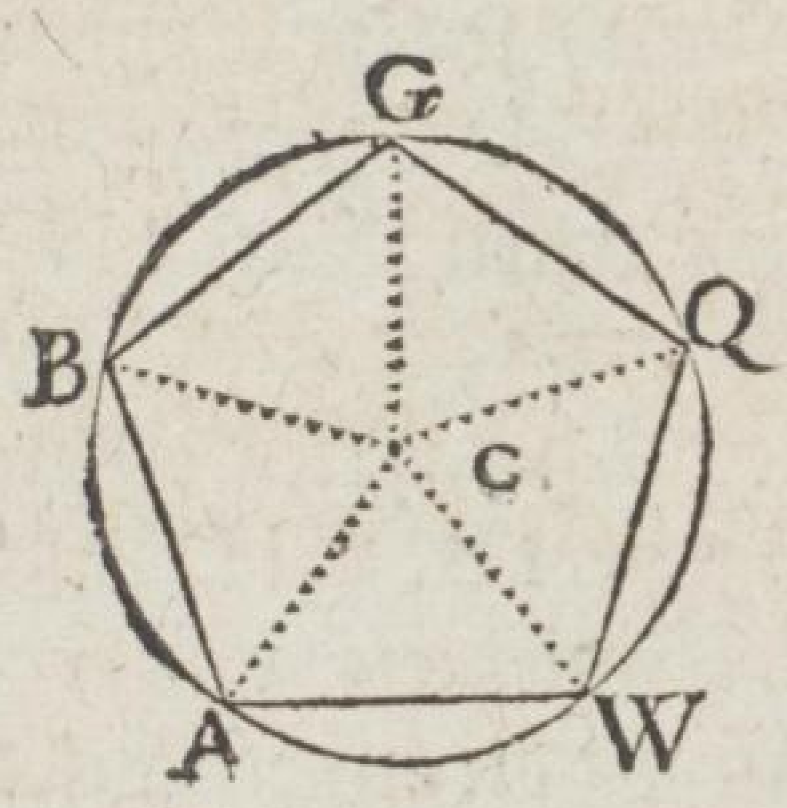
Verlängert an dem vorgegebenen Fünffeck eine Seiten




als A E zu beyden Seiten hinauß. Darnach auch die beyden Seiten CD vnd C B, so fern/ biß sie die verlångerte A E erreichen/vnd also einen Triangulum machen. Darnach beschreibt (durch die vierdte Proposition diß Buchs) in solchem Triangel einen Circkel / dieser wird auch seyn/ der eingeschriebene Circkel deß vorgegebenen Fünffecks / wie solches auß denen gleichen Seiten vnd gleichen Winckeln in der Figur klårlich verstanden werden mag.

## Die 14 Proposition.

**Vmb ein gleichseitig vnd gleichwincklicht Fünffeck / einen Circkel beschreiben.**




Von diesem Fünffeck A B G Q W, ist (durch die vorgehende Proposition befunden daß sein Centrum C sey. Von dannen ziehe man Linien zu den Winckeln deß Fünffecks / deren jede ist der halbe Diameter deß Circkels/so vmb das fünffeck beschrieben werden mag.

## Demonstration.

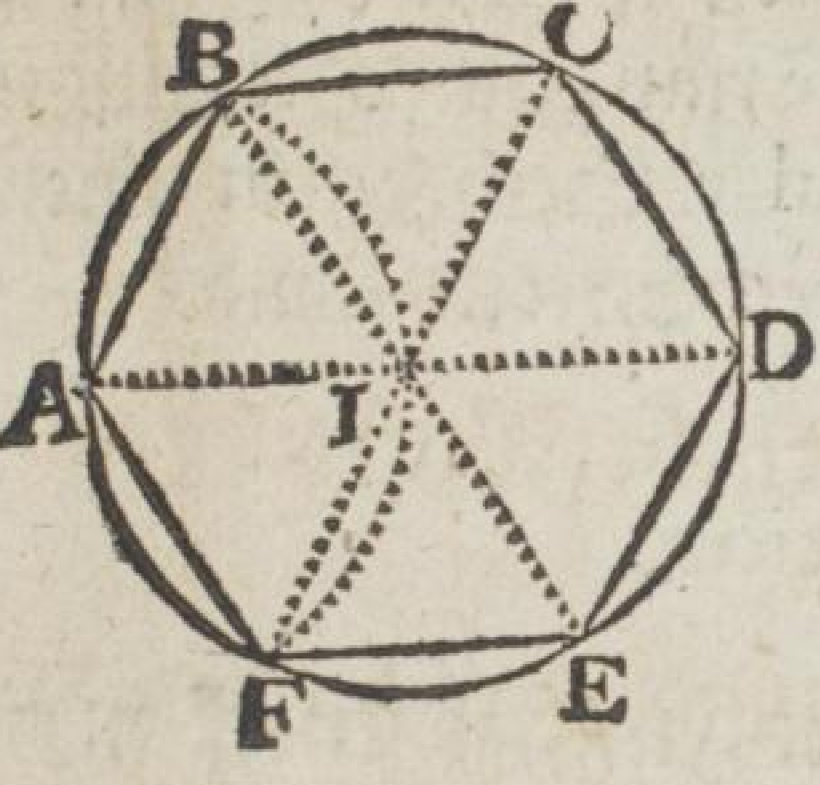
In der vorgehenden Proposition ist bewiesen / daß die Linien vom Centro zu den Winckeln deß Fünffecks/als C A, C B, C G, C Q, C W, alle gleich/vnd jede insonderheit der halbe Diameter deß Circkels / so auß dem Centro C, vmb gemeltes Fünffeck beschrieben werden mag/durch die 9 Proposition deß dritten buchs.

Nota. So die Winckel von einem Fünffeck (mit Linien auß den Winckeln auff die überstehende Seiten gezogen) in zween gleiche theil getheilt/werden solche Linien einander auch in zween theil zerschneiden/dergestalt/ daß der eine theil seyn wird der halbe Dia-

Diameter deß vmbgeschriebenen Circkels / vnd der ander theil die halben Diametri deß eingeschriebenen Circkels / in das Fünffeck. In massen solches auß der vorgehenden Figur vnd Demonstration leichtlich zu beweisen ist. Befehlen diß den kunstliebhabern nachzudencken.

## Die 15 Proposition.

### In einen vorgegebenen Circkel / ein gleichseitig vnd gleichwincklicht sechseck zu beschreiben.

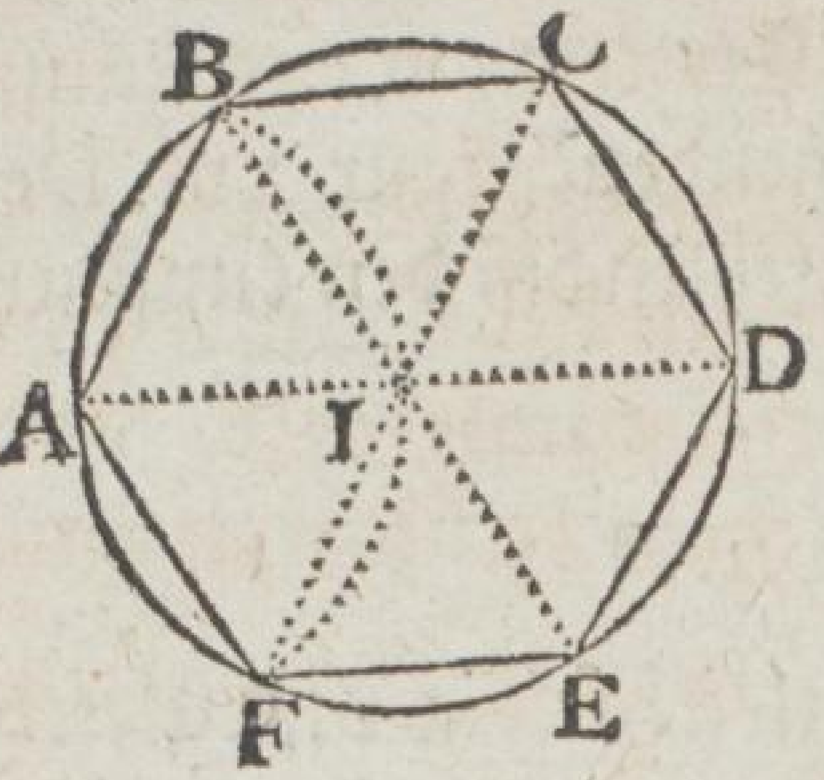



VOn diesem vorgegebenen Circkel ist das Centrum I, der Diameter A D. Ziehet erstlich vom Punct A, durchs Centrum I, ein theil von einem Circkel / daß dem vorgegebenen Circkel gleich sey / vnd die circumferentz desselben durchschneide in den puncten B vnd F, von dannen durchs Centrum I gerade Linien gezogen zu der circumferentz als B E, vnd F C. Deßgleichen auch die Linien A B, B C, C D, D E, E F, vnd F A gemacht / so ist das begerte gleichseitige vnd gleichwincklichte sechseck A B C D E F, in den vorgegebenen Circkel beschrieben.

## Demonstration.

Durch deß Circkels definition ist offenbar / daß die zween Triångel A B I, A F I seynd gleichseitig. Dieweil nun (durch die 15 Proposition deß ersten buchs) die winckel E I D, B I A gleich sind / deßgleichen D I C, A I F, wie auch die Linien / so solche Winckel begreiffen. So folgt (durch die 4 Proposition nechst gemeltes ersten buchs) daß die Seiten D E gleich sey A B, vnd C D gleich A F, vnd derowegen die Triångel E I D, D I C gleichseitig.

Zum andern (ist durch die 32 Proposition deß ersten buchs) der winckel A I C eben so groß als die zween winckel I A F, I F A, deren auch jeder so groß ist als der winckel A I B; den von beydē abgenommen:




genommen: So ist offenbar / daß der winckel B I C eben so groß ist als I A F oder I F A, vmb dieser proportion oder vrsache willen ist F I E, auch gleich einem von den andern Winckeln / der gleichseitigen Triangeln. Darumb die Seiten B C, F E den andern Seiten gleich / vnd dz gantzen sechsecks gleichseitig. Deßgleichen durch die 6 gemeyne Wissenschafft / die winckel deß gantzen Sechseck auch gleich / also daß jedes zweymal so groß als ein Winckel deß gleichseitigen Triangels. Hierauß ist offenbar / daß alle die Seiten eines Regular Sechseck in einem Circkel beschrieben / halbe Diametri desselben Circkels seynd.

## Die 16 Proposition.

### Ein gleichseitig vnd gleichwincklichts Fünffzeheneck in einen vorgegebenen Circkel zu beschreiben.


IN den gegebenen Circkel / beschreibt erstlich (durch die andere Proposition dieses Buchs) einen gleichseitigen Triangel / als C F D, deßgleichen auch durch die 11 Proposition diß buchs / ein gleichseitiges fünffeck / dergestalt / daß von dem Triangel vnd fünffeck / ein Winckel in einem punct der circumferentz zusammen kommen / als allhie in F, so ist das Fünffeck A E F G B, vnd der Bogen C A, oder B D ein funzehender theil von der circumferentz deß vorgegebenen Circkels / vnd so ein gerade oder rechte Lini von A zu C gezogen / wird dieselbige eine Seiten deß begerten funffzehen ecks / so in dem Circkel beschrieben mag werden / seyn. Dieser nach / mag das gantze funffzeheneck / vollzogen werden.

## Demonstration.

Der Bogen F E A ist zwey Fünfftheil von der circumferentz, das ist/sechs fünffzehen theil; vnd der bogen F E C, ist ein dritt theil/ oder fünffzehen theil / von gemelter circumferentz. Folgt/ daß der bogen A C, ein fünffzehen theil/ mehr berührte circumferentz sey.

## Ende deß vierdten Buchs.

# AD LECTOREM.

GVnstiger/vnd kunstliebender Leser/Euclides hat in diesen seinen vier vorgehenden Büchern/ einen vesten Grund vnd Fundament von der Natur/ Eygenschafft/vermögen der Linien/Winckeln vnd Geometrischen Figurn gelegt; Darauff nun bequämlich die proportion vnd proportionalitet; so nicht allein in der Geometria, sondern auch in Arithmetica, Astronomia, vnd andern Künsten mehr/ sehr nützlich vnd nothwendig/ ohne welche dergleichen Künste gantz vnvollkommen vnd vnnütz seyn/folgen.

Dieweil nun in dieser Kunst/ angerührten proportionen zum höchsten gelegen/ hat Euclides solche in dem folgenden fünfften vnd sechsten Buch grundlich beschrieben vnd erklärt/ nemlich in gemeltem fünfften Buch die proprotion ins gemeyn/welches verstanden werden mag/ von Massen/Zahlen/Gewichten/ Linien/ Winckeln/ Figuren/ Superficien, Corporlichen grössen/ oder einigen andern gleichförmigten Quantiteten, wie die genant werden mögen; aber im sechsten Buch/ insonderheit von Linien vnd Geometrischen Figurn.

Durch was mittel aber/ die proportionen ins gemeyn/ auff das bequembst mögen vorgetragen vnd erklärt werden/laß ich hier vngedisputirt/ dann etliche vnd der mehrertheil/dasselbe in Linien/etliche mit Buchstaben/ etliche aber vnd fürnemlichen Scheubelius, Xylander, Dibuadius, vnd Marius, wie auch dieser vnser Author, haben ein solches zugleich mit Linien vnd Zahlen/ oder Buchstaben vnd Zahlen/oder wol auff dreyerley manir/ mit Linien/ Buchstaben vnd Zahlen gethan.

Aber

Aber angesehen/ daß die vier vorgehenden/ wie auch das nachfolgende sechste Buch von der Geometria in Linien tractirt/solte billich in diesem fünfften Buch/ gleiche Ordnung vnd weiß gehalten / vnd solches allein wie die vorgehenden/in Linien gehandelt werden. Aber damit die Sache den Einfeltigen desto klärer seyn mögen / haben wir darzu gebracht gemeyne Buchstaben/ vnd für die so in Arithmetica was geübet / auch dardurch desto bessers Fundament haben vnd bekommen mögen. Vber gemelte Buchstaben Zahlen gestelt ; die jede Quantitet oder Grösse vnd die proportion gegen einander klärlich anweisen / verhoffend/ daß solches den anfahenden dieser Kunst zu mehrerm verstand vnd wissenschafft/nicht vndienstlich seyn solle.

Vnd damit wir aber in vnserer Handlung / desto besser verstanden werden/haben wir vnser weiß zu reden/ allhie etwas zu erklären vnd anzudeuten nicht vnterlassen sollen/ als so wir sagen werden: A ist gegen B, wie E gegen F, wird damit verstanden/daß die Quantitet oder Grössen/ so mit A angedeut/sey gegen der Quantitet oder Grösse so durch B zu verstehen proportionirt, wie die grösse mit E bezeichnet gegen der mitte F, signirt, das ist / wie sich A, hält gegen B, also halte sich E gegen F. Diß solle dem kunstliebenden zu bericht dienen.

Das

Das fünffte Buch Euclidis,

# Von den Anfängen vnd fundamenten der Geometriæ.

## Darinnen gehandelt wird von den Proportionen in gemeyn.

## Definitiones oder Beschreibungen.

1. Ein theil/wird genant eine solche grösse oder Quantitet, die in einer andern vnd grössern etlich mal begriffen ist.
2. Eine grösse oder Quantitet, in welcher ein kleiner etlich mal begriffen ist/wird (Multiplex) oder ein manichfaltige grösse oder Quantitet genant.
3. Proportio, ist/so zwo Grössen oder Quantiteten von einer Materia vnd Natur/gegen einander gestelt/gehalten oder vergleichen werden.
4. Diese Grössen oder Quantiteten, haben ein Proportion gegen einander/deren die eine etlichmal genommen/oder gemehrt/die ander übertreffen mag.
5. Die vergleichung der Proportion wird proportionalitet genant. Hierzu werden auffs wenigste drey Quantiteten oder Grössen erfordert.
6. Diese Grössen oder Quantiteten, haben eine gleiche Proportion oder proportionalitet, so die erst ist gegen der andern/gleich als die dritte gegen der vierdten/das ist/wann die andere so manichmal begriffen ist in der ersten/als die vierdte in der dritten: oder daß die erste die andere so vielmal begreifft/als die dritte die vierdte.

Nota. Der Verstand vnd die Erklärung dieser 6 definition vnd folgenden 4 Proposition dieses fünfften Buchs/ist bey den Gelehrten dieser Kunst/etwas vnderschiedlich/

wie

wie in der translation deß Marii, der solche auß dem Clavio vertirt, zu lesen ist. Der eygentliche Verstand aber/ ist bey meiner folgenden explication in zahlen zu finden.

7. Die Quantiteten oder Grössen / so eines Namens proportion haben (oder als vorn in einander gleich begriffen seynd) die werden proportionirte Grössen genant.

8. So vier Quantiteten oder Grössen proportionirt seyn/ vnd die erst hält sich gegen der andern/ wie die dritte gegen der vierdten/ beweiset sich also; wann man die erste vnd dritte gleich offt etlichmal nimpt/ (das ist mit einer zahl multiplicirt) vnd dann auch die andere vnd vierdte gleich offt/ (gilt gleich wie offt) etlich mal/ daß alsdann die multiplicirten oder vermehrten Quantiteten oder Grössen / von der erst vnd dritten/ in der proportion gleich seyn die andern vnd vierdten.

9. So aber die vermehrten Quantiteten oder Grössen/ nicht also gegen einander sich halten/ so seynd sie auch nicht proportionirt, noch in der proportion gleichförmig.

10. Wann drey Quantiteten oder Grössen proportionirt seyen/ also daß die erste ist gegen der andern/ wie die ander gegen der dritten/ als dann ist die proportion der ersten gegen der dritten/ zweymal so groß als der ersten gegen der andern: so nun vier Grössen oder Quantiteten in einer solchen proportion seyn/ so ist die proportion der ersten gegen der vierdten dreymal so groß als die erste gegen der andern/ vnd so fortan. Besehet hiervon die 19 Proposition deß folgenden sechsten Buchs.

11. Die Quantiteten oder grössen seynd in gleicher proportion, wann die vorgehend ist gegen der vorgehenden gleich/ wie die folgend gegen der folgenden. Hiervon besehet die 16 Proposition.

12. In vergleichung der proportion wird die Quantitet oder Größ / so gegen einer andern gehalten oder gestelt / die vorgehende / vnd die gegen welcher die vergleichung geschicht/ die folgende genant.

13. Ver.

13. Verwechslung der proportion, ist/ wann die vorgehend gegen der vorgehenden/vnd die folgend gegen der folgenden gestelt oder gehalten wird.

14. Vmbkehrung der proportion, ist/ wann man die folgenden an stat der vorgehenden / vnd die vorgehende an stat der folgenden nimmet oder stelt.

15. Versamlung der proportion, ist/ so man die vorgehend vnd folgend zusammen / gegen der folgenden stelt. Besehet hiervon die 17 Proposition.

16. Theilung der proportion ist/ so man die erste Größe von der andern ziehet / oder die ander von der ersten / vnd die rest gegen der folgenden hält oder setzet. Besiehet hiervon die 18 Proposition.

17. Verwendung der proportion, ist / so gegen solchem rest die vorgehend gehalten oder gestelt wird.

18. Gleichheit der proportion, ist/wann etliche Quantiteten oder Grössen / in einerley oder vielerley proportion einander folgen / vnd in solcher proportion eben so viel andere Grössen einander folgen/ so ist die erste Grösse in der ersten Ordnung/gegen der letzten Grössen / als die erste der andern Ordnung/gegen der letzten von derselben. Hiervon besehet die 20 Proposition, allda wird mans demonstrirt finden.

19. Eine ordentliche proportion, ist/wann in einer Ordnung die erste Grösse oder Quantitet proportionirt ist gegen der andern / die ander gegen der dritten / vnd so fort / als die Grössen in der andern Ordnung. Nemlich die erst gegen der andern/ die ander gegen der dritten / vnd so fort/ nach der weise der ersten.

20. Proportion einer verruckten Ordnung ist/ als die Quantiteten oder Grössen nicht in solcher proportion der einen Ordnung / der andern folgt. Aber doch welche proportion sich in der einen Ordnung finden / dieselbe alle vnd gleich so offt finden sich auch in der andern Ordnung. Besehet hiervon die 21 Proposition.

## Die erste Proposition.

**So zwo Ordnung von Quantiteten oder Grössen seyn/ also/daß die erste in der ersten Ordnung/ein solcher theil ist/ von der ersten in der andern ordnung / als die andere in der ersten ordnung/von der andern in der andern ordnung/vnd daß von allen andern so fortan; so wird dann die Summa aller Quantiteten oder Grössen der ersten ordnung / der Summa aller Quantiteten oder Grössen der andern ordnung/auch eben ein solcher theil seyn.**

| Erst. | ander ord. |
|---|---|
| 3 | 9 |
| A | D |
| 5 | 15 |
| B | E |
| 2 | 6 |
| C | F |
| 10 | 30 |
| ABC | DEF |

DIe Quantiteten oder grössen der ersten ordnung / seynd A, B, C, vnd die in der andern ordnung D, E, F, so ist nun A ein solcher Theil von D, als B von E, vnd C von F, darumb seynd die Quantiteten oder Grössen A, B, C, zusammen eben auch ein solcher theil von den Quantiteten oder Grössen D, E, F, zusammen.

### Demonstration.

Angesehen daß die Quantiteten oder Grössen in der ersten ordnung jede insonderheit ist in gleicher theil/von jhrer nebenstehenden Quantitet oder Größ der andern ordnung; nemlich A ist so offt vnd vielmal begriffen in D, als B in E, vnd C in F. Hierauß ist offenbar / daß A, B, C, zusammen / auch so offt oder manchmal in D, E, F, begriffen seyn. Wie dann hie oben A, B, C, zusammen addirt, eben ein solcher Theil/ von den zusammen gefügten Grössen D, E, F, ist/ als A von D, oder B von E rc.

## Die 2 Proposition.

**Wann zu vier proportionirten Quantiteten oder Grössen/noch zwo andere gethan werden / also daß sich die fünfft**

hält

hält gegen der andern/ wie die sechste gegen der vierdten / so wird die erst vnd fünfft zusammen sich proportioniren gegen der andern allein/gleich wie die dritte vnd sechste zusammen gegen der vierdten.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2 | 3 | 4 | 6 |
| A, | B, | C, | D, |
| 18. | | 36. | |
| E, | | F, | |
| 20 | 3 | 40 | 6 |
| AE, | B, | CF, | D, |

DIe vier proportionirten quantiteten od grössen / seynd A gegen B, als C gegen D, die bey gethane E vnd F. Nun ist oder hält sich E gegen B, wie F gegen D. Darumb seyn die Quantiteten oder Grössen A vnd E zusammen/proportionirt gegen B allein/als C vnd F zusammen gegen D allein.

## Demonstration.

Angesehen/daß E ist gegen B,als F gegen D,vnd A auch ist gegen derselben B, als C gegen D, so ist offenbar / wann gleichs zu gleichem gethan/daß A E zusammen proportionirt sey gegen B, wie C F zusammen gegen D.

## Anderst:

B ist so offt oder vielmal begriffen in A,als D in C,vnd B,in E, als D in F. Folgt daß auch B so vielmal sey begriffen in A E zusammen / als D in C F zusammen. Darumb ist A E auch gegen B,als C F gegen D, durch die 6 vnd 8 definition.

Nota. Daß hievorn gesagt worden / vnd folgend mehr gesagt werden wird/daß eine Quantitet oder Grösse/in einer andern begriffen ; damit wird nicht allein verstanden / daß eben ein solche Quantitet oder Grösse kleiner sey als eine andere / auch ein solche etlichmal müste genommen werden / biß sie einer andern gleich würde : Sondern auch / daß ein solche Quantitet oder Grösse/grosser sey dann ein ander/da gesagt wird/ daß sie darin begriffen/ob sie gleich nur ein theil mal darinnen begriffen wird/ als 3 ist in 2 begriffen $\frac{2}{3}$ mal: aber 2 ist in 3 begriffen $1\frac{1}{2}$ mal / also / daß allhie durchgegend in einem Sinn verstanden kan werden / daß eine Quantitet oder Grösse in einer andern etlichmal begriffen / ob wol dieselbe grösser ist dann ein ander.

## Die 3 Proposition.

**Als zu vier** proportionirten Quantiteten oder Grössen / noch zwo andere kommen / also daß die fünffte sich helt gegen der ersten / wie die sechst gegen der dritten; so wird sich die fünffte auch gegen der andern halten / als die sechste gegen der vierdten.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 9 | 15 | 6 | 18 |
| A | B | C | D | E | F |

Die vier proportionirten Quantiteten oder grössen seynd A gegen B, als C gegen D, die dabey kommen, den E vnd F, so ist nun E gegen A, als F gegen C, darumb ist oder helt sich auch E gegen B, als F gegen D.

## Demonstration.

Angesehen / daß E sich hält gegen A, als F gegen C; vnd A gegen B, als C gegen D, so ist E so vielmal begriffen in A, als F in C, vnd auch A in B, als C in D, über solches ist E so vielmal begriffen in B, als F in D. Hierauß ist durch die sechste Definition offenbar / daß E geproportionirt ist gegen B, als F gegē D.

## Die 4 Proposition.

**Als zu vier** proportionirten Grössen / vier andere kommen / da die fünffte ist gegen der ersten / als die sechste gegen der dritten / vnd die siebende gegen der andern / wie die achte gegen der vierdten. Alsdann seynd auch die vier hierzukommenden Quantiteten oder grössen proportionirt, gleich wie die vier ersten.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 3 | 16 | 4 |
| A | B | C | D |
| 6 | 8 | 9 | 12 |
| E | F | G | H |

DJe vier proportionirte Quantiteten oder grössen seynd A gegen B, als C gegen D, die vier hierzu kommende seynd E, F, G, H. Nun hält sich E gegen A, als F gegen C, vnd G gegen B, wie H gegen D, darumb seyn die Grössen E, F, G, H, auch proportionirt.

## Demonstration.

Angesehen / daß durch die 6 Definition, E so viel mal begriffen ist in A, als F in C, vnd A in B, als C in D: darumb so ist E auch so viel mal begriffen in derselben B, als F in D. Hierauß dann erscheinet/daß gleich wie E ist gegen B, also F gegen D, vnd nach der Proposition ist G auch gegen B, wie H gegen D. Dieweil dann E gegen F eben ein solche proportion hat als G gegen H, so ist offenbar daß E, F, G, H, nach inhalt vnd begern der Proposition, proportionirt seyn.

## Die 5 Proposition.

**So von zweyen Quantiteten oder grössen/ jeder ein stück genommen wird/dergestalt/daß solche stück sich gegen einander proportionirn, als die gantzen davon sie genommen / werden auch die restirende stück solche proportion gegen einander habẽ.**

| | |
|---|---|
| 8 | 12 |
| A | B |
| 2 | 3 |
| C | D |
| 6 | 9 |
| E | F |

DJe zwo Quantitet oder grössen seynd A vnd B, die stück C vnd D, von A ist genommen C, rest E, vnd D von B, rest F. Nun hält sich C gegen D, wie A gegen B, also ist auch E gegen F.

## Demonstration.

Angesehen daß C ein solcher theil von A ist / als D von B, so ist offenbar/daß die restanten / als E von A eben auch ein solcher theil ist/ wie F von B, darumb muß E proportionirt seyn gegen F, als A gegen B, oder C gegen D.

## Die 6 Propoſition.

**So vier Quantiteten oder proportionirte Gröſſen ſeyn/ vnd von der erſten vnd dritten / jeder inſonderheit ein ſtück genommen wird/dergeſtalt/ daß das erſte ſtück ſich hält gegen der andern gröſſe / wie das ander ſtück gegen der vierdten gröſſe/alsdann iſt das erſte reſt gegen der andern gröſte proportionirt, wie das ander reſt gegen der vierdten gröſſe.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 20 | 3 | 40 | 6 |
| A | B | C | D |
| 18 | | 36 | |
| E | | F | |
| 2 | 3 | 4 | 6 |
| G | B | H | D |

Die vier Quantiteten oder gröſſen ſeynd A gegen B, als C gegen D, die ſtück aber ſeynd E vnd F. Nun iſt von A genommen E, reſt G, vnd F von C, reſt H, vnd E iſt proportionirt gegen B, als F gegen D, darumb hält ſich auch G gegen B, wie H gegen D.

## Demonſtration.

Angeſehen / daß E iſt gegen B, als F gegen D, vnd A gegen derſelben B, als C gegen der ſelben D, ſo folgt/ daß B ſo manichmal begriffen iſt in A als D in C, vnd B in E als D in F. So man nun gleiches von gleichem wegnimmet / ſo bleibet B ſo vielmal begriffen in G, als D in H, darumb iſt G proportionirt gegen B, wie H gegen D.

## Die 7 Propoſition.

**Wann gleiche Quantiten oder Gröſſen / gegen einer Quantitet geſchätzt oder gehalten/ ſo haben ſie einerley proportion. Vnd da eine Quantitet gegen gleichen Quantiteten oder Groſſen gehalten wird/bleibet auch einerley proportion.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 12 | 12 | 4 |
| A | B | C | E |
| 7 | 15 | 15 | 15 |
| D | G | H | K |

DJe Quantiteten oder Grössen A, B, C, seynd eben oder gleicher grösz/vnd jede insonderheit gestelt oder gehalten gegen der Quantitet oder Grösse E, darumb ist die proportion von A, B, C, jeden gleich / vnd die Quantitet oder grösz D gehalten gegen jeder der gleich grossen quantiteten G, H, K, da ist die proportion auch gleich.

## Demonstration.

Angesehen dasz A, B, C, eben oder gleich grosz seyn/vnd E in einer eben so offt/als in der andern begriffen: darumb ist die proportion gleich/vnd die quantitet D ist vmb gleicher vrsach willen auch gegen G, als gegen H oder K, darumb jhr proportion auch gleich.

## Die 8 Proposition.

Wann zwo vngleiche Quantiteten oder Grössen / gegen einer andern Quantitet gestelt oder gehalten werden/so wird die proportion von der grössern/gegen derselben grösser seyn dann die kleiner: Hergegen aber wird dieselbige Quantitet gegen der kleinern ein grössere proportion haben dann gegen der grössern.

| | | |
|---|---|---|
| 18 | 14 | 8 |
| A | B | C |

DJe vngleichen Quantiteten oder grössen seynd A, B, die grösseste ist A, die kleiner B, die dagegen solche gehalten werden/ ist C. Nun ist die proportion von A gegen C grösser/als B gegen derselben C.

## Demonstration.

Angesehen dasz A grösser ist dann B, darumb ist C auch öffter

in A

in A beschlossen oder begriffen/als in B. Hierauß muß folgen/daß A gegen C eine grösſere proportion habe/ als gegen B, vnd so C gegen A, vnd auch gegen B gehalten/wird C eine grössere proportion gegen B machen/als gegen A. Auß vrsachen/ dieweil B öffter als A in C begriffen ist.

## Die 9 Proposition.

Die Quantiteten oder Grössen/ so gegen einer andern Quantitet ein gleiche proportion haben/ die seynd eben oder gleicher größ/vnd hergegen so eine Quantitet gegen etlichen andern Quantiteten oder grössen/ einerley oder ein gleiche proportion hat/so seynd dieselben einander auch gleich.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 8 | 8 | 3 |
| A | B | C | D |
| 45 | 20 | 20 | 20 |
| G | H | K | M |

DJe Quantiteten oder grössen A, B, C, haben ein jede gegen D eine gleiche proportion, darumb seynd sie gleicher grösse. Vnd die Quantitet oder größ G hat gegen H, eben ein solche proportion, als gegen K oder M, darumb seynd die Quantiteten H, K, M, auch eben groß.

### Demonstration.

Angesehen daß A, B, C, gegen D ein gleiche proportion haben/so begreifft D eine jede gleich vielmal/ vnd die Quantiteten oder grössen so einander gleich offt begreiffen/ seynd durch gemeynen verstand gleich oder eben groß/darumb seynd auch die quantiteten A, B, C, gleicher größ/ ebener massen vnd vrsach seynd auch H, K, M, eben groß.

## Die 10 Proposition.

So zwo Quantiteten oder Grössen/ gegen einer andern Quantitet oder größ gehalten werden/wird vnter denen solche die che die gröste seyn/welche ein grössere Proportion macht/vnd die ist die kleineste/dargegen die ander Quantitet ein grössere proportion hat.

20 16 6
A B C

DJe zwo Quantiteten oder grössen seynd A vnd B, die dritte gegen welcher diese gestelt oder gehalten ist C. Nun hat A gegen C ein grössere Proportion als B gegen derselben C, darumb ist A auch grösser als B. Aber C hat ein grössere proportion gegen B, als gegen A, darumb ist B kleiner dann A.

## Demonstration.

Die warheit diß/ist durch die vorgehende achte Proposition offenbar/darumb weiter Wort hievon vnvonnöthen.

## Die 11 Proposition.

**So zwo oder mehr Proportion einer andern Proportion gleich seynd/so seyn sie auch alle vnter einander gleich.**

4 7
A B

8 14
E F

12 21
M W

DJe proportion von E gegen F, vnd M gegen W, ist jede insonderheit gleich der proportion von A gegen B. Darumb ist auch E gegen F, gleich M gegen W.

## Demonstration.

Angesehen daß allhie zwey Ding einander gleich seynd/so seyn sie auch (durch die erste gemeyne Wissenschafft) beyde gleich.

## Die 12 Proposition.

**Als viel Quantiteten oder Grössen / je eine gegen der andern eine gleiche proportion haben/ wie nun jede vorhergehende gegen ihrer folgenden sich hält : Also hält sich auch**

auch das Collect von allen vorgehenden / gegen dem Collect von allen folgenden.

| vorgehende. | | folgende. |
|---|---|---|
| 3 | gegen | 5 |
| G | | H |
| wie 9 | gegen | 15 |
| I | | K |
| alſo 15 | gegen | 25 |
| L | | M |
| vnd 12 | gegen | 20 |
| N | | O |
| alſo auch 39 | gegen | 65 |
| G I L N | | H K M O |

DJe vorgehende Quantiteten oder gröſſen haben ein jede gegen jhrer folgenden/oder gegen überſtehenden eine gleiche proportion. Nemlich G gegen H, wie I gegen K, alſo L gegen M, vnd N gegen O. Darumb haben alle vorgehende / als G I L N zuſammen/ eben auch ein ſolche vnd gleiche Proportion gegen alle folgenden / nemlich H K M O zuſammen.

## Demonſtration.

Diß alles iſt bekant / durch die erſte Propoſition diß Buchs/ welches aber anderſt alſo bewieſen wird: als H iſt ſo vielmal beſchloſſen in G, als K in I, vnd fort auch die andern / ſo iſt offenbar / dieweil gleichs gleichen zugethan wird / daß H K M O zuſammen/auch ſo vielmal ſey beſchloſſen in G I L N zuſammen/ darumb hat die Summa von G I L N eben auch ein ſolche proportion gegen der Summa von H K M O, wie jede vorgehende Gröſſe gegen jhrer nachfolgenden.

## Die 13 Propoſition.

Als zu vier Proportionirten Quantiteten oder Gröſſen/noch zwo andere kommen / die eine kleinere proportion haben/weder die dritte gegen der vierdten: So wird ſie auch kleiner ſeyn als die erſt gegen der andern/vnd ſo die beykommenden eine gröſſere proportion haben/ weder die dritte gegen

gen der vierdten/wird sie auch grösser seyn dann die erst gegen der andern.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 7 | 21 | 5 | 15 |
| A | B | C | D |
| 7 | 28 | 6 | 15 |
| Q | R | W | X |

DIe vier proportionirte quantiteten oder Grössen seynd A, B, C, D, die darbey kommende Q gegen R, haben eine kleiner proportion, als C gegen D, darumb haben die auch ein kleiner proportion als A gegen B.

## Demonstration.

Angesehen / daß die proportion A gegen B, vnd C gegen D gleich seyn/ vnd daß die proportion Q gegen R kleiner ist als C gegen D, so folgt (durch die 11 Proposition diß Buchs) daß sie auch kleiner sey dann A gegen B. Aber so die beykommenden seyn W vnd X, vnd W habe gegen X eine grösser proportion als C gegen D. So folgt (durch die jetztgemelte 11 Proposition) daß auch W gegen X ein grössere proportion habe / als A gegen B.

## Die 14 Proposition.

**Als vier Quantiteten oder Grössen proportionirt seyn/ vnd die erste ist grösser als die drite / so ist die ander auch grösser dann die vierdte: ist sie kleiner / auch kleiner: ist sie gleich/ auch gleich.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8 | 24 | 5 | 15 |
| G | H | I | K |
| 4 | 16 | 7 | 28 |
| L | M | N | O |
| 6 | 6 | 6 | 6 |
| P | Q | R | S |

VOn diesen vier proportionirten Quantiteten oder Grössen G, H, I, K, ist G grösser dann I, darumb ist H auch grösser als K.

## Demonstration.

Angesehen daß G ist gegen H als I gegen K, vnd H ist so vielmal begriffen in G, als K in I. Dieweil nun G grösser ist dann I, so folgt/ daß H auch grösser sey als K.

Aber

Aber von den vier proportionirten Quantiteten oder Grössen L, M, N, O, ist L kleiner als N, darumb ist M auch kleiner dann O.

## Demonstration. 2.

Angesehen daß L kleiner ist dann N, so ist (durch die 8 Proposition diß Buchs) die proportion von L gegen M, kleiner als von N gegen M: aber die proportion von L gegen M, vñ N gegen O, seynd gleich / darumb ist die proportion von N gegen M grösser als die von N gegen O. Folgt (durch die 10 Proposition) daß M auch kleiner sey dann O.

Gleicherweiß mit dieser oder der ersten Demonstration, kan solches auch von den vier proportionirten Quantiteten oder Grössen P, Q, R, S, bewiesen werden / dann so P gleich ist R, so ist Q gleich S.

## Die 15 Proposition.

**Gleich wie die gantzen Quantiten oder Grössen / gegen einander proportionirt seyn / also auch jhre gleiche stück oder theil.**

| | |
|---|---|
| 12 | 18 |
| W | X |
| 4 | 6 |
| Y | Z |

Die gantzen Quantiteten oder Grössen seynd W vnd X, jhrer theil Y vnd Z. Nun ist der quantitet W, theil Y, so offt in jhr beschlossen / als der Quantitet X, jhr theil Z. Darumb seynd die theil eben einer solchen proportion als jhre gantzen / nemlich Y ist gegen Z, als W gegen X.

## Demonstration.

Angesehen / daß so viel Grösse von Y beschlossen seyn in W, als von Z in X, so folgt (durch die 12 Proposition diß buchs) dz Y sich gegen Z halte / als W gegen X. Gleicherweiß wird auch erwiesen / daß / wie sich Z gegen Y, also halte sich X gegen W.

## Die 16 Proposition.

**Wann vier Quantiteten oder Grössen proportionirt seyn/also/daß sich die erste hält gegen der andern / wie die dritte gegen der vierdten: so ist die proportion der ersten auch gegen der dritten/als die ander gegen der vierdten/ vnd herwiderumb permutirter oder verwechselter weiß.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 12 | 20 | 6 | 10 |
| A | B | C | D |

DIese vier Quantiteten oder grössen seynd proportionirt, also / daß wie sich A hält gegen B, so hält sich C gegen D, darumb hat auch A eben ein proportion gegen C, wie B gegen D, vnd herwiderum̃ verwechselter weiß.

## Demonstration.

Angesehen daß A ist gegen B, als C, gegen D, so ist (durch die 14 Proposition diß Buchs) warhafftig / daß so in diesem die vorgehenden A vnd C gleich / auch die folgenden B vnd D gleich seyn/darauß dann klärlich zu verstehen ist / daß so vielmal als die eine vorgehende in der andern begriffen / auch die eine folgende in der andern muß begriffen seyn. Folgt (durch die sechste Definition) daß A die erste proportionirt sey gegen C der dritten / als B die andere gegen D der vierdten.

## Die 17 Proposition.

**So vier Quantiteten oder Grössen/ nach zusammen gesetzter proportion; proportionirt seynd; werden sie auch nach zertheilter proportion, proportionirt seyn.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 6 | 8 | 12 |
| G | H | I | K |
| | 10 | 20 | |
| | GH | IK | |

DIe Quantiteten oder grössen G vnd H nach der proportion zusammen gesetzt/ seynd proportionirt gegen H, als I vnd K nach der proportion zusammen gesetzt / gegen K, darumb hält sich G gegen H wie I gegen K.

Demon-

## Demonſtration.

Angeſehen daß G H eine proportion haben gegen H, als I K gegen K. So folgt/daß H ſo vielmal beſchloſſen ſey in G H, als K in I K, darumb iſt H eben ein ſolcher theil von G H, als K von I K, vnd durch die 15 Propoſition diß Buchs / hält ſich H gegen K, wie G H gegen I K, darumb iſt (durch die 5 Propoſition dieſes Buchs) auch G proportionirt gegen I, als G H gegen I K. So iſt nun durch die vorgehende Propoſition offenbar / daß G iſt gegen H, wie I gegen K.

## Die 18 Propoſition.

**Wann Quantiteten oder Gröſſen/ nach der proportion getheilt / proportionirt ſeyn / ſo werden ſie auch nach der Proportion vermehret oder zuſammen geſetzt / proportionirt ſeyn.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 9 | 12 | 18 |
| K | L | M | N |
| 15 | | 30 | |
| KL | | MN | |

DJe Quantiteten oder gröſſen nach der proportion getheilt / ſeynd K, L, M, N, alſo daß K proportionirt iſt gegen L, als M gegen N, darumb iſt die vermehrte K L, gegen L, wie die vermehrte M N gegen N.

## Demonſtration.

Angeſehen daß L ſo vielmal behalten iſt in K, als N in M, vnd L in ſich ſelbſten/als N in ſich ſelbſten (nemlich jedes einmal) ſo folgt/wann gleiches zu gleichem gethan / daß L ſey ſo manchmal begriffen in K L, als N in M N, darumb iſt K L proportionirt gegen L, als wie M N gegen N, deßgleichen wird auch bewieſen daß K L ſey gegen K, wie M N gegen M.

## Die 19 Propoſition.

**Wann von zweyen Quantiteten oder Gröſſen/ zwo andere abgenommen / alſo daß das ſich ein abzug proportionirt**

gegen

gegen dem andern / wie die ersten zwo Quantiteten oder Grössen gegen einander / werden die rest auch eben ein solche proportion haben.

| | |
|---|---|
| 14 | 42 |
| A | W |
| 6 | 18 |
| Q | R |
| 8 | 24 |
| S | T |

DJe Quantiteten oder Grössen seynd A, W, die abgezogenen Q vnd R, die rest aber S vnd T. So ist nun von A gezogen Q. Rest S, vnd R von W, rest T, vnd Q ist proportionirt gegen R, wie A gegen W, also auch das S gegen dem T.

## Demonstration.

Diese Proposition ist im Grund gleich mit der vorgehenden fünfften diß Buchs / allda dann auch die Demonstration schon gethan ist.

## Die 20 Proposition.

Wann sechs Quantiteten oder Grössen / also beschaffen seyn / daß sich die erst proportionirt oder hält gegen der andern / wie die vierdte gegen der fünfften. Jtem die ander gegen der dritten / wie die fünffte gegen der sechsten; so nun die erste grösser oder kleiner ist als die dritte / oder jhr gleich / wird auch die vierdte grösser oder kleiner seyn als die sechste / oder jhr gleich.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 6 | 4 | 24 | 9 | 6 |
| A | B | C | D | E | F |
| 3 | 5 | 12 | 6 | 10 | 24 |
| G | H | I | K | L | M |
| 5 | 12 | 5 | 15 | 36 | 15 |
| N | O | P | Q | R | S |

DJe sechs Quantiteten oder Grössen / seynd A, B, C, D, E, F, vnd A ist proportionirt gegen B, als D gegen E, vnd B gegen C, wie E gegen F, so ist A grösser dann C, darumb ist auch D grösser als F.

Demon-

## Demonstration.

Angesehen daß (durch die gleiche proportion) A die Grösse B, so vielmal beschleust / als D die Grösse E, vnd daß dieselbe quantitet B die grösse E auch eben so offt begreifft / als E das F, so folgt / daß A die Grösse C so vielmal in sich schleust / als die Grösse D das F, darum̃ ist A proportionirt gegen C, wie D gegen F, vnd ist hierauß offenbar / so A grösser dann C, daß auch D grösser dann F, vnd so A kleiner oder gleich ist C, so soll (vmb dieser vrsach willen) D auch kleiner oder gleich seyn F. Hiervon besehe der Leser die zwo anderen beygesetzten ordnung vnd Proportionirte quantiteten oder grösse / G, H, I, K, L, M, vnd N, O, P, Q, R, S.

## Die 21 Proposition.

Wann sechs Quantiteten oder Grössen / ohne Ordnung proportionirt seyn / also daß sich die erst hält gegen der andern / wie die fünffte gegen der sechsten / vnd die vierdte gegen der fünfften / wie die ander gegen der dritten / so wird auch (gleich als in der vorgehenden Proposition) die erste sich gegen der dritten eines / als die vierdte sich gegen der sechsten / anders theils verhalten.

| 18 | 12 | 8 | 9 | 6 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E | F |

Die sechs quantiteten oder grössen / ohne Ordnung proportionirt, seynd A, B, C, D, E, F. Gleich als A ist gegen B, also ist E gegen F, vnd wie D gegen E, also ist B gegen C. Aber A ist grösser dann C, darumb ist auch D grösser als F.

## Demonstration.

Angesehen daß C kleiner ist dann A, so ist auch die Proportion von C gegen B kleiner als die von A gegen B, vnd darumb daß die proportion von B gegen C, gleich ist der von D gegen E, ist C so manich-

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 12 | 8 | 9 | 6 | 4 |
| A | B | C | D | E | F |

so manichmal in B, als E in D. Derohalben ist C auch gegen B, wie E gegen D, die Proportion von E gegen D ist dann kleiner als die von E gegen F, dieweil E gegen F gleich ist der von A gegen B. Folgt (durch die 18 Proposition diß Buchs) daß D grösser sey als F, durch vnd mit gleicher ration wird auch bewiesen/ daß so die erste kleiner oder gleich ist der dritten/daß auch die vierdte kleiner oder gleich sey der sechsten.

## Die 22 Proposition.

**Wann sechs Quantiteten oder Grössen (nach inhalt der 20 Proposition) gegen einander proportionirt seynd: so hat die erste eine proportion gegen der dritten/wie die vierdte gegen der sechsten.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 6 | 12 | 6 | 12 | 24 |
| G | H | I | K | L | M |

Die sechs proportionierte Quantiteten oder grössen nach inhalt der 20 Proportion, sind G, H, I, K, L, M, vnd G ist gegen I, wie K gegen M, ꝛc.

## Demonstration.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 6 | 12 | 9 | 16 | 12 | 24 | 18 |
| G | H | I | P | K | L | M | N |

Diß ist in gemelter 20 Proposition bewiesen: Aber allhie in dieser wollen wirs auff einen andern Modum thun/ nemlich also: Fügt neben I noch eine grösse/als P, also daß G sey gegen H, wie I gegen P, vnd neben M auch noch eine als N, dergestalt/daß K sey gegen L wie M gegen N, so seynd die vier G, H, I, P, proportionirt, also auch K, L, M, N, vnd durch die 16 Proposition ist G gegen I, wie H gegen P, vnd K gegen M, wie L gegen N, seynd derowegen die grössen G, H, I, P, eben in der ordnung vnd proportion als K, L, M, N, vnd darumb ist die proportion von G gegen I auch gleich der von K gegen M.

## Die 23 Proposition.

**Wann sechs Quantiteten oder Grössen (nach innhalt der 21 Proposition) gegen einander proportionirt seyn/ so ist die erste gegen der dritten/ wie die vierdte gegen der sechsten.**

| 81 | 12 | 8 | 9 | 6 | 4 | $2\frac{2}{3}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| N | O | P | Q | R | S | T |

Diese sechs quantiteten oder grössen N, O, P, Q, R, S, seynd proportionirt nach innhalt der 21 Proposition, nemlich/ wie N gegen O, also R gegen S, vnd gleich wie Q gegen R, also O gegen P, darumb so ist auch M proportionirt gegen P, als Q gegen S.

### Demonstration.

Last allhier noch eine Quantitet oder größe beygefügt seyn/ als T, da nun das S ist gegen T, wie O gegen P, so ist auch Q gegen R, wie S gegen T, vnd seynd alsdann diese vier Quantiteten oder grössen proportionirt/ darumb hält sich (durch die 16 Proposition) Q gegen S, wie R gegen T, vnd R gegen T ist (durch die vorgehende Proposition) gleich N gegen P. So ist nun offenbar daß auch Q ist gegen S, als N gegen P. Durch diese manier mag auch die 21 Proposition demonstrirt werden.

## Die 24 Proposition.

**So vnter sechs Quantiteten oder Grössen / sich die erste proportionirt oder hält gegen der andern / wie die dritte gegen der vierdten / vnd die fünffte gegen der andern / wie die sechste gegen der vierdten. So wird auch die erste vnd fünffte zusammen sich proportioniren gegen der andern / wie die dritte vnd sechste zusammen gegen der vierdten.**

Diese Proposition ist gleiches inhalts mit der andern dieses buchs / allein was Euclides daselbsten von der vierfachen proportion geredt / in dieser auff allerley proportiones in gemein gezogen

gen vnd applicirt wird/ darumb allhie ohne noth weiter davon zu schreiben. Der Leser mag das Exempel vnd die Demonstration bey der gemelten andern Proposition besehen.

## Die 25 Proposition.

**Wann vier Quantiteten oder Grössen proportionirt seynd / so ist allwegen die gröste vnd kleinste Quantitet zusammen grösser dann die zwo andern.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 18 | 8 | 9 | 6 |
| A | B | C | D |
| D | C | . | . |
| 3 | 2 | . | . |
| E | F | . | . |

DJe vier proportionirte Quantiteten oder grössen/seynd A, B, C, D. Dieweil nun A die gröste/ so ist D die kleinste/ so seynd A vnd D zusammen grösser dann B vnd C zusammen.

### Demonstration

Ziehet C von A, rest E, vnd D von B, rest F. Nun hat ( durch die 19 Proposition diß Buchs) E eine proportion gegen F, als wie A gegen B. Darumb dieweil A grösser ist dann B, so ist auch E grösser als F. Nun seynd C, D, vnd F zusammen eben so groß als B vnd C, deßgleichen C D vnd E zusammen seynd gleich so groß als A vnd D, vnd grösser dann B vnd C, darumb daß E grösser ist dann F. So ist offenbar/daß auch A vnd D zusammen grösser seynd dann B vnd C.

## Ende deß fünfften Buchs.

Das

## Das sechste Buch Euclidis,

# Von den Anfängen vnd fundamenten der Geometriæ.

### Handelt von den Proportionen der Linien vnd Figuren.

## Definitiones oder Beschreibungen.

1. Gleichförmige/oder ähnliche rechtlinische Figurn/seynd die/ an denen die Winckel der einen/den Winckeln der andern gleich; vnd die Seiten / so gleiche Winckel begreiffen/ proportionirt seyn.
2. Widersins proportionirte Figurn / seynd die / wann die vorgehenden Seiten von der einen Figur / gegen der folgenden Seiten der andern Figur / in der einen vnd andern gleiche proportion haben/ vnd gleiche proportionirte seiten/gleiche Winckel begriffen oder beschliessen.
3. Eine rechte Lini wird proportionirt also in zween Theil getheilt / wann die gantze Lini sich hält gegen dem grösten Theil/als wie sich der gröste Theil proportionirt oder hält gegen dem kleinern Theil.
4. Die höche einer jeden Figur / wird verstanden oder angezeigt / durch die perpendicular Lini / die von der füß oder obersten theil derselben / herab auff den grund oder Basis fält.
5. Wann zwo oder mehr proportiones mit einander vermehret oder multiplicirt werden/so erwechst darauß einander Proportion / deren benennung von demselben product angezeigt wird.

## Die erste Proposition.

### Die Triangel vnd Paralellogrammen, so gleicher höhe/ halten sich in der proportion jhrer Basis gegen einander.

Verstehet: Triangel gegen Triangel / vnd paralellogram gegen paralellogram.


DIese zween Triangel A B E, G H C, haben gleiche höhe/ oder stehen zwischen den zweyen paralellen A C, B W, darumb ist der Triangel A B E, proportionirt gegen dem Triangel G H C, als die Basis A E, gegen der Basi G C.

## Demonstration.

Last jede Basin getheilt seyn in zween gleiche Theil/in D vnd F, darnach gezogen die Linien D B, F H, so seynd (durch die 38 Proposition deß ersten Buchs) die beyde Triangel A B D, D B E, eben groß/deßgleichen auch die Triangel G H F, F H C, darumb (als man durch die 17 Proposition deß fünfften Buchs abnehmen mag) seynd die Triangel proportionirt, nemlich A B E gegen D B E, wie G H C gegen F H C, (verstehe nach jhrem inhalt) in gleicher proportion ist die Basis A E gegen D E, als G C gegen F C, vnd (durch die 16 Proposition deß fünfften Buchs) ist in jeder der vier proportionirten Grössen / die erst proportionirt gegen der dritten/wie die ander gegen der vierdten. Folgt (durch die 11 Proposition deß fünfften Buchs) daß der Triangel A B E proportionirt ist gegen dem Triangulo G H C, wie der Basi A E gegen der Basi G C, nach der inhalt der Proposition.

Zum andern/die paralellogramma A M, G W, haben gleiche höhe/darumb seynd sie auch einander proportionirt als jhre Basis.

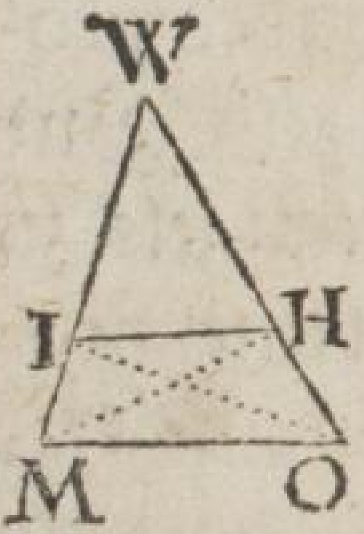
## Demonstration 2.

Angesehen daß durch die 41 Proposition deß ersten Buchs/ die

die paralellogram doppelts inhalts seynd gegen den Triangel/ die auff gleichen Basibus stehen/vnd gleiche höhe haben. So ist offenbar / daß die paralellogram auch gegen einander proportionirt seynd/wie jhre Basis.

## Die 2 Proposition.

**So in einem Triangel ein Lini gezogen / die gegen einer Seiten deß Triangels paralell ist/solche zertheilt die andern zwo Seiten proportzlich. Vnd so in einem Triangel eine Lini also gezogen wird/daß sie die zwo Seiten proportzlich zertheilt/so ist solche gegen der dritten Seiten paralell.**




In diesem Triangulo M W O, ist gezogen die Lini I H, paralell gegen der Seiten M O, darumb zertheilt sie die zwo ander Seiten/als W M, W O, in I vnd H proportzlich.

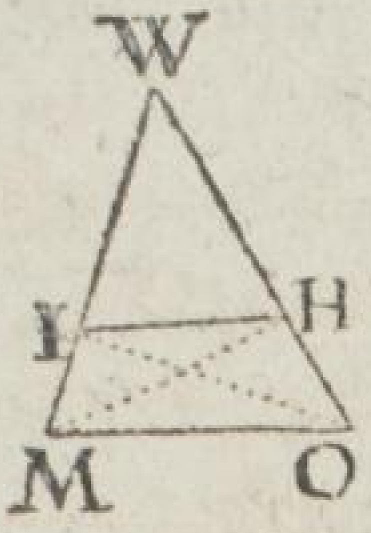
### Demonstration.

Last seyn gezogen die Linien I O, H M, so seyn (durch die 37 Proposition deß ersten buchs) die zween Triangel I H M, H I O, welche zwischen den zweyen paralell Linien I H, M O, stehen eben groß / vnd durch die vorgehende Proposition, hat der Triangel W I H, ein solche Proportion gegen dem Triangel H I O, als die Basis W H gegen der Basi H O, vnd derselbe Triangel W I H gegen I H M, als W I gegen I M, so folgt (durch die 11 Proposition deß fünfften buchs/daß W H ist gegen H O, wie W I gegen I M.

Zum andern/so die Lini I H, die zwo Seiten W M, W O in gleiche proportion zertheilt in I vnd H, so ist sie gegen der seiten M O paralell.

### Demonstration 2.

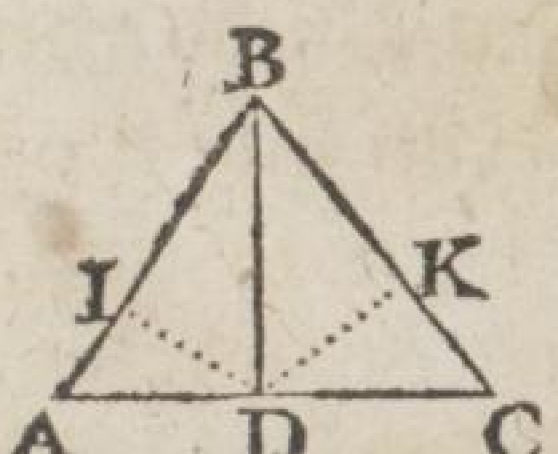
Angesehen daß die zween Triangel H I O vnd I H M, gleiche proportion haben gegen dem Triangulo W I H, welche proportz




(durch die vorgehende) ist gleich H O gegen H W, oder M I gegen I W, so folgt (durch die 9 proposition deß fünfften buchs) daß die Triangel H I O, I H M eben oder gleich groß seyn. Vnd dieweil sie stehen auff einer Basi, so stehen sie auch zwischen zweyen paralellen, durch die 39 Proposition deß ersten Buchs. Hierauß ist offenbar daß die Lini I H paralell ist mit M O.

## Die 3 Proposition.

**Wann einer Triangels Winckel/in zween gleiche theil/ mit einer rechten Lini (so auch zu gleich die überstehende Seiten in zween theil zerschneidet) getheilt wird: So seynd die zwey Stück solcher zertheilten Seiten gegen einander proportionirt, wie die übrigen zwo Seiten deß Triangels. Vnd so eine rechte Lini von einem Winckel eines Triangels zu der gegenüberstehende Seiten gezogen/dieselbe in einer proportion zertheilt/als die andern zwo Seiten gegen einander haben: so ists gewiß/daß sie auch denselben winckel in zween gleiche theil zertheilt hat.**




VOn diesem Triangulo A B C, ist der Winckel B, durch die gerade Lini B D, in zween gleiche theil getheilt / welche Lini auch die gegen überstehende Seiten A C in D in zween Theil zerschneidet. So sage ich / daß A D eine solche Proportion habe gegen D C, wie A B gegen B C.

### Demonstration.

Last auß D gezogen seyn die zwo perpendicular Linien/ als D I auff A B, vnd D K auff B C. Angesehen nun daß die Winckel D B I, D I B gleich seyn D B K, D K B: so werden (durch die 32 Proposition deß ersten Buchs) die Winckel B D I, B D K auch gleich seyn/vnd durch die 26 Proposition jetzgemeltes ersten buchs

(in

(in ansehung der gemeynen Lini B D, ) seynd die perpendicular Linien D I, D K auch gleich: darumb hat (durch die erste Proposition diß Buchs) A B ein solche proportion gegen B C, wie der Triangel A B D, gegen dem Triangel B C D, vnd A D gegen D C, als dieselben Trianguli, nemlich A B D gegen B C D. Folgt (durch die 11 Proposition deß fünfften Buchs) daß A D eine solche proportion habe gegen D C, wie A B gegen B C.

Zum andern: so A D ist gegen D C, als A B gegen B C, so ist der Winckel B, mit der rechten Lini B D, in zween gleiche Theil getheilt.

## Demonstration. 2.

Angesehen / daß durch die erste Proposition diß Buchs / der Triangel A B D, ist gegen dem Triangel D B C, wie A D, gegen D C, daß ist auch / als A B gegen B C: Folgt (als durch die erste Proposition diß Buchs zu verstehen) daß der zweyen Triangel perpendicular Linien / als D I vnd D K gleich seyn. Dieweil nun durch die 47 Proposition deß ersten Buchs / die zwey quadrat von D I, I B gleich seyn dem quadrat von D B, deßgleichen auch die zwey quadrat von D K, K B. So folgt daß I B sey gleich K B, vnd durch die 4 vnd 8 Proposition deß ersten Buchs / der Winckel I B D gleich dem Winckel K B D. Die Lini B D theilt dann den Winckel B in zween gleiche theil.

## Die 4 Proposition.

**Die Triángel / in welchen jeder Winckel von dem einen gleich ist / einem Winckel von dem andern Triangulo, haben auch die Seiten gegen einander proportionirt; nemlich die / so gleiche Winckel begreiffen / vnd auch die / so gleichen winckeln vnterzogen seyn.**


DJe beyde Triångel A B C, C E D, sind gleichwincklicht / nemlich die Winckel B A C, B C A, C B A, gleich den Winckeln E C D, E D C, D E C. Darumb seynd auch jhr Seiten proportionirt / zu wissen: gleich wie A C gegen C D, also C B gegen D E, vnd A B gegen C E.

## Demonstration.

Last die Basis der beyden Triangel / A C vnd C D, in einer rechten lini A C D zusammen kommen / vnd erlångert die beyde Seiten A B, D E recht hinauß / biß daß sie zusammen lauffen / welches geschicht in F. Nun angesehen daß die Winckel B A C, E C D gleich seyn / also auch B C A, E D C, die Seiten A B, C E seynd dann (durch die 28 Proposition deß ersten buchs) paralell. Deßgleichen auch B C, E D, vnd dieselben recht hinauß verlångert / bleiben gleichwol paralell. Vnd ist die Figur C B F E ein paralellogram, auch die Seiten gegen einander über (durch die 34 Proposition deß ersten Buchs) gleich / als B F gleich C E, vnd E F gleich C B. Dieweil nun in dem Triangel A F D, die lini C B paralell ist gegen D F: So folgt (durch die 2 Proposition diß Buchs) daß gleich wie A B ist gegen B F, (oder gegen C E,) also A C gegen C D, vnd dieweil C E paralell ist mit A F, so ist auch A C gegen C D, als wie E F, (so gleich ist C B,) gegen D E, vnd gleich wie D C gegen C A, also ist B F (so gleich C E) gegen A B, also daß diese Proposition durchauß in allen dingen warhafftig befunden wird.

## Die 5 Proposition.

Wann zweyer Triångel Seiten proportionirt seyn: so werden auch die Winckel von den proportionirten Seiten begriffen/oder vnterzogen/gleich seyn.

Von

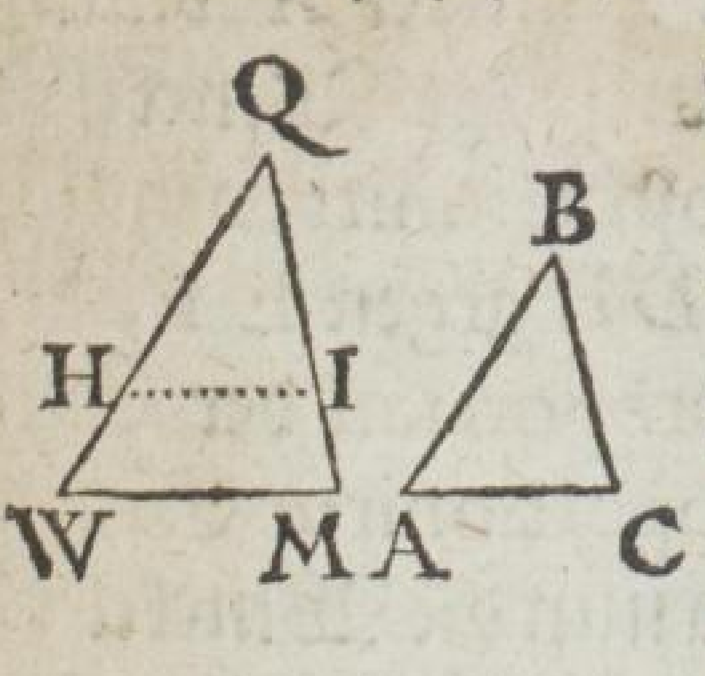
VOn den zweyen vorgehenden Triangeln A B C, C E D. seynd die Seiten proportionirt/nemlich / gleich B A gegen B C, also C E gegen E D, vnd wie B C gegen C A, also E D gegen D C. Darumb so seynd auch die Winckel von den proportionirten Seiten begriffen (oder vnterzogen) gleich / nemlich E C D, E D C, C E D, gleich B A C, B C A, A B C.

## Demonstration.

So der Winckel E, kleiner oder grösser were dann der Winckel B, so nembt / daß auch die Seiten E C, E D einen andern Winckel begreiffen/ der dem Winckel B gleich seye. Die Basis so solchem Winckel vnterzogen/soll dann (durch die 24 Proposition deß ersten Buchs) kleiner oder grösser seyn/als die Basis C D, vnd durch die 8 Proposition deß fünfften Buchs/soll auch die Seiten E C oder E D, gegen derselben Basi eine kleinere oder grössere proportion haben / weder gegen der Basi C D. Aber die proportion müsten beyde gleich seyn / welches hier falsch / vnd dann die Proposition warhafftig ist.

## Die 6 Proposition.

**Wann zwo Triángel seyn / dessen ein Winckel deß einen gleich ist einem Winckel deß andern / vnd die Seiten so solche gleiche Winckel begreiffen / gegen einander proportionirt/so seyn solche Trianguli gleichwincklicht.**

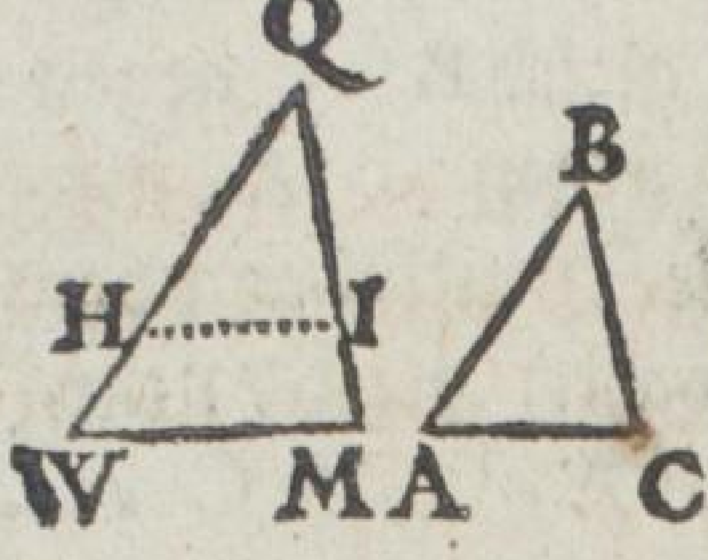



VOn diesen zweyen Triangeln W Q M, A B C, seynd die winckel Q vnd B gleich, vnd die seiten W Q ist gegen Q M, als A B gegen B C, darumb ist auch der winckel Q W M, gleich B A C, vnd Q M W gleich B C A.

## Demonstration.

Zeichnet die lánge von der Seiten B A, von Q nacher W, in die lini Q W, das kompt in H, vnd B C von Q nach M,

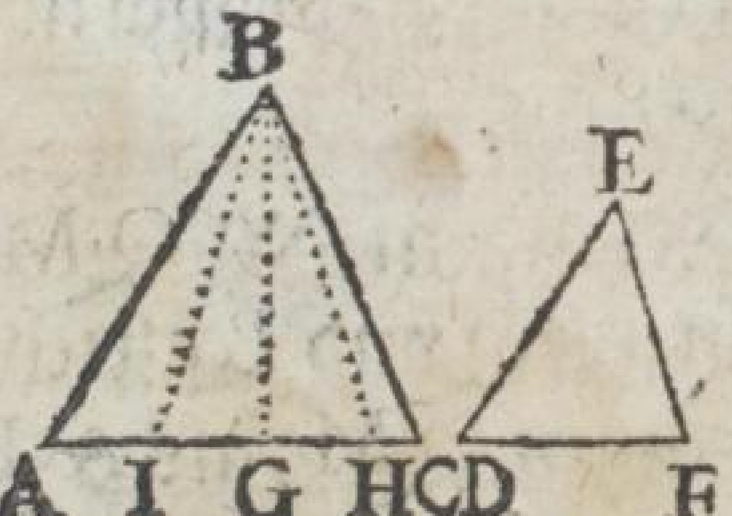
 fált




fält in I, von dannen eine Lini gezogen zu H, so ist (durch die vierdte Proposition deß ersten Buchs) die Lini H I gleich A C, auch der triangel H Q I, gleich dem Triangulo A B C, vnd durch die 4 vnd 8 Proposition gemeltes ersten Buchs / gleichwincklicht / nemlich die Winckel Q H I, Q I H, gleich B A C, B C A, auch durch die 2 Proposition diß Buchs die Lini H I paralell mit W M, vnd durch die 29 Proposition deß ersten Buchs / seynd die Winckel Q H I, Q I H auch gleich Q W M, Q M W, darumb offenbar / daß diese Proposition warhafftig ist / welche auch auff vnterschiedliche ander manieren mag bewiesen werden.

## Die 7 Proposition.

**Als in zweyen Triangeln jedem ein Winckel einem Winckel deß andern gleich / auch zwo Seiten proportionirt, die einen andern Winckel begreiffen / haben / vnd die andern winckel so nach der proportion der Seiten gegen einander gestält / in beyden Triangeln kleiner oder grösser seyn dann recht: so seynd dieselben gleich / vnd die Triängel gleichwincklicht.**




Von diesen zweyen Triangeln A B C, D E F, seynd die Winckel A vnd D gleich / vnd die Seiten so die Winckel B vnd E begreiffen / proportionirt, nemlich A B gegen B C, wie D E gegen E F, die Winckel so nach der proportion der Seiten gegen einander gestelt / oder denen die proportionirte Seiten vnterzogen / seyn C vnd F auch B vnd E. So nun die Winckel C vnd F, jeder kleiner oder grösser ist als winckelrecht / (wie in beyden Sorten Trianguli hie oben vnd hernach gestelt zu sehen ist) so seynd sie gleich / ähnlich, vnd gleichwincklicht.

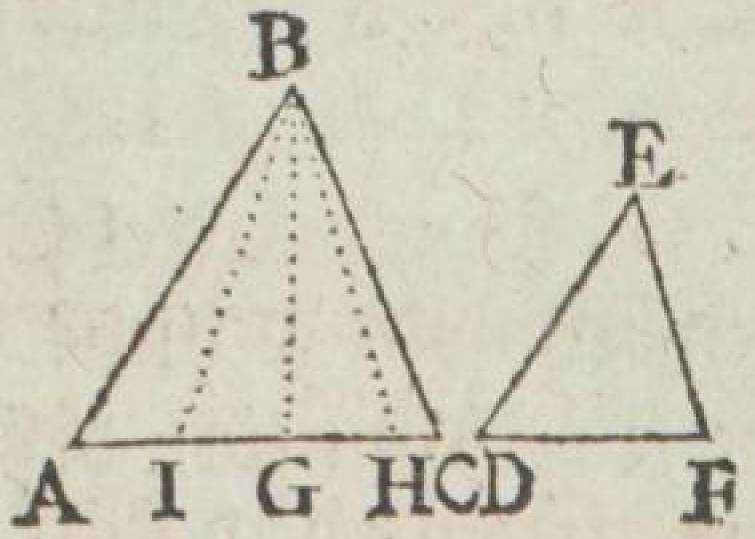
Demon-

## Demonſtration.

Laſt gezogen ſeyn die perpendicular Lini B G, ſo die winckel C vnd F gleich ſeyn/ſo werden (vmb der gleichen Winckel A vnd D willen) auch die Winckel B vnd E, durch die 32 Propoſition deß erſten Buchs/gleich ſeyn.

Es werde genommen/daß es müglich were / daß der Winckel C in dem ſcharpffwincklichten Triangel/ möcht kleiner ſeyn dann der Winckel F: So müſte dann der Winckel B auch gröſſer ſeyn als E, darumb die Lini B H gezogen/ damit der Winckel A B H dem Winckel E gleich würde / die ſoll (darumb daß der Winckel B H A kleiner iſt dann recht) fallen zwiſchen B G, vnd B C, als durch die 13 Propoſition deß andern Buchs abzunehmen iſt/vnd der Winckel B H A ſoll gleich ſeyn E F D, vnd gröſſer dann B C H, darumb iſt (durch die 18 Propoſition deß erſten Buchs) B C länger als B H. Folgt (durch die 8 Propoſition deß fünfften Buchs) daß die proportion von A B gegen B C kleiner ſey als gegen B H, vnd A B ſey gegen B C, als D E gegen E F. Aber die proportion A B gegen B H, müſt derſelben (die doch vngleich) gleich ſeyn/welches vnmüglich iſt. Darumb iſt offenbar/ daß der Winckel A B H nicht gleich mag ſeyn dem Winckel D E F, ſondern A B C iſt jhm gleich: die winckel C vnd E ſeyn dann auch gleich / vnd die Trianguli gleichwincklicht. Aber ſo von dem weitwincklichten Triangulo, der weite Winckel C gröſſer were als der weite Winckel F, vnd darumb B kleiner dann E: So ſey A B H gleich gemacht D E F, ſoll B H (vmb der vorgehenden beweiſung vnd proportion willen) kürtzer ſeyn dann B C, vnd durch die 12 Propoſition deß andern Buchs/auſſer dem Triangulo fallen/daß muß dann vmb den weiten Winckel B H A zwiſchen C vnd G ſeyn. Die proportion von A B gegen B C iſt (als oben) kleiner/als gegen B H, vnd die Winckel A B C, A C B, gleich D E F, D F E, ſo wol in dem weitwincklichten / als ſcharpffwincklichten Triangeln.

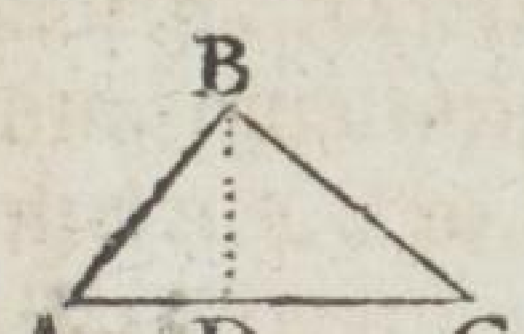
Anlangende daß allhie in dieſer Propoſition geſagt iſt / daß die Winckel beyde kleiner oder gröſſer dann winckelrecht ſeyn müſſen/




das geschicht darumb/daß über der andern Seiten der perpendicular B G eine Lini B C gleich mag gezogen werden / welche ist B I, also daß in beyden Sorten der Triängel A B eine solche proportion gegen B I habe/als A B gegen B C. Dannoch seynd die Triangel A B I, D E F nicht gleichwincklicht/sondern der winckel B I A in den scharpffwincklichten Triangeln/ist so viel grösser als recht / vmb so viel/als E F D kleiner ist / vnd in den weitwincklichten Triangeln ist B I A so viel kleiner als winckelrecht / vmb so viel/als E F D grösser ist/ welches auff vnterschiedliche manieren mag bewiesen werden.

## Die 8 Proposition.

**So in einem rechtwincklichten Triangel eine** perpendicular Lini auß dem rechten Winckel/auff die Basis gezogen wird/vnd also zween andere rechtwincklichte Trianguli machet: die seynd beydes gegen dem gantzen Triangulo, vnd auch gegen einander selbsten gleichwincklicht.




DEr Triangel A B C ist rechtwincklicht in B, die Basis oder gegenüber gezogene Seiten sey A C, auff welche auß dem rechten Winckel B eine perpendicular Lini gezogen ist in D, die machet also zween andere Triängel/ als A D B, B D C, welcher jeder gegen dem Triangulo A B C, vnd auch sie selbsten gegen einander gleichwincklicht seyn.

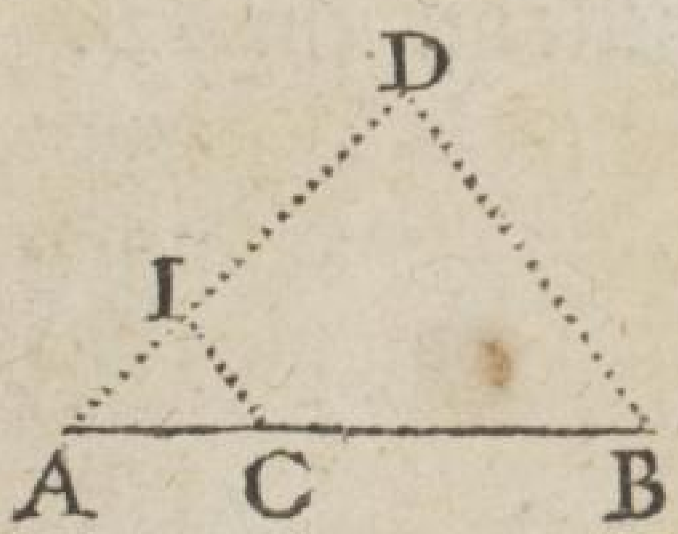
## Demonstration.

Angesehen den gemeynen winckel A, so seynd die zween winckel A B D, A D B gleich den zweyen winckeln A C B, A B C, welche auch gleich seyn den zweyen winckeln B C D, B D C. Folgt nun (durch die 32 Proposition deß ersten Buchs / daß die dritte winckel in ckel in den dreyen Triangeln als B A D, C A B, C B D, auch gleich/darumb dann die drey Trianguli A D B, B D C, A B C gleichwincklicht seyn.

Hierauß offenbar/daß solche perpendicular medium proportionale zwischen den zweyen stücken der Basis ist/ auch stehet jede Seiten inmittel der proportion zwischen der Basis vnd dem stück derselben davon sie reychet / also daß A D ist gegen D B, wie D B gegen D C, vnd A D gegen A B, als A B gegen A C. Item D C gegen B C, wie B C gegen A C. Wie dann solches durch die 4 Proposition diß Buchs/ferner abgenommen werden.

## Die 9 Proposition.

### Von einer vorgegebenen rechten Lini/ einen theil/nach begehren abschneiden.




DJe vorgegebene rechte Lini sey A B, von welcher ein gewisser theil/ als ein drittheil soll abgeschnitten werden/ vnd solches von A nach B. Ziehet von dem Punct A ein andere rechte Lini nacher gefallen/als A D, in dieselbe zeichnet (darumb daß man ein drittentheil von der Lini A B, begehrt zuschneiden) drey gleiche maß / so groß oder klein als man wil/welche kommen von A zu D, also daß A I ist ein drittheil von A D, darnach ziehet eine Lini von D zu B, vnd von I ein ander paralell dargegen/welche reychet die vorgegebene Lini A B in C. So ist nun A C der begerte drittetheil von der Lini A B.

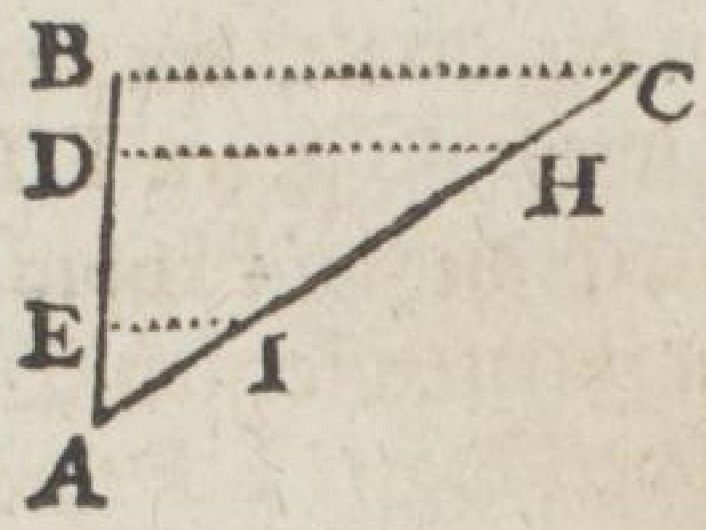
## Demonstration.

Durch die andere Proposition diß Buchs/hat C B eine solche proportion gegen A C, wie I D gegen A I. Vnd durch die 18 Proposition deß 5 buchs (C B, A C, vnd I D, A I zusammen gethan) gleich wie A B gegen A C, also ist A D, gegen A I. Folgt daß A C eben ein solcher theil ist von A D als A I von A D, vnd A I ist das dritte theil von A D, darumb wird A C auch das dritte theil von A B seyn.

Die

## Die 10 Proposition.

**Eine vorgegebene rechte Lini zů theilen / nach der proportion der stück einer andern getheilten Lini.**



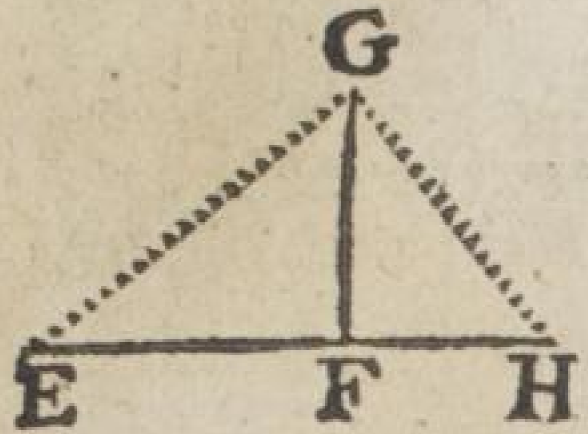

DIe getheilte rechte Lini ist A B, die stück oder theil A E, E D, D B, vnd die Lini so nach der proportion dieser stück soll getheilt werden sey A C, welche man ziehen soll von einem Ende der Lini A B, in solcher maß / daß dieselbe nach gefallen einen winckel mache / mit der Lini A B, als B A C. Darnach auch eine Lini von B zu C gezogen / vnd von den Puncten D vnd E paralellen dargegen zu der Lini A C, in die Puncten H vnd I, die theilen die Lini A C nach der proportion der stück oder theile der Lini A B.

### Demonstration.

Durch die 2 Proposition diß Buchs / hat A I eine solche proportion gegen I C, als A E gegen E B, vnd A I gegen I H, wie A E gegen E D, auch A H gegen H C, als A D gegen D B, vnd durch die 18 Proposition deß fünfften Buchs / (A I, I H, vnd A E, E D zusammen gethan) hat A H auch ein solche proportion gegen I H, wie A D gegen E D. Folgt (durch die 11 Proposition jetzt gemeltes fünfften Buchs) daß I H ein solche proportion habe gegen H C, als E D gegen D B, eben solche proportion ist auch bewiesen / daß A I habe gegen A E. Hierauß ist offenbar / daß die vorgegeben Lini A C recht getheilt sey / nach der proportion der stück der getheilten Lini A B, welches auch durch die 5 Proposition deß fünfften Buchs mag bewiesen werden / so man von gleicher proportion gleiche weg nimpt / daß die reste in gleicher proportion bleiben.

## Die 11 Proposition.

### Zu zweyen vorgegebenen rechten Linien / die dritte in gleicher proportion zu finden.



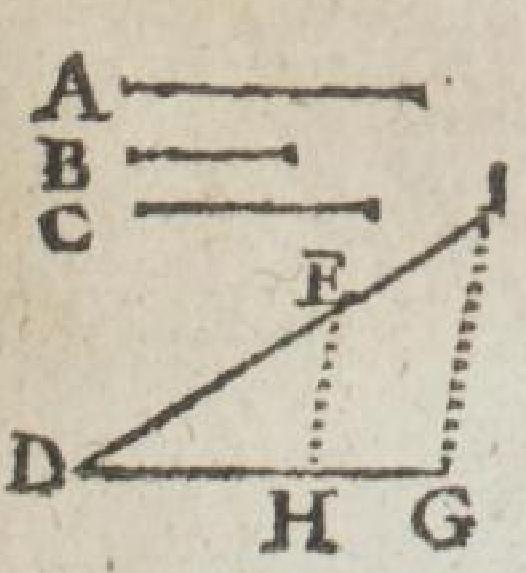
DJe zwo vorgegebenen Linien seynd E F,F G. Hierzu soll man finden die dritte / die proportionirt sey gegen F G, wie F G gegen F E. Stelt E F vnd F G (durch die 11 Proposition deß ersten Buchs / mit jhren eusserſten Enden rechtwincklicht auff einander/ als in F, verlängert E F nach H, vnd ziehet E G, darnach auch (durch die 23 Proposition deß ersten Buchs) eine gezogen von G, die auff F G einen Winckel mache gleich F E G, welche Lini ist G H, welche schneidet die verlängte E F in H, so wird nun F H die dritte proportiona seyn.

### Demonstration.

Angesehen daß die zween Winckel G F E, F E G gleich seyn den zweyen Winckeln H F G, F G H, so folgt (durch die 32 Proposition deß ersten Buchs) daß die beyde Winckel F G E, F H G auch gleich seyn/vnd durch die 4 Proposition diß Buchs / seynd die Seiten von den Triangeln H F G, G F E, die den gleichen Winckeln vnterzogen proportional, nemlich F H gegen F G, als dieselbe F G gegen F E, nach der Proposition.

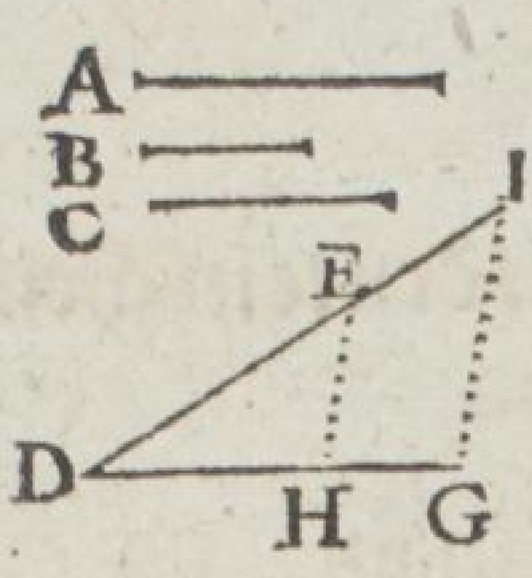
## Die 12 Proposition.

### Zu dreyen vorgegebenen rechten Linien / die vierdte in gleicher proportion zu finden.



DJe drey vorgegebenen rechten Linien seynd A, B, C, hierzu soll man finden die vierdte/ so proportionirt ist gegen C, wie B gegen A. Fügt die zwo Linien A vnd B in eine rechte Lini zusammen / so wird die Lini D I darauß / daran

D E gleich



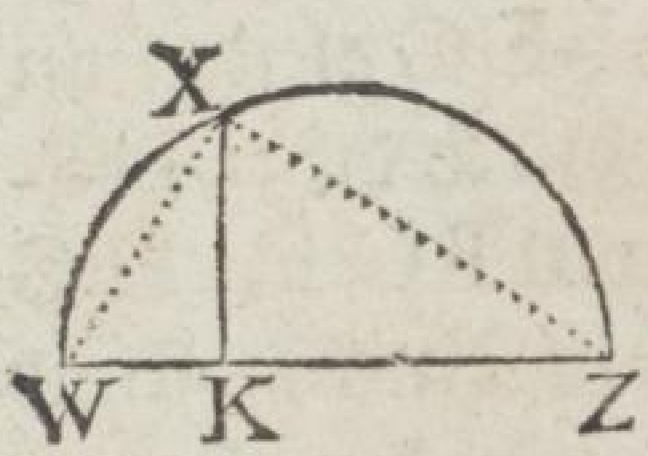

D E gleich ist A, vnd E I gleich B. Darnach ziehet von D eine gerade Lini gleich C, die in D, auff der Lini D I nach gefallen einen Winckel mache / welche Lini sey D H. Ferner ziehet eine Lini von H zu E, vnd eine andere von I dargegen paralell, als I G. Nun verlängert D H, biß daß sie die I G erreiche in G, so ist die Lini H G proportionirt gegen C, wie B gegen A.

## Demonstration.

Durch die 2 Proposition diß Buchs / ist H G gegen D H, wie E I gegen D E, die Linien D H, E I, D E, seynd gleich den vorgegebenen Linien A, B, C. Folge / daß H G ist gegen C, als B gegen A.

## Die 13 Proposition.

**Zwischen zweyen vorgegebenen rechten Linien / eine mittel proportional Lini zu finden.**




DIe vorgegebenen rechten Linien seynd W K, K Z. Fuget die in eine gerade lini aneinander in K, vnd beschreibt auff W Z einen halben Circkel / der ist W X Z. Darnach ziehet auß K ein perpendicular lini zur circumferentz in X, so ist solche Lini K X daß medium proportionale zwischen W K vnd K Z.

## Demonstration.

Last seyn gezogen die Linien X W, X Z. Nun angesehen daß durch die 31 Proposition deß dritten Buchs / der Triangel W X Z rechtwincklicht ist in X, so seynd (durch die 8 Proposition diß Buchs / die zween Triangel W K X, X K Z, auch gleichwincklicht / vnd (durch die 4 Proposition diß Buchs) die Seiten gleichen Winckeln vnterzogen proportional, nemlich / gleich wie sich hält W K gegen K X, also dieselbe K X gegen K Z. Vnd ist hierauß offenbar / daß die rechte Lini K X das medium proportionale zwischen W K vnd K Z seye.

Die

## Die 14 Proposition.

**Die paralellogram, so gleicher Grösse/ vnd einen gleichen Winckel haben / deren Seiten so den gleichen Winckel beschliessen/sein widersins gegen einander proporti onirt: vnd so paralellogram gleichen winckel haben/ vnd also proportionirt seyn/so seynd sie eben groß.**


DJiese zwey paralellogram I B, I L, seynd eben groß / vnd haben die Winckel C I H, K I G gleich / darumb seynd die Seiten/ so solche gleiche Winckel beschliessen / widersins proportionirt, nemlich C I gegen I G, wie K I gegen I H.

### Demonstration.

Last die Seiten H I, I K in ein rechte Lini zusammen gestossen seyn in I, so soll C I, I G (wegen der gleichen Winckel) auch eine rechte lini machen / als auß der 13, 14 vnd 15 Proposition deß ersten Buchs abzunehmen ist. Darnach erlängert L G, B H, biß daß sie zusammen kommen in A, vnd machen ein paralellogram I A. Angesehen nun daß das paralellogram I L, ist gegen I A, als I B gegen derselben I A, vnd daß durch die erste Proposition diß Buchs / C I gegen I G, vnd I K gegen I H, jedes auch derselben Proportion ist: so folgt/ durch die 11 Proposition deß fünfften Buchs / vnd andere Definition diß/ daß der beyden paralellogrammen seiten widersins proportionirt seyen.

Zum andern/so die winckel gleich/ vnd die seiten widersins proportionirt / so seynd die beyde paralellogrammen eben/oder gleich groß.

### Demonstration.

Angesehen (daß durch die erste Proposition diß Buchs) C I ist gegen I G, gleich als K I gegen I H, also auch die paralellogram, nemlich

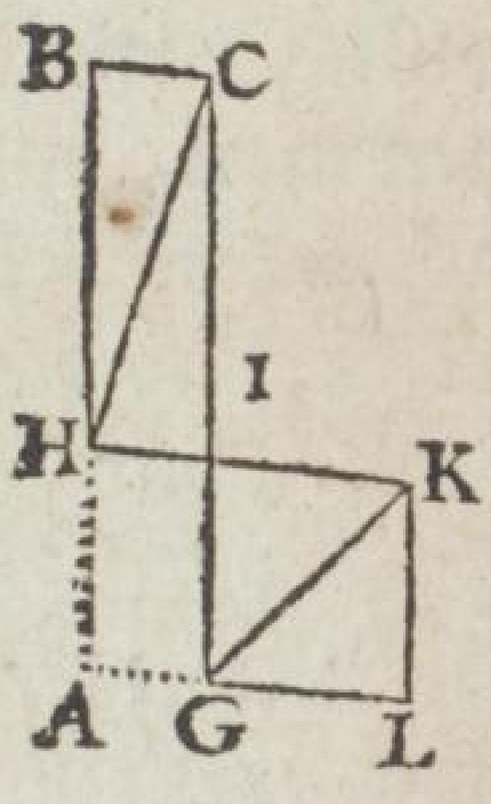
nemlich I B gegen I A, vnd I L gegen demselben I A. Folgt (durch die 9 Proposition deß fünfften Buchs / daß die zwey paralellogram I B vnd I L eben groß seynd.

## Die 15 Proposition.

**Alle Triangel so gleich oder eben groß / vnd einen gleichen Winckel haben / deren Seiten so solche Winckel begreiffen / seynd widersins gegen einander proportionirt. Vnd so Triängel einen gleichen Winckel haben / vnd die Seiten so selbige beschliessen / widersins proportionirt seyn / die seynd eben / oder gleicher grösse.**

DIese Proposition meldet von Triangeln / gleich wie die vorgehende von paralellogrammen, darumb wir auch die vorgehende Figurn hierzu gebrauchen wollen.

## Demonstration.




Angesehen daß die Triängel I H C, I K G, in der vorgehenden Figur (durch die 34 Proposition deß ersten Buchs) die helfft seynd von den paralellogammen I B, I L, vnd die Seiten so die gleiche Winckel beschliessen / seynd die / so in dieser Proposition gemelt / so folgt auß der 15 Proposition deß fünfften Buchs / daß die Triangel gegen einander proportionirt seyn / als die paralellogram. Hierauß ist offenbar daß diese Proposition warhafftig.

## Die 16 Proposition.

**Wann vier rechte Linien proportionirt seyn / so ist die winckelrechte Figur / von der ersten vnd vierdten beschlossen / eben so groß als die / so von der andern vnd dritten gemacht. Vnd so vier rechte Linien seynd / von welchen die rechtwincklicht Figur**

Figur auß der ersten vnd vierdten gemacht / gleich ist der/ die von der andern vnd dritten beschlossen : so seynd solche vier Linien proportionirt.


DJe vier linien CI, ID, IE, IB, seynd proportionirt / nemlich CI gegen ID, als IE gegen IB. Darumb ist die rechtwincklicht Figur IBAC, von CI, IB, beschlossen / eben so groß als IDFE, so von ID, IE, gemacht.

## Demonstration.

Angesehen / daß durch die 14 Proposition diß Buchs/diese rechtwincklichte Figurn widersins proportionirt seyn/darumb seynd sie auch gleicher grőß.

Zum andern / so diese rechtwincklichte Figuren IBAC, IDEF gleicher grősse seynd / so seynd sie auch / durch nechstgemelte 14 Proposition, widersins proportionirt. Hierauß ist offenbar / daß auch diese vier Linien CI, ID, IE, IB, proportionirt seyn műssen.

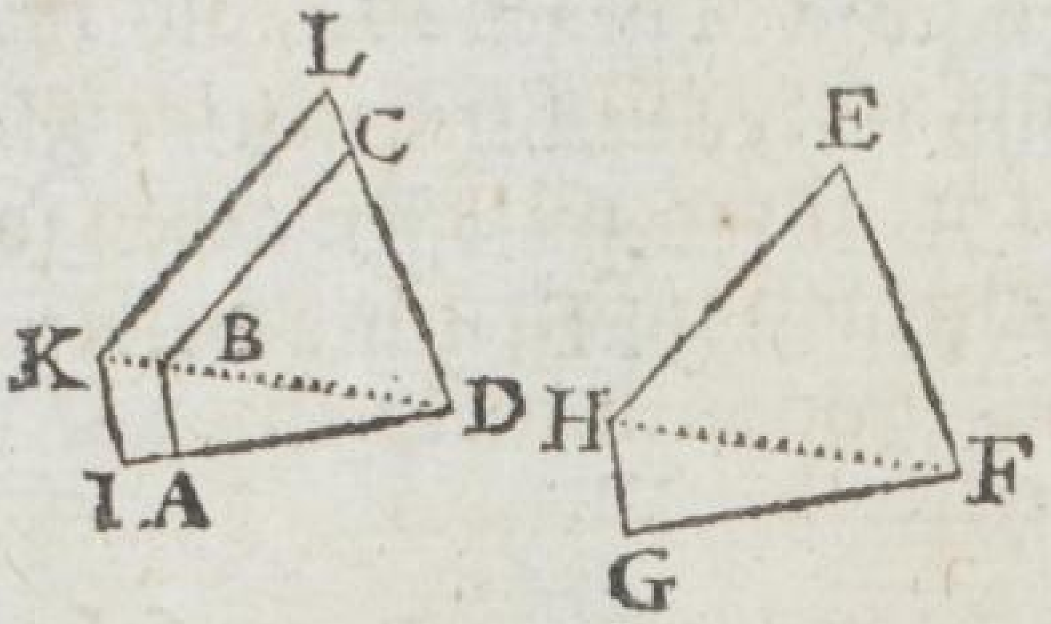
## Die 17 Proposition.

Wann drey rechte Linien proportionirt seyn/so ist das quadrat von der mitlern lini / eben so groß / als die rechtwinckliche Figur/von der ersten vnd dritten beschlossen. Vnd so die winckelrechte Figur/ von der ersten vnd dritten lini gemacht / gleich ist dem quadrat der mittel lini/ so seynd solche drey linien proportionirt.

DJe Demonstration dieser Proposition, ist im grund ein ding mit der vorgehenden/allein mit diesem vnterschied/ dz allhier drey proportionirte linien vorgebē seyn/ in welchen fall die mittelst zweymal genommen (darauß dann ein Quadrat entstehet) damit sie auff die vorgehende Proposition gebracht/allda vier proportionirte linien erfordert werden. Wie dann allhie in dieser / die zwo mittelsten gleich seyn.

## Die 18 Proposition.

**Auff eine vorgegebene rechte Lini / ein rechtlinische Figur machen / die einer andern vorgegebenen rechtlinischen Figur gleichförmig sey.**




DJe vorgegebene lini ist G F, die rechtlinische Figur A B C D, diese theilt mit der blinden lini B C in zween Triangel / (dañ ein jede viereckigte Figur mag in mehr nicht / als in zween Triangel / das ist in zween weniger / als die Figur Eck hat / vertheilt werden) die seynd A B D, B C D: Darnach macht durch die 32 Proposition deß ersten Buchs / auff die lini G F in G einen Winckel / der dem Winckel B A D gleich sey / vnd in F einen andern / gleich B D A, die linien so diese Winckel machen / seynd G H, F H, die versamlen sich in H. Macht auch auff die lini H F zween Winckel / den einen in H, der C B D gleich / der andern in F, gleich C D B, die linien H E, F E, so solche beyde Winckel machen / berühren ein ander in E, vnd ist also die Figur auff G F nach begern der Proposition, gleichförmig A B C D beschrieben.

## Demonstration.

Angesehen / daß die zween Winckel H G F, H F G, gleich seyn den zweyen Winckeln B A D, B D A, so seynd (durch die 32 Proposition deß ersten Buchs) die Winckel G H F, A B D auch gleich / vnd (durch die 4 Proposition diß Buchs) die Seiten so gleichen Winckeln vnterzogen proportionirt / nemlich G F gegen H G, wie A D gegen B A vnd B D, die Triangel G H F, A B D seynd dann gleichförmig. Durch dieselbe Proportion vnd vrsachen / wird auch bewiesen / daß die beyde Trianguli H E F, B C D auch gleichförmig seyn / vnd darumb auch die gantze rechtlinische Figur G H E F, gleichförmig der vorgestelten A B C D.

Anderst:

## Anderst:

Verlängert die Seiten D A in I, also daß D I so lang sey als die vorgegebene lini G F, alsdann ziehet von I eine paralell lini mit A B, welche die verlängte D B erreichet in K. Ferner von K noch eine lini paralell mit B C gezogen / so die verlängte D C berührt in L, so ist die figur D I K L, voübracht / vnd der figur D A B C gleichförmig / so auff die lini D I (welche gleich ist der vorgegebenen lini G F) gemacht. Daß nun gewiß diesem also seye / davon ist die warheit / auß der 2, 4 vnd 6 Proposition diß Buchs / klärlich zu vernehmen.

## Die 19 Proposition.

**Gleichförmiger Triangel proportion, ist zweyfältig / gegen der Proportion jhrer proportionirten Seiten.**


DJese zween Triängel A B C, D E F, seyn gleichförmig / darumb ist die proportion deß Triangels D E F gegen dem Triangel A B C zweyfältig oder doppelt / als die proportion jhrer proportionirten Seiten / nemlich wie D E gegen A B, vnd D F gegen A C, ꝛc.

## Demonstration.

Sucht erstlich durch die 11 Proposition dieses Buchs / eine lini / die proportionirt sey gegen A C, als A C, gegen D F, welche ist D G, darnach gezogen E G, so seyn durch das ander theil der 15 Proposition diß Buchs / die zween Triängel D E G, A B C, (in ansehung der gleichen Winckeln A vnd D) gleich oder eben groß / darumb durch die 7 Proposition deß fünfften buchs / hat der Triangel D E F ein solche proportion gegen dem Triangel A B C, als gegen D E G, vnd der Triangel D E F ist gegen dem Triangel D E G, wie D F gegen D G, durch die erste Proposition diß buchs.

Darumb angesehen daß die drey linien D F, A C, D G proportionirt seyn; so ist durch die 10 definition deß fünfften buchs/ die proportion D F gegen D G (welche gleich der proportion deß Triangels D E F gegen dem Triangel A B C) doppelt oder zweyfältig/ als D F gegen A C, darumb offenbar daß diese Proposition warhafftig ist. Hieran hanget Euclides diese Schlußrede.

## Anhang:

Darauß offenbar/ daß wann drey linien proportionirt seynd/ so ist die erste gegen der dritten/ als ein rechtlinische figur auß die erste gestelt/ gegen der rechtlinischen Figur auff die andere gemacht/ wann die beyde gleichförmig seyn.

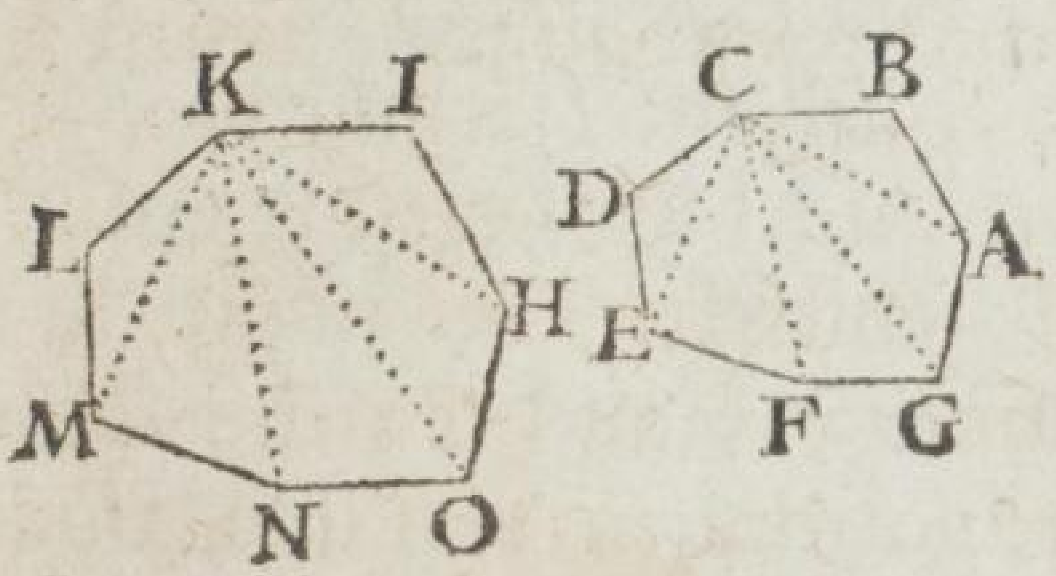

Hiebey ist zu mercken/ das jenige/ so in der 10 Definition: auch dieser vnd folgenden Propositionen, von zweyfältiger proportion gesagt ist/ welches so wol vom verkleinern/ als vom vergrössern der proportion verstanden werden soll. Dann nacher inhalt dieser Proposition, ist die proportion deß Triangels A B C gegen dem Triangel D E F, zweyfältig/ gegen der proportion jhrer proportionirten Seiten/ A C gegen D F, ob wol die proportion deß Triangels A B C gegen D E F, kleiner ist/ als die proportion von der Seiten A C gegen D F. Dann gleich wie der kleiner Triangel gegen dem grössern gesetzt oder gehalten wird/ also auch die kleiner Seiten gegen der grössern/ darumb seynd (durch die 10 Proposition deß fünfften Buchs) die proportiones kleiner/ als ein gantzes gegen einem gantzen. Vnd ist nach inhalt dieser Proposition zuverstehen/ daß die Proportion von dem Triangel A B C gegen dem Triangel D E F, sey zweyfältig so klein (das ist halb so groß) als die proportion von A C gegen D F. Gleicherweiß auch das contrarium; der proportion von dem Triangel D E F gegen dem Triangel A B C, ist zweymal so groß als D F gegen A C.

Die

## Die 20 Proposition.

**Gleichförmige vieleckigte rechtlinische Figurn / mögen in gleichförmige Triångel/eine in eben soviel/als die andere/ vertheilt werden / vnd ist auch solcher Proportion gegen der gantzen Figur in beyden theilen einerley.**

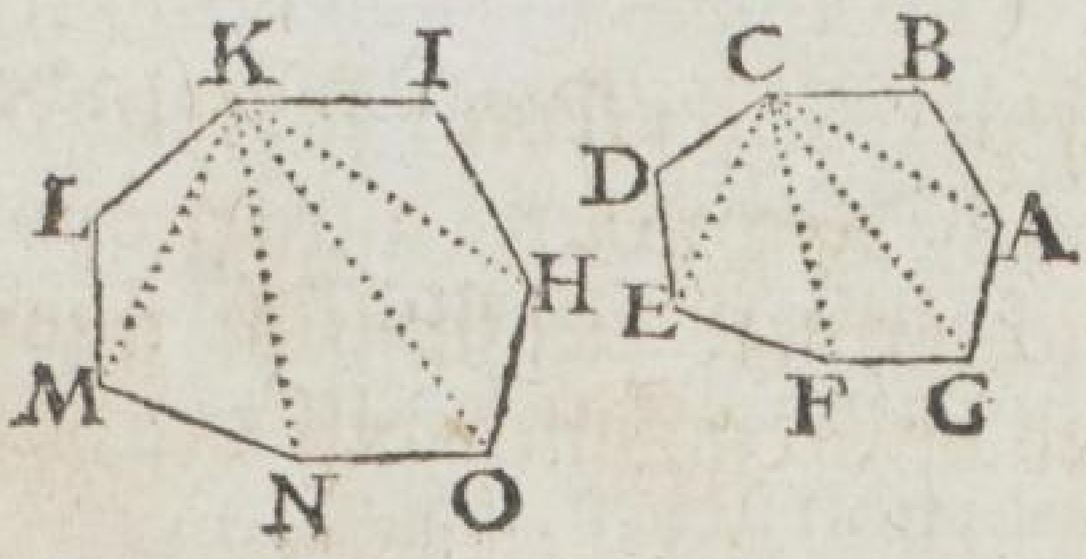
**Aber die proportion von solchen Figurn gegen einander ist zweyfåltig / gegen der proportion deren Seiten / die gegen einander in gleicher proportion stehen.**




Diese zwo vieleckigte rechtlinische Figurn A B C D E F G, vnd H I K L M N O seynd gleichförmig oder åhnlich/darumb mögen sie beyde in gleichförmige oder åhnliche triångel / die eine in so viel als die andere/vertheilt werden. Solches nun zu thun/so ziehet auß einem winckel in jeder Figur / die nach der gleichförmigkeit der Figurn gegen einander gestelt seyn/Linien biß zu den andern winckeln/als auß C zu A G F E, vnd auß K zu H O N M. So ist dann jede figur in fünff Triångel vertheilt / die seynd in der ersten C A B, C G A, C F G, C E F, C E D, vnd in der andern K H I, K O H, K N O, K M N, K L M. Diese haben der erste der einen figur gegen dem ersten der andern figur/also auch die folgenden gegen den folgenden gleiche proportiones.

## Demonstration.

Angesehen / daß die Seiten B C ist gegen B A, wie I K gegen I H, vnd daß dieselben gleiche Winckel / nemlich B vnd I begreiffen/so seynd durch die 6 Proposition diß Buchs / die Triangel C A B, K H I gleichförmig oder åhnlich / vnd durch die 4 Proposition diß Buchs/hat B C oder B A eine solche proportion gegen C A, als I K oder I H gegen K H, darumb seynd die Triångel gleichförmig oder ähnlich / deßgleichen auch durch diese proportion die Triängel C D E, K L M.




Ferner merckt / daß die winckel B A G, I H O gleich seyn / wie B A C, I H K, die restirende Winckel von den Triangeln C G A, K O H, als C A G, K H O, seynd dañ auch gleich / vnd dieweil die von den proportionirten Seiten A C, A G, vnd H K, H O begriffen / so seynd die Triangel C G A, K O H, auch gleichförmig oder ähnlich / vnd proportionirt, deßgleichen auch durch diese beweisung / die andern Triängel.

Zum andern / angesehen daß die Triangel C A B, K H I, gleichförmig oder ähnlich seyn / vnd durch die vorgehende Proposition gegen einander zweymal so ein grosse proportion haben / als jhre proportionirte seiten; auch daß ein jede gleichförmige figur in eben so viel Triangel vertheilt / da je einer dem andern ähnlich / oder gleichförmig vnd proportionirt ist: So folgt (durch die vorgehende diß / vnd 12 Proposition deß fünfften Buchs / daß die proportion von der gantzen figur A B C D E F G gegen der gantzen figur H I K L M N O auch ist zweyfältig gegen der proportion der Seiten / so gegen einander in gleicher proportion stehen. Hierauß sagt Euclides ist zum andern mal offenbar / daß so in dem anhang der nechstvorgehende Proposition vermeldt / rc.

## Die 21 Proposition.

**Alle rechtlinische Figurn / die einer andern rechtlinischen Figur gleichförmig seyn / die seynd auch vntereinander gleichförmig.**

### Demonstration.

Die warheit dieser Proposition ist offenbar / durch die erste gemeyne

meyne Wissenschafft. Besehet auch hier von die 8 Proposition dieses Buchs.

## Die 22 Proposition.

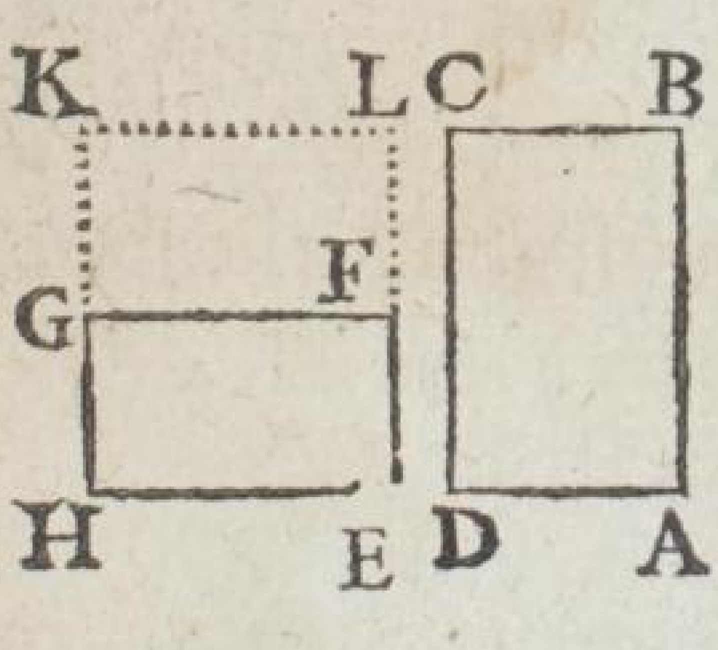
**Wann vier rechte Linien proportionirt seyn: so seynd die gleichförmige figurn auff solche beschrieben / auch proportionirt, vnd wann vier gleichförmige rechtlinische figurn proportionirt seyn: so seynd auch die Linien auff welche sie gemacht/proportionirt.**

## Demonstration.

Angesehen (daß durch die 20 Proposition diß buchs) die proportion der gleichförmigen figurn ist zweyfältig gegen der proportion jhrer proportionirten Seiten oder Linien: so folget (durch die 6 vnd 7 gemeyne Wissenschafft) daß diese Proposition warhafftig.

## Die 23 Proposition.

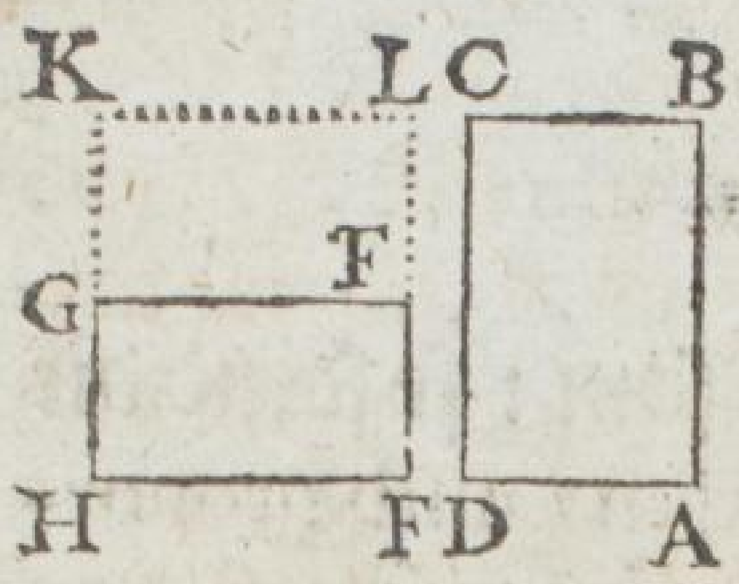
**Paralellogram mit gleichen Winckeln / seynd in der proportion gegen einander/als die proportion, welche entstehet von der proportion jhrer seiten/so solche winckel beschliessen.**



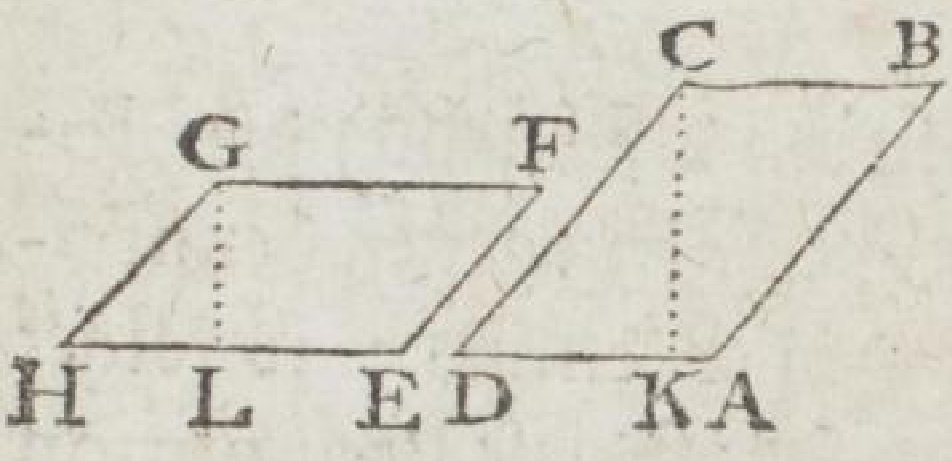

DJese zwey paralellogram A B C D, E F G H, seynd gleichwincklicht, darumb ist die Proportion, von dem paralellogram A B C D, gegen E F G H, als die proportion welche entstehet von der proportz jhrer Seiten / nemlich von A B gegen E F, vnd B C gegen F G, oder von A B gegen F G, vnd B C, gegen E F.

## Demonstration.

Ich nehme erstlich daß die paralellogram seyen rechtwincklicht/ darumb




darumb angesehen daß (durch die 6 Definition diß Buchs) daß product von A B mit B C, gegen dem product von E F gegen F G, ist ein proportz / welche entstehet von der proportion jhrer seiten / vnd daß die producta auch bringen das vermögen der paralellogram, so folgt/ daß das paralellogram A B C D, ein solche proportion habe gegen E F G H, als die proportion so entstehet von der proportion jhrer Seiten.

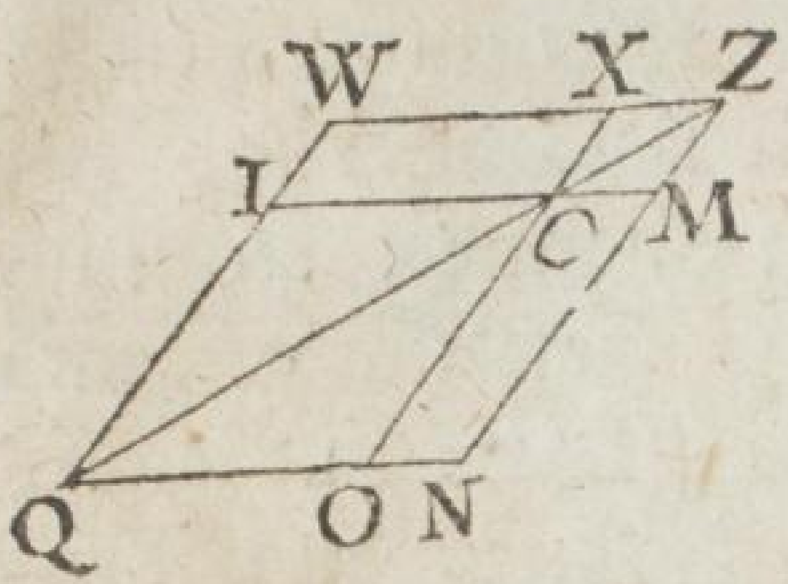



So aber die paralellogramma nicht recht wincklicht / sondern wie die hieneben gestelten weren / darinnen die winckel B A D, F E H gleich. Last seyn gezogen die perpendicular linien B K, F L, so hat B K ein solche proportion gegen F L, wie A B gegen E F, als durch die 4 Proposition dieses Buchs abzunehmen. Dieweil nun das product von der Basi mit der perpendicular Lini auch bring das vermögen oder den inhalt deß paralellogrammi, also mag man durch die 12 Proposition deß fünfften Buchs/ vnd die vorgehende Demonstration, ohnfehlbar schliessen / daß diese Proposition in allen paralellogrammen warhafftig sey/ welches auch (in ansehen daß die paralellogram auß zweyen proportionen gegen einander/ nemlich so wol auß der proportion der höhe/als auß der proportion jhrer Basibus bestehen) auß der ersten Proposition diß buchs abzunehmen ist.

## Die 24 Proposition.

In allen paralellogrammen, seynd die paralellogram, so aneinander stehen vnd einen Winckel mit denselben gemeyn haben/einander (auch deme darinnen sie stehen) gleichförmig.

In



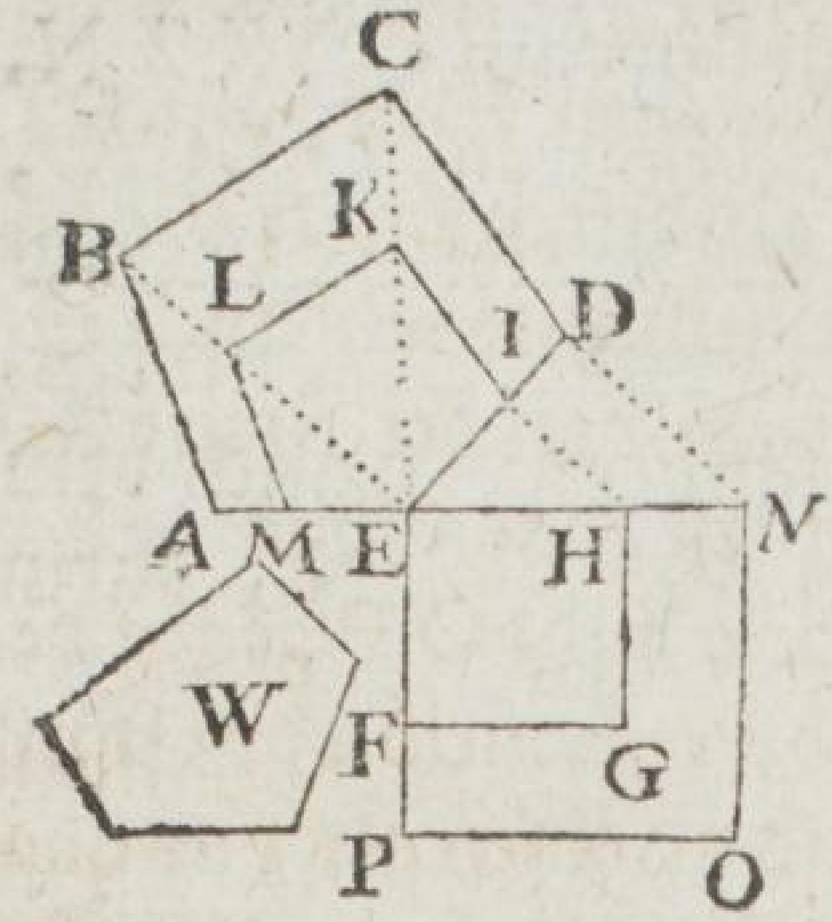

In diesem paralellogram Q W Z N, stehen die paralellogram Q I C O, C X Z M, vmb den Diameter Q Z, vnd haben die winckel Q vnd Z gemeyn/ darumb seynd sie einander / vnd auch dem paralellogrammo Q W Z N, darin sie stehen/gleichförmig.

## Demonstration.

Angesehen daß I C M paralell ist mit W Z, auch X C O mit Z N, vnd daß der Diameter durch den gemeynnen punct C gehet/ so folget (durch die 29 Proposition deß ersten Buchs) daß die Winckel X Z C, Z C M vnd I C Q, C Q O gleich seyn / wie auch M Z C, Z C X, O C Q, C O I, vnd die Seiten gleichen Winckeln vnterzogen/seynd (durch die 4 Proposition diß buchs) proportionirt, nemlich wie Z X gegen X C, also C I gegen I Q, vnd gleich wie Z M gegen M C, also C O gegen O Q, die Winckel von den paralellogrammen C X Z M, vnd Q I C O, seynd dann gleich/ vnd die Seiten proportionirt, darumb auch gleichförmig. Durch diese proportion wird auch bewiesen/ daß dieselben paralellogrammen auch gleichförmig seynd / den paralellogrammo Q W Z N, darinnen sie stehen. Diese Proposition ist alsdann warhafftig.

## Die 25 Proposition.

**Eine rechtlinische Figur machen / nach zweyen vorgegebenen rechilinischen Figurn/ nemlich / eben so groß als die eine/vnd gleichförmig der andern.**




DJe vorgegebene rechtlinischen Figuren seyn A B C D E vnd W, man soll machen eine andere rechtlinische figur / eben so groß als W, vnd gleichförmig A B C D E: Ein solches nun zu thun; macht (durch die 14 Proposition deß andern Buchs) zwey quadrat, das eine so groß als die figur W, welches ist E H G F, vnd das ander so groß als die figur A B C D E, das ist E N O P: Jedoch daß jhre Seiten E H vnd E N in eine rechte Lini kommen / als E H N. Darnach macht auch (durch die 22 Proposition deß ersten Buchs / oder 18 Proposition diß Buchs) eine figur gleich A B C D E, welche ich nehme / daß sie eben dieselbe A B C D E sey / die vertheilt auß einem Winckel / als auß E, durch die Linien E C, E B, in Triangel / vnd sucht (durch die 12 Proposition diß Buchs / eine Lini / die proportionirt sey gegen E D, wie die Seiten der Quadraten E H gegen E N, die ist E I, diese zeichnet in die Lini E D, von E nach D, kompt in I, von dannen gezogen paralellinien mit D C, C B, B A, so die Linien E C, E B, A B, erreichen in den puncten K, L, M, so ist die rechtlinische figur M L K I E eben so groß als die figur W, vnd ähnlich oder gleichförmig der figur A B C D E.

## Demonstration.

Angesehen daß die Seiten der Triängel von der figur M L K I E proportionirt seyn gegen den Seiten der Triängel der figur A B C D E, nemlich jede gegen den so jhr entgegen gestelt / so seynd (durch die 6 Proposition diß Buchs) solche Trianguli gleichwincklicht / vnd darumb auch gleichförmig. Deßgleichen durch die 18 Proposition diß Buchs / auch die gantzen Figurn M L K I E, A B C D E, einander ähnlich / oder gleichförmig. Dieweil nun durch die 19 vnd 20 Proposition diß buchs / die proportion von der figur A B C D E gegen der figur M L K I E doppelt ist gegen der proportion von den seiten nemlich E D gegen E I,

also

also auch das Quadrat E N O P gegen E H G F, ist doppelt oder zweyfach gegen der proportion von E N gegen E H, vnd E D gegen E I, als E N gegen E H, so folgt (als durch die 11 Proposition deß fünfften buchs/vnd der sechste gemeyne wissenschafft/ mag geschlossen werden) daß die Proportion von der Figur A B C D E, sey gegen der figur M L K I E, das ist/das Quadrat E N O P, gegen M L K I E, wie dasselbe Quadrat E N O P gegen den Quadrat E H G F, vnd ferner (durch die 9 Proposition deß fünfften Buchs/daß die figur M L K I E eben so groß sey als das quadrat E H G F, welches auch eben so groß ist/als die figur W. Die rechtlinische figur M L K I E, ist dann auch eben so groß als die figur W, vnd nach der Proposition begern gleichförmig oder ähnlich der figur A B C D E.

## Die 26 Proposition.

So von einem Paralellogram, ein anders paralellogram, daß mit demselben gleichförmig ist / vnd auch einen winckel mit jhme gemeyn hat/abgezogen wird. So stehet es auch an desselben paralellograms Diameter.

DIese Proposition ist die 24 dieses Buchs vmbgekehret/dann gleich wie allda auß dem gemeynen Winckel vnd dem stehen an dem Diameter, die gleichförmig oder ähnlicheit der Figurn erkläret worden: Also allhie bey dieser 26 Proposition, geschicht solches durch gemeynen Winckel / vnd die gleichförmigkeit deß stehens an dem Diametro.

## Demonstration.

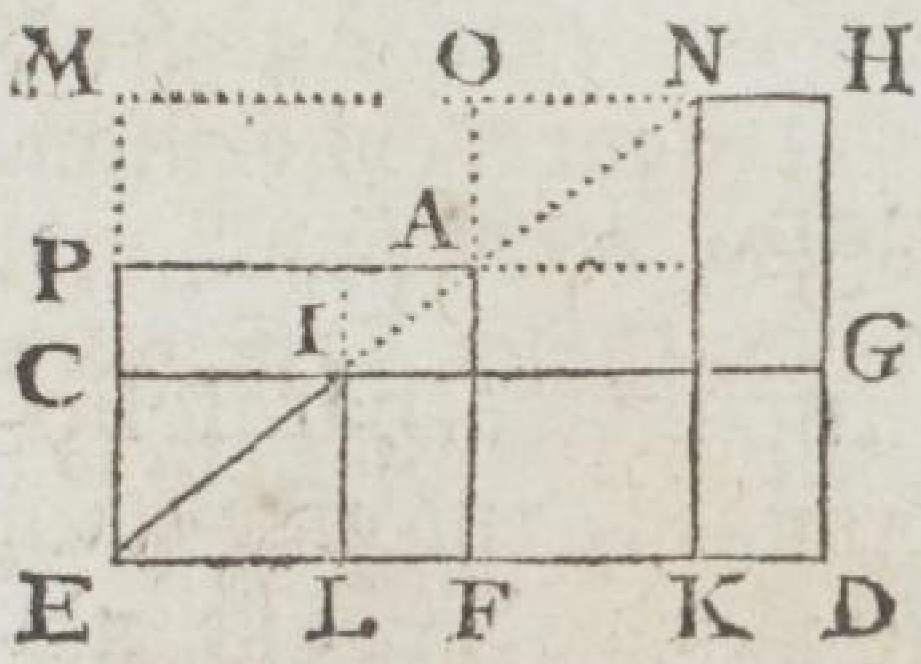
Diese Proposition erscheinet dann durch die vorgemelte 24 warhafftig seyn/mag auch/ in ansehung/daß alle gleichförmige paralellogram gleichwincklicht/ vnd jre seiten proportionirt/mit samt deme/ daß von allen dergleichen paralellogram die überstehenden seiten vnd winckel / deßgleichen auch die winckel die enallax oder

über

überzwerg gegen einander über / auff dem Diameter gleich seyn / auff vnterschiedliche andere manieren demonstrirt vnd erwiesen werden.

## Die 27 Proposition.

**Wann auff den halben theil einer rechten Lini ein paralellogram gemacht / vn̄ ein anders auff ein stück derselben Lini / in solcher massen / daß das paralellogram so auff das restirende theil gemacht / dem ersten gleichförmig / vnd an desselben Diameter stehet / so wird das paralellogram auff der halben Lini stehend / grösser seyn / als das / so auff dem ersten stück stehet.**




Die rechte Lini ist E D, das mittel derselben F, auff E F ist gemacht das paralellogram F P, vnd einanders auff ein stück solcher Lini / als auff L D, welches ist D I, also daß das paralellogram auff der erfüllung der gantzen Lini / als auff E L, nemlich L C, sey gleichförmig dem paralellogram F P, so ist F P grösser dann D I, vnd auch grosser als D N / zu mercken daß E A N ist eine rechte Lini.

## Demonstration.

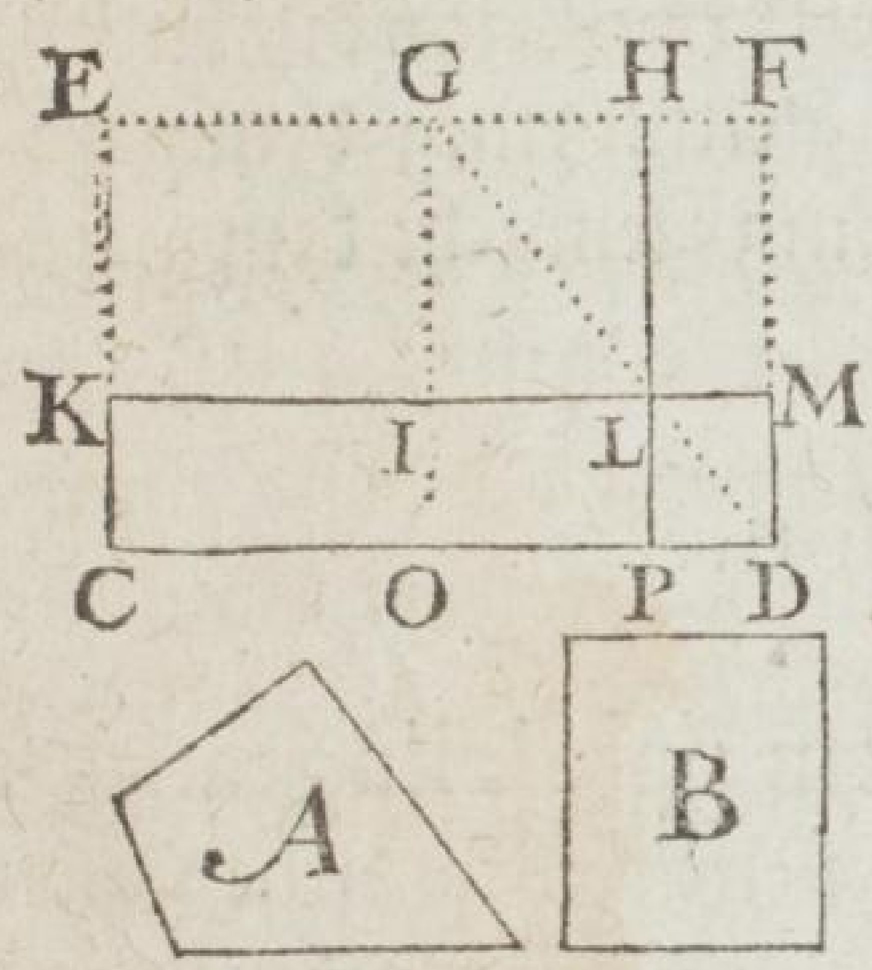
Angesehen / daß die zwo Figuren F G, F C, eben oder gleicher grösse seyn / deß gleichē auch durch die erste Proposition diß buchs / die beyde I F, I P, so folgt / daß das paralellogram F P grösser sey dann D I, vnd das paralellogram I A.

Zum andern / dieweil F M, F H gleich seyn / wie auch durch die 43 Proposition deß ersten Buchs / die supplement A M, A K. Folgt / so gleiches von gleichen genommen wird / daß D N, N A zusammen eben so groß seyen als F P, darumb ist das paralellogram F P grösser dann D N, vmb die Figur N A.

Die

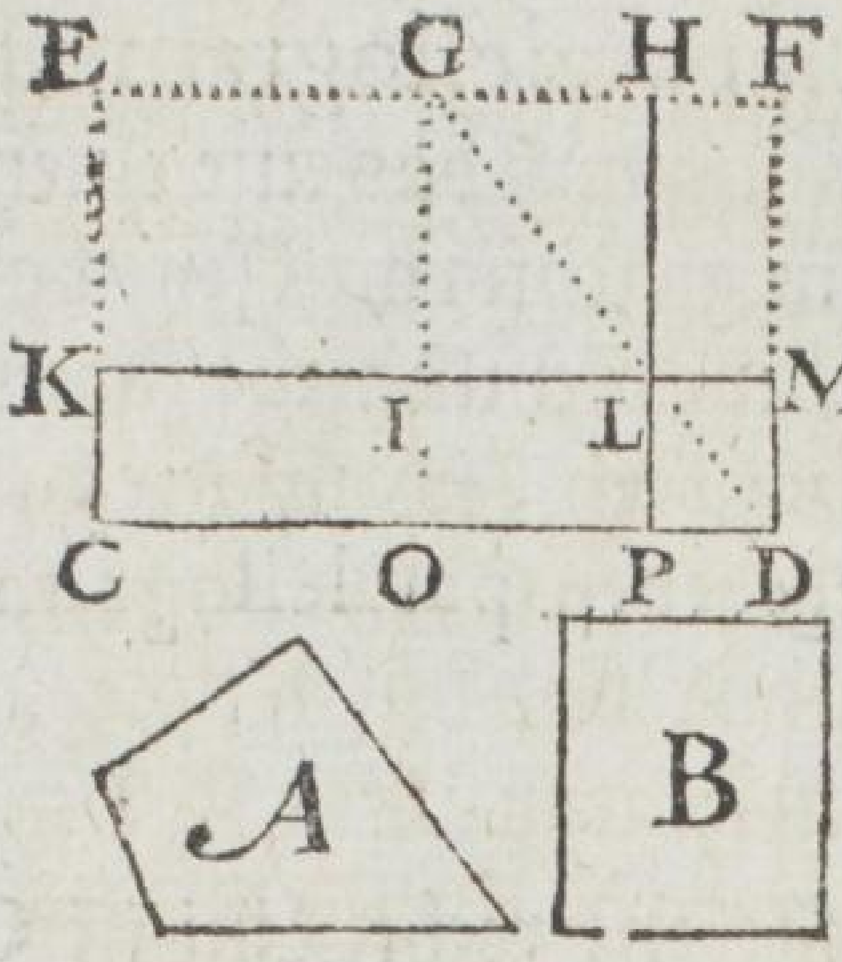
## Die 28 Proposition.

**Auff eine vorgegebene rechte Lini zwey paralellogram vnter einer gleichen höhe zu machen / also daß das eine einem andern vorgegebenen paralellogram gleichförmig sey / daß ander / eben so groß als eine vorgegebene rechtlinische Figur / die nicht grösser sey / als das paralellogram, so auff der halben Lini / gleichförmig dem vorgegebenen paralellogram, mag gemacht werden.**




DJe vorgegebene rechte Lini ist C D, auff welche man machen soll eine paralellogram eben so groß als die rechtlinische Figur A, vnd ein andere gleichförmig oder ähnlich dem paralellogram B. Theilt C D in zween gleiche theil / welches geschicht in O: auff O D macht (durch die 18 Proposition diß buchs) ein paralellogram gleichförmig mit B, als O F, vnd verlängert F G nacher E, darnach ziehet eine Lini paralell mit O G oder D E, welche die verlängte F G erreichet in E. So nun die figur A, eben so groß ist / als das paralellogram C G, so ist die arbeit vollbracht / aber es werde genommen daß A kleiner sey dann C G, oder ein jede figur die ich nehme / so durch die 15 Proposition diß Buchs / dem paralellogram O F gleichförmig gemacht ist / welche ist I H, die gefügt in O F, daß der Winckel G gemeyn sey / die stehet dann (durch die 26 Proposition diß buchs) an dem Diameter G D. Darnach verlängert auch I L, zu beyden seiten hinauß / biß in K vnd M, so ist das paralellogram C L, welches stehet auff dem einen stück der vorgegebenen Lini / als auff C P, eben so groß als die rechtlinische figur A, vnd die erfüllung P M, so auff dem andern stück derselben Lini stehet / als auff P D, gleichförmig dem paralellogram B.

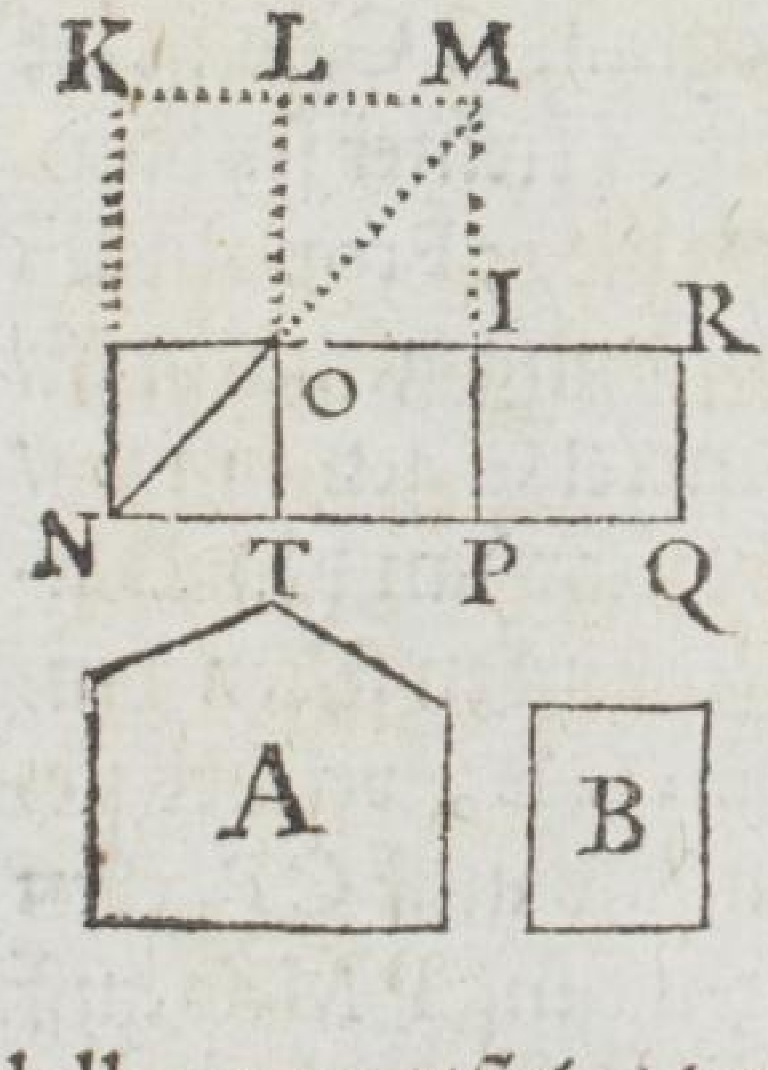
## Demonstration.




Angesehen/daß in der vorgehenden Proposition bewiesen ist / daß C L kleiner sey dann O F/ (so gleich C G) auch das paralellogram I H, vnd das C G grösser als die figur A, vmb dasselbe I H: Folgt daß das paralellogram C L eben so groß sey als die rechtlinische figur A: vnd P M ist (durch die 20 Proposition diß buchs) nicht allein gleichförmig dem paralellogram O F, sondern auch gleichförmig gemacht dem paralellogram B.

## Die 29 Proposition.

**Auff eine vorgegebene rechte Lini ein paralellogram zu machen / eben so groß als ein vorgestelte rechtlinische figur/ vnd daß ein stück vorauß reiche/ so einem vorgegebenen paralellogram gleichförmig sey.**



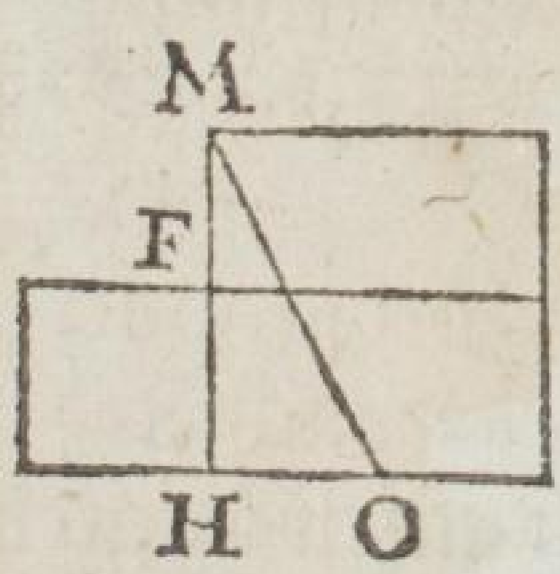

Die vorgegebene rechte Lini ist O R, die rechtlinische figur darnach eine andere eben so groß soll gemacht werden/ sey A, vnd der/das fürauß reichende stück soll gleichförmig seyn/sey B. Theilt O R in zween gleiche theil im mittel I, vnd auff O I (durch die 18 Proposition diß buchs) gemacht ein paralellogram gleichförmig B, welches ist O M, darnach durch die 25 Proposition diß buchs / einanders paralellogram gestelt / daß den Winckel M gemeyn hat / vnd eben so groß ist als O M mit der rechtlinischen figur A zusammen / vnd auch gleichförmig ist B oder O M, welches ist N M. Ferner/auff die andere halbe Lini I R auch ein paralellogram gleich T I gemacht/das ist P R, darnach I O verlängert zu H, so ist N R ein paralellogram, daß eben so groß als die rechtlinische figur A, vnd das füraußreichende stück N O, ist gleichförmig dem paralellogram B.

## Demonstration.

Angesehen/daß N M eben so groß ist als O M, mit sampt der rechtlinischen figur A zusammen/so folgt/daß der Gnomon K L O I P N, auch eben so groß sey als die figur A, vnd durch die 43 proposition deß ersten Buchs/ist O K eben so groß als O P, (so gleich I Q) darumb ist auch das paralellogram N R eben so groß als die rechtlinische figur A, vnd das füraußreichende stück N O ist durch die 24 Proposition diß buchs/gleichförmig mit O M, so ist M O gleichförmig mit dem paralellogram B, darumb auch N O der figur B, ähnlich oder gleichförmig seyn muß.

## Die 30 Proposition.

### Eine vorgegebene rechte Lini proportionirt zertheilen.




DJe vorgegebene rechte Lini sey M H, diese theilt nach inhalt der 11 Proposition deß zweyten Buchs in zween theil/als in F, so ist, solche proportionirt zertheilt.

## Demonstration.

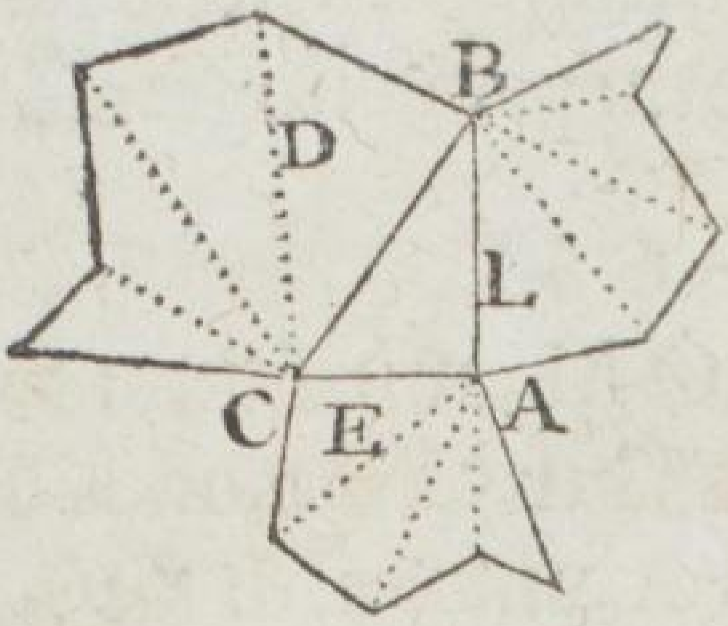
Angesehen daß die rechtwicklicht figur von H M, F M beschlossen/eben so groß ist als das Quadrat von H F, so folgt (durch die 17 Proposition diß Buchs) daß die Lini H M proportionirt zertheilt sey/nemlich H M ist gegen H F, wie H F gegen F M.

## Die 31 Proposition.

### So auff die drey Seiten eines winckelrechten Triangels/drey gleichförmige rechtlinische figurn gemacht werden: so ist

die

die Figur auff der Seiten vnter dem rechten Winckel eben so groß als die andern zwo zusammen.



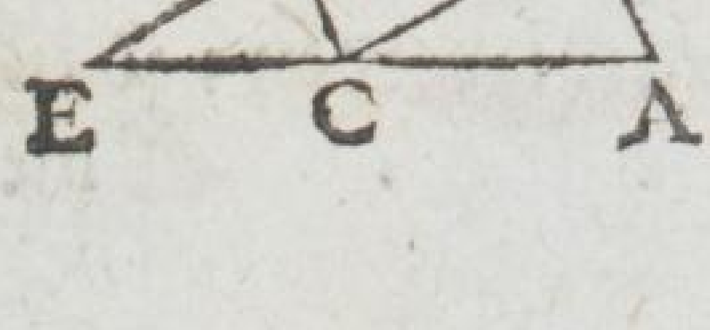

AVff den dreyen Seiten dieses rechtwincklichten Triangels A B C stehen drey gleichförmige oder ähnliche rechtlinische figurn / als E, L, D, vnd die figur D stehet auff der Seiten so dem rechten Winckel vnterzogen / darumb ist sie eben so groß als die andern zwo Figurn E vnd L zusammen / die auff den andern beyden Seiten A B, A C stehen.

## Demonstration.

Angesehen daß durch die 47 Proposition deß ersten Buchs / daß Quadrat der Seiten B C eben so groß ist als die zwey Quadrat von den Seiten A B, A C zusammen / vnd daß durch die 19 vnd 20 Proposition diß Buchs / die proportion, so wol von den Quadraten als Triangeln / in allen gleichförmigen rechtlinischen figurn / zweyfältig ist gegen der proportion deren proportionirten Seiten / so ist offenbar (durch die 11 Proposition deß fünfften Buchs) daß die figur D, eben so groß sey als die zwo figuren E vnd L zusammen.

## Die 32 Proposition.

So in zweyen Triangeln / zwo Seiten deß einen / gegen zweyen Seiten deß andern (je eine gegen der andern) proportionirt seyn / vnd beyde triangel werden also an einander gestossen / daß die proportionirten Seiten gegen einander paralell kommen; so werden die zwo übrigen Seiten solcher Triängel / eine rechte oder gerade Lini machen.




VOn diesen zweyen Triangeln A B C, C D E, ist die Seiten A B proportionirt gegen C D, wie C B gegen E D, vnd A B ist

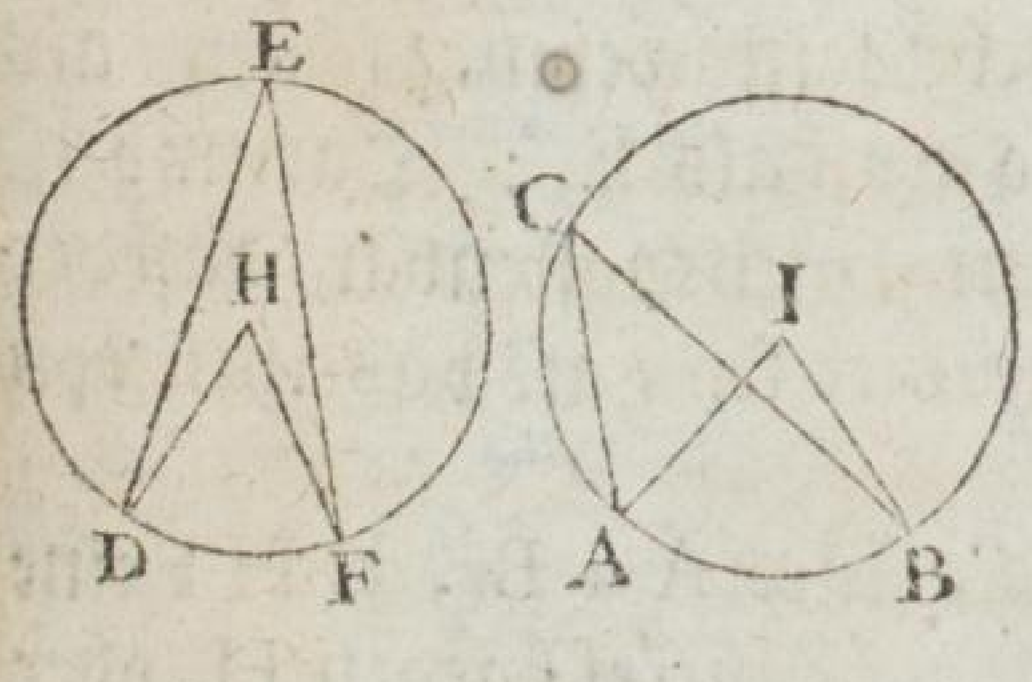
A B ist paralell mit C D, deßgleichen C B mit E D, so seynd auch die Winckel C im punct C, aneinander gestossen/darumb stehen die Seiten A C, C E in einer rechten oder geraden Lini.

## Demonstration.

Angesehen daß C D fält auff die paralellen C B, E D, vnd C B auff die paralellen A B, C D: So folgt (durch die 29 Proposition deß ersten Buchs) daß die Winckel C D E, B C A, C B A gleich seyn/deßgleichen die winckel D C E, B A C, auch D E C, B C A, die drey Winckel auff der Lini A C E in C, als B C A, B C D, D C E, seynd eben so groß als die drey Winckel von jedem Triangel insonderheit / welche dann durch die 32 Proposition deß ersten Buchs/eben so groß seynd als zween rechte Winckel. Folgt (durch die 14 Proposition nechstgemeltes ersten Buchs) daß A C E, als die zwo Seiten von den beyden Triangeln / eine rechte oder gerade Lini sey.

## Die 33 Proposition.

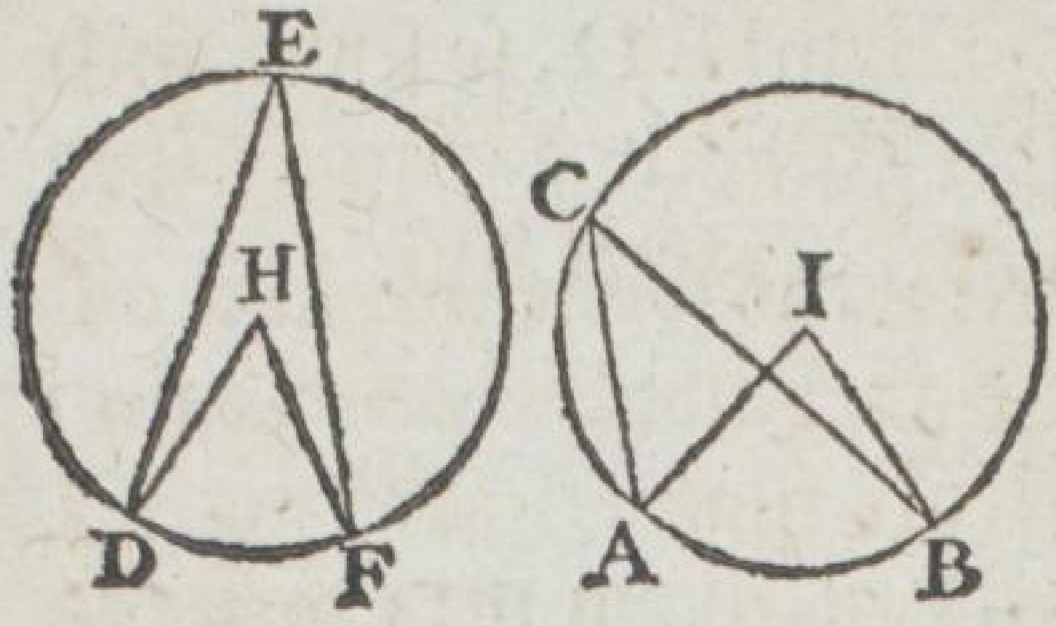
**In gleichen Circkeln/seynd die Winckel so im Centro oder in der circumferentz stehen / gegen einander proportionirt, wie die theile von der circumferentz darauff sie stehen / deßgleichen auch die Circkelstücke / von den Winckeln im Centro begriffen.**




DJese zween Circkel A C B, D E F, seynd gleich / darumb auch die Winckel C gegen E, vnd I gegen H proportionirt, als die Theile von der circumferenz darauff sie stehen/ nemlich wie A B gegen D F.

## Demonstration.

Angesehen das / so beyder Cirkel ganze circumferenz / gleich




jeder in so viel gleiche theil / als außzusprechen oder erdacht wer, den möchten/getheilt/vnd solche gleiche theil in beyden Circkeln mit rechten oder geraden Linien vnterzogen/wurden solche (durch die 29 Proposition deß dritten buchs) alle gleich seyn/vñ so auß dem Centro mit halben Diametros Triängel darauff gemacht wurden / so seynd solche gleichfüssig/vnd durch die 4 vnd 8 Proposition deß ersten Buchs / die Winckel im Centro auch alle gleich. So nun in jeden Circkel nach gefallen/in dem einen mehr oder weniger als in dem andern/ von solchen Winckeln so viel zusammen gestelt werden / als deren seyn mögen/die sollen auch so viel gleiche theil von der circumferentz begreiffen oder zusammen betragen/also daß die zusammen gethane Winckel ein solcher theil sollen seyn von jhrem gantzen (nemlich von vier rechten Winckeln) als die theile von der circumferentzt zusammen seyn von jhrem gantzen. Folgt (durch die 6 Definition vnd 12 Proposition deß fünfften Buchs) daß die zusammen gestälte Winckel im Centro gegen einandern ein solche proportion haben / als die zusammen gestelte theile von der circumferentz. Darumb dann der Winckel I, proportionirt ist gegen dem Winckel H, als das theil von der circumferentz A B gegen D F, vnd (durch die 20 Proposition deß dritten Buchs) seynd die Winckel im Centro der Circkel zweymal so groß als in der circumferentz/ nemlich der Winckel I ist zweymal so groß als der Winckel C, vnd H zweymal so groß als E: Darumb ist (durch die 15 Proposition deß fünfften Buchs) offenbar / daß der Winckel C gegen E, auch proportionirt sey / als das theil von der circumferentz A B gegen D F

Zum andern/haben auch die Circkelstück A I B, D H F eine solche Proportion gegeneinander/wie der winckel I gegen H, oder der Bogen A B gegen D F. Wie nun ein solches von der Bögen zu beweisen / also ist auch (durch die 11 Proposition deß fünfften Buchs) daß von den Winckeln warhafftig.

Demon-

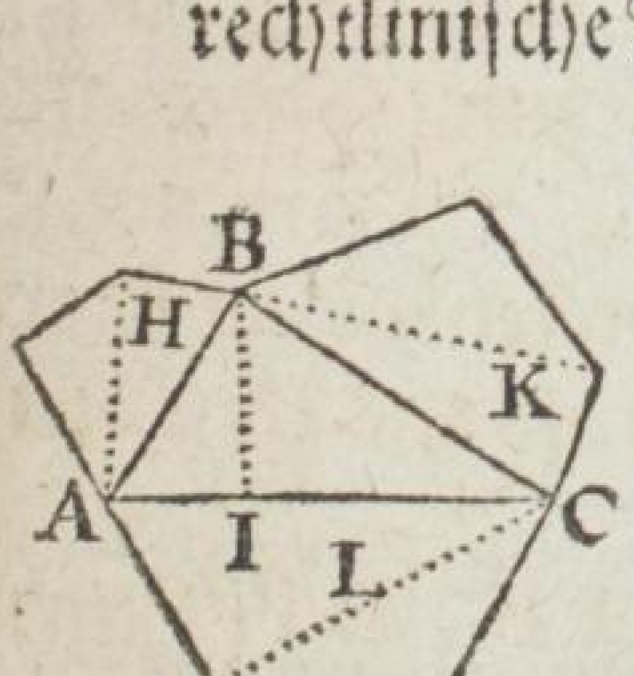
## Demonstration 2.

Angesehen daß in einem jeden Circkel das Centrum über all gleich fern von der circumferentz ist/vnd alle halbe Diametri eines jeden Circkels gleich seyn/ die auch alle(als man pflegt zu sagen) perpendiculariter auff die circumferentz fallen: so mag man beschliessen/daß gleich wie in der ersten Proposition diß buchs / von den Triangeln vnder gleicher höhe stehende / bewiesen ist / daß die gegen einander proportionirt seyen/ als jhre Basis, also auch die Circkelstück gegen einander proportionirt seyn/wie jhre theile von den circumferentzen darauff sie stehen.

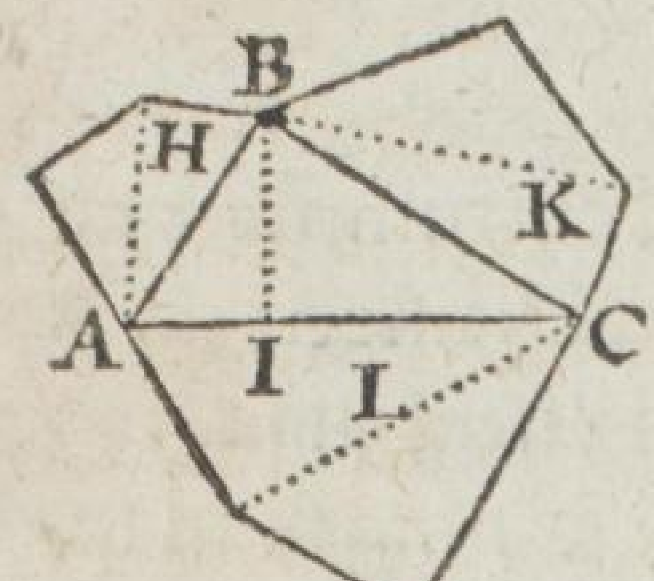
Diese Proposition habe ich also auff ein vngewöhnliche weiß oder manier wollen demonstrirn, welches etlichen wol / vnd etlichen nicht gefallen mag: Lasse mich mit dem vrtheil/als es ist/vergnügen. Herr Wilhelm Holtzman see. vnd andere beschliessen mit dieser 33 Proposition diß sechsten Buchs / darumb ich auch zweiffele / ob die folgenden 6 Propositiones, die etliche als Fr.Fl. Candalla, vnd Barleduc hiebey gestelt/deß Euclidis seynd.

## Die 34 Proposition.

**Zwo gleichförmige rechtlinische Figurn zu machen / die gegen einander eine vorgegebene proportion haben / vnd zusammen eben so groß seyn / als ein andere vorgestelte rechtlinische Figur.**




DJe rechtlinische Figur / darnach die andern zwo zusammen eben so groß / vnd auch gleichförmig sollen gemacht werden/ist L. Jch nehme daß die Lini A C, (durch die 10 Proposition diß Buchs) nach der vorgegebenen proportion getheilt sey I. Nun / durch die dreyzehende Proposition diß Buchs / gesucht das medium proportionale zwischen A I vnd I C, welches ist I B, stehet in I rechtwincklicht auff A C.




So nun von B die Linien A B, B C gezogen/ vnd / durch die 18 Proposition diß Buchs/ darauff zwo rechtlinische gleichförmige figurn mit L, als H vnd K, nach der vorgestelten Proposition vnd proportion, eben so groß als die rechtlinische figur L gemacht oder beschrieben werden/ so ist der Proposition gnug geschehen.

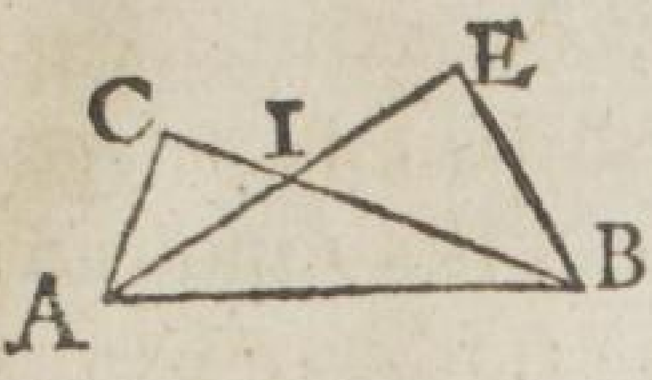
## Demonstration. 2.

Angesehen / daß der Winckel A B C recht / vnd als in der 13 Proposition diß Buchs bewiesen / daß durch die 18 Proposition diß/die Trianguli I A B , I C B, A B C, gleichwincklicht seyn / so seynd (durch die 4 Proposition diß Buchs ) die Seiten proportionirt,nemlich A B gegen B C, wie A I gegen I B, vnd I B gegen I C, darumb ist durch die 10 Definition vnd 19 Proposition deß fünfften Buchs / die proportion von A I gegen I C, zweyfältig/ als A B gegen B C, vnd die proportion von den gleichförmigen figurn H gegen K, ist auch zweymal so groß als A B gegen B C. Folgt (durch die 11 Proposition deß fünfften Buchs ) daß die proportion von H gegen K der vorgestelten gleich ist/ vnd durch die 31 Proposition diß Buchs / so seynd die zwo rechtlinischen figurn H vnd K zusammen eben so groß als die vorgegebene figur L.

## Die 35 Proposition.

**So zwo rechte Linien einander stumpffwincklicht / solcher gestalt/durchschneiden/daß man von den eussersten puncten jeder eine perpendicular Lini auß das andere eusserste Ende der Lini mag fällen: so seynd solche Linien reciprocè vmbkert/ proportionirt, durchschnitten.**

Die



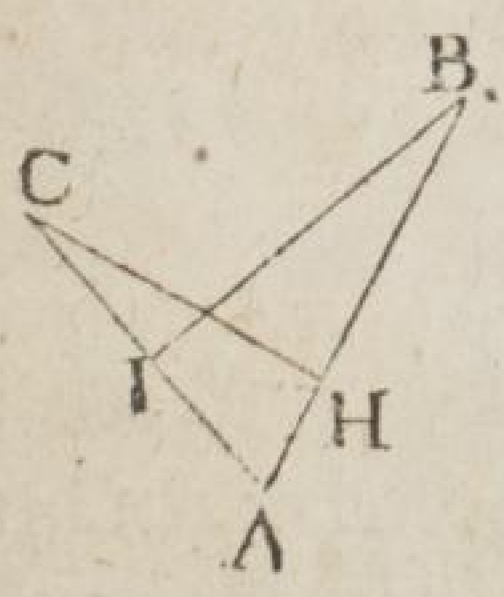

DJe zwo rechte Linien A E, B C, durchschneiden einander stumpffwincklicht in I, also / daß von dem punct A eine perpendicular auff B C in C, deß gleichen auch eine auß B auff A E, in E fallen mag / vnd seynd also die stück solcher zerschnitten Linien reciprocè, das ist vmbkehrt / proportionirt, nemlich A I gegen I C, wie B I gegen I E.

## Demonstration.

In ansehung der rechten Winckel C vnd E, vnd daß durch die 15 Proposition des ersten Buchs / A I C, B I E gleich seyn / mag man / durch die 32 Proposition jetzt gemeltes ersten Buchs / verstehen / daß die Triangel A C I, B E I, gleichwincklicht / vnd durch die 4 Proposition diß buchs / proportionirt seyn / also daß A I sich hält gegen I C, wie B I gegen I E.

## Die 36 Proposition.

**So zwo rechte Linien einen scharpffen Winckel begreiffen / vnd von den eusserſten puncten derselben / von der einen so wol als von der andern / zwo perpendicularn gezogen werden / die solche Linien in zwey theil theilen / so seynd die Linien gegen den stücken / zwischen dem scharpffen winckel vnd den perpendicularn reciprocè vmbgekert proportionirt.**



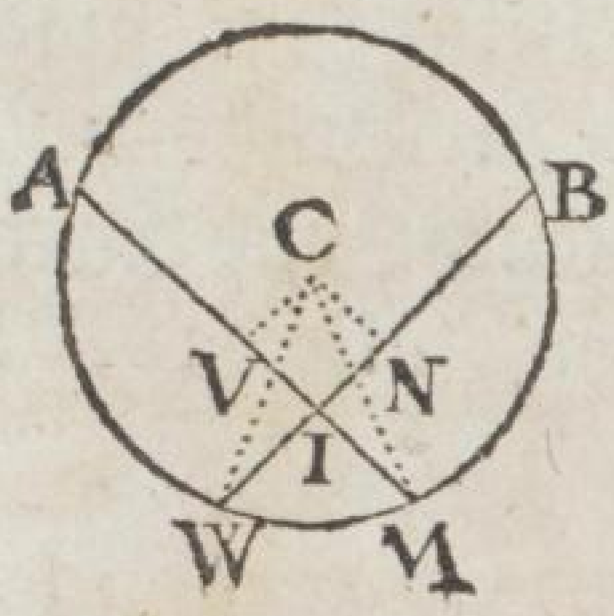

DJese zwo rechte Linien A B, A C, begreiffen einen scharpffen Winckel in A, von C ist eine perpendicular gezogen auff A B in H, vnd eine andere von B auff A C in I, so ist nun A B proportionirt gegen A I wie A C gegen A H, vnd wie sich A B proportionirt gegen A C, also auch A I gegen A H.

## Demonstration.

Angesehen / daß die zween Triangel A I B, A H C, den Winckel A gemeyn haben / auch die gleiche rechte Winckel I vnd H, so seynd sie (als in der vorgehenden Proposition bewiesen) gleichwincklicht / vnd die Seiten so gleichen Winckeln vnterzogen proportionirt, darauß dann erscheinet daß diese Proposition warhafftig sey.

## Die 37 Proposition.

**So zwo rechte Linien in einem Circkel / eine der ander durchschneidet / seynd die stück von der einen / gegen den stücken von der andern reciprocè vmgekehrt proportionirt.**




IN diesen Circkel durchschneiden die rechte Linien A M, W B einander in I, die stück seynd dann verkehrt, (reciprocè) proportionirt, nemlich I M gegen I B, wie I W gegen I A.

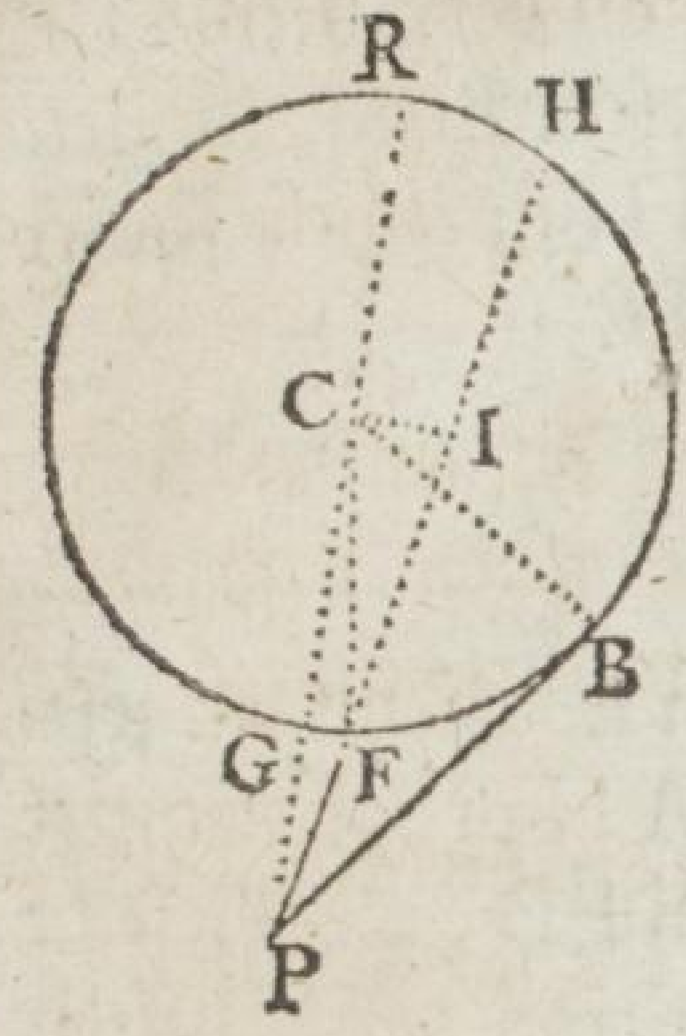
## Demonstration.

Angesehen daß durch die 35 Proposition deß dritten buchs / die rechtwincklicht figur von I M, I A beschlossen / eben so groß ist als die von I W, I B gemacht / vnd daß durch die 14 Proposition diß Buchs / deren paralellogrammen seiten (so allhie die stück der Linien) nach inhalt dieser Proposition, proportionirt seyn / so ist offenbar / daß die Proposition warhafftig ist.

## Die 38 Proposition.

**So von einem punct ausserhalb eines Circkels / zwo rechte Linien gezogen werden / die innerhalb dem Circkel gegen der circumferentz anstossen: so seynd die gegen den stücken ausser dem Circkel / reciprocè, proportionirt, vnd zwischen der Lini vnd dem stück ausserhalb deß Circkels / ist diß die mittel proportional lini / so vom selben punct zur circumferentz deß Circkels gezogen / vnd denselben berührt.**

Der



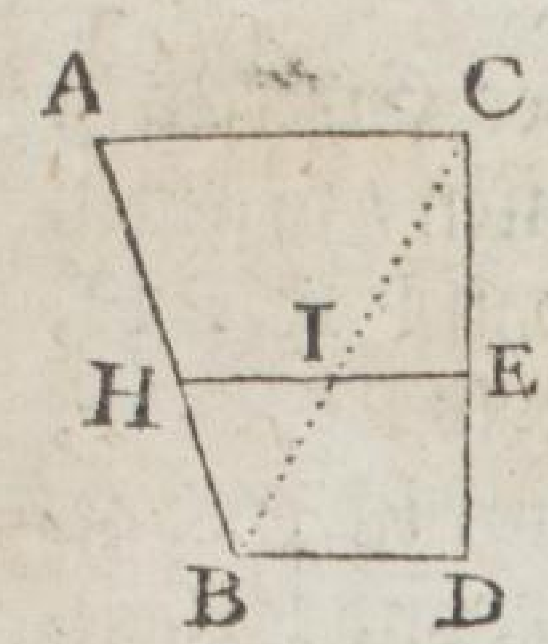

DEr punct ausserhalb dieses Circkels ist P, die dareingezogene Linien / so gegen der circumferentz anstossen / seyn P R, P H, die stück ausserhalb deß Circkels P G, P F, die anrührend Lini P B. Nun ist P R gegen P H, wie P F gegen P G, vnd P R gegen P F, als P H gegen P G, aber P B ist die mittel proportional lini zwischen P R, P G, oder P H, P F.

## Demonstration.

Angesehen daß durch die 36 Proposition deß dritten Buchs die rechtwincklicht figur beschlossen von P R, P G, eben so groß ist / alß die von P H, P F, so folgt (durch die 14 Proposition diß Buchs) daß die gantzen Linien gegen den stücken nach der proposition begehrn / vmbgewand oder verkehrt (daß ist reciprocè) proportionirt seyn / vnd durch die obgemelte 36 Proposition deß dritten buchs / ist das Quadrat von B P eben so groß als die rechtwincklicht figur von P R, P G, oder P H, P F beschlossen. Folgt (durch die 17 Proposition diß buchs / daß die Lini P B sey das medium proportionale, oder die mittel proportional lini zwischen P R, P G oder P H, P F.

## Die 39 Proposition.

So zwo gerade Linien / zwischen zweyen rechten paralell Linien stehen / vnd von einer andern als der dritten paralell durchschnitten werden: so geschicht ein solches in gleicher proportion.




DJe zwo rechten Linien seynd A B, C D, solche stehen zwischen den zweyen paralellen A C, B D, welche werden von der Linien H F zerschnitten in H vnd F, so geschicht das in gleicher proportion, nemlich A H ist proportionirt gegen H B, wie C F gegen F D.

## Demonstration.

Ziehet die Lini B C, die zerschneidet H F in I. Nun angesehen/daß durch die 2 Proposition diß Buchs/ A H proportionirt ist gegen H B, wie C I gegen I B, vnd C F gegen F D, als dieselbe C I gegen I B: so folgt (durch die 11 Proposition deß fünfften Buchs) daß diese Proposition warhafftig sey.

## Ende deß sechsten Buchs.

# Anhang vnd Erweiterung dieser sechs ersten Bücher Euclidis.

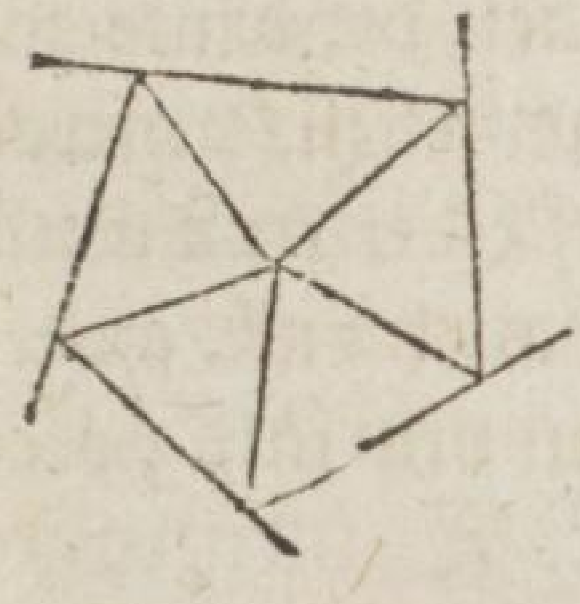
Gunstiger vnd kunstliebender Leser: Es scheinet daß viel Propositiones Euclidis, nichts anderst seyen dann ein eytele speculation ohne nutzbarkeit / so die nur schlecht obenhin angesehen werden / aber die jenigen so solche mit fleiß betrachten / befinden auß denselben vnzehlich viel nutzbarkeiten / zu vielen notwendigen Künsten / ja zu grossen mercklichen vortheilen der Menschen / auff vnzweiffelhaffte Grundfesten fundirt: Dann auß etlichen propositionen wird verstanden / die müglich- vnd vnmüglichkeit / beneben der eygenschafft der Geometriæ, (welche erkentnus in allen Sachen vnd Wissenschafften muß vorgehen.) Etliche weisen an warhafftige Grundfesten / zu welchen man in verrichtung eines Wercks / sein Zuflucht nehmen / vnd nach gelegenheit der vorgefallenen Sachen / mit dem bequämesten Mitteln sich behelffen mag. Andere erklären bedachtiglich vnd offentlich wie ein Werck verjungt / oder in kleiner form / figurlicher weiß vollbracht / darauß dann mit scharpffsinnigem nachdencken (ohne welche alle Mathematische Künste wenig nutz bringen) verstanden / wie folgends dasselbe in rechter Grösse vnd proportion, auff dem Feld / oder anderstwo zu werck gezogen vnd verrichtet werden mag.

Dieses alles aber nach längs zu tractirn / ist allhie kein zeit noch gelegenheit / darumb wöllen wir auß jedem Buch etliche Propositiones hieher ziehen / vnd die Sach ein wenig anrühren / damit dieser Künsten Liebhabere / zu fernerm nachdencken vervrsacht vnd erweckt: hernach auch anweisen / wie die species der Geometriæ in superficien, auß diesen sechs ersten Büchern Euclidis, mögen gezogen vnd verrichtet werden. Auff daß wir aber nun zur Sachen selbst gelangen / so kommet zum ersten vor / die 4 / 8 vnd 26 Proposition deß ersten Buchs / welche handeln von eygenschafften der Triängel / als daselbst zu sehen / die dann eine Grundvest aller rechtlinischen Figurn seyn / so in Triangulis mögen vertheilt vnd vnterschieden werden/als durch die 20 Proposition deß sechsten Buchs offenbar. Durch diese Propositiones ist erstlich warhafftig/daß die Trianguli, in denen die seiten deß einen/gleich seynd den seiten deß andern / nicht mögen vngleicher grösse seyn/ darmit dann bewiesen ist / daß die messunge der Triangeln durch die drey seiten gewiß geschehen vnd gethan werden mag / dann so deren seiten gleich/aber deren grösse vnglei ch/(als in andern mehreckigten Figurn zu geschehen pflegt ) so were nicht müglich deren grösse allein durch die außwendige Seiten zu finden/ wie dann solches im dritten/vierdten vnd fünfften Capitel deß andern theils vnserer Practica deß Landmessens angezeygt vnd gelehrt worden ist. Darumb/dieweil alle rechtseitige vieleckigte Felder in Triangel mögen vertheilt werden / so kan man dieselbe auch auß vnterricht der vorgemelten Capiteln/warhafftig messen vnd jhre Areas finden.

Zum andern / ist durch dieselben Propositionen offenbar / daß auß den drey seiten deß Triangels/die drey winckel vnveränderlich seyn/auch durch zwo seiten vnd einen winckel/die andere seiten vnd winckel: deßgleichen durch eine seiten vnd zween winckel die andere seiten bekant gemacht werden mögen. Darauß dann folgt/ daß zwo durch die drey seiten eines Triangels/die grösse der dreyer winckel auch gefunden mögen werden/ welches im 11 vnd 12 Capitel deß obgemelten theils vnserer Practica deß Landmessens außfürlich angewiesen vnd gelehrt ist.

Endlich auch durch die vorgemelte mittel / mag man nicht allein finden den inhalt deß Triangels / sondern auch durch den inhalt vnd etliche Seiten oder Winckel / die andere Seiten vnd Winckel / wie da selbst in dem 13 vnd 14 Capitel erklärt ist. In summa / diese vorgemelte Propositiones ( wie schlecht sie auch scheinen ) seynd doch ein Grundvest der messung aller rechtseitigen vieleckigten Felder / durch die Winckel vnd außwendige Seiten / welches dann sehr notwendig ist im messen der vnbegänglichen Felder / wie auch auß dem 16 Capitel deß andern Theils vnserer Practica deß Landmessens weitleufftiger zu verstehen / zu welchem

welchem die 13 vnd 32 Proposition vnß auch ein sonderliche Grundvest ist; dann durch dieselbige / ist nicht allein bekant / daß die drey Winckel von allen Triangeln eben so groß seynd als zween rechte Winckel/sondern auch daß alle die Winckel von den vieleckigten vnd rechtseitigen Feldern oder Figurn / so viel rechte Winckel zusammen betragen/als die zahl der Seiten/ oder Winckel zweymal genommen/vnd vier davon abgezogen / welches bey dieser Figur klärlich abzunehmen/ in welcher von einem Punct in derselben Linien zu allen Winckeln gezogen seyn / so die Figur in so viel Triangel zertheilt / als dieselbe seiten oder winckel hat/da dann jedes Triangels winckel eben so groß seynd als zween rechte winckel / vnd die winckel aller Triangelen beym punct in der figur / seynd zusammen eben so groß als vier rechte Winckel / wie durch die vorgerührte 13 Proposition verstanden werden mag / welches die vrsach ist/warumb die Zahl vier/ vom Duplat der Zahl der Seiten oder Winckeln muß abgezogen werden.



Hierauß dann auch offenbar / das so von allen vieleckigten figurn oder Feldern alle seiten fort / oder gerad hinauß verlängert werden/ (als hieoben an der vorgehende figur zu sehen ) alsdann alle außwendige winckel zusammen eben so groß seyn als 4 rechte winckel/angesehen daß das duplat der zahl von den winckeln klärlich gesehen wird / an den inwendigen / mit jhren nebenstehenden außwendigen winckeln / darvon jeder inwendige mit seinem außwendigen winckel ( durch die vorgemelte 13 Proposition) zusammen eben so groß ist/als zween rechte winckel.

Auß diesem grund ist die Tafel von der grösse der winckel(so im 13 Capitel deß ersten theils vnserer Practica deß Landmessens gestelt)gemacht/ vñ deren vielfältige nutzbarkeit daselbsten zum theil angewiesen. Hierauß wird auch verstanden / wie groß ein jeder in- vnd außwendige winckel einer jeden gleichseitigẽ/gleichwincklichtẽ vnd viel eckigten figur sey / welches sehr dienstlich ist / alle gleichwincklichte Castel vnd Festungen zu bezeichnen vnd abzustecken.

So ist

So ist die 37 Proposition sehr nothwendig vnd behülfflich im Landscheiden/dardurch dann (so zuvor die Scheidung nach jhrer behörlichen Grösse geschehen) man die Scheidlini nach jemants belieben veränderen vnd verlegen mag. Auch zwischen zweyen paralellen einen Triangel abschneiden / vnd einen anderen wieder, umb anfügen / vnd doch dieselbe Grösse nach der ersten Scheidung zu behalten/zu welchem auch/ auß der 42 / 44 vnd 45 Proposition gemeltes ersten Buchs mehr andere vnterschiedliche nutzbarkeiten mögen verstanden vnd gezogen werden.

Durch die 47 proposition mag nit allein in allen rechtwincklichten Triangeln/ auß den zweyen bekanten Seiten die dritte gefunden werden/ wie im andern Capitel deß andern Theils vnserer Practica deß Landmessens zu sehen ist: Sondern es können auch dardurch alle Quadraten, Triangel/Circkel/in summa alle andere gleichförmige Figurn dupplirt/ drey/ vier vnd mehrfältig vergrössert/vnd die Tiefpuncten auff die Vister/ oder Weinruten gezeichnet vnd getragen werden.

Diese Proposition hat auch in vnterschiedlichen Handwercken sonderlichen nutzen / als die Zimmerleut haben darauß etliche Regeln/wie sie jhre Werck rechtwincklicht machen / wagrecht legen/vnd mehr andere nutzliche Sachen außrichten sollen.

## Von den Propositionen auß dem andern Buch.

AVß dem andern Buch/ werden vnterschiedliche Demonstrationes vnd Grundfesten verstanden / welche nicht allein dienen in der Geometria mancherley Sachen außzurechnen vnd zu demonstrirn, sondern auch in der Arithmetica: dann durch die erste Proposition wird nicht allein verstanden / wie man vnterschiedliche paralellogramma eben so groß als ein anders paralellogram machen soll: sondern auch wie man zwo Zahlen auff vnterschiedliche manieren mit einander multipliciren/ also daß der gantze Grund vnd die subtilitet der Multiplication so wol in gemeynen Zahlen / als in der Practica, Landmesserey vnd andern/ dardurch geoffenbart vnd demonstrirt wird.

Auß

Auß der 4 Proposition wird erwiesen vnd dargethan die extractiones radicis quadratæ, vnd die Vrsach warumb die erstgefundene radix (welche Geometrisch zu reden/ist die länge der supplementen) geduplirt / vnd der Quotient durch theilung derselben gefunden / so den andern theil der Wurtzel anweiset : auch warumb alsdann das quadrat deß quotiens nicht müsse abgezogen werden.

Eben durch diese Proposition wird auch die Addition der Surdischen Zahlen oder Quantiteten,( vnd folgends auß etlichen andern Propositionen die vergleichungen der Regula Cos oder Algebra) vnd mehr andern nothwendigen Sachen demonstrirt vnd erwiesen. Dann alles das jenige so in diesen propositionibus von zertheilten vnd zusammen gesetzten Linien gesagt wird / das ist auch in den zertheilten vnd zusammen gesetzten Zahlen warhafftig. Allein daß man vor ein quadrat von einer Lini/ die Zahl/oder eine Zahl in sich selbst/das ist/mit seines gleichen multiplicirt, vnd vor ein paralellogram von Linien beschlossen das product von zweyen Zahlen/ das ist / zwo Zahlen miteinander vermehrt / verstehe/rc.

Darumb ( die besondere 11 Proposition zu übergehen ) mag durch die 12 vnd 13 verstanden werden/wie man die theile der Basis soll finden / da die perpendicular auß dem obern Winckel auff fält / welches auch in dem 4 Capitel deß andern Theils vnserer Practica deß Landmessens gelehrt ist.

In der 14 vnd 15 Proposition werden etliche mittel angewiesen/wie man eine form einer Geometrischen figur( jedoch der grösse vnabbrüchlich) in eine andere transferirn oder verändern soll.

## Auß dem dritten Buch.

IM dritten Buch / wird die eigenschafft deß Circkels erklärt mit den Linien vnd Winckeln / die inwendig vnd außwendig auff denselben kommen/allermassen / als im ersten Buch von den rechtlinischen Figurn geschehen. Darumb wöllen wir der ersten Propositiones etliche übergehen / obwol in der 16 viel subtile Sachen

chen verborgen seyn / die neben andern breiter solten erklärt wer- den) weil es sich aber allhie zu lang vnd weitleufftig wil anlassen/ wollen wir nur die nachfolgenden etliche für die hand nehmen.

Als erstlich wird auß der 20 vnd 22 Proposition gemeltes dritten Buchs / auff ein andere manir / als in der 23 Proposition deß ersten Buchs gelehrt / verstanden / wie man einen rechtlinischen Winckel einem vorgestelten Winckel gleich / deßgleichen wie man einem Winckel halb oder doppelt so groß / als eine andern/machen solle.

Ferner auch / so seynd die Triangel in der Figur allda / als B I D, B H D, B M D gegen einander proportionirt, als die rechtwincklichten Figurn / beschlossen von B I, I D, von B H, H D, vnd von B M, M D, nemlich die erste gegen der erste/ vnd die folgende gegen der folgenden / welches auch seyn besondere nutzbarkeit hat / vnd solches in ansehen dergleichen Winckeln I, H, M mag bewiesen werden / davon dann eine kurtze anweisung im dritten Exempel deß 9 Capitels im andern Theil vnserer practica deß Landmessens gethan ist. Hierauß dann folget / daß die paralellogram beschlossen von den zweyen Seiten eines jeden Triangels/so den Winckel in der circumferentz begreifft / eben so groß seyen als die paralellogram so von dem Diametro deß Circkels/ mit der perpendicular, von jedem Triangel auß dem vorgemelten Winckel auff die Seiten B D ( denselben Winckeln vnterzogen) inner / oder ausserhalb deß Triangels fallende / mag beschlossen werden. Darauß dann sehr bequämlich der Diameter eines Circkels/so vmb einen Triangel beschrieben / zu finden ist / wie in gleichem auch etliche Linien in dem Circkel / welche dienen zur machung der Tabula Sinuum, &c.

Durch die 22 Proposition können auch vnterschiedliche Sachen im Landmessen / wie auch eine grösse / bequemlich durch die andere gefunden werden.

In der 31 Proposition wird verstanden / wie man auff eine andere manir / als in der 11 Proposition deß ersten Buchs gelehrt: einen rechten Winckel machen sollen / deßgleichen auch einem rechtwincklichten Triangel / deme ein vorgegebene rechte Lini dem rechten

rechten Winckel vnterzogen sey/auch ein andere kürtzer/denselben begreiffe.

Es mögen auch die volgende Propositiones diß Buchs / in mehr andern vnterschiedlichen Sachen sehr nutzlichen gebraucht werden/welche wir dem gutherzigen / kunstliebenden Leser zu fleissiger betrachtung/hiemit überlassen wollen.

## Auß dem vierdten Buch.

DAs vierdte Buch/lehrt vnder andern sachen / auch die gleichseitigen vnd gleichwincklichten Figurn in vnd vmb den Circkel beschrieben / auß welchem grunde auch mag verstanden werden / wie man ( die Circkel so mit einem langen Seyl oder Meßketten gemacht ) zur entwerffung solcher Figurn / auff dem Felde gebrauchen kan. Auch ist die 4 Proposition eine Grundvest/durch welcher hülff demöstrirt wird/der gebrauch der Regel/ da man den inhalt von allen Triangeln lehrt durch die drey Seiten calculirn, wie im fünfften Capitel deß andern Theils vnserer Practica deß Landmessens zu lesen ist / vnd auß der 5 Proposition ist genommen die Regel der Faßbinder / so sie zu den Böden der Faß/dieselbe just zu machen gebrauchen: Letzlichen hat man auch auß diesem vierdten Buch vnd desselben Propositionen vnterschiedliche fundamenta vnd Demonstrationes, der Taffeln Sinuum zu calculirn vnd zu machen / zu welcher Calculation auch vnterschiedliche andere Propositiones deß vorgedachten dritten Buchs/sehr fürderlich vnd dienstlich seyn.

## Von dem fünfften Buch.

WJe hochnothwendig das fünffte Buch zu den Demonstrationen deß sechsten buchs sey / mag allda verstanden werden/ dann es gewißlich die gantze Grundvest gemeltes 6 buchs ist. So seynd auch die nutzbarkeiten/so auß gedachtem fünfften Buch/zur Arithmetica gezogen werden mögen / sehr überflüssig. Aber den jenigen so sich darinnen üben / die sach ein wenig zu eröffnen/

die

die sollen wissen vnd gewiß schliessen/daß alles das jenige/so in gerührtem Buch / von den proportionen der Quantiteten oder Grössen gesagt/auch von den proportionen der Zahlen soll vnd möge verstanden werden. Es sey im zusammen fügen/ abziehen/ vmkehren/verwechselen/oder wie es mag / welche erkantnus in allen Rechnungen ein gut fundament ist / vnd grosse leichtigkeit gebet : also / daß ohne derselben recht gründlichen verstand / keiner kein guter Arithmeticus seyn/oder genent werden mag.

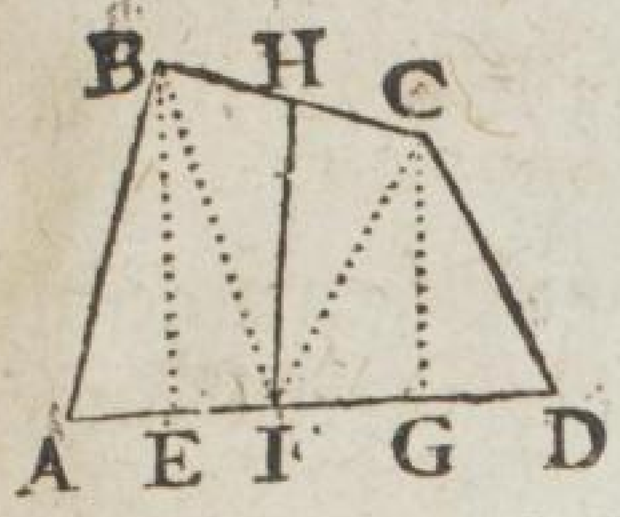
## Vom sechsten Buch.

DAs sechste Buch ist zur kunst deß Landscheidens / oder theilen der Feldgüter sehr nothwendig / dann durch den ersten theil der ersten Proposition, werden alle Triangel oder dreyeckigte Felder / mit Scheidlinien auß eine Winckel zu der übergezogenen Seiten/durch theilung derselben/nacher begehrn gescheiden/ deßgleichen auch alle vieleckigte Felder auß einem / oder vnterscheidlichen Winckeln/ wie solches auß dem ersten / 6 / 7 / vnd 8 Capitel deß dritten Theils vnserer Practica deß Landmessens mag verstanden vnd erlernet werden.

Vnd durch das andere Theil gemelter ersten Proposition werden auch alle rechtwincklichte Felder vnd paralellogramma, durch theilung der ebenweitigen Seiten oder paralellen ; als im 4 Capitel deß vorgemelten dritten Theils erscheinet geschieden oder getheilt.

Durchs Fundament der 19/ 20 vnd 25 Proposition, werden alle Triangel vnd vieleckigte Felder mit paralell Scheidlinien getheilt / als solches im 2 / 5 vnd 9 Capitel mehrgemeltes dritten Theils vnserer Practica deß Landmessens zu sehen ist.

Zu ferner erklärung vnd nachdencken der 14/ 15/ vnd 23 Proposition, wollen wir allhie ein Exempel von den Landscheiden fürstellen. Nemlich; Es sey ein viereckigts stück Feldes / als nebenstehende Figur A B C D, diß will man in zween gleiche grosse theil gescheiden haben/ dergestalt daß die Scheidlini kommen soll




men soll ins mittel der Seiten B C, als von H auff die Seiten A D. Diese Seiten A D theile man nach den perpendicularn B E, C G widersins (reciprocè) in dem punct F, also daß B E sey gegen F D, als C G gegen F A, die rechte Scheidlini H F, theilt alsdann das viereckigt stück Feldes in zween gleiche oder eben grosse theil.

## Demonstration.

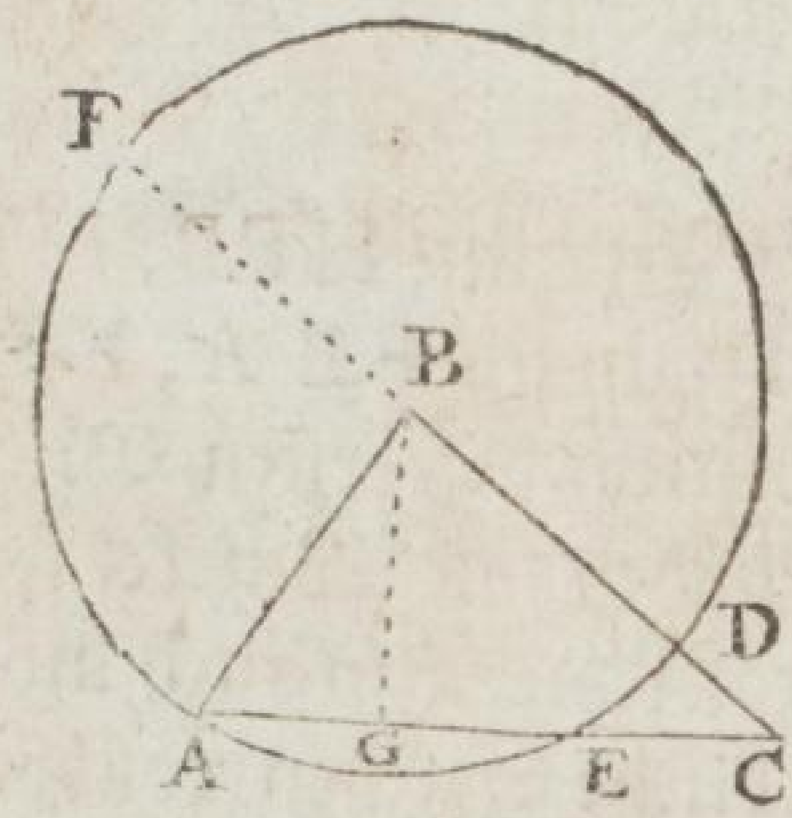
Durch die erste Proposition seynd die Triangel H F B, H F C eben groß/vnd vermöge der 15 auch die Trianguli F B A, F C D in ansehung: daß durch die 37 Proposition deß ersten Buchs/ die Triangel von gleichen Basibus vnd höhe/(die Winckel seynd gleich wie sie wollen) gleich oder eben groß seyn/also auch mögen durch andere Propositiones vnterschiedliche Sachen vollbracht werden.

Die nutzbarkeit dieses sechsten Buchs/in andern sachen auch ein wenig anzudeuten: So ist durch die 2 vnd 4 Proposition der Grund vnd Fundament von allen abmessungen/der längen/breiten/höhen vnd tieffen/zu verstehen/welches alles nach längs erklärt vnd zu sehen ist/im ersten vnd andern Theil vnsers Buchs/ vom Gebrauch der Geometrischen Instrumenten.

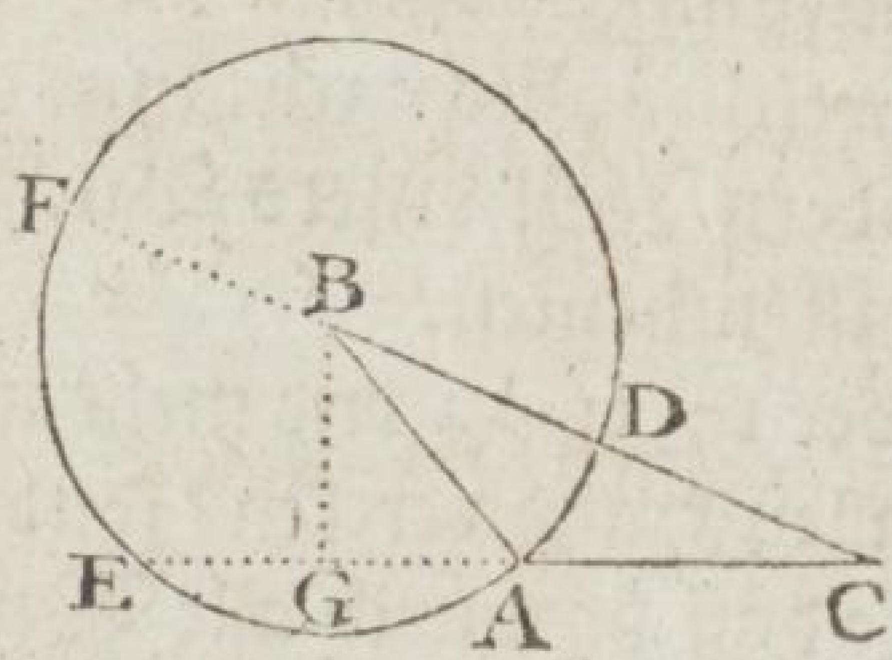
Dieselbe Propositiones mit sampt der 10, 11, 12 vnd mehr andern/haben in mancherley/ja fast in allen Handwercken/sonderlichen vnd nicht geringen nutzen/also daß dardurch alle Werck was es auch möge seyn) eines grösser oder kleiner als das andere/ einander gleich/oder in gleicher form vnd gestalt/mögen gemacht werden.

Endlich die Species in der Geometria, beneben andern vnterschiedlichen künstlichen Stücken/auß diesen Büchern anzuweisen/wöllen wir zwar allhie vmb kurtzheit willen/allein ein sehr nützliche Sache/auß der 38 Proposition erklärn; wie man nemlich in allen Triangeln/die theile Basis; da die perpendicular Lini auß dem Winckel dargegen über auffhelt/finden solle/vnd dardurch einen an-nen andern Grund weiſen / als in der 12 vnd 13 Propoſition deß zweyten Buchs gelehrt iſt.

Nun darzu zu kommen / haben wir allhie zwo Figurn geſtelt/ die eine da die perpendicular Lini in / vnd in der andern auſſer dem Triangel fält.




Die Figurn ſeynd zu der Demonſtration bereit/ in dieſer maſſen / auß dem Winckel B, da die perpendicular Lini herab fält / iſt als auß einem Centro ein Circkel beſchrieben/da der halbe Diameter iſt die kurtzeſte von den auffgehende Seiten / als A B, vnd die längſte auffgehende Seiten/ iſt verlängert biß an die circum ferentz in F, alſo daß durch deß Circkels Definition, A B gleich iſt F B, vnd darumb F C gleich beyden deß Triangels auffgehenden Seiten zuſammen/vnd D B iſt auch gleich A B, darumb iſt B C vmb die länge D C länger als A B, vnd die perpendicular lini/theilt A E (durch die 3 Propoſition deß dritten buchs) in zween gleiche theil in G. So nun A E gefunden/ iſt alsdan die helffte derſelben / als das theil Baſis A G, mit ſampt C G auch bekant. Darumb/ dieweil nach inhalt der vorgenanten 38 Propoſition, in beyden figuren die Baſis A C, proportionirt iſt/ gegen F C, (das iſt gegen beyden auffſtehenden Seiten deß Triangels/als A B vnd B C zuſammen) nemlich wie D C, (der differenz der beyden auffgehenden Seiten) gegen E C, dann E C wird durch ſolche mittel gefunden/ſo ziehet in dem ſcharpffwincklichten Triangulo A C von der Baſi, reſt A E, die helfft davon iſt A G oder G E, die iſt mit E C zuſammen C G, aber in dem weiteckigten oder weitwincklichten Triangulo, ziehet die Baſis A C von E C, reſt A E, die helfft iſt A G, die



A G, die länge von A, da die perpendicular Lini B G hinhelfft in G, vnd A G, A C seynd zusammen C G, &c.

Nun wöllen wir auch kommen zu den Speciebus der Geometriæ, als machen/verändern/zusammenfügen/abziehen/vermanigfaltigen vnd theilen der superficien, darinnen vnser meynung vornemlich ist von den rechtlinischen figurn; aber die ronde durch jhr viereck. (Dieweil solche auff das eusserste noch nicht just gefunden) würde ein merckliche schwerheit geben. Doch so viel die nothwendigkeit angehet/mag solche auß der Beschreibung der rechtlinischen figurn/etlichermassen nothtürfftiglichen verstanden werden.

Jn dieser Handlung ist fürnemlich zu sehen oder zu mercken/auff viererley Formen vnd Arten der Figurn: als Triängel/paralellogramma vngeschickte vielecken/vnd gleichseitige gleichwincklichte Figurn.

## Vom machen der Geometrischen Figurn.

DAß machen vnd bereyten der Geometrischen Figuren/mag fürnemlich auff viererley Art begehrt werden.

Zum ersten/eygentlich nach eyniger vorgegebenen Figur.
Zum andern/nach Linien vnd Winckeln.
Zum dritten/nach gleichförmigkeit.
Vnd zum vierdten/nach einen gegebenen proportion.

Erstlich: So es nun nach einer vorgegebenen Figur geschehen soll/mag ein solches in allen rechtlinischen figurn/wie die auch geformirt seyn/generaliter gethan werden/durch die 22 Proposition deß ersten Buchs. Angesehen daß alle vieleckigte Figurn in Triangeln mögen vertheilt werden/als gesagt ist/die Seiten vnd inwendige Linien/so die Triangel machē/seynd nichts anders als die vorgestelten Linien deß Triangels in der 22 Proposition.

Zum andern: so es aber nach Linien vnd Winckeln muß vollbracht werden/ist solches in der 18 Proposition deß 6 Buchs gelehrt/wie auch zum dritten daß machen nach gleichförmigen Figurn.

Zum letzten / daß machen der Figurn nach einer gegebenen proportion, findet man in der 34 Proposition deß sechsten buchs.

Aber in gemeyn noch was zu schreiben vom machen der gleichseitigen gleichwincklichten Figurn / (welche auch vnter die gleichförmige mögen gezogen werden) so ist nun zu wissen: daß in der ersten Proposition deß ersten Buchs gelehrt worden ist/zu machen ein Triangel / in der 46 Proposition ein quadrat, in der 11 deß vierdten Buchs ein fünffeck / in der 15 gemeltes Buchs ein sechseck/in der 16 ein fünffzeheneck. Vnd so man eine gemeyne Regel begehrt/vmb alle gleichseitige gleichwincklichte figurn / von so viel Seiten vnd Winckeln/als es immer seyn mag/zu machen/so muß man wissen auß dem Fundament der 31 Proposition deß sechsten Buchs; als hievor angewiesen ist / wie groß jeder Winckel seyn solle/wie dann ein solches im Werck genugsam erklärt ist.

Es mögen auch zur machunge aller Figurn / auß viele andern propositionen vnterschiedliche nützliche Regeln verstanden vnd extrahirt werden.

## Von verändrungen der Geometrischen Figurn.

DVrch die veränderung der Figurn / soll verstanden werden/ einen theil darvon außzuschliessen oder abzulegen / vnd einen andern theil wiederumb anzunehmen / oder daß man eine Figur in eine andere Form bringe / vnd dannoch dieselbige größ behält/ welches auch auff viel vnterschiedliche weg vnd maniren mag gelehrt werden.

Als erstlichen / Triängel oder paralellogramma in ein andere gestalt zu verändern/oder eine in die andere.

Zum andern/ einige figur wie die auch geformirt seyn mag / in einen Triangel / paralellogram, Quadrat, oder gleichförmig mit einer vorgegebenen Figur / oder auch in ein gleichseitige gleichwincklichte Figur zu bringen. Diese Sach in gemeyn bestehet fürnehmlich auff vier Grundvesten.

Zum ersten/daß durch die 37 vnd 38 Proposition deß ersten Buchs / alle Triangel die auff einer oder gleichen Basibus, vnd

zwischen

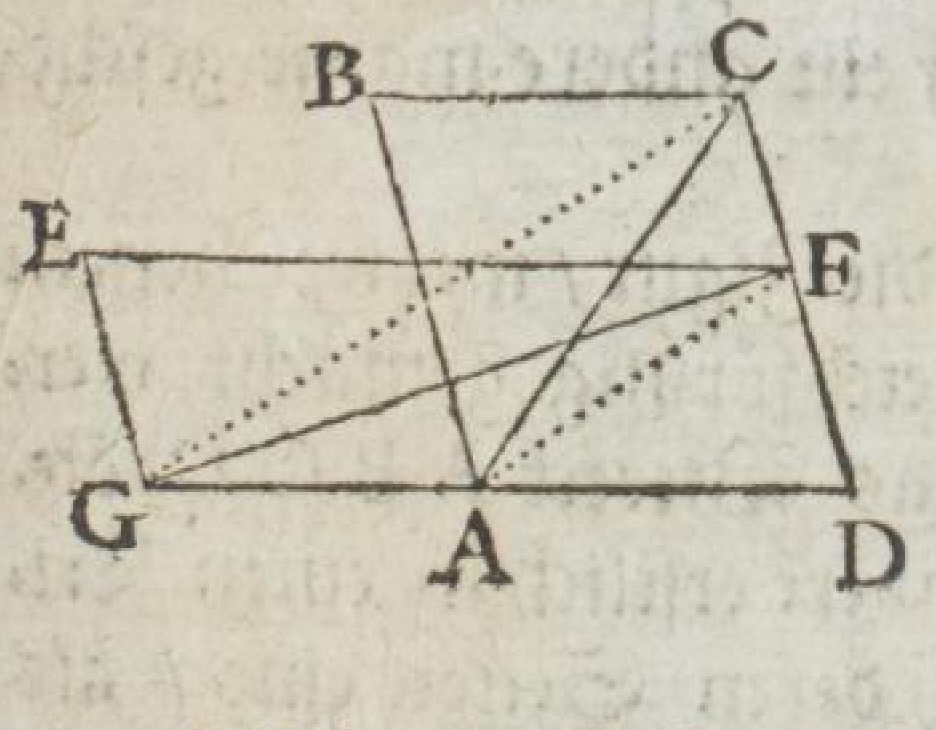
zwischen zweyen paralell Linien ( daß ist vnter gleicher höhe ) stehen/eben groß seyn.

Zum andern: daß durch die 42 Proposition desselben Buchs/ alle Triangel vnd paralellogram gleicher Grösse seyn / so sie zwischen zweyen paralell linien stehen/vnd die Basis der Triangel doppelt so lang ist als die Basis der paralellogrammen.

Zum dritten/daß durch die 17 Proposition deß sechsten buchs/ die mittel proportional Lini / zwischen der Läng vñ Breiten eines rechtwincklichten paralellograms(die durch die 13 gemeltes buchs gefunden wird) ist die Seiten deß Quadrats, so eben so groß als das gedachte rechtwincklichte paralellogram.

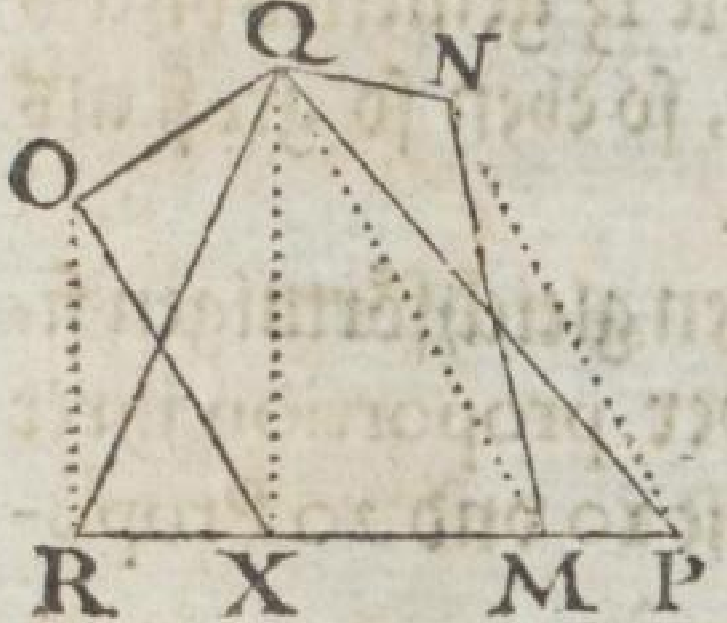
Zum vierdten/daß die proportion von allen gleichförmigen figurn gegen einander ist zweyfältig gegen der proportion jhrer proportionirten Seiten/ als solches durch die 10 vnd 20 Proposition deß sechsten Buchs offenbar.

Durch die erste Grundvest mögen alle Triangel vnd paralellogramma auff derselben Basi vnd zwischen derselben paralell Linien bleibende / in weite/ scharpffe oder rechtwincklichte Triangel vnd paralellogramma nach belieben verändert werden. Auch mögen alle Triangel hierdurch verändert werden / daß sie nach begehrn ein andere Basin ( länger oder kürtzer) bekommen/ auch höher oder niderer werden/ als man durch die andere manir vnd arbeit der 44 Proposition deß ersten buchs verstehen mag/vnd auch an dieser figur / da der Triangel A C D, G F D, eben groß seyn / zu sehen ist. Vrsach / daß durch die paralellen G C, A F, die beyde Triangel A F G, A C F auch gleich oder eben groß seyn. Also mögen auff gleiche weiß die paralellogrãma A B C D, G E F D, ( welche wegen der beyden paralell Linien G C, A F eben groß) auch verändert werden / angesehen/daß durch die 34 Proposition deß ersten buchs/deren jedes zweymal so groß ist als der eben grossen Triangel A C D, G F D einer.



Es mögen auch durch die 35 Proposition deß dritten Buchs/ 14 vnd 15 deß 6 vnd andere Propositiones mehr / alle Trianguli vnd paralellogramma, gleicher gestalt vnd massen verändert werden.

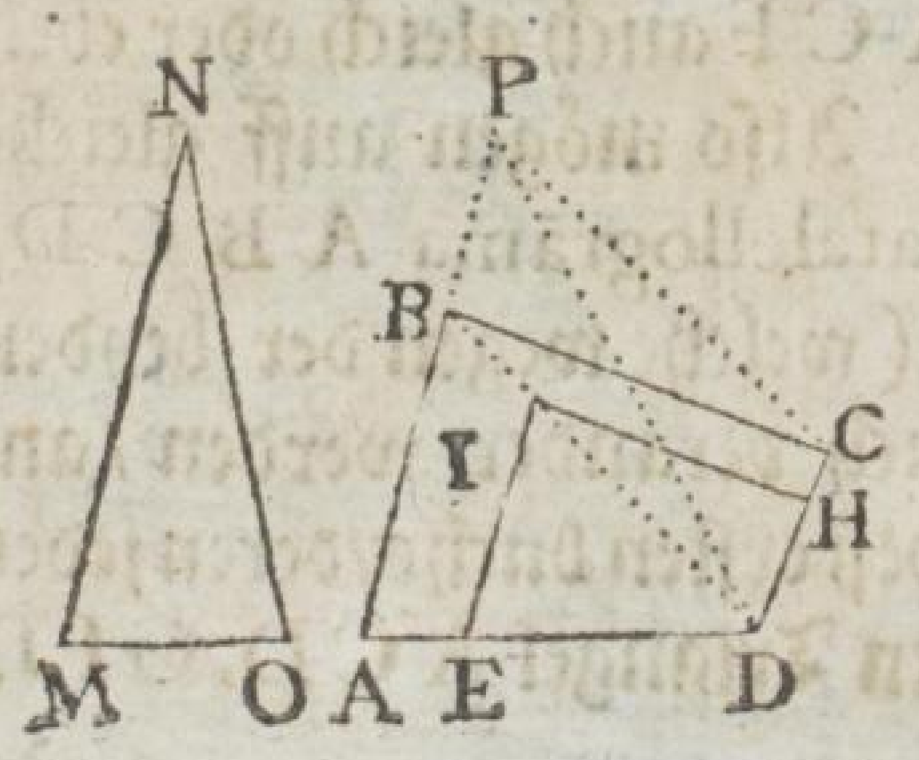
Zum letzten können auch gleicher weiß durch diese erste Grundvest/alle vieleckigt Figurn / in einen Triangulum verändert werden / wie in der 35 Proposition deß ersten Buchs gelehrt/vnd hieneben an gestelter Figur zu sehen ist.




Da der Triangel P Q R eben so groß ist als das Fünffeck M N Q O X, auß denen vrsachen/ die von den gleichen Triangeln / so zwischen den paralellinien P N, M Q, vnd X Q, R O stehen / hie oben bewiesen ist. Durch die andere Grundvest/ mögen alle Triangel in paralellogram, nacher belieben dem vorgegebenen Winckel/ (sie seynd gleich weit / scharpff oder recht) verändert werden / wie solches in der vorgemelten 42 Proposition klärlich gelehrt.

Darnach durch die dritte Grundvest / alle rechtwincklichte paralellogram in ein Quadrat; hiervon besehe der günstige Leser/ die 14 Proposition deß zweyten Buchs.

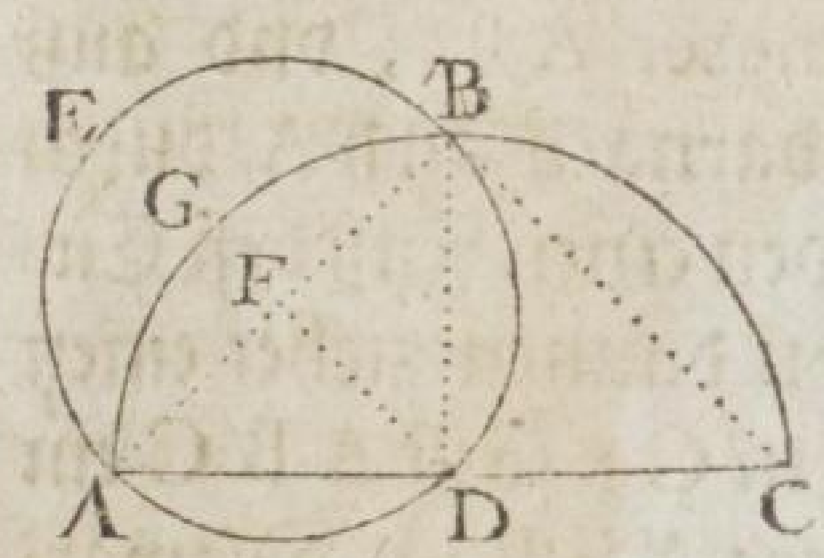
Ferner durch die vierdte Grundvest / werden auch alle rechlinische Figurn / mit einer vorgegebenen rechtlinischē figur gleichförmig verändert / als in der 25 Proposition deß sechsten Buchs gelehrt / vnd bey folgender quæstion auff ein andere manir geschehen solle.




Es sey die Figur / mit welcher ein andere gleichförmig gemacht werden soll/ das Viereck A B C D, dieselbe verändert erstlich in einen Triangel / daß deren Seiten eine / als A D, sey die Basis welcher ist A P D, darnach die Figur welche mit A B C D gleichförmig gemacht werden soll/ auch in einen Triangel M N O, dessen höhe sen höhe gleich sey der höhe deß Triangels A P D. Nun/durch die 13 Proposition deß sechsten Buchs/gesucht das medium proportionale zwischen A D vnd M O, welches ist D E, auff diese (durch die 18 Proposition nechstgemeltes Buchs) eine Figur gleichförmig mit A B C D gemacht / welche ist E I H D, diese ist eben so groß als der Triangel M N O, solches ist offenbar auß der 19 Proposition mehrgerührtes sechsten Buchs.

Auff diese weiß mögen auch alle rechtlinische Figurn/ in andere gleichseitige/gleichwincklichte Figurn verändert werden / dann so gleichwincklichte figur / durch vorgehende vnterweisung gemacht ist/mag man alsdann dieselbe der vorgegebenen gleichförmig nach machen.

## Einen halben Circkel in einen gantzen zu verändern.




DEr vorgegebene halbe Circkel sey A B C, theilt den Diametrum A C in zween gleiche theil im mittel D, von dannen ziehet eine perpendicular Lini übersich zur circumferentz / die kompt in B. Nun ziehet auch A B, vnd auff solche Lini A B als auff einen Diametrum den Circkel A E B D beschrieben/ der ist eben so groß als der halbe Circkel A B C.

### Demonstration.

Last seyn gezogen die Lini B C. Angesehen nun/daß durch die 31 Proposition deß dritten Buchs / der Winckel A B C ist ein rechter Winckel/vnd die Winckel B D A, B D C seyn gleich/ deßgleichen auch beyde recht/ vñ die halben Diametri D A, D B, D C; durch deß Circkels definition einer dem andern gleich/so ist auch/ (durch die 4 vnd 47 Proposition deß ersten Buchs ) A B gleich B C, vnd über solches/seynd durch die 31 Proposition deß sechsten Buchs / die zwo gleichförmige Figurn / auff A B vnd B C gemacht / zusammen eben so groß als die gleichförmige Figur auff A C, aber der Circkel A E B D, vnd der halbe Circkel A B C, seynd zu beyden Seiten/jeder die helffte darvon/ darumb seynd sie eben groß. Vnd ob wol in der 31 Proposition deß sechsten buchs/ die gemelte eigenschafft / allein von allen rechtlinischen figurn gesagt vnd erklärt: so ist dieselbe dannoch von allen gleichförmigen figurn/vnd über solches auch von den Circkeln warhafftig. Angesehen daß alle Circkel auß dem Centro , durch theilung der circumferentz (als man möchte sagen) in gleichförmige Triangel ; einer so viel als der ander/können vertheilt werden. Darvon weiter erklärung gethan ist/in der 33 Proposition deß sechsten Buchs.

## Einen gantzen Circkel in einen halben zu verändern.

DEr gantze Circkel ist in der vorgehende figur gezeichnet mit A E BD , last seyn gezogen der Diameter A B , vnd auß dem Centro F die perpendicular Lini F D, darnach auß A durch den puncten D, die Lini A D C. Nun setzt den einen Fuß deß Circkels in D, den andern erstreckt in A, von dannen ziehet einen Circkelbogen der zerschneidet die Lini A C in C : so ist A B C ein halber Circkel/vnd eben so groß als der gantze A E B D. Die warheit ist durch die vorgehende Demonstration offenbar.

## Anderst:

Ziehet auß B eine Lini perpendicular auff A B , vnd eben so lang als dieselbe A B, welche sey B C , darnach eine andere von A zu C, so ist A C der Diameter , darauff der halbe Circkel soll beschrieben werden/ der dann so groß seyn wird als der vorgegebene gantze Circkel / welches dann durch die 31 Proposition deß sechsten buchs Euclidis mag verstanden vñ abgenommen werden.

Hierauß dann offenbar / daß die Bögen auff den dreyen Seiten deß Triangels A B C beschrieben / jeder ist $\frac{1}{4}$ deß vmbkreiß/ vnd einander gleichförmig/ vnd daß der gleichförmige Bogen so auff der Seiten dem rechten Winckel vnterzogen stehet / eben so

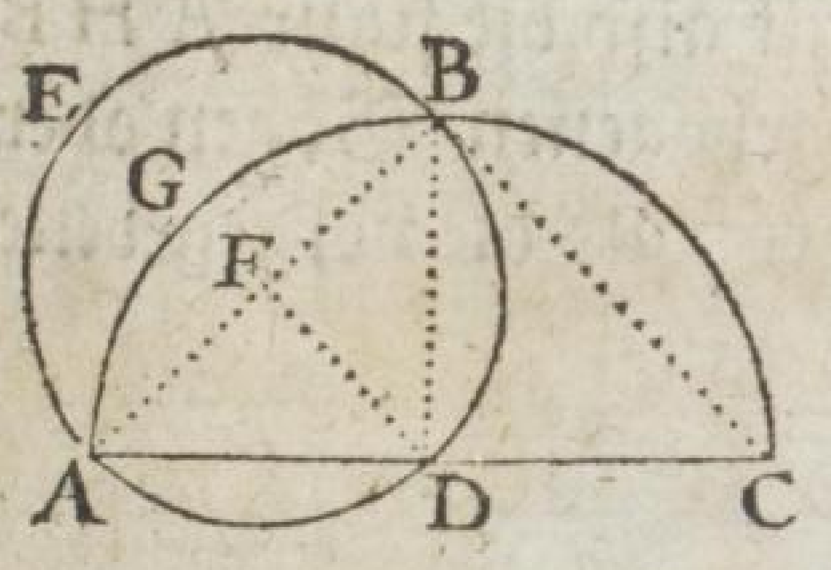
groß

groß ist als die zween auff den andern beyden Seiten zusammen/ dann der Triangel A B D, mit dem Bogen auff der Seiten A B, macht die helfft deß halben Circkels A B C, vnd derselbe Triangel mit den andern zweyen Bögen/macht die helffte deß Circkels A E B D, welches bewiesen ist/daß sie gleich oder eben groß seyn.

Auß welchem allen leichtlich zu verstehen / wie man einen halben Circkel in einen viertels Circkels/vnd hinwiederumb ein viertels Circkels in einen halben Circkel gleicher grösse soll verändern.

## Ein rechtlinische Figur / in ein Form als ein Mon/ mit zweyen Bögen beschlossen / zu verändern.

ERstlich verändert die rechtlinische Figur in einen rechtwincklichten Triangel von zweyen gleichen Seiten / der ist alsdann ein halbes Quadrat, wir wollen in der vorgehenden Figur nemen den Triangel A B D. Nun beschreibt



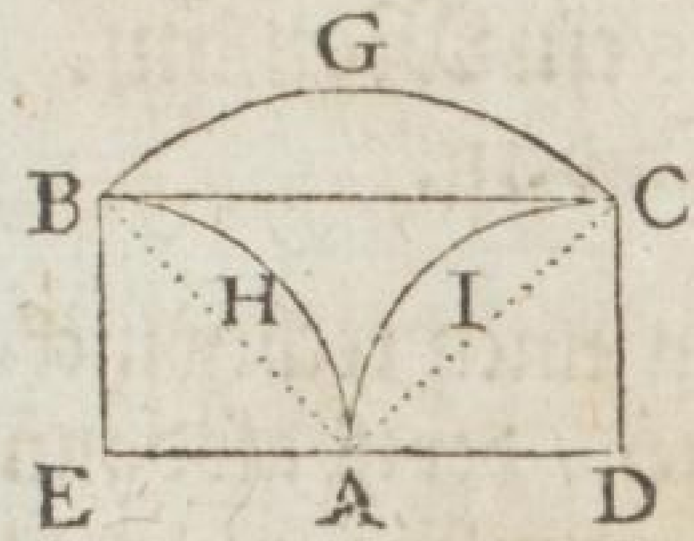

auff A B, als auff einen Diametrum einen Circkel/welcher sey A E B D, vnd auß dem rechten Winckel D, als auß einem Centro ein andern theil eines Circkels / dessen halber Diameter sey A D oder B D, welcher durchschneidet den ersten Circkel in A vnd B, so ist nun der Mon A E B G, eben so groß als die vorgegebene rechtlinische Figur.

## Demonstration.

Die zween halben Circkel A E B vnd A B D seynd gleicher grösse/vnd der Bogen auff der Seiten A B ist eben so groß als die zween Bögen auff A D vnd B D zusammen / darumb jedes von eben grossen halben Circkel weggenommen/so bleibt der Mon A E B G noch eben so groß als der Triangel A B C, vnd der Triangel ist eben so groß als die vorgegebene rechtlinische Figur/darumb ist der Mon auch eben so groß als dieselbe rechtlinische figur.

## Eine vorgegebene rechtlinische Figur in ein andere Form mit dreyen Bögen beschlossen/zu verändern

VErändert erstlich die rechtlinische Figur in einen rechtwincklichten Triangel von zweyen gleichē seiten/der sey in beygestelter Figur der Triangel A B C. Darnach ziehet auff die Seiten B C vnter dem rechten Winckel/ als auß B vnd C, zwo perpendicular Linien/jede halb so lang als die Seiten B C, welche seynd B E vnd C F. Nun auß dem rechten Winckel A ein theil von einem Circkel beschrieben/ dessen halber Diameter sey A B oder A C. Ferner auß E vnd F auch zween theil eines Circkels gemacht/ deren halbe Diametri seyn B E vnd C F, vnd ist also die figur A H B G C I, mit einem auß/ vnd zweyen eingebogenen Bögen oder Circkel Linien beschlossen/ welche eben so groß als die vorgegebene rechtlinische Figur ist.




### Demonstration.

Last gezogen seyn die Lini E F. Nun angesehen die drey rechte Winckel B E A, B A C, C F A, so ist ein jeder der dreyen Bögen ein viertheil eines gantzen Circkels vmbkreyß/ vnd darumb gleichförmig/auch die zween Bögen B H A, A I C, von dem Triangel A B C abgenommen/seynd zusammen eben so groß als der Bogen B G C daran gefüge/ als hievorn bewiesen ist. Darumb ist die Figur A H B G C I, eben so groß als die vorgegebene rechtlinische Figur/ auß vrsachen/ dieweil gemelte rechtlinische Figur auch eben so groß ist als der Triangel A B C.

## Addirn oder zusammenfügen in Geometrischen Figurn.

DIe zusammenfügung in rechtlinischen Figurn / bestehet vornemlich in vier stücken / als erstlichen / in Triangeln vnd parallellogrammen die gleicher höhe seynd.

Zum andern / in vngeschickten vielecken.

Zum dritten / in gleichförmigen Figurn.

Vnd zum letzten / in einer vorgestelten manir.

Das zusammenfügen deren Trianguli so gleiche höhe haben / ist nichts anders als nach deroselben höhe einen Triangulum machen der einen Basin habe / so lang / als aller vorgestelten Triangulen / derselbe wird dann eben so groß seyn als alle die Trianguli zusammen. Auß vrsachen / daß alle Trianguli so eine gleiche Basin, vnd gleiche höhe haben / auch gleicher Grösse seynd: Vnd daß durch zusammenfügung aller Basium, auch alle in einen Triangulum beschlossen werden.

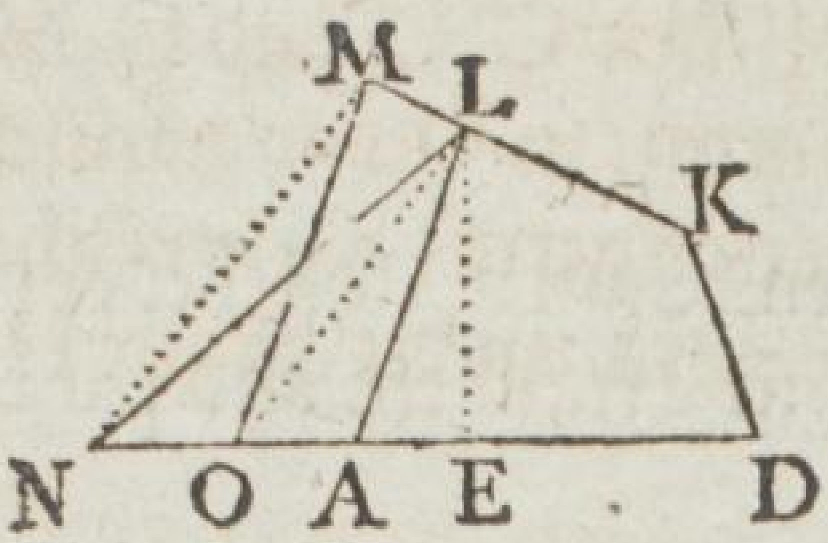
Deßgleichen werden auch alle paralellogramma durch zusammen fügung derselben Basium (vnter derselben höhe) in eines zusammen gebracht.

Belangend aber die geschickte vnd vngeschickte vielecken / die müssen zuvorn / durch vorgehende vnterweisung in Triangel oder paralellogrammē von gleicher höhe verändert / darnach alsdann / wie oben erwehnt / zusammen gefügt werden.

Aber die gleichförmige Figurn zusammen zu thun / geschicht durch die 31 Proposition deß sechsten Buchs / darvon allhie kein weitere vnterweisung vonnöthen ist.

Letzlichen: Figurn nach einer vorgestelten manier zusammen zu thun / darvon wöllen wir zwey Exempla hier ordnen vnd vorstellen.

Wir wollen nehmen daß man an die Figur A L K D begehre zu fügen einige andere vorgegebene Figur / dergestalt / daß in solcher

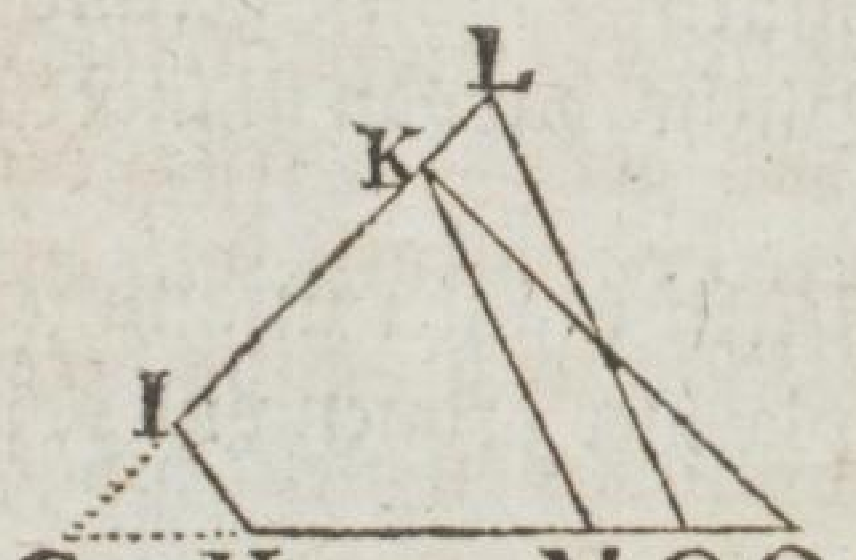



cher anfügung beyde Linien K L vnd D A gerad hinauß verlängert werden. Aber solche angefügte solle auff der verlängten D A, nicht breyter seyn als die Lini O A, das geschicht also: verändert erstlich solche vorgegebene Figur/durch vorgehende vnterweisung / in einen Triangulum vnter der höhe E L, vnd in einer rechten Lini mit D A, welches sey der Triangel N L A. Von O ziehet eine Lini zu L, vnd von N ein andere paralell dargegen/welche die verlängte K L erreicht in M, von dannen eine lini gemacht zu O: So wird die Figur O M K D eben so groß seyn als A L K D, mit sampt der vorgegebenen Figur sämptlich.

## Demonstration.

Die vorgegebene Figur/ist eben so groß als der Triangel A N L, nemlich als A O L, O L N zusammen/vnd O L N, O L M, seynd durch die 37 Proposition deß ersten Buchs / auch gleicher größ. Folgt daß O M L A eben so groß sey als die vorgegebene Figur.

## Das ander Exemplum.




MAn begehrt an die figur H I K M, eine andere vorgegebene rechtlinische figur/paralell mit der seiten M K, vnd die seiten I K, H M nacher L vnd O gerad hinauß verlängert / zu fügen. Solches nun zu thun: so verlängert I K, H M, biß daß sie zusammen kommen/welches geschicht in G. Darnach bringt die vorgegebene rechtlinische Figur in einen Triangel vnter gleicher höhe mit dem Triangulo G M K, welcher sey M K Q, vnd fügt jhre Basin in einer rechten Lini aneinander/so wird darauß

auß G Q. Nun durch die 13 Proposition deß sechsten Buchs / gefunden ein medium proportional Lini zwischen G Q vnd G M, die gezeichnet von Q nacher G, welche kommet zu O, von dannen gezogen eine Lini paralell mit M, so die verlängerte I K, erreichet in I; so ist die vorgegebene Figur nach begehrn an die Figur H I K M gefügt.

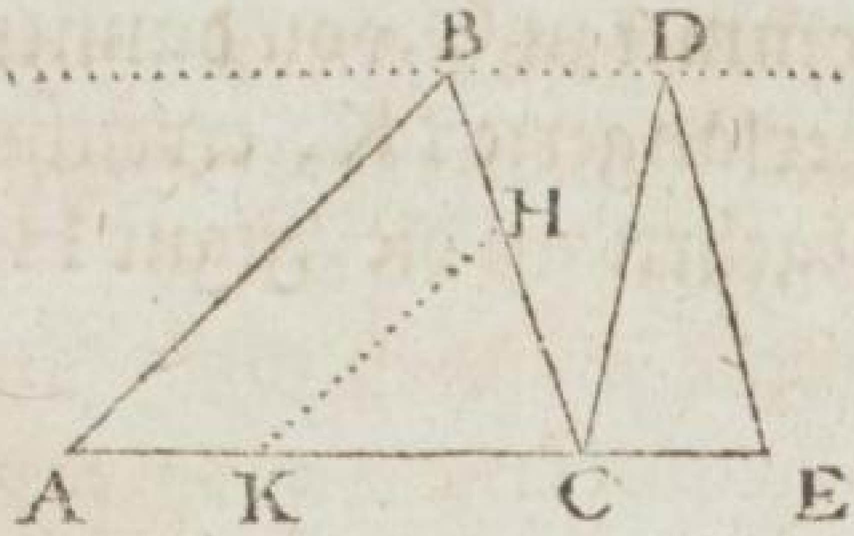
## Demonstration.

Angesehen die drey proportional Linien G Q, G O, G M, so ist / durch die 19 Proposition deß sechsten Buchs / offenbar / daß der Triangel G L O proportionirt ist gegen dem Triangel G K M, wie die Lini G Q gegen G M, vnd durch die erste Proposition gemeltes sechsten Buchs / ist der Triangel G K Q auch proportionirt gegen dem Triangel G K M, als G Q gegen G M. Folgt durch die 9 Proposition deß fünfften Buchs / daß der Triangel G L O eben so groß sey als G K Q. Darumb ist M K L O, auch eben so groß / als der Triangel M K Q, oder die vorgegebene rechtlinische Figur.

## Subtrahirn / oder abziehen in Geometrischen Figurn.

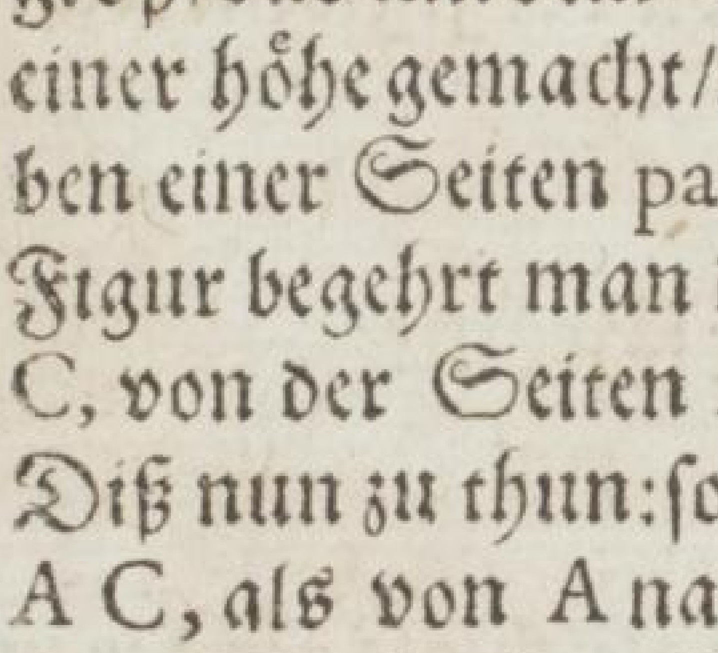
DAs abziehen / bestehet ebenermassen auch gleich als bey der zusammen fügunge erklärt ist / in vier stücken / wie dann solche auß der Addition offentlich vnnd zur genüge verstanden werden mag. Also daß eins dem andern recht contrarie vnd entgegen ist / dann gleich wie daselbst durch zusammenfügung deren Basibus der Triangel / vnd paralellogrammen von gleicher höhe die Addition vnd das werck wird vollbracht. Also vnd gleicherweiß allhie durchs abziehen derselben / geschicht die Subtraction, allein daß ( auß gemeynen verstand ) observirt vnd betracht werden muß / daß die Figur davon man ein andere ziehen soll / grösser sey / als die so man abnemen will / wollen darumb hievon nur ein

Exempel vorstellen / als von den hienebenstehenden Triangel




A B C, begehrt man eine andere rechtlinische Figur (so zuvor durch vorgegende vnterweisung / in einen Triangel vnter gleiche höhe mit A B C, verändert / welchen ist C D E) von dem Winckel C, durch eine scheidlini paralell mit der Seiten A B, abzuziehen. Ein solches nun zu thun: so suchet durch die 13 Proposition deß sechsten Buchs / ein mittel proportional Lini zwischen den zweyen Basibus A C, C E, diese zeichnet von C nacher A, kompt zu K, von dannen eine Lini paralell mit der Seiten A B, zu der Seiten B C in H gezogen / so ist das Werck verrichtet vnd vollbracht / also daß der abgeschnittene Triangel C H K eben so groß ist als C D E, die warheit hievon ist im letzten Exempel der Zusammenfügung gnugsam bewiesen.

Aber so man den Triangel mit der vorgegebenen figur eben groß / vnd mit dem Triangel von deme man abziehen will / vnter einer höhe gemacht / nicht begehrte von dem Winckel / sondern neben einer Seiten paralell mit derselben abzuziehen: Als in dieser Figur begehrt man den Triangel E F C von dem Triangulo A B C, von der Seiten A B, vnd paralell mit derselben abzuziehen. Diß nun zu thun: so zeichnet die länge der Basis E C in die Basin A C, als von A nach C, welche kommet zu D, vnd gezogen die Lini D B, so ist der Triangel D B A eben so groß als der Triangel E F C, darumb der restirende Triangel C B D, welches grösse an dem Winckel C soll bleiben / von demselben Winckel C abgeleget mit der Lini G H, als vorn gelehrt / so ist der Triangel E F C von der Seiten A B, vnd paralell mit derselben Seiten / abgezogen.




Ader die Abziehung / als oben zu thun: daß die Scheidlini perpendiculariter auff die Basin komme / als in diesem beygestelten Triangel G H K, paralell mit der perpendicular Lini I H. Da ist zwischen dieser

vnd

vnd obiger Arbeit kein vnterscheid: dann in dem deß Triangels (so man begehrt abzuziehen) Basis kürtzer ist als der theil Basis von dem Winckel dahinein man abziehen will / zu dem punct der perpendicular Lini / so ist in solchem eine gleiche manir zu arbeyten / wie in der ersten Figur angewiesen ist.

Aber so die Basis deß Triangels (den man abziehen will) länger ist / also daß man über die perpendicular Lini hinein gegen dem andern Winckel mit der Scheidlini kommen muß: so ist die manir zu arbeiten eben / als in der andern figur erklärt ist / welches ein jeder bey sich selbst bedencken mag.

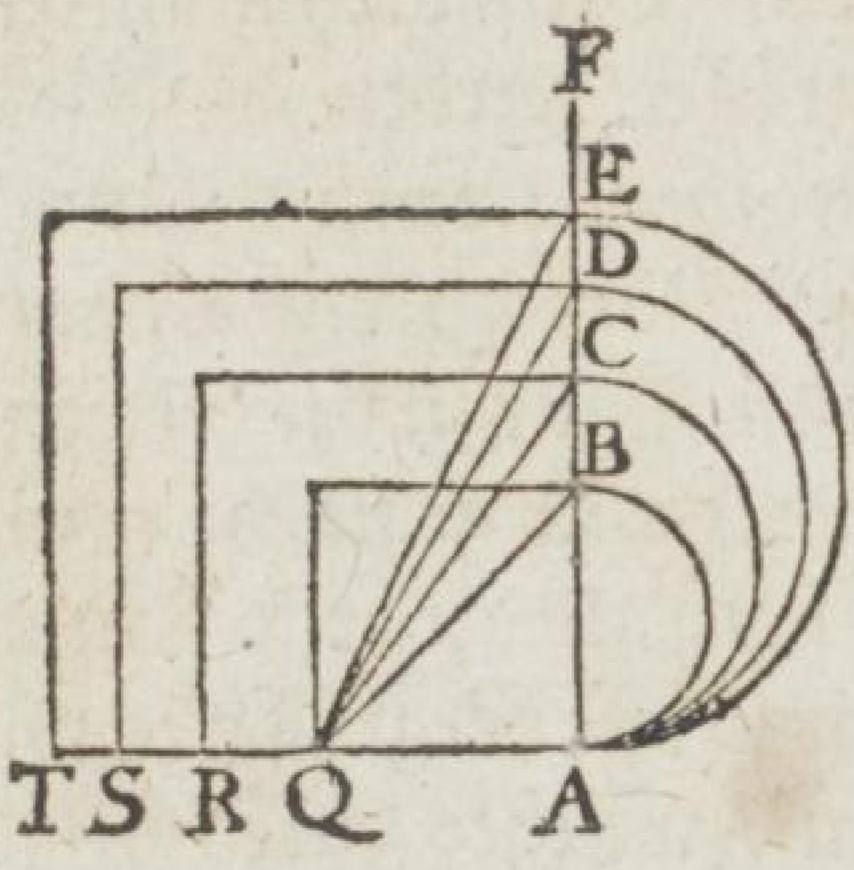
## Multiplicirn / oder vielfältigen in Geometrischen Figurn.

Alle rechtlinische Figurn mögen generaliter auff drey maniren vermanigfaltiget / oder etlichmal vergrössert werden.

Als erstlichen soll man die (durch vorgehende vnterweisung) verändern in einen Triangulum oder paralellogram, vnd alsdañ die Basis so vielmal verlängern / als man die Figur zu vergrössern begehrt / vnd dann auff solche verlängte Basin gemacht einen Triangulum oder paralellogram, eben so hoch als der erste Triangel od' paralellogram, so wird solche figur so offt vergrössert seyn / als vielmal man die Basin verlängert hat / welches durch die 38 Proposition deß ersten / vnd erste Proposition deß sechsten Buchs offenbar. Hierdurch wird auch verstanden daß die Triangel vnd paralellogrammen auff jhren Basibus bleibende / auch durch vermanichfaltigung der höhe / also mögen vermehret werden / wie an beygestelten Figurn zu sehen vnd abzunehmen: Da die perpendicular oder auffsteigende Seiten dreymal verlängert / vnd dardurch auch solche Figurn dreyfach vergrössert seynd. Herwiederumb mag man auß solchem Triangulo oder paralellogrammo wieder eine Figur der ersten / oder einer andern gleichförmig machen.

Die andere manir ist/man mache einen winckelrechten Triangulum, dessen zwo Seiten die den rechten Winckel begreiffen / sey jede so lang als eine von den Seiten der Figur/ so man zu vermanigfaltigen begehrt/vnd auff die Hypotenusa, das ist die Seiten vnter dem rechten Winckel/eine Figur/der vorgegebenen Figur gleichförmig gestelt/die wird (durch die 31 Proposition deß sechsten Buchs / zweymal so groß seyn. Hierauß ist leichtlichen zu verstehen/wie eine figur, so offt als man begehrt / vermehrt oder vergrössert werden möge.

Dieses nun in Figurn etwas klärer darzuthun/ so ziehet nach gefallen eine rechte Lini / als A T, vnd auß A eine andere rechtwincklicht auff A T, die sey A F, darnach zeichnet auß A nacher F vnd T, die länge der Seiten eines Quadrats oder andere Figur/die man gleichförmig begehrt zu vermanigfaltigen / welches zum Exempel in dieser beygestelten Figur/auff der Lini A T in Q, vnd auff A F in B. Nun gezogen die Lini Q B, deren länge zeichnet von A nacher F, kompt in C. So ist nun A C die Seiten eines Quadrats oder anderer gleichförmigen Figur/zweymal so groß als die länge A B. Weiter die länge Q C gezeichnet von A nacher F, die reichet in D, vnd ist A D die länge der Seiten einer Figur / dreymal so groß als eine von der Seiten A B, vnd also vortan: Dann die länge Q D ist eine Seiten einer Figur viermal so groß als die von der Seiten A B, welche länge Q D, kompt von A nacher F in E, also daß A E eben zweymal so lang befunden wird als A B, vnd werden also auff der einen Seiten (der obstehenden Figur) die Quadraten, vnd an der andern die Circkel vermanigfaltigt geschehen / vnd in solcher proportion werden auch die Seiten von allen gleichseitigen Figurn verlängert / vnd hernach vermanigfaltigt geschehen / werden auch die Seiten von allen gleichseitigen Figurn verlängert; vnd hernach

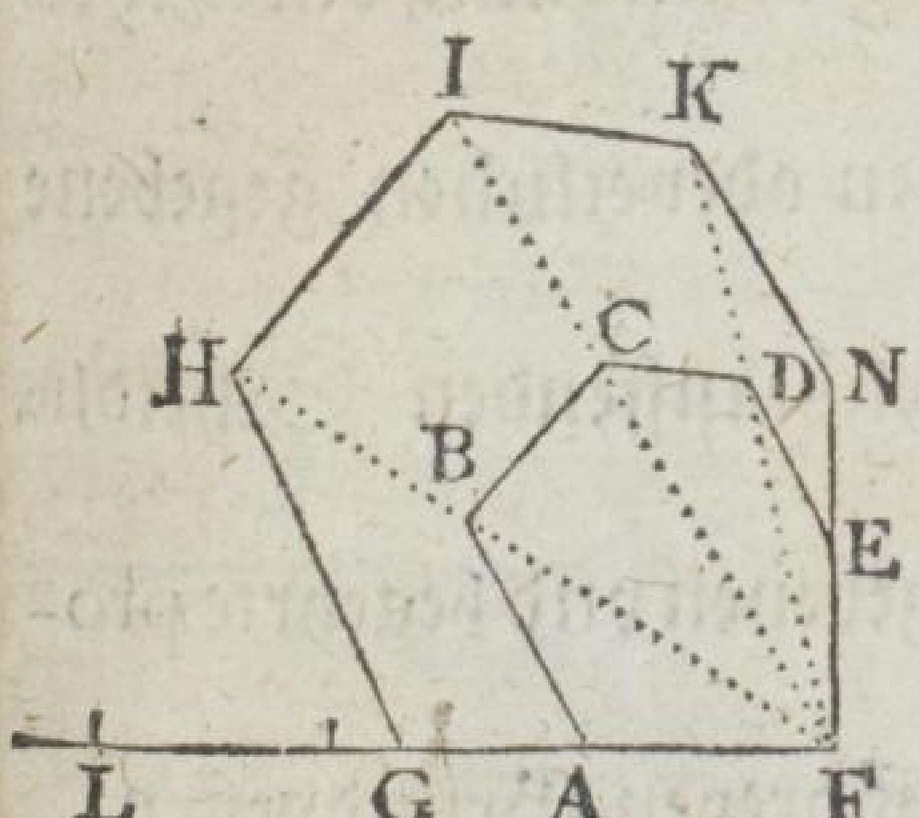



verma-

vermanigfaltigt / auch die Tiefpuncten auff die Visirruten (als hieoben vermeldet) gezeichnet / welches alles seyn Grund vnd Fundament hat; auß der 47 Proposition deß ersten vnd 31 Proposition deß sechsten Buchs.

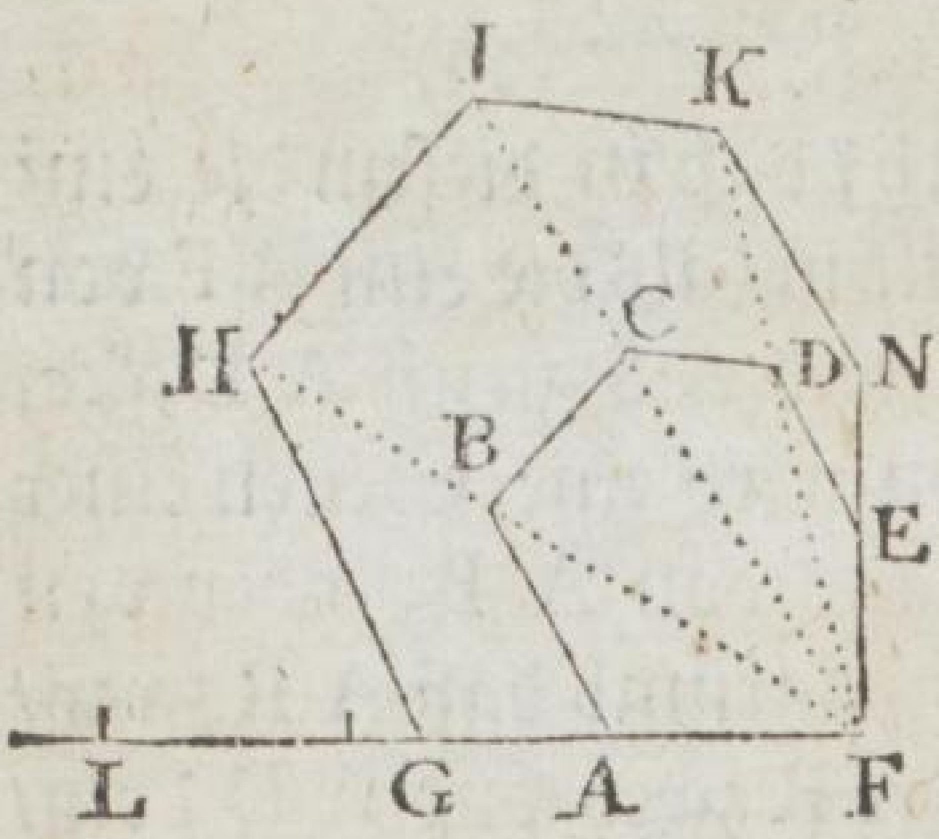
Hierauß dann auch vernommen wird / daß in diesem die Lini A T, von A nacher T, dergestalt vertheilt ist / als die Lini A F von A nacher F, also daß A R gleich ist A C, vnd A S gleich A D, &c. Da dann die Länge von R C, auch seyn wird eine Seiten einer Figur viermael so groß als eine Figur von A B, oder von A Q, vnd von R D, fünffmal so groß / darumb daß A R zwey / vnd A C zwey / zusammen vier: Jtem A R zwey vnd A D drey / zusammen fünff thun: welches sich auch also vortan von allen andern verstehet.

Die dritte manir ist / man mache eine Lini so vielmal so lang als eine Seiten der vorgegebenen Figur lang ist / vnd als man die selbige vermanigfaltigen will / darnach suche man / durch die 13 Proposition deß sechsten Buchs ein mittel proportional Lini / vnd mache auff solche (durch die 18 Proposition nechstgemeltes sechsten Buchs) eine Figur der vorgegebenen gleichförmig / die ist so vielmal vergrössert als die Seiten verlängert werden / welches bey folgenden Exemplo besser verstanden wird.




Diese sechseck A B C D E F, begehrt man dreymal zu vergrössern. Dasselbe nun zu thun: So machet eine Lini dreymal so lang als die seiten A F, welche ist F L. Zwischen dieser vnd F A, suchet ein medium proportionale, welches ist F G, darauff beschreibt eine Figur gleichförmig mit A B C D E F, die ist G H I K N F, solche wird dann dreymal so groß seyn als daß vorgegebene sechseck A B C D E F.

## Demonstration.




Angesehen die drey proportional Linien F L, F G, F A, so ist (durch die 19 vnd 20 Proposition deß sechsten Buchs die proportion von der Figur G H I K N F, gegen der Figur A B C D E F, eben so groß als die proportion von der Lini F I gegen F A. Nun ist F L dreymal so lang als F A, darumb ist die Figur G H I K N F auch dreymal so groß als die Figur A B C D E F.

## Dividirn oder theilen in Geometrischen Figurn.

DIe theilung in Geometrischen Figurn / mag fürnemlich auff viererley arth vnd maniren begert werden: nemlich vnd zum ersten / alle Triangel vnd paralellogramma durch die theilung der Basis, als die Triangel / auß dem Oberwinckel mit Scheidlinien auff die Basin gezogen / vnd die paralellogramma auch durch theilung der Seiten über der Basi.

Zum andern: alle Figurn auß einen oder etlichen gegebene puncten.

Zum dritten / mit paralellen oder gleichlauffenden Scheidlinien.

Vnd zum vierdten / nach einer vorgegebenen vnd begehrte proportion.

Diese Sache bestehet fürnemlich auff dreyen Grundvesten. Zum ersten / daß durch die erste Proposition deß sechsten Buchs alle Triangel vnd paralellogramma nach der proportion jhrer Basis getheilt / vnd dardurch auch die proportion zweyer Figurn (so dieselben zuvor / jede in einen Triangel vnd gleicher Höhe gebracht)

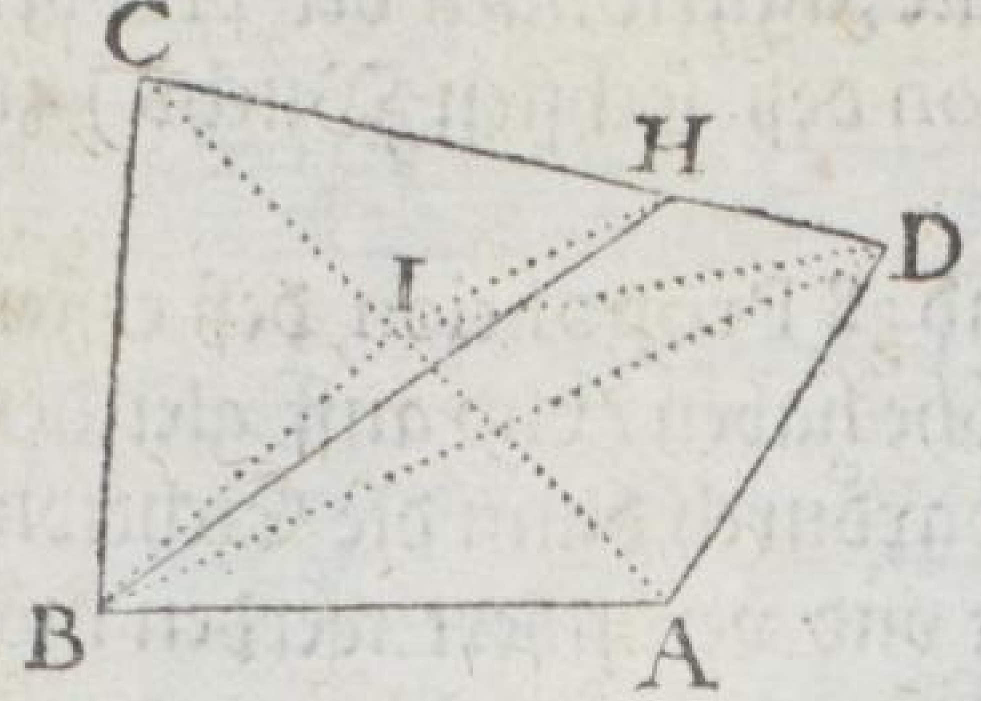
bracht) bekant wird. Hernach also/alle Figurn nach der proportz von derselben (durch die 10 Proposition deß sechsten Buchs) zu theilen.

Zum andern/daß durch die 37 vnd 38 Proposition deß ersten Buchs/ alle Trianguli so gleiche höhe haben/ vnd auff gleichen Basibus stehen / eben groß seynd / dardurch dann die Scheidlinien zu dem begehrten Punct geleytet vnd verändert werden mögen.

Zum dritten: Ist durch die 19 vnd 20 Proposition des sechsten Buchs offenbar/so drey Linien proportionirt seyn/ daß alsdann die gleichförmige Figurn / auff die erste vnd andere Linien gemacht oder beschrieben / auch gegen einander proportionirt seyn/ wie die erste Lini gegen der dritten/dardurch dann ein Triangel so mit einem andern vnter gleiche höhe steht / derselben vnd allen rechtseitigen figurn gleichförmig gemacht werden kan/als folgend zu verstehen ist.

Diese handlung nun was bereiter zu erklären / so ist erstlichen zu wissen/daß als die Basis einiges Triangels in gleiche oder vngleiche theil (wie viel auch deren seyn mögen) getheilt / vnd die theil oder Schneidlinien von solchen theilpuncten zu dem übereck gezogen werden/die theilen auch den Triangel in eben solcher gleiche oder vngleiche theil / als die Basis gemeltes Triangels getheilt worden ist: gleiches verstehet sich auch von den paralellogrammen, so die Seiten gegen einander über getheilt/ vnd solche theil puncten mit Scheidlinien zusammen gezogen. In eben solche theil werden auch die paralellogramma getheilt. Diß hat auch statt in viereckigten Figurn / wann allein die zwo Seiten auff welche die Scheidlinien kommen/paralell seynd/ wie solches alles auß der ersten Proposition deß sechsten Buchs offenbar/ vnd allhie weitere erklärung vnvonnöthen hat.

Zum andern / so einige vorgegebene Figur auß gegebene puncten muß getheilt werden / als zum Exempel: Dieses Viereck A B C D, soll auß dem Winckel B in zween gleiche / oder eben grosse Theil getheilt werden. So ziehet Linien von einem Winckel zu

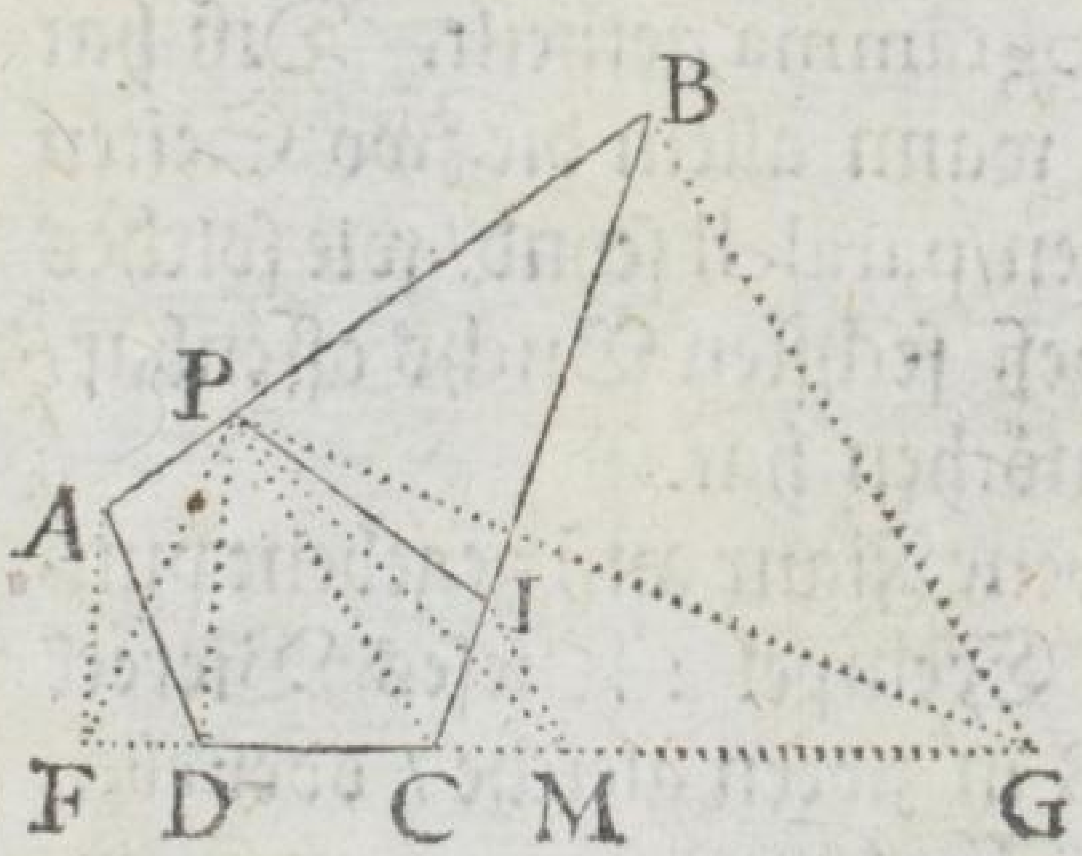



ckel zu dem andern / als B D vnd A C, vnd theilt A C in zween gleiche theil im mittel I, von dannen ziehet eine Lini paralell mit B D, die erreichet die Seiten D C in H, von da auß eine Lini gezogen zu B, dieselbe theilt solches Viereck in zween gleiche oder eben grosse theil.

## Demonstration.

Last gezogen seyn die Linien I B, I D, so seynd / durch die 38 Proposition deß ersten Buchs / die Triangel I B C, I B A, gleicher grösse / wie auch die Triangel I D C, I D A, deßgleichen die zwo Figurn I B C D, I B A D, seynd auch eben groß. Dieweil nun die Triangel B I D, B H D, auff einer Basi vnd zwischen zweyen paralellen stehen / so seynd sie durch die 37 Proposition deß nechstgedachten ersten Buchs / auch gleicher grösse / vnd darumb einer vor den andern genommen / so werden die zwo Figuren B H C, B H D A wie begehrt / gleicher Grösse seyn.

## Ein ander Quæstio.




Dieses Viereck A B C D, begehrt man auß dem punceten P, zu theilen in zween gleiche theil. Verändert dasselbe erstlich in einen Triangel / dessen einer Winckel sey in P, vnd die Basis werde recht hinauß verlängert / als an der Figur zu sehen / so ist der Triangel F P G eben

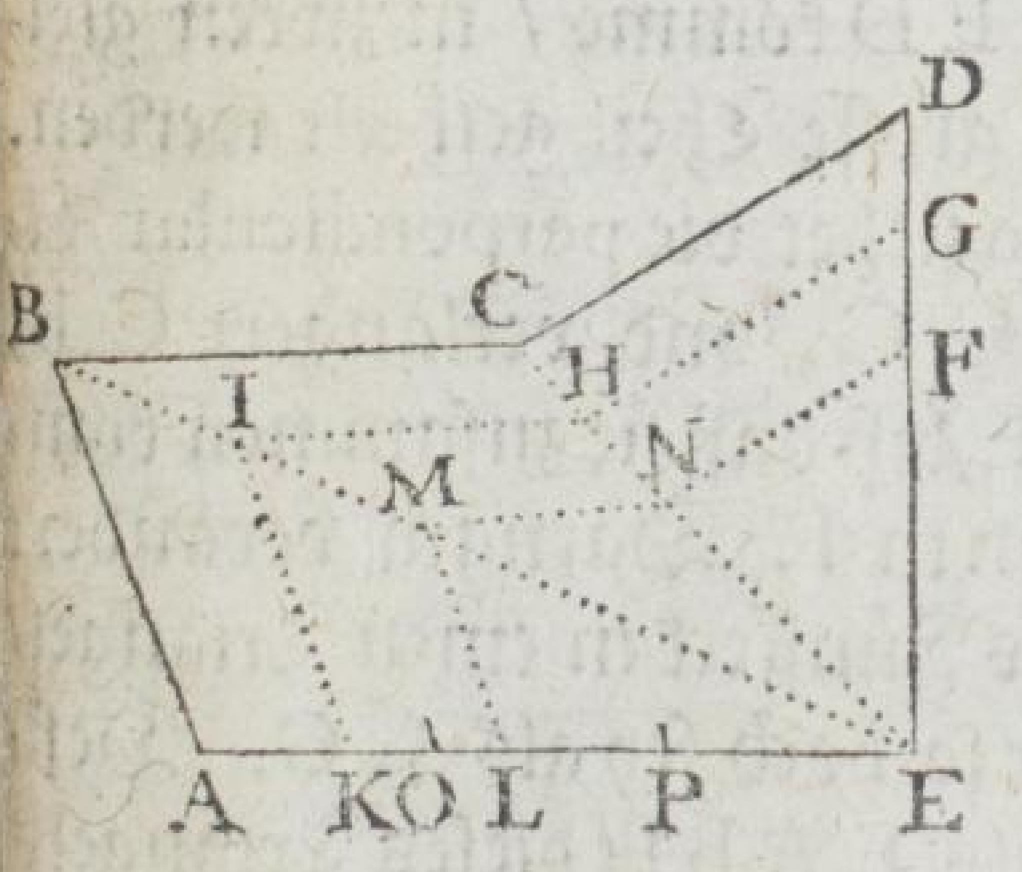
eben so groß als die Figur A B C D. Darnach theilt F G in zween gleiche Theil im mittel M, daß fält ausser D C, darumb ziehet von M eine Lini paralell mit C P zu der Seiten C B, die erreichet dieselbe in I, von dannen eine Lini gezogen zu P, die theilt das Viereck A B C D, nach begehrn in zween gleiche grosse Theil/welche theil seynd P I C D A vnd P I B.

## Demonstration.

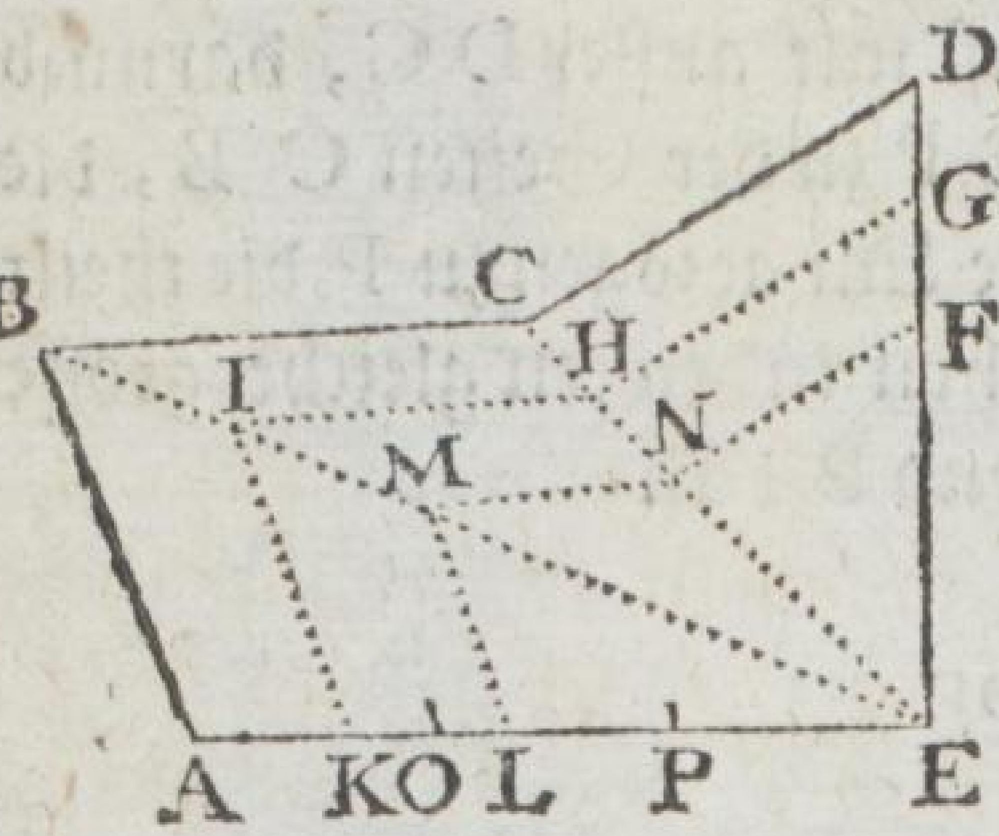
Angesehen die paralell Linien in der Figur/ durch dieselbe kan man verstehen/daß die Figur D A P M, halb so groß sey als das Viereck A B C D, vnd der Triangel P I C in dem Viereck/ ist auch (vmb der paralellen C P, M I, willen) eben so groß als der Triangel P M C, der mit dem einen Winckel herausser kompt. Diese theilung erscheint dann warhafftig.

Hierauß ist nun leicht zu verstehen vnd zu mercken / wie man alle rechtlinische Figurn/auß gegebene puncten theilen mag / dieweil diese Arbeit gantz in der vorgeschriebenen andern Grundfest bestehet.

Nun auch eine Figur zu theilen / daß die theil oder Scheidlinien mit etlichen Seiten paralell lauffen / oder rechtwincklicht auff einer Seiten stehen/das soll in folgenden zweyen Exempeln angewiesen werden.




Als dieses hieneben gestelte Fünffeck A B C D E begehrt man in drey gleiche oder eben grosse Theil zu theilen / dergestalt / daß die Scheidlinien von den Seiten A E, D E auß / paralell mit den andern Seiten kommen. Solches nun zu thun/ so ziehet von E Linien zu den überwinckeln B vnd C, vnd theilt E A in drey gleiche

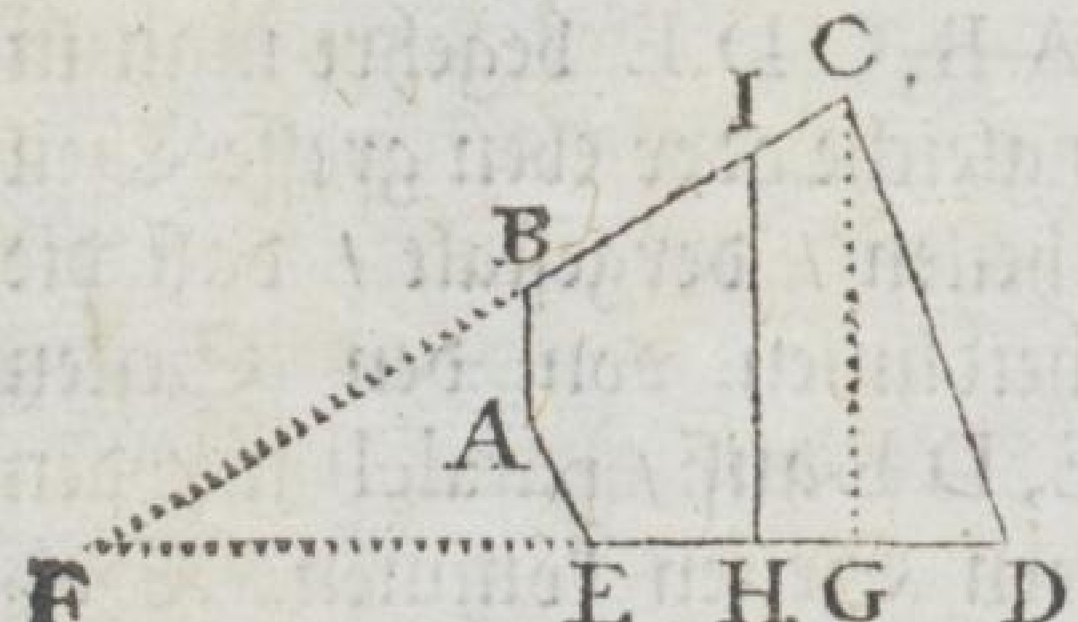



theil in den Puncten P vnd O: Darnach sucht / durch die 13 Proposition deß sechsten Buchs / zwo mittel proportional Linien / als die eine zwischen E A vnd E P, die ander zwischen E A vnd E O, vnd zeichnet die in die Lini A E, von E nacher A, welche seynd E L vnd E K, von diesem puncten I vnd K, Linien paralell gezogen mit A B, welche erreichen die Lini E B in M vnd I, von da auß wider paralell Linien mit B C gemacht / welche reichen die Lini E C in N vnd H, von diesen puncten ferner paralellen mit C D gezogen zur Seiten E D, die berůhren dieselbe in G vnd F.

Diese Linien theilen das vorgestelte Fůnffeck A B C D E, in drey gleiche oder eben grosse Theil / wie solches auß der Demonstration deß letzten Exempels der zusammenfůgung verstanden werden mag.

Diese Theilung kan auch auß vnterricht der 25 Proposition deß sechsten Buchs / gethan vnd verrichtet werden.

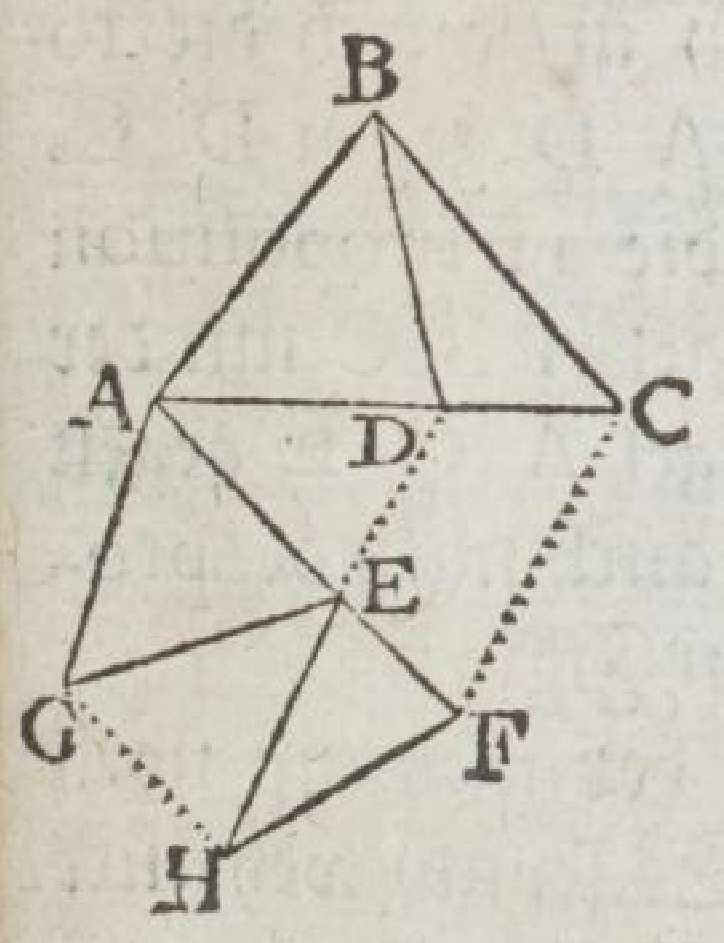
Diese Fůnffeck A B C D E, soll mit einer Scheidlini welche rechtwincklicht auff die Seiten E D kômme / in zween gleiche grosse Theil getheilt werden. So ziehet die perpendicular Lini C G, vnd verlångert C B, D E, biß daß sie zusammen kommen in F. Darnach veråndert das Fůnffeck in einen Triangel / der so hoch sey als C G. Deßgleichen auch die Figur daraussen / als E A B F, dieses Triangels Basi, fůgt an die halbe Basin deß vorgedachten Triangels / vnd



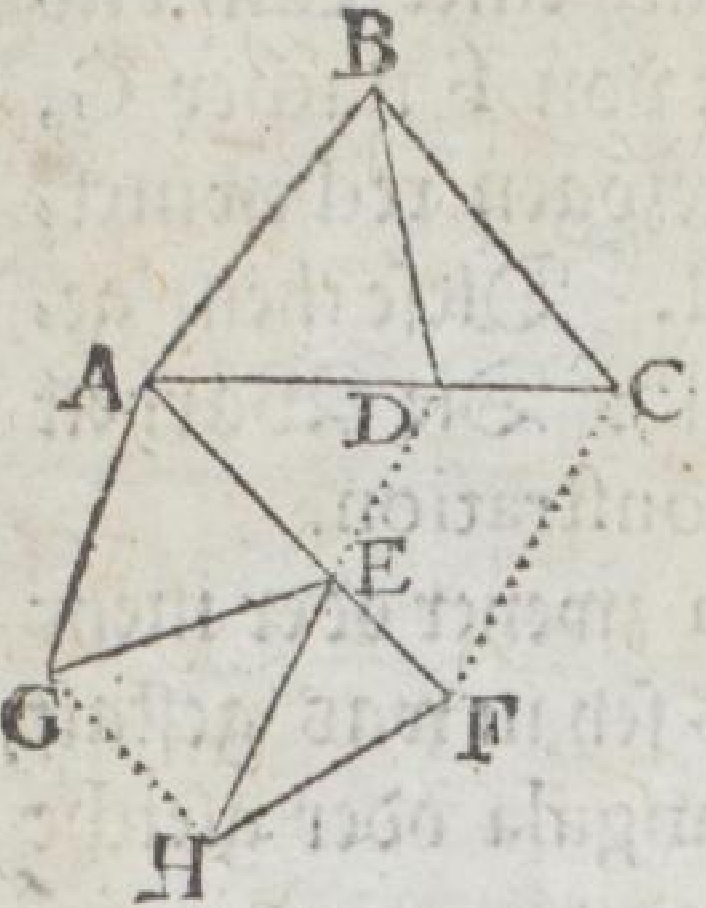
vnd sucht zwischen der zusammen gefügten als einer Lini/ vnd G F eine mittel proportionallini, die zeichnet von F nacher G, welche kommet in H, von darauß eine Lini gezogen rechtwincklicht übersich / die reichet die Seiten B C in I. Diese theilt gemeltes Fünffeck in zween gleiche grosse Theil: Die Wärheit hievon ist offenbar auß der vorgehenden Demonstration.

Zum letzten: so man nach der proportion zweyer oder mehr Figurn/ein ander Figur zu theilen begehrt / es sey in was gestalt es immer wolle: solle man die Figurn in Triangula oder gleiche höhe bringen/alsdann werden sie gegen einander proportionirt seyn/ als jhre Bases, nach welcher proportion die Basis oder andere Linien/so hievorn in gleiche Theil getheilt / durch die 10 Proposition deß sechsten Buchs / getheilt sollen werden / vnnd ferner in allem verfahren / als hiebevorn in der Theilung gelehrt ist.

Zu besserm verstand/ wollen wir hie von solcher proportional Theilung nur ein Exempel nehmen: als diesen hieneben gestelten Triangel A B C, begehrt man nach der proportz zweyer andern vorgegebenen Figurn (die allbereit schon in Triangulis vnter eine höhe verwandelt) zu theilen / der eine ist A G E, vnd der ander E H F. Aber die rechtlinische Figur so in den Triangel A G E verändert / soll jhr proportion von dem Winckel A haben / vnd die ander von dem Winckel C.




Erstlich ziehet eine rechte Lini von dem Winckel A oder C, wir nehmens vom Winckel A, die auff der Basi A C einen Winckel mache/ so weit oder scharpff nach belieben oder gutduncken / welche Lini sey A F, darein zeichnet von A die länge der Basis deß Triangels A G E, das kompt von A zu E, vnd von E ferner nacher F, verzeichnet auch die

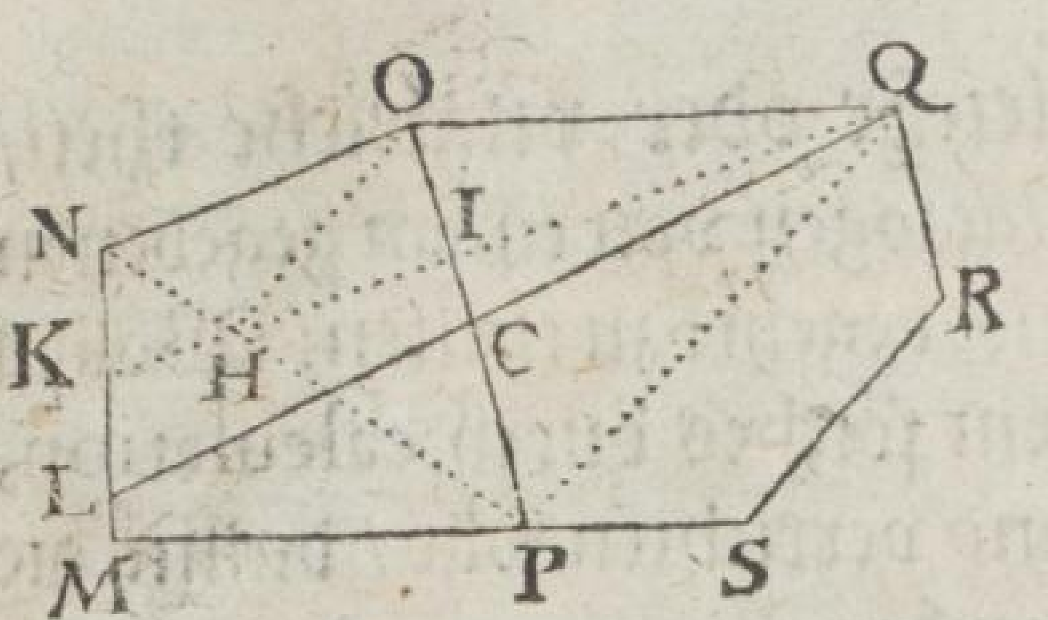



långe der Basis deß andern Triangels E H F, als E F, also daß die långe F A sey die långe beyder Triangel Basium zusammen aneinander gefügt / alsdann ziehet von F eine Lini zu C, vnd von E eine andere dargegen paralell, die erreichet die Basin A C in D, von dannen eine Lini zu dem Winckel B gezogen: diese theilt den Triangel A B C in einer solchen proportion, als die zwo vorgegebenen rechtlinischen Figurn gegen einander haben/also daß der Triangel A G E proportionirt ist gegen dem Triangel E H F, wie der Triangel A B D gegen dem Triangulo D B C.

## Demonstration.

Durch die erste Proposition deß sechsten Buchs / seynd die Triangel A G E, E H F gegeneinander proportionirt, als jhren Basis A E gegen E F, vnd der Triangel A B D gegen D B C, als die basis A D gegen D C. Auch ist/ durch die 10 Proposition nechstgemeltes sechsten Buchs / A D gegen D C, als A E gegen E F. Darumb ist / durch die 11 Proposition deß fünfften Buchs/offenbar/daß der Triangel A B C mit der Lini D B, nach der proportion der Triangel A G E gegen E H F, wie begehrt / getheilt sey/ vnd dann auch nach der proportion der beyden vorgegebenen rechtlinischen Figurn.

Schließlichen wollen wir zu dieser manir der theilung noch ein künstliches Exemplum geben/ als folget: Es seynd zwey stück Landes/als M N O P, vnd P O Q R S an einander gelegen / vnnd auß dem Winckel Q, begehrt man durch beyde stück einen Weg oder gerade Scheidlini zu machen / dergestalt/ daß die zwey oberste theil von beyden stücken zusammen eben so groß seyn als M N O P, vnd die vnterste theil von beyden stücken zusammen so groß als das stück P O Q R S. Dieses nun zu thun vnd zu verrichten: Last gezogen seyn die Linien



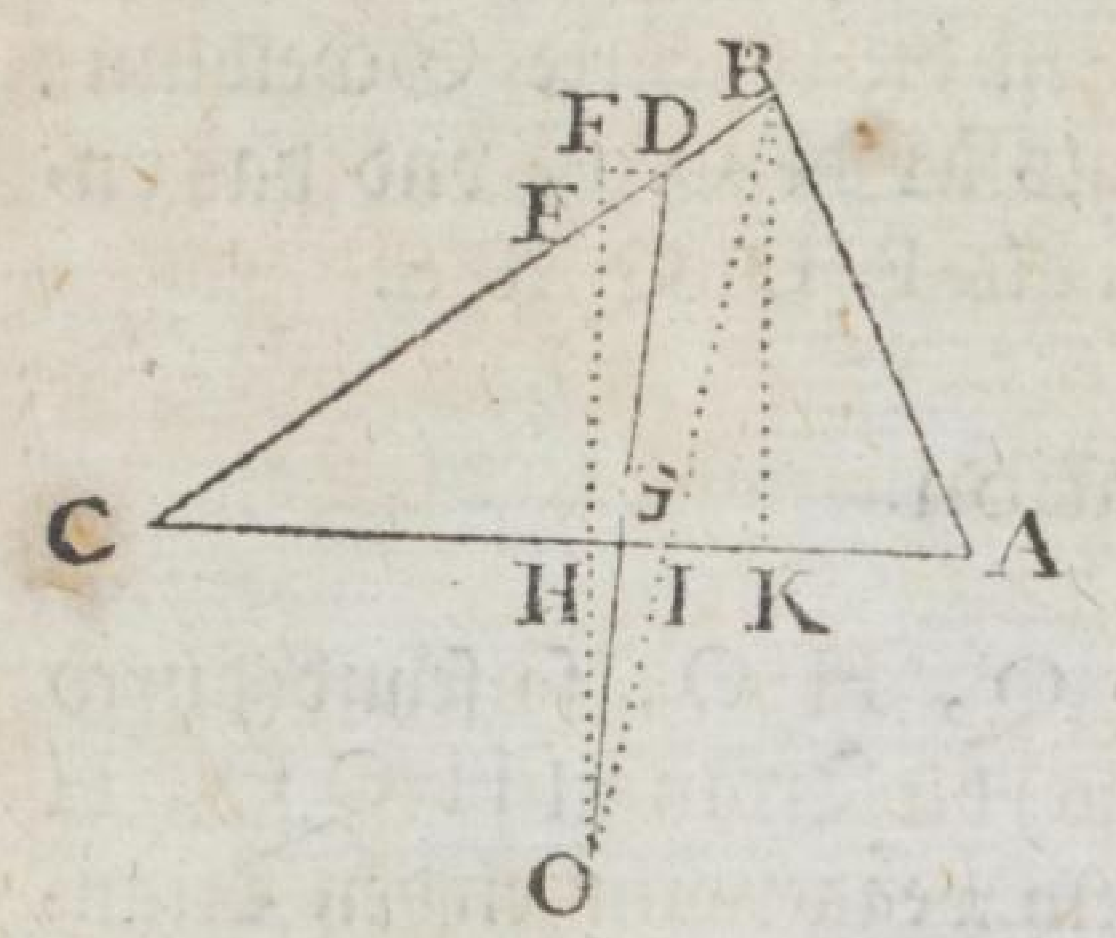

P N, P Q, vnd von O eine andere paralell mit P Q die P N erreichet in H, welche ist H O, durch diesen punct H ziehet eine Lini auß Q, zur seiten M N in K. Darnach verändert das viereck M K H P in einen Triangel / also daß K Q die Basis, vnd Q K M ein Winckel desselben sey / welcher Triangel ist K L Q, die Lini Q L ist die begehrte Scheidlini; das stück L N O Q ist eben so groß als M N O P, vnd das vnter stück M L Q R S eben so groß als P O Q R S.

## Demonstration.

Angesehen die paralell Linien P Q, H O, so seynd (durch die 37 Proposition deß ersten Buchs) die Triängel H Q O, H P O gleicher grösse. Nun von jedem weggenommen den Triangel H I O, die Triangel I Q O, I P H bleiben auch noch gleicher grösse. Dieweil nun das Vierecke M K H P eben so groß ist als der Triangel K I Q, so folgt / daß das viereck M K I P auch eben so groß sey als die zween Triangel I Q O, K L Q zusammen. Nun auch von beyden abgezogen das gemeyne stück K L C I, so erscheinet daß das Viereck M L C P eben so groß ist als der Triangel C Q O, das eine für das ander genommen / so ist offenbar / daß L N O Q eben so groß sey als M N O P, vnd M L Q R S, eben so groß als P O Q R S. So man aber die Scheidlini auß einem andern punct von Q nacher R zu haben begehrt / ist hievorn gnugsam gelehrt / wie man durch die paralell Linien solche verlegen mag.

# Folgt eine künstliche Sache.

**So man einen Triangel in gleiche oder vngleiche theil/ mit einer geraden Scheidlini/gezogen von einem gegebenen punct ausserhalb deß Triangels/begehrt zu theilen: Wollen wir erstlich lehren / wie man ein solches durch calculation, hernacher durch Linien thun vnd verrichten solle / damit die vnterscheid derselben erkant werde.**




DIeses Triangels A B C Seiten seynd lang/nemlich A B 13, B C 20, vnd A C 21 Ruten: Ausser demselben ist der punct O gestelt/ von welchem eine Lini perpendiculariter gezogen zu der Seiten A C in H, also daß H O läg ist 9, H C 12, vnd H A auch 9 Ruten / aber die perpendicular B K wird befunden 12, A K 5, C K 16, vnd über solches H K 4 Ruten. Von obgedachtem punct O, begehrt man ein gerade Lini/als O D, durch den Triangel zu ziehen/ welche denselben in zween gleiche grosse theil zerschneiden solle.

Dieses nun zu verrichten / stehet erstlich zu bedencken / ob die Scheidlini durch die Seiten A C gehen/vnd in der Seiten A B, oder in B C sich enden solle: Ein solches nun zu wissen/ so merckt daß in diesem die rechte Lini von dem punct O zu oder in den Winckel B gezogen/ A C in I durchschneidet/wann nun A I vnd I C gleich weren / so würde alsdann solche Lini O I B als eine Scheidlini / den Triangulum in zween gleiche grosse theil zerschneiden/wie solches durch die 38 Proposition deß ersten/ vnd erste Proposition deß sechsten Buchs Euclidis abzunehmen vnd zu verstehen ist.

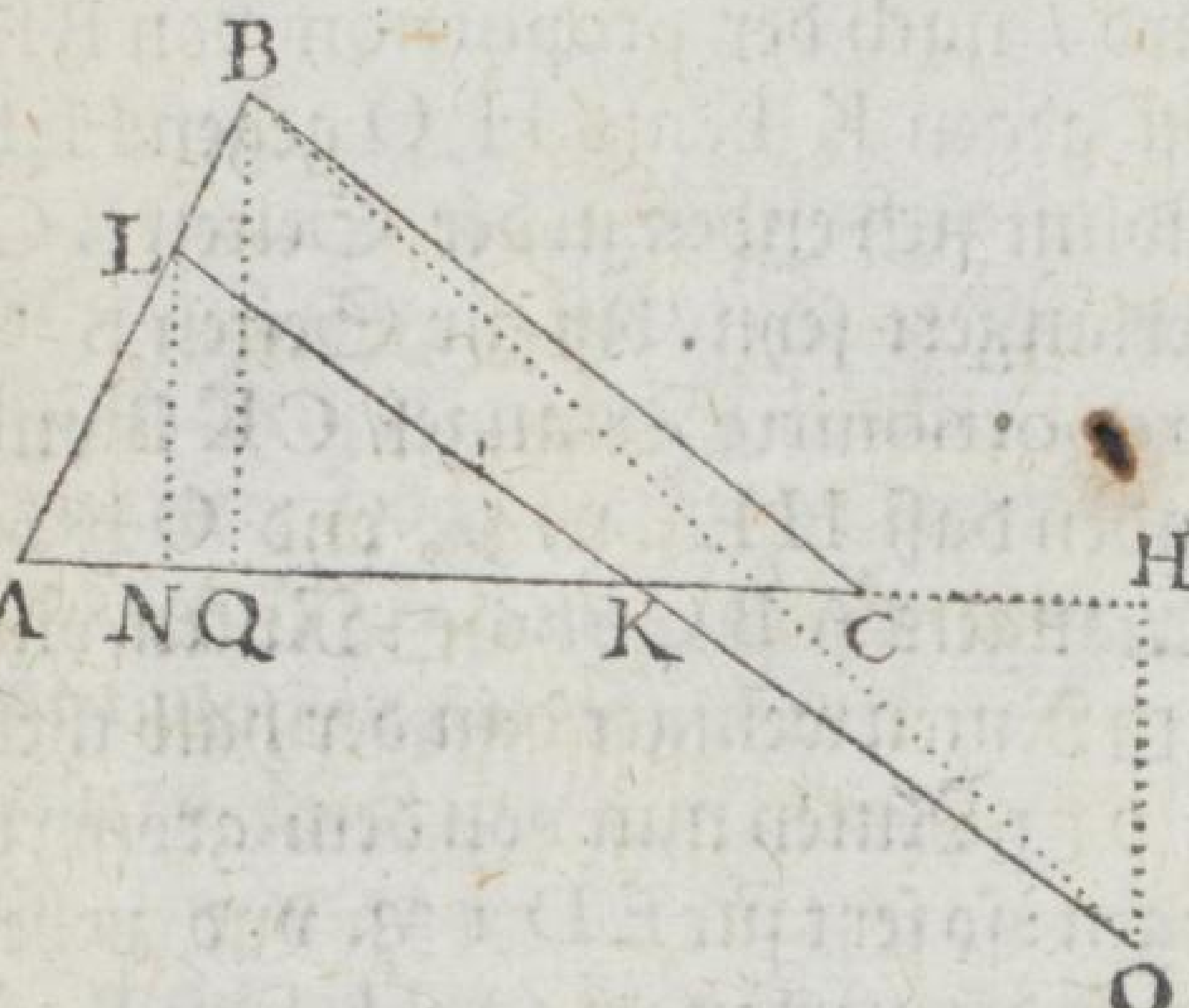
So

So aber in diesem I C kürtzer als A C, die Scheidlini müste alsdann an die Seiten A B kommen / vnd sich daselbst enden. Wo aber A I kurtzer dann I C, so soll die Scheidlini sich enden in der Seiten B C. Welche nun von diesen beyden die längste/ ist leichtlich abzunehmen / vermittelst der distantia K H, welche mit der Lini O I B getheilt wird / nach der proportion von B K gegen H O, also daß B K ist gegen K I, als H O gegen H I. Nun in diesem soll die Scheidlini sich enden in der Seiten B C. Darumb last die Lini O H verlängert seyn / biß zur Seiten B C in E, so hat man also zween proportionirte Triangel/ C K B vnd C H E. Hierauß wird befunden daß H E thut 9, vnd O E 17 Ruten/aber der inhalt deß Triangels A B C 126 □ Ruten/vnd H E C 54 □ Ruten/dz ist 9 □ Ruten weniger dañ der halb theil deß triangels A B C. Diese 9 □ Ruten nun von dem grössern theil durch calculation abzulegen: so setzt für E D 1 $\mathfrak{x}$. vnd ziehet die perpendicular Lini D F auff die verlängte O H E in F, so ist der Triangel D E F gleichförmig dem Triangulo C K B, vnd die Seiten/so gleichen Winckeln vnterzogen/seyn proportionirt, so wird über solches auch befunden / daß D F $\frac{4}{5}$ $\mathfrak{x}$. vnd E F $\frac{3}{5}$ $\mathfrak{x}$. aber O F $\frac{3}{5}$ $\mathfrak{x}$ + 17 sey/vnd nach der proportion von O F gegen O H, als D F gegen G H, wird G H befunden $\frac{32\,\mathfrak{x}}{3\,\mathfrak{x} + 85}$, vnd der inhalt deß triangels O D E $\frac{34}{5}$ $\mathfrak{x}$. Aber O G H $\frac{128\,\mathfrak{x}}{3\,\mathfrak{x} + 85}$, die gezogen von dem triangel O D E $\frac{34}{5}$ $\mathfrak{x}$, rest $\frac{102\,\mathfrak{z} + 2250\,\mathfrak{x}}{15\,\mathfrak{x} + 425}$ für den inhalt deß Vierecks G D E H, gleich 9 □ Ruten. Nun die Quantiteten reducirt, vnd die gröste nach vnserer Ordnung allein gestelt/so kompt 1 $\mathfrak{z}$ gleich $37\frac{1}{2} - 20\frac{25}{34}\,\mathfrak{x}$. vnnd 1 $\mathfrak{x}$ gleich $\sqrt{144\frac{4569}{4624}} - 10\frac{25}{68}$, für D E, vnd für D C wird gefunden $4\frac{43}{68} + \sqrt{144\frac{4569}{4624}}$. Oder

also

also / $\sqrt{144\frac{4569}{4624}} + 4\frac{41}{68}$, vnd folgends durch die vorangewiesene proportion, kan auch G H, deßgleichen G C vnd G A gefunden werden/ꝛc.

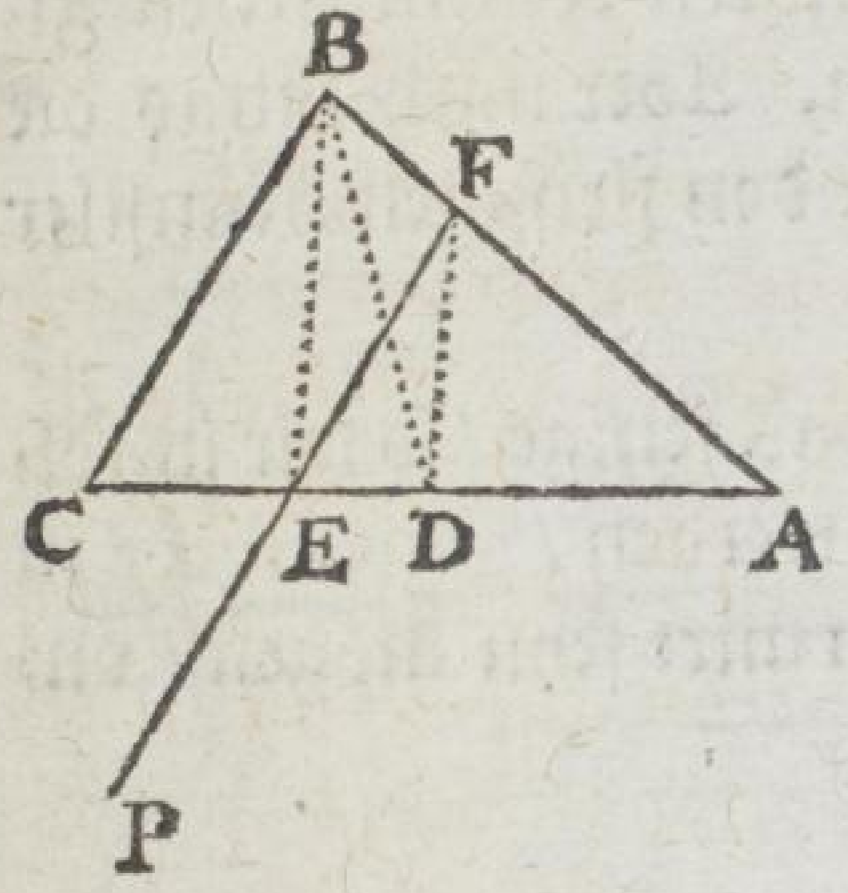
Im fall aber sich die Scheidlini enden solte in der Seiten A B, als in dieser beygestelten Figur in L. So last als vor A C seyn 21, A B 13, B Q 12, A Q 5, Q C 16, C H 7, vnd O H 9 Ruten: Auch O den punct / vnd stellen wir für A L 1 $x$, so ist L N $\frac{12}{13}x$, A N $\frac{5}{13}x$, vnd N H $28 - \frac{5}{13}x$. Dieselbe getheilt nach der proportion von L N gegen O H, so wird befunden daß K H sey $\frac{1092 - 15x}{3x + 93}$.




die gezogen von A H 28, rest $\frac{127x}{4x + 39}$ für A K, die multiplicirt mit der helfft von L N als $\frac{6}{13}x$, kompt $\frac{762ʒ}{52x + 507}$ für den inhalt deß triangels A L K, gleich 63 dem halben theil deß gantzen triangels A B C, den man zu theilen begehrt. Nun die quantiteten reducirt, kompt 1 ʒ gleich $4\frac{38}{127}x + 41\frac{233}{254}$. vnnd 1 $x$ gleich $2\frac{19}{127} + \sqrt{46\frac{17359}{32258}}$ für A L, so ist dann B L $10\frac{108}{127} - \sqrt{46\frac{17359}{32258}}$. Aber A K zu finden: theilt die helfft deß products von A B mit A C, durch A L, so kommet auch A K &c.

Hierauß ist nun leicht zu verstehen / wie man einen triangel in solche gleiche oder vngleiche theil/als man begert/theilē mag. Aber ange-

angesehen daß in dieser calculation die Massen oder Länge in Binomischen Zahlen herauß kommen vnd gefunden werden / darvon man die eussersten perfection in gemeynen Zahlen nicht bekommen mag. So wollen wir hiernach ein andere manir / wie man solche Theilung in Linien Geometricè verrichten vnd thun kan/anweisen.




DIesen hiebey gestelten Triangel A B C, begehrt man mit einer geraden Scheidlini auß dem puncten P, durch den Triangel gezogen in zween gleiche grosse theil Geometricè zu theilen. Dieses nun zu thun / so theilt die Seiten A C in zween gleiche theil im mittel D, von dannen ziehet eine Lini zu der Seiten A B in F. Aber dieser punct F muß solcher gestalt auff der Seiten A B hin vnd wider so lang gesucht werden/ biß man eine Lini von dannen zu dem punct P ziehen mag/so die Seiten A C in E, in solcher massen zerschneidet/ wann man auß dem Winckel B dahin in E eine Lini ziehet/daß dieselbe mit D F paralell sey. Wann nun ein solches geschicht/so wird solche gezogene Scheidlini P E F, den Triangel A B C gewiß in zween gleiche oder eben grosse theil zertheilen/vnd werden solche beyde theil A E F vnd F E C B seyn.

## Demonstration.

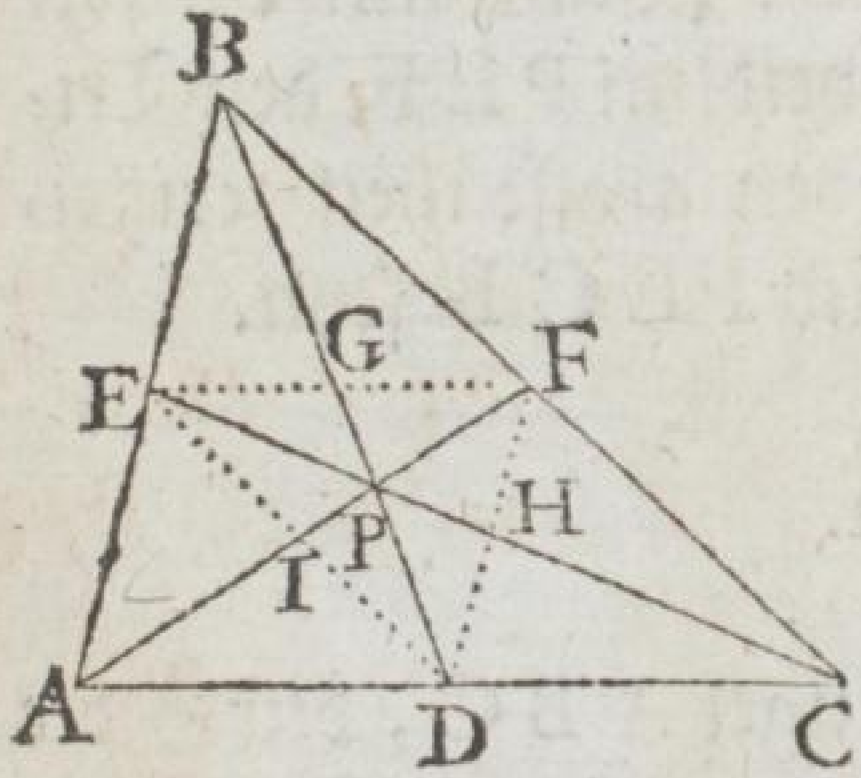
Angesehen daß die Lini B D, den Triangel A B C, durch die 38 Proposition deß ersten / vnd erste Proposition deß sechsten Buchs Euclidis, in zween gleiche grosse theile zertheilt / vnd daß durch die 37 Proposition deß ersten Buchs / die Triangel E F B, E B D gleicher grösse seynd / so ist offenbar / daß die gerade Lini P E F den Triangel A B C in zween gleich oder eben grosse theile zerschneidet/vnd solche theile F E A vnd F E C B seyn. Hierauß dann

dann zu ersehen ist / daß man alle Triangel auff diese manir so wol als durch calculation theilen mag. In massen das jenige so vom suchen deß puncts gesagt ist/ gleicher gestalt auch von den Binomischen Zahlen / dieselbe rational zu machen gesagt werden kan.

ZV einer übung(für dieser kunstliebhabere / der vorgeschriebenen Geometrischen speciebus, wollen wir die Eigenschafft der Triangel/welche ein Fundament aller andern rechtlinischen Figurn seyn ) etwas weitläufftiger erklären. Aber nach längs die demonstrationes darüber zu beschreiben / den fleissigen Künstler befehlen.

Es ist aber erstlich zu wissen / daß alle das jenige / so wir in folgenden vorgestelten Triangeln bewiesen werden / generaliter in allen andern Triangeln/wie die auch geformirt seyn mögen / vnwidersprechlich warhafftig sey.

I. Von diesem hiebey gestelten Triangulo A B C, seynd die drey Seiten jede in zween gleiche theil getheilt/ in den puncten D E, vnd F, von dannen zu den gegenug verstehende Winckeln rechte Linien gezogen / nemlich A F, B D vnd C E, die theilen (jede insonderheit) den Triangel A B C in zween oder gleich grosse theile/nach inhalt der 38 Proposition deß ersten/vnd ersten deß sechsten Buchs Euclidis, also/ daß die Triangula A F B, A F C, C E A, C E B, B D A, vnd B D C, alle gleicher grösse / vnd jeder der halb theil von dem Triangel A B C ist.




II. Dieselben drey Linien A F, B D, C E durchschneidet je eine die andere im punct P, vnd theilen den Triangel A B C auch in sechs gleiche oder eben grosse Triangel / die alle mit dem einen Winckel in dem Triangel im punct P einander berühren/ also / daß die Trianguli P A E, P E B, P B F, P F C, P C D vnd P D A alle gleich oder eben groß seynd/ vnd jeder ein sechstheil von dem triangel A B C.

III. Durch dieses mittel wirdt auch der triangel A B C in drey gleiche grosse viereck getheilt/ die alle mit einem Winckel im punct P innerhalb deß triangels zusammen kommen/ welche viereck seynd P D A E, P E B F, vnd P F C D.

IV. Diese drey Linien so den triangel jede in zween gleich grosse theil zertheilen/die durchschneiden einander in solcher massen/ daß das theil von der durchschneidung P an / biß in den gegen überstehenden Winckel/allewege zweymal so lang ist als das ander theil von dem punct P, biß zu dem mittel der Seiten deß triangels/ nemlich P B, ist zweymal so lang als P D, vnd P C, alß P E. Item P A als P F.

V. Hierauß ist offenbar/wie man Geometricè von einer Lini den dritten theil solle abschneiden.

VI. So man von den vorgedachten mittelpuncten in den seiten deß triangels A B C, als von E zu F, von F zu D, vnd von D zu E rechte oder gerade Linien ziehet/werden solche gegen den Seiten/so die gezogenen Linien nicht berühren paralell seyn / als solches durch die 2 Proposition deß sechsten Buchs Euclidis offenbar/ zu wissen E F paralell gegen A C, D F mit A B, vnd D E mit B C.

VII. Vnter solchen Linien ist jede halb so lang als die Seiten deß triangels gegen welchen sie paralell seyn / wie durch die 4 Proposition nechstgemeltes sechsten Buchs Euclidis klårlich erscheinet vnd abzunehmen / nemlich D F ist halb so lang als A B, vnd D E halb so lang als B C. Item E F halb so lang als A C.

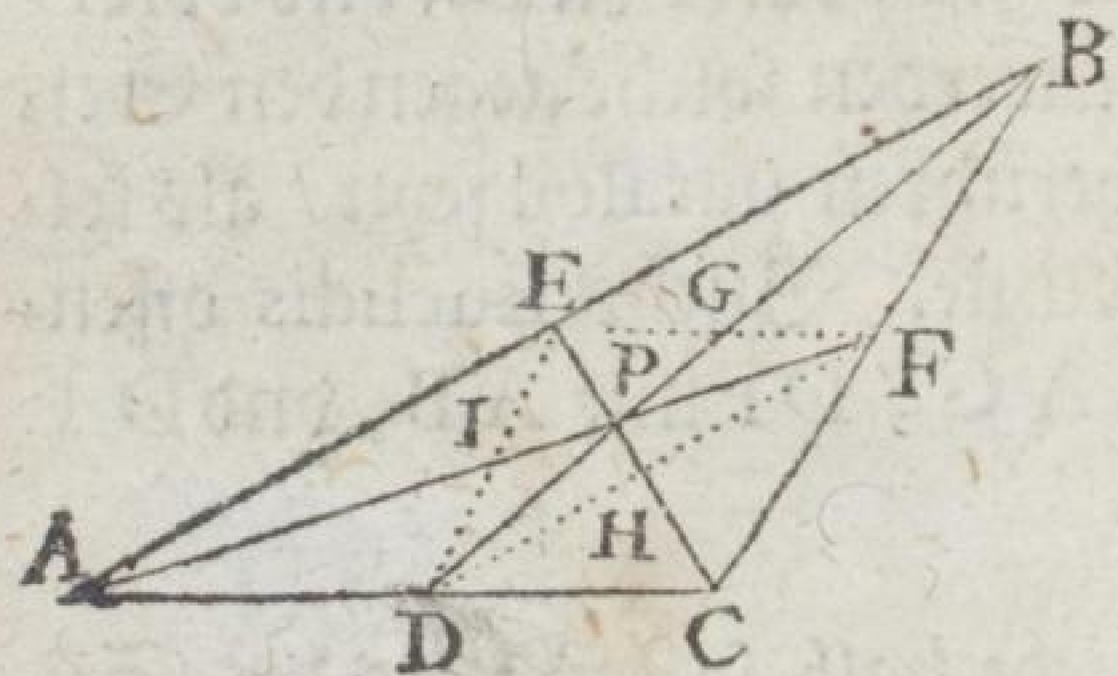
VIII. Diese vorgemelte drey Linien D E, D F, vnd E F, jede inson-

insonderheit/schneidet von dem Triangel A B C, einen Triangel/der mit demselben A B C gleichförmig/vnd ein rechter vierdter theil von demselbigen ist/ als auß der 19 vnd 20 Proposition deß sechsten Buchs Euclidis offenbar/ also daß die Lini E F abschneid den Triangel E B F, die Lini E D den Triangel A E D, vnd die Lini D F den Triangel D F C.

IX. Vber solches theilen auch dieselbe drey Linien den Triangel A B C, in vier eben grosse vnd gleichförmige triangel/ welche seynd A E D, E B F, F D E, vnd D F C.

X. Zwo von den vorgerührten dreyen Linien D E, D F, vnd E F, schneiden von dem Triangel A B C ein paralellogram, welches halb so groß ist als derselbe Triangel A B C, nemlich die Linien D E vnd D F schneiden ab das paralellogram E D F B, die Linien E F vnd D E das paralellogram D E F C, vnd die linien E F vnd F D das paralellogram E F D A, welche (als gesagt ist) jedes halb so groß als der Triangel A B C.

XI. Jedes von den dreyen paralellogram, wird mit einer von der erstgezogenen linien A F, C E, B D, in zween gleichförmig vnd eben grosse Triangel getheilt/also daß die lini A F das paralellogram A E F D, die lini B D das paralellogram B F D E, vnd die lini C E das paralellogram C D E F, in zwey gleiche oder eben grosse gleichförmige theil zerschneiden.




XII. Die linien D E, E F, F D, so mit den Seiten deß Triangels A B C paralell seyn/ die schneiden auch gemelte paralellogramma jedes in zween gleichförmige eben grosse Triangel/ als nemlichen/die lini D E das paralellogram A E F D, die lini E F, das

das paralellogram B F D E, vnd die lini F D, das paralellogram C D E F.

XIII. Die erste gezogenen linien A F, C E, B D, schneiden den Triangel D E F, vnd desselben Seiten in eben solcher Eigenschafft vnd proportion, als der triangel A B C von denselben linien getheilt vnd geschnitten wird.

XIV. Die drey linien E F, F D, D E, schneiden von den dreyen Vierecken P E B F, P F C D, P D A E, jedem insonderheit / den vierdten theil / also daß die Trianguli E P F, E P D, D P F, jeder ist der vierdte theil von den vorgenanten Vierecken.

XV. Vber diß seynd die triangel E F B, E D A, D F C, jeder dreymal so groß als ein jedwederer von den triangeln E P F, E P D, D P F, vnd einer von den dreyen erstgemelten triangeln ist eben so groß als die drey letztgedachten Triangula zusammen.

XVI. Jeder von den triangeln E P F, E P D, D P E ist die zwölffte theil deß triangels A B C.

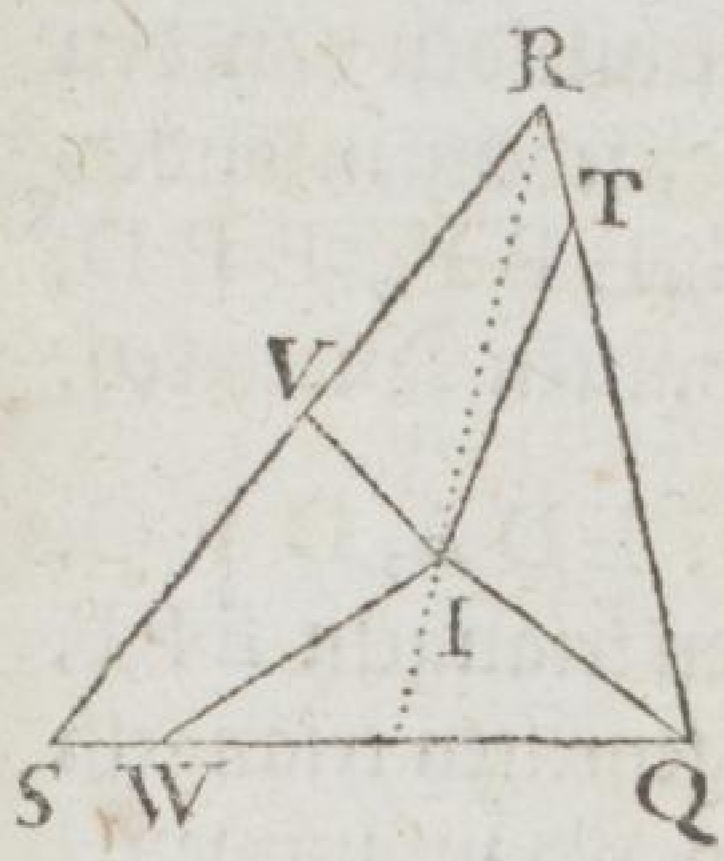
XVII. So ist auch der triangel A B C, zwölffmal so groß als einer von den dreyen triangeln E P F, E P D, D P F, vnd vier vnd zwantzigmal so groß als einer von den sechs triangeln P I D, P I E, P G E, P G F, P H F, P H D.

XVIII. Von den linien vom punct P, zu den Winckeln deß triangels A B C, wird von jeder / durch eine von den linien D E, E F, F D, in den puncten I, G, vnd H ein viertheil abgeschnitten/ also/daß P I ist ein viertheil von P A; P G ein viertheil von P B, vnd P H ein viertheil von P C.

XIX. Hierauß folget/ daß A I sey dreymal so lang als I P, B G dreymal so lang als G P, vnd C H dreymal so lang als H P,

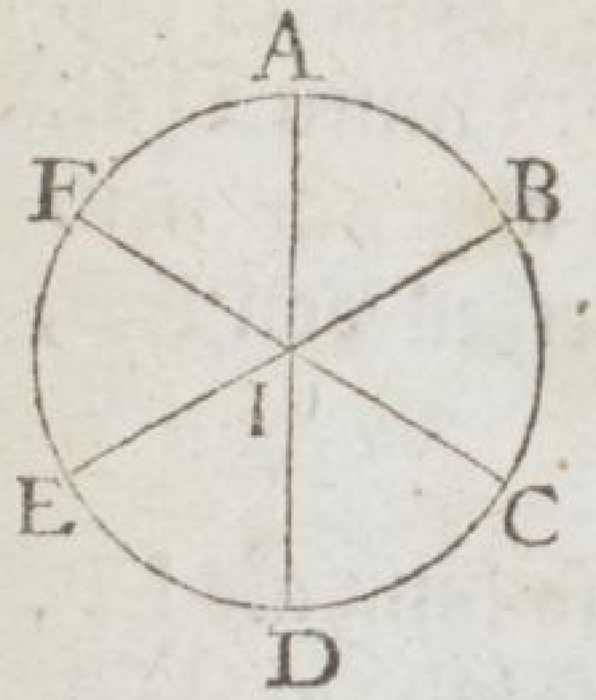
XX. Vber solches ist A F sechsmal so lang als I P, B D sechsmal so lang als G P, vnd C E sechsmal so lang als H P.

XXI. Nach dem man aber einen triangel auß einem punct in demselben in etliche gleiche theil zu theilen begehrt/ dergestalt/ daß jeder theil an der Seiten solches Triangels so viel länge als der ander bekomme: so suche man erstlich/ durch die 4 Proposition deß vierdten Buchs Euclidis, das Centrum solches Triangels/ das ist ein punct in dem Triangel/ von welchem die perpendicular linien auff alle drey Seiten solches Triangels gleich lang seyn/




als hie in diesem triangel Q R S, ist das Centrum I, vnd die längen Q T, T R V, V S W, vnd Q W, seynd alle vier eben oder gleich lang. Nun gezogen die Linien I T, I V, vnd I W, welche theilen den triangel Q R S in vier gleiche oder eben grosse theile. In massen dann beweißlich/ daß ein triangel mit Linien auß dem Centro auff die Seiten desselben gezogen/ eben in solche gleiche oder vngleiche theile getheilt wird/ als die drey Seiten solches triangels zusammen gefügt/ getheilt seynd.

XXII. Dieses kan auch in theilungen der Circkeln gebraucht werden/ dann in solche gleiche oder vngleiche theil als die circumferentz eines Circkels getheilt wird/ vnd Linien von den theilpuncten zu dem Centro gezogen/ die theilen den Circkel in eben solche gleiche oder vngleiche theil/ als die circumferentz getheilt ist/ wie




solches an diesem beygestelten Circkel/ so in sechs gleiche theil getheilt/ zu sehen vnd abzunehmen/ da dann die stück I A B, I B C, I C D, I D E, I E F vnd I F A alle gleich oder eben groß seynd/ darumb daß die gantze circumferentz auch in sechs gleiche theil/ als A B, B C, C D, D E, E F vnd F A getheilt worden.

Wie man aber hierdurch die Figurn soll verändern/ zusammen fügen/ abziehen/ vermanigfaltigen vnd theilen/ lassen wir einem jeden beneben den Demonstrationen über/ vnd (als obengemelt) selbst nachdencken.

Wie

Wie man aber diese species groß im Felde solle zu werck ziehen/ das mag etlicher massen/ vnd zwar gnugsam verstanden werden/ auß dem dritten theil vnsers Buchs vom gebrauch der Geometrischen Instrumenten / zu welchem / als vornemlich in der theilung zu weilen notwendig ist/man ein stück Feldes in einen triangel verändern kan/daß man die Basin desselben innerhalb dem Feld bekommet/welches auß der 34 Proposition deß ersten buchs Euclidis mag verstanden werden. Dann so man in der Figur die 45 Proposition desselben Buchs/eine Lini von C paralell mit D A zu der Lini B D zeucht/wird dieselbe eben so lang seyn als E D, vnd darumb mit A D zusammen so lang als A E, die ist dann die Basis deß triangels A B E, der eben so groß als das Viereck A B C D,&c.

Soli Deo omnis honor & Gloria.

# Beschluß.

Also hat der Günstige vnd kunstliebende Leser / die sechs ersten Bücher Euclidis von den Anfängen vnd Fundamenten der Geometriæ, in vnserer Teutschen spraach gründlich erklärt / darinnen nicht allein angewiesen / wie vnterschiedliche nothwendige Sachen die materia betreffend / durch fleissiges nachdencken (so diese subtile Kunst sonderlich bedarff) mögen verstanden vnd erlernet werden / sondern auch wie man die species der Geometriæ darauß ziehen / vnd mit vielen Proposition demonstrirn vnd erweisen kan. Dardurch man dann ein besser judicium von dieser Kunst Geometriæ, als viel davon gehabt / vnd in jhren Arithmetischen Büchern geschrieben haben (Nemlich wie solche ohne Arithmetica gantz vnvollkommen sey) bekommen mag. Die vrsachen aber / so dergleichen Personen zu solchem mißverstand veranlasset / seynd meines beduunckens vornemlich zwo: Zum ersten kein guten vnterschied / zwischen einer oder der andern Kunst zu machen / sondern eine in die ander zu vermängen / darauß dann erscheinet / daß viel mutmassen / die Geometria bestehe dem meisten theil in Geometrischen quæstionibus vnd fragen / so in Zahlen zu solvirn vorgegeben werden / welches aber nicht also / sondern die Geometria hat jhre eigene species, arbeit / erklärung vnd demonstrationes, die alle ohne erkäntnus der Arithmetica mögen verstanden vnd verrichtet werden / als auß den vorgehenden sechs Büchern Euclidis, vnd dem Anhang derselben / abzunehmen vnd zuverstehen ist.

Zum andern / auß etlicher vorgeben / daß keine messung ohne calculation möge geschehen oder gethan werden / darvon das contrarium offenbar ist: dann in dem andern theil

deß

# Beschluß.

deß Buchs von dem gebrauch der Geometrischen Instrumenten / ist das messen der vnbegänglichen längen / breiten / höhen vnd tieffen / ohne calculation gelehrt / vnd in der achten quæstion deß 5 Capitels / im ersten theil der Practica deß Landmessens / deßgleichen im andern Capitel deß dritten theils vom gebrauch der Geometrischen Instrumenten / ist zu verstehē / wie man den inhalt einer superficien ohne calculation mag erlernen / welcher inhalt auch augenscheinlich in der Figur deß vorgedachten 8 Exempels zu sehen ist. Vnd so es so wol kurtz vnd nothwendig / als kunst were / möchte alles das jenige / so hiebevorn von superficien gesagt / auch in cörperlichen grössen oder quantiteten, ohne Arithmetica vollbracht vnd practicirt werden / allein daß das gemeyne zehlen vñ außsprechen / so alle Menschen auch in Arithmetica vnerfahren mit vnß gemeyn haben / vnd mehr der Spraach eigenschafft / dann der kunst wissenschaft ist / hierunder nicht begriffen oder verstanden werdt. Doch hat jede kunst jhr besondere nutzbarkeit / dann gleich als im messen vnterschiedliche ding sehr geschwind durch Arithmeticam calculirt, so durch die Geometria etwas langweylicher fält / also können auch in Arithmetica viel sachen durch Geometrischen Figurn augenscheinlicher / als durch die Arithmetica selbst bewiesen vnd dargethan werden. Ob wol jede kunst jhr eige demonstrationes hat / welches hiebevorn im andern Buch angewiesen / vnd auß der explication in zahlen / an welcher (Gott lob) allbereit eine zimliche arbeit geschehen / vnd noch dessen willen / diesen chest so müglich nachfolgen solle / auch in der Frantzösischen Arithmetico Herrn Simon Stevins weitläufftiger zu sehen ist.

Hiermit will ich mein schreiben geendet / vnd alle dieser künsten Liebhabere dem Allmächtigen Gott befohlen haben.

F I N I S.