

FREIBERGER
FORSCHUNGSHEFTE

C 98

GEOPHYSIK

ZBIGNIEW FAJKLEWICZ

**Approximierung der Regionalfelder
der Schwerkraft durch Polynome höherer Grade
im Lichte der Möglichkeit ihrer numerischen Ausrechnung**



FFH
C 98 &

KADEMIE-VERLAG BERLIN

1961

~~Deutsches
Brennstoffinstitut
Hauptbucherei~~

	669
--	-----



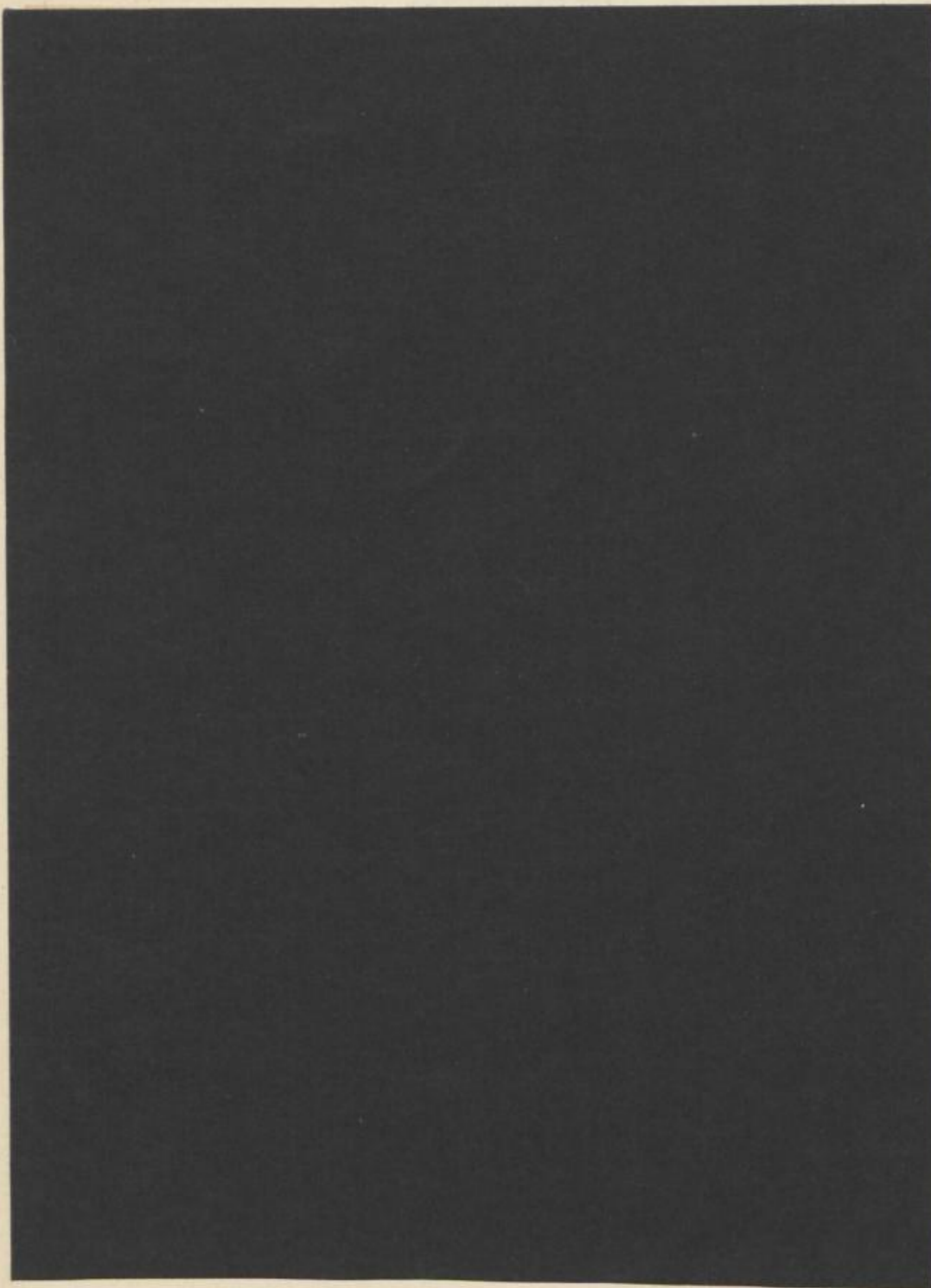
TU BERGAKADEMIE FREIBERG



XVI 1142 . C98FB f

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

C 98



Faint, illegible text or markings at the top of the page.

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

Herausgegeben vom Rektor der Bergakademie Freiberg

C 98

GEOPHYSIK

**Approximierung der Regionalfelder der Schwerkraft
durch Polynome höherer Grade
im Lichte der Möglichkeit ihrer numerischen Ausrechnung**

von

ZBIGNIEW FAJKLEWICZ



Akademie-Verlag · Berlin

Freib. Forsch.-H.	C 98	S. 1—62	36 Bilder	10 Tabellen	Berlin, Mai 1961
-------------------	------	---------	-----------	-------------	------------------

Diese Arbeit wurde vom Institut für Angewandte Geophysik
der Bergakademie Freiberg
(Direktor: Prof. Dr. O. Meißer)
für den Druck besorgt



XVI M42 f
C 98

Das Manuskript wurde am 10.10.1960 der Redaktion der Bergakademie Freiberg zur Veröffentlichung übergeben.

„Freiberger Forschungshefte“, Schriftenreihe für alle Gebiete der Montanwissenschaften. Herausgeber: Der Rektor der Bergakademie Freiberg, Prof. Dr.-Ing. habil. O. Oelsner. — Chefredakteur: Dipl.-Ing. M. Wolf, Freiberg, Klubhaus der Bergakademie, Aug.-Bebel-Str. 5 (Fernruf 2497, Telex 0578535). — Verlag: Akademie-Verlag GmbH, Berlin W 8, Leipziger Str. 3–4 (Fernruf 220441, Telex 011773), Postscheckkonto 35021. — Die Freiberger Forschungshefte erscheinen in zwangloser Folge in den Reihen A, B, C und D. Ausführliches Verzeichnis aller lieferbaren Hefte von der Redaktion der Bergakademie oder dem Akademie-Verlag. — Preis dieses Heftes: 8,— DM, Bestell-Nr. 2062/C 98. Vertrieb: In der Deutschen Demokratischen Republik durch den Buchhandel; in Westdeutschland durch den Buchhandel (Auslieferung KUNST UND WISSEN, Erich Bieber, Stuttgart S, Wilhelmstr. 4–6); im gesamten Ausland durch eine Importbuchhandlung, den Deutschen Buch-Export und -Import, GmbH, Leipzig C 1, Postschließfach 276, oder den Verlag. — Gesamtherstellung: Druckhaus „Maxim Gorki“, Altenburg. — Lizenz-Nr. 202-100/654/61. — Printed in Germany. — Alle Rechte vorbehalten. — ES 18 E 2.

Inhalt

	Seite
Einleitung	7
I. Approximierung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe des Kurvensystems des Polynoms dritten Grades	10
1. Theorie	10
2. Berechnungsmethode der Elemente des Koeffizientencracovians W	12
3. Berechnungsmethode der Elemente des Freigliedercracovians	15
4. Berechnung des reziproken Koeffizientencracovians	18
5. Die Anwendung	20
6. Die Verwendung der Rechenautomaten für die Ermittlung der Koeffizienten a_{ij}	
II. Die Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe eines Kurvensystems des Polynoms zweiten Grades	22
III. Anwendungsbeispiele	27
IV. Das Regionalfeld und der Grad des approximierenden Polynoms	39
V. Mängel und Vorzüge der beschriebenen Methode	40
1. Funktionelle Abhängigkeit des approximierten Regionalfeldes von der Form und Größe des Gebietes	40
2. Die Unstetigkeit des approximierten Regionalfeldes an den Rändern des Gebietes	47
3. Die Größe der Elementarquadrate im Netz und die Form des Regionalfeldes	51
4. Die Vorzüge der beschriebenen Methode	58
VI. Zusammenfassung	61
Literatur	62

Faint, illegible text, likely bleed-through from the reverse side of the page.

Einleitung

Über die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate und der Polynome zur Berechnung der Regionalfelder der Schwerkraft existiert schon eine Reihe von Schrifttum.

Eine erste Andeutung über dieses Thema finden wir in der Arbeit von B. NUMEROW (1929). Bei der Auswertung der gravimetrischen Aufnahme auf dem Szuvalovo-See im Winter 1927 und 1928 nahm er für die Aussonderung der Lokalanomalien der Schwerkraft aus dem beobachteten Feld an, daß die Regionalanomalie durch ein Polynom ersten Grades: $a + bh + cx + dy$ ausgedrückt werden kann, wobei x und y — die Koeffizienten im Kartesischen Koordinatensystem, h — die Tiefe des Wassers im See, a , b , c und d — die durch Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate bestimmten Konstanten sind.

Die Benutzung der Methode der kleinsten Quadrate zur Approximierung des Regionalfeldes der Schwerkraft hat im Grunde in der Arbeit von W. B. AGOCS (1951) ihre Anfänge. In seiner Arbeit beschränkte er sich auf die Anwendung des Polynoms ersten Grades, wobei er aber auf die Möglichkeit hinwies, auch Polynome höherer Grade für diesen Zwecke anwenden zu können.

Die Gedanken von AGOCS sind von S. N. SIMPSON (1954) weiterentwickelt worden, der die Abbildungsmöglichkeiten des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe der Polynome zweiten, dritten und vierten Grades angegeben hatte. S. M. SIMPSON geht von der Annahme aus, daß man die gestellte Aufgabe bei Anwendung der Polynome zweiten und dritten Grades lösen kann. Seine Arbeit wurde in Verbindung mit einer wissenschaftlichen Anstalt, die eine moderne Elektronenrechenmaschine besitzt, gelöst. Eine derartige Maschine besitzt z. B. das Massachusetts Institute of Technology in Cambridge.

Eine etwas andere Lösung der Approximation der Regionalfelder haben C. H. G. OLDHAM und D. B. SUTHERLAND (1955) angegeben, indem sie zu diesem Zwecke orthogonale Polynome benutzten. Aber auch in diesem Fall war es unbedingt notwendig, eine Elektronenrechenmaschine zu den Berechnungen zu verwenden. Die Verfasser benützten die Maschine Modell Ferrunt Electronic Computer, die Eigentum der Universität in Toronto ist.

Aus dem obigen ergibt sich, daß die Einführung der Methode der kleinsten Quadrate und der Polynome höherer Grade (des zweiten und des dritten Grades) zur Approximation der Regionalfelder der Schwerkraft auf Schwierigkeiten stößt. Sie bestehen formell genommen darin, daß man unbedingt eine moderne elektronische Rechenmaschine besitzen muß.

Auf Grund der gemachten Angaben kann also festgestellt werden, daß nur einige geophysikalische Unternehmen, selbst in den Ländern, die die höchstentwickelte Technik haben, derartige Geräte besitzen oder mieten können.

Es besteht aber die Möglichkeit, die Anwendung einer elektronischen Rechenmaschine für die Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe des Kurvensystems des Polynoms zweiten oder dritten Grades zu umgehen. Die Zeitdauer, die zu diesem Zwecke benötigt wird, ist mit der zu vergleichen, die bei der Arbeit mit einer Elektronenrechenmaschine gebraucht wird, weil in diesem Fall die Vorbereitungszeit für das Rechenprogramm der Maschine eine entscheidende Rolle spielt.

Die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate und der Polynome höherer Grade für die Abbildung des Regionalfeldes ist auf dem Wege der Anwendung der Cracovianrechnung möglich, ohne von den hochklassigen Rechenautomaten Gebrauch zu machen. Auf diese Weise entstand die sog. „Cracovianmethode“ (Z. FAJKLEWICZ, 1958, 1959). Bei dieser Methode wird angenommen, daß sich das Regionalfeld der Schwerkraft in vielen Fällen mit Hilfe des Kurvensystems des Polynoms zweiten Grades abbilden läßt. Bei Anwendung der Cracovianmethode gleichen wir die Zeitdauer aus, die zur Berechnung der für die Approximation des Regionalfeldes dienenden Formel mittels der Maschine notwendig ist (von der Bereitstellung der Angaben an). Zu diesen Berechnungen bedienen wir uns nur einer Handrechenmaschine.

Das Interesse, das die veröffentlichte sog. „Cracovianmethode“ (Z. FAJKLEWICZ, 1959) erweckt hatte, und die ständige Anregung zur weiteren Behandlung des einmal aufgenommenen Themas durch Prof. Dr. A. ORKISZ, Leiter des Lehrstuhls für Geophysik an der Berg- und Hüttenakademie Kraków, haben zur Entstehung der vorliegenden Arbeit beigetragen.

In dieser Arbeit sind die Theorie, das Verfahren und die Beispiele der Anwendung von Polynomen dritten Grades zur Approximation des Regionalfeldes angegeben. Es handelt sich hier selbstverständlich um die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate vom Standpunkt der Cracoviane.

Die Frage wurde in zweierlei Weise behandelt:

1. Es wurde die Anwendungsart der Methode der kleinsten Quadrate vom Standpunkt der Cracoviane und der Polynome dritten Grades für die Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft unter Umgehung der Verwendung automatischer Rechenmaschinen angegeben.

2. Die Formeln und Ausgangsgleichungen hat man auf diese Weise bearbeitet, daß die Verwendung der Rechenmaschinen zur Erreichung des vorgenannten Zweckes möglich ist.

Die Rechnung wurde den Cracovianrechnungsarten angepaßt mit der Absicht, sie unter Verwendung von Rechenmaschinen auszuführen. Ich verstehe darunter Rechenautomaten der Modelle PARF-2 und PARC, die am Lehrstuhl für Höhere Geodäsie und Geodätische Berechnungen an der Berg- und Hüttenakademie in Kraków gebaut werden. Diese Tatsache schließt nicht die Möglichkeit aus, andere Rechenvorrichtungen zu benutzen.

Einen Beweis dafür bilden die errechneten Reziproken der Koeffizientencracoviane, welche zur Approximierung des Regionalfeldes mit dem Kurvensystem des Polynoms dritten Grades dienen und mit Hilfe der universalen elektronischen Ziffermaschine XYZ der Rechnungs- und Programmstelle der Polnischen Akademie der Wissenschaften in Warszawa berechnet werden.

Im letzten Teil dieser Arbeit wurden Bemerkungen gemacht über diejenigen Bedingungen, bei denen nach der Ansicht des Verfassers das Polynom zweiten Grades und diejenigen Bedingungen, bei denen das Polynom dritten Grades zur Approximation des Regionalfeldes verwendet werden soll. Hier werden auch die Mängel und Vorzüge der Verfahren erörtert, die sich auf Ausnutzung der Methode der kleinsten Quadrate begründen. Außerdem werden auch Beispiele für die Anwendung der Polynome zweiten und dritten Grades zur Approximierung der Regionalfelder auf Grund des wirklichen Vermessungsmaterials angegeben. Schließlich wurde auch ein Vergleich der gewonnenen Ergebnisse mit den auf dem Wege der Anwendung der Residualmethoden erhaltenen Ergebnisse durchgeführt.

I. Approximierung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe des Kurvensystems des Polynoms dritten Grades

1. Theorie

Wenn wir annehmen, daß sich das Regionalfeld der Schwerkraft auf einem gewissen Gebiet mit Hilfe des Kurvensystems des Polynoms dritten Grades abbilden läßt, dann können wir schreiben:

$$\Delta g_R = \begin{pmatrix} y^0 \\ y^1 \\ y^2 \\ y^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{00} & a_{10} & a_{20} & a_{30} \\ a_{01} & a_{11} & a_{21} & 0 \\ a_{02} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{03} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

wobei xy die Koordinaten der beobachteten Schwerkraftanomalienwerte und $a_{00}, a_{10} \dots a_{03}$ die Koeffizienten, die bestimmt werden müssen, sind.

Die beste Annäherung der Verbreitung der beobachteten Schwerkraftanomalienwerte mit Hilfe der Funktion (1) erhalten wir, wenn

$$\sum |\Delta g_{L, n}|^2 = \text{Minimum ist.} \quad (2)$$

Dabei ist

$$\Delta g_L = \Delta g - \Delta g_R, \quad (3)$$

wobei Δg_R den Wert der beobachteten Schwerkraftanomalien und Δg_L den Wert der Lokalanomalie in diesem Punkt bezeichnen.

Die Bedingung (2) kann in Form der Normalgleichungen dargestellt werden:

$$\begin{array}{ll} \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{30}} = 0 & \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{02}} = 0 \\ \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{03}} = 0 & \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{11}} = 0 \\ \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{21}} = 0 & \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{10}} = 0 \\ \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{12}} = 0 & \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{01}} = 0 \\ \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{20}} = 0 & \sum \Delta g_L \cdot \frac{\partial \Delta g_L}{\partial a_{00}} = 0. \end{array} \quad (4)$$

Nach der Ausführung der im System (4) dargestellten Rechnungsart bekommen wir ein volles System der Normalgleichungen für die Unbekannten $a_{30}, a_{03} \dots a_{00}$:

$$\begin{aligned}
a_{30} \sum x^6 + a_{03} \sum x^3 y^3 + a_{21} \sum x^5 y + a_{12} \sum x^4 y^2 + a_{20} \sum x^5 + a_{02} \sum x^3 y^2 + a_{11} \sum x^4 y + a_{10} \sum x^4 + a_{01} \sum x^3 y + a_{00} \sum x^3 &= \sum G x^3 \\
a_{30} \sum x^3 y^3 + a_{03} \sum y^6 + a_{21} \sum x^2 y^4 + a_{12} \sum x y^5 + a_{20} \sum x^2 y^3 + a_{02} \sum y^5 + a_{11} \sum x y^4 + a_{10} \sum x y^3 + a_{01} \sum y^4 + a_{00} \sum y^3 &= \sum G y^3 \\
a_{30} \sum x^5 y + a_{03} \sum x^2 y^4 + a_{21} \sum x^4 y^2 + a_{12} \sum x^3 y^3 + a_{20} \sum x^4 y + a_{02} \sum x^2 y^3 + a_{11} \sum x^3 y^2 + a_{10} \sum x^3 y + a_{01} \sum x^2 y^2 + a_{00} \sum x^2 y &= \sum G x^2 y \\
a_{30} \sum x^4 y^2 + a_{03} \sum x y^5 + a_{21} \sum x^3 y^3 + a_{12} \sum x^2 y^4 + a_{20} \sum x^3 y^2 + a_{02} \sum x y^4 + a_{11} \sum x^2 y^3 + a_{10} \sum x^2 y^2 + a_{01} \sum x y^3 + a_{00} \sum x y^2 &= \sum G x y^2 \\
a_{30} \sum x^5 + a_{03} \sum x^2 y^3 + a_{21} \sum x^4 y + a_{12} \sum x^3 y^2 + a_{20} \sum x^4 + a_{02} \sum x^2 y^2 + a_{11} \sum x^3 y + a_{10} \sum x^3 + a_{01} \sum x^2 y + a_{00} \sum x^2 &= \sum G x^2 \\
a_{30} \sum x^3 y^2 + a_{03} \sum y^5 + a_{21} \sum x^2 y^3 + a_{12} \sum x y^4 + a_{20} \sum x^2 y^2 + a_{02} \sum y^4 + a_{11} \sum x y^3 + a_{10} \sum x y^2 + a_{01} \sum y^3 + a_{00} \sum y^2 &= \sum G y^2 \\
a_{30} \sum x^4 y + a_{03} \sum x y^4 + a_{21} \sum x^3 y^2 + a_{12} \sum x^2 y^3 + a_{20} \sum x^3 y + a_{02} \sum x y^3 + a_{11} \sum x^2 y^2 + a_{10} \sum x^2 y + a_{01} \sum x y^2 + a_{00} \sum x y &= \sum G x y \\
a_{30} \sum x^4 + a_{03} \sum x y^3 + a_{21} \sum x^3 y + a_{12} \sum x^2 y^2 + a_{20} \sum x^3 + a_{02} \sum x y^2 + a_{11} \sum x^2 y + a_{10} \sum x^2 + a_{01} \sum x y + a_{00} \sum x &= \sum G x \\
a_{30} \sum x^3 y + a_{03} \sum y^4 + a_{21} \sum x^2 y^2 + a_{12} \sum x y^3 + a_{20} \sum x^2 y + a_{02} \sum y^3 + a_{11} \sum x y^2 + a_{10} \sum x y + a_{01} \sum y^2 + a_{00} \sum y &= \sum G y \\
a_{30} \sum x^3 + a_{03} \sum y^3 + a_{21} \sum x^2 y + a_{12} \sum x y^2 + a_{20} \sum x^2 + a_{02} \sum y^2 + a_{11} \sum x y + a_{10} \sum x + a_{01} \sum y + a_{00} \sum x^0 y^0 &= \sum G.
\end{aligned} \tag{5}$$

Das System der Normalgleichungen (6) in der Cracovianregistrierung (T. KOCHMAŃSKI 1953) nimmt folgende Form an:

$$\begin{pmatrix} a_{30} \\ a_{03} \\ a_{21} \\ a_{12} \\ a_{20} \\ a_{02} \\ a_{11} \\ a_{10} \\ a_{01} \\ a_{00} \end{pmatrix} \tau \begin{pmatrix} \sum x^6 & \sum x^3 y^3 & \sum x^5 y & \sum x^4 y^2 & \sum x^5 & \sum x^3 y^2 & \sum x^4 y & \sum x^4 & \sum x^3 y & \sum x^3 \\ \sum x^3 y^3 & \sum y^6 & \sum x^2 y^4 & \sum x y^5 & \sum x^2 y^3 & \sum y^5 & \sum x y^4 & \sum x y^3 & \sum y^4 & \sum y^3 \\ \sum x^5 y & \sum x^2 y^4 & \sum x^4 y^2 & \sum x^3 y^3 & \sum x^4 y & \sum x^2 y^3 & \sum x^2 y^2 & \sum x^3 y & \sum x^2 y^2 & \sum x^2 y \\ \sum x^4 y^2 & \sum x y^5 & \sum x^3 y^3 & \sum x^2 y^4 & \sum x^3 y^2 & \sum x y^4 & \sum x^2 y^3 & \sum x^2 y^2 & \sum x y^3 & \sum x y^2 \\ \sum x^5 & \sum x^2 y^3 & \sum x^4 y & \sum x^3 y^2 & \sum x^4 & \sum x^2 y^2 & \sum x^3 y & \sum x^3 & \sum x^2 y & \sum x^2 \\ \sum x^3 y^2 & \sum y^5 & \sum x^2 y^3 & \sum x y^4 & \sum x^2 y^2 & \sum y^4 & \sum x y^3 & \sum x y^2 & \sum y^3 & \sum y^2 \\ \sum x^4 y & \sum x y^4 & \sum x^3 y^2 & \sum x^2 y^3 & \sum x^3 y & \sum x y^3 & \sum x^2 y^2 & \sum x^2 y & \sum x y^2 & \sum x y \\ \sum x^4 & \sum x y^3 & \sum x^3 y & \sum x^2 y^2 & \sum x^3 & \sum x y^2 & \sum x^2 y & \sum x^2 & \sum x y & \sum x \\ \sum x^3 y & \sum y^4 & \sum x^2 y^2 & \sum x y^3 & \sum x^2 y & \sum y^3 & \sum x y^2 & \sum x y & \sum y^2 & \sum y \\ \sum x^3 & \sum y^3 & \sum x^2 y & \sum x y^2 & \sum x^2 & \sum y^2 & \sum x y & \sum x & \sum y & \sum x^0 y^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum G x^3 \\ \sum G y^3 \\ \sum G x^2 y \\ \sum G x y^2 \\ \sum G x^2 \\ \sum G y^2 \\ \sum G x y \\ \sum G x \\ \sum G y \\ \sum G \end{pmatrix}, \tag{6}$$

wobei die einzelnen $\sum x^i y^j$ die Elemente des Koeffizientencracovians W , dagegen $\sum G, \sum G x^3, \sum G y^3, \dots, \sum G$ die Elemente des Freigliedercracovians L darstellen. Dabei bestimmt $\sum G$ die $\sum \Delta g$ auf dem betrachteten Netz; $\sum G x^3, \sum G y^3, \dots$ dagegen bezeichnen die Summen der entsprechenden Koordinatenprodukte und der beobachteten Schwerkraftanomalienwerte. Das Symbol τ stellt den sog. Einheitscracovian dar.

Zur Lösung des Gleichungssystems (6) mit den Unbekannten $a_{30}, a_{03} \dots a_{00}$ benützen wir dieselbe Methode, die wir für die Betrachtung des Regionalfeldes der Schwerkraft als Kurvensystem des Polynoms zweiten Grades (Z. FAJKLEWICZ 1959) gebraucht haben.

Wir benutzen also die Gleichung (T. KOCHMAŃSKI, 1953)

$$\underline{a} = \underline{L} \cdot \underline{W}^{-1}, \quad (7)$$

in der \underline{a} den Cracovian der Unbekannten, \underline{L} den Freigliedercracovian und \underline{W}^{-1} den reziproken Koeffizientencracovian bezeichnen.

Der Gebrauch der nicht bestimmten Lösung zur Berechnung der gesuchten Unbekannten ist sehr vorteilhaft, denn der schon einmal berechnete reziproke Koeffizientencracovian W^{-1} kann unbeschränkt viele Male zur Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft des Polynoms dritten Grades dienen, wenn ein Gebiet von derselben Größe und derselben Form in Frage kommt.

2. Berechnungsweise der Elemente des Koeffizientencracovians W

Bekannt sind die Werte der Schwereanomalie an den Ecken eines Quadrats von den Seitenlängen $x = y = 1$, die ein auf dem Rechteck $P(y) \cdot Q(x)$ sich erstreckendes Netz bilden. Dann nehmen die zur Berechnung der Elemente vom Typus $\sum \alpha^n$ des Koeffizientencracovians dienenden Formeln im Koordinatensystem der Figur 1 folgende Form an:

$$\sum x^K = |P + 1| \sum_{i=1}^Q x_i^K; \quad \sum y^L = |Q + 1| \sum_{i=1}^P y_i^L. \quad (8)$$

Die Elemente von Typus $\sum \alpha^n \beta^m$ erhalten wir schnell durch Anwendung der Formel:

$$\sum x^K y^L = \sum x^K \sum y^L. \quad (9)$$

Es ist leicht festzustellen, daß die Formeln (8) auf dem Wege der Addition der Werte x^K beziehungsweise y^L aller Ecken des sich auf dem Rechteck $P(x) \cdot Q(y)$ erstreckenden Netzes entstehen.

Führen wir die Addition längs der x -Achse durch, dann erhalten wir:

$$x_1^K + x_2^K + x_3^K + \dots + x_Q^K = \sum_{i=1}^Q x_i^K,$$

denn im Rechteck $P(y) \cdot Q(x)$ wiederholen sich diese Werte $(P + 1)$ mal, folglich bekommen wir also:

$$\sum x^K = (P + 1) \sum_{i=1}^Q x_i^K.$$

In ähnlicher Weise verfahren wir bei Einführung der zur Berechnung der Elemente $\sum \alpha^n \beta^m$ dienenden Formel.

Tabelle I.

Cracovian W für das Netz $P = 15$
 $Q = 15$
 Grad des Polynoms $n = 3$

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
487726720	207360000	275904000	221106880	36787200	17856000	21397440	2852992	1728000	230400
207360000	487726720	221106880	275904000	17856000	36787200	21397440	1728000	2852992	230400
275904000	221106880	221106880	207360000	21397440	17856000	17856000	1728000	1537600	148800
221106880	275904000	207360000	221106880	17856000	21397440	17856000	1537600	1728000	148800
36787200	17856000	21397440	17856000	2852992	1537600	1728000	230400	148800	19840
17856000	36787200	17856000	21397440	1537600	2852992	1728000	148800	230400	19840
21397440	21397440	17856000	17856000	1728000	1728000	1537600	148800	148800	14400
2852992	1728000	1728000	1537600	230400	148800	148800	19840	14400	1920
1728000	2852992	1537600	1728000	148800	230400	148800	14400	19840	1920
230400	230400	148800	148800	19840	19840	14400	1920	1920	256

Tabelle II.

Cracovian W für das Netz $P = 20$
 $Q = 20$
 Grad des Polynoms $n = 3$

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
4545572010	1944810000	2589993000	2074051420	258999300	126567000	151759860	15175986	9261000	926100
1944810000	4545572010	2074051420	2589993000	126567000	258999300	151759860	9261000	15175986	926100
2589993000	2074051420	2074051420	1944810000	151759860	126567000	126567000	9261000	8236900	602700
2074051420	2589993000	1944810000	2074051420	126567000	151759860	126567000	8236900	9261000	602700
258999300	126567000	151759860	126567000	15175986	8236900	9261000	926100	602700	60270
126567000	258999300	126567000	151759860	8236900	15175986	9261000	602700	926100	60270
151759860	151759860	126567000	126567000	9261000	9261000	8236900	602700	602700	44100
15175986	9261000	9261000	8236900	926100	602700	602700	60270	44100	4410
9261000	15175986	8236900	9261000	602700	926100	602700	44100	60270	4410
926100	926100	602700	602700	60270	60270	44100	4410	4410	441

Approximierung des Regionalfeldes der Schwerkraft

Das von uns angenommene Koordinatensystem läßt die Ableitung der zur Berechnung der Elemente von Typus $\sum G\alpha^n$ sowie zur Berechnung der Elemente von Typus $\sum G\alpha^n\beta^m$ dienenden Formeln zu.

Ich habe vor kurzem (Z. FAJKLEWICZ 1959) geschrieben, daß die Ableitung der Formeln zur Ermittlung der Elemente vom Typus $\sum G\alpha^n\beta^m$ unmöglich scheint.

Infolge einer anderen Auffassung dieses Problems durch eine Anwendung der Cracovianrechnung wurde aber das Ziel erreicht.

Die zur Ermittlung der Elemente von Typus $\sum G\alpha^n$ dienenden Formeln wurden hier auch in der Cracovianenform dargestellt. Dieser Umstand hatte viele Vorteile. Einer von ihnen ist nachfolgende Formel zur mnemotechnischen Ermittlung der Elemente von Typus $\sum G\alpha^n$.

Sie hat ihre Bedeutung nicht nur als eine Erleichterung beziehungsweise eine beträchtliche Vereinfachung der Berechnungen, sondern läßt sich auch von Personen gebrauchen, die die Cracovianrechnung als Abbildungsverfahren des Regionalfeldes der Schwerkraft nicht kennen.

3. Berechnungsweise der Elemente des Freigliedercracovians

Halten wir ferner die Annahme fest, daß die Werte der Schwerkraftanomalien an den Netzecken der sich auf dem Rechteck $P(y) \cdot Q(x)$ erstreckenden Quadrate abgelesen bzw. interpoliert worden sind, dann kann man leicht nachweisen, daß für ein beliebiges Element gilt:

$$\begin{aligned} \sum G\alpha^n &= \alpha_1^n g'_1 + \alpha_2^n g'_2 + \alpha_3^n g'_3 + \dots + \alpha_q^n g'_q + \\ &+ \alpha_1^n g''_1 + \alpha_2^n g''_2 + \alpha_3^n g''_3 + \dots + \alpha_q^n g''_q + \\ &\quad \vdots \\ &+ \alpha_1^n g^P_1 + \alpha_2^n g^P_2 + \alpha_3^n g^P_3 + \dots + \alpha_q^n g^P_q + \\ &+ \alpha_1^n g^{P+1}_1 + \alpha_2^n g^{P+1}_2 + \alpha_3^n g^{P+1}_3 + \dots + \alpha_q^n g^{P+1}_q. \end{aligned}$$

Wir bestimmen:

$$\begin{aligned} g'_1 + g''_1 + \dots + g^P_1 + g^{P+1}_1 &= \sum g_1 \\ g'_2 + g''_2 + \dots + g^P_2 + g^{P+1}_2 &= \sum g_2 \\ g'_3 + g''_3 + \dots + g^P_3 + g^{P+1}_3 &= \sum g_3 \\ &\quad \vdots \\ g'_q + g''_q + \dots + g^P_q + g^{P+1}_q &= \sum g_q. \end{aligned}$$

Man sieht daraus, daß die Summen $\sum g_1, \sum g_2, \sum g_3 \dots \sum g_q$ entsprechend die Summen der bemessenen Werte der Schwerkraftanomalien der ersten, zweiten, dritten und Qten Spalte werden (Bild 1).

Ähnliche Schlußfolgerung können wir ziehen, wenn wir längs der Zeilen addieren. Dann werden $\sum g_I, \sum g_{II}, \sum g_{III} \dots \sum g_P$ entsprechend die Summen des bemessenen Schwerkraftwertes der ersten, zweiten, dritten und P ten Zeile.

Setzen wir jetzt im ersten Ausdruck an Stelle einzelner $g', g'', g''' \dots$ die entsprechenden Summen der Spalten oder Zeilen $\sum g_1, \sum g_2, \sum g_3 \dots \sum g_Q$, dann wird

$$\sum G\alpha^n = \sum Gx^n = x_1 \sum g_1 + x_2 \sum g_2 + x_3 \sum g_3 + \dots + x_Q \sum g_Q. \quad (10)$$

Wenn wir dagegen die Addition längs der Zeilen durchführen, d. h., die Summen $\sum g_I, \sum g_{II}, \sum g_{III} \dots \sum g_P$ einführen, dann wird

$$\sum G\alpha^n = \sum Gy^n = y_1 \sum g_I + y_2 \sum g_{II} + y_3 \sum g_{III} + \dots + y_P \sum g_P. \quad (11)$$

Die Formeln (10) und (11) dienen zur Berechnung der Elemente $\sum Gx^n$ und $\sum Gy^n$ und entstehen, was leicht zu bemerken ist, durch Multiplikation zweier einspaltiger Cracoviane:

$$\sum Gx^n = \underline{\sum g} \cdot \underline{x^n}; \quad \sum Gy^n = \underline{\sum g^*} \cdot \underline{y^n}, \quad (12)$$

wobei $\underline{\sum g}$ den Cracovian der Summen einzelner Spalten, $\underline{x^n}$ den Cracovian der Koeffizienten x_i^n bestimmt.

In der zweiten Verbindung bedeuten $\underline{\sum g^*}$ und $\underline{y^n}$ entsprechend den Cracovian der Summen einzelner Zeilen und den Cracovian der Koeffizienten y_i^n .

Die aufgeschriebenen Verbindungen (12) nehmen die Form an:

$$\sum Gx^n = \begin{pmatrix} \sum g_1 \\ \sum g_2 \\ \sum g_3 \\ \vdots \\ \sum g_Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^n \\ x_2^n \\ x_3^n \\ \vdots \\ x_Q^n \end{pmatrix}; \quad \sum Gy^n = \begin{pmatrix} \sum g_I \\ \sum g_{II} \\ \sum g_{III} \\ \vdots \\ \sum g_P \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1^n \\ y_2^n \\ y_3^n \\ \vdots \\ y_P^n \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Die Cracovianausdrücke (13), welche zur Ermittlung der Elemente von Typus $\sum Gx^n$ und $\sum Gy^n$ des Freigliedereracovians dienen, lassen sich auf eine allgemeinere Form bringen:

$$\sum G\alpha^n = \begin{pmatrix} g_{1,I} \\ g_{2,II} \\ g_{3,III} \\ \vdots \\ g_{Q,P} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1^n \\ \alpha_2^n \\ \alpha_3^n \\ \vdots \\ \alpha_{QP}^n \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Die Formel (14) kann als Grundlage zur Herstellung einer Cracoviantabelle benutzt werden, die zur mnemotechnischen Berechnung der Elemente von Typus $\sum G\alpha^n$ dient.

Weil wir das Regionalfeld höchstens mit Hilfe des Polynoms dritten Grades abbilden werden, kommen also nur die Elemente $\sum G\alpha^n$ ersten, zweiten und dritten Grades in Frage.

Damit wird die nachstehende Cracoviantabelle zur Berechnung der Elemente $\sum G\alpha^n$ höchstens dritten Grades hergestellt.

		$\sum G\alpha$	$\sum G\alpha^2$	$\sum G\alpha^3$	
	$\sum g_{1,I}$	1	1	1	
	$\sum g_{2,II}$	2	4	8	
	$\sum g_{3,III}$	3	9	27	
	$\sum g_{4,IV}$	4	16	64	
	$\sum g_{5,V}$	5	25	125	
	$\sum g_{6,VI}$	6	36	216	
	$\sum g_{7,VII}$	7	49	343	
	$\sum g_{8,VIII}$	8	64	512	
	$\sum g_{9,IX}$	9	81	729	
	$\sum g_{10,X}$	10	100	1000	Netz 10 × 10
$\sum G\alpha^n =$	$\sum g_{11,XI}$	11	121	1331	(15)
	$\sum g_{12,XII}$	12	144	1728	
	$\sum g_{13,XIII}$	13	196	2197	
	$\sum g_{14,XIV}$	14	196	2744	
	$\sum g_{15,XV}$	15	225	3375	
	$\sum g_{16,XVI}$	16	256	4096	
	$\sum g_{17,XVII}$	17	289	4913	
	$\sum g_{18,XVIII}$	18	324	5832	
	$\sum g_{19,XIX}$	19	361	6859	
	$\sum g_{20,XX}$	20	400	8000	Netz 20 × 20.

Gehen wir jetzt zur Ableitung der Formel über, welche zur Berechnung der Elemente vom Typus $\sum G\alpha^n \beta^m$ dient, und setzen wir $\alpha^n = x^n$ und $\beta^m = \alpha^m$ voraus.

Beachten wir folgendes:

$$\begin{aligned}
 & y_p^m x_1^n g_{p,1} + y_p^m x_2^n g_{p,2} + y_p^m x_3^n g_{p,3} + \dots + y_p^m x_q^n g_{p,q} + \\
 & \quad \vdots \\
 & + y_3^m x_1^n g_{3,1} + y_3^m x_2^n g_{3,2} + y_3^m x_3^n g_{3,3} + \dots + y_3^m x_q^n g_{3,q} + \\
 & + y_2^m x_1^n g_{2,1} + y_2^m x_2^n g_{2,2} + y_2^m x_3^n g_{2,3} + \dots + y_2^m x_q^n g_{2,q} + \\
 & \sum G\alpha^n \beta^n = y_1^m x_1^n g_{1,1} + y_1^m x_2^n g_{1,2} + y_1^m x_3^n g_{1,3} + \dots + y_1^m x_q^n g_{1,q} ,
 \end{aligned}$$

so stellen wir fest, daß sich die obige Summe in Form einer Tabelle schreiben läßt:

$y^m \backslash x^n$	x_1^n	x_2^n	$x_3^n \dots x_q^n$
y_P^m	$g_{P,1}$	$g_{P,2}$	$g_{P,3} \dots g_{P,q}$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
y_3^m	$g_{3,1}$	$g_{3,2}$	$g_{3,3} \dots g_{3,q}$
y_2^m	$g_{2,1}$	$g_{2,2}$	$g_{2,3} \dots g_{2,q}$
y_1^m	$g_{1,1}$	$g_{1,2}$	$g_{1,3} \dots g_{1,q}$

Es ist leicht zu erkennen, daß die auf eine solche Weise konstruierte Tabelle ein Produkt der Cracoviane ist.

$$\sum G x^n y^m = \begin{pmatrix} y_P^m \\ \cdot \\ \cdot \\ y_3^m \\ y_2^m \\ y_1^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_{P,1} & g_{P,2} & g_{P,3} \dots g_{P,q} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{3,1} & g_{3,2} & g_{3,3} \dots g_{3,q} \\ g_{2,1} & g_{2,2} & g_{2,3} \dots g_{2,q} \\ g_{1,1} & g_{1,2} & g_{1,3} \dots g_{1,q} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1^n \\ x_2^n \\ x_3^n \\ \cdot \\ \cdot \\ x_q^n \end{pmatrix} \quad (16)$$

Die oben angeführten Formeln, welche zur Berechnung der Freigliedcracovianelemente dienen, fördern die zur Ermittlung des Cracovians \underline{L} führenden Arbeiten bedeutend. Insbesondere können die Elemente vom Typus $\sum G \alpha^n$ sofort ermittelt werden, entweder durch Anwendung der Formeln (13) oder durch Benutzung der Cracoviantabelle (15). Mit Hilfe der letzten wird die Berechnung der Elemente vom Typus $\sum G \alpha^n$ mit minimalem Aufwand an geistiger Arbeit ausgeführt.

Die Berechnung der Elemente vom Typus $\sum G \alpha^n$ dauert für ein Vermessungsnetz von mittlerer Größe bei der Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe des Kurvensystems des Polynoms dritten Grades einige Minuten, kann dagegen ohne Verwendung der Formeln ein paar Stunden dauern. In ähnlicher Weise reduziert die Anwendung der Formel (16) zur Berechnung der Elemente vom Typus $\sum G \alpha^n \beta^m$ in hohem Grade die Zeit, welche wir ohne Benutzung der Formel (16) benötigen würden.

Die Formeln (13) und (16) gewinnen eine noch größere Bedeutung, wenn wir uns bei den Berechnungen einer automatischen Rechenmaschine bedienen können. Sie kann in ihrer Konstruktion sogar so einfach sein wie die Bauart des Relaisautomaten vom Typ PARF-2. Die Anwendung der Formeln (13) und (16) bringt in diesem Fall die Ergebnisse fast sofort.

Im allgemeinen kann aber festgestellt werden, daß es zur Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe des Koordinatensystems des Polynoms dritten Grades vollkommen genügt, wenn man mit den üblichen Bürorechenmaschinen arbeitet.

4. Berechnung des reziproken Koeffizientencracovians.

Sofern die Berechnung des reziproken Koeffizientencracovians für mittlere Größen des Meßgebietes, z. B. 15×15 , 20×20 , im Fall der Annäherung des Regionalfeldes durch das Polynom zweiten Grades auf keine Schwierigkeiten gestoßen ist, stellen sich bei Berechnung des reziproken Koeffizientencracovians für Gebiete mit den gleichen

Größen, jedoch bei Abbildung des Regionalfeldes durch Polynome dritten Grades Schwierigkeiten ein.

Sie bestehen vor allem darin, daß im reziproken Koeffizientencracovian, bzw. im Gleichungssystem, außer dem Koeffizienten $\sum \alpha^n x^m$ vom Grade $n = m = 0$, auch die Koeffizienten sechsten Grades in Erscheinung treten. Bei der Abschätzung des Netzes 20×20 auf eine solche Weise erscheint neben dem Wert $\sum x^6 = 4545572010$ auch der Wert $\sum x^0 y^0 = 441$.

Wenn wir also eine ausreichende Genauigkeit bei der Berechnung der Koeffizienten $a_{3,0}, a_{0,3} \dots a_{00}$ erhalten wollen, müssen wir eine Maschine zur Verfügung haben, die uns diese Genauigkeit gewährleistet.

Deswegen haben wir uns entschlossen, eine elektronische Ziffernmaschine vom Typ XYZ zu verwenden.

Das Programm wurde so entworfen, daß der reziproke Koeffizientencracovian \underline{W}^{-1} durch Zerlegung des Cracovians \underline{W} in primäre Faktoren \underline{g} und \underline{h} ermittelt werden könnte, um dann durch Berechnung der Reziproken \underline{g}^{-1} und \underline{h}^{-1} den reziproken Cracovian \underline{W}^{-1} zu erhalten.

Es steht in Übereinstimmung mit der Beziehung

$$\underline{W}^{-1} = \underline{g}^{-1} \cdot \underline{h}^{-1}, \quad (17)$$

worin \underline{g}^{-1} und \underline{h}^{-1} reziproke Cracoviane der kanonischen Cracoviane sind.

Die berechneten reziproken Cracoviane sind in den Tabellen III und IV zusammengestellt.

Zur Nachprüfung der erzielten Ergebnisse wurde die Multiplikation

$$\underline{W} \cdot \underline{W}^{-1} = \tau \quad (18)$$

durchgeführt, wobei τ der Einheitscracovian ist, d. h. er besitzt auf der Diagonale die Ziffern Eins, und die übrigen Ziffern sind Null:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}.$$

In unserem Fall hatte man bei der Nachprüfung des reziproken Cracovians für das Gebiet 15×15 auf der Hauptdiagonale des Einheitscracovians nachstehende Werte an Stelle der Ziffern Eins erhalten:

$$1,00001; 1,00001; 1,00004; 1,00004; 1,00000;$$

$$1,00000; 1,00001; 0,99998; 0,99998; 0,99998.$$

Somit wurde der reziproke Cracovian 15×15 gemäß der Annahme mit genügender Genauigkeit bis auf fünf Stellen erhalten, dagegen erhielt man für den reziproken Cracovian 20×20 entsprechend:

$$1,000000; 1,000000; 1,000000; 1,000000; 1,000000;$$

$$1,000000; 1,000000; 1,000000; 1,000000; 1,000000$$

Aus diesem Grund kann man beurteilen, daß der reziproke Cracovian 20×20 mit größerer Genauigkeit als der reziproke Cracovian 15×15 ermittelt wurde, was aber in einem gewissen Sinn einem Zufall zuzuschreiben ist, denn wir sorgten nur dafür, eine Genauigkeit bis zur fünften Stelle zu erhalten.

Beide in den Tabellen III und IV dargestellte reziproken Cracoviane wurden außerdem mit einer Spalte S vervollständigt. Sie soll zur Kontrolle der berechneten Koeffizienten $a_{30}, a_{03} \dots a_{00}$ dienen. Dabei wurde die Formel

$$\sum a_{ij} = \underline{S} \cdot \underline{L} \quad (19)$$

angewendet.

5. Die Anwendung

Die Anwendung der beschriebenen Methode zur Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit den Kurvensystemen des Polynoms dritten Grades ist überaus einfach, denn man kann leicht wahrnehmen, daß:

$$\underline{L} \cdot I_{W-1} = a_{30}; \quad \underline{L} \cdot II_{W-1} = a_{03} \dots \underline{L} \cdot X_{W-1} = a_{00} \text{ ist.}$$

Um die erzielten Ergebnisse nachzuprüfen, addieren wir einzelne a_{ij} und gehen weiter nach der Formel (19) vor.

Die berechneten Werte von a_{ij} und die ihnen zugefügten Koordinaten i, j bestimmen unbedingt und unmittelbar das Regionalfeld in seiner Form und Intensität.

Wie schon oben erwähnt wurde, berechnen wir einzelne a_{ij} unter Ausnutzung der reziproken Cracoviane mit Hilfe einer elektrischen Rechenmaschine.

6. Die Verwendung der Rechenautomaten für die Ermittlung der Koeffizienten a_{ij}

Die Grundlage der oben dargestellten Methode bilden reziproke Koeffizientencracoviane, die in die Form der Tabellen III und IV gefaßt sind.

Kann man sich bei den Berechnungen irgendeiner automatischen bzw. halbautomatischen Rechenmaschine bedienen, dann können diese reziproken Cracoviane bzw. die zur Abbildung des Regionalfeldes durch ein Polynom zweiten Grades (Z. FAJKLEWICZ 1959) dienenden reziproken Cracoviane durch einen entsprechenden Satz von Lochkarten oder durch ein Stück perforierten Bandes ersetzt werden.

Derartige Versuche wurden von uns unter Verwendung einer universellen elektronischen Ziffernmaschine XYZ durchgeführt. Auf Bild 2 ist ein Satz von Lochkarten dargestellt, der der ersten Spalte des reziproken Cracovians 20×20 aus der Tabelle IV entspricht.

Ein anderer Versuch wurde unter Verwendung eines Relaisrechenautomaten vom Typ PARF-2 durchgeführt. In diesem Fall wurde der reziproke Cracovian durch ein perforiertes Band ersetzt. Auf Bild 3 sind die Abschnitte des perforierten Bandes aus der Maschine PARF-2 dargestellt.

Daraus ist ersichtlich, daß es uns in diesem Fall nicht um die Verwendung der Rechengeräte für die Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft durch ein Koordinatensystem zweiten bzw. dritten Grades geht. Diese Aufgabe kann auf verschiedene Weise je



SLUB

Wir führen Wissen.

UNIVERSITÄTSBIBLIOTHEK
FREIBERG



nach dem Typus und der Klasse des verwendeten Rechengerätes ausgeführt werden. Als Beispiel können hier die Arbeiten von S. M. SIMPSON (1954) und C. H. G. OLDHAM, ferner von D. B. SUTHERLAND (1955) angeführt werden.

Die oben dargelegten Bemerkungen weisen nur auf die Möglichkeit der Ausnützung der beschriebenen Methode für den Fall hin, daß uns zu unseren Berechnungen der eine oder der andere Rechenautomat zur Verfügung steht.

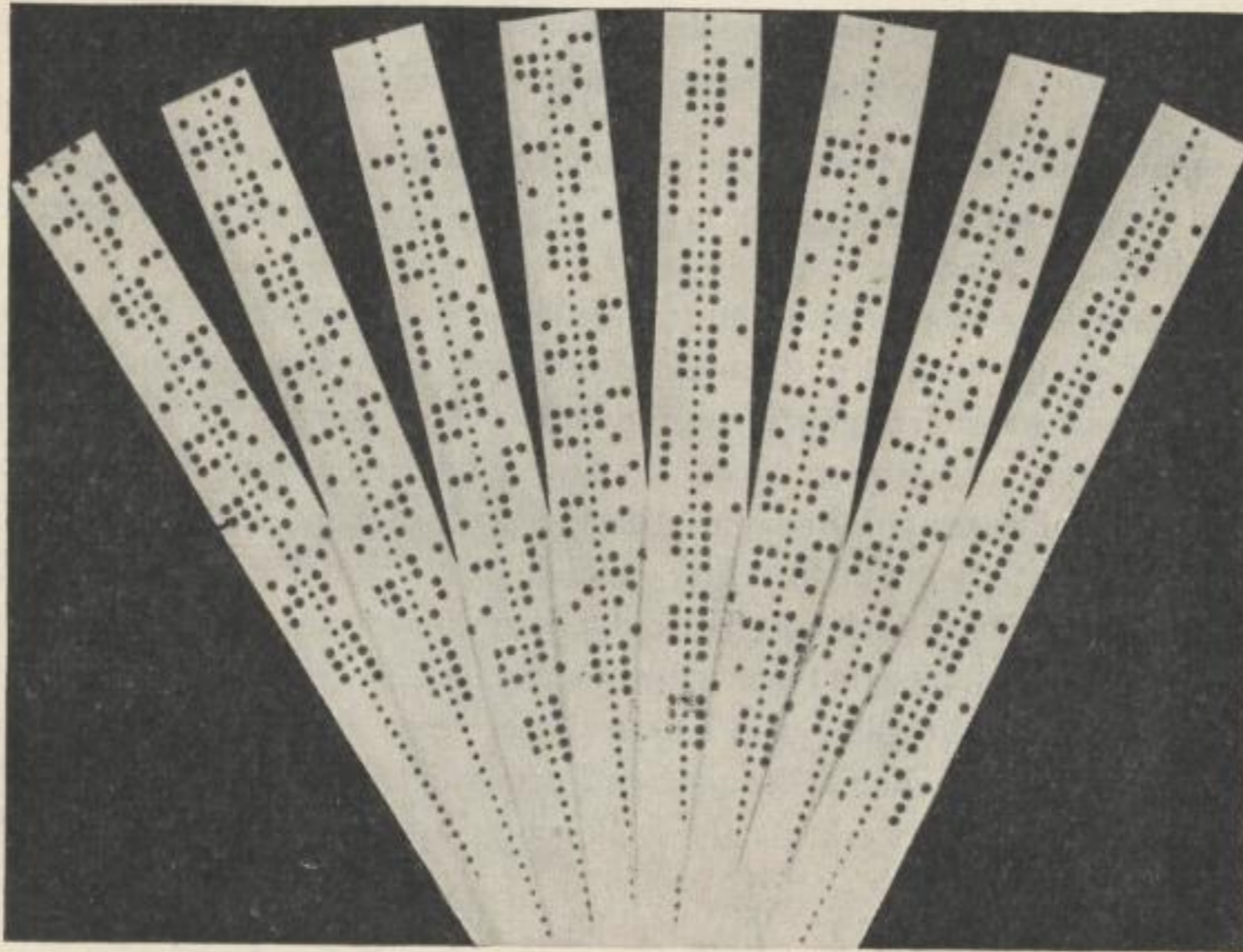


Bild 2. Lochkartensystem aus dem universellen elektronischen Rechenautomaten XYZ. Es entspricht der ersten Spalte des reziproken Cracovians 20×20 , $n = 3$ aus der Tab. IV

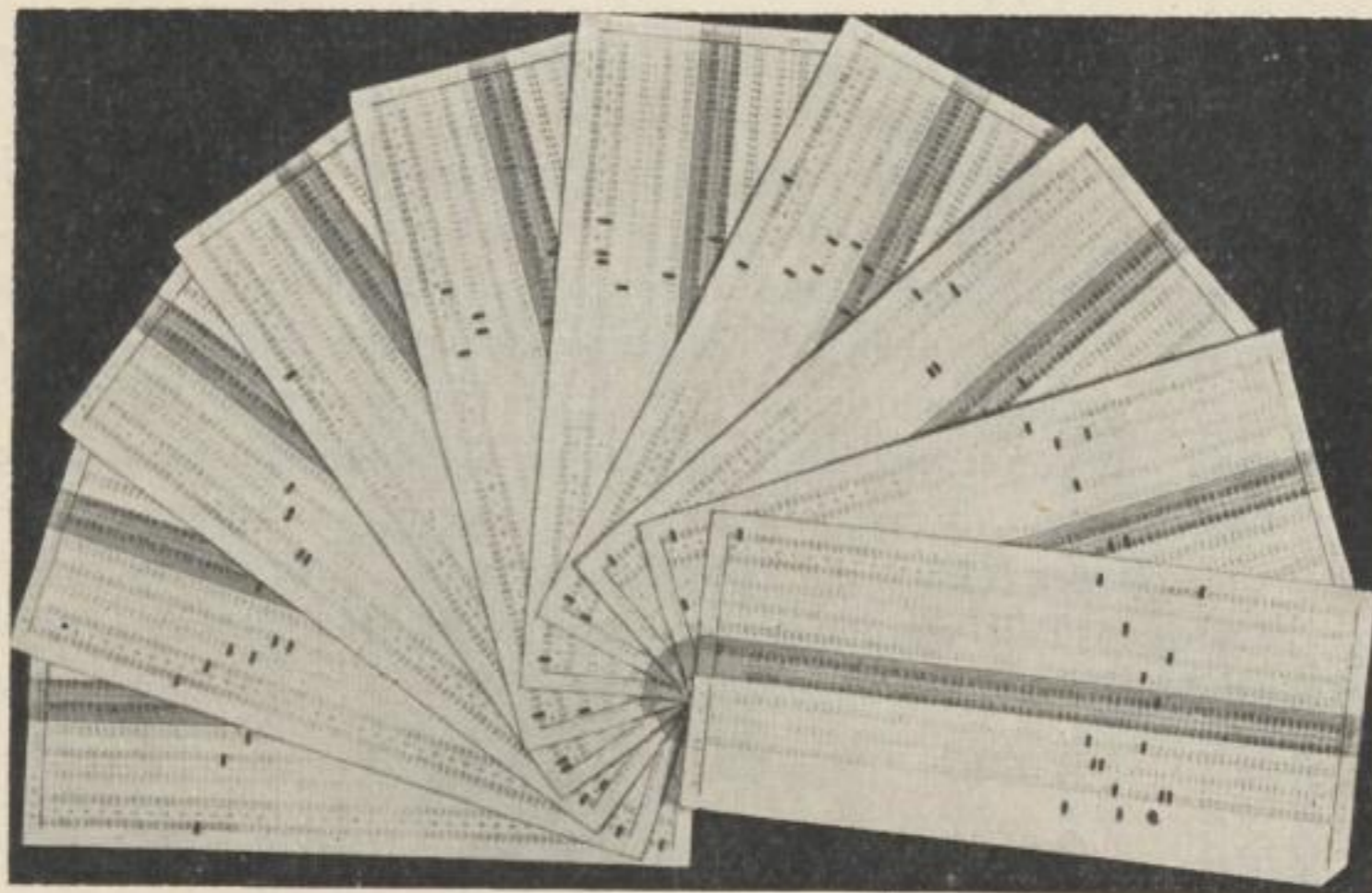


Bild 3. Lochband aus dem Rechenautomaten PARF-2. Es wurde zu den im Text besprochenen Berechnungen verwendet

II. Die Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe eines Kurvensystems des Polynoms zweiten Grades

Strenger genommen handelt es sich hier um die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate in der Auffassung der Cracoviane und Polynome zweiten Grades zur Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft.

Bei Anwendung der Cracovianrechnung erhält man in diesem Fall das Endergebnis sehr schnell. Es ist dabei nicht notwendig, elektronische Rechenautomaten zu benutzen.

Diese Aufgabe ist schon früher gelöst und veröffentlicht worden (Z. FAJKLEWICZ 1959). Daher mache ich im vorliegenden Abschnitt nur einige Bemerkungen zu diesem Thema.

Der sich mit der Deutung der gravimetrischen Aufnahmen beschäftigende Geophysiker wird leicht feststellen, daß in einer ganzen Reihe von Fällen die Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft mit Hilfe des Kurvensystems eines Polynoms zweiten Grades ausreichen wird. Dies ist vor allem in zwei Fällen sinnvoll: erstens, wenn das interpretierte Gebiet nicht allzu groß ist, zweitens, wenn das Regionalfeld der Schwerkraft ein Abbild der einfachen tektonischen Formen ist.

Das Regionalfeld der Schwerkraft als ein Polynom zweiten Grades läßt sich folgendermaßen ausdrücken:

$$\Delta g_R = \begin{Bmatrix} y^0 \\ y^1 \\ y^2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} a_{00} & a_{10} & a_{20} \\ a_{01} & a_{11} & 0 \\ a_{02} & 0 & 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} x^0 \\ x^1 \\ x^2 \end{Bmatrix}, \quad (20)$$

wobei xy die Koordinaten der beobachteten Schwerkraftanomalien und $a_{20}, a_{02} \dots a_{00}$ die zu bestimmenden die Koeffizienten sind.

Die beste Annäherung der Verbreitung von beobachteten Schwereanomalienwerten mit Hilfe der Funktion (20) erzielen wir dann, wenn die Bedingung (2) erfüllt ist. Sie kann in Form eines Normalgleichungssystems dargestellt werden. Diesen Gleichungen geben wir in analoger Weise, wie es oben bei der Besprechung des Regionalfeldes des Polynoms dritten Grades gemacht wurde, die Gestalt der Cracoviane. In diesem Fall haben wir es mit einem System von sechs Gleichungen für die Unbekannten $a_{20}, a_{02} \dots a_{00}$ zu tun.

Wir lösen dieses System, indem wir die Verbindung (7) anwenden, wobei wir die Elemente des Cracovianes L auch mit Hilfe der Formeln (15) und (16) ermitteln.

Für den gegebenen Fall wurden sechs reziproke Koeffizientencracoviane für ein Quadratnetz auf den Rechtecken:

$$\begin{array}{cccccc} P = 10 & P = 15 & P = 20 & P = 15 & P = 20 & P = 20 \\ Q = 10 & Q = 10 & Q = 10 & Q = 15 & Q = 15 & Q = 20 \end{array}$$

ermittelt. Diese reziproken Cracoviane sind in den Tabellen V bis X zusammengestellt worden.

Tabelle V.

Reziproker Cracovian W^{-1} für das Netz $P = 10$
 $Q = 10$
 Polynom des Grades $n = 2$

I	II	III	IV	V	VI	VII
0,000105956010	0,000000000370	0,000000000590	-0,001059564400	-0,000000006700	0,001589358000	0,000635743870
0,000000000370	0,000105952440	0,000000000240	-0,000000008500	-0,001059525800	0,001589309000	0,000635727750
0,000000000590	0,000000000240	0,000082645450	-0,000413235900	-0,000413230800	0,002066153000	0,001322332580
-0,001059564400	-0,000000008500	-0,000413235900	0,013488328000	0,002066243000	-0,030356680000	-0,016274917800
-0,000000006700	-0,001059525800	-0,000413230800	0,002066243000	0,013487853000	-0,030356070000	-0,016274737300
0,001589358000	0,001589309000	0,002066153000	-0,030356680000	-0,030356070000	0,148920500000	0,093452570000

Tabelle VI.

Reziproker Cracovian W^{-1} für das Netz $P = 15$
 $Q = 10$

I	II	III	IV	V	VI	VII
0,000072840455	0,000000000144	0,000000001044	-0,000728413340	-0,000000008320	0,001092665700	0,000437085683
0,000000000144	0,000015914144	-0,000000000636	0,000000003670	-0,000238708160	0,000556964600	0,000334173762
0,000000001044	-0,000000000636	0,000026737768	-0,000200544660	-0,000133678900	0,001002663300	0,000695177916
-0,000728413340	0,000000003670	-0,000200544660	0,009356416200	0,001002672600	-0,021287584000	-0,011857449530
-0,000000008320	-0,000238708160	-0,000133678900	0,001002672600	0,004516382000	-0,015373108000	-0,010226448780
0,001092665700	0,000556964600	0,001002663300	-0,021287584000	-0,015373108000	0,108410170000	0,074401771600

Tabelle VII.

Reziproker Cracovian W^{-1} für das Netz $P = 20$
 $Q = 10$

I	II	III	IV	V	VI	VII
0,000043444730	0,000000000140	0,000000000220	-0,000434450900	-0,000000004800	0,000651706000	0,000260695390
0,000000000140	0,000004052630	0,000000000250	-0,000000003800	-0,000081054100	0,000256683000	0,000179678120
0,000000000220	0,000000000250	0,000011806640	-0,000118068900	-0,000059038500	0,000590356000	0,000425055710
-0,000434450900	-0,000000003800	-0,000118068900	0,005958115000	0,000590435000	-0,014585160000	-0,008589133600
-0,000000004800	-0,000081054100	-0,000059038500	0,000590435000	0,002034342000	-0,009266110000	-0,006781430400
0,000651706000	0,000256683000	0,000590356000	-0,014585160000	-0,009266110000	0,082508500000	0,060155975000

Tabelle VIII.

Reziproker Cracovian W^{-1} für das Netz $P = 15$
 $Q = 15$

Polynom des Grades $n = 2$

I	II	III	IV	V	VI	VII
0,000010941843	-0,000000007298	-0,000000000017	-0,000164127760	0,000000109330	0,000382707800	0,000229623898
-0,000000007298	0,000010941456	0,000000000014	0,000000108850	-0,000164121910	0,000382696600	0,000229617712
-0,000000000017	0,000000000014	0,000008645979	-0,000064844740	-0,000064845150	0,000486336100	0,000365292186
-0,000164127760	0,000000108850	-0,000064844740	0,003132081800	0,000484706800	-0,010766848000	-0,007378923050
0,000000109330	-0,000164121910	-0,000064845150	0,000484706800	0,003131990700	-0,010766652000	-0,007378812230
0,000382707800	0,000382696600	0,000486336100	-0,010766848000	-0,010766652000	0,078731870000	0,058450110500

Abbildung des Regionalfeldes mit Hilfe eines Kurvensystems

Tabelle IX.

Reziproker Cracovian W^{-1} für das Netz $P = 20$
 $Q = 15$

I	II	III	IV	V	VI	VII
0,000008336371	0,000000000021	0,000000000002	-0,000125045540	-0,000000000340	0,000291772200	0,000175062714
0,000000000021	0,000002786117	-0,000000000018	-0,000000000020	-0,000055722380	0,000176454400	0,000123518120
0,000000000002	-0,000000000018	0,000003819719	-0,000038197110	-0,000028647570	0,000286477700	0,000223452723
-0,000125045540	-0,000000000020	-0,000038197110	0,002397708000	0,000286479000	-0,008291755000	-0,005770810670
-0,000000000340	-0,000055722380	-0,000028647570	0,000286479000	0,001410473600	-0,006489360000	-0,004876777690
0,000291772200	0,000176454400	0,000286477700	-0,008291755000	-0,006489360000	0,001844230000	0,047817819300

Tabelle X.

Reziproker Cracovian W^{-1} für das Netz $P = 20$
 $Q = 20$

I	II	III	IV	V	VI	VII
0,000002122756	0,000000000072	0,000000000030	-0,000042455517	-0,000000001775	0,000134449970	0,000094115536
0,000000000072	0,000002122637	-0,000000000012	-0,000000001365	-0,000042452439	0,000134436030	0,000094104923
0,000000000030	-0,000000000012	0,000001686631	-0,000016867029	-0,000016866017	0,000168664540	0,000136618143
-0,000042455517	-0,000000001365	-0,000016867029	0,001079626410	0,000168697780	-0,004994095800	-0,003805095520
-0,000000001775	-0,000042452439	-0,000016866017	0,000168697780	0,001079547940	-0,004993782300	-0,003804856811
0,000134449970	0,000134436030	0,000168664540	-0,004994095800	-0,004993782300	0,048532122000	0,038981794440

Sie wurden auf eine andere Weise berechnet, als es im Fall der in den Tabellen III und IV dargestellten reziproken Cracoviane ausgeführt wurde, und zwar durch Cracovianwurzelziehen.

Bestimmt man mit r die Quadratwurzel im Sinn der Cracoviane, mit \underline{W} den Koeffizientencracovian, d. h., wenn

$$\underline{r} = \underline{W} \text{ und } \underline{r}^{-1} \text{ sein reziproker Wert ist,} \quad (21)$$

dann ist

$$\underline{W}^{-1} = \underline{r}^{-1} \cdot \underline{r}^{-1}. \quad (22)$$

Die reziproken Cracoviane aus den Tabellen V—X wurden nur unter Verwendung einer üblichen Handrechenmaschine berechnet. Es genügt vollkommen, zur Berechnung der einzelnen $a_{20}, a_{02} \dots a_{00}$ eine Handrechenmaschine zu benutzen. Wenn wir dabei den ermittelten Cracovian L zur Verfügung haben, erhalten wir in mindestens 20 Minuten die Formel, die die Verbreitung der Lokalanomalien bestimmt. Das Ergebnis wird unter Verwendung der Formel (19) nachgeprüft.

III. Anwendungsbeispiele

Nachstehend werden einige Beispiele für die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate vom Standpunkte der Cracovians und der Polynome zweiten und dritten Grades zur Abbildung des Regionalfeldes der Schwerkraft angegeben.

Das erste Beispiel betrifft die Anwendung der Polynome zweiten Grades zur Approximation des Regionalfeldes der Schwerkraft im Bezirk von Belchatów.

Die auf diesem Gebiet beobachteten Schwereanomalien (Bild 4) bilden einen Abschluß des gravimetrischen Minimums das dem Ende der Kretazischen Lodscher Senke entspricht (Z. FAJKLEWICZ 1959).

Man vermutet auf Grund der durchgeführten geologischen und geophysikalischen Arbeiten in dem Gebiet, das von Süden an das besprochene Gebiet angrenzt, daß die jurassischen Ablagerungen, die in einer nicht zu großen Tiefe liegen, gefaltet sind.

Nach ST. PAWŁOWSKI (1953), der zugleich der Verfasser der Auswertung der gravimetrischen Aufnahme aus dem Bezirk Radomsko ist, gibt es einen großen Dichteunterschied zwischen den jurassischen und den jüngeren Ablagerungen von wenigstens $0,6 \text{ g/cm}^3$.

Aus diesem Grund kann man vermuten, daß die Teilung der beobachteten Schwereanomalien in Regional- und Lokalanomalien prinzipiell die Erkenntnis des geologischen Baues dieses Gebietes erleichtert.

Die Form der beobachteten Schwereanomalien gewährleistet, daß die Abbildung des Regionalfeldes mit Hilfe des Kurvensystems eines Polynoms zweiten Grades hinreichend genau ist.

Das uns interessierende Gebiet wurde als ein Rechteck von 20×15 Einheiten (Bild 20) erfaßt, wobei man als Einheit $s = 2,0 \text{ km}$ angenommen hatte.

Die berechneten Elemente des Koeffizientencracovians haben folgende Werte:

$$\begin{array}{ll} Gx^2 = -335\,929,5 & Gx = -30\,926,5 \\ Gy^2 = -562\,684,3 & Gy = -41\,199,7 \\ Gxy = -347\,538,1 & G = -3\,680,1. \end{array}$$

Bei Anwendung des reziproken Cracovians 20×15 aus der Tabelle IX erhielt man folgende Koeffizienten:

$$\begin{array}{l} a_{20} = -0,00696144 \\ a_{02} = +0,07867100 \\ a_{11} = -0,02018080 \\ a_{10} = -0,15963000 \\ a_{01} = -1,77904400 \\ a_{00} = -0,66323000 \\ \hline \sum a_{ij} = -2,5500375. \end{array}$$

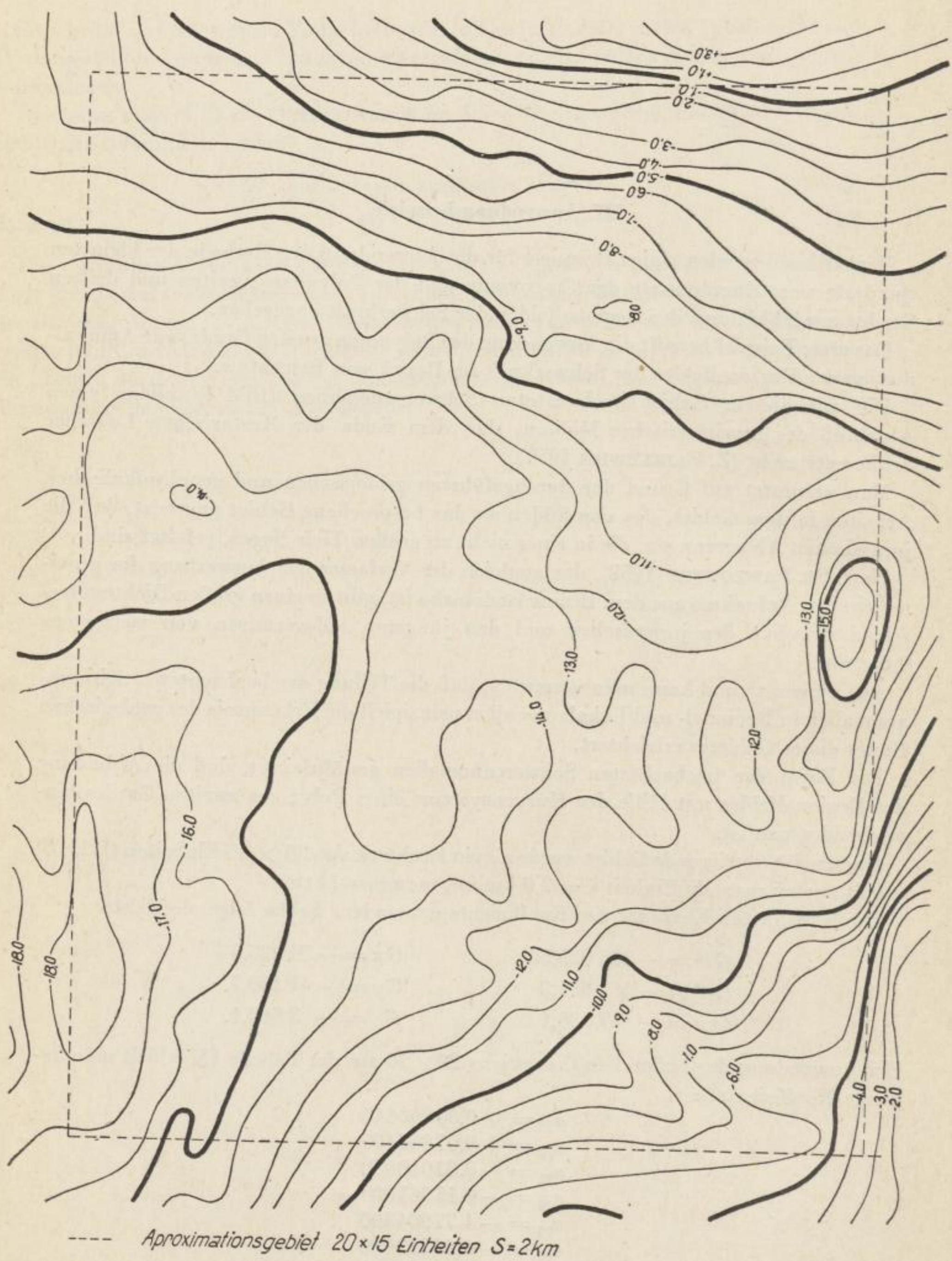


Bild 4. Bouguerschwereanomalien im Bezirk Belchatów

Wenn zur Nachprüfung der obengenannten Ergebnisse die Formel (19) benutzt wird, erhält man:

$$\underline{S} \cdot \underline{L} = -2,5500374.$$

Daher ist

$$\sum a_{ij} - \underline{S} \cdot \underline{L} = -0,0000001.$$

Als Ergebnis der Berechnungen erhalten wir nachstehende Formel, die die Verbreitung des Regionalfeldes der Schwerkraft im Bezirk von Bełchatów bestimmt:

$$\Delta g_R = -0,006961 x^2 + 0,07867 y^2 - 0,02018 xy - 0,1596 x - 1,779 y - 0,6632$$

Die mit Hilfe der obigen Formel erhaltene Verbreitung der regionalen Schwerkraftanomalien wird auf Bild 5 dargestellt.

Bild 6 veranschaulicht die ihr entsprechende Verbreitung der Lokalanomalien.

Auf ihrem Grund kann man leicht die Längsachsen der positiven und negativen Extrema, die den Achsen der jurassischen Fläche entsprechen, bestimmen. Die Zusammenstellung der Schwerewerte der Lokalanomalien (Nullpunkt willkürlich) mit dem seismischen Profil (Z. WIŚNIEWSKI 1959) auf dem Profil *AB* (Bild 7) versichert uns einerseits, daß die Verbreitung der Lokalanomalien tatsächlich eine Abbildung der Abtragung der jurassischen Fläche ist, andererseits weist sie auf die Vorteile bei Anwendung der beschriebenen Methode zur Interpretation der gravimetrischen Aufnahme im Bezirk Bełchatów hin.

Das zweite Beispiel stammt aus der Gegend von Świdwin und ist anlässlich der Interpretation der gravimetrischen Aufnahme aus diesem Bezirk gemacht worden. Bild 8 stellt die Verbreitung der beobachteten Schwereanomalien dar. Wie im vorhergehenden Beispiel wurde das auszuwertende Gebiet von einem Rechteck begrenzt.

Aus dem Verlauf der Isolinien der beobachteten Schwereanomalien geht hervor, daß die Annäherung des Regionalfeldes auf dem gewählten Gebiet durch das Kurvensystem eines Polynoms zweiten Grades nicht den Anforderungen genügt. Damit wurde die Verbreitung der regionalen Schwereanomalien mit dem Kurvensystem eines Polynoms zweiten und dritten Grades approximiert, sowie zu diesem Zwecke die Methode von L. EGYED (1956) angewendet.

Wie aus Bild 8 ersichtlich ist, bildet das interpretierte Gebiet ein Quadrat von 15×15 Einheiten. Der Gitterabstand ist $s = 2,0$ km.

Die Freigliedercracoviane wurden ähnlich wie im vorigen Beispiel berechnet. Weiter benutzte man die reziproken Cracoviane 15×15 für $n = 2$ und 3 zur Berechnung der Formeln, die die Verbreitung des Regionalfeldes der Schwerkraft auf dem behandelten Gebiet bestimmen.

Im Fall der Approximation des Regionalfeldes durch das Kurvensystem des Polynoms zweiten Grades erhielt man die Formel:

$$\Delta g_R = 0,0586 x^2 - 0,0690 y^2 - 0,0478 xy + 1,77 x + 1,33 y + 14,6,$$

dagegen erhielt man bei Anwendung des Polynoms dritten Grades als Ergebnis:

$$\Delta g_R = -0,0100 x^3 + 0,0109 y^3 - 0,0005 x^2 y + 0,0078 xy^2 + 0,1681 x^2 - \\ - 0,3750 y^2 - 0,1486 xy + 0,6946 x + 3,634 y + 12,57.$$

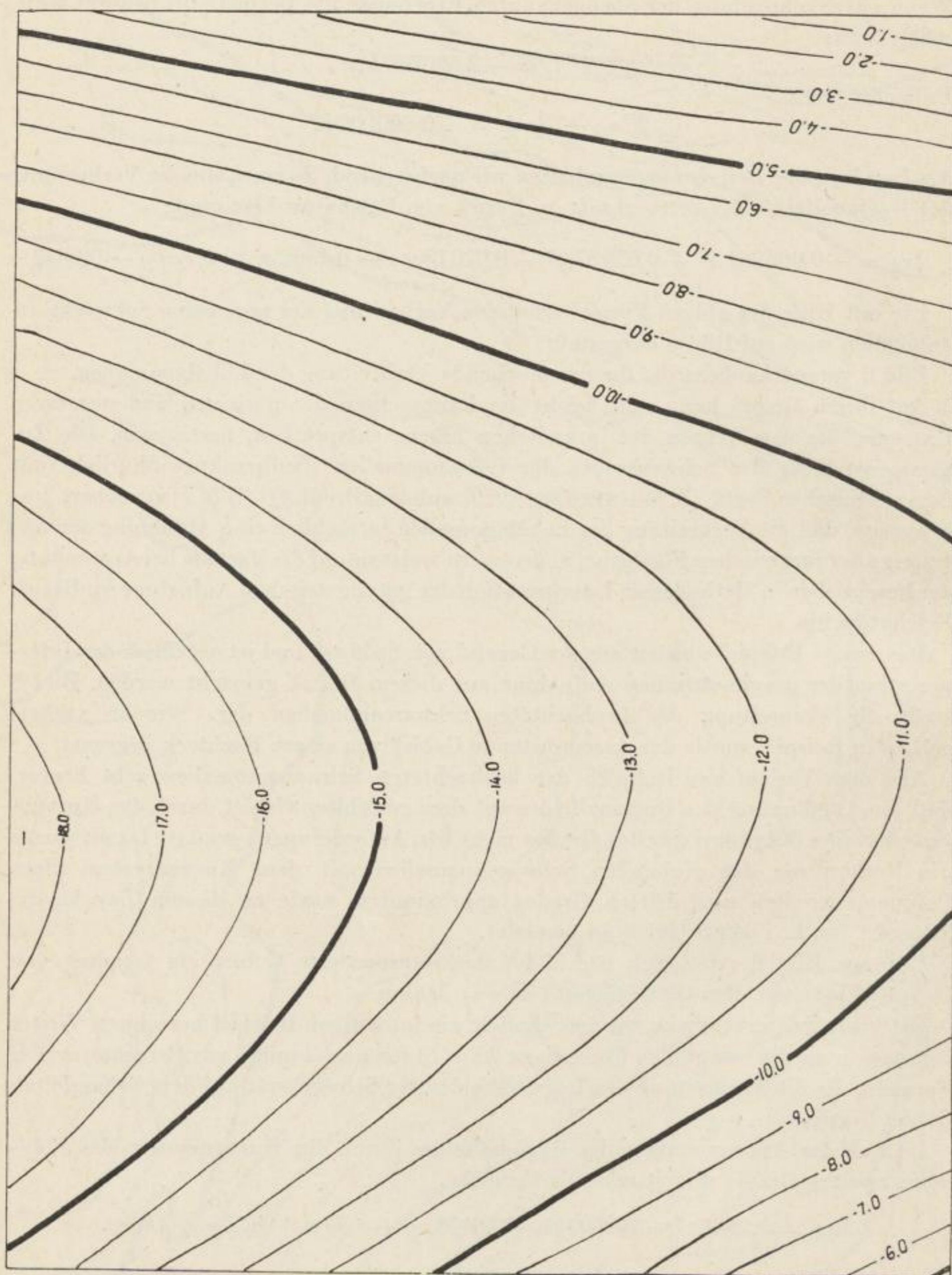


Bild 5. Schwereanomalien im Bezirk Belchatów, approximiert mit einem Polynom zweiten Grades für ein Gebiet 20×15 Einheiten mit $s = 2$ km

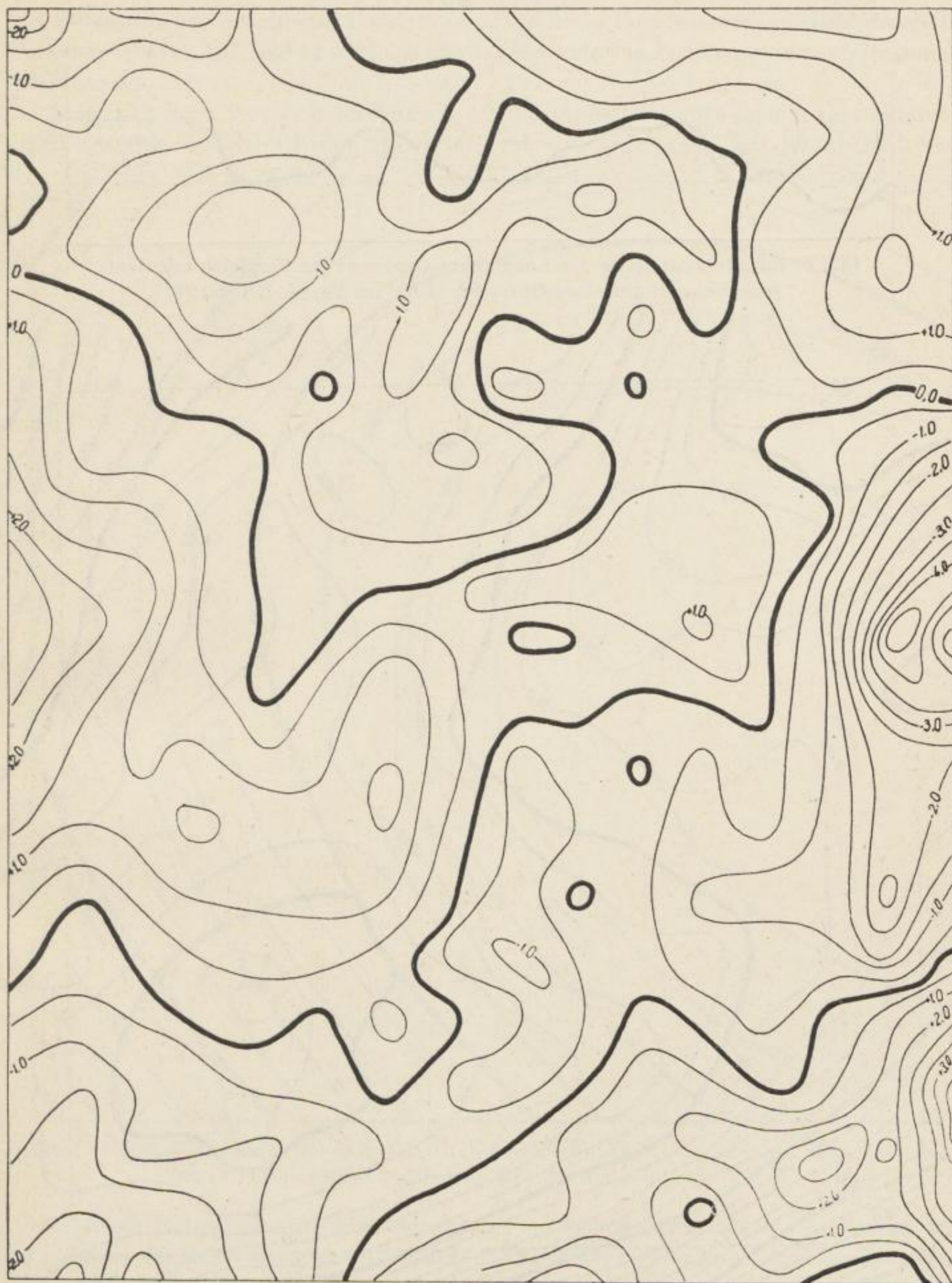


Bild 6. Lokalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Belchatów. Man gewann sie auf dem Wege der Approximation des Regionalfeldes mit einem Polynom zweiten Grades auf dem Gebiet 20×15 Einheiten mit $s = 2$ km

PROFIL AB

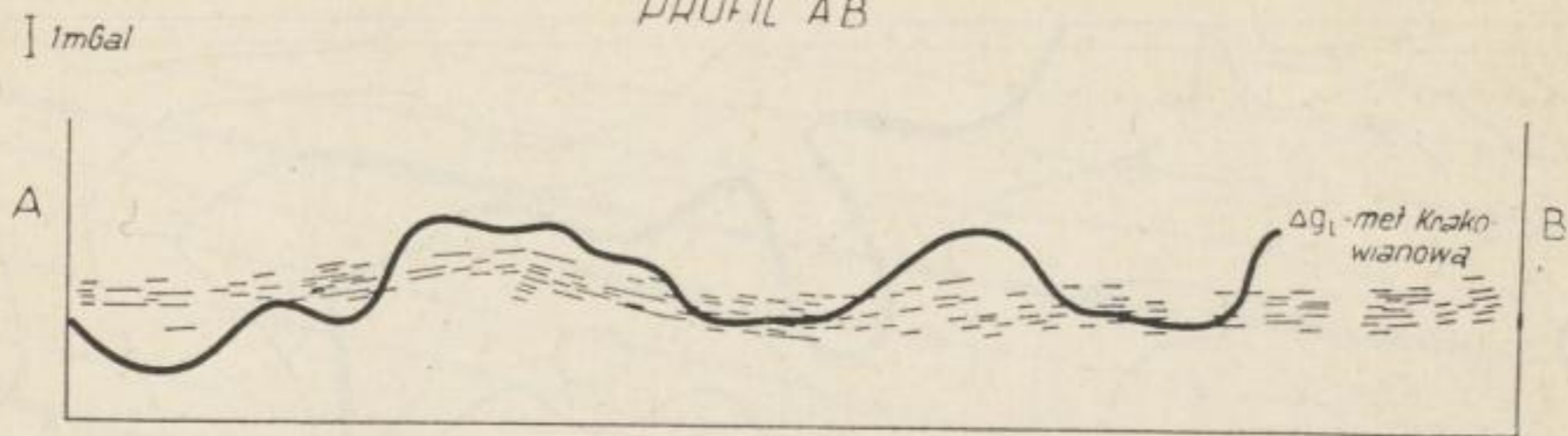


Bild 7. Zusammenstellung der Lokalanomalienkurve im Vergleich mit dem seismischen Laufzeitprofil im Profil AB im Bezirk Belchatów

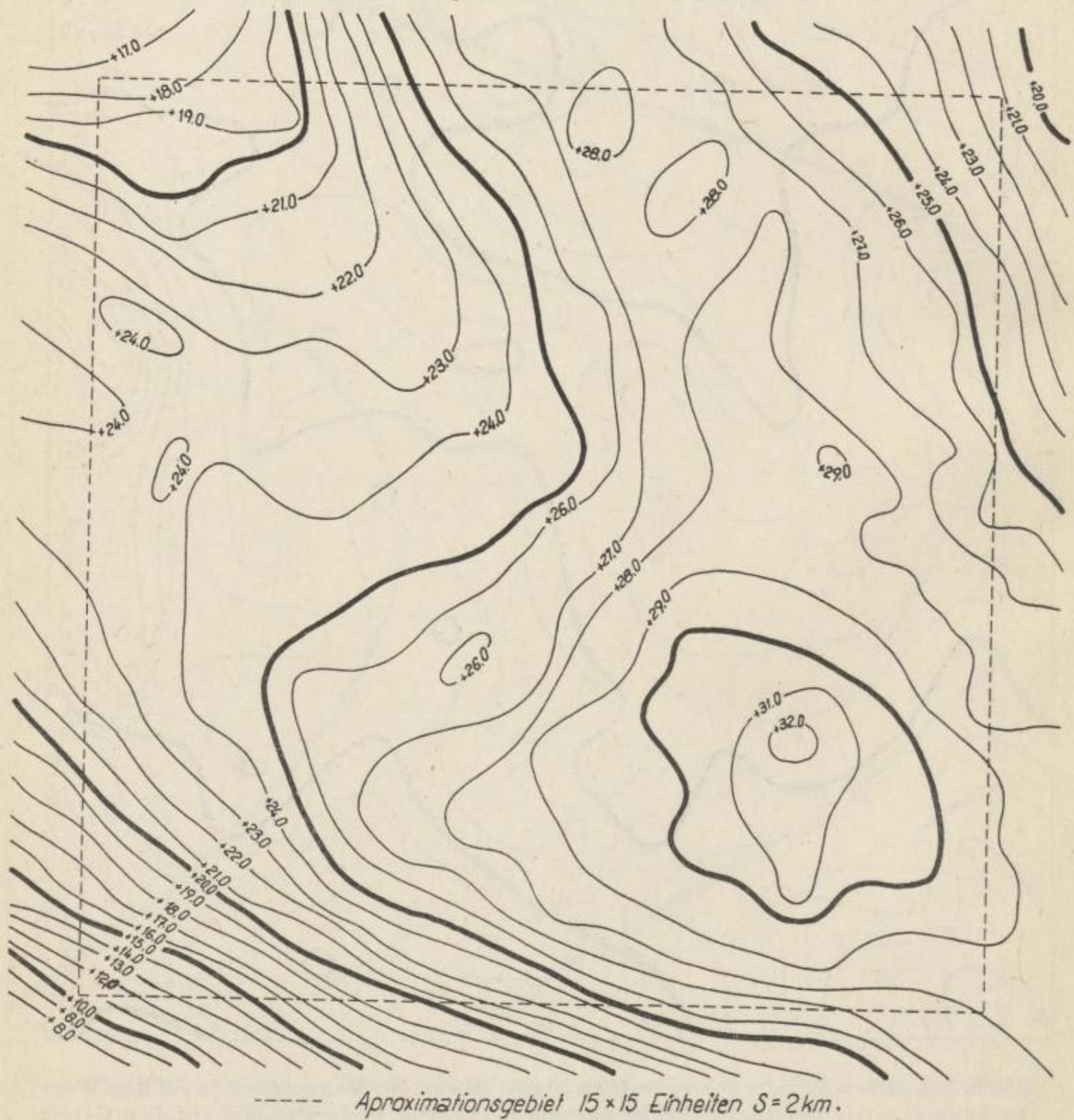


Bild 8. Bouguerschwereanomalien im Bezirk Świdwin

Entsprechende graphische Darstellungen für beide Formeln sind auf Bild 9 und 10 wiedergegeben. Auf Bild 11 wird das mit der Methode von EGYED gewonnene Regionalfeld gezeigt.

Man sieht beim Vergleich der Bilder 9, 10 und 11, daß das auf Bild 9 Dargestellte von den auf den Bildern 10 und 11 wiedergegebenen gegenseitig fast identischen Ver-

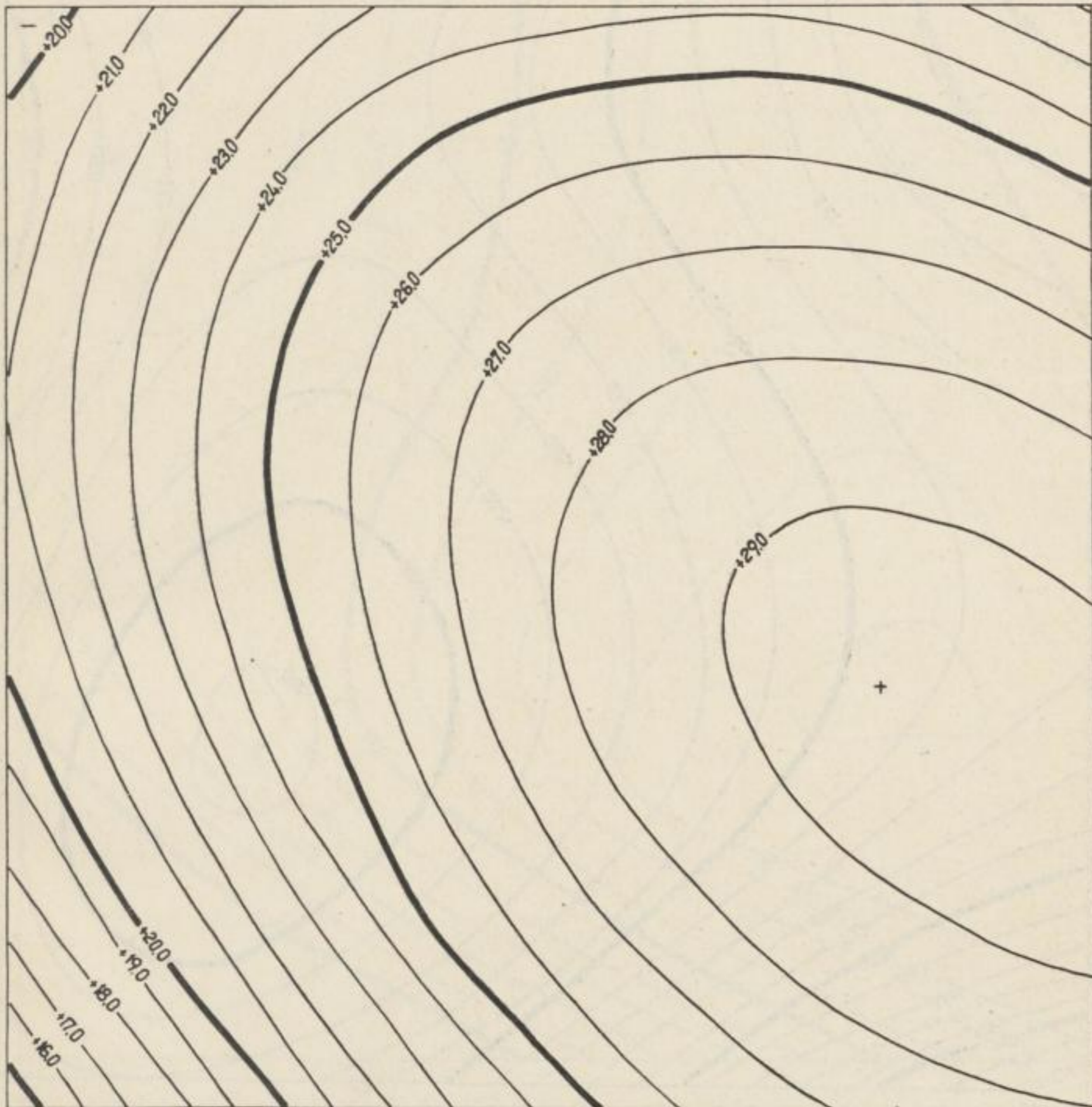


Bild 9. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Świdwin, approximiert mit einem Polynom zweiten Grades im Bereich 15×15 Einheiten mit $s = 2$ km

breitungen bedeutend abweicht. Man kann ganz sicher sagen, daß es den eigentlichen Charakter des Regionalfeldverlaufes, der ein Abbild der regionalen geologischen Struktur des analysierten Geländes sein muß, verfälscht.

Die Bedingungen werden von einem Kurvensystem des Polynoms dritten Grades sowie durch die mit dem EGYED-Verfahren erhaltene Verbreitung der Regionalanomalien erfüllt.

Der Pommersche Wall im Bezirk von Świdwin teilt sich in den Kamiień-Sattel, der auf den Bildern 10 und 11 von den Isolinien im nördlichen Teil der Aufnahme abgebildet wird, und in den Kołobrzeg-Sattel (Kolberg-Sattel), der sich im Verhalten der Isolinien im westlichen Teil der Aufnahme widerspiegelt. Zwischen dem Kamiień-Sattel

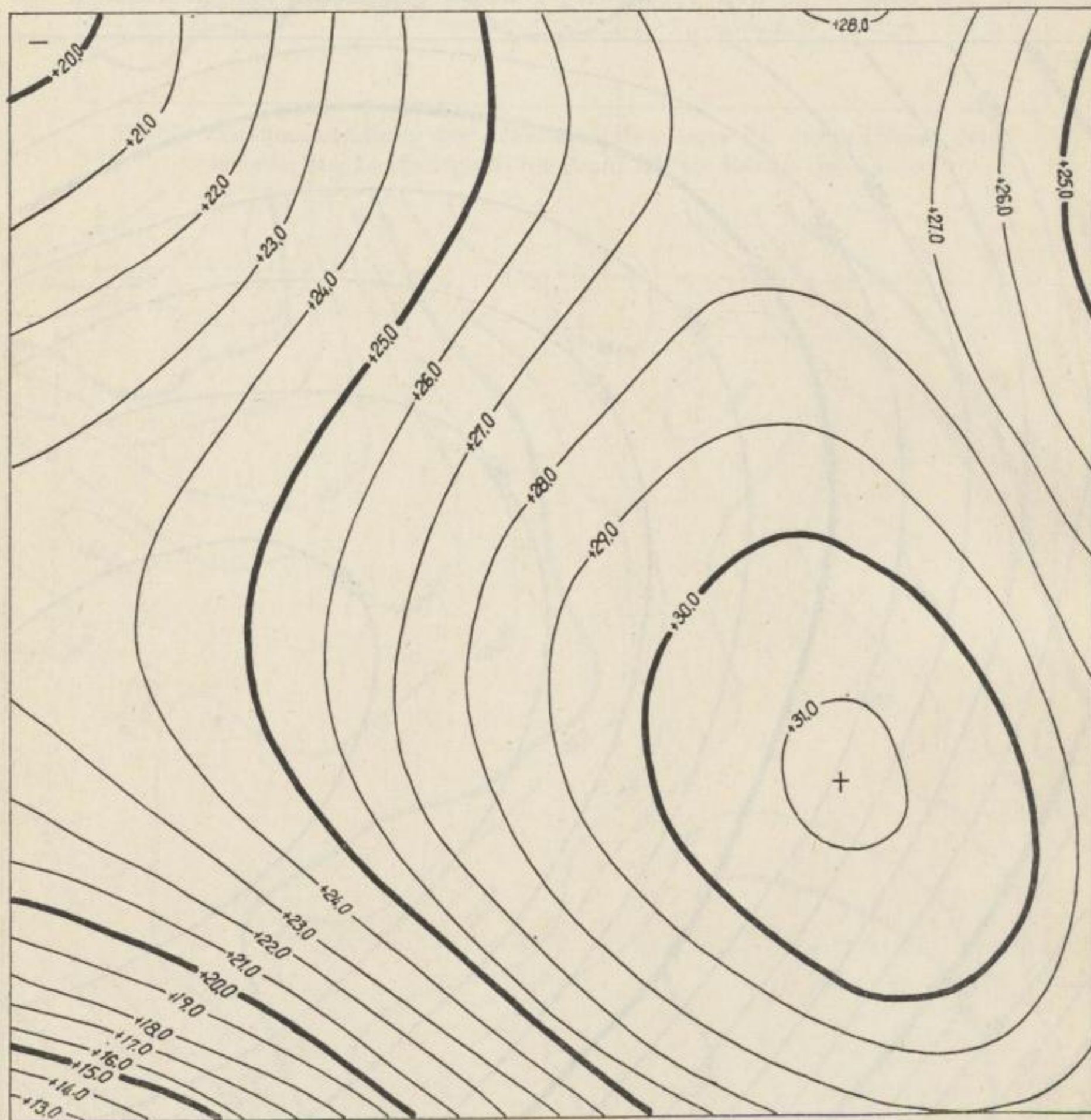


Bild 10. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Świdwin, approximiert mit einem Polynom dritten Grades im Bereich 15×15 Einheiten mit $s = 2$ km

und dem Kołobrzeg-Sattel liegt die Trzebiatow-Mulde, von der wir einen Teil in der Anordnung der Isolinien in dem nordwestlichen Teil der Aufnahme erkennen.

Das dritte Beispiel wurde einem Teil des großen Karpatenschwereminimums (Bild 12) entnommen. Die von mir (Z. FAJKLEWICZ 1960) durchgeführte geologisch-geophysikalische Interpretation dieser Aufnahme wurde erschwert, da die Form des Berechnungsgebietes durch die Form der Staatsgrenze im Süden und Westen bedingt und ent-

schieden wurde. Die Anwendung einer der Methoden, die Kreisdiagramme benutzen, war unmöglich, denn sogar das kleinste, noch sinnvolle Diagramm entzieht uns schon Angaben aus dem Gebiet, das für uns besonders interessant wäre.

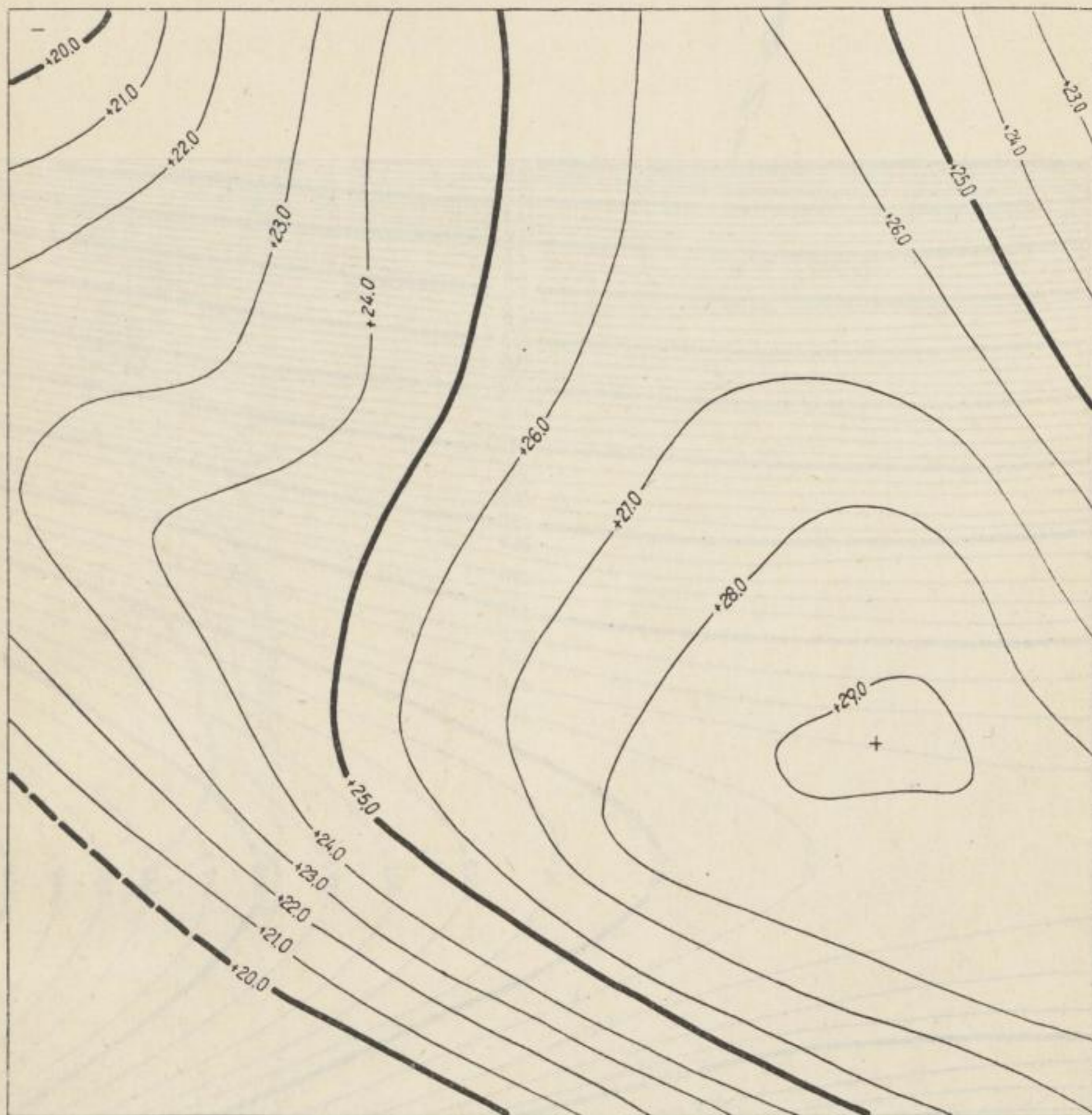


Bild 11. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Świdwin. Sie wurden nach der Methode von EGYED ermittelt

Hätten wir zur Absonderung des Regionalfeldes ein aus drei Bezirken bestehendes Diagramm benutzt, so wie es unsere ungarischen Kollegen bei der Interpretation der gravimetrischen Anomalien in den Karpaten (L. FACSINAY, A. PINTER, M. POLLHAMMER, 1958) machten, wobei der größte von diesen Bezirken einen Radius von 45 km hatte, hätte sich das von uns interpretierte Gebiet auf einen schmalen Streifen, der keine praktische Bedeutung hat, beschränkt.

Auf das Gebiet der auf Bild 12 dargestellten gravimetrischen Aufnahme hat man ein Quadrat von 20×20 Einheiten mit $s = 4$ km aufgetragen, und zwar so, daß seine zwei Seiten möglichst nahe der im Süden und Osten durchlaufenden Staatsgrenze lagen.

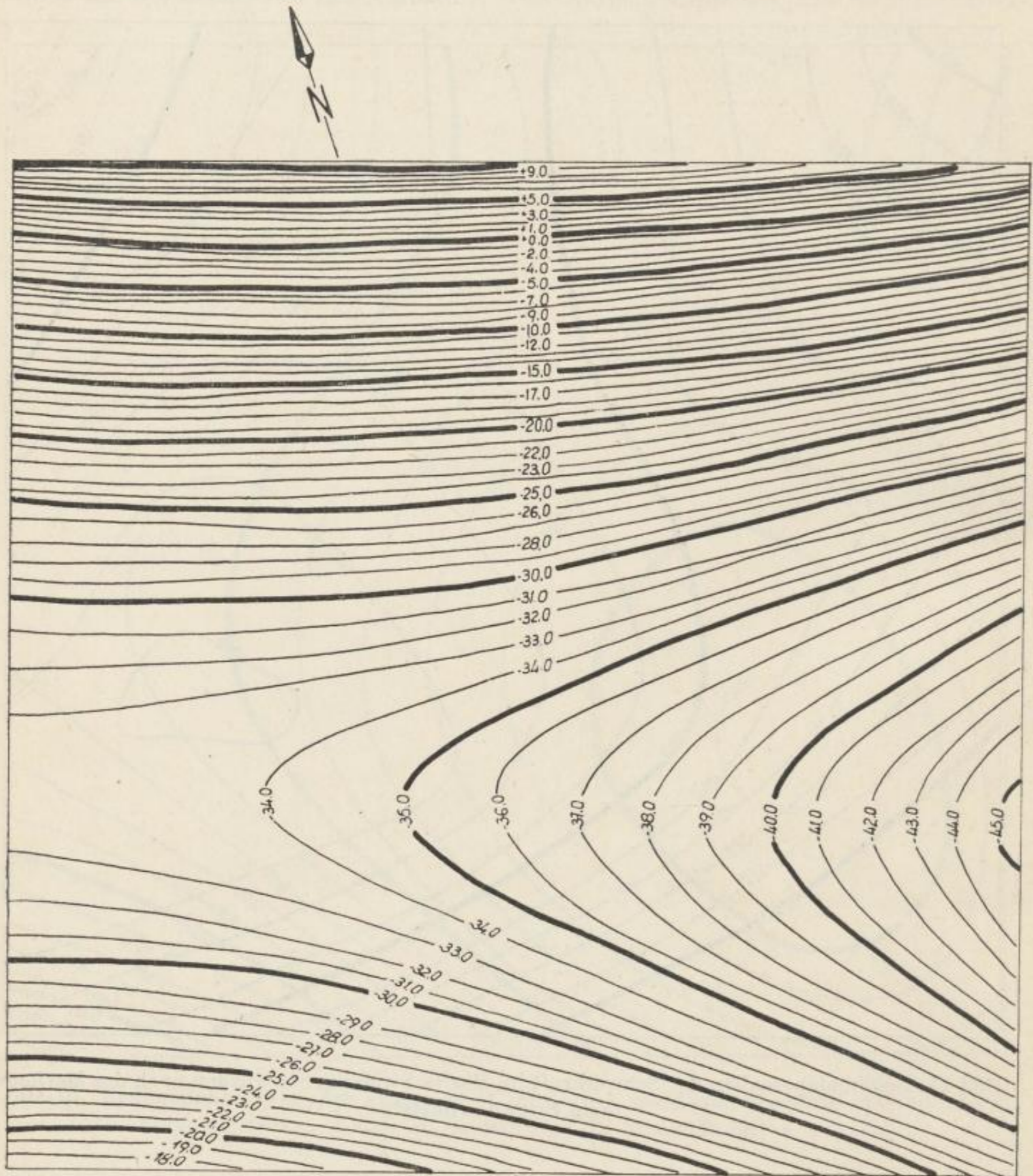


Bild 13. Regionalanomalien der Schwerkraft im östlichen Teil der Mittelkarpaten, approximiert mit einem Polynom zweiten Grades im Bereich 20×20 Einheiten mit $s = 4$ km

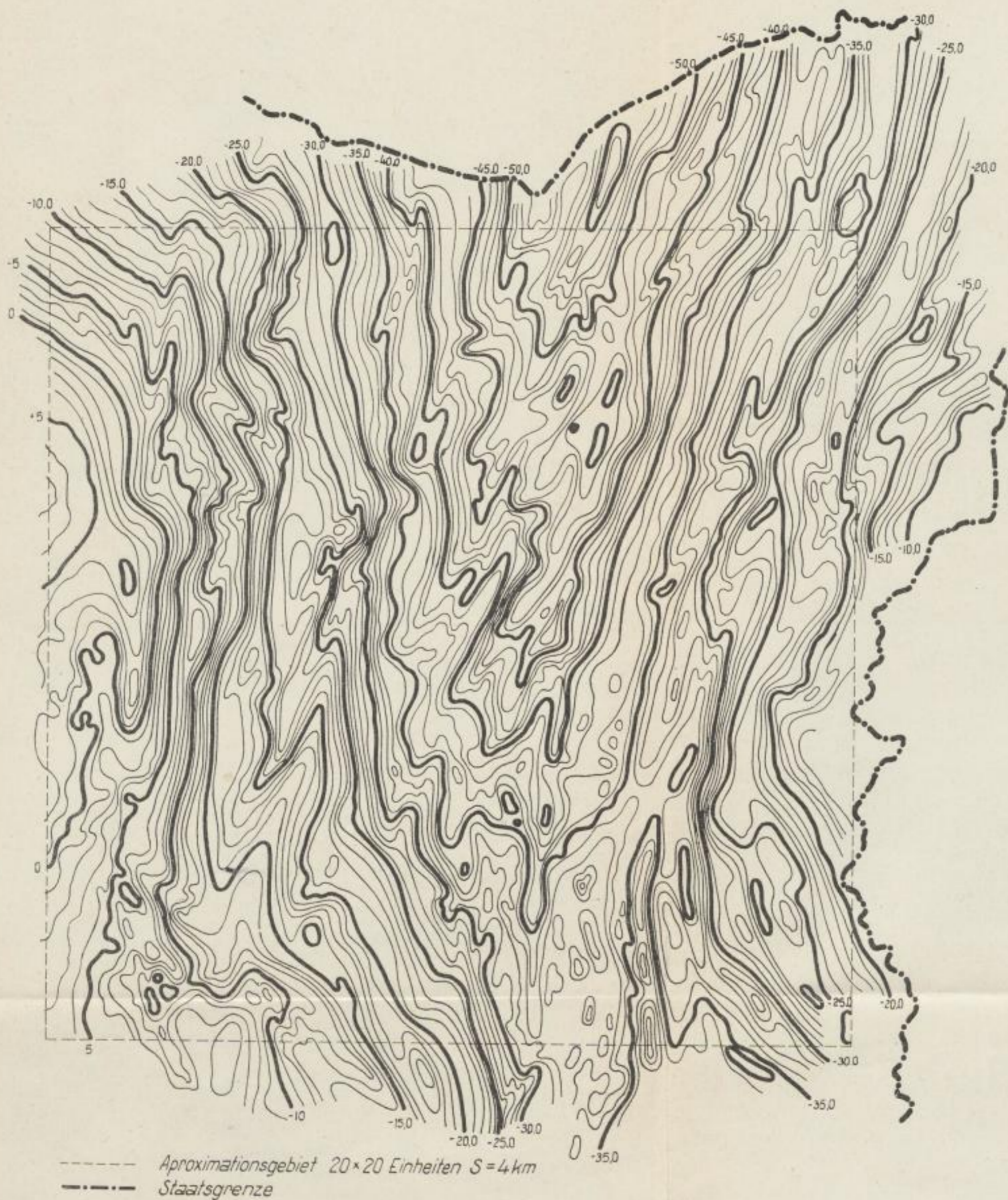


Bild 12. Bouguerschwereanomalien vom östlichen Teil der Mittelkarpaten

Nach diesen Vorbereitungen wurde das Cracovianverfahren unter Benutzung des Polynoms zweiten und dritten Grades zur Approximierung des Regionalfeldes angewendet.

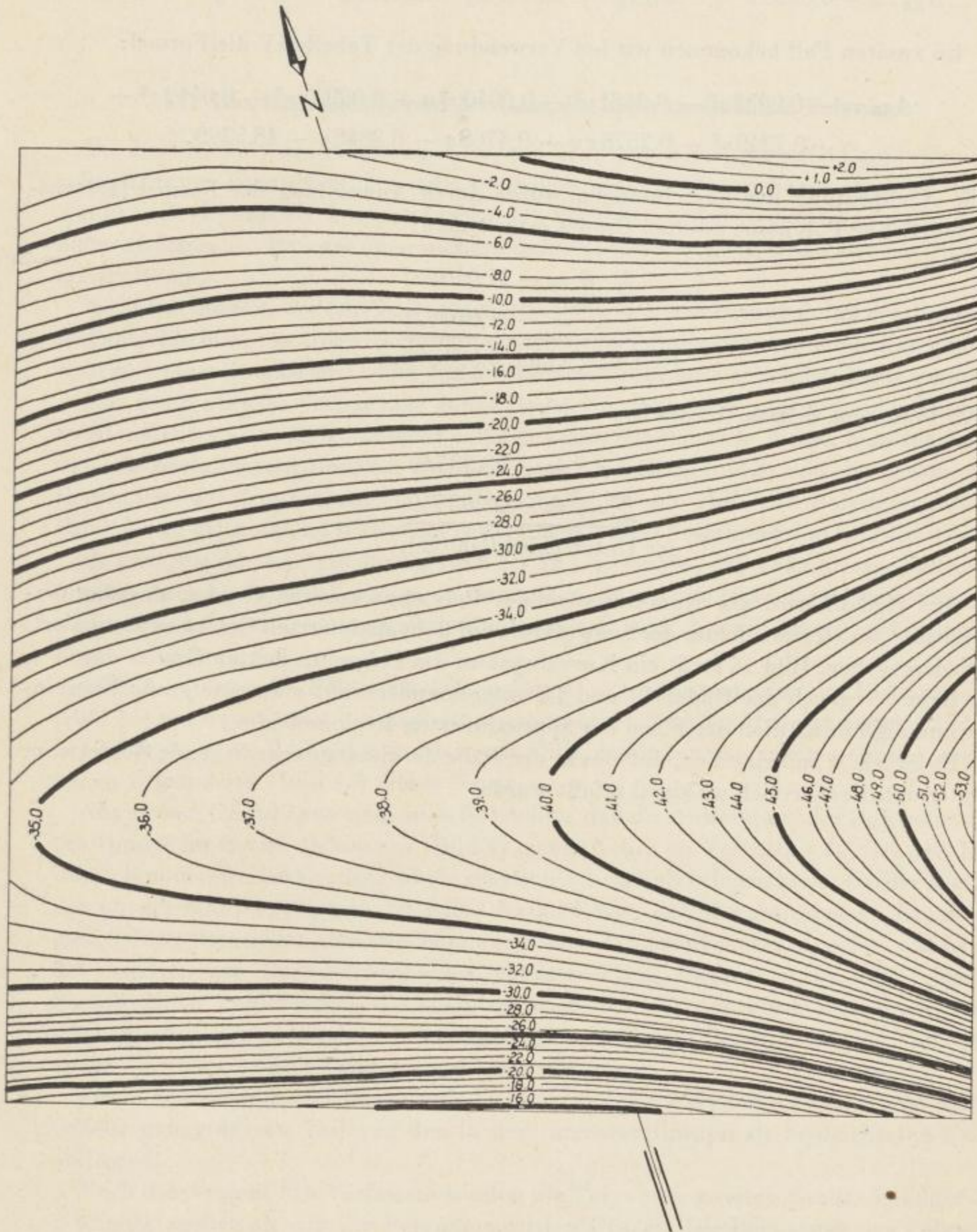


Bild 14. Regionalanomalien der Schwerkraft im östlichen Teil der Mittelkarpaten, approximiert mit einem Polynom dritten Grades im Bereich 20×20 Einheiten mit $s = 4$ km

Im ersten Fall erhielt man beim Gebrauch des reziproken Cracovians aus Tab. X folgende Formel, die die Verbreitung des Regionalfeldes bestimmt:

$$\Delta g_R = -0,0328x^2 + 0,2874y^2 + 0,0215xy - 0,0799x - 4,3907y - 16,8161.$$

Im zweiten Fall bekommen wir bei Verwendung der Tabelle IV die Formel:

$$\Delta g_R = -0,0038x^3 - 0,0181y^3 + 0,0040x^2y + 0,0099xy^2 + 0,0412x^2 + \\ + 0,7249y^2 - 0,2578xy + 0,4768x - 6,3848y - 18,5299.$$

Die Nachprüfung der Berechnungen wurde durch Anwendung der Formel (19) ausgeführt. Für Polynome zweiten Grades erhielt man:

$$\underline{L \cdot S} = -21,010527 \\ \underline{\sum a_{ij}} = -21,010527 \\ \text{der Unterschied } 0,000000.$$

Für Polynome dritten Grades ist:

$$L \cdot S = -23,93749 \\ \underline{\sum a_{ij}} = -23,93749 \\ \text{der Unterschied } 0,00000.$$

Auf Bild 13 wird ein Kurvensystem des Polynoms zweiten Grades, das die Verbreitung des Regionalfeldes der Schwerkraft auf dem analysierten Gebiet approximiert, wiedergegeben. Bild 14 stellt ein Kurvensystem des Polynoms dritten Grades dar.

Beim Vergleich der Bilder 13 und 14 untereinander sieht man eine große Übereinstimmung hinsichtlich der Form des approximierten Regionalfeldes.

Es ist leicht zu bemerken, daß das in der Nähe der Staatsgrenze liegende Gebiet vom Interpretationsbereich maximal erfaßt wurde.

IV. Das Regionalfeld und der Grad des approximierenden Polynoms

Die Bestimmung des Polynomgrades, mit dem man das Regionalfeld approximieren soll, ist in der Interpretationspraxis besonders wichtig. Davon hängt es ab, ob die gewonnene Zerlegung der Polynomkurven als Verbreitung des Regionalfeldes den regionalen geologischen Bau des untersuchten Gebietes widerspiegelt, sie ist also ein Problem ersten Ranges.

Noch vor kurzem war ich (Z. FAJKLEWICZ 1958—59) der Meinung, daß das Regionalfeld ausschließlich mit einem Polynom zweiten Grades approximiert werden kann, indem man zu diesem Zwecke ein Gebiet von bestimmter Größe aus der Schwerekarte auswählt.

Man kann aber im voraus eine ganze Reihe von Beispielen geben, wo das Polynom zweiten Grades seine Aufgabe nicht erfüllen kann. Als Beispiele dienen hier das Gebiet der gravimetrischen Aufnahme aus dem Bezirk Šwidwin (Bild 8) und die gewonnenen Ergebnisse der Approximation des Regionalfeldes mit Hilfe des Polynoms zweiten (Bild 9) und dritten (Bild 10) Grades sowie mit Hilfe des Verfahrens von EGYED (Bild 11).

Es geht aus der Analyse der Bilder 8 bis 11 klar hervor, daß es in diesem Fall unbedingt notwendig ist, das Polynom dritten und nicht zweiten Grades zur Approximation zu benutzen. Das Polynom zweiten Grades fälscht hier die wirkliche Verbreitung der Regionalanomalien.

Die Anwendung des Polynoms dritten Grades zur Approximation des Regionalfeldes (Bild 14) auf dem Gebiet der Aufnahme im östlichen Teil der Mittelkarpaten (Bild 12) bringt dagegen im Verhältnis zu den mit Hilfe des Polynoms zweiten Grades gewonnenen Ergebnissen (Bild 13) nichts Neues.

Aus diesem Grund kann man auch feststellen, daß die Anwendung des Polynoms dritten Grades im Bezirk Belchatów (Bild 4) nichts Neues im Verhältnis zu dem mit Hilfe des Polynoms zweiten Grades (Bild 5) erhaltenen Ergebnis bringen kann. Bei der Analyse des obenerwähnten Beispiels ist leicht festzustellen, daß die gewonnenen Ergebnisse ganz selbstverständlich sind. Bei entsprechender Erfahrung waren sie schon auf Grund der Analyse der Bouguer-Aufnahme vorauszusehen. Daraus ergibt sich folgender Schluß: Unter Zuhilfenahme der oben beschriebenen Methode würde man einen großen methodischen Fehler begehen, wenn das Regionalfeld vom Bezirk Šwidwin (Bild 8) mit einem Polynom zweiten Grades approximiert würde.

Zusammenfassend darf festgestellt werden, daß die Polynome zweiten und dritten Grades den größeren Teil von den in der Interpretationspraxis beobachteten Fällen umfassen.

Nach der Ansicht des Verfassers werden die Polynome zweiten Grades häufiger angewendet werden als die der Polynome dritten Grades. Die Benutzung des Polynoms dritten Grades wird unersetzlich, wenn sehr große Gebiete zur gravimetrischen Aufnahme in Frage kommen.

V. Mängel und Vorzüge der beschriebenen Methode

1. Funktionelle Abhängigkeit des approximierten Feldes von der Form und Größe des Gebiets

Der größte und wichtigste Fehler des beschriebenen Verfahrens beruht auf der unvermeidlichen funktionellen Abhängigkeit des berechneten Regionalfeldes von der Form und Größe des Gebiets (Rechteck oder Quadrat), in dessen Rahmen die Approximation des Regionalfeldes durchgeführt wird.

Man soll hier aber schnell betonen, daß diese Abhängigkeit quantitativ nicht so groß ist, als daß sie in der Mehrzahl der Fälle einen wesentlichen Einfluß auf die Form des approximierten Regionalfeldes ausüben könnte.

In dem Fall, wenn sich das uns interessierende Gebiet der beobachteten Anomalien von einem Rechteck begrenzen läßt, in dessen Bereich man höchstwahrscheinlich ein Regionalfeld erhalten wird, verschwindet die funktionelle Abhängigkeit zwischen dem approximierten Regionalfeld und der Form des Gebietes fast vollkommen.

Es ist zu bemerken, daß das Regionalfeldverfahren bei Anwendung in Gebieten, wo das Lokalfeld beträchtliche Amplituden auf schwachem Regionalfeld erreicht, mit größter Aufmerksamkeit angepaßt werden soll. Beschränke man im gegebenen Fall das Approximationsgebiet streng auf das unmittelbar durch Lokalanomalien eingenommene Gebiet, dann würde diese Methode versagen.

Der an dieser Stelle erörterte Mangel hat einen unvergleichbar kleineren Einfluß auf das Ergebnis der Berechnungen, wenn ein Gebiet mit einem großen Regionalgradienten in Frage kommt, auf dessen Hintergrund die schwach sichtbaren Lokalanomalien hervortreten.

Um sich zu überzeugen, in welchem hohem Grade diese funktionelle Abhängigkeit zwischen dem approximierten Regionalfeld und der Form und Größe des Gebietes vorkommen kann, habe ich eine ganze Reihe von Versuchen durchgeführt. Einige von diesen Versuchen sind nachfolgend dargestellt. Auf Bild 15 ist die gravimetrische Aufnahme als Bouguerkarte aus dem Bezirk des Pommerschen Walls wiedergegeben. Auf dem aus Bild 15 ersichtlichen Gebiet habe ich die Regionalfelder mit einem Polynom zweiten Grades approximiert, wobei ich die Grenzen des Gebietes auf eine solche Weise änderte, wie es auf Bild 15 gezeigt ist. Ich approximiere also das Regionalfeld für ein Gebiet 10×10 und ferner für ein Gebiet 20×20 Einheiten. Wie dabei aus Bild 16 ersichtlich ist, liegen sie konzentrisch zueinander. Die Ergebnisse des approximierten Regionalfeldes sind der Reihe nach auf den Bildern 17 und 18 dargestellt. Aus dem Vergleich ersieht man, daß die Übereinstimmung in der Form beider Felder groß ist. Entsprechend ähnlich sind die Lokalanomalien, die hier nicht dargestellt werden. Zur noch besseren Orientierung bezüglich der gegenseitigen Lage beider auf den Bildern 17 und 18 dar-

gestellten Felder dient das auf der Diagonale durchlaufende Profil, das auf Bild 19 abgebildet wurde.

Ein zweites Beispiel ist aus dem Bezirk von Rawicz. Man verwendete dort ein Netz im Ausmaß 10×10 mit der Einheitsseite $s = 1,5$ km, 20×20 mit $s = 1,0$ km und 20×20

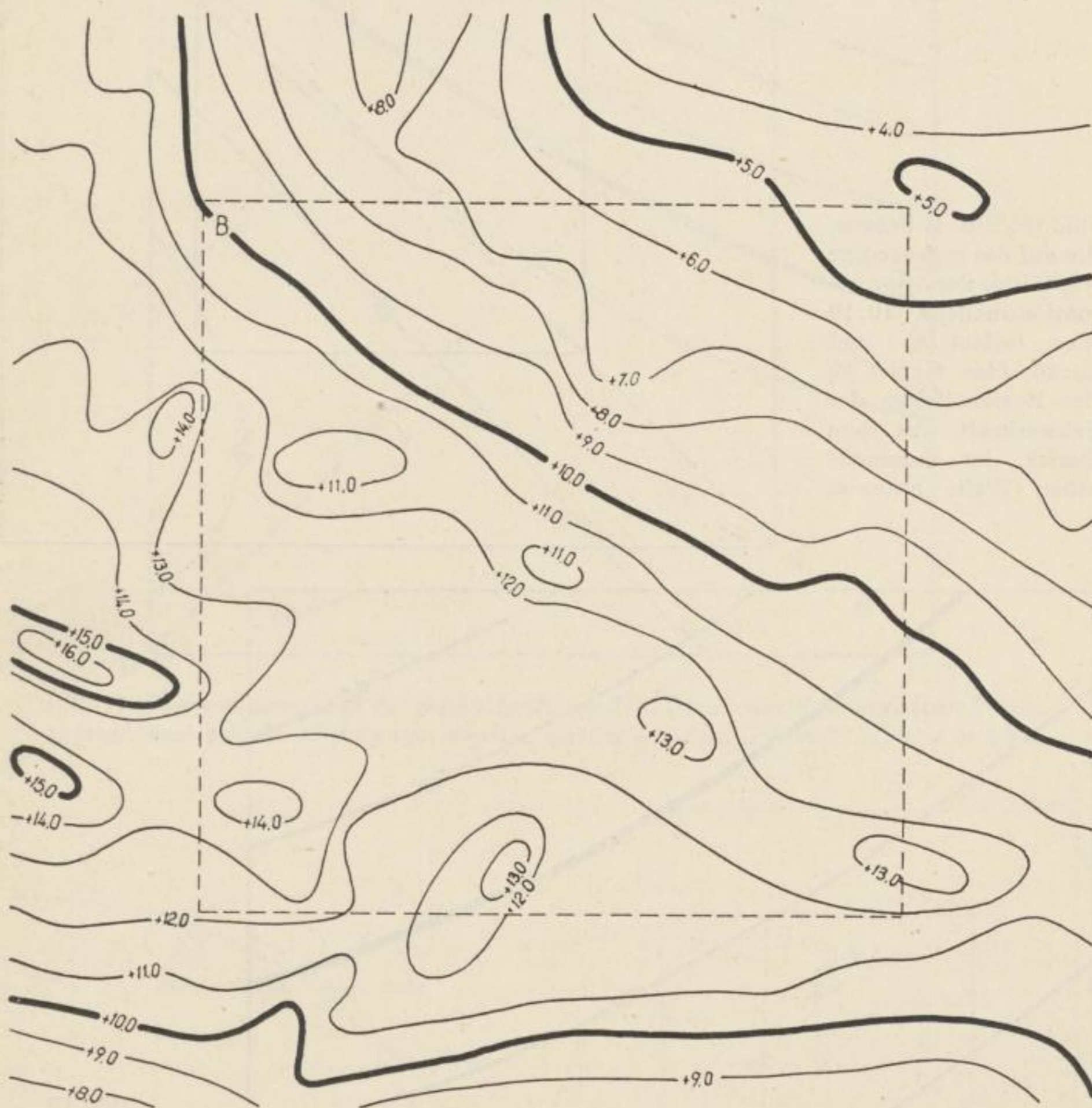


Bild 15. Bouguerschwereanomalien im Bezirk des Pommerischen Walls

mit $s = 1,5$ km. Die gegenseitige Lage dieser drei Quadrate ist auf Bild 20 wiedergegeben. Das Feld der beobachteten Schwereanomalien aus dem Bezirk von Rawicz wird auf Bild 21 dargestellt. Die berechneten Formen des Regionalfeldes veranschaulichen entsprechend die Bilder 22, 34 und 24. Sowohl an diesem als auch am vorhergehenden Beispiel sieht man eine große Übereinstimmung in der Form der ermittelten Regionalfelder. Nach der Ansicht des Verfassers sind die Maximalwerte der Regionalfelder aus den Bildern 22 und 23 höher, da das Interpretationsgebiet nur auf hier interessierende Lokal-

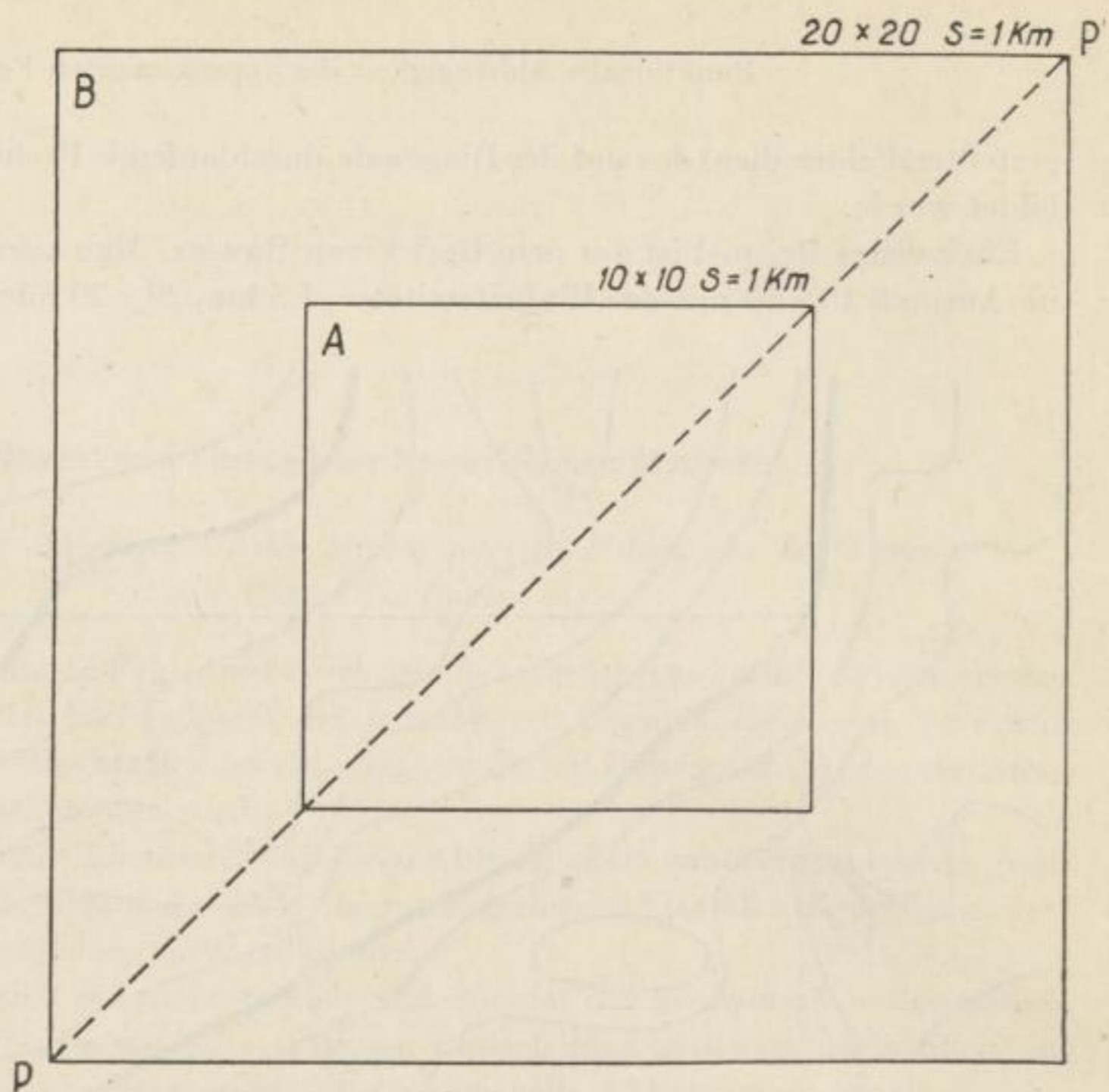


Bild 16. Eine Hilfsfigur, die auf das gegenseitige Verhältnis der Approximationsmodelle $10:10$ (das Gebiet A) und $20:20$ (das Gebiet B) des Regionalfeldes der Schwerkraft aus dem Bezirk des Pommerischen Walls hinweist

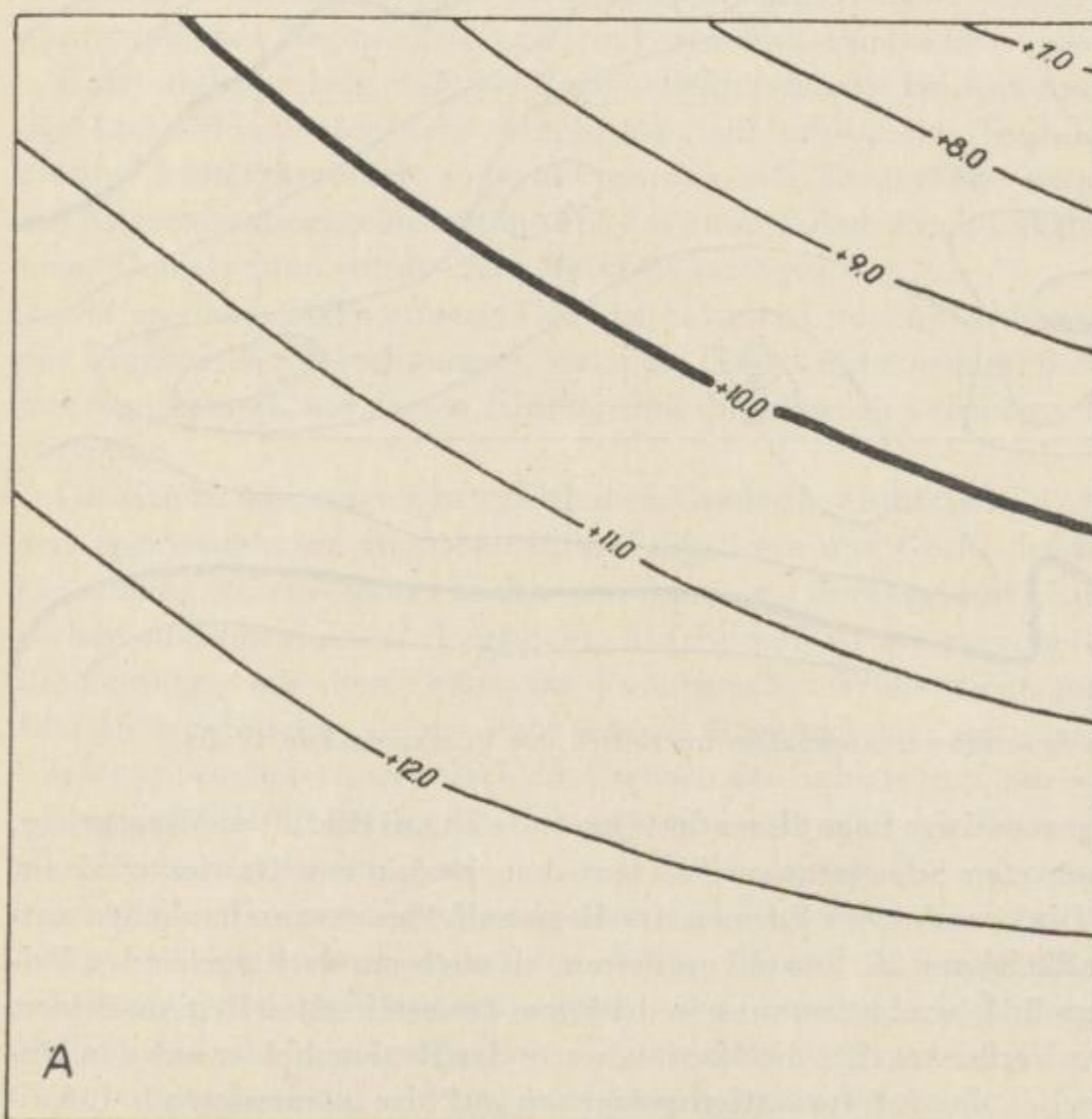


Bild 17. Regionalanomalien der Schwerkraft aus dem Bezirk des Pommerischen Walls, approximiert mit einem Polynom zweiten Grades im Bereich 10×10 , $s = 1$ km

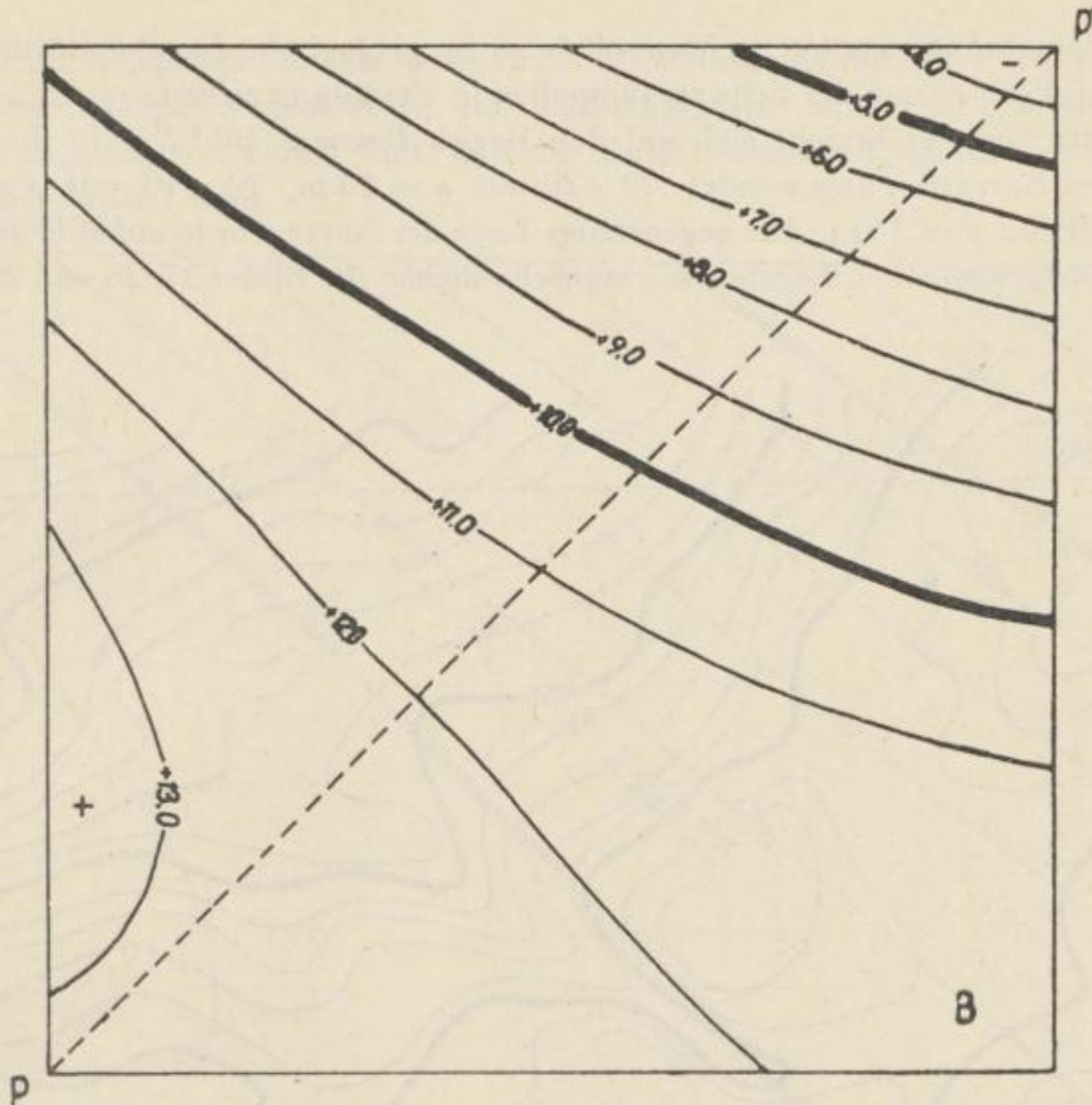


Bild 18. Regionalanomalien der Schwerkraft aus dem Bezirk des Pommerischen Walls, approximiert mit einem Polynom zweiten Grades auf dem Gebiet 20×20 , $s = 1$ km

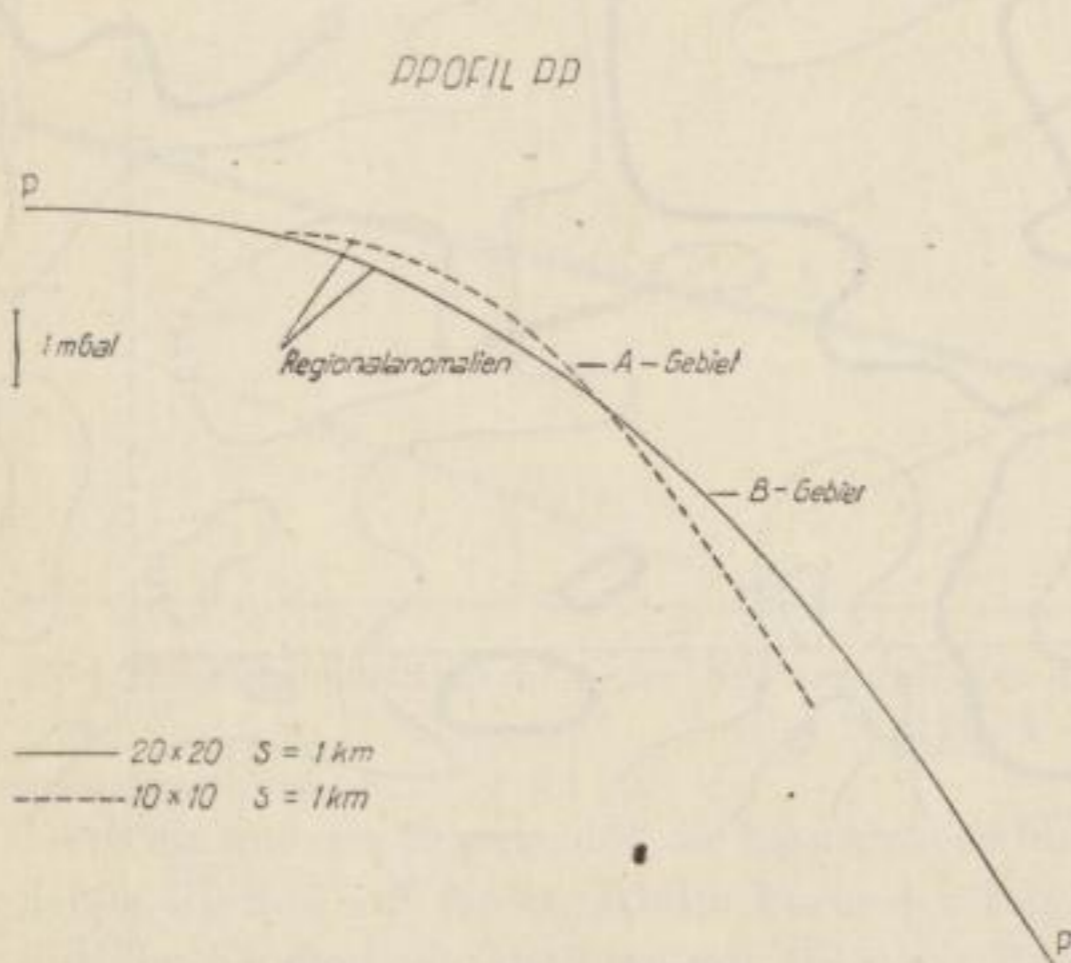


Bild 19. Der Kurvenvergleich der regionalen Schwereanomalien im Profil PP' aus dem Gebiet A und B im Bezirk des Pommerischen Walls

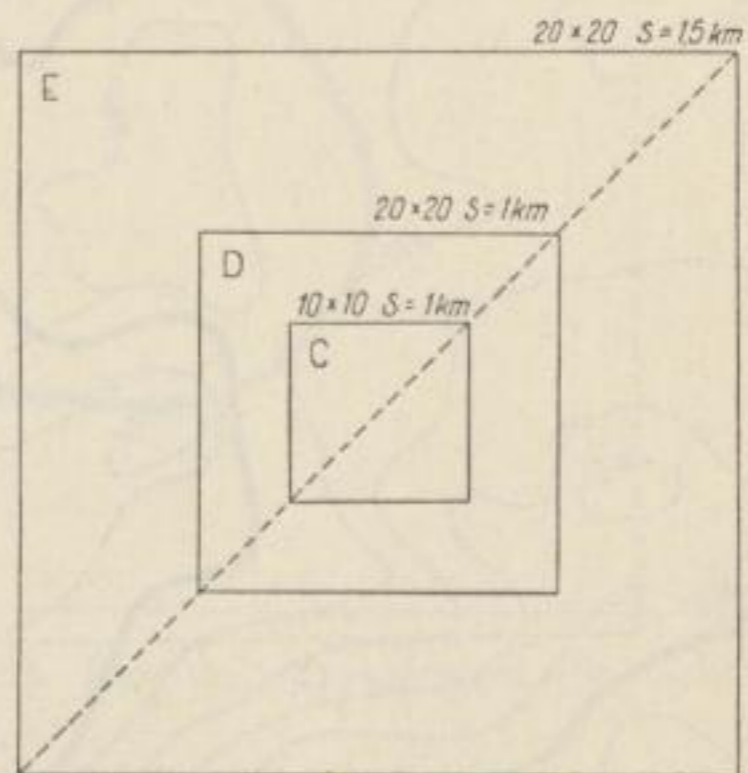
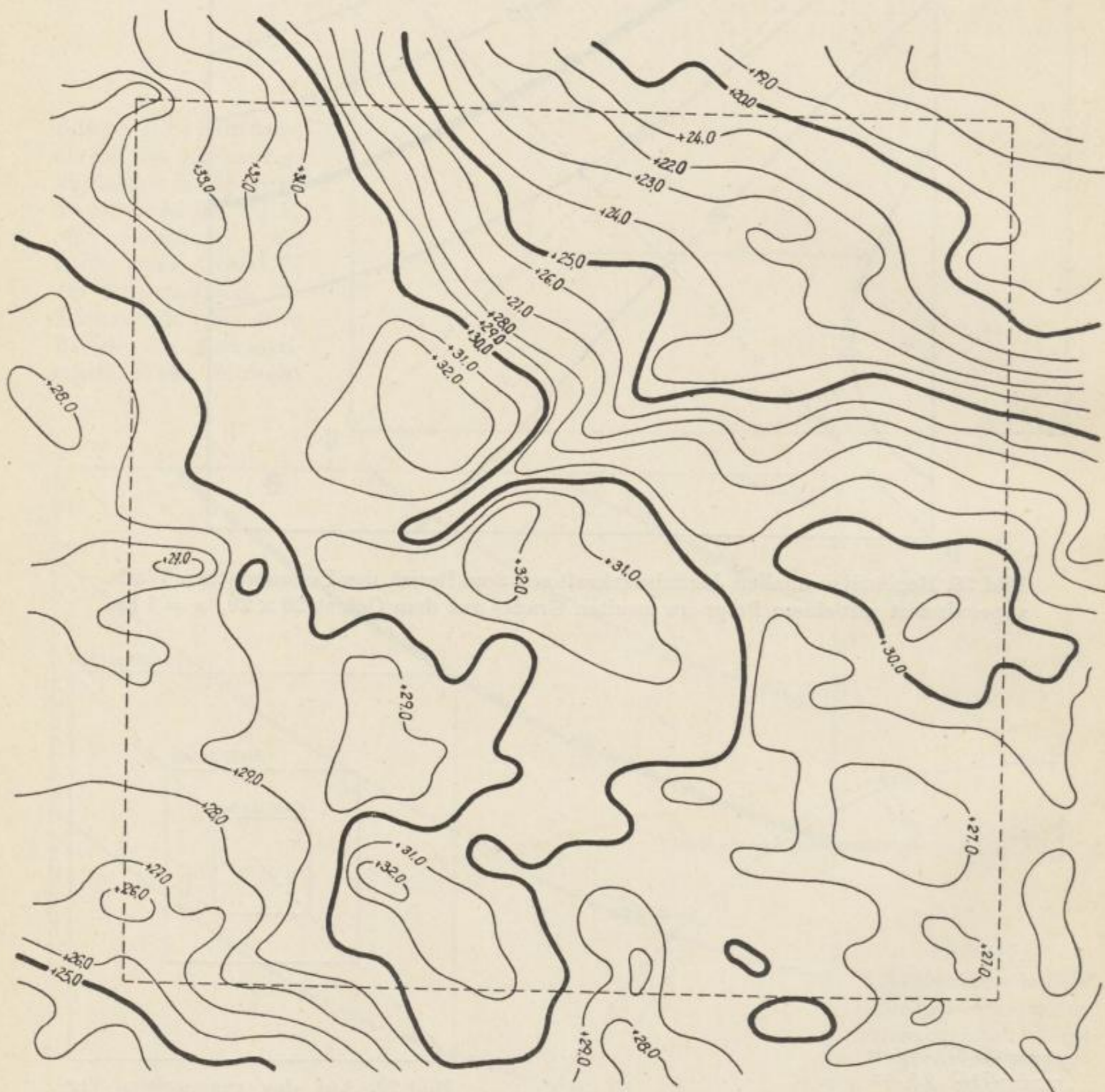


Bild 20. Auf das gegenseitige Verhältnis der Approximationsgebiete der Regionalfelder der Schwerkraft im Bezirk Rawicz hinweisende Hilfsfigur:

C — 10×10 , $s = 1$ km, D — 20×20 , $s = 1$ km, E — 20×20 , $s = 1,5$ km

störungen beschränkt worden ist. Man soll daher für geologische Zwecke die auf Bild 24 dargestellte Verbreitung der Schwereanomalien in Erwägung ziehen.

Das dritte Beispiel bezieht sich auf den Bezirk Poznań (Bild 25). In diesem Fall wurden drei Netzarten angewendet: 20×20 mit $s = 1$ km, 20×10 mit $s = 1,5$ km und 10×10 mit $s = 3$ km. Die gegenseitige Lage der Netze wurde auf Bild 26 wiedergegeben. Die gewonnenen Ergebnisse veranschaulichen die Bilder 27, 28 und 29.



----- Aproximationsgebiet 20×20 Einheiten $S = 1,5$ km

Bild 21. Bouguerschwereanomalien aus dem Bezirk Rawicz

Bei diesen Beispielen ist eine wesentliche Übereinstimmung der Form der berechneten Regionalfelder festzustellen, die unabhängig von dem verwendeten Quadratnetz ist, abgesehen von dem Fall, daß das Gebiet allein auf das Gebiet der Lokalstörung beschränkt wird.

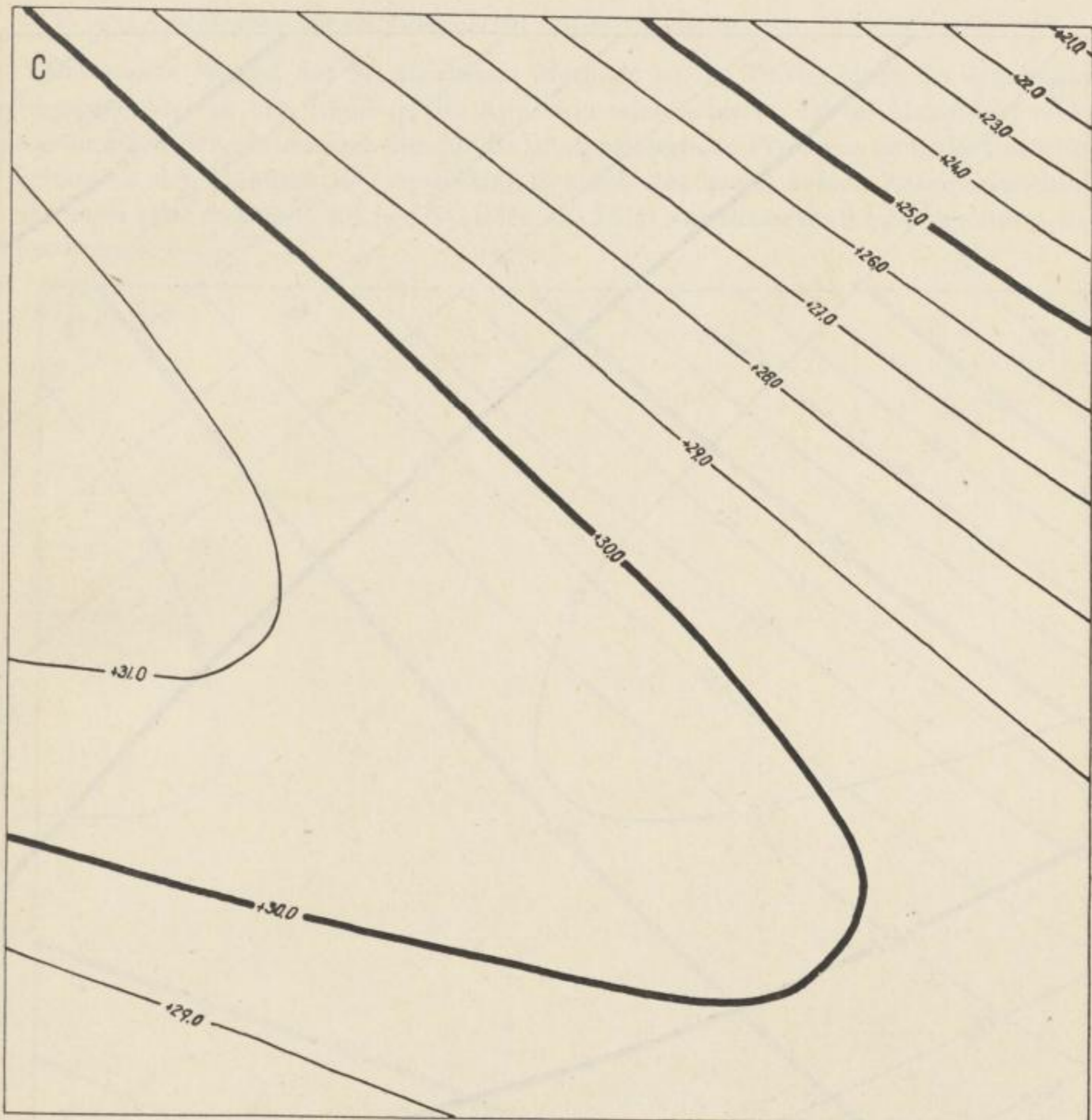


Bild 22. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Rawicz, approximiert für Gebiet $C - 10 \times 10$, $s = 1$ km

Als ein anderer Beweis, daß die besprochene funktionelle Abhängigkeit keinen wesentlichen Einfluß auf die ermittelte Form der Regionalanomalien hat, dienen Vergleiche mit den Ergebnissen, die man mit Hilfe der Residualmethode erhält.

Zuerst sollen das mit Hilfe des Polynoms dritten Grades im Bezirk Šwidwin approximierte (Bild 10) und das Regionalfeld, das nach dem Verfahren von EGYED dargestellt wurde, verglichen werden (Bild 11).

Als zweites Beispiel wählen wir die Berechnungsergebnisse der Regionalfelder im Bezirk von Belchatów. Das Regionalfeld aus Bild 5 wird hier mit einem Polynom zweiten Grades approximiert. Auf Bild 30 ist das Ergebnis der Berechnung des Regionalfeldes für dieses Gebiet mit Hilfe der Auswertungsmethode der mittleren gemessenen

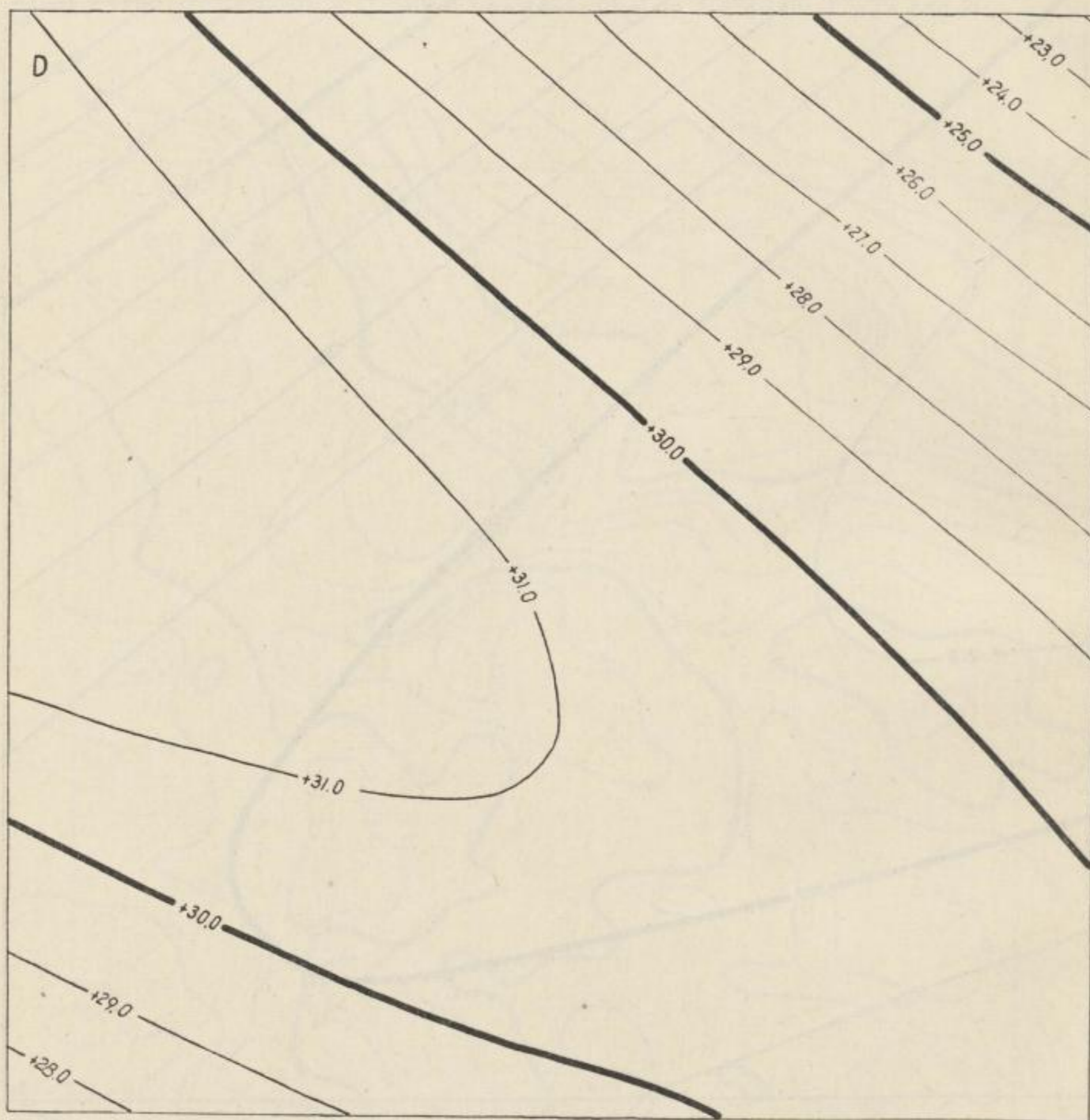


Bild 23. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Rawicz, approximiert für Gebiet $D - 20 \times 20$, $s = 1$ km

Werte (K. E. MAŁOWICZKO, 1951) wiedergegeben. Man sieht die große Übereinstimmung zwischen den beiden Bildern.

In jedem Fall bekommt man bei solchen Beispielen eine wesentliche Übereinstimmung zwischen den mit der Methode der kleinsten Quadrate und den Residual-

methoden zur Approximation des Regionalfeldes gewonnenen Ergebnisse. Diese Übereinstimmung erhält man, wenn die erste von den angeführten Methoden in richtiger Weise benutzt wird.

2. Die Unstetigkeit des approximierten Regionalfeldes an den Rändern des Gebietes

Der zweite Mangel der beschriebenen Methode ist die Unstetigkeit des erhaltenen Regionalfeldes an den Rändern des Approximationsgebietes. Dieser Mangel ist nicht so sehr gefährlich, als unangenehm für die interpretierenden Personen, denn die Unstetigkeiten an den Rändern des Approximationsgebietes lassen keinen Zusammenschluß von zwei oder mehreren solchen Gebieten zu. Jedes von ihnen muß man gesondert betrachten.

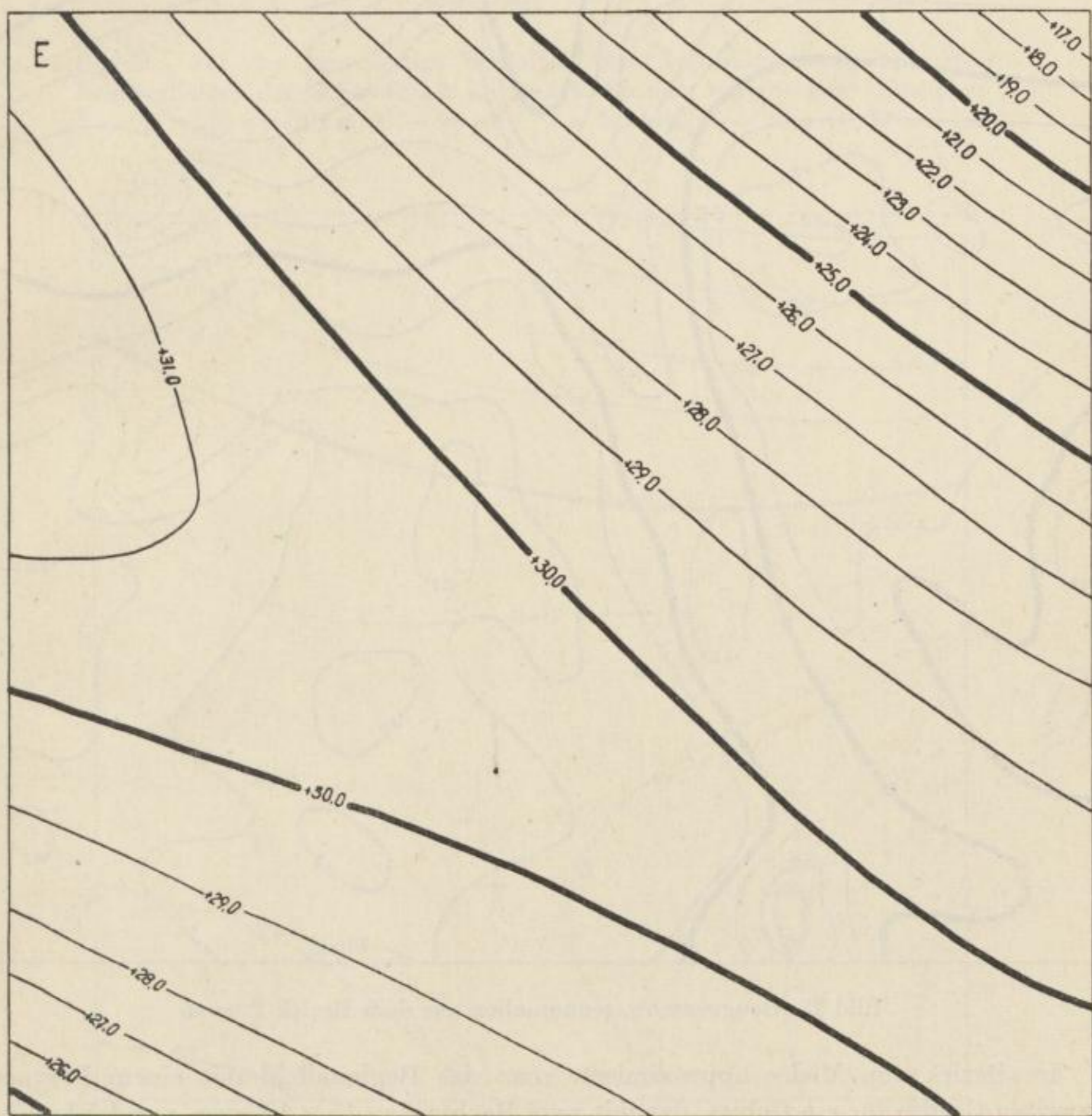


Bild 24. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Rawicz, approximiert für Gebiet E — 20×20 , $s = 1,5$ km

Dieser Fehler ist die Folge der Tatsache, daß die Bedingung des Minimums (Gleichung 2) unabhängig von jedem Approximationsgebiet erfüllt wird. Es wurde für ein Beispiel eine ganze Reihe von Berechnungen durchgeführt, von denen eine auf den Bildern 31, 32 und 33 wiedergegeben ist.

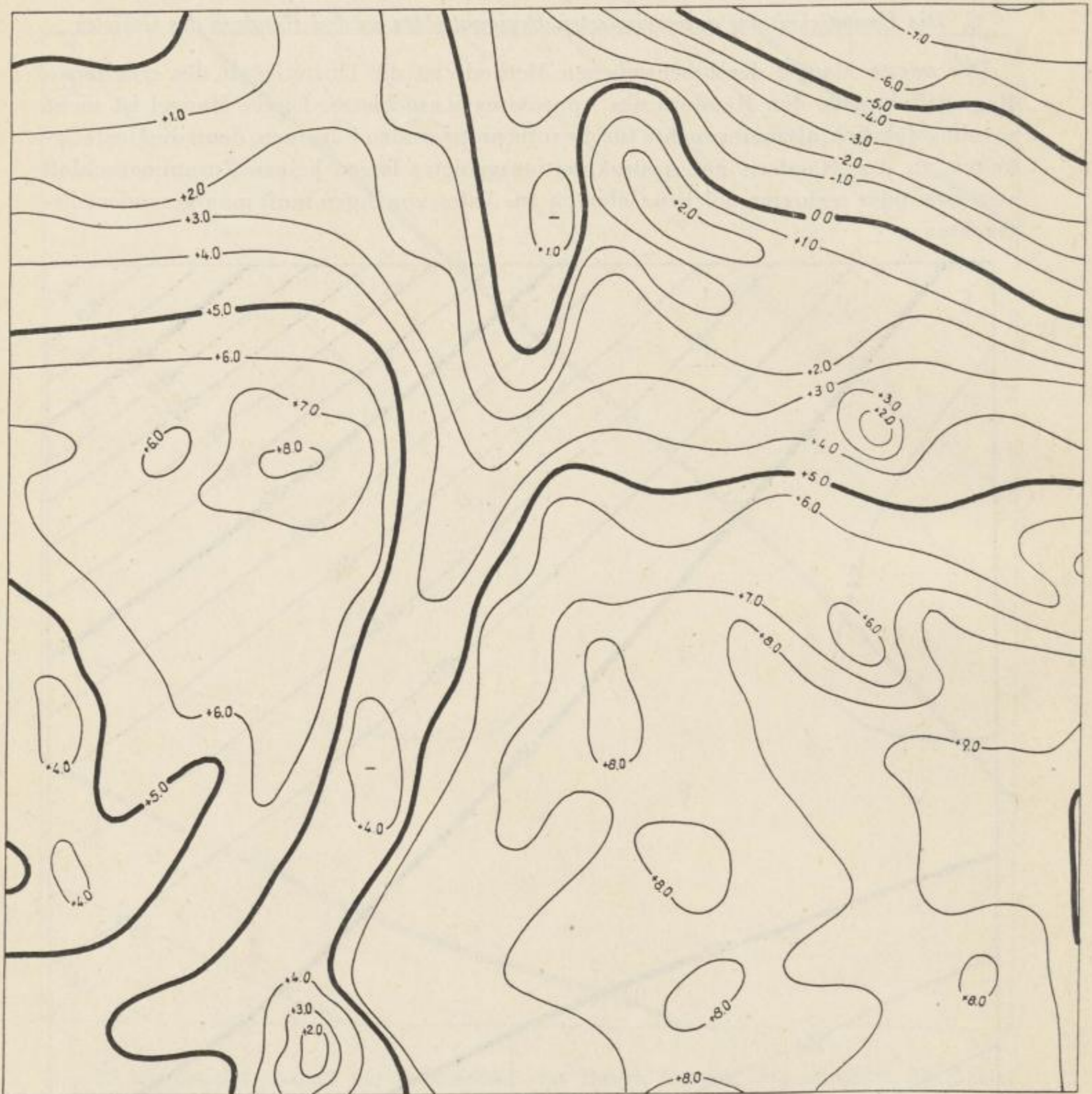


Bild 25. Bouguerschwereanomalien aus dem Bezirk Poznań

Im Bezirk von Mielec approximiert man das Regionalfeld mit einem Polynom zweiten Grades für ein Gebiet, das mit zwei Rechtecken 15×10 von $s = 1,5$ km bedeckt wurde. Diese Rechtecke befanden sich übereinander und grenzten aneinander (Bild 31a).

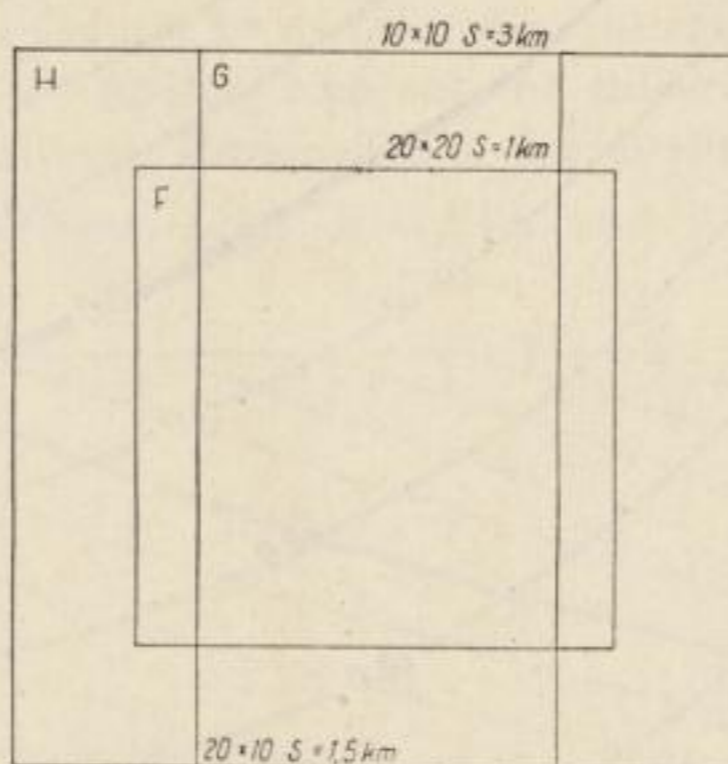


Bild 26. Auf das gegenseitige Verhältnis der Approximationsgebiete der Regionalfelder der Schwerkraft im Bezirk Poznań hinweisende Hilfsfigur: $F - 20 \times 20, s = 1 \text{ km}$, $G - 20 \times 10, s = 1,5 \text{ km}$, $H - 10 \times 10, s = 3 \text{ km}$

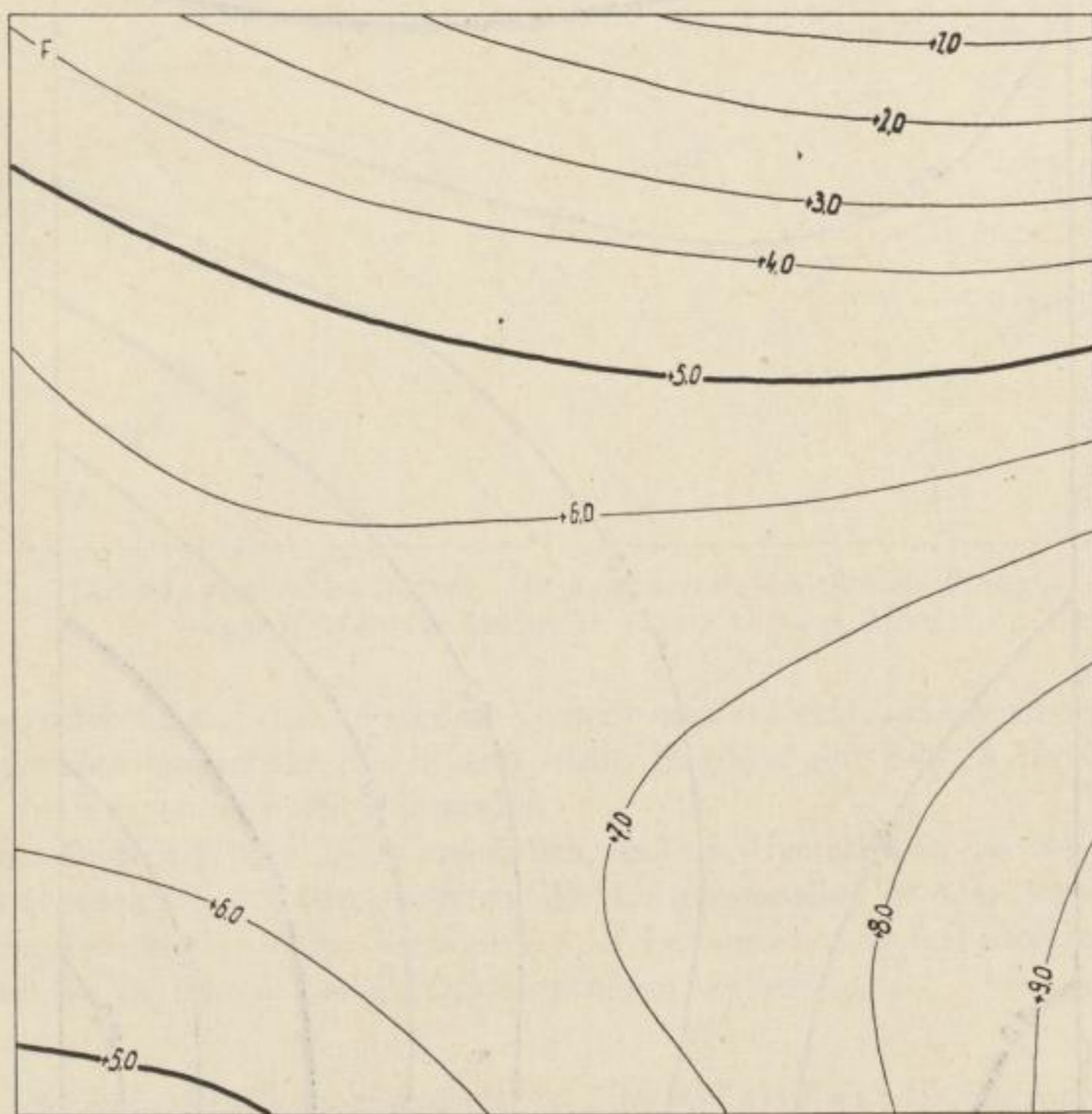


Bild 27. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Poznań, approximiert für Gebiet $F - 20 \times 20, s = 1 \text{ km}$

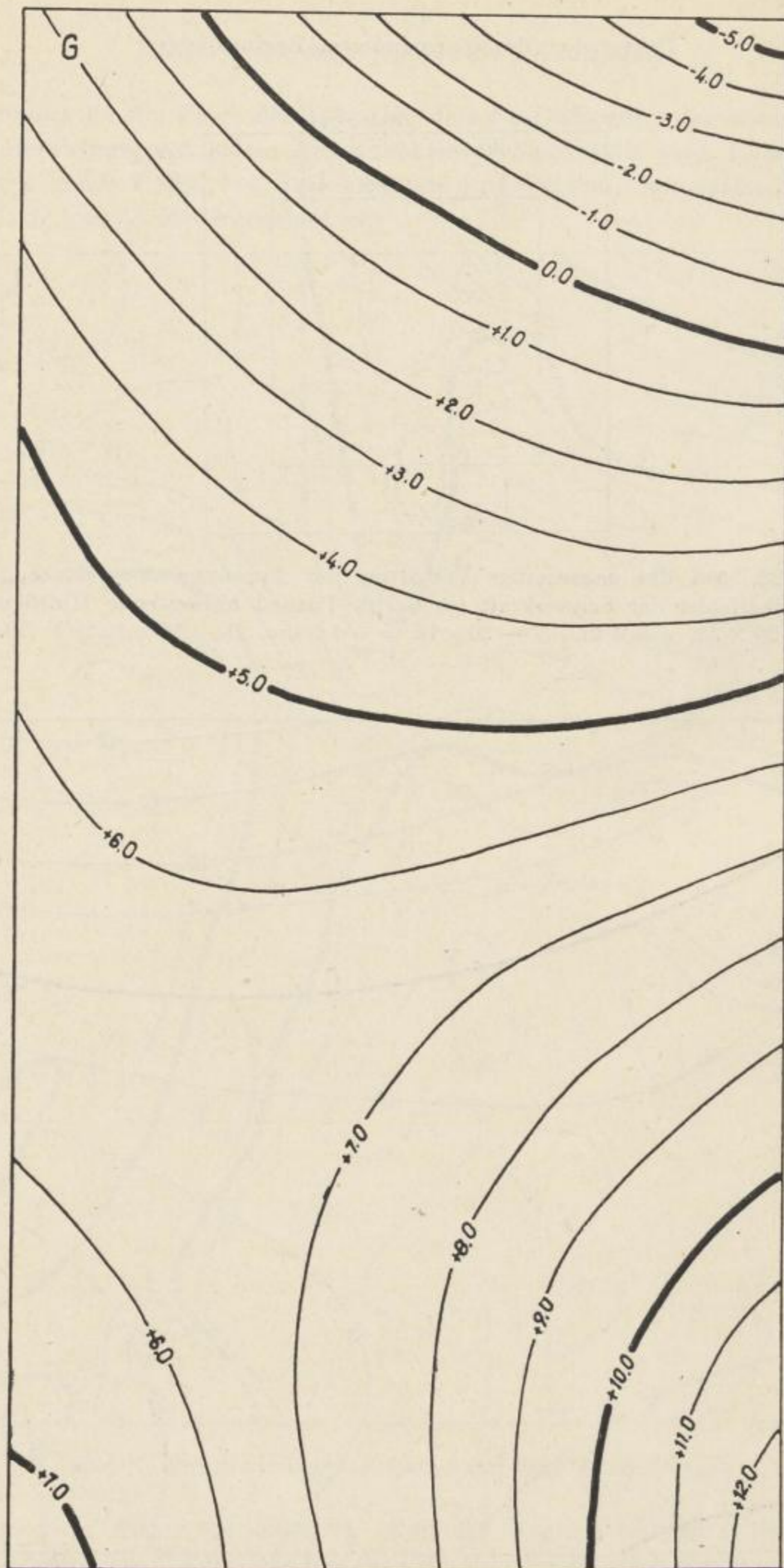


Bild 28. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Poznań, approximiert für Gebiet $G - 20 \times 10$, $s = 1,5$ km

An der Grenze der zwei Gebiete ist deutlich die Unstetigkeit des Regionalfeldes zu erkennen. Für eine genauere Analyse sind auf den Bildern 31b und 31c die mit der Methode von EGYED erhaltenen Regionalfelder dargestellt, und zwar im ersten Fall (Bild 31b) bei einem Diagrammradius $R = s\sqrt{5}$ und $s = 1,5$ km im zweiten Fall bei $R = s\sqrt{10}$.

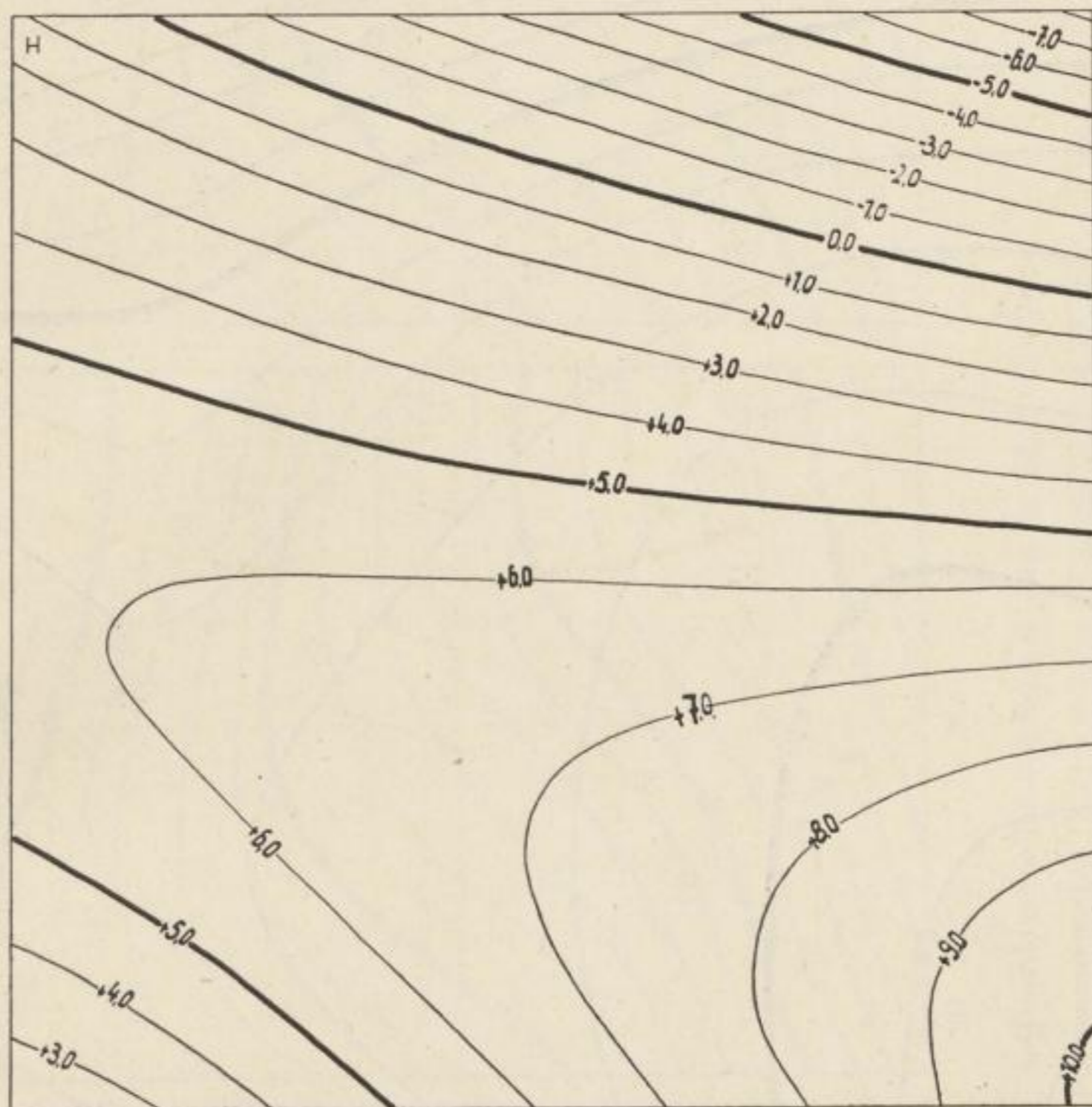


Bild 29. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Poznań, approximiert für Gebiet $H - 10 \times 10$, $s = 3$ km

Auf den Bildern 32a, b und c wurde die Verbreitung der Lokalanomalien dargestellt, die den Regionalanomalien aus Bild 31 entspricht. Dagegen gibt Bild 33 die Zusammenstellung der Kurven im Profil MN wieder.

Aus den Bildern 32 und 33 ist ersichtlich, daß die Unstetigkeit des Regionalfeldes keine Bedeutung bei der Interpretation der Lokalanomalien in dem gegebenen Fall hat, ferner daß die errechnete Verbreitung der Lokalanomalien fast identisch mit der auf Grund des Verfahrens von EGYED ermittelten Verbreitung ist.

3. Die Größe der Elementarquadrate im Netz und die Form des Regionalfeldes

Im weiteren Verlauf der Arbeit möchten wir ergründen, in welchem Grade sich die Form des Regionalfeldes ändert, wenn wir z. B. das bei Verwendung des Netzes 20×20

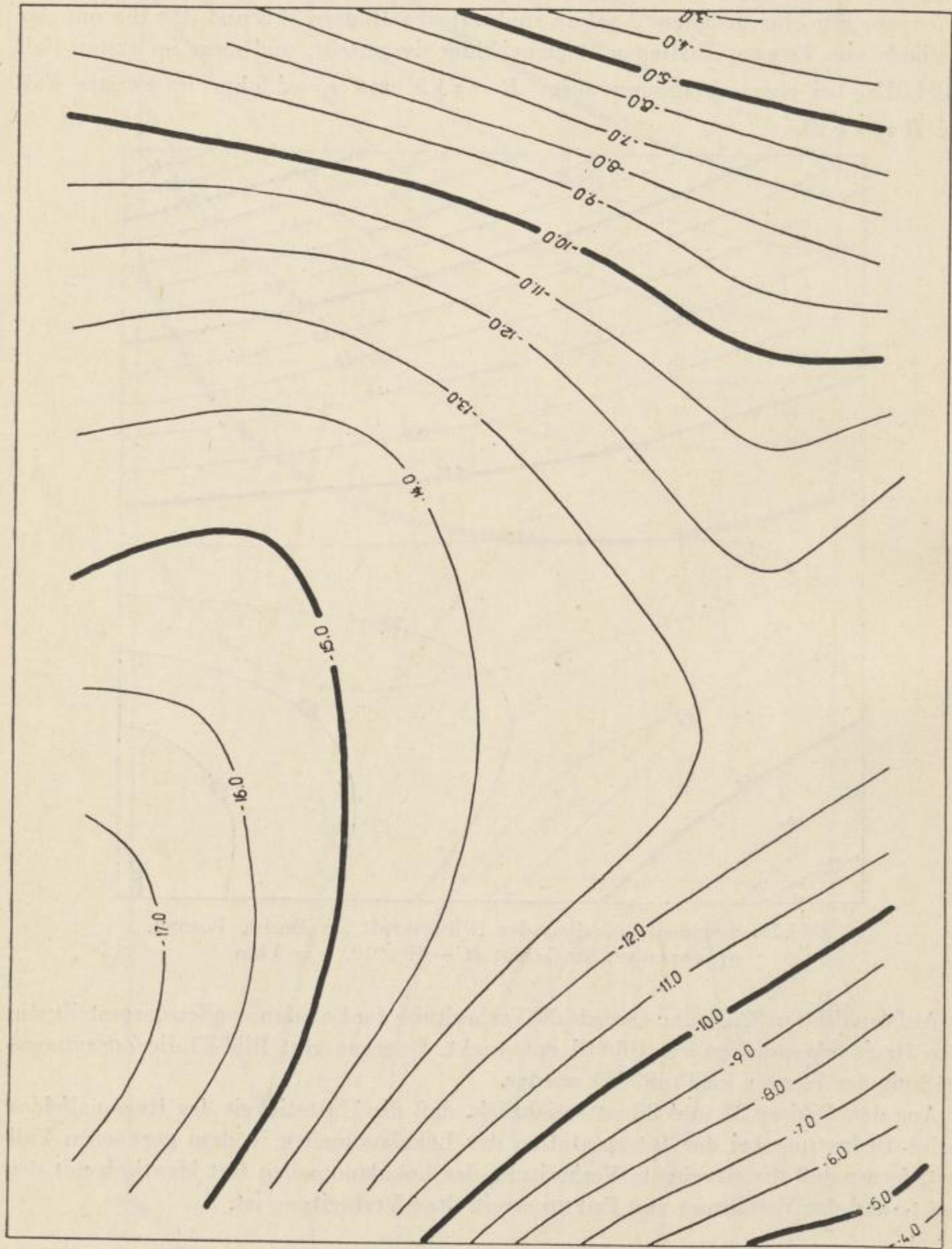


Bild 30. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Belchatów, berechnet mit der Methode von K. G. MAŁOWICZKO

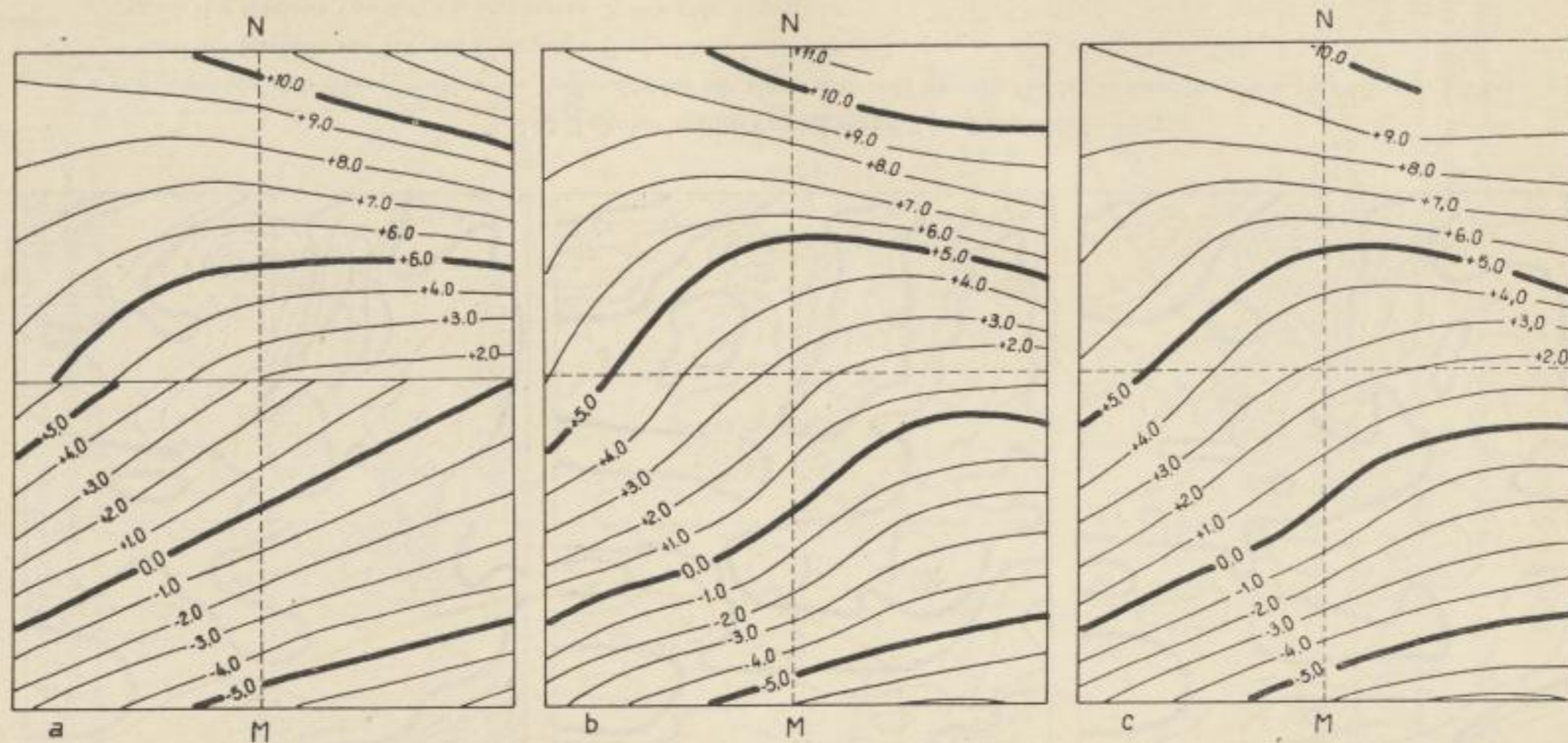


Bild 31. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Mielec:

- a* — approximiert mit einem Polynom zweiten Grades in zwei Rechtecken 15×10 , $s = 1,5$ km
b — approximiert mit der Methode von EGYED unter Anwendung des Diagramms $R = s\sqrt{5}$, $s = 1,5$ km
c — approximiert mit der Methode von EGYED unter Anwendung des Diagramms $R = s\sqrt{10}$, $s = 1,5$ km

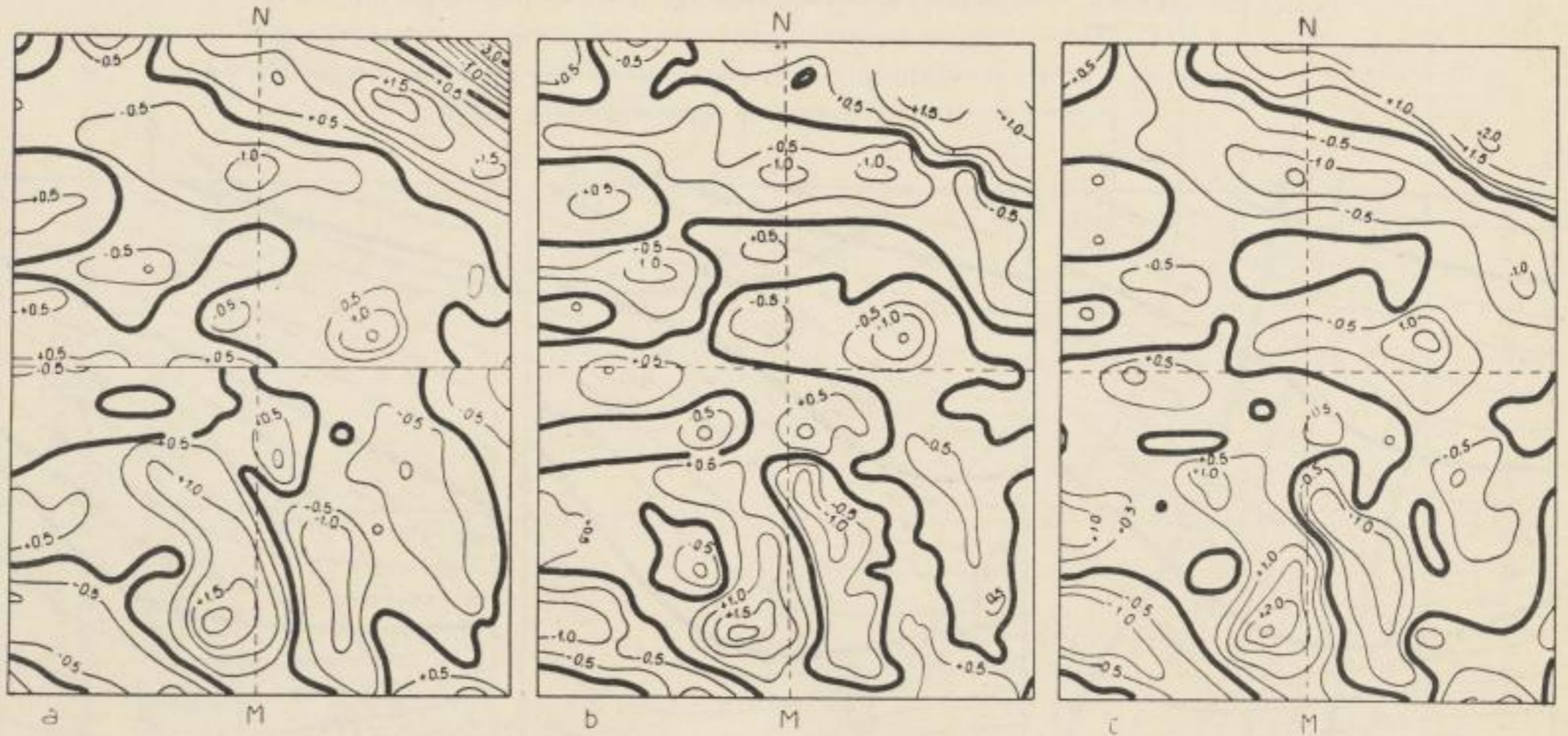


Bild 32. Lokalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Mielec:

a — gewonnen durch Approximation des Regionalfeldes mit einem Polynom zweiten Grades in zwei Bereichen 15×10 , $s = 1,5$ km

b — nach der Methode von EGYED, Diagramm $R = s\sqrt{5}$, $s = 1,5$ km

c — nach der Methode von EGYED, Diagramm $R = s\sqrt{10}$, $s = 1,5$ km

approximierte Gebiet unter Verwendung des Netzes z. B. 10×10 und umgekehrt approximieren werden.

Selbstverständlich geht es hier um die Möglichkeit, die Seitenlänge des Elementarquadrats im Netz verständigerweise zu ändern. Es ist allgemein bekannt, daß die Dichte der gravimetrischen Aufnahme mit dem geologischen Problem, welches wir mit Hilfe dieser Aufnahme auflösen wollen, verbunden ist. Daher müssen die Größen

PROFIL MN

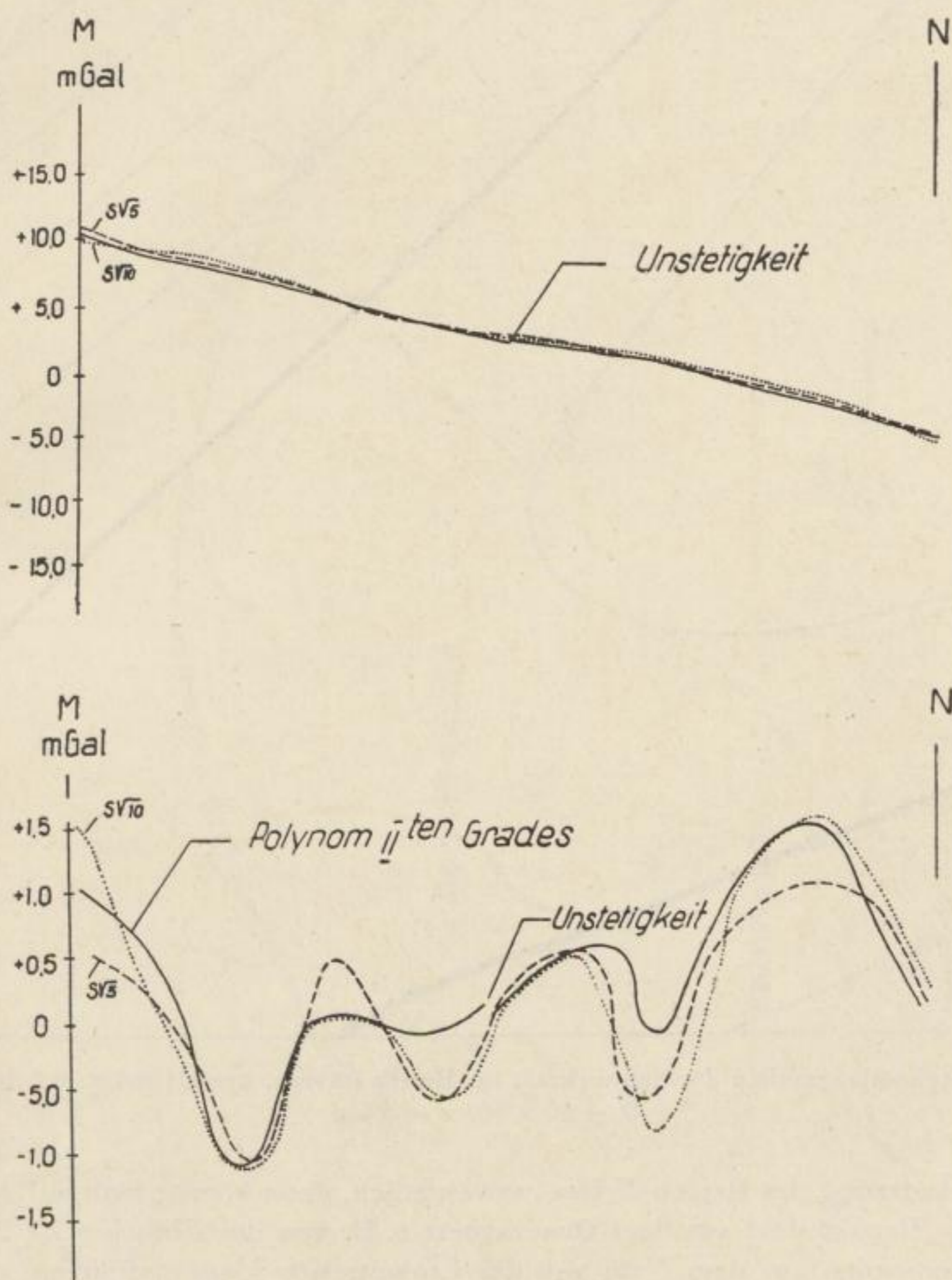


Bild 33. Kurvenzusammenstellung der Lokal- und Regionalanomalien, die durch Approximation des Regionalfeldes mit einem Polynom zweiten Grades und der Methode von EGYED gewonnen wurden

der Elementarquadrate im Netz auch durch die Dichte der gravimetrischen Aufnahme bedingt sein. Oft wäre es bequem, die Einheitsseite z. B. zweimal gegenüber dem Abstand zwischen den Beobachtungspunkten zu vergrößern. Erwiese sich ein derartiges Verfahren als zweckmäßig, d. h. wäre die durch Vergrößerung der Netzmaschen hervor-

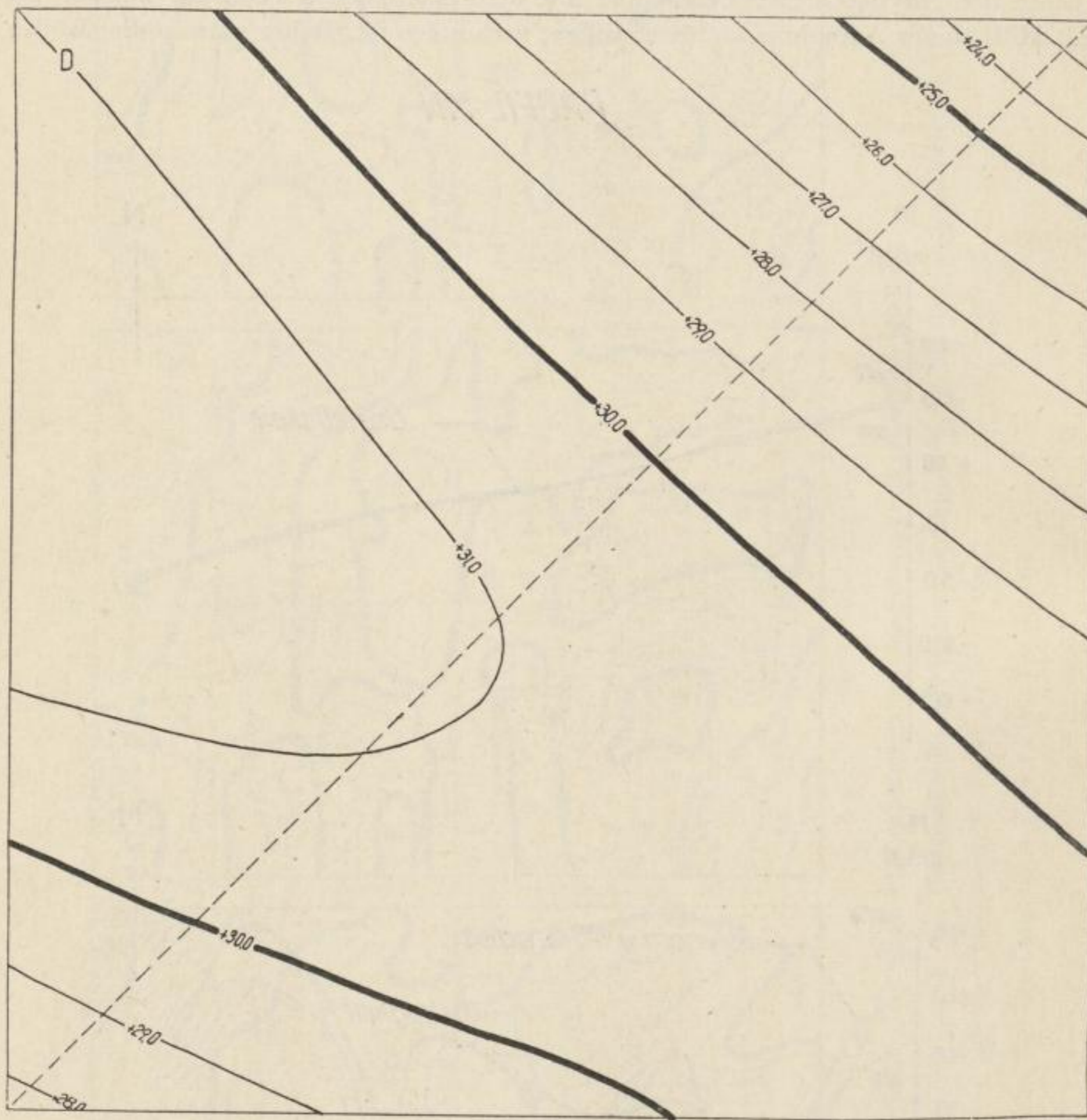


Bild 34. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Rawicz, approximiert auf dem Gebiet
 $D = 10 \times 10$, $s = 2$ km

gerufene Änderung des Regionalfeldes unwesentlich, dann könnte man auf demselben Gebiet das Regionalfeld aus dem Quadratnetz z. B. von der Einheitsseite 2 und die Residualanomalien aus dem Netz von der Einheitsseite 1 approximieren. Auf diese Weise würde sich die Leistung der Methode bedeutend vergrößern.

Eine Untersuchung wurde diesbezüglich in 2 Fällen geführt, und zwar die erste bei der gravimetrischen Aufnahme des Bezirkes Rawicz. Das Regionalfeld wurde im be-

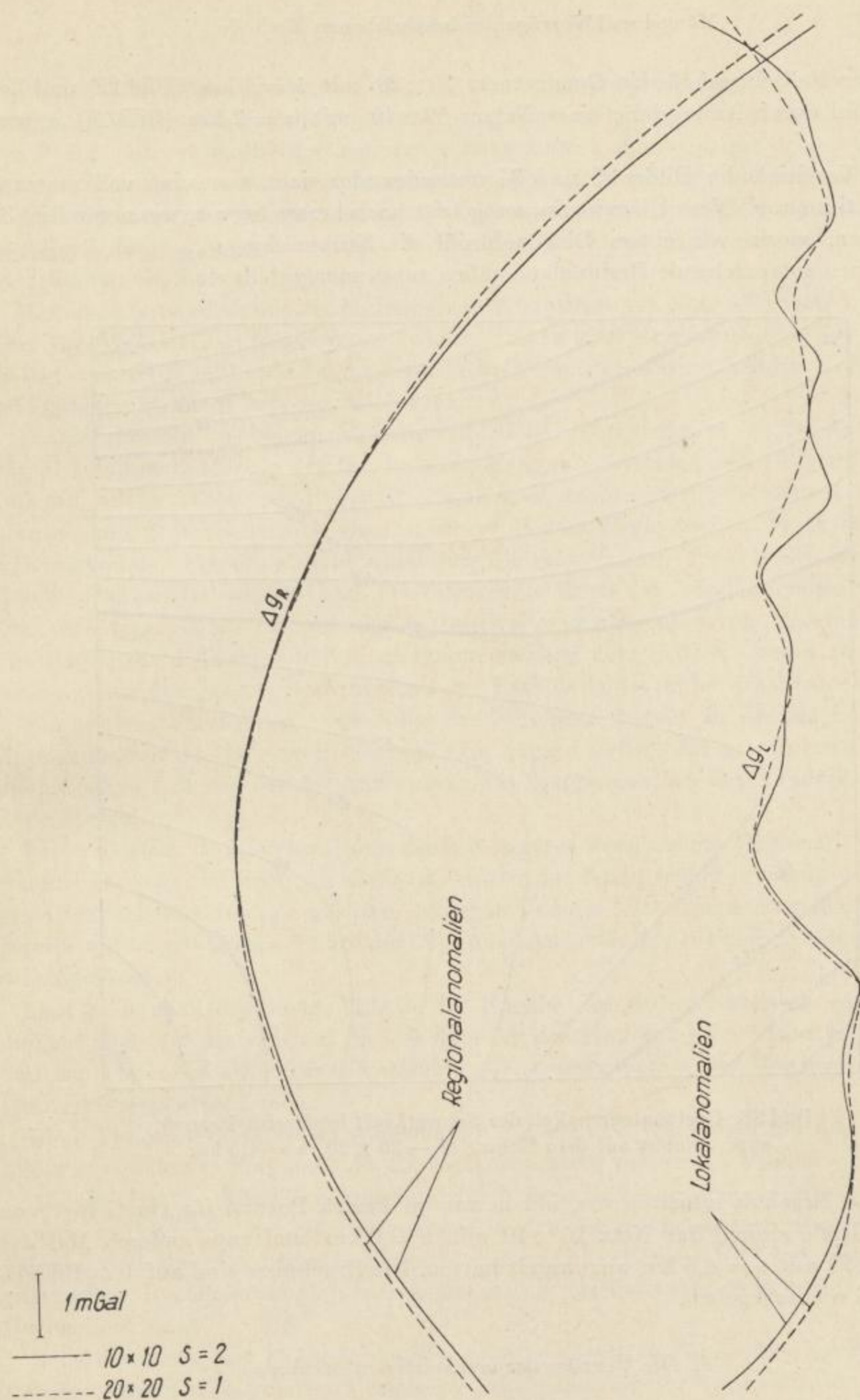


Bild 35. Kurvenzusammenstellung der Regionalanomalien im Bezirk Rawicz, approximiert auf dem Gebiet D , einmal mit dem Netz 10×10 , $s = 2$ km, zum anderen mit dem Netz 20×20 , $s = 1$ km

trachteten Fall einmal für ein Quadratnetz 20×20 mit $s = 1$ km (Bild 23) und das zweite Mal durch Anwendung eines Netzes 10×10 mit $s = 2$ km (Bild 34) approximiert.

Beim Vergleich der Bilder 23 und 34 untereinander sieht man eine vollkommene Übereinstimmung. Diese Übereinstimmung tritt noch besser hervor, wenn wir Bild 35 betrachten, worin von einem Diagonalprofil die Kurven $\Delta g_{R/10 \times 10/}$ und $\Delta g_{R/20 \times 20/}$ sowie ihnen entsprechende Residualanomalien zusammengestellt sind.

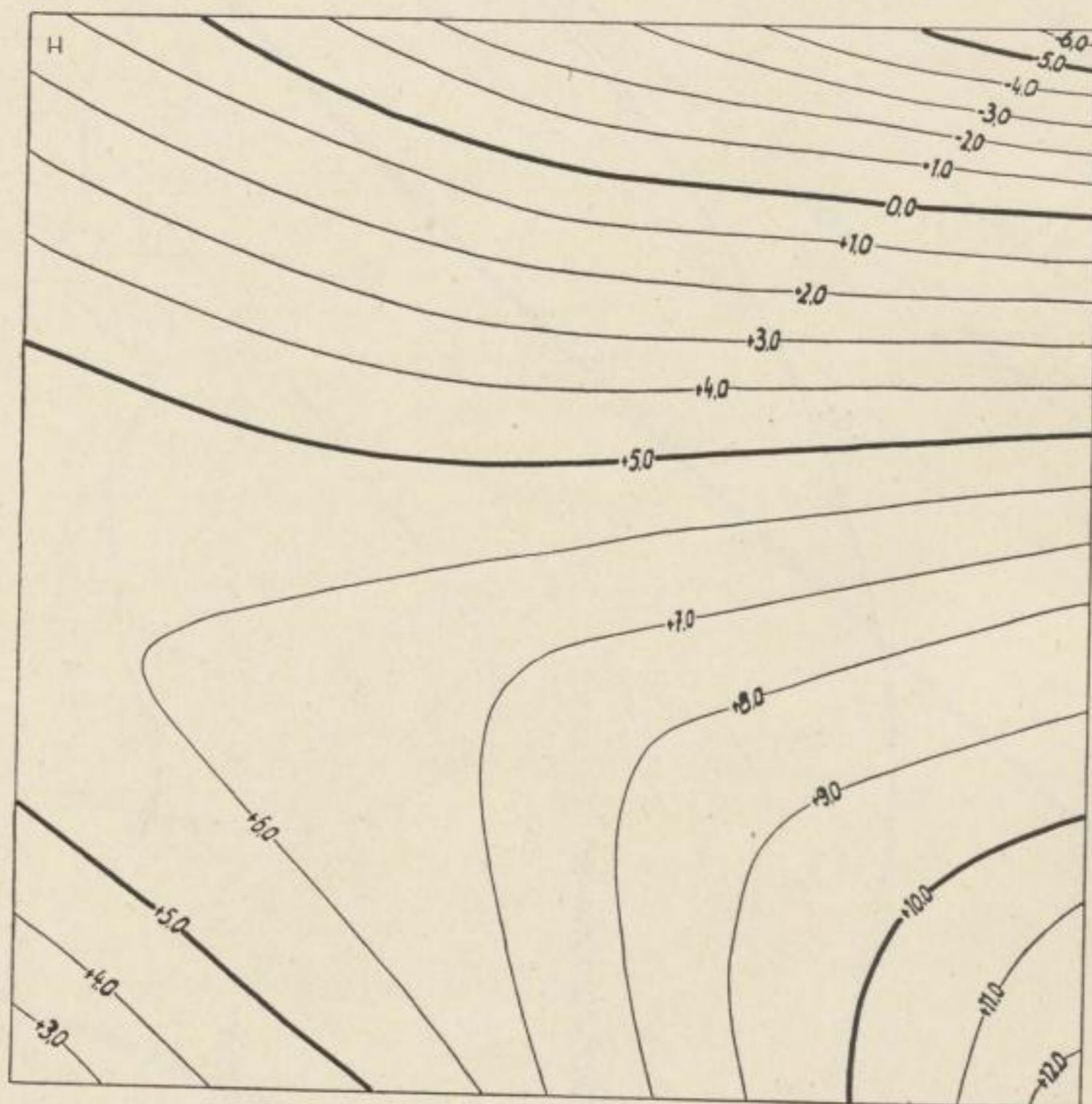


Bild 36. Regionalanomalien der Schwerkraft im Bezirk Poznań, approximiert auf dem Gebiet $H - 20 \times 20$, $s = 1,5$ km

Dasselbe Ergebnis erhielten wir, indem wir im Bezirk Poznań für ein Gebiet von gleicher Größe einmal das Netz 10×10 mit $s = 3$ km und zum anderen Mal das Netz 20×20 mit $s = 1,5$ km angewandt hatten. Die Ergebnisse sind auf den Bildern 29 und 36 wiedergegeben.

4. Die Vorzüge der beschriebenen Methode

Die Vorzüge der Methode der kleinsten Quadrate und der Polynome zur Approximation des Regionalfeldes der Schwerkraft erwähnte schon E. G. KOGBETLIANTZ (1956). Er stellte fest, daß die sog. Residualmethoden, mit deren Anwendung schon

W. R. GRIFFIN (1949) angefangen hatte, die in sie gesetzte Hoffnung nicht erfüllen, und zwar aus dem Grunde, daß die ermittelten Regional- und Residualfelder als Funktionen der Form und der Größe des benutzten Diagrammes sehr eng mit der einleitenden Interpolation der Anomalienwerte verbunden sind. Diese einleitende Interpolation ist nach der Ansicht von KOGBETLIANTZ eine bedeutende Fehlerquelle. Er vertritt die Auffassung, daß die Approximation des Regionalfeldes mit Hilfe der Polynome viel vorteilhafter ist.

Man kann persönlich mit der Meinung von KOGBETLIANTZ einig oder nicht einig sein, aber für erfahrene Geophysiker ist es klar, daß es kein Kriterium gibt, das uns eindeutig feststellen läßt, ob das berechnete Feld von der entsprechenden einheitlichen geologischen Struktur hervorgerufen wird.

Deshalb besteht das Nachprüfen der ermittelten Regionalfelder bei der Anwendung von Residualmethoden in der Wiederberechnung mit verschiedenen Diagrammradien. Die auf solche Weise erhaltenen Regionalfelder analysiert der Geophysiker in Verbindung mit geologischen Angaben, und auf diesem Wege versucht er zu beurteilen, welches von den Feldern als eine Abbildung der geologischen Struktur des analysierten Gebietes betrachtet werden kann. Die bevorzugte Karte der Lokalanomalien trägt den Charakter einer Fläche zweiten oder dritten Grades. Es ist daher von größerem Vorteil, das Regionalfeld direkt mit dem Polynom zweiten oder dritten Grades zu approximieren, ohne den ganzen Rechenprozeß der Residualfelder zu berücksichtigen.

Ein anderer Vorzug der Anwendung der Polynome beruht in der Möglichkeit der Approximation des Regionalfeldes auf dem ganzen Gebiet der gravimetrischen Aufnahme, ohne daß wie bei der Anwendung des Diagramms, an den Rändern eine tote Zone übrigbleibt.

Dieser Bereich ist manchmal sehr groß, besonders wenn die das Regionalfeld hervorriefende Ursache tief liegt. Als Beispiel sei hier das schon früher erwähnte Gebiet der gravimetrischen Aufnahme aus dem östlichen Teil der Mittelkarpaten genannt, dessen Interpretation mit Rücksicht auf die Lage ohne Anwendung der beschriebenen Methode unmöglich wäre.

Man muß noch erwähnen, daß in der Epoche der Automatisierung von Berechnungen aller Art die sich auf die Anwendung der Rechnung der kleinsten Quadrate und der Polynome stützenden Methoden zur Approximation der Regionalfelder eine günstige Perspektive haben.

Diese Perspektive ist um so vorteilhafter, da wir zur Approximation der Regionalfelder mit Hilfe der Polynome die Cracovianrechnung verwenden können.

Aus den letzten durch den Lehrstuhl für höhere Geodäsie und geodätische Berechnungen an der Berg- und Hüttenakademie in Kraków geführten Untersuchungen geht hervor, daß das Leistungsvermögen der den Operationen der Cracovianrechnung angepaßten Rechenautomaten viel größer ist als das Leistungsvermögen der üblichen Rechenmaschinen.

Bei Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate im Sinne der Cracoviane und Polynome zweiten und dritten Grades zur Approximation der Regionalfelder kann man die Berechnung ohne Benutzung von Rechenautomaten führen. Diese Methode beruht auf der Ausnützung der in den Tabellen III—X dargestellten reziproken Koeffizientencracoviane. Wenn wir die oben erwähnten reziproken Koeffizientencracoviane zur Ver-

fügung haben, gelangen wir schnell zu der Formel, die die Verbreitung des Regionalfeldes auf einem großen Gebiet approximiert. Die Schnelligkeit ist vergleichbar mit der Schnelligkeit, mit der wir die Ergebnisse mit Hilfe der Rechenautomaten erhalten, wenn wir nicht nur die Arbeitszeit der Maschine, sondern auch die Zeitdauer der Programmierung, die Vorbereitungszeit der Daten usw. berücksichtigen.

Durch die Anwendung der Cracovianrechnung gewinnen wir eine praktische Methode von großer Wirtschaftlichkeit zur Approximierung des Regionalfeldes mit Hilfe der Polynome. Außerdem können bei dieser Methode Rechenautomaten verwendet werden.

Zusammenfassung

In der Arbeit werden sowohl Theorie als auch Beispiele für die Anwendung der Methode der kleinsten Quadrate in der Fassung von Cracovianen und Polynomen zweiten und dritten Grades für die Approximation der Regionalfelder der Schwerkraft behandelt.

Die Formeln und die Ausgangsgleichungen sind auf die Weise bearbeitet, daß sie auch ohne Benutzung von automatischen Rechenmaschinen angewandt werden können.

Zu diesem Zwecke dienen auch die reziproken Koeffizientencracoviane (Tab. IV—X).

Durch die Anwendung der Cracovianrechnung nehmen die erwähnten Formeln eine sehr einfache Form an und lassen sich auf eine Mustertabelle bringen, die zur mnemotechnischen Benutzung bei der Berechnung der einzelnen Elemente selbst im Fall der gänzlichen Unkenntnis der Cracovianrechnung durch die rechnende Person dienen.

Die Formeln sind so aufgebaut, daß man sie auch bei den mit Hilfe der automatischen Rechenmaschinen geführten Berechnungen verwenden kann.

Weiter wurden drei Beispiele der Verwendung angegeben, und zwar bei der Interpretation der gravimetrischen Aufnahme aus dem Gebiet von Belchatów, Świdwin und aus dem östlichen Teil der Mittelkarpaten.

Im ersten Fall hatte man ein Polynom zweiten Grades, in den zwei übrigen Fällen Polynome zweiten und dritten Grades benutzt.

Es wurde der Zusammenhang zwischen der Form des Regionalfeldes und des approximierenden Polynomgrades diskutiert und die Aufmerksamkeit auf die Mängel und Vorzüge der beschriebenen Methode gerichtet.

In bezug auf die Mängel besprach man die funktionelle Abhängigkeit des approximierten Regionalfeldes von der Form und Größe des Approximationsgebietes, weiter die Unstetigkeit des approximierten Regionalfeldes an den Rändern dieses Gebietes, sowie den Einfluß der Größe der Elementarquadrate im Netz auf die Form des Regionalfeldes.

Bei der Besprechung der Vorzüge der Methode machte der Verfasser darauf aufmerksam, daß es vorteilhafter wäre, das Regionalfeld mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate und der Polynome zu approximieren, als sich in den Rechnungsprozeß der Residualfelder einzulassen. Dieser Vorteil ist dann bedeutend größer, wenn wir über ein beschränktes gravimetrisches Meßgebiet verfügen und die Benutzung entsprechender Diagramme unmöglich ist.

Literatur

- [1] AGOCS, W. B.: Least Squares Residual Anomaly Determination. — *Geophysics*, vol. XVI, No. 4 (1951).
- [2] BARANOV, V.: Sur une methode analytique de calcul de l'Anomalie Regionale. — *Geophysical Prospecting*, vol. II, No. 3 (1954).
- [3] EGYED, L.: A regionalis anomáliák elvi kérdéseiről. *Geofizikai Közlemenyek V. Kötet, 3 szám.* (1956).
- [4] FACSINAY, PINTÉR, POLLHAMMER: — A magasabb deriváltak számításának gyakorlati eredményei néhány magyarországi gravitációs merési területen és a maradékhát — árok számításának kiterjesztése nagyobb teruletegre. — *Geofizikai. Közlemenyek VII Kötet, 1 szám* (1958).
- [5] FAJKLEWICZ, Z.: On a Cracovian Method of Determining the Regional Gravity Field. — *Bulletin De l'Academie Polonaise des Sciences, Serie des sci. math. astr. et phys.* vol. VI, No. 5 (1958).
- [6] FAJKLEWICZ, Z.: The Use of Cracovian Computation in Estimating the Regional Gravity. *Geophysics*, vol. XXIV, No 3 (1959).
- [7] FAJKLEWICZ, Z.: Interpretacja zdjęcia grawimetrycznego z rejonu Bełchatowa—Szczercowa. *Arch. P. Przedsiębiorstwa Poszukiwania Naftowe w Krakowie* (1959).
- [8] FAJKLEWICZ, Z.: Interpretacja zdjęcia grawimetrycznego z rejonu wschodniej części Karpat Środkowych (część I). — *Arch. P. Przedsiębiorstwa Poszukiwania Naftowe w Krakowie.* (1959).
- [9] GRIFFIN, W. R.: Residual Gravity in Theory and Practice. *Geophysics*, vol. XIV, No 1 (1949).
- [10] HALL, D. H.: Least Squares in Magnetic and Gravity Interpretation. — *Trans. A. G. U.*, vol. 39, No 1 (1958).
- [11] KAZINSKIJ, W. A.: Matematicheskie tablicy dla aproksymacji geofizycznych anomalii i redukcji interpolacyjnymi mnogoczeniami. *Institut Fiziki Zemli AN. SSSR.* (1959).
- [12] KOCHMAŃSKI, T.: Metody obliczeń geodezyjnych. — P. W. N. — Kraków (1953).
- [13] KOGBELIANTZ, E. G.: Electronic Computers Aid Geophysical Interpretation. — *The Oil and Gas Journal*, vol. 54, No 67. (1956).
- [14] MAŁOWICZKO, A. K.: K woprosu ob osrednieni anomalnych polej. *Izwestia Akademi Nauk SSSR, ser. geofiz.* No. 2 (1951).
- [15] NOMEROW, B.: Results of gravimetric observations on Shuvalovo Lake in winter 1927 and 1928. — *Zeitschrift für Geophysik*, vol. 5 (1929).
- [16] OLDHAM, C. H. G., SUTHERLAND, D. B.: Orthogonal polynomials: their use in estimating the regional effect. *Geophysics*, vol. 20, No. 2 (1955).
- [17] PAWŁOWSKI, ST.: Kilka zagadnień geofizycznych w Polsce. — *Państw. Instytut Geol. Biul. służb., ser. geof.* (1952).
- [18] SIMPSON, S. M.: Least Squares polynomial fitting to gravitational data and density plotting by digital computers. — *Geophysics*, vol. 19, No. 2 (1954).
- [19] WIŚNIEWSKI, Z.: Sprawozdanie z prac sejsmicznych wykonanych w rejonie Bełchatowa. — *Arch. P. Poszuk. Naftowe w Krakowie.*

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

Schriftenreihe für alle Gebiete der Montanwissenschaften

C 81

GEOPHYSIK

Vorträge des XI. Berg- und Hüttenmännischen Tages, 21. bis 23. Mai 1959 in Freiberg

Format 17 × 24 cm — 245 Seiten — 205 Bilder — 17 Tabellen — DM 23,—
Erschienen April 1960

MARTIN: Erfahrungen und Hinweise bei Schlauchwaagemessungen — MARTIN: Schwingungstechnische Untersuchungen der Kammersprengungen im Steinbruch der Rappbodesperre — HEIDRICH/JUST: Die Rückwirkung von Schwingungsmeßgeräten auf das Meßergebnis in der Bodendynamik — JUST: Erfahrungen mit der Fallgewichtsmethode — BUBEN: Elektronische Untersuchung des Spannungszustandes im Detonationsgebiet bei Kladno — SPONHEUER/GERECKE/MARTIN: Seismische Untersuchungen zum Gebirgsschlag von Merkers (Rhön) am 8. Juli 1958 — NECHVILE: Bohrloch-Neigungsmesser mit Kreiselorientierung — PLEWA: Geophysikalisches Verfahren zur Feststellung von Kohle in polnischen Bohrlöchern — BERZON: Seismische Hochfrequenzuntersuchungen — MALMQVIST: Eine Analyse des zeitlichen Verlaufes von Polarisationsindikationen nach einer Gleichstrommethode — GRANAR: Apparatur zur praktischen Ausführung elektromagnetischer Prospektierung auf tiefliegende Sulfiderze und ihre Anwendung — WEIZMAN/GALPERIN/ZWERJEW/KOSMINSKAJA/KRASCCHINA: Seismische Untersuchungen über den Tiefenbau der Erdkruste, die in der UdSSR nach dem Plan des Internationalen Geophysikalischen Jahres durchgeführt wurden — KOLBENHEYER: Über die Randwertaufgabe der Geoelektrik für ein homogenes und isotropes dreiaxsiges Ellipsoid — EGYED: Zur Frage der Schweremessungen in Bohrlöchern — ZÁTOPEK/ZIKMUNDA: Die harmonische Bodenunruhe in Mitteleuropa im Internationalen Geophysikalischen Jahr 1957/58 — RIZNIČENKO: Einige Ergebnisse in der Anwendung seismoakustischer Methoden bei der Untersuchung des Spannungszustandes von Gesteinen — MJAČKIN: Untersuchung der Stützdruckdynamik im Kohlenflöz mit Hilfe seismischer Impulsmethoden — GZOVSKIJ/KUZNECOVA/OSOKINA: Die Charakterisierung tektonischer Spannungsfelder in Verbindung mit Problemen des Gebirgsdruckes — VOLAROVICH: Erforschung elastischer Gesteinseigenschaften bei hohem Druck — MEISSER: Probleme der angewandten Geophysik für Industrie und Bergbau.

A K A D E M I E - V E R L A G · B E R L I N

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

Schriftenreihe für alle Gebiete der Montanwissenschaften

C 84

GEOPHYSIK

HORST NEUNHÖFER

**Theoretische Untersuchungen über die Reflexion
und den Durchlaß von Schall und Ultraschall an Spalten
in Sylvinit, Hartsalz und Steinsalz,
die mit Schnittkohlensäure gefüllt sind**

Format 17 × 24 cm — 62 Seiten — 29 Bilder — 6 Tabellen — DM 5,—
Erschienen April 1960

Die Ausbreitung von Schall- und Ultraschallwellen ist ein thermodynamischer Prozeß. Deshalb werden die die Schallausbreitung beeinflussenden thermodynamischen Eigenschaften des Kohlendioxyds und der Salzgesteine untersucht. Reflexions- und Durchlaßkoeffizienten werden berechnet, wenn ebene harmonische transversale und longitudinale Wellen auf eine Spalte im Salzgestein treffen, die mit Schnittkohlensäure gefüllt ist. Wechselwellen sind berücksichtigt worden. Mit den Ergebnissen wird theoretisch untersucht, wie sich die Form einer Folge gleichartiger Impulse und eines Einzelimpulses ändert. Beispiele sind für die Spaltenbreiten 1, 3, 5, 10 cm und die Drücke 50, 100, 200 und 300 at in der Spalte gerechnet worden. Schließlich werden Vorschläge zur Anwendung dieser Ergebnisse in der Praxis gemacht.

A K A D E M I E - V E R L A G · B E R L I N

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

Schriftenreihe für alle Gebiete der Montanwissenschaften

C 67

GEOPHYSIK

ROLF RÖSLER

Die galvanisch induzierte Polarisation an Dispersionen rotationsellipsoidischer Teilchen

Format 17 × 24 cm — 88 Seiten — 10 Bilder — 6 Tabellen — DM 8,—
Erschienen Mai 1959

Das elektrische Feld im Innern eines Rotationsellipsoids, das sich in einem homogenen Außenfeld befindet und auf dessen Oberfläche galvanisch induzierte Polarisation auftritt, ist im Gegensatz zum Innenfeld einer Kugel und eines galvanisch nicht polarisierbaren Ellipsoids nicht homogen. Wie die numerische Berechnung zeigt, sind die inhomogenen Feldanteile mit den Polarisations-eigenschaften von Sulfiderzen für den für Prospektionszwecke interessierenden Frequenzbereich gegenüber dem homogenen Innenfeld vernachlässigbar. Es läßt sich für das Rotationsellipsoid ein äquivalenter Kugelradius angeben, mit dessen Hilfe das Verhalten des Ellipsoids auf das einer Kugel zurückgeführt werden kann. Unter Berücksichtigung der Dipolwechselwirkung wird der spezifische Widerstand einer Dispersion parallel ausgerichteter Rotationsellipsoide berechnet und für Dispersionen regellos gelagerter Ellipsoide verallgemeinert. Das Verhalten einer Dispersion parallel ausgerichteter Rotationsellipsoide mit galvanisch induzierter Polarisation läßt sich auf das einer Dispersion von Kugeln des äquivalenten Kugelradius aus gleichem Material zurückführen. Bei regelloser Lagerung tritt ein hiervon abweichender Kugelradius auf. Erst bei sehr abgeplatteten oder sehr gestreckten Rotationsellipsoiden tritt ein wesentlicher Unterschied zwischen den Volumenanteilen der Rotationsellipsoide und denen der Kugel auf, für die die Dispersionen den gleichen komplexen spezifischen Widerstand besitzen.

A K A D E M I E - V E R L A G · B E R L I N

FREIBERGER FORSCHUNGSHEFTE

Schriftenreihe für alle Gebiete der Montanwissenschaften

C 62

GEOPHYSIK

WOLFGANG BUCHHEIM

Theoretische Grundlagen für die Messung von elektrischem Gesteinswiderstand und Gesteins-D.-K. in Bohrlöchern durch Induktion nach dem Rückwirkungsverfahren

Format 16,7 × 24 cm — 67 Seiten — 7 Bilder — 2 Tabellen — DM 6,—
Erschienen Dezember 1959

Die Messung der Gesteinsleitfähigkeit in Bohrlöchern nach dem 4-Punkt-Verfahren wird bekanntlich unmöglich, wenn die den Kontakt vermittelnde Spülung wegfällt, die Bohrungen also trocken sind. Es erhebt sich die Frage, ob solche Messungen nicht auf elektromagnetischer Grundlage, d. h. ohne galvanischen Kontakt mit dem Gebirge, durchzuführen sind. Es wird die Theorie für eine vorwiegend induktiv und eine vorwiegend kapazitiv arbeitende Anordnung entwickelt, d. h., es werden Näherungsausdrücke für die Impedanz einer Zylinderspule und eines Kugeloszillators unter der Einwirkung des halbleitenden Gebirges entwickelt. Die Spule wird hierbei nach dem Vorgange von SOMMERFELD als unbegrenzter Hohlzylinder angenommen, der nur in azimuthaler Richtung leitet und ohne Zwischenraum an der Bohrlochwandung anliegt. Die Füllung der Spule mit einem Kern aus hochpermeablem und leitendem Material wird in Betracht gezogen. Die elektromotorische Kraft in der Spule wird zur Vereinfachung als „eingepägt“ und gleichmäßig über die Wicklung verteilt angenommen. Im anderen Fall wird ein Kugeloszillator, der in einer konzentrischen Hohlkugel innerhalb des Gesteins sitzt, als vereinfachtes Modell zugrunde gelegt. Das Problem wird zunächst für die beiden geometrisch vereinfachten Fälle streng durch Lösung der Maxwell'schen Gleichungen unter Berücksichtigung der Verschiebungsströme im Gebirge behandelt. Das Verhalten einer endlichlangen reellen Spule ergibt sich dann näherungsweise durch Kombination beider Modelle.

A K A D E M I E - V E R L A G · B E R L I N