

§. 21. Erklärung.

Zwei gerade Linien in einer Ebene, welche, ohne aufeinander zu fallen, gleiche Richtung haben, heißen **parallele** oder **gleichlaufende** Linien.

An die Erläuterung durch eine Zeichnung knüpfe man (nach §. 9) die Beantwortung der Frage: Wenn man in einer Ebene mehrere Linien nach einem einzigen Punkte hin zieht, haben diese Linien gleiche oder ungleiche Richtung? Auch ist anzugeben, wie man die Parallelität zweier Linien bezeichnet?

§. 22. Lehrsatz.

Wenn zwei Linien von einer dritten so geschnitten werden, daß entweder a) zwei Gegenwinkel gleich sind, oder daß b) zwei Wechselwinkel gleich sind, oder daß c) zwei innere Winkel auf derselben Seite der schneidenden Linie zwei rechte betragen, so sind die Linien parallel.

Beweis von a). Angenommen, daß in Fig. 13 die Linien AB und CD von der dritten EF unter gleichen Gegenwinkeln EFB und FGD geschnitten werden, so ist zu beweisen, daß AB und CD parallel sind, d. h. nach §. 21, daß sie gleiche Richtung haben.

Da die Gegenwinkel EFB und FGD gleich sind, so weicht die Richtung der Linie FB, von der Richtung der Linie FE eben so stark und nach eben der Seite ab, wie die Richtung der Linie GD von der Richtung der Linie GF; da nun die Theile FE und GF der schneidenden Linie EH nach §. 8 a eine und dieselbe Richtung haben, FB und GD aber von dieser gleich stark und auf völlig gleiche Art abweichen: so müssen sie (oder die ganzen Linien AB und CD) nothwendig selbst eine gleiche Richtung haben, also parallel sein.

Es ist nun noch übrig, den Beweis von a) und c) auszuführen, welches nicht schwer ist, denn nach §. 18 läßt sich beweisen, daß, wenn zwei Wechselwinkel gleich sind, auch zwei Gegenwinkel gleich sein müssen; eben so nach §. 14, daß, wenn zwei innere Winkel auf einer Seite der schneidenden Linie zwei rechte betragen, gleichfalls zwei Gegenwinkel gleich sein müssen. Der Beweis läßt sich also in den beiden letzten Fällen auf den ersten zurückführen.

Hierbei sind folgende Fragen zu beantworten:

- 1) Enthält der §. nur einen oder drei Lehrsätze und wie lautet im letzteren Falle jeder für sich?