

Lagen, welche eine Linie derselben Richtung in der Ebene annehmen kann.

Stellt man sich vor, daß die Linie AB längs der Linie EH so fortgeschoben wird, daß sie immer dieselbe Richtung behält, so kommt sie in die Lage CD und in jede andere Lage, welche in der Ebene, in welcher die geraden Linien EH und AB sich anfänglich befinden, für eine Linie, die mit AB gleiche Richtung hat, nur irgend denkbar ist.

4) Nicht parallele Linien müssen sich schneiden.

Wenn die Linien AB und DF (Fig. 15) ungleiche Richtung haben, so läßt sich von A aus eine Linie AC parallel mit DF legen und an BA so fortschieben, daß sie mit AC immer parallel bleibt (d. h. gleiche Gegenwinkel bildet). Diese Linie muß daher auch einmal in die Lage kommen, welche DF hat. (nach Nr. 3.) Gesezt dies sei der Fall, wenn sie parallel mit sich selbst aus der Lage AC in die Lage GF gelangt ist, so schneidet sich die Linie BA verlängert mit der verlängerten Linie DF im Punkte G. So in allen ähnlichen Fällen.

5) Wenn zwei Linien von einer dritten so geschnitten werden, daß entweder a) zwei Gegenwinkel, oder b) zwei Wechselwinkel ungleich sind, oder c) zwei innere Winkel auf derselben Seite der schneidenden Linie mehr oder weniger als zwei rechte betragen, so treffen die Linien auf der Seite zusammen, wo entweder a) der kleinere innere Gegenwinkel, oder b) der kleinere Wechselwinkel ist, oder c) die inneren Winkel zusammen weniger betragen, als zwei rechte.

Aus der Ungleichheit der Gegenwinkel u. s. w. läßt sich auf ähnliche Art wie in §. 22 zeigen, daß die durchschnittenen Linien ungleiche Richtung haben, also nach Nr. 4) sich schneiden müssen. Nach welcher Seite hin sie zusammentreffen müssen, ergiebt sich leicht, wenn man durch den Durchschnittspunkt einer dieser beiden Linien mit der dritten eine Parallele zu der andern zieht, welche diese nach Nr. 2) nie trifft und also auch auf einer Seite das Zusammentreffen der zuerst gegebenen beiden Linien unmöglich macht.

6) Linien in einer Ebene, welche sich verlängert nie schneiden, sind parallel.

Denn wären sie nicht parallel, so müßten sie sich schneiden (nach Nr. 4). Das ist aber wider die Voraussetzung.

Anmerk. Nr. 6. ist die Euklideische und allgemein eingeführte