Anleitung zum Beweise. In Fig. 81. sind aus den Punkten A und B der Linie AB durch den zwischen ihnen liegenden C zwei Kreise beschrieben; es ist also zu beweisen, rc.

Der Beweis läßt sich führen, indem man zeigt, daß jeder Punkt der einen Kreislinie, mit Ausnahme des einzigen Punktes C, außerhalb der andern Kreislinie liege. Zieht man z. B. aus dem Punkte D, der beliebig in der aus A beschriebenen Kreislinie angenommen ist, die Linien DA, DB; so läßt sich aus II, 3. d. leicht beweisen, daß BD größer als BC sei, woraus folgt, daß D außer der aus B beschriebenen Kreislinie liege (II, 3. d.). Dasselbe gilt aber von jedem anderen Punkte, den man hätte annehmen können; folglich liegt eine Kreislinie ganz außer der andern und beide haben nichts als den Punkt C gemein.

Das zweite b) folgt unmittelbar aus §. 1. und 2.

§. 10. Lehrsatz.

Wenn man aus zwei Punkten einer Linie durch einen dritten, der in der Verlängerung derselben liegt, zwei Kreise beschreibt, so haben diese a) nichts gemein als diesen Punkt, der kleinere aber liegt ganz innerhalb des größeren, d. h. sie berühren sich von innen; b) auch haben diese beiden Kreise in dem Berührungspunkte eine gemeinschaftliche Tangente.

Anleitung zum Beweise. In Fig. 82. sind aus A und B durch den in der Verlängerung von AB liegenden Punkt C zwei Kreise beschrieben. Es ist also zu beweisen rc.

Es kommt darauf an, zu zeigen, daß mit Ausnahme des Punktes C jeder andere Punkt der kleineren Kreislinie innerhalb der größeren liege. Man nehme also D in derselben beliebig, und ziehe DA, DB, so ist DA kürzer, als AB + BD, aber DB = BC; folglich rc.

Der Beweis von b) ist wie im vorigen Satze.

§. 11. Zusatz.

Wenn man daher auf einer geraden Linie mehrere beliebige Punkte annimmt, und durch einen der beiden äußersten Punkte aus jedem der übrigen einen Kreis beschreibt; so berühren sich alle diese Kreise von innen.

Was dies heiße, ist aus dem vorigen §. vollständig zu beantworten, und durch eine Figur zu erläutern.