Eine solche Zahl kann nie genau dargestellt werden, doch kann der Fehler derselben kleiner gemacht werden, als jede gegebene Größe.

Das deutlichste Beispiel irrationaler Zahlen geben die Quadratwurzeln aus unvollkommenen Quadratzahlen, oder überhaupt die Wurzeln jeder Ordnung aus unvollständigen Potenzzahlen.

Um zu zeigen, daß $\sqrt{2}$ eine Irrationalzahl sei, beweist man 1) daß $\sqrt{2}$ keine ganze Zahl ist, denn $1^2 = 1$, $2^2 = 4$. Es muß also der Werth von $\sqrt{2}$ zwischen 1 und 2 liegen. Dann beweist man 2) daß $\sqrt{2}$ auch kein Bruch der Form $\frac{m}{n}$ sein könne. Gesetzt, dies wäre möglich; so wäre auch $2 = \frac{m^2}{n^2}$, d. h. $n \,.\, n$ müßte in $m \,.\, m$ zweimal enthalten sein. Da aber $\frac{m}{n}$ als ein Bruch anzusehen ist, der sich nicht mehr heben läßt; so können auch im Zähler und Nenner des Bruches $\frac{m^2}{n^2}$ gemeinschaftliche Factoren nicht mehr vorhanden sein. n^2 kann also in m^2 nicht genau zweimal enthalten sein.

Irrationale Zahlen verwechsle man nicht mit solchen Quotienten, welche in Decimalbrüchen niemals ohne Fehler ausgedrückt werden können. So ist z. B. $^5/_7 = 0{,}714285\ 714285 \ldots\ldots$ Aber diejenige Größe, welche durch diese Zahl vorgestellt werden soll, ($^5/_7$) ist gegen die Einheit vollkommen commensurabel, und daher ihr Ausdruck in Gestalt eines gemeinen Bruches rational. Nur in Decimaltheilen der Einheit läßt sich der Werth nicht ohne Fehler ausdrücken; aber wohl auf vielerlei Art in anderen genauen Theilen der Einheit (z. B. in Siebenteln, Vierzehnteln, Einundzwanzigsteln u. s. f.). Ist hingegen ein auszudrückender Werth gegen die Einheit incommensurabel, so läßt er sich weder durch Decimaltheile, noch durch irgend eine andere Art von genauen Theilen der Einheit ohne Fehler ausdrücken.