

Zwölfter Abschnitt.

Von der Aehnlichkeit der Figuren.

§. 1. Lehrsatz.

Wenn man zwischen den Schenkeln irgend eines Winkels in beliebiger Richtung zwei Parallelen zieht, so entstehen zwei Dreiecke, a) deren Winkel einzeln verglichen gleich sind, und b) deren gleichliegende Seiten einerlei Verhältniß haben.

Beweis. Wenn zwischen den Schenkeln des Winkels A Fig. 114. die Linien BC, DE parallel gezogen sind, so entstehen die beiden Dreiecke ABC und ADE und es ist zu beweisen, a) daß ic. (Hier sind beide Theile des Satzes bestimmt auf die Figur anzuwenden.)

Der Beweis von a) beruht auf I, 23. und hat nicht die geringste Schwierigkeit.

Den Beweis von b) zu führen, theile man AB in beliebig viele, am bequemsten (der Decimalrechnung wegen) in zehn gleiche Theile. Träse nun DE genau auf einen der Theilpunkte, so würde unmittelbar aus IV, 11⁹ folgen, daß die drei Verhältnisse $AB : AD$, $AC : AE$, $BC : DE$ gleich wären. Trifft aber DE auf keinen Theilpunkt, wie in der Figur, wo D zwischen dem sechsten und siebenten Theilpunkte liegt, so kann der Beweis auf folgende Art geführt werden. Wenn nämlich die drei Hinterglieder der kurz vorher angeführten Verhältnisse durch Zahlen ausgedrückt werden sollten, wozu jedes Vorderglied die Einheit wäre, so läßt sich (ebenfalls aus IV, 11.) zeigen, daß diese Zahlen, Ziffer für Ziffer, gleich sein würden. So enthält AD in der Figur sechs Zehntel (0,6) von AB nebst einem Reste, der kleiner ist als $\frac{1}{10}$ AB. Zieht man ferner die Linien FG, HI parallel mit DE durch die beiden dem Punkte D nächsten Theilpunkte H und F, desgleichen durch G die Linie GK parallel mit AB, so ist klar, daß auch AE sechs Zehntel (0,6) von AC enthalte, nebst einem Reste, der kleiner als $\frac{1}{10}$ AC ist. Eben so leicht überzeugt man sich, daß DE (=DL + LE) sechs Zehntel von BC nebst einem Reste, der kleiner ist als $\frac{1}{10}$ BC, enthalte. Aus Betrachtung des kleinen Dreiecks GKI aber ergiebt sich durch ähnliche Schlüsse, daß die Linien AD, AE und DE auch gleich viel Hundertel, Tausendtel, Zehntausendtel ic. ihrer Einheit enthalten würden.

Korollar