c. Daß die beiden Stücke, in welche der Punkt G jede der drei Linien AD, BE, CF theilt, sich wie 1 zu 2 verhalten, nämlich DG : AG = EG : BG = FG : CG = 1 : 2.

a. Da AB in F halbirt ist, so ist Dreieck ACF = FCB, desgleichen ist Dreieck AGF = FGB. Nimmt man die beiden letzten von den beiden ersten hinweg, so bleibt übrig Dreieck AGC = BGC. Auf dieselbe Art ist erweislich, daß Dreieck AGC = AGB, oder Dreieck AGB = BGC.

Daß das Dreieck AGB durch die Linie GF, und Dreieck AGC durch GE halbirt sei, ist unmittelbar klar (V, 7.), daß aber auch Dreieck BGC durch DG halbirt sei, läßt sich auf folgende Art beweisen.

Nimmt man in den gleichen Dreiecken AGB, AGC die Linie AG für die Grundlinie, so müssen beide nach (V, 8.) gleiche Höhen haben. Eben diese Höhen wären aber auch die Höhen der Dreiecke BGD und CGD, wenn man GD als Grundlinie betrachtete. Folglich sind die Dreiecke BGD, CGD gleich nach V, 7.

b. Nimmt man nun in den eben genannten gleichen Dreiecken BD und DC für Grundlinien, so haben sie gleiche Höhen; und daher müssen nach V, 8. auch ihre Grundlinien BD und DC gleich sein.

c. Nach a) ist Dreieck AGB = $\frac{1}{3}$ABC. Halbirt man also AG in H, und zieht BH, so ist Dreieck BAH = BHG = $\frac{1}{6}$ABC. Da aber auch nach a) Dreieck BGD = $\frac{1}{6}$ABC, so haben die Dreiecke BAH, BHG, BGD gleiche Flächen, und da sie, wenn man AH, HG, GD für Grundlinien nimmt, auch gleiche Höhe haben, so sind ihre Grundlinien nach V, 8. gleich, folglich verhält sich DG : AG = 1 : 2.

Auf dieselbe Art kann man beweisen, daß FG : GC = 1 : 2. und EG : BG = 1 : 2.

§. 9. Zusatz.

Wenn man alle drei Seiten eines Dreiecks halbirt, und aus den Theilungspunkten Linien nach den Spitzen der Gegenwinkel zieht, so durchschneiden sich diese Linien in einem einzigen Punkte.

§. 10. Anmerkung.

Man kann den Punkt G als den Mittelpunkt der Größe eines Dreiecks betrachten. In der Statik (d. i. in