(I, 23.), und Winkel DEA = EGA = FDG; woraus die Aehnlichkeit der Dreiecke FDA, ADE und AEF folgt. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke FDA und ADE ergiebt sich 1) die Gleichheit der Winkel FAD und DAE, woraus folgt, daß beide rechte sind, 2) die Proportion FA : AD = AD : AE. Aus dieser ergiebt sich nach §. 3. des Abschn., daß Winkel FDE ein rechter ist; daher ist es auch Winkel DEG (I, 23. c.).

Da nun auch der Winkel bei F dem Winkel CDE gleich ist; so sind die Dreiecke FDE und DEG ähnlich. Es ist also FD : DE = DE : EG.

Da aber DF und EG auf der Tangente winkelrecht stehen, so sind sie Durchmesser der Kreise (VII, 4.), und FD = BA, EG = AC, woraus die Richtigkeit des Satzes folgt.

§. 5. Lehrsatz.

Wenn man von irgend einem Punkte in der Peripherie eines Kreises ein Loth auf einen Halbmesser fället, und zugleich durch diesen Punkt eine Tangente zieht, die den verlängerten Halbmesser außerhalb des Kreises schneidet, so verhalten sich nicht nur a) die beiden Abschnitte, in welche der Kreis die Linie zwischen dem Loth und der Tangente theilt, sondern auch b) jede zwei Linien, die von irgend einem Punkte der Peripherie nach den Durchschnittspunkten des Lothes und der Tangente mit dem Radius und seiner Verlängerung gezogen werden können, wie das Loth zu der Tangente.

Anleitung zum Beweise. In Fig. 137. ist von dem Punkte der Peripherie B ein Loth BC auf den Radius AE gefällt, und eine Tangente BD gezogen, welche die Verlängerung des Radius in D schneidet. Es ist nun zu beweisen, a) daß CE : ED = CB : BD, und, wenn man auf der Peripherie des Kreises irgend einen anderen Punkt, z. B. F, annimmt, und von C und D die Linien CF und DF zieht, ebenfalls CF : FD = CB : BD, oder = CE : ED.

Zum Beweise von a) ziehe man den Radius AB, so erhält man das bei B rechtwinklige Dreieck ABD (VII, 3.), und darin die Proportion AB : AC = AD : AB (§. 2. des Abschn.). Setzt man in dieser für AB das ihm gleiche AE, so erhält man AE : AC = AD : AE, und daraus nach XI, 23. CE : AE = ED : AD, oder nach XI, 20. CE : ED = AE : AD = AB : AD. Es ist aber AB : AD = CB : BD (§. 1. des Abschn.), woraus die Richtigkeit von a) unmittelbar folgt.