Um b) zu beweisen, ziehe man den Halbmesser AF. Aus der Betrachtung des rechtwinkligen Dreiecks ABD ergiebt sich die Proportion AC : AB = AB : AD. Da AB = AF, so wird diese jetzt AC : AF = AF : AD, woraus nach XII, 13, die Aehnlichkeit der Dreiecke AFC und ADF folgt. Aus dieser ergiebt sich dann CF : FD = AC : AF = AC : AB = CB : BD; was erwiesen werden sollte.

Da der Punkt G auch in der Peripherie liegt, so muß zur Allgemeinheit des Satzes noch bewiesen werden, daß auch CG : GD = CB : BD. Dies folgt aber, wenn man mit der bei a) gefundenen Proportion AE : AC = AD : AE die XI, 22. angegebene Veränderung vornimmt, und die Radien AF und AG vertauscht, in der dann erhaltenen Proportion CG : AE = GD : AD die mittleren Glieder umstellt, und für das Verhältniß AE (oder AB) : AD das ihm gleiche CB : BD setzt.

§. 6. Zusatz.

Aus dem vorigen §. ergiebt sich, daß das Verhältniß von je zwei Linien, die von den Punkten C und D nach einem Punkte der Peripherie des aus A beschriebenen Kreises gezogen werden, dem Verhältnisse CE : ED gleich sei, woraus sich durch Umkehrung herleiten läßt, daß, wenn man eine Linie CD bei E in einem bestimmten Verhältnisse getheilt hat, und über und unter derselben lauter Dreiecke errichtet, so daß die andern beiden Seiten, dasselbe Verhältniß CE zu ED haben, die Spitzen dieser Dreiecke in einer Kreislinie liegen, deren Halbmesser man erhält, wenn man das vierte Glied zu einer Proportion sucht, deren erstes die Differenz der beiden Theile der Grundlinie (DE — CE), das zweite der kleinere Abschnitt derselben (CE), und das dritte der größere (DE) ist.

Um den Beweis dieses Satzes vollständig zu führen, muß man zeigen, a) daß Fig. 137. kein Dreieck möglich ist über der Grundlinie CD, dessen Seiten das Verhältniß CE : ED haben, und dessen Spitze nicht in der Peripherie des Kreises GBEF läge; darauf b) daß die Proportion richtig sei, DE — CE : CE = DE : AE.

Um a) zu beweisen, nehme man an, daß H außerhalb des Kreises die Spitze eines Dreiecks über der Grundlinie CD wäre, in welchem CH : HD = CE : ED.

Es ist aber auch nach §. 5. CF : FD = CE : ED, und da dieses Verhältniß dem von CB : BD gleich ist, in welchem BD