

$$AC : AD = AE : AB.$$

Man ziehe die Hülfslinie DB, so ergibt sich leicht die Ähnlichkeit der Dreiecke DBA und CEA, weil der Winkel DBA = CEA (VI, 22.), und BDA = BCA (VI, 19.); daraus aber folgt die gedachte Proportion.

Der Satz bleibt richtig, wenn auch das Loth AE die Verlängerung der Sehne CB träge. Der Beweis lautet eben so, wenn man die Zeichnung so macht, daß CB über B hinaus verlängert wird.

§. 11. Lehrsatz.

Wenn zwei Sehnen eines Kreises sich winkelrecht durchschneiden, und man zeichnet ein Viereck in den Kreis, zu welchem diese Sehnen die Diagonalen werden; so ist a) die Summe der Quadrate von jeden zwei Gegenseiten des Vierecks, b) die Summe der Quadrate aus den vier Abschnitten der Diagonalen dem Quadrate des Durchmessers gleich.

Anleitung zum Beweise. In Fig. 141. schneiden sich die Sehnen AB und CD rechtwinklig in E, und sind Diagonalen des Vierecks ACBD. Von A aus ist der Durchmesser AF gezogen. Es soll nun bewiesen werden, a) daß $AC^2 + BD^2 = CB^2 + AD^2 = AF^2$, und b) daß $AE^2 + EB^2 + CE^2 + DE^2 = AF^2$.

Als Hülfslinien zum Beweise von a) ziehe man FD und FC; so ist Winkel ACE = AFD (VI, 19.) und Winkel ADF = AEC, folglich die Winkel DAF und CAB gleich nach II, 13. Daraus folgt aber, daß $CB = DF$ (VI, 19. VI, 3.). Da nun $AF^2 = AD^2 + DF^2$, so ist auch $AF^2 = AD^2 + CB^2$.

Es läßt sich nun leicht zeigen, daß auch der Winkel DAB = CAF, mithin $DB = CF$; woraus ebenfalls folgt, daß $AF^2 = AC^2 + BD^2$; dadurch ist aber a) bewiesen.

Der Beweis von b) ergibt sich durch sehr einfache Schlüsse aus a), wenn man sich nur die Quadrate von irgend zwei Gegenseiten AC und BD, oder CB und AD nach V, 14. zerlegt.

Köstling