sein würden den Ziffern des Verhältnisses AC : DF, gesetzt auch, daß die Reihe der Brüche ohne Ende fortginge.

Man setze AC = 1, und trage dieses, wenn es angeht, und so oft es angeht, auf DE. Wir nehmen an, es gehe dreimal und bleibe ein Rest GF, der kleiner ist als AC. Errichtet man nun in jedem Theilpunkt eine Winkelrechte, so schneidet jede ein Rechteck ab, so groß als AB (V, 5.), also = 1. Es ist also klar, daß auf DE gerade so viel ganze Einheiten AB, als auf DF ganze Einheiten AC gehen.

Nun stelle man sich vor, daß zur Ausmessung des Restes GF, die Einheit AC in Zehntel getheilt sei, und in jedem Theilpunkte eine winkelrechte Linie errichtet werde, so ist klar, daß dadurch auch die Flächeneinheit AB in Zehntel getheilt sei. Trägt man nun von den Zehnteln der Linie AC auf den Rest GF so viele, als Raum haben, und errichtet wieder in jedem Theilpunkte eine winkelrechte Linie, so ist wieder sichtbar, daß der Flächenrest GE eben so viele Zehntel von AB, als der Linienrest GF Zehntel von AC enthält.

Es fällt in die Augen, wie diese Schlüsse fortgesetzt werden können. Denn bleibt auf DF ein Rest, der nur durch Hundertel von AC gemessen werden kann, so läßt sich auf eben die Art beweisen, daß eben so viel Hundertel, als von AC auf diesen Linienrest gehen, gerade so viele Hundertel von AB auf den Flächenrest gehen werden.

Da diese Schlüsse aber ohne Ende fortgeführt werden können; so ist klar, daß die Zahlen, welche den Werth von DF aus der Einheit AC und den Werth von DE aus der Einheit AB ausdrücken, in allen einzelnen Ziffern der Reihe nach gleich sein müssen, es mag sich DF durch irgend einen Theil von AB ausmessen lassen, oder nicht.

Nun ist aber nach XI, 4. der Werth, welchen das Hinterglied eines Verhältnisses erhält, wenn man das Vorderglied = 1 setzt, nichts anders als der Anzeiger des Verhältnisses, folglich haben die Verhältnisse AC : DF, und AB : DE einerlei Anzeiger, und sind also gleich, was zu erweisen war.

b. Der Beweis des zweiten Theiles erfordert nichts als einen Umtausch von Worten und Begriffen. Nennt man nämlich in Fig. 142. und 143., was jederzeit verstattet ist, BC und EF Grundlinien, so haben die Rechtecke gleiche Grundlinien, aber verschiedene Höhe, AC und DF; dieselbe Proportion also, welche bei a) erwiesen worden, enthält auch schon den Beweis von b).

§. 5. Zusatz.

Auch die Flächen a) von zwei Parallelogrammen und b)