

= AC und ziehe die Hülfslinie LF. Dann bestimme man zuerst nach §. 5. b. das Verhältniß der Dreiecke DLM und DLF; darauf das Verhältniß DLF : DFE und setze diese Verhältnisse zusammen (XI, 28.). Die Zusammensetzung ergibt mit Berücksichtigung von §. 7. und der Congruenz der Dreiecke ABC und DLM die oben aufgestellte Proportion. Sind ferner b) die Dreiecke KGH und DEF gegeben; so daß KGH dem Nebenwinkel von EDF gleich ist; so mache man auch $DL = GH$ und $DK = KG$. Es ist dann auch $KGH : DFE = GH \times GK : DE \times DF$. Man verlängere KG über G bis N; so daß $GN = GK$ und ziehe HN. Dann ist Dreieck HGN = HGK (V, 7.) und Winkel HGN = EDF. Man beweist also, wie oben, leicht die Proportion $HGN : EDF = HG \times GN : DE \cdot DF$. In diese hat man nur Gleiches für Gleiches zu setzen, um b. zu beweisen.

§. 20. Lehrsatz.

Wenn man in zwei ähnlichen Dreiecken gleichliegende Linien zu Grundlinien annimmt, so verhalten sich die dazu gehörigen Höhen wie die Grundlinien.

Anleitung zum Beweise. Die Dreiecke ABC und abc Fig. 151. seien ähnlich, und die mit gleichen Buchstaben bezeichneten Winkel gleich. Wenn man nun zu den gleichliegenden Grundlinien AB und ab die zugehörigen Höhen CD und cd zieht, so ist zu beweisen, daß $CD : cd = AB : ab$.

Zuerst ist aus XII, 7. leicht zu beweisen, daß die Dreiecke ACD, acd ähnlich sind. Daher läßt sich das Verhältniß $CD : cd$ mit dem Verhältniß $CA : ca$ vergleichen. Aber wegen der vorausgesetzten Ähnlichkeit der Dreiecke ABC, abc läßt sich auch das Verhältniß $AB : ab$ mit demselben Verhältniß $AC : ac$ vergleichen; woraus die Richtigkeit des Satzes ohne Schwierigkeit folgt.

§. 21. Lehrsatz.

Die Flächen zweier ähnlichen Dreiecke verhalten sich wie die Quadrate zweier gleichliegenden Seiten.

Beweis. Wenn die Dreiecke ABC, abc (Fig. 151.) wie im vorigen §. als ähnlich angenommen werden, so ist zu beweisen, daß

$$\text{Dreieck } ABC : abc = AB^2 : ab^2.$$

Nach §. 19. ist das Verhältniß der Dreiecke ABC und abc zusammengesetzt aus den Verhältnissen $AB : ab$ und $AC : ac$.