§. 2. Lehrsatz.

Wenn man den großen Halbmesser eines Polygons durch r, den kleinen durch ϱ, die Seite durch s, die Fläche durch F, und die Seitenanzahl durch n bezeichnet; so lassen sich die Größen s, ϱ, F auf folgende Art bestimmen:

a) $s = 2\sqrt{(r^2 - \varrho^2)}$,
b) $\varrho = \frac{1}{2}\sqrt{(4r^2 - s^2)}$,
c) $F = \frac{1}{2} ns\varrho$.

Beweis.

a. Man betrachte das regelmäßige Fünfeck FGHIK (Taf. V, Fig. 107.), und sehe zuerst auf das Bestimmungsdreieck AFL, in welchem LF der große, LA der kleine Halbmesser und AF die halbe Seite ist; so sieht man leicht ein, 1) daß $AF = \sqrt{(LF^2 - AL^2)}$, woraus die Formel a) hervorgeht, wenn man für die Linien AF, LF, AL die im Lehrsatze festgesetzten Bezeichnungen annimmt.

b. Man sieht auf dieselbe Weise, daß $LA = \sqrt{(LF^2 - AF^2)}$; welches mit den Bezeichnungen des §. giebt:
$$\varrho = \sqrt{(r^2 - \tfrac{1}{4}s^2)}$$
woraus b) durch eine leichte Veränderung der Formel folgt.

c. Die Richtigkeit von c) ergiebt sich aus XIV, 14.

Anmerkung. In den folgenden Sätzen werden die Buchstaben r, ϱ, s, F in der angeführten Bedeutung genommen, für n aber immer die bestimmte Seitenzahl gesetzt werden. Die Sätze selbst sollen aber darthun, wie man bei einem regelmäßigen Dreieck, Viereck, Sechseck, Zehneck, Fünfeck, Funfzehneck ϱ, s und F bestimmen kann, wenn r gegeben ist.

§. 3. Lehrsatz.

In einem regelmäßigen (d. i. gleichseitigen) Dreiecke ist:

a) die Seite oder $s = r\sqrt{3}$,
b) der kleine Halbmesser oder $\varrho = \frac{1}{2} r$,
c) die Fläche oder $F = \frac{3}{4} r^2 \sqrt{3}$.

Beweis. Es sei das gleichschenklige Dreieck ABC (Taf. VI, Fig. 152.) in einen Kreis, dessen Mittelpunkt D ist, eingeschrieben. Man ziehe aus D durch eine Seite AB winkelrecht den Halbmesser DE; so ist durch diesen der Bogen AB in E, und die Sehne AB in F halbirt; mithin ist die Sehne AE als Sehne des sechsten Theiles der Peripherie dem Radius ED gleich; zieht man nun AD, so ist auch EA = AD. Hieraus läßt sich leicht die Congruenz der Dreiecke EFA und DFA her-