

Fünfzehnter Abschnitt.

Ausmessung des Kreises.

§. 1. Lehrsatz.

Der Kreis kann als ein reguläres Vieleck von unendlich vielen Seiten betrachtet werden.

Beweis.

1. Man beschreibe nach X, 3. ein reguläres Vieleck z. B. ein Fünfeck in einen Kreis, so ist unmittelbar klar, daß die Fläche desselben kleiner ist, als die Kreisfläche. Dann halbire man die entstandenen Bogen des Kreises, und ziehe die Sehnen der halben Bogen, so hat man ein Zehneck im Kreise von demselben großen Halbmesser, und es ist unmittelbar klar, daß die Fläche desselben von der Kreisfläche viel weniger verschieden ist, als die Fläche des Fünfecks. Halbire man ferner die Bogen des Zehnecks, so würde man auf dieselbe Art ein Zwanzigeck im Kreise erhalten, welches der Kreisfläche wieder näher kommen würde, als die Fläche des Zehnecks.

Setze man so die Verdopplung der Seitenanzahl fort, so weit als möglich, so würde man bald auf ein Vieleck kommen, welches das Auge nicht mehr vom Kreise unterscheiden könnte. Denkt man sich aber, daß die Verdopplung der Seitenanzahl ohne Ende fortgesetzt sei, so werden die Seiten des Vielecks unendlich klein, also in der That bloße Punkte sein, bei welchen gar kein Unterschied mehr zwischen gerade und krumm denkbar ist, d. h. es hörte zuletzt selbst für den Verstand aller Unterschied zwischen der Kreisfläche und der Polygonfläche auf.

Man kann daher den Kreis als ein inneres reguläres Vieleck von unendlich vielen Seiten betrachten.

2. Man beschreibe nach X, 6. um denselben Kreis eine reguläre Figur, von ebensoviel Seiten, als das erste innere Vieleck hatte, in unserem Falle also ein Fünfeck, indem man durch alle Winkelspitzen des inneren Vielecks, nach VII, 2. Tangenten legt; so ist schon unmittelbar klar, daß die Fläche desselben größer ist als die Kreisfläche. Legt man ferner durch die Winkelspitzen des innern Zehnecks Tangenten, so erhält man ein äußeres Zehneck, dessen Fläche von der Kreisfläche viel weniger verschieden ist als die Fläche des Fünfecks.

Setzt man diese Verdopplung der Seitenanzahl so weit fort, als es angeht, so kommt man wiederum bald auf ein

MUSON