Die Fläche dieses Dreiecks ABC ist aber = AD $\times$ CD $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sqrt{3} = \frac{1}{4} \sqrt{3}$. Also ist des Sechsecks ganze Fläche $= \frac{3}{2} \sqrt{3} = 2{,}598\,076\,2 \ldots$. Die Einheit dieser Zahl ist aber das Quadrat des Halbmessers.

Anmerkung. 1) In der Figur sind um der folgenden Sätze willen mehr Linien gezogen, als für §. 1. nöthig wären. Es ist zu empfehlen, daß sich der Schüler zu jedem Satze eine eigene Figur zeichne, und in dieselbe nur die für den Satz nöthigen Linien bringe. 2) Im Anhange zum Abschnitt XIV. (§. 5.) ist die Entwickelung gegeben, welche auch hier paßt, wenn dort $r = 1$ gesetzt wird.

§. 2. Erklärung.

Wir wollen in den folgenden §. §. überall den Halbmesser des Kreises, der zugleich der große Halbmesser aller inneren Polygone ist, $= 1$, den kleinen Halbmesser solcher Polygone $= \varrho$, und die Fläche $= F$ setzen.

Für ein inneres Polygon von doppelter Seitenanzahl sollen die Zeichen ϱ' und F' den kleinen Halbmesser und die Fläche anzeigen.

§. 3. Aufgabe.

Es ist der kleine Halbmesser eines inneren Polygons $= \varrho$ gegeben, es soll der kleine Halbmesser $= \varrho'$ eines inneren Polygons von doppelt so vielen Seiten gefunden werden.

Es werde Fig. 156. die Sehne AB in dem Kreise um C als Seite eines regulären eingeschriebenen Polygons betrachtet, die von dem Durchmesser GE senkrecht in D durchschnitten wird, dann ist $CA = CE = 1$, $CD = \varrho$, $GD = 1 + \varrho$. Zieht man die Sehne AE, so ist diese, wie leicht erkannt wird, die Seite des in denselben Kreis eingeschriebenen Polygons von doppelter Seitenzahl und ein vom Mittelpunkt darauf gefälltes Perpendikel der kleine Halbmesser desselben, also $CF = \varrho'$.

Zieht man noch die Sehne AG, so ist (aus IV, 19.) leicht zu beweisen, daß AG doppelt so groß als CF ist; also $AG = 2\varrho'$.

Nun erkennt man leicht die Aehnlichkeit der rechtwinkligen Dreiecke EFC und ADG aus der Gleichheit der spitzen Winkel DCF und AGE (I, 23. a.) und daraus die Proportion

$$EC : AG = FC : DG \text{ oder } 1 : 2\varrho' = \varrho' : 1 + \varrho.$$

Aus dieser folgt (XI, 15.) $2\varrho'^2 = 1 + \varrho$ oder $\varrho' = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \varrho)}$

Anmerkung. Man vergleiche auch Anhang zu XIV, §. 9.,