

ren Polygone, die zu den im Vorhergehenden berechneten inneren Polygonen gehören, finden werde, wenn man die Zahlen der Tabelle S. 6. durch die zugehörigen Zahlen der Tabelle S. 4 dividirt. Auf diese Art findet man

| Seitenzahl | Fläche der äußeren Polygone. | Seitenzahl | Fläche der äußeren Polygone. |
|------------|------------------------------|------------|------------------------------|
| 6 | 3,464 102 | 192 | 3,141 873 |
| 12 | 3,215 390 | 384 | 3,141 663 |
| 24 | 3,159 660 | 768 | 3,141 610 |
| 48 | 3,146 086 | 1536 | 3,141 597 |
| 96 | 3,142 715 | 3072 | 3,141 593 |

§. 9. Lehrsatz.

Die Ludolffsche Zahl in den fünf ersten Bruchziffern ist:

3,141 59.

und der Fehler dieser Zahl ist kleiner als eine halbe Einheit der letzten Stelle.

Beweis. Nach §. 6. und §. 8. ist

$$\begin{aligned} &\text{die Fläche eines inneren } 3072\text{eck's} = 3, 141 591 \\ &= \text{äußeren} = 3, 141 593. \end{aligned}$$

Da nun die Kreisfläche größer als jene, und kleiner als diese ist, so können die 5 ersten Bruchziffern einer Zahl, welche die Größe der Kreisfläche ausdrücken soll, keine anderen als 3, 141 59 sein.

Der Unterschied des äußeren und inneren Polygons beträgt aber nur 2 Einheiten der sechsten Stelle, also muß der Unterschied der Kreisfläche sowohl von der inneren als äußeren Polygonfläche kleiner sein als 2 Einheiten der letzten Stelle, also viel weniger als 5 Einheiten der sechsten, oder eine halbe Einheit fünfter Stelle.

Daß aber dieselbe Zahl, welche die Kreisfläche durch das Quadrat des Halbmessers = 1 ausdrückt, auch die halbe Peripherie durch den Halbmesser = 1, oder die ganze Peripherie durch den Durchmesser = 1 ausdrücke, ist §. 9. des Abschn. bewiesen worden. Die gefundene Zahl ist also der Werth von π , sofern er in nicht mehr als 5 Bruchziffern verlangt wird.

1711