

ren Polygone, die zu den im Vorhergehenden berechneten inneren Polygonen gehören, finden werde, wenn man die Zahlen der Tabelle §. 6. durch die zugehörigen Zahlen der Tabelle §. 4 dividirt. Auf diese Art findet man

Seitenzahl	Fläche der äußeren Polygone.	Seitenzahl	Fläche der äußeren Polygone.
6	3,464 102	192	3,141 873
12	3,215 390	384	3,141 663
24	3,159 660	768	3,141 610
48	3,146 086	1536	3,141 597
96	3,142 715	3072	3,141 593

### §. 9. Lehrsatz.

Die Ludolffsche Zahl in den fünf ersten Bruchziffern ist:

**3,141 59. ....**

und der Fehler dieser Zahl ist kleiner als eine halbe Einheit der letzten Stelle.

Beweis. Nach §. 6. und §. 8. ist

die Fläche eines inneren 3072eckes 3, 141 591

= = = äußeren = 3, 141 593.

Da nun die Kreisfläche größer als jene, und kleiner als diese ist, so können die 5 ersten Bruchziffern einer Zahl, welche die Größe der Kreisfläche ausdrücken soll, keine anderen als 3, 141 59 sein.

Der Unterschied des äußeren und inneren Polygons beträgt aber nur 2 Einheiten der sechsten Stelle, also muß der Unterschied der Kreisfläche sowohl von der inneren als äußeren Polygonfläche kleiner sein als 2 Einheiten der letzten Stelle, also viel weniger als 5 Einheiten der sechsten, oder eine halbe Einheit fünfter Stelle.

Daß aber dieselbe Zahl, welche die Kreisfläche durch das Quadrat des Halbmessers = 1 ausdrückt, auch die halbe Peripherie durch den Halbmesser = 1, oder die ganze Peripherie durch den Durchmesser = 1 ausdrücke, ist §. 9. des Abschn. bewiesen worden. Die gefundene Zahl ist also der Werth von  $\pi$ , sofern er in nicht mehr als 5 Bruchziffern verlangt wird.