Zusammensetzung einer unendlichen Folge von Paaren ähnlicher Dreiecke vorstellen könne.

§. 12. Lehrsatz.

Alle Kreise sind ähnliche Figuren.

Beweis. In den Kreisen ABC (Fig. 157.) und abc Fig. 158. seien die Sehnen AB, ab die Seiten zweier eingeschriebener regelmäßigen Dreiecke. Zieht man die Halbmesser CA, CB, ca, cb, so sind die Dreiecke ABC, abc ähnlich nach XIII, 15. c Stellt man sich die regelmäßigen Dreiecke ausgezeichnet vor, so besteht jedes aus drei solchen Dreiecken, wie ABC, und es wird daher hinreichend sein, in jeder Figur nur eins derselben näher zu betrachten, weil offenbar die Schlüsse, welche man bei dem einen Paare macht, auch für die beiden andern Paare gültig sind.

Man halbire die Bogen ADB und adb in D und d, und ziehe die Sehnen AD, DB, ad, db, welche Seiten eines inneren Sechsecks sein werden, so wird man leicht die Aehnlichkeit der Dreiecke ADB, adb aus XII, 13. einsehen, woraus nach XII, 20. die Aehnlichkeit der Vierecke ADBC, adbc folgt.

Man halbire ferner die Bogen des Sechsecks, in den Punkten E, F, e, f, und ziehe die Sehnen AE, ED, DF, FB, ae, ed, df, fb, welche Seiten eines inneren Zwölfecks sein werden, so ist wieder die Aehnlichkeit der Dreiecke AED, aed, desgleichen DFB, dfb aus XII, 13. erweislich; woraus nach XII, 20. folgt, daß auch die sechsseitigen Figuren AEDFBC, aedfbc ähnlich sind.

Es fällt in die Augen, wie diese Schlüsse auf eine völlig gleichförmige Art fortgesetzt werden können. Denn halbirt man die Bogen des Zwölfecks, und zieht die Seiten eines Vierundzwanzigecks; so ist klar, daß man zu den Figuren, deren Aehnlichkeit vorher erwiesen worden, lauter ähnliche Dreiecke auf einerlei Weise hinzufügt, und daß also die so zwischen CA und CB, desgleichen zwischen ca und cb enthaltenen Ausschnitte der Vierundzwanzigecke ebenfalls ähnlich sind; rc.

Auf diese Art können also jede zwei regelmäßigen Polygone von gleichvielen Seiten aus einer gewissen Anzahl ähnlicher Dreiecke auf völlig gleiche Weise zusammengesetzt werden.

Aus den vorigen §. §. dieses Anhanges aber geht hervor, daß der Unterschied der Flächen eines äußern und eines innern Polygons, also noch mehr ihr Unterschied von der Kreisfläche durch fortgesetzte Verdopplung der Seitenzahl kleiner werden könne als jede Größe, die sich angeben läßt (z. B. kleiner als