Zum Beweise ziehe man CD und CG, so ist in dem bei D rechtwinkligen Dreiecke CGD nach dem Pythagorischen Lehrsatze $DG^2 = GC^2 - DC^2$. Multiplicirt man auf beiden Seiten mit π, nämlich $DG^2 \pi = GC^2 \pi - DC^2 \pi$, und vergleicht XV, 10., so ist der Beweis leicht zu vollenden.

§. 17. Zusatz.

Die Tangente DG ist die mittlere Proportionale zwischen der Summe und der Differenz von den Halbmessern beider Kreise.

Man verlängere den Halbmesser CG bis zur kleineren Kreislinie in M, und vergleiche XIII, 11. so ergiebt sich die Richtigkeit des Satzes aus Betrachtung der Figur.

§. 18. Zusatz.

Der Beweis des vorigen Zusatzes läßt sich auch noch sehr leicht aus der Formel von §. 14. ableiten $F = (R + r)(R - r) \pi$.

Man nenne ϱ die Tangente DG, so ist (nach §. 16.) $F = \varrho^2 \pi$. Vergleicht man diese Formel mit $F = (R + r)(R - r) \pi$, so ergiebt sich
$\varrho^2 = (R + r)(R - r)$; woraus das zu beweisende folgt.

§. 19. Zusatz.

Durch die Ausmessung der Ausschnitte und Abschnitte wird es möglich, alle Stücke einer Kreisfläche, die auf ganz beliebige Art von Kreisbogen und geraden Linien begränzt sind, auszumessen.

Die allgemeine Möglichkeit sieht man leicht ein, wenn man erwägt, daß jedes beliebige Kreisstück durch das Ziehen von Sehnen in Abschnitte und geradlinige Figuren getheilt werden kann. Aber in besonderen Fällen ist es oft zweckmäßig, etwas anders zu verfahren.

Zur gelegentlichen Uebung fügen wir noch folgende Aufgaben bei:

a. Ein Stück der Kreisfläche zu messen, das zwischen zwei parallelen Sehnen enthalten ist.
b. Ein Stück der Kreisfläche zwischen zwei nicht parallelen Sehnen, welche sich im Kreise nicht schneiden, zu messen.
c. Die vier Kreisstücke auszumessen, in welche die Kreisfläche durch zwei sich schneidende Sehnen getheilt wird.