

man auf derselben von A aus ein Stück $AD = AC$ ab, und ziehe DC, so ist BD der gegebene Unterschied der Seiten BA und AC und in dem Dreieck BDC sind die Seiten BC, BD und der eingeschlossene Winkel DBC gegeben. Das Dreieck kann daher durch Zeichnung gefunden werden.

In dem gleichschenkligen Dreieck ADC ist demnach die Grundlinie DC, und der Winkel an der Grundlinie ADC als Nebenwinkel von BDC bekannt; das Dreieck kann daher durch Zeichnung gefunden werden.

Wenn nun AD bekannt ist, so ist auch $AD + DB$ oder AB bekannt, und das Dreieck ABC ist durch die Seiten AB, BC und den eingeschlossenen Winkel ABC so bestimmt, daß es gezeichnet werden kann.

Syntheseis und Beweis ergeben sich hieraus leicht.

Anmerkung. Die Analysis zeigt, wie unter den angegebenen Bedingungen zwei Dreiecke gefunden werden können. Soll daher die Aufgabe völlig bestimmt sein, so muß bemerkt werden, ob der gegebene Winkel der größeren Seite, wie bei a), oder der kleineren, wie bei b), gegenüber liegt.

Aus der Analysis ergeben sich auch zugleich die Bestimmungen, unter denen, wenn die drei genannten Stücke beliebig gegeben sind, das Dreieck nur gezeichnet werden kann. Es ist schon an sich klar (II, 8. d.), daß kein Dreieck möglich ist, worin der Unterschied zweier Seiten größer als die dritte ist, folglich darf DB nicht größer als BC gegeben sein.

Aus der Betrachtung von Fig. 168. ergibt sich nun, daß unter der ebengedachten allgemeinen Voraussetzung aus jeden drei solchen Stücken ein Dreieck ABC gefunden werden kann, wenn in dem durch die Bestimmungsstücke gegebenen Dreieck, BDC spitzig ist; denn da $BD < BC$, so ist auch der Winkel $BCD < BDC$; und da nun $ACD = ADC$, so fällt AC auch so, daß es mit den Schenkeln des gegebenen Winkels ABC ein Dreieck einschließt.

Sehen wir aber auf Fig. 169., so ergibt sich leicht, daß die aus b) folgende Syntheseis nur möglich ist, wenn in dem Dreiecke BDC, welches die Bestimmungsstücke ergeben, der Winkel BDC ein stumpfer Winkel ist. Denn wäre er ein rechter oder ein spitzer, so würde der Winkel ADC entweder ein rechter oder stumpfer sein. Da nun Winkel $ACD = ADC$, so würde in beiden Fällen der Schenkel BA von der Linie CA nach dieser Seite hin nicht geschnitten werden können.

Aus diesen Betrachtungen folgt:

1. Daß, wenn der gegebene Winkel ABC ein rechter oder größer ist, nur ein Dreieck möglich ist, und im letzteren Falle nur