dann, wenn in dem nach a) entstandenen Dreieck BDC der Winkel BDC spitzig ist oder $BC^2 < BD^2 + DC^2$.

2. Daß, wenn der gegebene Winkel ABC spitzig ist, nur in den Fällen zwei Dreiecke möglich sind, wenn in dem nach b) aus den Bestimmungsstücken gezeichneten Dreieck BCD Fig. 169. der Winkel BDC stumpf ist, oder $BC^2 > BD^2 + DC^2$. (Vergl. zu 1) und 2) noch III, 11., V. Anh. 15., 14.)

§. 4. Aufgabe.

Es ist eine Seite eines Dreiecks, der Gegenwinkel derselben, und die Summe der ihn einschließenden Seiten gegeben; man soll das Dreieck zeichnen.

Analysis. Es sei ABC Fig. 170. das gesuchte Dreieck, BC die gegebene Seite, BAC der gegebene Winkel. Verlängert man nun BA über A hinaus bis D, so daß $AD = AC$, so ist BD die gegebene Summe der Seiten, und wenn man DC zieht, so sind in dem Dreieck BCD die Seiten BD und BC und der Winkel BDC, welcher der kleineren BC gegenüber liegt, gegeben. Aus diesen Bestimmungsstücken lassen sich (III, 20.) in vielen Fällen zwei Dreiecke zeichnen. Zeichnet man eins derselben, z. B. DBC, so wird DAC ein gleichschenkliges Dreieck, und es ist nun die Lage der Linie AC, welche das Dreieck ABC abschneidet, gegeben, weil der Winkel $ACD = \frac{1}{2}BAC$ (II, 10. und III, 8.). Zeichnet man das andere, z. B. DBc und zieht ca parallel mit CA, so wird acD ein gleichschenkliges Dreieck, und es ist die Lage von ca eben so gegeben.
Synthesis und Beweis sind leicht durchzuführen.

Anmerkung. Die Analysis zeigt, daß man in vielen Fällen auf zweierlei Weise ein solches Dreieck erhalten kann, wie in Fig. 170. das Dreieck BAC und das Dreieck Bac. Es läßt sich aber beweisen, daß diese beiden Dreiecke congruent sind, daß also durch die angegebenen Bestimmungsstücke ein Dreieck vollständig bestimmt ist.

Es ist nämlich $AC = AD$, $ac = aD$, $BC = Bc$ nach der Construction; also Winkel $ADC = ACD = acD$, und $BCc = BcC$. Dies vorausgesetzt, erkennt man leicht

$$ACB = 2R - (ACD + BCc) \text{ nach I, 15.}$$
$$aBc = 2R - (ADC + BcC) \text{ nach II, 11.}$$

Es ist also Winkel $ACB = aBc$; aber auch $Bac = BAC$ (I, 23. a.) und (wie gesagt) $BC = Bc$, folglich Dreieck ABC congruent mit aBc (III, 7.).