§. 5. Aufgabe.

Es ist eine Seite eines Dreiecks und ihr Gegenwinkel, und außerdem der Unterschied der beiden anderen Seiten gegeben; man soll das Dreieck zeichnen.

Analysis. Es sei ABC Fig. 169. das gesuchte Dreieck; gegeben die Seite BC und der Winkel BAC; ist nun AC die kleinere Seite, so schneide man von der größeren ein Stück ab, AD = AC, dann ist BD der gegebene Unterschied der Seiten AC und AB. Da nun ADC ein gleichschenkliges Dreieck, und in diesem der Winkel an der Spitze gegeben ist, so ist dadurch die Größe des Winkels an der Grundlinie ADC bestimmt. In dem Dreieck BDC sind also die Seiten BC und BD, und der Winkel BDC als Nebenwinkel von ADC gegeben, und BDC als stumpfer Winkel ist auch der Gegenwinkel der größeren Seite. Das Dreieck BDC läßt sich also geometrisch zeichnen (III, 18.); dadurch erhält man aber den Winkel DBC. Folglich sind in dem Dreieck ABC die Seite BC und zwei Winkel von bestimmter Lage, nämlich ABC und BAC gegeben; aus welchen Stücken das Dreieck gezeichnet werden kann.

Die Synthesis und der Beweis sind sehr leicht aus dieser Analysis abzuleiten.

Auch versuche man die Analysis der Aufgabe an Fig. 168., indem man annimmt, daß AB kleiner als AC. Zur Uebung kann man eine besondre Anwendung auf ein rechtwinkliges Dreieck machen, zu welchem die Hypotenuse und der Unterschied der Katheten gegeben sind. Der Winkel ABC erhält dann eine bestimmte unveränderliche Größe.

§. 6. Aufgabe.

Es sind zwei Winkel eines Dreiecks und die Summe ihrer Gegenseiten gegeben; man soll das Dreieck zeichnen.

Analysis. Es sei Fig. 167. ABC das gesuchte Dreieck, worin die Winkel bei B und C, und die Summe der Seiten, die den Winkel A einschließen, gegeben ist. Verlängert man BA bis D, so daß AD = AC, und zieht DC, so ist BD die gegebene Summe der Seiten BA und AC, und da die Winkel B und C gegeben sind, so ist auch BAC gegeben, mithin auch BDC = $\frac{1}{2}$BAC; da ACD gleichschenklig ist. In dem Dreieck BCD ist also eine Seite BD mit den beiden anliegenden Winkeln bei D und B gegeben. Das Dreieck kann also gezeichnet werden. Dadurch wird aber auch BC gegeben, und weil der