Aufgaben
aus der
Bergmaschinenlehre

Acad. Lehrcs.
$18\frac{37}{38}$

Herrmann Freystein

Aufgaben | Auflösungen

1) Aus der Theorie der ungleicharmigen Wage mit veränderlicher Drehaxe zu entwickeln

1) Ist S der Schwerpunkt der Wage, G das Gewicht, a die Länge des Arms. Q aus zu wiegenden Gegenstand. P das angehängte Gewicht, und liegt endlich H im Drehpunkte der Wage, so ist wenn

$$BH = x \text{ ist.}$$

$$xP = (a-x)Q + (c-x)G$$

$$x(P+Q+G) = aQ + cG$$

$$x = \frac{aQ+cG}{P+Q+G}$$

Wird für den Drehpunkt $Q = 0$ und $x = b$ gesetzt so wird

$b = \frac{cG}{P+G}$ welches der Punkt ist wo die Scale anfängt.

Um Q_m das größte Gewicht zu halten, muß der Hebelarm

$$x = x_m$$

werden, wodurch man für

$x_m = \frac{aQ_m + cG}{P+Q_m+G}$ erhält, dann wird ist die Länge der Scale

$$d_m = x_m - b$$

$$= \frac{aQ_m + cG}{P+Q_m+G} - \frac{cG}{P+G}$$

Aufgaben

Auflösungen

$$\partial_m = \frac{P+G(aGm)+cG-cG(P+Gm+G}{(P+G)(P+Gm+G)}$$

$$= \frac{aGm(P+G)-cGGm}{(P+G)(P+Gm+G)}$$

$$= \frac{[(a-c)G+Pa]Gm}{(P+G)(P+Gm+G)}$$

daher

$$\frac{1}{\partial m} = \frac{P+G^2}{[(a-c)G+aP]G} + \frac{P+G}{(a-c)G+aP}$$

und demnach

$$x-b = \partial$$

$$\frac{1}{\partial} = \frac{(P+G)^2}{[(a-c)G+aP]G} + \frac{P+G}{(a-c)G+aP}$$

~~wen sich~~ dann

$$\frac{1}{\partial m} - \frac{1}{\partial} = \frac{P+G}{(a-c)G+aP}\left(\frac{1}{Gm} - \frac{1}{G}\right)$$

und

$$P = \frac{cG}{b} - G = G\left(\frac{c}{b} - 1.\right)$$

Aufgaben

2, Welchen Hebelarm muß man einer Kurbel geben, mittels welcher eine Last von 200 ℔ durch 2 Arbeiter in Bewegung gesetzt werden soll, wo vorausgesetzt, daß von den 200 ℔ Totallast nur 130 ℔ als reine Last anzusehen sei und angenommen, daß das Gewicht der Maschine 300 ℔ betrage, die Kurbelhöhe 15", die Zapfenstärke 5/4" Zoll messe und die Richtung der Last einen Winkel von 63° mit dem Horizont einschließe. Welches wird demnach der Wirkungsgrad dieser Maschine sein?

Auflösungen

2, Ist $Q = 200$, $G = 300$

$r = \frac{5}{8}''$ $n = 2$

$a = 15''$

Der Winkel den die Last mit der Schwere macht

$90° - 63 = 27° = \alpha$

Der Druck auf dem Zapfen

$$R = \sqrt{Q^2 + G^2 + 2QG \cdot \cos\alpha}$$

$$= \sqrt{40000 + 90000 + 120000 \cos 27°}$$

$$= \sqrt{236921} = 486{,}7 ℔.$$

~~Der Hebelarm der Last ist~~

$\cancel{b = nK}$

also das Reibungsmoment

$$\varphi R r = \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{8} \cdot 486{,}7$$

$$= 91{,}25$$

Der Hebelarm der Last

$$b = \left(\frac{nK}{Q}\right) a = \frac{2.30}{130} . 15 = 8{,}3$$

Da aber noch 70 ℔ Nebenlast da ist, so ist die ganze Hindernisslast $\varphi r R + b.70$ und diese auf den Hebelarm der Kraft reducirt gibt $w = \frac{\varphi . r . R + b.70}{a}$

$$= \frac{91{,}25 + 8{,}3.70}{15} = 37{,}34$$

Aufgaben

Auflösungen

Die Geschwindigkeit der Arbeiter ist

$$v = \left(1 - \frac{w}{2nk}\right) c = \left(1 - \frac{37,34}{120}\right) \frac{11}{4}$$

$= 1,892$ Fuß

und die Schichtzeit

$$z = \left(1 - \frac{w}{2nz}\right) t = \left(1 - \frac{37,34}{120}\right) 8$$

$= 5,504$ Stunden

folglich die Geschwindigkeit der Last

$$w = \frac{b}{a} \cdot 1,892 = \frac{5,5}{18} \cdot 1,892$$

$= 0,5724$ Fuß

Das Lastmoment

$Qw = 130 \cdot 0,5724$

$= 113,412$ Fuß℔

Die Leistung während der Schicht

$Qwz \cdot 60 \cdot 60 = 113,412 \cdot 5,504 \cdot 60 \cdot 60$

$= 2571191$ Fuß℔

$$\mu = \frac{Q \cdot w \cdot z}{nk\,t\,c}$$

$$= \frac{113,412 \cdot 5,504}{2 \cdot 30 \cdot \frac{11}{4} \cdot 8}$$

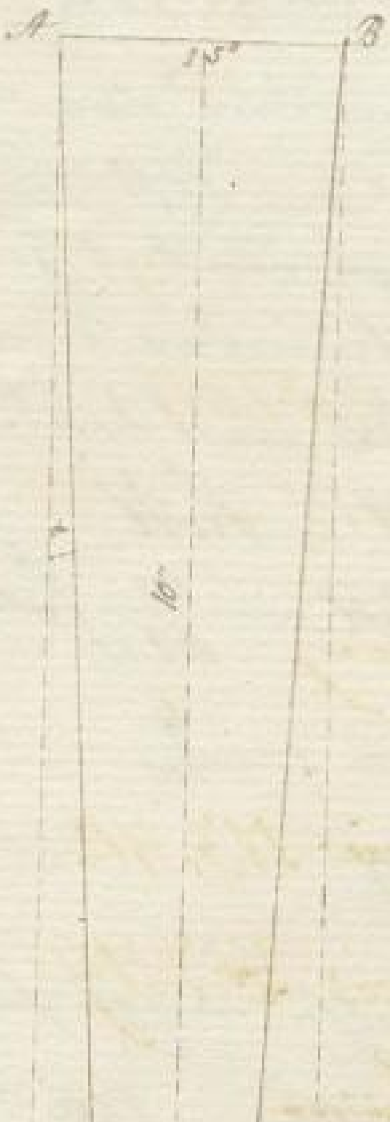
$= 0,541.$

3, Der untere Zapfen ABCD einer 1000 ℔ schweren stehenden Welle hat

Das Reibungsmoment dieses cylindrischen Zapfens ist erst eine

Aufgaben

Die Hülse eines Cylinders, einem Durchmesser $AB = CD = 2\frac{1}{2}''$ und einer Länge $BC = 10''$ und ruht $1\frac{3}{4}''$ tief in seiner Pfanne, während sich der conische Zapfen $ABGHK$ unter übrigens gleichen Verhältnissen, in einem Kugelsegmente endigt, dessen Höhe $HK = 0{,}5''$ und dessen Breite $KG = 1{,}25''$ ist, wie verhalten sich die Reibungsmomente beider?



Auflösungen

$\frac{2}{3}\varphi\varphi . 1000 ℔ = \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot 1000\,\varphi$
$= 533{,}33\,\varphi.$

Nun besteht ferner die Reibung des conischen Zapfens aus der Reibung des Mantels und der des Kugelsegments, demnach das Reibungsmoment des Mantels

$M = \frac{2}{3}\frac{\varphi(r^3 - \rho^3)}{(r^2 - \rho^2)}\frac{r}{[illegible]}$ sind

Hier ist ρ der untere Halbmesser KM

$r_1 =$ [illegible] ; $\rho = \frac{ef}{2}$

$r =$ der obere und

$\alpha =$ Neigungswinkel gegen die Axe

$tg\,\alpha = \frac{rK}{MK} = \frac{\frac{5}{4} - \frac{5}{8}}{\frac{19}{2}} = \frac{5}{8}\cdot\frac{2}{19}$

$= 3^\circ 45' 50''$

folglich $ef = \frac{5}{4} + 2(EK \cdot tg\,\alpha)$

$= \frac{5}{4} + 2\left(\frac{5}{4}\cdot\frac{5}{15}\right) = \frac{215}{152}$

Da sich die Pressungen der Zapfen umgekehrt proportional sind, so verhält sich der Druck auf ef zu dem auf KG wie die Flächen beider Grundflächen

also $ef : KG = 1000 : x$

$\left(\frac{215}{152}\right)^2 : \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 1000 : x$

$x = \frac{1000 . 1{,}506}{2{,}005} = 751{,}1 ℔.$

Mithin der Druck auf

$ef = 1000 ℔ - 751$

$= 249{,}9 ℔ = n$

Setzt man die Werthe in die For-

Aufgabe

Auflösung

$$M = \frac{2}{3}\varphi\frac{(r^3-\rho^3)}{(r^2-\rho^2)}\cdot\frac{248,9}{\sin\alpha}$$ nun, so folgt

$$= \frac{\frac{2}{3}\varphi\left(\frac{213}{152}\right)^3-\left(\frac{5}{4}\right)^3}{\left(\frac{215}{152}\right)^2-\left(\frac{5}{4}\right)^2}\cdot\frac{248,9}{\sin\alpha}$$

$$= \frac{2,087\ \cancel{4}\ 248,9\ \varphi}{3\cdot 0,499 \sin\alpha} = 4409,5\ \varphi.℔.$$

Dem Druck 751,1 Pfund auf das Kugelsegment entspricht die Reibung von

$$M_1 = \frac{4r_1^3}{\rho^2}\left(\frac{\pi}{2}-(\alpha+\sin\alpha.\cos\alpha\right)751,1\ ℔$$

wo r_1 den Halbmesser der Kugel
r " " KG
α " Neigungswinkel zwischen dem Zapfenhalbmesser und dem Halbmesser KG ausdrücken

$$(2r_1 - HM)\,HM = \overline{KM}^2$$

$$r_1 = \frac{\overline{KM}^2}{HM} + HM = \frac{41}{64}\ \text{Zoll}$$

$$\cos\alpha = \frac{40}{41} \quad \sin\alpha = \frac{9}{41}$$

$$\alpha = \frac{13,269}{62}$$

Diese Werthe eingesetzt, giebt

$$M_1 = \frac{\left(\frac{41}{64}\right)^3}{\left(\frac{5}{4}\right)^2}\left(\frac{3,141}{2}\right)-\left(\frac{20,269}{62}+\frac{9}{41}\cdot\frac{40}{41}\right)$$

$$751,1\ ℔$$

$$= 128,1\ \varphi\ ℔$$

folglich das Verhältniss beider Reibungsmomente

833,33 : 4237,9.

Aufgabe

4, Eine durch zwei Pferde in Bewegung zu setzende Treibscheibe soll einen Durchmesser von 26 Fuß, ein Gewicht von 5000 ℔ erhalten, eine reine Last von 300 ℔ und eine Nebenlast von 100 ℔ zu überwinden haben, und mit einem 2¼" starken Zapfen versehen seyn; welche Neigung und welchen Lastarm wird man dieser Maschine zu geben haben und wie groß wird ihre Leistung seyn?

Auflösung

4, Ist $P = 850$ ℔ $a = 13$ Fuß

$G = 5000$ ℔ $q = 300$

$q_1 = 100$ ℔ $k = 150$ ℔

$r = \frac{9}{8}$ Zoll.

Die ganze auf den Hebelarm der Kraft reducirte Nebenlast

$$w = \varphi \frac{r}{a}\left[(P+G)\sin\alpha + q\right] + \frac{2}{3}\varphi\frac{r}{a}(P+G)\cos\alpha + \frac{b}{a}q.$$

Hieraus

$$\left(P - \varphi\frac{r}{a}(P+G)\right)\sin\alpha - \frac{2}{3}\varphi\frac{r}{a}(P+G)\cos\alpha = k + \varphi\frac{r}{a}q + \frac{b}{a}q$$

Setzt man

$$P - \varphi\frac{r}{a}(P+G) = A$$

$$\frac{2}{3}\varphi\frac{r}{a}(P+G) = B$$

$$k + \varphi\frac{r}{a}q + \frac{b}{a}q_1 = C$$

so ist

$$\sin\alpha = \frac{AC + B\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A^2 + B^2}$$

Der Hebelarm der Last ist

$$b = \frac{nk}{q}a = \frac{150}{300}\cdot 13$$

$$= 6{,}5$$

Es ist nun

$$A = 850 - \frac{1}{5}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{32}\cdot 5850.$$

$$= 850 - 12{,}764$$

Aufgabe

Auflösung

$A = 537{,}236$

$B = \frac{2}{3} \cdot 12{,}764 = 8{,}5093$

$C = 150 + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{13} \cdot \frac{3}{32} \cdot 300 + 65 \frac{1}{13} \cdot 100$

$= 150{,}432 + 50$

$= 200{,}43.$

Dieses eingesetzt giebt

$$\sin\alpha = \frac{537{,}236 \cdot 200{,}432 + 8{,}5093 \sqrt{537{,}236^2 + 8{,}5093^2 - 200{,}432^2}}{537{,}236^2 + 8{,}5093^2}$$

$$= \frac{167{,}808 + 8{,}5093^2 \sqrt{660863{,}408}}{701036{,}408}$$

$$= \frac{174725{,}5}{701036{,}405}$$

$= 0{,}249238$ also

$\alpha = 14^0 25'$

v ist die Geschwindigkeit der Kraft

$$v = \frac{c}{2}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2zs}{nh}}\right)$$

$$= \frac{11}{6}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 58{,}2413}{150}}\right)$$

$= \frac{11}{6} \cdot 1{,}665 = 3{,}073$ dann

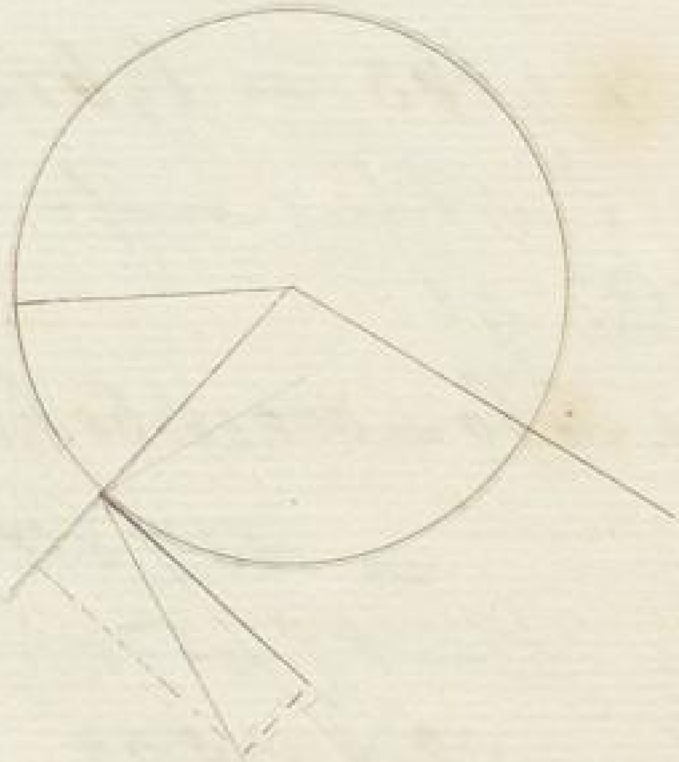
gemäß die der Last.

$w = \frac{b}{a} v = \frac{6{,}5}{13} \cdot 3{,}073$

$= 1{,}5365$

Aufgabe	Auflösung
	$z = \frac{b}{2}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2w}{nk}}\right)$
	$= 4 \cdot 1{,}668 = 6{,}672$
	Die Leistung während einer Schicht
	$Q \cdot w \cdot z \cdot 60 \cdot 60 = 300 \cdot 1{,}5365 \cdot 6{,}672 \cdot 60 \cdot 60$
	$= 11071{,}650$
	Der Wirkungsgrad
	$\frac{Qwz}{nktt} = \frac{3075{,}4584}{4400}$
	$= 0{,}698.$
5, Kann man annehmen, daß die Kraft an der Kurbelwelle oder die am Schwengel immer stehen, denn derselbe die Reibung am Anfange der Zapfen vermehrt und wie groß ist diese Vermehrung indem sie überhaupt statt findet?	5, Ist P das Gewicht der Welle und Q die Kraft, so ist der Druck für einen Punkt, der durch den Winkel α bestimmt wird
	$D = \frac{\rho\varsigma}{\alpha}\sqrt{P^2+Q^2+2PQ\cos\alpha}$
	Diesem Punkt gehört das mechanische Reibungsmoment an
	$M = \frac{\rho\varsigma}{\alpha}\int\left(\sqrt{P^2+Q^2}\sqrt{\frac{2PQ}{(Q+P)^2}}\cos\psi\, d\psi\right)$
	$= \frac{\rho\varsigma}{\alpha}\sqrt{P^2+Q^2}\int\left(1+\frac{PQ}{P^2+Q^2}\cos\psi - \frac{(PQ\cos\psi)^2}{8(P^2+Q^2)^2}\right)d\psi$
	$= \frac{\rho\varsigma}{\alpha}\sqrt{P^2+Q^2}\left(\psi+\frac{PQ}{(Q+P)^2}\sin\psi - \frac{PQ}{8(P^2+Q^2)}\left(\frac{\sin\psi\cos\psi}{2}+\frac{\psi}{2}\right)+C.\right.$

Aufgabe



6, Aus einem Flusse von 230 Fuß Breite und 5 Fuß Tiefe und 2/4 Fuß Geschwindigkeit soll eine Wassermenge von 65 Cubikfuß p. s. durch einen Canal von 2500 Fuß Länge und 1½ Fuß Gefälle abgeleitet werden. Wenn er nun den letzten 45° Böschung geben muß, was wird er für eine Höhe und Breite erhalten müssen? Und wenn das erforderliche Wasser 240 Fuß Breite erhalten erhalten

Auflösung

für $\psi = 0$ ist Const $= 0$, folglich das Moment

$$N_1 = 2\left[\frac{\pi S Q}{2}\sqrt{P^2+Q^2}\left(1-\right.\right.$$

$$N = \frac{\varphi S}{a}(P^2+Q^2)^{\frac{1}{2}}\left(\psi + \frac{PQ}{Q^2+P^2}\sin\psi - \frac{PQ}{3(P^2+Q^2)^2}\left(\frac{\sin\psi\cos\psi}{2} + \frac{\psi}{2}\right)\right.$$

für $\psi = 360$ ist $\sin\psi = 0$

das Moment

$$N_1 = 2\left[\frac{\pi\varphi S}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\left(1-\tfrac{1}{6}\left(\frac{PQ}{P^2+Q^2}\right)^2\right.\right.$$

Die Reibung

$$N = \frac{\varphi S}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\left(1-\tfrac{1}{6}\,\frac{PQ}{P^2+Q^2}\right)^2$$

während ohne Druck die Reibung

$N_u = \frac{\varphi S}{a}\,Q$ ist.

6 Es sei hier

a der Inhalt des Querprofilschnitts $=\left(\frac{nml^2}{9655h}\right)^{\frac{2}{5}}$

B die obere Breite des Canals

b " untere " " "

c " Tiefe " " "

β der Böschungswinkel $= 45^\circ$

l die Länge des Canals $= 2500$

h das ganze Gefälle $= \frac{3}{2}$

m die abzuführende Wassermenge $= 65$ Cubikfuß

Die Tiefe des Canals ist

$$c = \sqrt{\frac{a.\sin\beta}{2-\cos\beta}}$$

Aufgabe

und durch denselben das Wasser noch um 15 Fuß höher aufgestaut werden soll, welche Höhe wird man diesem Wasser geben müssen?

Auflösung

die obere Breite

$B = \frac{2c}{\sin \beta}$

und die untere

$b = 2c \, tg \, \frac{1}{2} \beta$

In diesen Formeln aber ist a der Inhalt des Querprofils des Canals und β der Böschungswinkel ist aus der Gleichung

$\frac{9655h}{nl} a^{\frac{5}{2}} = m^2 + 0,2344 \, ma + 0,0154 \, a^2$

zu bestimmen

Hier bezeichnet h das Gefälle des Canals und m das Wasserquantum, welches durch ihn abgeführt werden soll, wird l die Länge des Canals bezeichnen und

$n = 2 \frac{\sqrt{2 - \cos \beta}}{\sin \beta}$ sein

Um aber diese Gleichung leicht und möglichst genau auflösen zu können, berechnet es sich vorläufig

$a = \left(\frac{n \cdot ml}{9655h} \right)^{\frac{2}{5}}$ und setzt den dadurch erhaltenen Werth, in den beiden letzten Gliedern obiger Gleichung ein

Aufgabe

Auflösung

Für die numerischen Werthe wird zuvörderst

$$n = 2\sqrt{\frac{2-\cos 45^\circ}{\sin 45^\circ}}$$

$$= 2\sqrt{\frac{2-0{,}7071107}{\sin 45^\circ}}$$

$$= \frac{2\sqrt{1{,}2928893}}{\sin 45^\circ}$$

$$= 2 . 1{,}35219$$

$$= 2{,}70438 \text{ ferner}$$

$$a = \left(\frac{2{,}70438 . 65^2 . 2500}{9655 \frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= \left(\frac{2{,}70438 . 65^2 . 500}{1931 . \frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= \left(\frac{2704{,}38 . 65^2}{5793 \frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= 20{,}7968 \text{ Fuß}$$

Diesen Werth in die obige Gleichung eingeführt, erhält man

$$\left(\frac{9655 . 3}{2{,}70438 . 2500 . 2}\right) a^{\frac{5}{2}} = 65^2 + 0{,}2344 . 65 . 20{,}7968 + 0{,}0154 . 20{,}7968^2.$$

oder

$$\frac{5793 . 3}{2704{,}38} a^{\frac{5}{2}} = 4225 + 0{,}2344 . 65 . 20{,}7968 + 0{,}0154 . 20{,}7968$$

Aufgabe	Auflösung

$$\frac{5793}{2704,38} = 2,12408$$

$$2,12408\, a^{\frac{5}{2}} = 4225 + 316,86 + 6,6606$$

$$= 4548,5206$$

oder

$$a^{\frac{5}{2}} = \frac{4548,5206}{2,12408} \text{ und}$$

$$a = \left(\frac{4548,5206}{2,12408}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= \left(\frac{4548,5206}{2,12408}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= 21,4197^2 \text{ Fuß daher}$$

$$c = \sqrt{\frac{21,4197 \,.\, \sin 45^\circ}{1,292893}}$$

$$= 3,4623 \text{ ferner}$$

$$\beta = 2 \,.\, \frac{3,4623}{\sin 45^\circ}$$

$$= 2 \,.\, 4,8965$$

$$= 9,793 \text{ Fuß}$$

$$b = 2 \,.\, c \,.\, tg\, \tfrac{1}{2}\beta$$

$$= 2 \,.\, 3,4623 \,.\, tg\, 27^\circ 30'$$

$$= 2 \,.\, 1,80237$$

$$= 3,60474$$

Dagegen ist jetzt M das [illegible]

Aufgabe

Auflösung

des Wasserquantum, welches der Fluss giebt, m wie vorhin das abzuführende Wasserquantum. B die Breite des Flusses, b die Breite des Wehres, H die Tiefe des Flusses und h die Stauhöhe, so wie α einen Contractionscoefficienten 5,268, so lässt sich die Wehrhöhe nach der allgem. Formel

$$a = H + h - \left(\frac{\frac{3}{2}(M-m)}{\alpha b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{M}{2B(H+h)}\right)$$

berechnen

Es ist

$$M = 230 . 5 . 2\tfrac{1}{4} = 1150 . \tfrac{9}{4}$$

$$= \frac{10350}{4} = 2587,5 \text{ Cubikfuss}$$

Es wird demnach

$$a = 5 + 1 - \left(\frac{3(2587,5 - 65)}{2,5268 . 240}\right)^{\frac{2}{3}} +$$

$$\left(\frac{2587,5}{5,268 . 240 . 6}\right)^2$$

$$= 6 - \left(\frac{2522,5}{52,68 \; 16}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2587,5}{52,68 . 144}\right)^2$$

$$= 6,11661 - 2,0761$$

$$= 4,03991 \text{ Fuss}$$

Aufgabe

7, Die cubischen Räume von Teichdämmen und Teichen selbst lassen sich in folgende Körper zerlegen und darnach berechnen. Es seien die Dimensionen eines solchen Körpers folgende:

Dicke AD = BC = 5 Fuß

Länge AB = CD = 16 "

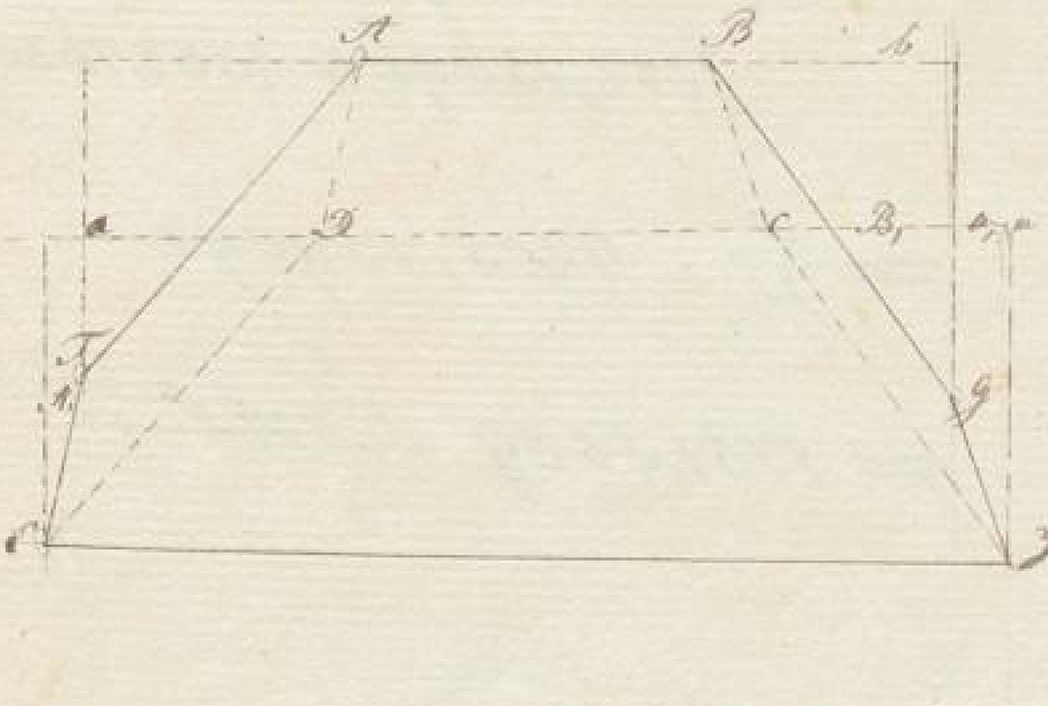
AF = 20 Fuß, DE = 25 Fuß

BG = 17 " CH = 21 "

Winkel A = D = 155°

" B = C = 142°

Welches ist der Inhalt dieses Körpers



Auflösung

7, Zur Berechnung eines Körpers von nebenstehender Gestalt, befindet,

$$V = \frac{h}{12}\left[3(A+a+A_1+a_1)c - \left(\frac{b}{a}+\frac{b_1}{a_1}\right) A(a+2A_1) + a(A_1+2a_1)\right]$$

Setzt man in dieser die gleichnamigen Werthe

H = h, AB = CD = c

dabei

A = DE sin α

= DE sin 180° − 155°

= 25 sin 25°

= 10,5652775

A_1 = CH sin α,

= CH sin 180° − 142°

= 21 sin 38°

= 12,9287915

a = AF sin 25° = 20 sin 25°

= ~~18,1261560~~ 8,4523660

b = AF cos 25°

= 20 cos 25°

= 18,1261560

a_1 = BG sin 38°

= 17 sin 38°

Aufgabe

Auflösung

$= 10,4662455$

$b_1 = BJ \cos 38^\circ$

$= 17 \cos 38^\circ$

$= 13,3961836$ ein,

so erhält man

$$V = \frac{5}{12}\Big[3(10,5652775 + 8,4523660)$$

$$+ 12,9237915 + 10,4662455)16$$

$$- \left(\frac{18,1261560}{8,4523660} + \frac{13,3961836}{10,4662455}\right)$$

$$\times 10,5652775(10,4662455 +$$

$$2 . 12,9287915) + 8,4523660$$

$$(12,9287915 + 2 . 8,4523660$$

$$= \frac{5}{12}\Big[48 . 42,4126305 + 3,428$$

$$(10,5652775(36,3238285)$$

$$+ 8,4523660(29,8335235\Big]$$

$$= \frac{5}{12}\Big[20,35,305664 + 3,428$$

$$(252,156968 + 383,762066$$

$$= \frac{5}{12} . 4205,739092$$

$= 1751,5589$ Cubikfuß.

Aufgabe

8. Ein oberschlächtiges Wasserrad soll p. M. 4 Umdrehungen machen und bei 35 Fuß Gefälle von 350 Cubik Fuß p. M. aufnehmen. Man soll die Anordnung dieses Rades machen und die Leistung desselben berechnen.

Auflösung

8, Läßt man das Rad 9 Zoll = 3/4 Fuß vom Boden des Abzugsgerinnes und den Scheitel desselben 3 Zoll vom Boden des Zuführungsgerinnes abstehen, so erhält ist, da 35 Fuß Gefälle übrig sind, die Radhöhe = 34 Fuß. Bezeichnet nun w die Weite des Radkranzes, b die Breite desselben, M das Aufschlagwasserquantum m, sowie u die Anzahl der Umdrehungen, so ist allgemein

$$w = \frac{5M}{4 . u D . b}$$

für $b = 10$ Zoll $= \frac{5}{6}$ Fuß

" $u = 4 . D = 34 . M = 350$

wird

$$w = \frac{5 . 350}{4 . 4 . \frac{5}{6} . 34} = \frac{6 . 350}{16 . 34}$$

$$= \frac{3 . 175}{8 . 17} = \frac{525}{136}$$

$= 3,36$ Fuß

Die Anzahl der Schaufeln $= N$

$$= \frac{9}{4} . D = \frac{9}{4} . 34 = \frac{9 . 34}{4}$$

$$= \frac{9 . 17}{2} = 76$$

Hieraus folgt der Theilwinkel

Aufgabe

Auflösungen

$$\alpha = \frac{360}{76} = \frac{90}{19} = 4^\circ 44' 12{,}6''$$

Bei Anwendung der Freiberger Schauflungsmethode hat man für den Deckungswinkel den allgemeinen Ausdruck

$$tg\,\delta = \frac{6D.\sin\alpha}{8l - 3D.\sin\alpha^2}$$

und für die Zahlenwerthe

$$tg\,\delta = \frac{6{,}34.\sin 4^\circ 44' 12{,}6''}{8.\frac{l}{6} - 3{,}34(\sin 4^\circ 44' 12{,}6'')^2}$$

$$= \frac{204.\sin 4^\circ 44' 12{,}6''}{\frac{4l}{6} - 102(\sin 4^\circ 44' 12{,}6'')^2}$$

$$\delta = 70^\circ 28' 37{,}8''$$

Wendet man diesem Rade einen Spannschütze an, so berechnet sich die Druckhöhe, bis zu welcher es das Wasser aufstauen muß, nach der Formel

$$h_1 = \left(\frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}\right)^2$$

$$A = \frac{c^2(\cos.2v + \cos 2\varepsilon)}{2}$$

$B = c.\cos v.\cos\varepsilon$ und

$C = c^2 - 4gk_2 \sin v^2$, ferner

Aufgabe

Auflösung

$\alpha = 3{,}19$ (Centriwinkel construirt)

$c =$ Die Geschwindigkeit des Schaufelrads im Theilriß

$$= \frac{2.4\left(\frac{D}{2} - \frac{2}{3}b\right)\pi}{60}$$

$$= \frac{5\left(17 - \frac{5}{9}\right)\pi}{60}$$

$$= \frac{2(17 - 0{,}555)\pi}{15}$$

$$= \frac{2(16{,}4445.\pi}{15}$$

$$= \frac{32{,}889.\pi}{15} = 2{,}1926\pi$$

$$= 6{,}88825 \text{ Fuß}$$

$$v = \frac{3\alpha}{2} = \frac{4^\circ 44' 12'' 6 . 3}{2}$$

$$= 2^\circ 22' 6{,}3'' . 3$$

$= 7^\circ 22' 18{,}9$ als der Winkel, welchen die Tangente des Einfallspunktes am Theilriß mit dem Horizont einschließt, wenn man nämlich das Wasser zwischen der 2ten und 3ten Schaufel einfallen läßt.

$$tg\,\varepsilon = \frac{\frac{D}{2} + 0{,}70 - \left(\frac{D}{2} - \frac{2}{3}b\right)\cos\alpha}{\left(\frac{D}{2} - \frac{2}{3}b\right)\sin\alpha}$$

Aufgabe

Auflösung

$h^{u} = \frac{D}{2} + 0{,}25 - \left(\frac{D}{2} - \frac{2}{3}b\right)\cos v$

$tg\,\varepsilon = \frac{17{,}25 - 16{,}4445 \cdot \cos 4^{0}44'12''6}{16{,}4445 \sin \cdot 4^{0}44'12''6}$

$= \frac{17{,}25 - 16{,}3883}{16{,}4445 \cdot \sin 4^{0}44'12''6}$

$= \frac{0{,}8617}{16{,}4445 \sin 4^{0}44'12''6}$

$= 32^{0}23'47''8$

$h = 17{,}25 - 16{,}4145 \cdot \cos 7^{0}6'18''9$

$= 17{,}25 - 16{,}3182$

$= 0{,}9318$ Fuß

$A = \frac{819^{2}(\cos 14^{0}12'37''8 + \cos 64^{0}47'35''6)}{2}$

$= \frac{93{,}5903}{2} = 46{,}7951$

$B = 8{,}19 \cdot 6{,}53825 \cdot \cos 7^{0}6'18''9 \cdot$
$\cos 32^{0}23'47''8$

$= 47{,}2685$

$C = 6{,}53325^{2} - 4{,}17{,}32 \cdot 0{,}9315$

$= \sin 7^{0}6'8''9$

$= 47{,}448 - 0{,}98768$

$= 46{,}46032$

also

Aufgabe

Auflösung

$$h_1 = \left(\frac{47,2655 - \sqrt{47,2685^2 - 46,75951 \cdot 46,49082}}{46,7951}\right)^2$$

$$= \left(\frac{47,2655 - \sqrt{60,19}}{46,7951}\right)^2$$

$$= \left(\frac{39,51028}{46,7951}\right)^2$$

$= 0,712883$ Fuß

Das mechanische Verhältniß, womit das Wasser ist

$$P v = \left(\frac{D - \frac{4}{3}b}{2}\right)\left(\cos v + \sin\left(\frac{\delta + \delta_1 - (\lambda - \lambda_1)}{2}\right)\right) mg$$

wo δ der Neigungswinkel

$$tg\,\delta_1 = \frac{\alpha(D - 2b)\pi}{4326.}$$

$$\sin\lambda = \frac{c^2}{g(D - \frac{2}{3}b)} \cos\delta$$

$$\sin\lambda_1 = \frac{c^2}{g(D - \frac{2}{3}b)} \cos\delta_1$$

$\alpha = \left(\frac{90}{19}\right)$ also

Aufgabe. Auflösung

$$\operatorname{tg}\delta_1 = \frac{90\left(34 - 1\tfrac{7}{3}\right)\pi}{19.432.\tfrac{5}{6}}$$

$$= \frac{270(32\tfrac{1}{3}\pi}{19.5.216}$$

$$= \frac{54.97.3{,}14159}{3.19.216}$$

$$= \frac{97.3{,}14159}{19.12}$$

$$= \frac{97\pi}{225} = 53^\circ 11' 47''$$

$$\sin\lambda = \frac{6{,}55825^2}{17{,}32.16{,}4445}.\cos 70^\circ 28' 57''3$$

$$\lambda = 3^\circ 11' 26''$$

$$\sin\lambda_1 = \frac{6{,}55325^2}{17{,}32.16{,}4445}.\cos 53^\circ 11' 47''$$

$$\lambda = 3^\circ 11' 26''$$

$$P = \left(\frac{34 - \tfrac{4}{3}.\tfrac{5}{6}}{2}\right)\left(\cos 7^\circ 6' 13''9\right)$$

$$+ \frac{70^\circ 28' 57''3 + 53^\circ 11' 47''}{}$$

$$\frac{\left(3^\circ 11' 26'' + 5^\circ 43' 59{,}5\right)}{2} \tfrac{35}{6}.49$$

$$= \frac{32.\tfrac{5}{9}}{2}\left(\frac{\cos 7^\circ 6' 18''3 + \sin 114^\circ 43' 39''3}{2}\right)$$

$$\tfrac{35}{6}.49$$

$$= \frac{296}{18}\left(\cos 7^\circ 6' 18''3 + \sin 84^\circ 22' 50\right)\tfrac{35}{6}.49$$

Aufgabe	Auflösung
	$= \frac{35 . 49 . 296}{103}\left(\cos 7^\circ 6' 13{,}3'' + \sin 57^\circ 22' 50''\right)$
	$= \frac{35 . 49 . 296 . 1{,}531785}{103}$
	$= 7199{,}95 = 7200$ Fußpfd.
	Daher der Wirkungsgrad
	$\mu = \frac{Pv}{mh\gamma} = \frac{7200}{\frac{35}{6} . 49 . 35}$
	$= \frac{43200}{35 . 35 . 49} = \frac{8640}{7 . 35 . 49}$
	$= \frac{1728}{49 . 49} = \frac{1728}{2401}$
	$= 0{,}72$.
9, Es ist dieselbe Aufgabe bei einem Bergrade von 30 Fuß Höhe zu lösen, das p. m 6 Umdrehungen zu machen hat, und 1000 Cubikfuß Wasser bei 8 Fuß Gefälle aufnehmen soll.	9, Wenn die Geschwindigkeit des Rades p. S. $\frac{30 . 3{,}14159 . 6}{60} = 9{,}424776$ Fuß und die des antretenden Wasserstrahls zuletzt so groß $c = 18495$ Fß. und $\alpha = 7{,}125$ ist, so wird die Geschwindigkeit mit der das Wasser über den Fachbaum geht gleich sein: $c_1 = \frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}$ usw.

Aufgabe

Auflösung

nun

$$A = \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{4g}$$

$$= 0{,}019698 - 0{,}014434$$

$$= 0{,}005264$$

$$B = \frac{D}{4c} = \frac{30}{75{,}395208}$$

$$= 0{,}398$$

$$C = \frac{D}{2} + \frac{c^2}{4g} - h$$

$$= 15 - 8 + \frac{13{,}84^2}{4 \cdot 17{,}32}$$

$$= 7 + 5{,}128 = 12{,}1285$$

$$c_1 = \frac{0{,}398 - \sqrt{0{,}1583 - 0{,}0638}}{0{,}005264}$$

$$= \frac{0{,}398 - 0{,}307359}{0{,}005264}$$

$$= 17{,}198$$

Die Höhe des Oberwasserspiegels über den Fachbaum

$$h_1 = \left(\frac{c_1}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{17{,}198}{7{,}125}\right)^2 = 5{,}826$$

Die Höhe des parabolischen

Aufgabe

Auflösung

Überfall

$$a = \frac{c - c^2}{4g}$$

$$= \frac{15,84955^2 - 17,977^2}{69,25}$$

$$= 3,53243$$

Die Höhe des eigentlichen Überfalls ist

$$h = \left(1 - \frac{c}{c_1}\right)\frac{D}{2}$$

$$= (1 - 0,91236)15 = 1,3145 \text{ Fuß}$$

Die Höhe der Schutzöffnung bei 16,660 Cubikfuß Aufschlag p. S. und bei

$$w = \frac{1000}{6.D.\pi.6} = 2,65 \text{ Fuß Breite}$$

wird

$$e = h_1 - \left(h.\sqrt{h} - \frac{3m}{2\alpha w}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 5,82601 - \left(5,326^{\frac{3}{2}} - \frac{3.16,666}{2.7,125.2,65}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

$$= 5,82601 - (13,1851)^{\frac{2}{3}}.$$

$$= 5,82601 - 5,58113 = 0,2448 \text{ Fuß}.$$

Aufgabe	Auflösung

Die Leistung inclusive des Kraftmoment

$$Pv = \left[\frac{(m-ac)(c-v)v}{2g} + (m-av)h\right]\gamma$$

ist hier a der schädliche Raum = 0,11 Cubikfuß und setzt man die übrigen Ausdrücke in die Formel ein so erhält man

$$Pv = \left[\frac{(16{,}66 - 0{,}11 . 18{,}849)(18{,}849 - 9{,}424)9{,}4}{2 . 17{,}32}\right.$$

$$\left. + (16{,}666 - 0{,}11 . 9{,}424)1{,}3143\right]50.$$

$$= \left[\frac{16{,}666 - 20{,}7339}{34{,}64} + (16{,}666 - 0{,}03664)\,1{,}314\right]50$$

$$= 2769{,}5232 \text{ und}$$

$$\mu = \frac{2769{,}5232}{16{,}666 . 8 . 50} = 0{,}4154.$$

10, Ebenso bei einem unterschlächtigen Rade von 25 Fuß Höhe, das dazu bestimmt ist, das Kraftmoment von 1500 Cubik Fuß Wasser und 2 Fuß Gefälle aufzunehmen.

10, Es beträgt die Anzahl der Schaufeln des Rades: $N = \frac{\pi D}{b}$, wo D den Durchmesser des Rades b die Breite der Schaufeln bezeichnet $D = 25$ Fuß und nimmt man $b = \frac{2}{3}$ Fuß, so folgt.

$$N = \frac{3{,}14159 . 25 . 2}{2} = 117{,}8$$

Die Geschwindigkeit des Wassers

Aufgabe

Auflösung

welches durch 2 Fuß Gefällhöhe erzeugt wird ist $c = \alpha\sqrt{h}$, wo α ein Contractionscoefficient und h das Gefälle ist,

demnach wenn $\alpha = 7,125$ ist

$$c = 7,125\sqrt{2} = 1,414 \cdot 7,125$$
$$= 10,0747 \text{ Fuß}$$

Berücksichtigt ... den Widerstand des Wassers, so ist die Geschwindigkeit des Rades aus der Gleichung

$$v^3 - \left(\frac{c^2 + bg}{2c}\right) v^2 - \frac{bcg}{2} = 0$$

zu berechnen bei Näherungswerth für v erhält man nach der Formel $v = \frac{c}{2}\left(1 + \frac{5bg}{c^2}\right)$

$$= \frac{10,0747}{2}\left(1 + \frac{5.2.17,32}{3.10,0747^2}\right)$$

$$= 5,0373\left(1 + \frac{173,2}{3.10,0747^2}\right)$$

$$= 5,0373 \cdot 1,5688$$

$$= 0,5688.$$

Diesen Werth für v in die übrigen Gleichung für v^2 eingesetzt giebt $v^3 = \frac{10,0747^2 + 2/3 \cdot 17,32}{2 \cdot 10,0747}$

$$.79025^2 + \frac{17,32 \cdot 10,0747}{3}$$

Aufgabe

Auflösung

$$v^3 = \frac{101{,}5 + 11{,}5466}{20{,}1494} \cdot 7{,}9025^2 + \frac{17{,}32 \cdot 10{,}0347}{3}$$

$$= \frac{113{,}0466 \cdot 7{,}9025^2}{20{,}1494} + \frac{17{,}32 \cdot 10{,}0747}{3}$$

oder

$$v^3 = 350{,}37 + 58{,}1646$$

$$= 408{,}5346 \text{ und } v = \sqrt[3]{408{,}5346}$$

$$v = 7{,}42 \text{ Fuß}$$

Das hebende Wasserquantum ist $m_1 = \left(1 - \frac{c^2}{(c'-v)^2 n^2}\right) m$. wo n die Anzahl der eingetauchten Schaufeln, welches übrigens $= 6$ sein mag und m das disponible Wasserquantum ist daher

$$m_1 = \left(1 - \frac{101{,}5}{3(10{,}0747 - 7{,}42)^2 36}\right) \frac{150}{6}$$

$$= \left(1 - \frac{101{,}5}{2{,}6547^2 \cdot 108}\right) 25$$

$$= (1 - 0{,}13345) \cdot 25$$

$$= 0{,}86655 \cdot 25. = 21{,}664 \text{ Cub. Fuß}$$

und das mechanische Kraftmoment

$$Pv = \left(c - \frac{(c+v)bg}{cv}\right)\left(\frac{c-v}{2g}\right) mg.$$

Aufgabe | Auflösung

daher die Zahlen eingesetzt

$$P v = \left(7{,}42 - \frac{17{,}4947 \cdot 34{,}64}{}\right.$$

$$= \left(7{,}42 - \frac{(10{,}0747 + 7{,}4)\,\frac{2}{3}\cdot 17{,}32}{10{,}0747 \cdot 7{,}42}\right)\left(\frac{10{,}0747 - 7{,}42}{34{,}64}\right) 21{,}664 \cdot 49.$$

$$= \left(7{,}42 - \frac{17{,}4947 \cdot 34{,}64}{3 \cdot 10{,}0747 \cdot 7{,}42}\right)\frac{2{,}6547 \cdot 21{,}664 \cdot 49}{34{,}64}$$

$$= (7{,}42 - 2{,}70232)\left(\frac{2{,}6547 \cdot 21{,}664 \cdot 49}{34{,}64}\right)$$

$$= \frac{4{,}71768 \cdot 2{,}6547 \cdot 21{,}664 \cdot 49}{34{,}64}$$

$= 383{,}99 = 384$ Fußpf.

11, Für ein Gefälle von 50 Fuß und für ein Wasserquantum von 5 Kubikfuß p. s. soll die Einrichtung und Entscheidung eines in der Secunde 5 mal umlaufenden Kropfrades gemacht werden.

11, Zunächst folgt die Geschwindigkeit des aufschlagenden Wasserstrahls, wenn man den Contractionscoefficienten

$\alpha = 7{,}125$ setzt

$c = \alpha\sqrt{h} = 7{,}125\sqrt{50}$

$= 50{,}381$

Aufgabe Auflösung

wird nun $\delta = 15^\circ$ ferner die Höhe der Schaufelung $c = \frac{1}{8}$ Fuß so folgt

1, $\cot g\,\alpha = \frac{30\,c c^2}{u m} - \tan g \frac{\delta}{2}$

$$= \frac{30 \frac{1}{8}\, 50,331}{300.5} - \frac{\tan g\, 15^\circ}{2}$$

$$= \frac{30.2533,2451\,6}{8.300.5} - 0,13397$$

$$= \frac{76147,3545}{12000} - 0,13397$$

und $\alpha = 9^\circ 10'$

2, der innere Radhalbmesser

$$r = \frac{m}{2\pi . c . c \sin\alpha} = \frac{5}{2\pi . \frac{1}{8} . 50,331 \sin 9^\circ 10'}$$

$$= 0,79320 \text{ Fuß}$$

3, Die Geschwindigkeit des innern Radumfangs

$$v = \frac{\pi n r}{30} = \frac{3,141 . 300 . 0,793}{30}$$

$$= 24,9120 \text{ Fuß}$$

4, Der Radius des äußern Radumfangs

$$R = r \sqrt{\frac{c . \sin\alpha}{v\, tg\, \delta}}$$

$$= 0,793 \sqrt{\frac{50,331 \sin 9^\circ 10'}{24,9120\ tg\ 15^\circ}}$$

Aufgabe | Auflösung

$= 0{,}86976$ Fuß

Die Kranzbreite ist demnach

$b = R - r$

$= 0{,}86976 - 0{,}79320$

$= 0{,}07656$ Fuß

Endlich folgt dieser Entwickelung daß das mechanische Moment dieses Rades

$$Pv = \frac{c^2 - \left(\frac{R \cdot v \cdot tg\,\delta}{r}\right)^2}{4g}\,mg$$

$$= \frac{50{,}381^2 - \left(\frac{0{,}86976 \cdot 24{,}9120\ tg\ 15^\circ}{0{,}7932}\right)^2}{4 \cdot 17{,}32} \cdot 5{,}49$$

$$= \frac{2538{,}24 - 0{,}5369}{69{,}28} \cdot 5 \cdot 49$$

$= 8977{,}8$ Fußpfd.

Es ist demnach das vorhandene Kraftmoment

$hmg = 50 \cdot 5 \cdot 49 = 12250$ Fußpfd.

und der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{Pv}{hmg} = \frac{8977{,}8}{12250} = 0{,}73305$$

Aufgabe

12, Eine Schachtwassersäulenmaschine soll das einem Gefälle von 500 Fuß und einem Schachtwasserquantum von 3 Kubikfuß entsprechende Kraftmoment aufnehmen, wozu 2 Fuß weite Treibcylinder und eine 10 Zoll weite und 600 Fuß lange Einfallröhrentour erhalten. Wenn nun noch die träge Masse der Last 70000 ℔ beträgt, und die Maschine p.m. 4 einfache Spiele zu machen hat, welches wird die anzuhebende Last sein dürfen, welchen Hub wird ferner die Maschine machen müssen und wie wird man die Steuerung anordnen.

Auflösung

12, Vor allem hat man hier, ehe die Größe der anzuhebenden Last zu berechnen, die Geschwindigkeit des Kolbens $= v$ und den Hub s zu bestimmen.

Es ist

$v = \frac{m}{A}$, wo $m = 3$ und

$A = \pi r^2 = 3,1415$

mithin $v = \frac{3}{3,1415} = 0,95493$ und

wenn die Zeit eines Spieles

$t = \frac{60}{4} = 15$ Secunden ist

Der Kolbenhub $s = vt$

$= 0,95493 \cdot 15$

$= 14,32395$

Folglich ist die gesuchte Last, da

$h = 500$; $l = 600$ d, 10 Zoll $= \frac{5}{6}$ Fuß

$a_1 = \frac{\pi d^2}{4} = 0,545$, $m = 3$; $A = 3,1415$

$s = 14,32395$ $D = 2$ und $M = 70000$

$$\mathfrak{L} = \left[500 - \left(0,000388 \cdot \frac{600 \cdot 3^2}{9,833 \cdot (0,545)^2} + \frac{600 \cdot 3^2}{0,545 \cdot 17,32 \cdot 3,141 \cdot 14,32395} + \cancel{0,03} \cdot \frac{300}{2}\right)\right] 3,141 \cdot 49 - \frac{3^2 \cdot 70000}{17,32 \cdot 3,1415^2 \cdot 14,32395}$$

$$\mathfrak{L} = \left[500 - (3,4651 + 12,712 + 7,5)\right]$$

$153,94 - 257.$

Aufgabe	Auflösung
	$= 471,32 \cdot 153,94 - 257,29$
	$= 72297,71$ ℔
	Nun ist die Leistung
	$Pv = 72297,17 \cdot 0,9549^3$
	$= 69037,5$ Fußpfund
	und der Wirkungsgrad
	$\mu = \frac{Pv}{hmf} = \frac{69037,5}{73500} = 0,93928$
	Um ferner die Abmessung zu bestimmen, hat man die Durchmesser der 3 Kolben, und zwar
	$x_1, x_2\ x_3$.
	Ist nun
	$x_3 = 6$ Zoll 4½
	$\mu = \frac{17}{3}$ und die Kolbenhöhe
	$y = 6$ Zoll.
	Ist nun der Raum bekannt
	$x_1 + x_2 = s = \frac{x_3}{2n} - \frac{x_3}{3}$
	$= \frac{1}{8 \cdot 0,07362} - \frac{1}{2}$
	$= 1,1970$ Fuß oder 14,374 Zoll

Aufgabe | Auflösung

wo $n = \frac{4\mu y}{\pi f} = \frac{4\frac{17}{3}\cdot\frac{1}{2}}{19{,}1648}$

$= 0{,}\cancel{6511}\,7362$ Fuß

desgleichen $x_2 = 0{,}5989 + \frac{1}{19{,}1648}$

$= 0{,}6511$ Fuß

$= 7{,}813$ Zoll und

$x_1 = 0{,}5467$ Fuß $= 6{,}56$ Zoll.

13. Um ein Lastmoment von 1200 Fußpfd zu überwinden, soll ein Windrad angewendet werden, das 24 Fuß schnellen Wind aufnehmen, und aus 5 oder 12 Fuß breiten Windflügeln bestehen soll. Nimmt man nun noch das Gewicht dieser Maschine zu 15000 Pfd, den Halbmesser des Halses und des hinteren Zapfens zu 3/8 Fuß an, genommen wird, wie groß wird man dieses Rad machen und welches ist die Umdrehungszahl?

13. Die äußerste Sprosse des Rades w, wird, wenn die Geschwindigkeit des Windes 24 Fuß sein soll $= 72$ sein, demnach da $w = \frac{\pi u l}{30}$, die äußere Breite $= \frac{1}{4}$ der Ruthenlänge ist.

$u = \frac{30.72}{\pi.4.12} = \frac{15.36}{\pi.12} = 14$ Umdrehungen

p. M.

Durch folgende Formel wird es nun in Stand gesetzt, den Stoßwinkel der äußersten Sprosse des Windrades zu finden, es ist nämlich

$\cotg\alpha = \frac{3.72}{2.24} + \sqrt{2+\left(\frac{3.72}{2.24}\right)^2}$

$= \frac{9+\sqrt{89}}{2} = 9{,}2167$

demnach $\alpha_1 = 83°45'$

Aufgabe

Auflösung

Zerlegt man nun die ganze Wellen-länge in 6 gleiche Theile, und denkt man durch jeden Theilpunkt eine Spirale gezogen, so erhält man für den Stoßwinkel der nächsten Spirale

$$tg\,\alpha_2 = \frac{3{,}72}{2.24} + \sqrt{2 + \left(\frac{15}{4}\right)^2}$$

$$= \frac{15 + \sqrt{257}}{4} = 7{,}7573$$

also $\alpha_2 = 82^\circ 39'$ und $\alpha_3 = 81^\circ 0'$

$\alpha_4 = 78^\circ 29'$; $\alpha_5 = 74^\circ 18'$

$\alpha_6 = 66^\circ 57'$.

Wird ~~für~~ β als den Stoßwinkel der innersten Spirale betrachtet, so erhält man das vollständige gemeinschaftliche Kraftmoment des Windrades

$$Pv = nA\Big\{ C\Big[\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta} + \frac{(1+\cos\alpha^2)}{2}\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha^4} - \frac{(1+\cos\beta^2)\cos\beta}{2\sin\beta^4} + \frac{3}{2}\,Ln\,tg\tfrac{1}{2}\alpha - \frac{3}{2}\,Ln\,tg\tfrac{1}{2}\beta\Big] + D$$

$$\Big[\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \frac{4}{3\sin\alpha^3} - \frac{4}{3\sin\beta^3} - \frac{8}{5\sin\alpha^5} + \frac{8}{5\sin\beta^5} + \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2}$$

Aufgabe

Auflösung

$$-\frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2}-\frac{3}{2}\,Ln\,tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\right)+\frac{3}{2}\,Ln\,tg\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\beta}{2}\right)\Big]\Big]\Big\}.$$

wo $A=\frac{(nc^4 l}{81gw}$, $C=b-\frac{(B-b)c}{l-c}$

$D=\frac{d}{3w}\,\frac{B-b}{l-c}$ ist.

Zieht man nun noch die Reibung der Kugelwelle in Betracht, so ist das übrigbleibende Kraftmoment des Schwungrades, wenn G das Gewicht des Rades bezeichnet und $H=\frac{(nc^3 l}{27gw}$ ist,

$$Pv=nA\Big\{l\Big[\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{1}{\cos\beta}+\frac{(1+\cos\alpha^2)\cos\alpha}{2\sin\alpha^4}-\frac{(1+\cos\beta^2)\cos\beta}{2\sin\beta^4}+\frac{3}{2}\,Ln\,tg\tfrac{1}{2}\alpha-\frac{3}{2}\,Ln\,tg\tfrac{1}{2}\beta\Big]+D\Big[\frac{2}{\sin\alpha}-\frac{2}{\sin\beta}+\frac{4}{3\sin\alpha^3}-\frac{4}{3\sin\beta^3}+\ldots\Big]-\frac{\varphi r G w}{l}$$

$$-\frac{2}{3}\,\frac{\varphi r w n H}{l}\Big[l\Big(\frac{1}{\sin\alpha^2\cos\alpha}-\frac{1}{\sin\beta^2\cos\beta}$$

$$-\frac{2}{3}\,\frac{\varphi r w n H}{l}\Big[l\Big(\frac{1}{\sin\alpha^2\cos\alpha}-\frac{1}{\sin\beta^2\cos\beta}-\frac{2\cos\alpha}{\sin\alpha^2}+\frac{2\cos\beta}{\sin\beta^2}+2\,Ln\,tg\tfrac{1}{2}\beta\Big]+D\Big[\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2}-\frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2}$$

Aufgabe

Auflösung

$$-\frac{4}{3\sin\alpha^2}+\frac{4}{3\sin\beta^2}+\tfrac{1}{2}\,Ln\,tg\left(45^\circ+\frac{\alpha}{2}\right)-\tfrac{1}{2}\,Ln\,tg\left(45+\frac{\beta}{2}\right)\Big]\Big\}$$

Beträgt nun das Gewicht der Maschine 15000 ℔, das Drehmoment $Pv = 1200$ Fußℓ℔, der Halbmesser des Halses und Zapfen sind $r = r_1 = 3/8$ Fuß, der Reibungscoefficient $\varphi = 0{,}1$ $c = 24$ $w = 72$; $B = 12$; $b = 5$ $\frac{\varphi}{\ell} = \frac{1}{6}$ und $n = 5$ ist, wird nun die Flügelwelle l gesucht, so wird man $\frac{n\mu c^4\gamma}{81\,g\,w}\,l = Kl$ setzen, ferner

$$l\left(\frac{1}{\cos\alpha}-\frac{1}{\cos\beta}+\cdots\right)+\partial\left(\frac{2}{\sin\alpha}-\frac{2}{\sin\beta}+\cdots\right)=L_1$$

$$rH=\frac{r\mu c^3\gamma}{27\,g\,w}\,l=Ml$$

und

$$l\left(\frac{1}{\sin\alpha^2\cos\alpha}-\frac{1}{\sin\beta^2\cos\beta}+\cdots\right)+\partial\left(\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2}-\frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2}+\cdots\right)=N.$$

demnach die Bedingungsgleichung

Aufgabe

Auflösung

$$R = KLl - \frac{\varphi r G w}{l} - \frac{2}{3}\varphi r . MNw. ;$$

oder $KLl^2 - (R + \frac{2}{3}\varphi r . MNw) l$
$= \varphi r G w.$

Die Auflösung dieser quadratischen Gleichung giebt die Flügelwelle

$$l = \frac{R + \frac{2}{3}\varphi r . MNw + \sqrt{4\varphi r K L G w + (R + \frac{2}{3}\varphi r . MNw)^2}}{2KL}$$

Zunächst ist

$$K = \frac{n\mu c^4 \gamma}{81 g w} = \frac{5.5.24^4 \, 0,0608}{3.81.17,32.72}$$
$$= 1,6641$$

$L = 62,1139$ und $2KL = 206,7150$

$$\varphi r G w = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} . 15000.72$$
$$= 202500$$

$$4\varphi r G K L w = 2.202500.206,7150$$
$$= 83719575$$

$$M = \frac{n\mu c^3 \gamma}{27 g w} = \frac{5.5.20^3 \cdot 0,0608}{3.27.17,32.72}$$

$$= 0,20802$$

$$N = \frac{18}{5} . 7,8681 + \frac{14}{15}(39,6155 + 0,3340 + 0,6628)$$
$$= \frac{18}{5} . 7,8681 + \frac{14}{15} . 40,6323$$

$= 66,2435$ und

Aufgabe — Auflösung

$$\tfrac{2}{3}\varphi r M N w = \tfrac{2}{3} . 0,1 . \tfrac{3}{8} . 0,20802 . 66,248 . 77$$
$$= 24,8056.$$

Hieraus ergiebt sich die Flügellänge

$$l = \frac{1200 + 24,805 \sqrt{83719575 + \overline{1224,805}^2}}{206,715}$$

$$= \frac{1224,805 + \sqrt{85219722}}{206,715}$$

$$= \frac{1224,805 + 9231}{206,715}$$

$$= 50 \text{ Fuß}.$$

Aufgabe:

14, Welchen Kraftmoment kann man von einer doppeltwirkenden Dampfmaschine erwarten, die einen 3 Fuß weiten Cylinder hat und in der Minute 12 fünffüßige Doppelspiele macht, dabei aber Dampf von 120° Wärme braucht, welches wird ferner der nöthige Kommunikatorinhalt werden?

Auflösung:

14, Ist nun der Dampf bis zu einer Höhe von 120° Temperatur erhitzt, so kann man die durch die Höhe einer Quecksilbersäule gemessene Elastizität desselben

$$e = \left(\frac{1 + 0,01878 . 120}{2,878}\right)^{5,355}$$

Atmosphären setzen, demnach $e = 1,9275$ Atmosph. und der Druck des Dampfes von 120° Temperatur gegen 1 □Zoll

$$p_1 = ep = 1,9275 . 12,3185 \text{ lb}$$

Aufgabe

Auflösung

$= 23,73774$ ℔.

Ist nun der Inhalt der Kolbenfläche

$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,141 . 9}{4} = 7,067$ □ Fuß

Der Hub $b = 5$ Fuß und die Zeit eines Spieles $T = \frac{5}{2}$ Sec., so wird die Geschwindigkeit eines Kolbens

$v = \frac{b}{T} = \frac{5}{5/2} = 2$ Fuß und das mechanische Moment während eines Spieles

$$Pv = \frac{Apb}{T} = \frac{7,067 . 23,73774 . 5 . 144}{2,5}$$

$= 48309,12$ Fuß ℔

Will ich den Kostenaufwand in Erfahrung bringen, so ist zuerst m das Speisewasserquantum zu bestimmen. Es ist nämlich

$$m_1 = \frac{(\frac{5}{8} . 0,00171 . 0,76 e) m}{1 + 0,00375 t.}$$

$$= \frac{0,00081225 e m}{1 + 0,00375 t.}$$

Nun ist die p. S. gebrauchte Dampfmenge $m = \frac{Ab}{144c} = 28,265$ Cubikfuß mithin das Speisewasserquantum

$$m_1 = \frac{0,00081225 . 1,9275 . 28,268}{1 + 0,00375 . 120}$$

$= 0,03052$ C. Fuß

Aufgabe	Auflösung.
	$= 0{,}03052 \cdot 48{,}62\,℔ = 1{,}4839\,℔$ und daher, wenn die Temperatur der Luft $= 10°$ und der Wärme, gehalt der Steinkohle $w = 5000°$ ist $\frac{V}{h} = \frac{(635-t)g}{w} = \frac{(635-10)9}{5000}$ $= \frac{625g}{5000} = \frac{625 \cdot 1{,}4839}{500}$ $= 0{,}185\,℔$ Luft p. S.
15. Es ist der Kastenbalancier am Halbbrückner Kunstschachte zu berechnen und die Durchbiegung anzugeben?	15. Die Durchbiegung ist $f = \frac{(l-a)\sqrt{br}}{2r-b}$; hier ist $b = r - \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{4}}$ und $a = \sqrt{l^2 - b^2}$. Ist nun $r = 3$ L. $17\frac{1}{4}$ Z. $= 7{,}4374$ Fuß, $l = 1$ L. $5\frac{1}{2}$ Z. $= 2{,}4583$,, $h = 2$ L. $11\frac{1}{2}$ Z. $= 4{,}9583$,, und setzt man diese Werthe in die Formel $b = r - \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{4}}$ ein, so folgt $b = 7{,}4374 - \sqrt{7{,}4374^2 - \frac{4{,}9583^2}{4}}$ $= 7{,}4374 - 7{,}0120$ $= 0{,}4254$ F. und $a = \sqrt{l^2 - b^2} = \sqrt{2{,}4532^2 - 0{,}4254^2}$ $= 2{,}4212$ Fuß.

Aufgabe	Auflösung

Bringt man diese Ausdrücke in die Hauptformel

$$f = \frac{(l-a)\sqrt{br}}{2r-b}$$, so erhält man

$$f = \frac{(2,4503-2,4212)\sqrt{0,4254 \cdot 7,4374}}{2 \cdot 7,4374 - 0,4254}$$

$$= \frac{0,0371 \cdot 1,7787}{14,4494} = 0,0045670 \text{ Fuß.}$$

16, Man soll aus den Dimensionen und bekannten Gewichten, des beistehenden [illegible] die Last Q berechnen, welche ein Arbeiter mit demselben aufheben kann.

Kurbelhöhe = CA = 18 Zoll
Mittlerer Halbmesser = CB = 4 "
" " MD = NE = 20 "
" " MF = 8 "
" " NG = 7 "
" " KL = 10 "
Halbmesser aller Zapfen = $\frac{5}{8}$ "
Seilstärke = $1\frac{1}{4}$ "
Gewicht des Seils G = 50 ℔
" der Wellen M u. N = G_2 = 500 ℔
" " " C = G_3 = 90 ℔
" " " K = G_4 = 40 ℔
Anzahl der Zähne des Triebes des C. n = 10.

16, Bekanntlich verhält sich die Anzahl der Zähne in einem Räderwerk zu der Anzahl der Zähne in einem Getriebe, wie der Halbmesser des Rades zu dem Halbmesser des Getriebes. Bringt man dieß hier in Anwendung, so ist

$$\frac{MD}{CB} = \frac{N}{n} \text{ oder } N = \frac{nMD}{CB}$$

$$= \frac{10 \cdot 20}{4} = 50 \text{ Z.}$$

es haben demnach jedes von den beiden Rädern 50 Zähne.

Setzt man $CA = a$, $MF = b$ und $NG = b_1$ so ist die reducirte Kraft

$$P = \frac{Q}{2}\left(\frac{l-b_1}{a}\right)\frac{n}{N} = \frac{Q}{100} \text{ f.}$$ Hierzu kommen noch folgende Nebenhindernisse

1, Die Seilbiegung W an den Wellen M und N $= \frac{vd^2}{b} \cdot \frac{Q}{2} \cdot \frac{n}{N} \cdot \frac{b}{a}$

$$= \frac{vd^2 Qn}{2aN}$$

Aufgaben

Auflösung

$$= \frac{0{,}3 \cdot 1{,}25^{\frac{3}{2}} \cdot 10Q}{2 \cdot 15 \cdot 50} = 0{,}0018501Q$$

2, Zapfenreibung der Schalle

$$W_1 = \frac{\varphi\rho}{b}\left[\frac{Q}{2} + \frac{G_1}{2} + G_2 + \frac{G_4}{2}\right)\frac{b}{a} \cdot \frac{n}{N}$$

$$+ \frac{\varphi\rho}{b_1}\left(\frac{Q}{2} + \frac{G_1}{2} + G_2 + \frac{G_4}{2}\,\frac{b}{n} \cdot \frac{n}{N}\right.$$

$$= \frac{2\varphi\rho n}{Na}\left(\frac{Q}{2} + \frac{G_1}{2} + G_2 + \frac{G_4}{2}\right.$$

$$= \frac{2{,}02 \cdot 0{,}627 \cdot 10}{15 \cdot 50}\left(\frac{Q}{2} + 25 + 500 + 20\right)$$

$$= \frac{25}{900}\left(\frac{Q}{2} + 545\right)$$

$= 0{,}001383\,Q + 1{,}5139$, wo $\rho = \frac{5}{3}$ Zoll

3, Die Reibung an dem Zapfen der Schalle C..

$$W_2 = \frac{\varphi\rho}{a}G_3 = \frac{0{,}2 \cdot 0{,}627}{15}\,90$$

$$= 0{,}625$$

4, Reibung an der Welle, wo KL

$= R$ und

$r = \frac{5}{3}$ Zoll $= 0{,}627$ Zoll

$$W_3 = \left(\frac{R + rd^{\frac{3}{2}} + \varphi r}{2R + rd^{\frac{3}{2}}}\,Q + \frac{R + rd^{\frac{3}{2}}}{2R + rd^{\frac{3}{2}}}\,G_4\right)\frac{b}{a}$$

$$\cdot \frac{BC}{MD}$$

$$= \left(\frac{10 + 0{,}3 \cdot 1{,}25^{\frac{3}{2}} + 0{,}2 \cdot \frac{5}{8}}{2 \cdot 10 + 0{,}3\;1{,}25^{3/2}}\,Q + \frac{10{,}0{,}3\,125^{\frac{3}{2}}}{2{,}10 + 0{,}31}\,40\right)$$

$$\frac{5}{15} \cdot \frac{1}{5}$$

Aufgabe	Auflösung

$$=\left(\frac{10+6,444}{20,419^3}Q+\frac{10,419^3}{20,419^3}.40\right)\frac{4}{45}$$

$$=0,04590\,Q+1,8142$$

5, W_4 = Reibung an den Zähnen

$$=\frac{Q}{2}\left(\frac{b-b_1}{a}\right)\frac{4}{N}.\pi\frac{(N+n)}{Nn}$$

$$=\frac{Q}{150}.1,047\frac{50+10}{500}$$

$$=0,0006960\,Q$$

Diese gefundenen Werthe in die Gleichung eingesetzt, giebt

$$P=30=\frac{Q}{180}+0,00135\,Q+0,001333\,Q$$

$$+1,5139+0,625+0,04590\,Q+1,8142$$

$$+0,0006930\,Q$$

$$P=0,05532\,Q+3,9531$$

und demnach

$$Q=\frac{30-3,9531}{0,05532}=466,59 \text{ ℔}.$$

17, Es ist ein Krummzapfen zu berechnen, der durch eine constante Kraft P in Umdrehung gesetzt wird. Es sei die Länge des Kurbelarmes $CA = 2\frac{1}{4}$ Fuß die Länge der Kurbelstange $AB = 12$ Fuß Das Gewicht der [illegible] Welle

Wird $Pv = 2Q$, so wird

$$P=\frac{2Q}{\pi}=3819,71$$

da $$Q=\frac{5000+1000}{2}=3000 \text{ ℔}.$$

Denn man nun zur weitern Durchführung der Rechnung gelangt.

Aufgabe

[Rad] = 10000 ℔, die träge Masse des [illegible] für Gestelle, auch den Zapfenkreis [illegible] = 30000 ℔, die träge Masse des Gestänges, sammt der daranhängenden Last = 5000 ℔. Die Last beim Kunstgange = 5000 ℔. " " [illegible] = 1000 ℔, endlich seien die Halbmesser der Zapfen und Wagen = 2½ Zoll, und es wird verlangt, daß die Gestelle 6 mal in der Minute umdrehe.

Auflösung

hat es noch verschiedene Hindernisse nicht zu berücksichtigen.

1, Die Reibung W zwischen der Zapfen A und dem einen Kurbelstangenende.

2, Die Reibung W_1 am Zapfen B und dem anderen Ende der Kurbelstange und

3, Die Reibung W_2 an der Leitung.

Ist nun die Umdrehungskraft = P, der Halbmesser CA des Zapfenkreises, oder die Länge des Kurbelarmes = R = 2,25 Fuß und der Halbmesser der Zapfen

$$A = r = \frac{2,5}{12}$$

$$1,\ W = \varphi \frac{r}{R} P$$

$$= \frac{0,2 \cdot 2,5}{2,25 \cdot 12} P = 0,01851\, P$$

$$2,\ W_1 = \varphi \frac{r}{a} P$$

$$= \frac{0,2 \cdot 2,5}{12 \cdot 12} P.$$

$$= \frac{0,30}{144} P = 0,01351\, P.$$

wo a = 12 Fuß = Länge der Kurbelstange

$$3,\ W_2 = \frac{4 \mu Q \lambda}{a \pi^2} \left\{1 + \tfrac{1}{2}\left(\frac{a}{R}\right)^2\right.$$

Aufgabe	Auflösung
	$P = 3819,71 + 0,01551\,P + 0,0034\,P$
	$+ 393,30$
	$= 4213,01 + 0,0219\,P$, mithin
	$P = 4307,3$ ℔.
	Da nun r der Halbmesser des Schwungradkreises ist, so wird die mittlere Geschwindigkeit des Schwung-Krummzapfens sein
	$c = \frac{\pi r n}{30} = 1,4134$
	Es ist jedoch, vermöge des Beharrungszustandes bei einer Maschine mit Krummzapfen
	$c^2 > 0,842 \frac{gQr}{M}$; daher ist die nöthige Masse $M > 0,842 \frac{gQr}{c^2}$, also
	$30000 > 0,842 \frac{17,32 \cdot 3000 \cdot 2,25}{1,4134^2}$
	$30000 > 49275$.