Unter diesen Werthen giebt es offenbar nur zwei Systeme, welche der vorhergehenden Gleichung genügen, nämlich:

$$\cos AA' = \tfrac{1}{2},\ \cos AB = \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{2}$$

und

$$\cos AA' = 0,\ \cos AB = 0,$$

so dass der Winkel AB keine anderen Werthe annehmen kann, als 45°, 135° und 90°.

§ 9. *Eine Axe von 60° ist immer senkrecht zu anderen Axen von 60°, 90° oder 180°.*

Es sei B (Fig. 6) eine Axe von 60° und A eine zweite Axe von 60°, 90° oder 180°. Wenn der Winkel $ABA' = 60°$ und der Bogen $BA' = BA$, so wird A' eine Axe derselben Art wie A sein. Alsdann ist:

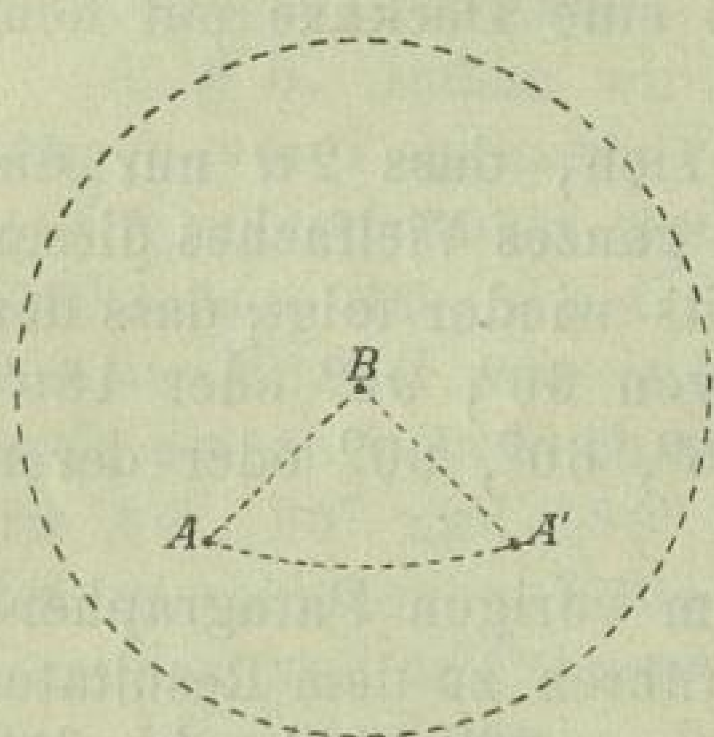

Fig. 6.

$$\cos AA' = \cos^2 AB + \tfrac{1}{2}\sin^2 AB$$
$$= \tfrac{1}{2}(\cos^2 AB + 1)$$

Folglich:

$$\cos^2 AB = 2\cos AA' - 1.$$

Nach § 6 können $\cos AB$ und $\cos AA'$ nur die folgenden Werthe annehmen:

$$\pm \tfrac{1}{2}\sqrt{3},\ \pm \tfrac{1}{2}\sqrt{2},\ \pm \tfrac{1}{2} \text{ oder } 0.$$

Unter diesen genügt, wie leicht zu ersehen, der angegebenen Gleichung nur ein einziges System, nämlich:

$$\cos AA' = \tfrac{1}{2},\ \cos AB = 0,$$

[11] d. h. der Winkel AB zwischen einer Axe von 60° und einer zweiten Axe von 60°, 90° oder 180° ist stets ein rechter.

§ 10. Es ist nunmehr nicht schwer, alle möglichen Arten der Combination von Deckaxen von 60°, 90° oder 180° aufzufinden.

1) *Combinationen, in denen eine Axe von 60° vorhanden ist.* Da die anderen Axen nach § 9 senkrecht zu dieser Axe von 60° sind, so müssen diejenigen von ihnen, welche der gleichen Art sind, unter einander Winkel von 60° bilden, folglich können es weder solche von 60° (§ 9), noch solche