

fallen, gleichwerthig — wird in folgender Weise bewiesen: Denken wir uns irgend eine Krystallfläche, welche die Axe von 120° in einem vom Ursprunge der Coordinaten verschiedenen Punkte schneidet. Diese Fläche gelangt durch Drehungen von 120° um die Deckaxe in die Stellung zweier anderer Flächen, welche durch denselben Punkt einer krystallographischen Axe, nämlich der Axe von 120° , gehen und auf den Axen B und C den gleichen Parameter haben, wie die erste Fläche auf der Axe A . Daraus folgt aber die Gleichwerthigkeit der Axen A , B und C .

§ 30. Nach dem Vorhergehenden ist es klar, dass, wenn ρ nicht die dritte Potenz einer rationalen Zahl ist, d. h. wenn die Axen A , B und C nicht gleichwerthig sind, alsdann die Deckaxe von 120° keine mögliche krystallographische Axe ist. Ebenso evident ist das Umgekehrte. In der Natur giebt es keine Krystallformen, welche derartige Axen von 120° zeigen, oder wenigstens sind sie noch nicht entdeckt. Im Gegentheil würde die Existenz solcher Axen von 120° mit einem bis jetzt ausnahmslos beobachteten krystallographischen Gesetze unverträglich sein, nämlich mit dem Gesetze, dass die Tangenten der Winkel zwischen den Flächen einer Zone in rationalen Verhältnissen stehen. In der That ist die Existenz dieses Gesetzes gebunden an die Rationalität der Verhältnisse zwischen den Producten aus zwei Parametern, jeder auf einer der Coordinatenaxen, aus den Sinus der Winkel, welchen diese Axen mit der dritten bilden, und aus dem Cosinus des Winkels, welchen die in der dritten Axe einander schneidenden Coordinatenebenen einschliessen. Da die Winkel zwischen den Axen A , B und C gleich sind, [51] und die Winkel zwischen den in einer jeden dieser Axen einander schneidenden Coordinatenebenen ebenfalls einander gleich sind, so folgt daraus, dass das Verhältniss zwischen zwei Producten der vorher angegebenen Art sich auf das Verhältniss zwischen zwei Parametern, deren jeder auf einer der Axen A , B und C genommen ist, reducirt. Die Rationalität eines solchen Verhältnisses schliesst aber die Existenz von Deckaxen von 120° der fraglichen Art aus.

§ 31. Es sollen nunmehr die im Kapitel IV aufgezählten krystallographischen Gruppen betrachtet werden, um zu sehen, ob nothwendig in einer jeden derselben mögliche krystallographische Axen von der Art, wie man sie allgemein in der Krystallographie voraussetzt, vorhanden sind.