

4. 2. 20

DIE THEORIE
DER MODERNEN OPTISCHEN INSTRUMENTE.



Die Tugend
des Helden

DIE THEORIE DER MODERNEN OPTISCHEN INSTRUMENTE.

EIN HILFS- UND ÜBUNGSBUCH

FÜR PHYSIKER UND KONSTRUKTEURE OPTISCHER WERKSTÄTTEN,
SOWIE FÜR INGENIEURE IM DIENSTE DES HEERES UND DER MARINE.

VON

DR. ALEXANDER GLEICHEN,
REGIERUNGSRAT.

MIT 260 FIGUREN UND 109 GELÖSTEN AUFGABEN.



STUTT GART.

VERLAG VON FERDINAND ENKE.

1911.

K

Das Uebersetzungsrecht für alle Sprachen und Länder vorbehalten.

Z: 22194 Altbestand
24.4.85 F/81

Druck der Union Deutsche Verlagsgesellschaft in Stuttgart.

Vorwort.

Das letzte Jahrzehnt hat eine Reihe bemerkenswerter Neukonstruktionen auf dem Gebiete des optischen Instrumentenbaues gezeitigt, die eine zusammenhängende Darstellung bisher nicht gefunden haben. Diese Lücke auszufüllen ist der Zweck des vorliegenden Buches. Um auch dem Nichtfachmann das Eindringen in diese Materie zu erleichtern, habe ich namentlich mit Rücksicht auf den von Gullstrand vertieften und weiter entwickelten Dioptriebegriff einen allgemeinen Teil, die Darstellung der Bilderzeugung auf elementar geometrisch-optischer Grundlage betreffend, vorausgeschickt und diese Lehren an der Hand einer größeren Anzahl von gelösten Aufgaben erläutert. Bei der Abfassung des Buches hatte ich mich der Unterstützung der optischen Werkstätten Deutschlands in hohem Maße zu erfreuen, wofür ich an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank ausspreche. Für Hilfe bei der Korrektur bin ich Herrn Kandidaten Friedrich Dobe verbunden.

Berlin im Dezember 1910.

Alexander Gleichen.

Inhaltsverzeichnis.

Allgemeiner Teil.

Kapitel I.

	Seite
Grundbegriffe. Das Reflexions- und Brechungsgesetz. Dispersion. Prismen	3
§ 1. Einige Grundbegriffe	3
§ 2. Das Reflexionsgesetz	4
§ 3. Das Brechungsgesetz	5
§ 4. Totale Reflexion	5
§ 5. Brechung des Lichtes durch ein Prisma	6
§ 6. Planparallele Platten	7
§ 7. Die Dispersion des Lichtes	7
§ 8. Die Dispersion eines Prismas mit kleinem brechendem Winkel	9
§ 9. Achromatische Prismen	10

Kapitel II.

Abbildung durch zentrierte Systeme von Kugelflächen im paraxialen Gebiet	12
§ 10. Brechung durch eine Kugelfläche	12
§ 11. Abbildung von achsensenkrechten Objekten durch eine brechende Fläche	18
§ 12. Der Satz von Lagrange	20
§ 13. Zweiter Beweis für die Fundamentalgleichung	20
§ 14. Sinn und Größe der Flächenkrümmung. Die Reflexion als Spezialfall der Brechung	21
§ 15. Abbildung durch ein System zentrierter Kugelflächen	22
§ 16. Die konjugierten Schnittweiten und der Maßstab der Aehnlichkeit in konjugierten Ebenen, bezogen auf die Brennpunkte	27
§ 17. Die konjugierten Schnittweiten, bezogen auf die Hauptpunkte	28
§ 18. Der Satz von Lagrange für ein beliebiges zentriertes System	29
§ 19. Das Winkelverhältnis	30
§ 20. Der Maßstab für konjugierte Ebenen, bezogen auf die Hauptpunkte	32
§ 21. Satz über die Brennweiten	32
§ 22. Bilder sehr entfernter Objekte. Neue Definition der Brennweite	33
§ 23. Die Knotenpunkte	34
§ 24. Kombination zweier Systeme	34
§ 25. Linsen	37

	Seite
§ 26. Unendlich dünne Linsen	38
§ 27. Satz über unendlich dünne Linsen	40
§ 28. Konstruktion der durch dünne Linsen entworfenen Bilder	41

Kapitel III.

Dioptrie und Konvergenzrechnung 42

§ 29. Begriff der Brechkraft und der Dioptrie	42
§ 30. Brillenbezeichnungen	44
§ 31. Begriff der Konvergenz	44
§ 32. Brechkraft und Vergenzen für ein beliebiges zentriertes System von Kugelflächen	47
§ 33. Zusammenfassung der Resultate für das Hauptpunktsystem	50
§ 34. Brennpunktvergenzen	61
§ 35. Knotenpunktvergenzen	61
§ 36. Die Krümmung der Bilder	65

Kapitel IV.

Strahlenbegrenzung. Scharfe und unscharfe Abbildung. Tiefe . 68

§ 37. Die Strahlenbegrenzung	68
§ 38. Bestimmung der Aperturblende	70
§ 39. Satz über die Ein- und Austrittspupille zentrierter Systeme	70
§ 40. Vollständige Vergenzen	72
§ 41. Die unscharfe Abbildung	73
§ 42. Tiefe	74

Kapitel V.

Der endliche Strahlengang 75

§ 43. Die sphärische Aberration	75
§ 44. Der Astigmatismus und die erste Form des astigmatischen Strahlenbündels	77
§ 45. Torische Flächen	78
§ 46. Die zweite Form des astigmatischen Bündels	79
§ 47. Die graphische Darstellung des Astigmatismus	80
§ 48. Die Orthoskopie eines Systems	83
§ 49. Sinusbedingung	84
§ 50. Fall ferner Objekte	85
§ 51. Satz über die Sinusbedingung	86
§ 52. Spezielle Fälle	87

Spezieller Teil.

Kapitel VI.

Das menschliche Auge 91

§ 53. Beschreibung des menschlichen Auges	91
§ 54. Begriff der Emmetropie und die Netzhautbildgröße emmetropischer Augen	93

	Seite
§ 55. Emmetropie und Ametropie	95
§ 56. Refraktionsänderungen des Auges durch vorgeschaltete Gläser	97
§ 57. Kombination von Auge und Brillenglas	100
§ 58. Netzhautbildgröße des bewaffneten ametropischen Auges	103
§ 59. Krümmungametropie und Achsenametropie	104
§ 60. Gesichtswinkel	106
§ 61. Akkommodation	108
§ 62. Emmetropische und ametropische Presbyopie	110
§ 63. Der vordere Brennpunkt als Ausgangspunkt für die Zählung und die Akkommodationsbreite des bewaffneten Auges	113
§ 64. Die Akkommodationsleistung der Kristalllinse im Vergleich zu der des ganzen Auges	116
§ 65. Die E.P. und die A.P. des Auges	118
§ 66. Die Tiefe des Auges	118

Kapitel VII.

Allgemeine Theorie der optischen Instrumente 120

§ 67. Das Sehen durch optische Instrumente zu visuellem Gebrauch	120
§ 68. Die Lage der E.P. u. A.P. bei einem Instrument, das aus zwei dünnen Linsen besteht, die sich an den Enden einer undurchsichtigen Röhre befinden	122
§ 69. Die Fundamentalgleichungen für die optischen Instrumente	127
§ 70. Die Vergrößerung optischer Instrumente	128
§ 71. Einteilung der Instrumente zu visuellem Gebrauch	130
§ 72. Vergrößerung und Apertur für ein akkommodationsloses emmetropisches Auge	130
§ 73. Helligkeit der Bilder bei optischen Instrumenten	131

Kapitel VIII.

Die Lupe 134

§ 74. Die Lupe in Verbindung mit einem emmetropischen akkommodations- losen Auge	134
§ 75. Die Verantsysteme	134
§ 76. Die Lupe in Verbindung mit einem ametropischen Auge	136

Kapitel IX.

Fernrohre 139

§ 77. Allgemeine Eigenschaften	139
§ 78. Fall, daß die Objektivöffnung nicht die E.P. des Systems ist	140
§ 79. Das Fernrohr in Verbindung mit dem ametropischen akkommodationslosen Auge	141
§ 80. Das astronomische Fernrohr	142
§ 81. Das Kollektiv und die Okulare von Ramsden und Huyghens	144
§ 82. Das Kellnersche Okular	145
§ 83. Andere Formen astronomischer Okulare	147
§ 84. Das terrestrische Okular	148
§ 85. Prismenfernrohre. Allgemeines	149

	Seite
§ 86. Die Porroprismen	149
§ 87. Optische Prismen im allgemeinen	150
§ 88. Das Aufrichteprisma, das Pentagonprisma und das Amicische Prisma	151
§ 89. Prismen, welche vollständige Bildumkehrung erzeugen, ohne den Strahlengang zu knicken	152
§ 90. Das Prisma von Wirth und Dove	153
§ 91. Die Ausführungsformen der Prismenfernrohre	153
§ 92. Das abgekürzte Fernrohr von E. Busch in Rathenow	158
§ 93. Das holländische Fernrohr	158
§ 94. Die Helligkeit der Fernrohre	160
§ 95. Das Gesichtsfeld der Fernrohre	161
§ 96. Die holländischen Fernrohre der Firma Zeiß	162
§ 97. Zielfernrohre	163
§ 98. Umkehrsystem mit parallelem Strahlengang zwischen den Systembestandteilen	168
§ 99. Die beste Lage der Visierlinien	169
§ 100. Panoramafernrohre im allgemeinen und das Panoramafernrohr von C. P. Goerz	172
§ 101. Geschützaufsätze der Firma Zeiß in Jena	178
§ 102. Systeme, welche gleichzeitig den ganzen Horizont abbilden	181

Kapitel X.

Stereoskopie. Sehen durch Doppelfernrohre 184

§ 103. Grundbegriffe. Der Radius des stereoskopischen Sehens	184
§ 104. Der Radius des stereoskopischen Sehens bei vergrößerter stereoskopischer Basis und die totale Plastik	185
§ 105. Das Sehen durch Doppelfernrohre	186
§ 106. Neuere Stereoskope und Stereoskopaufnahmeobjektive	188

Kapitel XI.

Entfernungsmesser 192

§ 107. Entfernungsmesser. Allgemeines	192
§ 108. Koinzidenz- und Invertprinzip	194
§ 109. Der physiologische Grenzwinkel	195
§ 110. Beobachtungsfehler von Basisentfernungsmessern	195
§ 111. Die Entfernungsmesser der Aktiengesellschaft Hahn für Optik und Mechanik in Cassel	198
§ 112. Die Entfernungsmesser der Firma Zeiß	200
§ 113. Der Entfernungsmesser der optischen Anstalt C. P. Goerz, Aktiengesellschaft	215
§ 114. Entfernungsmessung mittels Tripelspiegels	219
§ 115. Tiefenwahrnehmung und Entfernungsmessung bei unokularer Beobachtung	222
§ 116. Der Stereokomparator nach Pulfrich	223
§ 117. Stereometer von Pulfrich	225

Kapitel XII.

Zystoskope 227

§ 118. Lage der E.P. und A.P. bei Zystoskopen	227
§ 119. Helligkeit der Zystoskope	230

	Seite
§ 120. Das Zystoskop der Firma Zeiß in Jena	231
§ 121. Das Zystoskop der Firma Louis u. H. Löwenstein in Berlin	231
§ 122. Andere Zystoskopformen	232

Kapitel XIII.

Das Mikroskop 234

§ 123. Das Mikroskop. Allgemeines	234
§ 124. Der Strahlengang im Mikroskop	235
§ 125. Brechkraft und Vergrößerung des ganzen Mikroskops	241
§ 126. Numerische Apertur des Mikroskops	242
§ 127. Die Abbesche Theorie der mikroskopischen Bilderzeugung	243
§ 128. Die Dunkelfeldbeleuchtung	245
§ 129. Der Spiegelkondensator von Heimstädt	246
§ 130. Der Paraboloidkondensator von Zeiß	247
§ 131. Der Kardiodkondensator von Siedentopf	248
§ 132. Der Spiegelkondensator von W. v. Ignatowsky	248
§ 133. Mikrophotographie mit ultraviolettem Licht	249
§ 134. Mikroprojektionssystem von Zeiß	250
§ 135. Die Ultramikroskopie	254

Kapitel XIV.

Die photographischen Objektive 258

§ 136. Allgemeines über photographische Objektive	258
§ 137. Die Tiefe photographischer Objektive	259
§ 138. Die photographische Tiefe bei nachheriger Vergrößerung	261
§ 139. Neuer Ausdruck für die Tiefe	262
§ 140. Die Helligkeit von Projektionssystemen und photographischen Objektiven	264
§ 141. Die naturgetreue photographische Abbildung	266
§ 142. Uebersicht über die modernen Typen photographischer Objektive	270
§ 143. Die Objektive der Firma Zeiß in Jena	271
§ 144. Photographische Objektive der Optischen Anstalt C. P. Goerz	277
§ 145. Die Objektive der Firma Voigtländer u. Sohn, A.-G.	281
§ 146. Das Teleobjektiv	283
§ 147. Moderne Teleobjektivkonstruktionen. Das Bis-Telar von Busch und das Magnar von Zeiß	287

Kapitel XV.

Ophthalmologische Optik 291

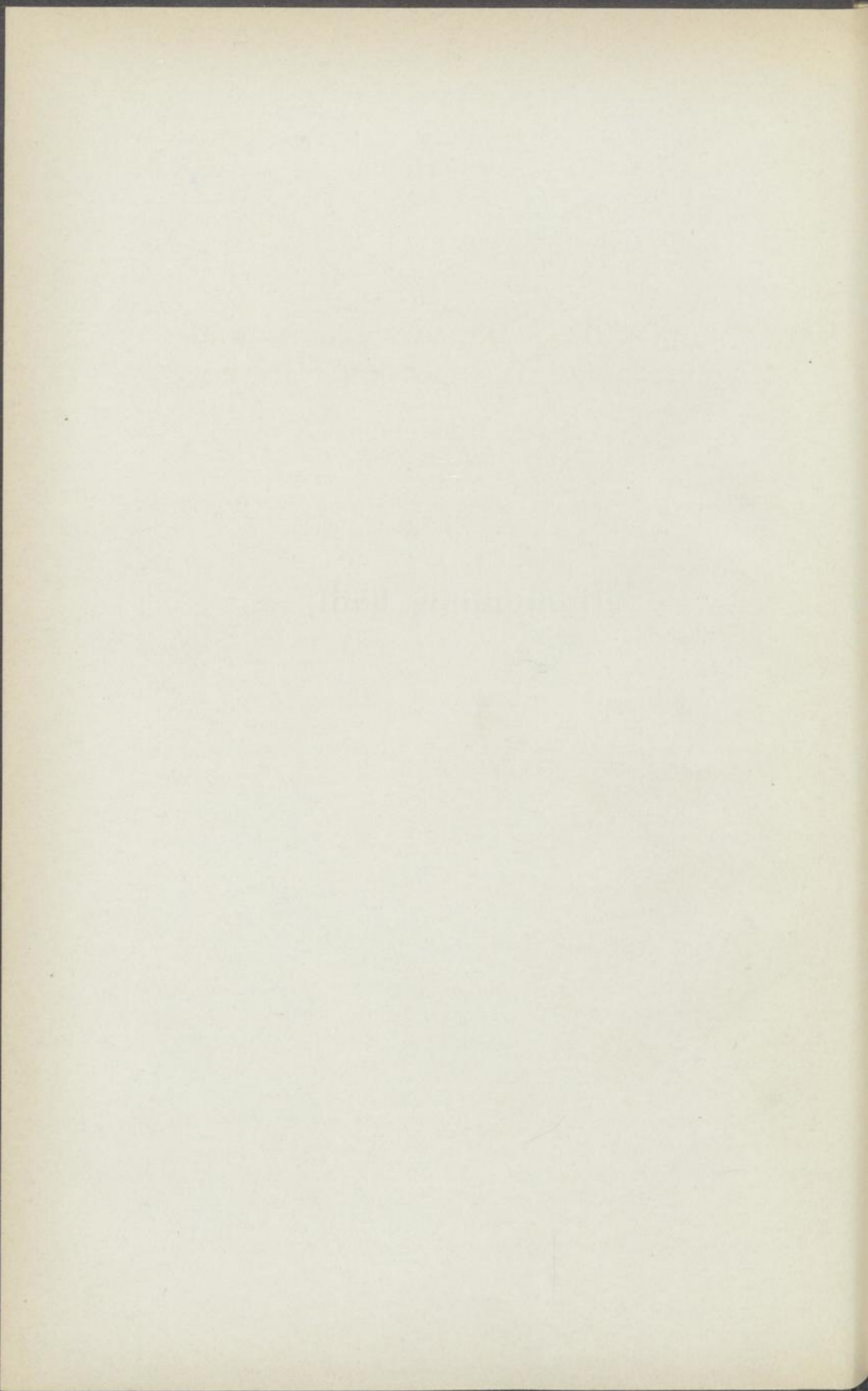
§ 148. Brillengläser. Allgemeines	291
§ 149. Achromatische Brillengläser von Zeiß	292
§ 150. Die deformierten Menisken der Firma Zeiß	293
§ 151. Die Doppelmenisken der Firma Zeiß	295
§ 152. Fernrohrbrillen	296
§ 153. Augenspiegel. Allgemeines	296
§ 154. Die Untersuchung im aufrechten Bilde	301
§ 155. Die Untersuchung im umgekehrten Bilde	302
§ 156. Satz über die Wirkung leuchtender Flächen und die Pupille als Fenster des Auges	303

	Seite
§ 157. Ueber die Bedingungen der Reflexfreiheit	305
§ 158. Der neuere Augenspiegel von Thorner	308
Kapitel XVI.	
Aplanatismus	
	310
§ 159. Kartesianische Systeme	310
§ 160. Die optische Länge	312
§ 161. Die Bedingungen für die kartesianische Abbildung	314
§ 162. Kartesianische Flächen	315
§ 163. Kartesianische Linsen	315
§ 164. Spezialfälle kartesianischer Linsen	316
§ 165. Aplanatische Umkehrsysteme	318
§ 166. Die aplanatischen Punkte der Kugelflächen und die aplanatischen Menisken erster Art	318
§ 167. Die aplanatischen Menisken zweiter Art	322
§ 168. Die semiaplanatischen Linsen der Firma Zeiß in Jena	323
§ 169. Die optischen Eigenschaften der Kardioide	326
§ 170. Verwendung aplanatischer Systeme	328
Alphabetisches Sachregister	329

Allgemeiner Teil.

Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

I



Kapitel I.

Grundbegriffe. Das Reflexions- und Brechungsgesetz. Dispersion. Prismen.

1. Einige Grundbegriffe.

Wenn von einer Stelle eines durchsichtigen isotropen Mediums, wozu z. B. die optischen Gläser und die Flüssigkeiten zu rechnen sind, eine Lichterregung ausgeht, so breitet sich dieselbe nach allen Richtungen mit konstanter Geschwindigkeit aus. Diese Geschwindigkeit ist für verschiedene Medien im allgemeinen verschieden. Bezeichnen wir sie mit v und nennen die Geschwindigkeit des Lichtes im leeren Raum v_0 , so ist

$$n = \frac{v_0}{v}$$

der Brechungsexponent des betreffenden Mediums. Für ein zweites Medium mit dem Brechungsexponenten n' und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v' gilt

$$n' = \frac{v_0}{v'}$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$\frac{n}{n'} = \frac{v'}{v}$$

Die Brechungsexponenten zweier Medien verhalten sich also umgekehrt wie die Lichtgeschwindigkeiten in diesen Medien. Ist die lichterregte Stelle sehr klein, so wollen wir sie als einen physischen leuchtenden Punkt bezeichnen. Die von diesem Punkt aus in Richtung des sich ausbreitenden Lichtes gezogenen Geraden nennen wir Lichtstrahlen. Längs der Lichtstrahlen breitet sich das Licht als Welle aus, indem jedes Teilchen des Mediums sehr kleine zur Fortpflanzungsrichtung senkrechte Schwingungen ausführt. Ist τ die Zeit einer Schwingung, λ die Länge einer Welle, so ist nach den Grundgesetzen der physikalischen Optik:

$$\lambda = v \cdot \tau.$$

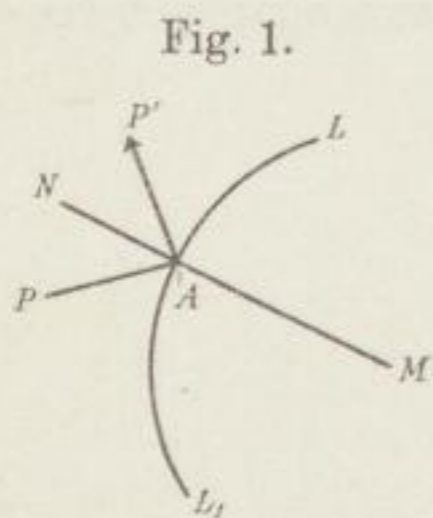
Die sich ausbreitende Lichterregung befindet sich in jedem Augenblick auf einer zu den Lichtstrahlen senkrechten Fläche, der sog. Wellenfläche, die also im vorliegenden Falle eine Kugel ist. Im weiteren Sinne nennen wir jeden Punkt, in dem sich Lichtstrahlen oder deren Verlängerungen schneiden, einen leuchtenden Punkt.

Den Inbegriff einander unendlich nahe verlaufender Strahlen nennen wir ein unendlich dünnes Strahlenbündel. Füllen die Strahlen einen endlichen Raum aus, so sprechen wir von einem endlichen Strahlenbündel.

Trifft ein Strahlenbündel auf die Grenzfläche zweier Medien, so hängt sein Verhalten von der Natur dieser Fläche ab. Ist das zweite Medium undurchsichtig und die Grenzfläche rauh, so werden die Strahlen von der getroffenen Stelle nach allen Richtungen hin zurückgeworfen (unregelmäßige oder diffuse Reflexion), ist die Grenzfläche dagegen glatt, so werden die Strahlen nach dem Reflexionsgesetz (regelmäßige Reflexion) zurückgeworfen. Ist das zweite Medium durchsichtig, so wird ein Teil des Lichtes regelmäßig reflektiert, ein anderer dringt nach dem Brechungsgesetz in das zweite Medium ein.

2. Das Reflexionsgesetz.

Der einfallende und der reflektierte Strahl bilden mit der Flächennormalen (Einfallslot) im Treffpunkt gleiche Winkel und die durch die beiden Strahlen hindurchgelegte Ebene enthält die Flächennormale (Einfallsebene und Reflexionsebene fallen zusammen).



Es falle die Reflexionsebene mit der Papier-ebene zusammen; dann sei in Fig. 1 LL_1 die Spur der reflektierenden Fläche innerhalb dieser Ebene.

Ein von P ausgehender Strahl treffe die Fläche in A. Die Normale in A sei MAN. Der reflektierte Strahl sei AP'. Dann ist also zufolge des Reflexionsgesetzes:

$$\sphericalangle PAN = \sphericalangle P'AN.$$

Ueber die weiteren Folgerungen aus dem Reflexionsgesetz vgl. des Verfassers Lehrbuch der geometrischen Optik. Leipzig 1902, S. 46—66.

Als Folgerung aus dem Reflexionsgesetz heben wir folgendes hervor:

Alle von einem leuchtenden Punkt P auf einen Planspiegel fallenden Strahlen werden so reflektiert, als kämen sie von einem Punkte P', der ebensoweit hinter dem Spiegel liegt als P vor demselben.

P' nennen wir den zu P gehörigen Bildpunkt, der, weil nicht wirk-

lich vorhanden, als virtuell bezeichnet wird, im Gegensatz zu denjenigen reellen Bildpunkten, die als Schnittpunkt von Strahlen wirklich vorhanden sind.

3. Das Brechungsgesetz.

Der einfallende und gebrochene Strahl bilden verschiedene Winkel i und i' mit der Flächennormalen im Treffpunkt und die durch den einfallenden und gebrochenen Strahl hindurchgelegte Ebene enthält die Flächennormale (Einfallsebene und Reflexionsebene fallen zusammen). Ist n der Brechungsexponent des ersten und n' der des zweiten Mediums, so ist ferner:

$$n \sin i = n' \sin i' \quad (\text{Brechungsgesetz}) \quad (1)$$

Wählen wir die Papierebene als Einfallsebene, so ist also in Fig. 2 LL_1 die Spur der brechenden Fläche in dieser Ebene, welche auch zugleich Brechungsebene ist. Der einfallende Strahl ist PA , der gebrochene AP' ; die Flächennormale NAM liegt also ebenfalls in dieser Ebene und es ist

$$\sphericalangle PAN = i \quad P'AM = i'.$$

Einfallswinkel i und Brechungswinkel i' werden also von verschiedenen Seiten der Normale gerechnet. Ist $n' > n$, so ist $i' < i$ und ist $n' < n$, so ist $i' > i$.

4. Totale Reflexion.

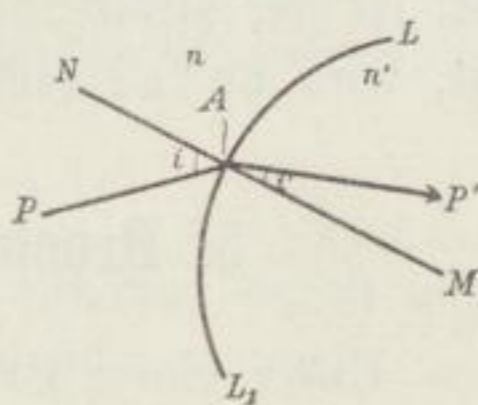
Ist in der Gleichung $n \sin i = n' \sin i'$ n größer als n' , so kann der Fall eintreten, daß für gewisse Einfallswinkel i gar keine Brechungswinkel i' mehr existieren; denn da ein Sinus nie größer als die Einheit sein darf, so ist der größte Winkel des austretenden Strahles mit dem Einfallslot durch die Gleichung $\sin i' = 1$ bestimmt, was einem Winkel $i' = 90^\circ$ entspricht. In diesem Falle liefert das Brechungsgesetz:

$$\sin i = \frac{n'}{n}.$$

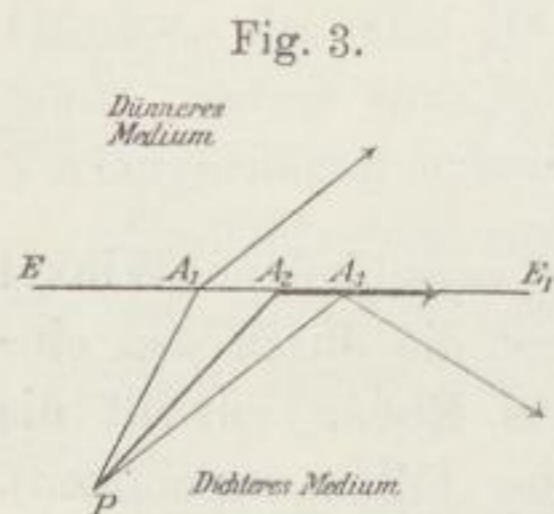
Den so bestimmten Winkel i nennt man den Grenzwinkel der totalen Reflexion. Trifft z. B. ein im Glase von Brechungsexponenten $n = \frac{3}{2}$ verlaufender Strahl auf eine ebene an Luft grenzende Fläche ($n' = 1$), so liefert die obige Gleichung:

$$\sin i = \frac{2}{3},$$

Fig. 2.



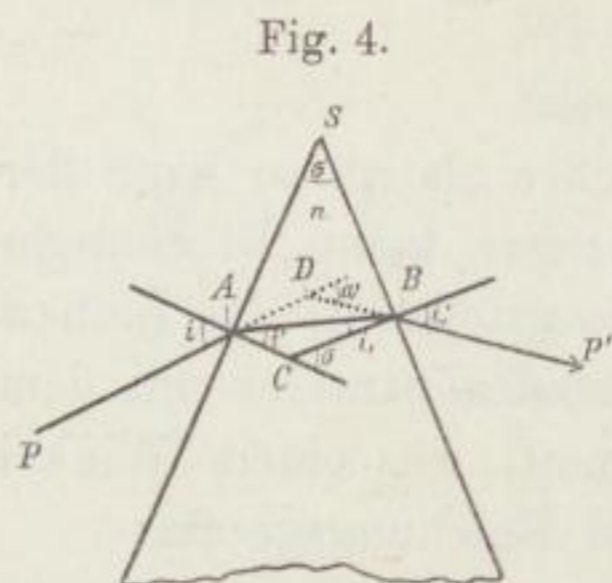
woraus $i = 41^\circ 49'$ folgt. Der diesem Winkel entsprechende austretende Strahl verläuft innerhalb der ebenen Begrenzungsfläche und wird der streifende Strahl genannt. Strahlen, welche im Glase verlaufend noch schiefer auf die Grenzfläche fallen, werden in das Glas zurückreflektiert und heißen totalreflektierte Strahlen.



In Fig. 3 sei P ein Punkt im Glase, das durch die Trennungsfläche EE_1 gegen Luft abgegrenzt ist. Der Strahl PA_1 tritt gebrochen in Luft aus, der Strahl PA_2 , für den $i = 41^\circ 49'$ ist, ist der streifende und der Strahl PA_3 , für den i größer als $41^\circ 49'$ ist, wird total reflektiert.

5. Brechung des Lichtes durch ein Prisma.

Unter einem Prisma im Sinne der geometrischen Optik versteht man in neuerer Zeit ein brechendes Medium, das von ebenen Flächen begrenzt wird. Im besonderen versteht man darunter ein Medium, das von zwei Ebenen begrenzt wird. Die gerade Linie, in der sich diese Ebenen schneiden, heißt die Kante, der Neigungswinkel der beiden Ebenen der brechende Winkel und ein zur Kante senkrechter Schnitt ein Hauptschnitt. Ein im Hauptschnitt verlaufender einfallender Strahl verbleibt auch nach der Brechung in demselben, weil



das im Treffpunkt errichtete Einfallslot im Hauptschnitt liegt. In Fig. 4 sei ein Hauptschnitt eines Prismas vom Brechungsexponenten n dargestellt, das von Luft umgeben sei, deren Brechungsexponent gleich der Einheit gesetzt werden kann¹⁾.

In Fig. 4 sei S der Punkt, in dem die Kante einen Hauptschnitt (die Papierebene) durchstößt. Ein von P ausgehender im Hauptschnitt verlaufender Strahl $PABP'$ bilde an der ersten Fläche die Winkel i und i' , an der zweiten die Winkel i_1 und i_1' mit den bezüglichen Einfallsloten, die sich in C schneiden. Setzt man den brechenden Winkel $ASB = \sigma$ und bezeichnet den Winkel, den der eintretende und austretende Strahl entsprechend verlängert bei D miteinander bilden, als Totalablenkung ω , so kann man aus der Fig. 4 sofort die Beziehungen ablesen:

¹⁾ Der Brechungsexponent der Luft ist 1,00029.

$$\sigma = i' + i_1 \quad (2)$$

$$\omega = i + i_1' - \sigma \quad (3)$$

Ferner ist zufolge des Brechungsgesetzes:

$$\sin i = n \sin i' \quad (3a)$$

$$n \sin i_1 = \sin i_1' \quad (4)$$

Durchläuft ein Strahl das Prisma symmetrisch, so daß also $i = i_1'$ und $i' = i_1$ ist, so wird die Totalablenkung ω ein Minimum (vgl. Gleichen, Lehrbuch der geometrischen Optik. Leipzig 1902, S. 33).

Sind Einfallswinkel und Brechungswinkel eines Strahles sehr klein, so kann man die Sinusse im Brechungsgesetz mit den Bögen vertauschen. Die letzten beiden Gleichungen lassen sich in diesem Falle schreiben:

$$i = ni' \quad \text{und} \quad ni_1 = i_1'$$

und man hat sofort mittels der Gleichungen (2) und (3), aus denen auch hervorgeht, daß in diesem Falle auch σ und ω klein sein müssen:

$$\omega = (n - 1)\sigma \quad (5)$$

Aufgabe 1: Ein Prisma hat den brechenden Winkel $\sigma = 3^\circ$ und den Brechungsexponenten $n = 1,62$. Wie groß ist die Totalablenkung?

Lösung: Zuzufolge Gleichung (5) wird $\omega = 0,62 \cdot 3^\circ = 1,86^\circ = 1^\circ 52'$.

Durchläuft ein Strahl mehrere Prismen, so ist ersichtlich die ganze Totalablenkung gleich der Summe der durch die einzelnen Prismen erzeugten Totalablenkungen. Entgegengesetzt gelegene brechende Winkel sind mit umgekehrten Vorzeichen einzuführen.

6. Planparallele Platten.

Ist der brechende Winkel σ eines Prismas der Null gleich, so erhalten wir eine planparallele Platte.

Gleichung (2) liefert alsdann $i' = -i_1$ und Gleichung (3a) und (4) $i = -i_1'$, woraus zufolge Gleichung (3) sich $\omega = 0$ ergibt.

Eine planparallele Platte verändert also die Richtung eines sie durchdringenden Strahles nicht; dagegen verleiht sie ihm bei schiefem Einfall eine Seitenverschiebung.

7. Die Dispersion des Lichtes.

Der Brechungsexponent eines Mediums ändert sich mit der Farbe des Lichtes.

Das weiße Licht ist, wie die physikalische Optik lehrt, ein Gemisch

von verschiedenen Farben, von denen jede einen anderen Brechungsexponenten hat. Durch die Brechung wird ein Bündel weißer Lichtstrahlen in eine Anzahl farbiger Lichtbündel aufgelöst. Diese Erscheinung heißt *Dispersion*. Verwendet man als brechenden Körper ein Prisma und läßt weißes Licht durch einen zur brechenden Kante parallelen Spalt auf das Prisma fallen, so wird dieses Licht durch die Brechung in einen Farbenfächer aufgelöst, der als besonders in die Augen fallende Farben: rot, orange, gelb, grün, blau, indigo-violett entsprechend dem aufsteigenden Brechungsexponenten zeigt. Fängt man den Farbenfächer an irgend einer Stelle auf einem weißen Schirm auf oder beobachtet ihn mittels eines optischen Instrumentes, so sieht man ein gestreiftes Farbenband, das sog. *Spektrum*, dessen farbige, dem Spalt parallele Streifen die obige Reihenfolge der Farben zeigen. Das vom Lichte der Sonne entworfene Spektrum ist von einer großen Anzahl feiner, dunkler, dem Spalt paralleler Linien durchzogen, welche immer, von welchem brechenden Medium auch das Spektrum erzeugt werde, bei derselben Farbe auftreten und sich infolgedessen zur zahlenmäßigen Bestimmung der Farbe besonders eignen (*Fraunhofersche Linien*). Das Licht fester glühender Körper, wozu auch das Sonnenlicht gehört, liefert ein kontinuierliches Spektrum, während z. B. das Licht glühender Dämpfe eine Anzahl getrennter, meist verschieden gefärbter Linien liefert. Die wichtigsten Fraunhoferschen Linien werden mit den Buchstaben A bis H bezeichnet, die sich über das sichtbare Spektrum vom roten nach dem violetten Ende hin verteilen.

Für die Theorie der optischen Instrumente ist besonders die Dispersion derjenigen Glassorten wichtig, welche in neuerer Zeit in großer Anzahl und mit recht verschiedenen Eigenschaften hergestellt werden. Die Glasschmelzerei von Schott und Genossen in Jena benützt zur Bestimmung der Brechungsexponenten folgende Linien glühender Dämpfe, die sich mittels künstlicher Lichtquellen herstellen lassen, so daß man also bei der betreffenden Bestimmung das Sonnenlicht entbehren kann:

1. Die rote Kalilinie A', welche sehr nahe mit der Fraunhoferschen Linie A zusammenfällt.
2. Die gelbe Natrondoppellinie, welche mit der Fraunhoferschen D-Linie zusammenfällt.
3. Die drei hellen Linien des Wasserstoffspektrums, von denen die beiden ersten mit den Fraunhoferschen Linien C und F identisch sind, und die dritte, welche mit G' bezeichnet wird, der Fraunhoferschen Linie G sehr nahe liegt.

Die von Prismen mit gleichen brechenden Winkeln, aber aus verschiedenen Glassorten entworfenen Spektren sind im allgemeinen einander weder kongruent noch ähnlich.

Unter dem mittleren Brechungsindex versteht man den der D-Linie, welcher in folgendem bei Angabe von Brechungsindex immer gemeint ist, wenn keine weiteren Angaben gemacht sind.

Unter mittlerer Dispersion versteht man das Intervall der Brechungsindex n_F und n_C der F- und C-Linie, d. h. die Differenz

$$dn = n_F - n_C.$$

Gläser mit verhältnismäßig kleinem n_D und kleinem dn werden als Krongläser, solche mit großem n_D und großem dn als Flintgläser bezeichnet. Doch gibt dieses Verhalten keine strenge Trennung der betreffenden Glasflüsse, da in neuerer Zeit auch Gläser mit verhältnismäßig hohem n_D und niedrigen dn hergestellt werden (Bariumkrongläser).

In dem Fabrikationsverzeichnis von Schott und Genossen sind die Gläser nach der Größe

$$v = \frac{n_D - 1}{n_F - n_C}$$

geordnet, die man als den reziproken Wert der relativen Dispersion bezeichnet. Außer den Werten von n_D sind in diesem Verzeichnis noch die Werte der Größen

$$\frac{n_D - n_A'}{n_F - n_C}, \quad \frac{n_F - n_D}{n_F - n_C}, \quad \frac{n_G' - n_F}{n_F - n_C}$$

angegeben.

Von den letzteren Größen hängt das sog. sekundäre Spektrum ab. Vgl. darüber: Gleichen, Lehrbuch der geom. Optik S. 207 und Vorlesungen über photographische Optik. Leipzig 1905, S. 51 u. f.

8. Dispersion eines Prismas mit kleinem brechendem Winkel.

Betrachten wir noch einmal Fig. 4 und fassen PA als einen weißen Lichtstrahl auf. Bei A löst sich derselbe infolge der Dispersion in eine Reihe von Farbenstrahlen auf. Der gezeichnete Strahlenweg ABP' möge dem Licht der D-Linie entsprechen, dann verläuft der Strahl der C-Linie oberhalb, der der F-Linie unterhalb des gezeichneten Strahles. Zufolge Gleichung (5) erhält der erstere eine Ablenkung gleich $(n_C - 1)\sigma$ der andere $(n_F - 1)\sigma$ gegen den einfallenden Lichtstrahl PA, und die Strahlen der C- und F-Linie werden nach dem Austritt aus dem Prisma einen Winkel $d\omega$

$$d\omega = (n_F - 1)\sigma - (n_C - 1)\sigma = (n_F - n_C)\sigma = dn\sigma \quad . \quad . \quad (6)$$

miteinander bilden.

Aufgabe 2: Welchen Winkel bilden die Strahlen der C- und F-Linie miteinander nach der Brechung durch ein Prisma aus Flint 0,103 mit einem brechenden Winkel von 5° ?

Lösung: Hier ist gemäß dem Produktionsverzeichnis von Schott und Genossen $n_F - n_C = 0,017$, also ist $d\omega = 0,017 \cdot 5^\circ = 5,1'$.

9. Achromatische Prismen.

Hat man zwei Prismen mit entgegengesetzt gerichteten brechenden Winkeln (Fig. 5) und unterscheidet man die auf das erste resp. zweite Prisma bezüglichen Größen durch Indices 1 und 2, so hat man, da jetzt die Totalablenkung $d\omega$ der Kombination gleich der Differenz der Totalablenkungen der einzelnen Prismen ist, gemäß Gleichung (5), wenn die brechenden Winkel mit σ_1 und σ_2 bezeichnet werden:



$$d\omega = \sigma_1 dn_1 - \sigma_2 dn_2 \quad (7)$$

Wird $d\omega = 0$, so treten die der F- und C-Linie entsprechenden Strahlen einander parallel aus und auch die Strahlen der anderen Fraunhoferschen Linien, insbesondere der D-Linie, werden dann annähernd parallel, so daß keine merkbare Farbenzerstreuung auftritt. Man nennt in diesem Falle die Prismen achromatisch. Gleichung (7) liefert alsdann

$$\sigma_1 dn_1 - \sigma_2 dn_2 = 0 \quad (8)$$

Der der D-Linie entsprechende mittlere Strahl wird [vgl. Gleichung (5) § 5] in diesem Falle um einen kleinen Betrag $\Delta\omega$ abgelenkt, für den man hat:

$$\Delta\omega = (n_1 - 1)\sigma_1 - (n_2 - 1)\sigma_2 \quad (9)$$

wo sich n_1 und n_2 auf die D-Linie beziehen.

Gleichung (9) kann man auch schreiben:

$$\Delta\omega = \nu_1 dn_1 \sigma_1 - \nu_2 dn_2 \sigma_2 \quad (10)$$

Aus (8) und (10) folgt:

$$\sigma_1 = \frac{\Delta\omega}{dn_1(\nu_1 - \nu_2)}$$

$$\sigma_2 = \frac{\Delta\omega}{dn_2(\nu_1 - \nu_2)},$$

wodurch die brechenden Winkel σ_1 und σ_2 bestimmt sind, welche eine vorgeschriebene Totalablenkung $\Delta\omega$ erzeugen.

Aufgabe 3: Aus Kron 0,60 und Flint 0,103 soll eine chromatische Prismenkombination berechnet werden, welche den mittleren Strahl um 3° ablenkt. Wie groß sind die brechenden Winkel?

Lösung: Die Gruppe $dn = n_F - n_C$ ist für Kron $0,60 = 0,0086$, für Flint $0,103 = 0,0171$. Ferner ist $\nu_2 - \nu_1 = 60,2 - 36,2 = 24$.

Also hat man:

$$\sigma_1 = \frac{3^\circ}{0,0086 \cdot 24} = 14^\circ 32,1'$$

$$\sigma_2 = \frac{3^\circ}{0,0171 \cdot 24} = 7^\circ 18,6'$$

—————

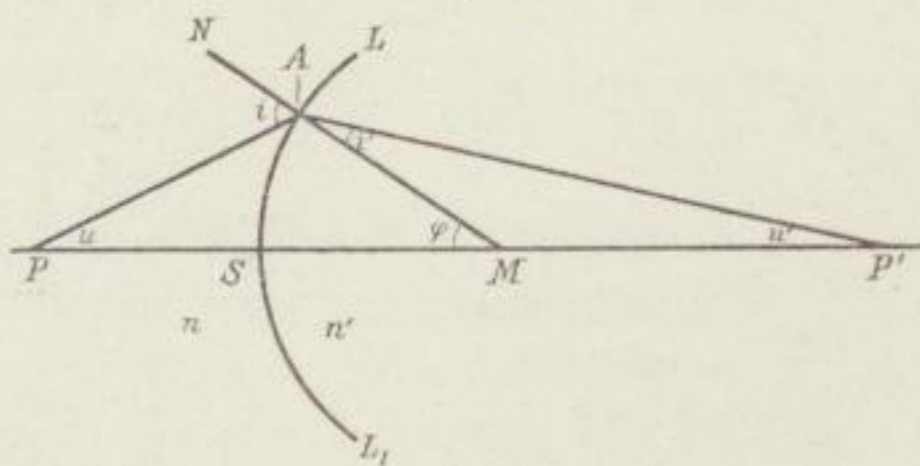
Kapitel II.

Abbildung durch zentrierte Systeme von Kugelflächen im paraxialen Gebiet.

10. Brechung durch eine Kugelfläche.

Wir wollen jetzt die Erscheinungen beim Uebertritt des Lichtes aus einem Medium mit dem Brechungsexponenten n in ein anderes vom Brechungsexponenten n' untersuchen, wenn diese beiden Medien durch eine Kugelfläche voneinander getrennt sind. Die sich hierbei ergebenden Gesetze sind deshalb von besonderer Wichtigkeit, weil die meisten optischen Systeme und auch das des Auges im wesentlichen aus derartig brechenden und verschiedene Medien trennenden Flächen zusammengesetzt sind. Sei in Fig. 6 LL_1 die brechende Fläche und legen wir durch deren Mittelpunkt M eine Gerade, die wir als optische Achse bezeichnen. Auf der letzteren befinde sich im Objektraum mit dem Brechungsexponenten n ein strahlender Punkt P . Einer der von P ausgehenden Strahlen treffe die Kugelfläche im Punkte A . Die Gerade MAN ist das zu PA gehörige Einfallslot. Eine durch die drei Punkte PMA gelegte Ebene

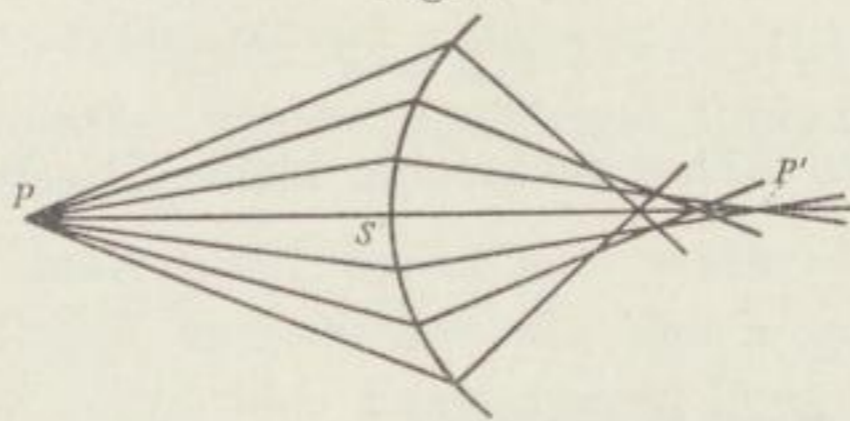
Fig. 6.



ist die Einfallsebene. Diese letztere ist in der Figur allein dargestellt, und in ihr muß nach dem Brechungsgesetz auch der gebrochene Strahl verlaufen. Der letztere möge die optische Achse im Punkt P' schneiden; er ist also durch die Gerade AP' dargestellt. Der Einfallswinkel ist PAN , der Brechungswinkel $M A P'$. Nehmen wir an, die Lage des Punktes P , sowie seine Neigung APM zur Achse wären gegeben, so gelingt es ohne Mühe, mit Hilfe der Trigonometrie die Lage des Punktes P'

festzustellen. Führt man diese Rechnung für eine große Anzahl von vom Punkte P unter verschiedenen Neigungen ausgehenden Strahlen aus, so erhält man für die gebrochenen Strahlen ein System, wie es durch Fig. 7 dargestellt ist. Denkt man sich noch dieses System von Strahlen rotierend um die optische Achse, so erkennt man, daß die sämtlichen von P ausgehenden und durch die Fläche gebrochenen Strahlen nicht mehr durch einen einzigen Punkt hindurchgehen, sondern eine leuchtende Fläche mit einer Spitze P' umhüllen, in welcher letzterer sich die Strahlen allerdings sehr stark zusammendrängen. Die beim Planspiegel vorhandene Eigenschaft, daß alle von einem Punkt im Objektraum ausgehenden Strahlen sich streng wieder nach der Brechung in einem einzigen Punkte schneiden oder doch von einem solchen herzukommen scheinen, ist also hier nicht mehr gültig. An Stelle eines Bildpunktes erscheint vielmehr ein Durcheinander von Strahlen, indem z. B. die weit von der Achse entfernten Strahlen nach der Brechung die Achse in einem dem Scheitel S näher gelegenen Punkte treffen als die in der Achsennähe verlaufenden Strahlen.

Fig. 7.



Abweichungen der letzteren Art bezeichnet man als sphärische Aberrationen. Die letztere stellt einen Mangel der Brechung durch optische Systeme dar, an dessen Beseitigung seit über 100 Jahren die rechnenden Optiker, allerdings mit hervorragendem Erfolge, gearbeitet haben. Durch passende Wahl von hintereinander gereihten Gläsern von verschiedenen Brechungs-exponenten und unter Verwendung entsprechend berechneter Flächenkrümmungen hat man diesen Fehler bei optischen Systemen in weitem Maße behoben, so daß sämtliche in den Bildraum austretenden Strahlen nahezu durch denselben Achsenpunkt hindurchgehen. Das menschliche Auge, welches ja im wesentlichen ein System zentrierter brechender Flächen darstellt, leidet ebenfalls, wenn auch in geringem Maße, an diesem optischen Mangel, und es ist ersichtlich, daß es keinen Sinn hätte, ein optisches System, das zum Gebrauch für das menschliche Auge bestimmt ist, besser zu korrigieren, als es das letztere selbst ist.

Wenn wir uns jedoch auf Strahlen beschränken, welche in großer Nähe der Achse verlaufen, so verschwindet die Erscheinung der sphärischen Aberration fast ganz und wir können die Forderung als erfüllt annehmen, daß alle von einem im Objektraum befindlichen Achsenpunkte

ausgehenden Strahlen sich wieder streng in einem Punkte des Bildraumes schneiden. Der um die optische Achse herumliegende fadenförmige Raum, der dieser letzteren Forderung entspricht, heißt das paraxiale Gebiet. Unter dieser Voraussetzung wollen wir jetzt die Lage des Punktes P' bestimmen und setzen zu diesem Zweck:

$$\begin{aligned} \sphericalangle NAP &= i \\ \sphericalangle MAP' &= i' \\ \sphericalangle APS &= u \\ \sphericalangle AMP &= \varphi \\ \sphericalangle AP'M &= u'; \end{aligned}$$

ferner:

$$\begin{aligned} SP &= a \\ SP' &= a' \\ AM &= r. \end{aligned}$$

Da wir die Winkel u , u' und φ als klein annehmen, so können wir setzen, indem wir den kleinen Kreisbogen

$$SA = s$$

als eine zur optischen Achse senkrechte kleine Strecke auffassen:

$$u = \frac{s}{a} \quad u' = \frac{s}{a'} \quad \varphi = \frac{s}{r} \quad \dots \quad (1)$$

Ferner gilt das Brechungsgesetz:

$$n \sin i = n' \sin i'.$$

Wegen der Kleinheit der Winkel i und i' können wir die Sinusse mit den Winkeln selbst (im Bogenmaß) vertauschen und erhalten

$$ni = n'i' \quad \dots \quad (2)$$

Wenden wir ferner den Satz vom Außenwinkel auf die Dreiecke PAM und $P'AM$ an, so erhält man sofort:

$$i = u + \varphi \quad \text{und} \quad i' = \varphi - u'$$

oder, wenn man diese Werte für i und i' in Gleichung (2) einsetzt:

$$n(u + \varphi) = n'(\varphi - u')$$

oder

$$n \cdot u + n\varphi = n'\varphi - n'u'$$

oder

$$nu + n'u' = n'\varphi - n\varphi$$

oder

$$n \cdot u + n'u' = \varphi \cdot (n' - n).$$

Setzt man in diese Gleichung die Werte für u , u' und φ aus (1) ein, so fällt die Größe s , als in allen Gliedern der Gleichung enthalten, heraus, und man erhält

$$\frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n' - n}{r} \dots \dots \dots (3)$$

Diese Gleichung wollen wir als die Fundamentalgleichung bezeichnen. Aus ihr kann man, wenn die Größe n , n' und r , die sog. Konstanten des Systems und außerdem noch die Entfernung a des leuchtenden Punktes P vom Scheitel S der brechenden Fläche gegeben sind, die Größe a' , die Entfernung des Bildpunktes vom Scheitel berechnen. Da in der Gleichung (3) keine Winkel enthalten sind, so ergibt sich a' unabhängig von den Winkeln u , u' , i , i' und φ . Das heißt aber nichts anderes, als daß der Punkt P' derselbe bleibt, welche Werte man z. B. dem Winkel u , wenn dieser nur klein bleibt, auch immer geben mag. Der letztere Satz sagt also auch aus, daß alle von P unter beliebigen (allerdings kleinen) Winkeln ausgehende Strahlen sich in einem einzigen Punkt, dem Bildpunkt P' schneiden. Hiermit haben wir eine rechnerisch gesicherte Definition für das paraxiale Gebiet gewonnen.

Einen Objektpunkt und seinen zugehörigen Bildpunkt bezeichnet man als konjugierte Punkte.

Wandert der Punkt P auf der Achse, während die Größen n , n' und r unverändert bleiben, so verändert sich auch a' gemäß Gleichung (3). Wir betrachten zwei Lagen der konjugierten Punkte P und P' näher.

1.) P befinde sich links in unendlicher Ferne; dann ist $a = \infty$ und $\frac{n}{a} = 0$. In diesem besonderen Falle hat P' eine Entfernung SP' vom Scheitel S , die wir die bildseitige oder hintere Brennweite nennen und mit dem Buchstaben f' bezeichnen. Den Punkt P' nennt man in diesem Falle den hinteren Brennpunkt und bezeichnet ihn mit F' . Gleichung (3) wird unter diesen Umständen:

$$\frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{r}.$$

Löst man diese Gleichung nach f' auf, so erhält man:

$$f' = \frac{n'r}{n' - n} \dots \dots \dots (4)$$

2.) Nähert sich der Punkt P der brechenden Fläche, so wird bei einer gewissen Entfernung PS desselben vom Scheitel S der Bildpunkt P' ins Unendliche gewandert sein. Die Entfernung PS nennen wir in diesem besonderen Falle die objektseitige oder vordere Brennweite und bezeichnen sie mit f . Punkt P heißt in diesem Falle vorderer Brennpunkt und wird mit F bezeichnet.

Zur Bestimmung von f hat man in Gleichung (3) $a' = \infty$ und $a = f$ zu setzen und erhält:

$$\frac{n}{f} = \frac{n' - n}{r}$$

oder

$$f = \frac{n \cdot r}{n' - n} \dots \dots \dots (5)$$

Wenn man die Gleichung (3) zunächst mit r multipliziert und alsdann mit $n' - n$ dividiert, so kann man ihr die Form geben:

$$\frac{n \cdot r}{n' - n} \cdot \frac{1}{a} + \frac{n' r}{n' - n} \cdot \frac{1}{a'} = 1 \dots \dots \dots (5a)$$

oder unter Berücksichtigung von Gleichung (4) und (5):

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1 \dots \dots \dots (6)$$

Dividiert man ferner noch die Gleichungen (4) und (5) durch einander, so erhält man:

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \dots \dots \dots (7)$$

und damit den Satz:

Die beiden Brennweiten einer brechenden Kugelfläche verhalten sich wie die beiden Brechungsexponenten.

Aufgabe 4: Das erste Medium sei Luft, das zweite Glas vom Brechungsexponenten $n' = 1,5$. Wo liegen die Brennpunkte?

Lösung: In diesem Falle ist $n = 1$.

Aus (4) folgt:

$$f' = \frac{1,5 r}{1,5 - 1} = 3 r$$

und aus (5):

$$f = \frac{r}{1,5 - 1} = 2 r.$$

Die vordere Brennweite ist also doppelt, die hintere deimal so groß als der Radius. Fig. 8 zeigt die Lage der Brennpunkte F und F' .

Aufgabe 5: Wo liegt das Bild eines 10 cm links von S gelegenen leuchtenden Punktes, wenn für die Medien Luft und Glas der Kugelradius den Wert 8 cm hat?

Lösung: In Gleichung (3) ist zu setzen: $n = 1$, $n' = 1,5$, $r = 8$ cm, $a = 10$, und man erhält:

$$\frac{1}{10} + \frac{1,5}{a'} = \frac{1,5 - 1}{8}$$

oder

$$\frac{1,5}{a'} = \frac{0,5}{8} - \frac{1}{10} = -\frac{3}{80}$$

$$a' = -40 \text{ cm.}$$

Aus dem negativen Vorzeichen schließen wir, daß das Bild virtuell ist und sich 40 cm links von S befindet.

Aufgabe 6: Das erste Medium sei Luft, das zweite (rechte) habe den Brechungsexponenten n , wo vereinigen sich achsenparallel auffallende Strahlen, wenn der Kugelradius = r gesetzt wird?

Lösung: Wir haben in Gleichung (4) zu setzen: $n = 1$ und $n' = n$.

Dann wird $f' = \frac{nr}{n-1}$. In der Entfernung f' rechts vom Scheitel liegt also der Brennpunkt.

Aufgabe 7: Das erste Medium habe den Brechungsexponenten n , das zweite sei Luft; auf die Kugelfläche vom Radius r falle konvergent ein Bündel Strahlen, dessen Vereinigungspunkt um r rechts vom Scheitel liege (Fig. 8). Wo entsteht der Bildpunkt?

Lösung: Hier ist in Gleichung (3) zu setzen:

$$n = n, n' = 1, a = -r,$$

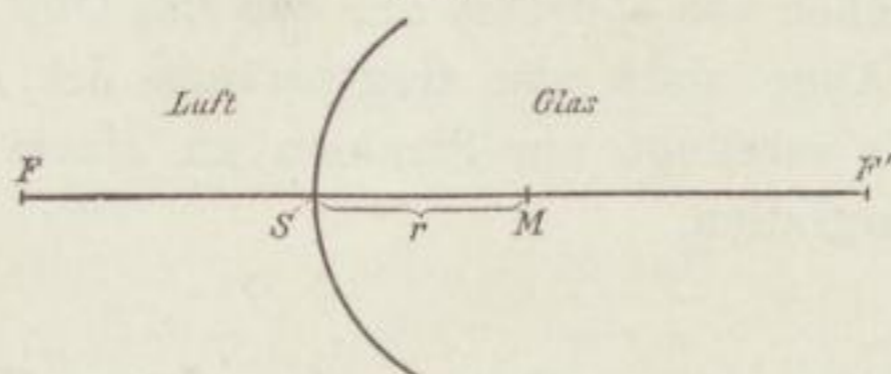
und man erhält:

$$-\frac{n}{r} + \frac{1}{a'} = \frac{1-n}{r} \quad \text{oder} \quad a' = r.$$

Objektpunkt und Bildpunkt fallen also im Mittelpunkt M zusammen.

Aufgabe 8: Wo liegt der Bildpunkt, wenn sich der leuchtende Punkt in dem Scheitel S (Fig. 8) der brechenden Fläche befindet?

Fig. 8.



Lösung: Hier ist $a = 0$. Schreibt man die Gleichung (6) in der Form

$$f \cdot a' + af' = aa',$$

so folgt sofort:

$$a'f = 0 \quad \text{oder} \quad a' = 0.$$

Objektpunkt und Bildpunkt fallen also im Scheitel zusammen.

Aufgabe 9: Das Menschaugenauge, aus dem die sog. Kristalllinse entfernt ist (aphakisches Auge), kann als aus einer einfachen brechenden

Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

*frei
Kugelfläche
Glas
Luft
alle Strahlen
fallen
auf
Mittelpunkt*

Fläche (Hornhaut) bestehend angesehen werden. Wie groß sind die Brennweiten eines derartigen Auges, wenn der Radius der Hornhaut $= 8$ mm und der Brechungsexponent des Augenmediums zu $\frac{4}{3}$ angenommen wird?

Lösung: In Gleichung (4) ist zu setzen: $n = 1$, $n' = \frac{4}{3}$, $r = 8$ mm und man hat:

$$f' = \frac{4 \cdot 8}{3 \cdot \left(\frac{4}{3} - 1\right)} = 32 \text{ mm.}$$

Die vordere Brennweite erhält man am einfachsten aus der Gleichung (7). Hiernach ist:

$$f = \frac{3}{4} \cdot f' = 24 \text{ mm.}$$

Aufgabe 10: Das aphakische Auge möge eine Länge von 22 mm haben. In welcher Entfernung sieht es die Objekte scharf?

Lösung: In Gleichung (3) ist zu setzen: $n = 1$, $n' = \frac{4}{3}$, $r = 8$ mm, $a' = 22$ mm. Man erhält:

$$\frac{1}{a} + \frac{4}{3 \cdot 22} = \frac{4}{3} - 1$$

oder

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{24} - \frac{2}{33}; a = -52,8 \text{ mm.}$$

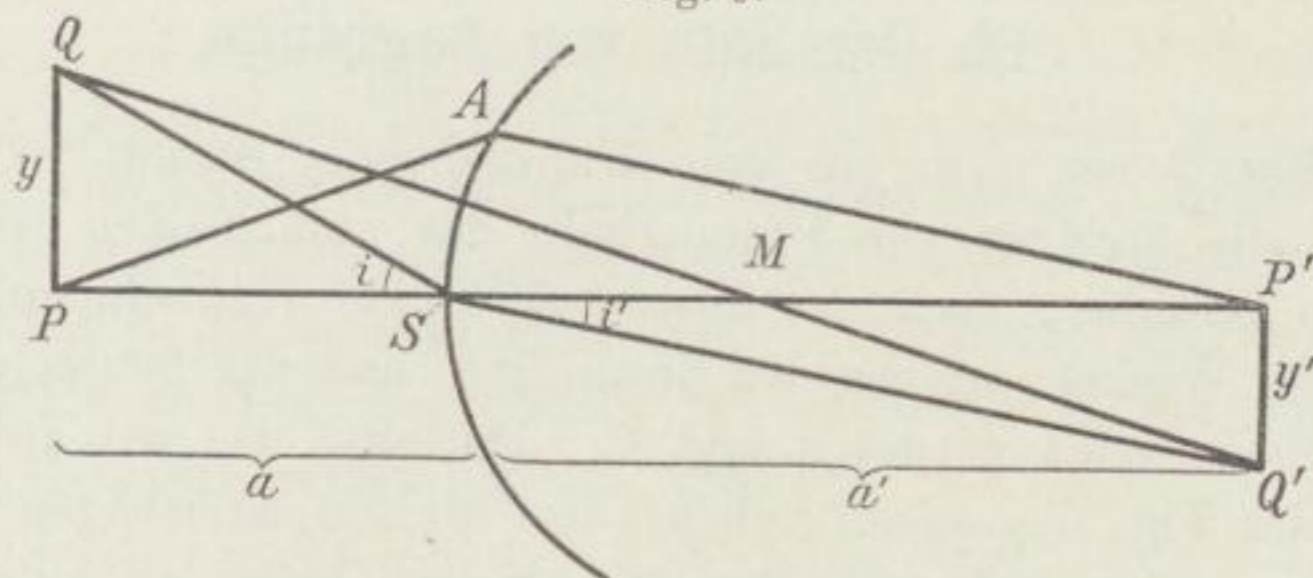
Das negative Zeichen von a deutet an, daß das Objekt rechts liegen muß. Das aphakische Auge sieht also Gegenstände der Außenwelt überhaupt nicht scharf. Es vereinigt nur Strahlen zu einem scharfen Bildpunkt, die konvergent auffallen.

11. Abbildung von achsensenkrechten Objekten durch eine brechende Fläche.

In Fig. 9 sei PQ ein achsensenkrecht Objekt von geringer Ausdehnung. Wie alle von P ausgehenden Parachialstrahlen in P' vereinigt werden, so gehen auch alle von Q entsandten nach der Brechung durch Q' , wo Q' das Bild von Q ist; denn legt man durch Q und den Mittelpunkt M der brechenden Fläche eine Gerade, so stellt diese ebenfalls eine optische Achse dar, welche mit Bezug auf den Punkt Q dieselbe Rolle spielt, wie die Achse PM für den Punkt P . Auf dieser

Achse muß also auch der Punkt Q' liegen und aus Symmetriegründen muß, wenn man wegen der Kleinheit von $PQ = y$ die Strecken MP und MQ als einander gleich ansieht, auch $MP' = MQ'$ sein.

Fig. 9.



Das Bild $P'Q' = y'$ des Objektes $PQ = y$ ist alsdann ebenfalls senkrecht zur optischen Achse. Die achsensenkrechten Ebenen, in denen sich das Objekt und das zugehörige Bild befinden, nennt man konjugierte Ebenen. Wählen wir von den sämtlichen von Q ausgehenden Strahlen denjenigen aus, der durch S geht, so muß auch dieser nach der Brechung durch Q' hindurchgehen. Es ist in diesem Falle $\sphericalangle QSP = i$ der Einfallswinkel und $\sphericalangle Q'SP' = i'$ der Brechungswinkel, und das Brechungsgesetz für kleine Winkel ist:

$$ni = n'i'$$

Aus den Dreiecken QPS und $Q'P'S$ folgt:

$$\frac{y}{a} = i \quad \text{und} \quad \frac{y'}{a'} = i'$$

und die vorige Gleichung wird:

$$\frac{n \cdot y}{a} = \frac{n' y'}{a'}$$

oder

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot a'}{n' \cdot a} \dots \dots \dots (8)$$

aus welcher Gleichung in Verbindung mit Gleichung (3) § 10 y' berechnet werden kann, wenn y , a und die Konstanten des Systems gegeben sind. Der Quotient $\frac{y'}{y} = \beta$ gibt zugleich den Ähnlichkeitsmaßstab in konjugierten Ebenen an.

Aufgabe 11: Für welche konjugierten Ebenen ist das Bild dem Objekt gleichgroß und gleichgerichtet?

Lösung: Wir haben in (8) $y' = -y$ zu setzen und erhalten: $na' = -n'a$. Die Substitution des hieraus gewonnenen Wertes von a'

in die mit $a \cdot a'$ multiplizierte Gleichung (5a) führt zu $a = a' = 0$. Die beiden betreffenden konjugierten Ebenen fallen im Linsenscheitel zusammen (Hauptebenen).

12. Der Satz von Lagrange.

In Fig. 9 sei noch ein von P ausgehender Strahl PA gezeichnet, der wie alle anderen von P innerhalb des paraxialen Gebietes ausgehenden Strahlen, nach der Brechung durch den Bildpunkt P' gehen muß. Die Winkel, welche der Strahl PA und der gebrochene mit der Achse bilden, seien wieder u und u' . Da man, wie wir dies schon bezüglich der Fig. 6 gesehen haben, den kleinen Kreisbogen $SA = s$ als eine kleine achsensenkrechte Strecke auffassen kann, so gelten auch jetzt die Gleichungen

$$u = \frac{s}{a} \quad \text{und} \quad u' = \frac{s}{a'}.$$

Setzt man die hieraus sich ergebenden Werte für a und a' in Gleichung (8) § 11 ein, so erhält man:

$$nuy = n'u'y' \quad \dots \dots \dots (9)$$

ein Satz, der zuerst von dem Mathematiker Lagrange aufgestellt ist, und der uns später noch wichtige Dienste leisten wird. In Worten:

Das Produkt aus Brechungsexponent, Objektgröße und Strahlenneigung zur optischen Achse bleibt infolge der Brechung an einer Fläche unverändert.

13. Zweiter Beweis für die Fundamentalgleichung.

In Fig. 9 muß ein von Q nach M gezogener Strahl durch Q' gehen, weil der Strahl QM senkrecht die Fläche durchschneidet und also keine Brechung erleidet. Nun ist ferner:

$$PM = a + r \quad P'M = a' - r.$$

Die Dreiecke PQM und P'Q'M sind ähnlich, denn $\sphericalangle QMP = \sphericalangle Q'MP'$ als Scheitelwinkel; außerdem sind die Winkel bei P und P' einander gleich als rechte. Man hat demnach:

$$\frac{y'}{y} = \frac{a' - r}{a + r} \quad \dots \dots \dots (9a)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit Gleichung (8), so wird

$$\frac{na'}{n'a} = \frac{a' - r}{a + r},$$

eine Gleichung, die umgeformt sofort zur Gleichung (3) § 10 führt.

14. Sinn und Größe der Flächenkrümmung. Die Reflexion als Spezialfall der Brechung.

Rückt der Mittelpunkt M der brechenden Fläche in Fig. 6 nach rechts, so wird der Radius größer, die Krümmung geringer. Verschwindet M rechts im Unendlichen, so muß der Teil der unendlich großen Kugel- fläche in der Umgebung des Scheitels S als eine Ebene aufgefaßt werden. Die beiden Medien vom Brechungsexponenten n und n' werden also jetzt durch eine bei S achsensenkrechte Ebene getrennt. Für $r = \infty$ liefert Gleichung (3) § 10, da jeder Bruch mit endlichem Zähler und unend- lich großem Nenner der Null gleich wird:

$$\frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = 0$$

oder

$$\frac{a'}{a} = - \frac{n'}{n} \dots \dots \dots (10)$$

und Gleichung (8) § 11 wird unter Berücksichtigung von (10)

$$\frac{y'}{y} = - 1 \quad \text{oder} \quad y' = - y.$$

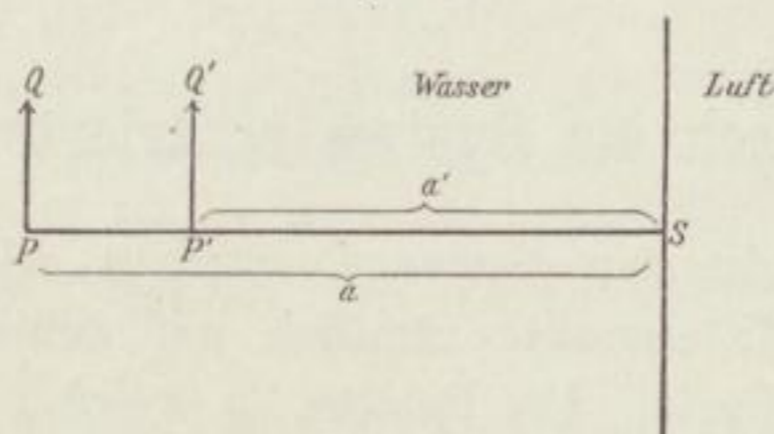
Setzen wir y als positiv, d. h. aufrecht, voraus, so besagt die letzte Gleichung, daß das Bild y' virtuell und ebensogroß wie das Objekt ist. Es tritt also keine Vergrößerung ein.

Aufgabe 12: Wo sieht ein in der Luft befindliches Auge einen Gegenstand, der sich 1 m unter dem Wasser befindet?

Lösung: Wir nehmen an, daß links Wasser ($n = \frac{4}{3}$) und rechts Luft ($n' = 1$) sei. Es ist ferner $a = 1$ m zu setzen. Dann liefert Gleichung (10):

$$a' = - \frac{3}{4} \text{ m} = - 75 \text{ cm.}$$

Fig. 10.



Das negative Vorzeichen bedeutet, daß das Bild links von S liegt. In Fig. 10 erscheint also Objekt PQ um die Strecke $PP' = 25$ cm dem Auge des Beobachters näher gerückt.

Liegt der Mittelpunkt M der brechenden Fläche links von S , so ändert sich der Sinn der Flächenkrümmung. Die Kugelfläche wendet dem ankommenden Licht nicht mehr die erhabene (konvexe), sondern die hohle (konkave) Seite zu. Um von dem Punkt S , dem Ausgangspunkt der Zählung, nach M zu gelangen, muß man sich also in entgegengesetzter Richtung bewegen, was dadurch berücksichtigt wird, daß man dem Radius entgegengesetztes, d. h. negatives Vorzeichen gibt. Es gilt also der Satz:

Flächen, die dem ankommenden Licht die konvexe Seite zuwenden, werden mit positivem, solche, die dem ankommenden Licht die konkave Seite zuwenden, mit negativem Vorzeichen in Rechnung gezogen.

Die sämtlichen für die Berechnung aus einer Fläche abgeleiteten Beziehungen stellen für

$$n = -n'$$

den Fall der Reflexion des Lichtes an einer Kugelfläche dar. Nur hat man zu beachten, daß man bei der Reflexion die bildseitigen Schnittweiten gewöhnlich positiv vom Scheitel der reflektierenden Fläche aus im entgegengesetzten Sinne des einfallenden oder, was dasselbe ist, in direkter Richtung des reflektierten Lichtes rechnet. Dem trägt man Rechnung, wenn man der Größe a' entgegengesetztes Vorzeichen gibt.

Will man z. B. die Beziehung der Schnittweiten für den Hohlspiegel hinschreiben, der aus einer reflektierenden Kugelfläche besteht, welche dem ankommenden Licht die hohle Seite zuwendet, so hat man in Gleichung (5a) die Größen n , a' und r , durch $-n'$, $-a'$ und $-r$ zu ersetzen und erhält:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{r} \quad \dots \quad (10a)$$

Ferner liefert Gleichung (8) für das Verhältnis von Bild und Objekt:

$$\frac{y'}{y} = \frac{a'}{a} \quad \dots \quad (11)$$

15. Abbildung durch ein System zentrierter Kugelflächen.

Unter einem zentrierten System verstehen wir ein System von Kugelflächen, deren Mittelpunkte sämtlich auf derselben Geraden, der sog. optischen Achse, liegen. Die Punkte, in welchen die optische Achse diese Kugelflächen durchstößt, heißen die Scheitel. Zwischen den aufeinander folgenden Kugelflächen denken wir uns optische Medien von verschiedenen Brechungsexponenten. Dabei kann auch das erste Medium einen anderen Brechungsexponenten haben als das letzte, und es ist also

nicht notwendig, daß das ganze System in Luft eingebettet ist. Zu derartigen zentrierten Systemen gehören z. B. Fernrohre, Mikroskope, Lupen, photographische Objektive und vor allen Dingen auch das Auge.

Wir haben gesehen, daß im paraxialen Gebiete alle Strahlen, die von einem Punkte des Objektraumes ausgehen, sich nach der Brechung an einer Kugelfläche streng in einem einzigen Punkte vereinigen. Es ist nun klar, daß, wenn die Strahlen, welche den Bildpunkt nach der Brechung an der ersten Fläche bilden, auf eine zweite Kugelfläche fallen, dieselbe Erscheinung eintreten muß, d. h. daß sich die Strahlen auch nach der wiederholten Brechung streng in einem Punkte schneiden werden. Dieses wird so oft eintreten, als brechende Kugelflächen vorhanden sind, und es wird also nach der letzten Brechung ein Bildpunkt zustande kommen, durch den alle diejenigen Strahlen hindurchgehen, welche von dem Objektpunkt im ersten Medium ausgegangen sind. Wir können also den Satz aussprechen:

Alle Paraxialstrahlen, die von einem Objektpunkt im ersten Medium eines zentrierten Systemes von Kugelflächen ausgehen, vereinigen sich nach der Brechung durch das System streng in einem Punkte, den wir als definitiven Bildpunkt oder als den zu dem ursprünglichen Objektpunkt konjugierten Punkt bezeichnen.

Wir haben ferner bei der Betrachtung der Lichtbrechung durch eine einzelne Kugelfläche gesehen, daß eine achsensenkrechte Ebene resp. alle in ihr vorhandenen strahlenden Punkte infolge der Brechung wiederum in achsensenkrechter Ebene abgebildet werden. Solche Ebenen haben wir schon früher als konjugierte bezeichnet. Dabei gewannen wir das Resultat, daß eine in der Objektebene vorhandene Figur in der konjugierten Bildebene ähnlich abgebildet wird, d. h. alle Winkel der Objektfigur blieben in der Bildfigur erhalten, und nur die Größe der Strecken änderte sich, und zwar in einer nur von der Lage der konjugierten Ebenen abhängigen Weise, so daß also bei demselben konjugierten Ebenenpaar die Aehnlichkeit über die ganze Ausdehnung der Ebenen hin erhalten blieb. Daß dieses letztere Verhalten auch bei einem beliebigen zentrierten System vorhanden sein muß, ist ohne weiteres klar, denn durch die erneute Abbildung durch eine weitere Fläche wird wieder eine konjugierte Ebene mit ähnlichen Bildern erzeugt, und es ändert sich nur der Maßstab der Vergrößerung. Wir haben also den Satz:

Eine achsensenkrechte Ebene im ersten Medium eines zentrierten Systems wird abgebildet in einer achsensenkrechten konjugierten Ebene des letzten Mediums, wobei die Objektfigur der Bildfigur ähnlich bleibt.

Wir fanden weiter als charakteristisch für die Abbildung einer einzigen Kugelfläche die Existenz zweier Brennpunkte und Brennebenen. Auch das jetzt in Frage kommende allgemeine System wird zwei Brennpunkte haben. Denn denkt man sich im ersten Medium ein Bündel achsenparalleler Strahlen, so werden dieselben, wie wir früher sahen, infolge der Brechung an der ersten Fläche sich in einem Punkt vereinigen. Dieser Punkt wird nun durch die zweite Fläche abgebildet usf., bis schließlich im letzten Medium ein Bildpunkt zustande kommt, der als Brennpunkt des ganzen Systems aufzufassen ist, da er alle die Strahlen in sich vereinigt, welche im ersten Medium achsenparallel verliefen. Ganz analog können wir auch die Existenz des anderen, sog. vorderen, im ersten Medium liegenden Brennpunktes nachweisen, wenn wir, Gebrauch machend von dem Prinzip der Umkehrbarkeit des Strahlenganges, ein Bündel achsenparalleler Strahlen uns im letzten Medium verlaufend und das System durchdringend vorstellen. Ein derartiges Bündel wird sich dann im ersten Medium in einem Achsenpunkte vereinigen, welcher als vorderer Brennpunkt anzusehen ist. Natürlich würde auch ein achsenparalleles Bündel, das von diesem Punkt im ersten Medium ausgeht, nach der Brechung durch das System im letzten Medium achsenparallel verlaufen. Vorderen und hinteren Brennpunkt bezeichnen wir auch jetzt wie früher mit F und F' . Achsensenkrechte Ebenen durch diese Punkte gelegt, heißen vordere und hintere Fokalebene. Die hintere Fokalebene oder die F' -Ebene ist konjugiert zu einer unendlich fernen Ebene des Objektraumes, während die vordere Fokalebene oder die F -Ebene konjugiert zu einer unendlich fernen Ebene im letzten Medium, d. h. im Bildraume, ist.

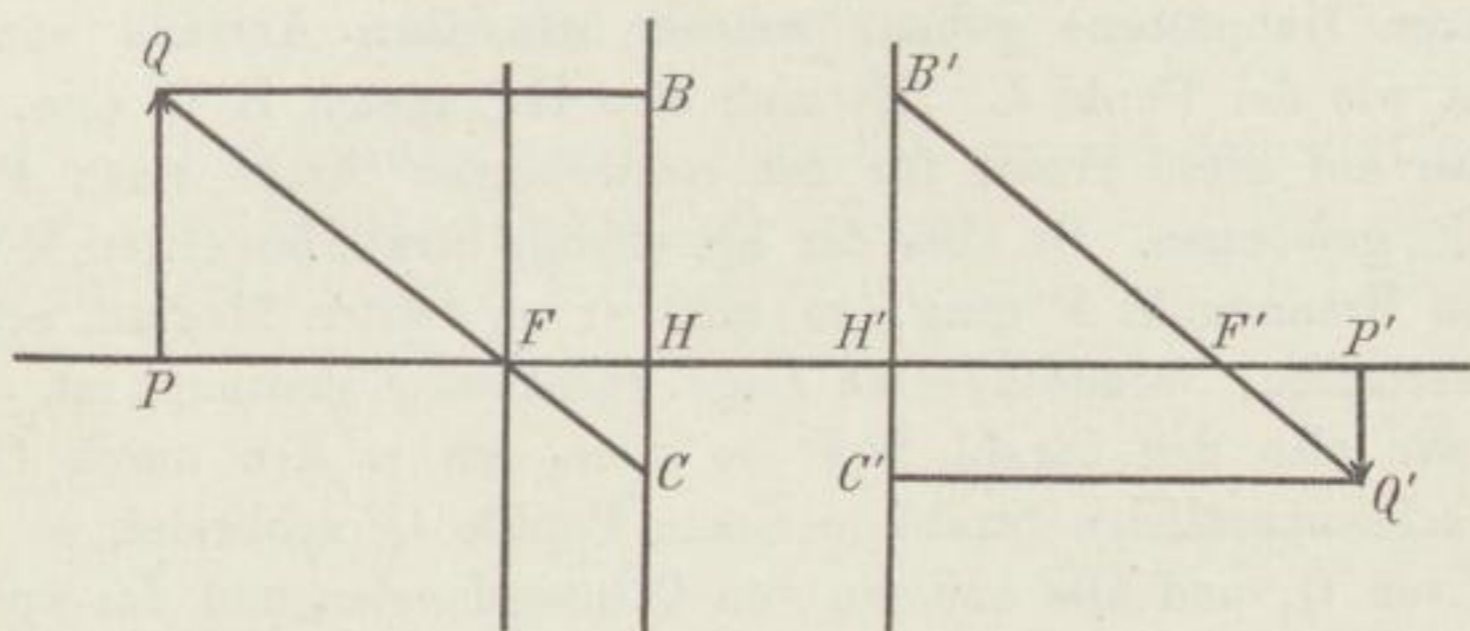
Wir hatten schon bei Betrachtung der Brechung an einer Kugelfläche Gelegenheit, auf ganz besondere konjugierte Ebenen hinzuweisen, die wir als Hauptebenen bezeichneten (Aufgabe 11). In diesen Ebenen waren Objekt und Bild gleich groß und gleich gerichtet.

Unter Hauptebenen eines Systems verstehen wir solche konjugierten Ebenen, in denen Objekt und Bild gleich groß und gleich gerichtet sind. Für eine einzelne brechende Fläche fallen die Hauptebenen im Scheitel zusammen (Aufgabe 11). Der Aehnlichkeitsmaßstab in den Hauptebenen ist also gleich der Einheit, d. h. die Aehnlichkeit von Objekt und Bild geht in Kongruenz über. Wir heben hier noch einmal die grundlegende Eigenschaft der Hauptebenen hervor, daß alle Strahlen, die von einem Punkte der ersten Hauptebene ausgehen, nach der Brechung durch das System in einem Punkte der zweiten Hauptebene vereinigt werden, welcher denselben Abstand von der Achse hat, wie der Objektpunkt in der ersten Hauptebene.

In der Fig. 11 sind auf der optischen Achse die Hauptpunkte des

Systems mit H und H' , vorderer und hinterer Brennpunkt mit F und F' bezeichnet. Durch diese vier Punkte sind achsensenkrechte Ebenen gelegt, welche die beiden Hauptebenen und die vordere und hintere Fokalebene darstellen. Es soll jetzt unsere Aufgabe sein, mit Hilfe dieser vier Ebenen das Bild eines im ersten Medium befindlichen Objektes PQ zu zeichnen. Wir machen dabei folgende Betrachtungen: Alle von dem Punkte Q im ersten Medium ausgehenden Strahlen müssen sich nach der Brechung durch das System in dem gesuchten Bildpunkt Q' schneiden. Von diesen unendlich vielen von Q ausgehenden Strahlen wählen wir

Fig. 11.



zwei aus, die wir infolge der Eigenschaften der Brenn- und Hauptpunkte leicht bis in das letzte Medium hinein verfolgen können. Diese beide Strahlen sind

1. ein von Q ausgehender achsenparalleler Strahl,
2. ein von Q ausgehender, durch den vorderen Brennpunkt F hindurchgehender Strahl.

Der erstere Strahl möge die H -Ebene (vordere Hauptebene) im Punkte B schneiden. Diesen Strahl können wir jetzt, da er durch den Punkt B der Hauptebene hindurchgeht, so auffassen, als ob er von einem in der H -Ebene befindlichen Punkte B ausgeht. Dieser Strahl muß dann, selbst wenn er beliebig viele Brechungen erlitten hat, im letzten Medium durch einen Punkt B' der H' -Ebene (hintere Hauptebene) hindurch gehen, welcher denselben Abstand von der Achse hat wie B , d. h. es muß in der Fig. 11 sein BH gleich $B'H'$. Die Vorstellung, daß der durch B im Objektraum verlaufende Strahl notwendig durch den ebensoweit von der Achse entfernten Punkt B' im Bildraume hindurchgeht, pflegt einige Schwierigkeiten zu bereiten. Diese werden aber dadurch behoben, daß man sich vorstellt, daß eben alle von einem Punkt B im Objektraume ausgehenden oder auf diesen Punkt hingehenden Strahlen durch den Bildpunkt B' gehen müssen. Wir haben also auf diese Weise schon einen Punkt B' gewonnen, durch

welchen der im letzten Medium verlaufende, von Q ausgehende Strahl hindurchgeht. Da aber der betrachtete Strahl QB im ersten Medium achsenparallel verläuft, so muß er im letzten Medium durch den Brennpunkt F' gehen, womit wir einen zweiten Punkt für den austretenden Strahl gewonnen haben. Durch die Punkte B' und F' ist aber der im letzten Medium verlaufende Strahl vollständig bestimmt.

Wir betrachten jetzt den zweiten, von Q ausgehenden und durch F hindurchgehenden Strahl, der die H -Ebene im Punkte C treffen möge. Fassen wir diesen Strahl bei seinem weiteren Verlaufe als von dem Punkte C der vorderen Hauptebene ausgehend auf, so muß er, selbst nach beliebig vielen Brechungen im letzten Medium durch einen Punkt C' der hinteren Hauptebene gehen, welcher denselben Abstand von der Achse hat wie der Punkt C . Es muß also HC gleich $H'C'$ sein. Wir haben also auf diese Weise für den austretenden Strahl einen Punkt, nämlich C' , gewonnen. Da aber der betreffende Strahl im ersten Medium durch den Brennpunkt F ging, so muß er im letzten Medium achsenparallel verlaufen, wodurch seine Lage vollständig bestimmt ist. Verlängern wir also den Strahl $B'F'$ so weit, bis er den durch C' gezogenen achsenparallelen Strahl in einem Punkte Q' schneidet, so ist Q' das Bild von Q , und alle anderen von Q ausgehenden und das optische System durchdringenden Strahlen müssen ebenfalls durch Q' hindurchgehen. Man kann jetzt leicht für alle möglichen Lagen des Objektes PQ das zugehörige Bild $P'Q'$ konstruieren. Bei der in der Fig. 11 angegebenen Lage der Haupt- und Brennpunkte wirkt das System wie eine Sammellinse. Von entfernten Objekten PQ wird ein umgekehrtes verkleinertes Bild entworfen. Nähert sich das Objekt der Fokalebene, so wird das Bild schnell größer, um ins Unendliche zu wandern, wenn PQ die Fokalebene erreicht hat. Beim Ueberschreiten des letzteren wird das Bild virtuell und ist zunächst sehr groß, verkleinert sich jedoch mit dem weiteren Vorrücken des Objektes. Ist das letztere nach BH in die vordere Hauptebene gelangt, so befindet sich das Bild an der Stelle $B'H'$, ist gleich gerichtet und von derselben Größe wie das Objekt, wie wir dies ja unseren Betrachtungen zugrunde gelegt haben.

Die Fig. 11 liefert uns aber nicht nur die Konstruktion des Bildes für ein gegebenes achsensenkrechtcs Objekt, sondern wir können daran auch sofort die algebraischen Beziehungen zwischen der Lage von Objekt und Bild in einfacher Weise entwickeln. Wir führen nun folgende Bezeichnungen ein: Die Strecken FH und $F'H'$ bezeichnen wir mit f und f' und nennen sie die beiden Brennweiten des allgemeinen zentrierten Systems. Mit welchem Recht diese Bezeichnung eingeführt wird, wird aus den nachfolgenden Betrachtungen zur Genüge hervorgehen. Jedenfalls setzen wir uns durch eine derartige Definition nicht in Wider-

spruch mit den bei einer einzigen brechenden Fläche gewonnenen Resultaten. Wir können also für ein allgemeines System die Aussage machen:

Die vordere Brennweite ist die Entfernung des vorderen Brennpunktes vom vorderen Hauptpunkt.

Die hintere Brennweite ist die Entfernung des hinteren Brennpunktes vom hinteren Hauptpunkt.

16. Die konjugierten Schnittweiten und der Maßstab der Aehnlichkeit in konjugierten Ebenen, bezogen auf die Brennpunkte.

Es ist in Fig. 11 Dreieck PQF ähnlich dem Dreieck FHC , denn beide haben einen rechten Winkel, und außerdem ist $\sphericalangle QFP = \sphericalangle HFC$ als Scheitelwinkel. Folglich hat man, wenn man

$$QP = y, HC = y' \text{ und } PF = x$$

setzt:

$$\frac{y'}{y} = \frac{f}{x} \dots \dots \dots (11a)$$

Analog folgt aus den ähnlichen Dreiecken $F'P'Q'$ und $B'F'H'$, wenn man $P'F' = x'$ setzt, da $H'F' = f'$ und außerdem $B'H' = y$ und $P'Q' = H'C' = CH = y'$ ist

$$\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f'} \dots \dots \dots (12)$$

Die Strecken x und x' sind die objektseitige und die bildseitige Schnittweite der konjugierten Punkte P und P' von den zugehörigen Brennpunkten aus gerechnet. Die Größen y und y' sind die Größen von Objekt und Bild in achsensenkrechten durch P und P' gehenden konjugierten Ebenen; ihr Quotient stellt aber die sog. Vergrößerung oder den Aehnlichkeitsmaßstab in diesen Ebenen dar, den wir schon früher für den Fall einer einzigen brechenden Fläche mit dem Buchstaben β bezeichnet haben. Es ist also:

$$\text{Aehnlichkeitsmaßstab: } \beta = \frac{f}{x} = \frac{x'}{f'} \dots \dots \dots (13)$$

Aus der letzten Gleichung $\frac{f}{x} = \frac{x'}{f'}$ folgt durch Multiplikation mit $x \cdot f'$ sofort:

$$x \cdot x' = f \cdot f' \dots \dots \dots (14)$$

wodurch die bildseitige Schnittweite x' aus der objektseitigen Entfernung berechnet werden kann, wenn f und f' bekannt sind.

Sei z. B. für das System des menschlichen Auges:

$$f = 15 \text{ mm}, f' = 20 \text{ mm},$$

so ist:

$$f \cdot f' = 300 \quad \text{und also:} \quad x \cdot x' = 300.$$

Aufgabe 13: Ein Objekt von 1 m Höhe (ein Kind) sei von dem vorderen Brennpunkt F des Auges 15 m entfernt; wie groß ist das Bild, welches das Auge von dem Kind entwirft und in welcher Entfernung von dem hinteren Brennpunkt F' des Auges entsteht das Bild?

Lösung: Wenn wir aus einer Formel richtige Resultate gewinnen wollen, haben wir alle Längen in derselben Einheit (z. B. in Millimetern) auszudrücken. Wir setzen also:

$$x = 15000 \text{ mm}, \quad y = 1000 \text{ mm},$$

dann liefert Gleichung (11a):

$$\frac{y'}{1000} = \frac{15}{15000}; \quad y' = 1 \text{ mm}.$$

Das Bild hat also die Größe von 1 mm.

Ferner folgt aus Gleichung (14): $15000 \cdot x' = 300$; $x' = \frac{1}{50}$ mm,

das Bild ist also um $\frac{1}{50}$ mm von dem hinteren Brennpunkt F' entfernt.

17. Die konjugierten Schnittweiten, bezogen auf die Hauptpunkte.

Setzen wir (Fig. 11)

$$PH = a \quad \text{und} \quad P'H' = a',$$

so können wir aus der Fig. 11 ablesen:

$$x = a - f \quad \text{und} \quad x' = a' - f' \quad \dots \dots (14a)$$

Gleichung (14) § 16 wird demnach:

$$(a - f)(a' - f') = f \cdot f'$$

oder, wenn man ausmultipliziert:

$$aa' - af' - fa' + ff' = f \cdot f'$$

oder

$$aa' = af' + fa'.$$

Dividiert man alle Glieder durch das Produkt $a \cdot a'$, so wird:

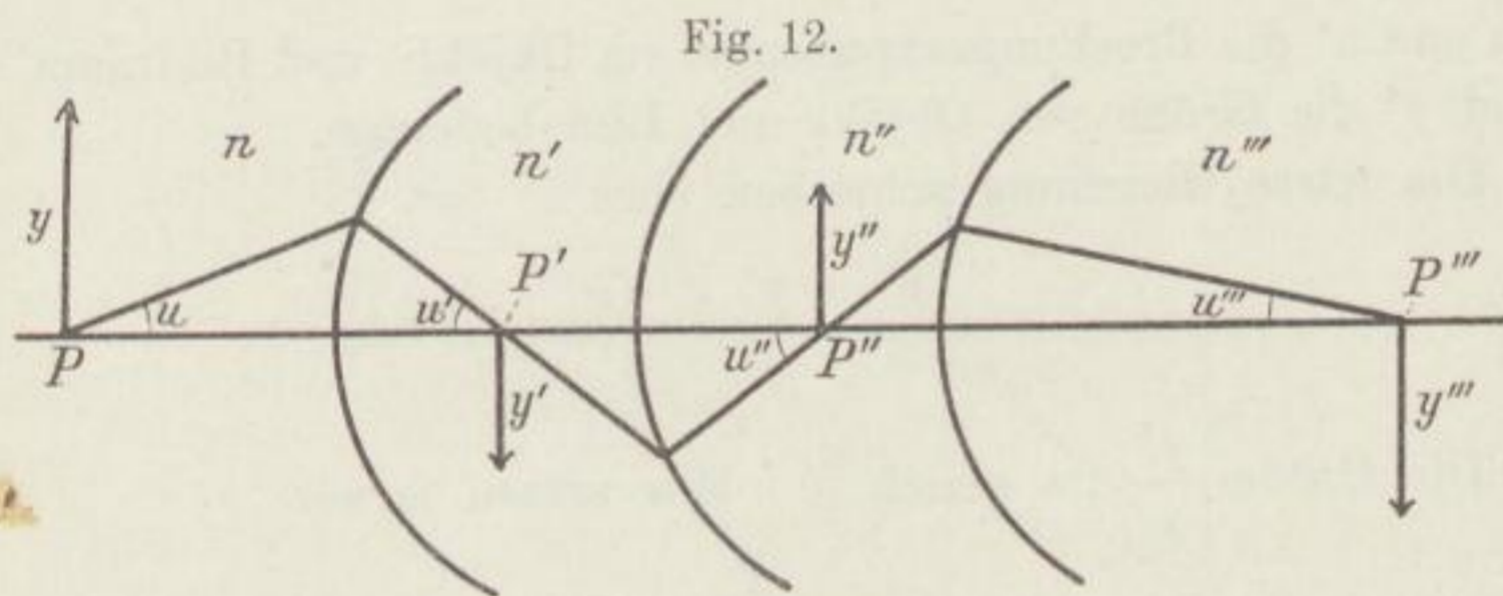
$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1 \quad \dots \dots (15)$$

18. Der Satz von Lagrange für ein beliebiges zentriertes System.

Wir haben oben gesehen, daß das Produkt aus der Objektgröße, dem Brechungsexponenten und demjenigen Winkel, welchen ein Strahl, der durch den Fußpunkt des Objektes hindurchgeht, mit der optischen Achse bildet, sich infolge der Brechung an einer Fläche nicht ändert. Ist y die Größe des Objektes, n der Brechungsexponent und u der betreffende Winkel, so ist also

$$y \cdot u \cdot n = y' u' n',$$

wo die gestrichenen Buchstaben dieselbe Bedeutung nach der Brechung haben, wie die ungestrichenen vor derselben. Sei nun in Fig. 12 ein System zentrierter Flächen dargestellt, und gehe von dem Punkte P im ersten Medium ein Strahl unter der Neigung u aus, welcher nach der



ersten Brechung die Achse in P' schneidet und dabei den Winkel u' mit der Achse bildet. Derselbe Strahl durchdringe dann in seinem weiteren Verlauf die zweite Fläche, werde von derselben gebrochen und schneide die Achse in P'' , um dann auf die dritte Fläche zu fallen usw. Bezeichnet man die Objekt- resp. Bildgrößen in den Punkten P , P' , P'' usw. mit y , y' , y'' usw., so hat man also, wenn noch n , n' , n'' usw. die Brechungsexponenten der aufeinanderfolgenden Medien sind, zunächst für die Brechung an der ersten Fläche

$$n u y = n' u' y'.$$

Für die Brechung an der zweiten Fläche wird

$$n' u' y' = n'' u'' y''$$

und für die Brechung an der dritten Fläche würde man haben

$$n'' u'' y'' = n''' u''' y'''.$$

Aus diesen Gleichungen folgt nun sofort:

$$n u y = n''' u''' y'''.$$

Aus der letzten Gleichung folgt nun aber, daß sich das hier in Frage kommende Produkt nach beliebig vielen Brechungen überhaupt nicht ändert, und daß also die oben aufgestellte Gleichung (9) § 12 ganz allgemein für jedes zentrierte System gilt, wenn man die ungestrichenen Buchstaben für den Objektraum und die gestrichenen für den Bildraum gelten läßt.

19. Das Winkelverhältnis.

Geht ein Strahl durch den Fußpunkt eines achsensenkrechten Objektes y hindurch, wobei er den Winkel u mit der Achse bildet, erleidet alsdann durch die Flächen des Systems eine beliebige Anzahl Brechungen und geht schließlich im Bildraum durch den Fußpunkt des Bildes y' unter der Neigung u' zur Achse hindurch, so ist zufolge des Lagrange'schen Satzes:

$$n y u = n' y' u' \dots \dots \dots (16)$$

wo n und n' die Brechungsexponenten im Objekt- und Bildraum sind und y und y' die Größe von Objekt und Bild bedeuten.

Die letzte Gleichung schreiben wir:

$$\frac{n'}{n} \cdot \frac{y'}{y} \cdot \frac{u'}{u} = 1.$$

Die Größe $\frac{y'}{y}$ ist gleich β . Wir setzen ferner

$$\frac{u'}{u} = \gamma$$

und nennen γ das „Winkelverhältnis“ in den beiden konjugierten Punkten (den Fußpunkten von y und y').

Die obige Gleichung wird nun

$$\frac{n'}{n} \cdot \beta \cdot \gamma = 1$$

oder

$$\frac{u'}{u} = \gamma = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{n}{n'} \dots \dots \dots (16a)$$

Für die Hauptebenen sollen Objekt und Bild von gleicher Größe und gleichgerichtet sein. Ein Blick auf die Normalfigur 12 läßt nun erkennen, daß bei dem von uns festgesetzten Sinn der Zählung das als positiv angenommene Bild dem Objekt ungleich oder gleich gerichtet ist, je nachdem eine ungerade oder gerade Anzahl von brechenden Flächen vorhanden sind. Wenn wir also nicht wissen, wieviel Flächen das betreffende System enthält, können wir nicht entscheiden, ob dem Werte β der Wert -1 oder $+1$ zukommt. Wollen wir die Fig. 11 als Normal-

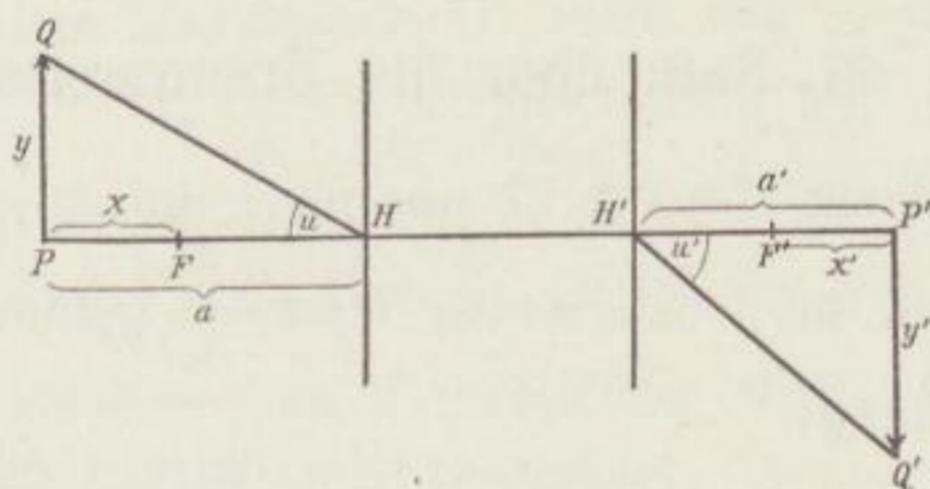
figur für den allgemeinen Fall gelten lassen, so ist $\beta = -1$, d. h. $y' = -y$ für die Hauptebenen zu setzen, weil wir in dieser Figur das umgekehrte Bild y' als positiv angenommen haben.

Für die Hauptebenen ergibt sich also:

$$\gamma = \frac{u'}{u} = -\frac{n}{n'} \quad \dots \dots \dots (17)$$

In Fig. 13 sind die beiden durch H und H' gehenden Hauptebenen dargestellt. $PQ = y$ sei ein beliebiges Objekt, dessen Bild $P'Q'$ ist. Ein von Q nach H gehender Strahl muß nach der Brechung sowohl durch H' wie durch Q' gehen, weil H und H' einerseits und Q und Q' andererseits konjugierte Punktpaare sind. Das Winkelverhältnis in den beiden Hauptpunkten ist nun durch die Quotienten der beiden Winkel QHP und $P'H'Q'$ dargestellt, die jedoch rechnerisch mit entgegengesetzten Vorzeichen anzusetzen sind, weil sie zueinander entgegengesetzte Lage haben, wie die Winkel u und u' in der Normalfigur 12.

Fig. 13.



Die obige Gleichung sagt nun aus, daß die in Fig. 13 gezeichneten Winkel sich umgekehrt wie die Brechungsexponenten verhalten. Wenn wir also von dem negativen Vorzeichen absehen, da dieses in der Fig. 13 durch die zeichnerische Darstellung schon berücksichtigt ist, so gilt für Fig. 13:

$$\frac{u'}{u} = \frac{n}{n'}$$

oder

$$n \cdot u = n' u'$$

Der letztere Ausdruck ist nichts anderes als das Brechungsgesetz für kleine Winkel.

Wir können also den Satz aussprechen:

Ein Strahl, der im Objektraum gegen den ersten Hauptpunkt gerichtet ist, geht im Bildraum durch den zweiten Hauptpunkt so, als hätte er nur eine Brechung an der Grenzfläche zweier Medien mit dem Brechungsexponenten des Objektraumes und dem des Bildraumes erlitten.

20. Der Maßstab für konjugierte Ebenen, bezogen auf die Hauptpunkte.

Aus Fig. 13 folgt sofort:

$$u = \frac{y}{a} \quad u' = \frac{y'}{a'}$$

Setzt man dies in die letzte Gleichung ein, so wird:

$$\frac{ny}{a} = \frac{n'y'}{a'}$$

und hieraus:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{na'}{n'a} \dots \dots \dots (18)$$

wodurch der Maßstab β für zwei konjugierte Ebenen durch die Entfernungen der von den Hauptpunkten aus gerechneten Schnittweiten ausgedrückt ist.

21. Satz über die Brennweiten.

Nach Gleichung (14a) § 17 war nun: $a = x + f$ und $a' = x' + f'$. Da wir nun aber für β bereits den Wert $\frac{f}{x}$ gefunden haben, so wird die letzte Gleichung:

$$\frac{n(x' + f')}{n'(x + f)} = \frac{f}{x}$$

Wir multiplizieren beide Seiten mit x und erhalten:

$$\frac{n(x \cdot x' + xf')}{n'(x + f)} = f$$

Wegen

$$xx' = f \cdot f'$$

kann man schreiben:

$$\frac{n \cdot (f \cdot f' + xf')}{n'(x + f)} = \frac{nf' \cdot (f + x)}{n'(x + f)} = f,$$

woraus sofort folgt:

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \dots \dots \dots (19)$$

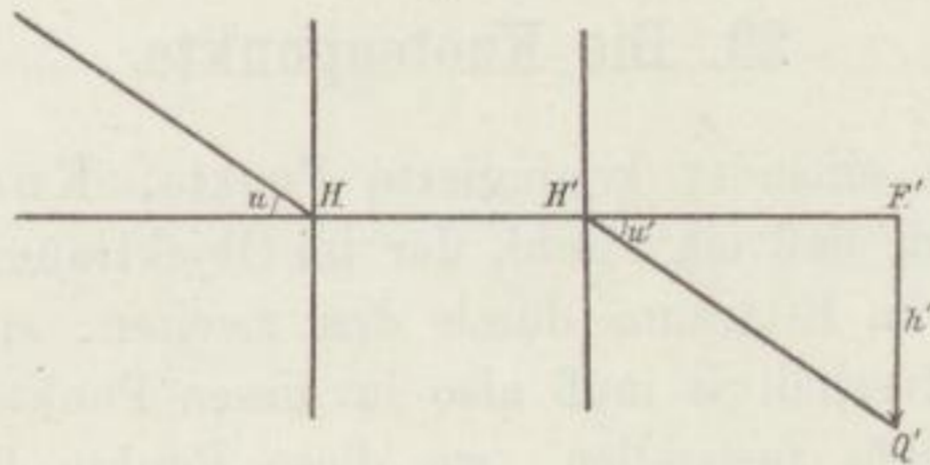
Dies ergibt den wichtigen Satz:

Die vordere Brennweite eines Systems verhält sich zur hinteren wie der Brechungsexponent des Objektraums zu dem des Bildraums.

22. Bilder sehr entfernter Objekte. Neue Definition der Brennweite.

Ein sehr entferntes Objekt erscheine im Objektraum unter dem Gesichtswinkel u (Fig. 14). Wir ziehen von dem äußersten Punkt des fernen Objektes einen Strahl nach H , der also den Winkel u mit der

Fig. 14.



Achse bildet. Derselbe Strahl geht, nachdem er das System durchlaufen hat, durch den zweiten Hauptpunkt H' unter einer Achsenneigung u' , so daß man hat

$$n \cdot u = n' u'.$$

Nun ist, da $H'F' = f'$ ist: $u' = \frac{h'}{f'}$, wenn das Bild des entfernten Objektes in der Fokalebene mit h' bezeichnet wird. Aus der letzten Gleichung folgt durch Multiplikation mit n'

$$n' \cdot u' = \frac{n' h'}{f'}$$

oder

$$n \cdot u = \frac{n' h'}{f'},$$

wegen $\frac{n}{n'} = \frac{f}{f'}$ ergibt sich hieraus sofort:

$$h' = f \cdot u \quad (20)$$

Das Bild eines sehr entfernten Objektes in der hinteren Fokalebene ist also gleich der vorderen Brennweite des Systems multipliziert mit dem Gesichtswinkel, unter dem das ferne Objekt erscheint. Die vordere Brennweite ist gleich dem Bilde eines sehr entfernten Objektes dividiert durch den Gesichtswinkel, unter dem das ferne Objekt erscheint.

Aufgabe 14: Ein optisches System entwirft von einem entfernten Objekt, z. B. einer Meßplatte, die unter einem Winkel von 6° erscheint,

Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

ein Bild von 7 mm Höhe. Wie groß ist die vordere Brennweite des Systems?

Lösung: Nach Gleichung (20) ist $f = \frac{h'}{u}$. Hier ist zu setzen $h' = 7$ mm und u (im Bogenmaß) $= 0,1047$. Daraus folgt:

$$f = \frac{7}{0,1047} = 6,69 \text{ cm.}$$

23. Die Knotenpunkte.

Es gibt zwei einander konjugierte Punkte, Knotenpunkte genannt, von der Art, daß ein Strahl, der im Objektraum nach dem ersten hingehichtet ist, im Bildraum durch den zweiten, sich selbst parallel, geht. Das Winkelverhältnis muß also in diesen Punkten den Wert Eins haben. Wir wollen feststellen, wo diese Punkte liegen. Aus Gleichung (16a) § 19 folgt für $\gamma = 1$:

$$\beta = \frac{n}{n'} = \frac{f}{f'}$$

und aus den Gleichungen (11a) und (12) § 16 ergibt sich sofort

$$\beta = \frac{f}{x} = \frac{f}{f'} = \frac{x'}{f'}$$

woraus folgt:

$$x = f' \quad \text{und} \quad x' = f.$$

Der erste Knotenpunkt hat also von F die Entfernung f' , der zweite von F' die Entfernung f .

24. Kombination zweier Systeme.

Die vordere Brennweite eines Systems drückt sich aus durch den Quotienten der Bildgröße eines sehr entfernten Objektes in der hinteren Fokalebene, dividiert durch den Sehwinkel u , unter dem das ferne Objekt erscheint [Gleichung (20) § 22].

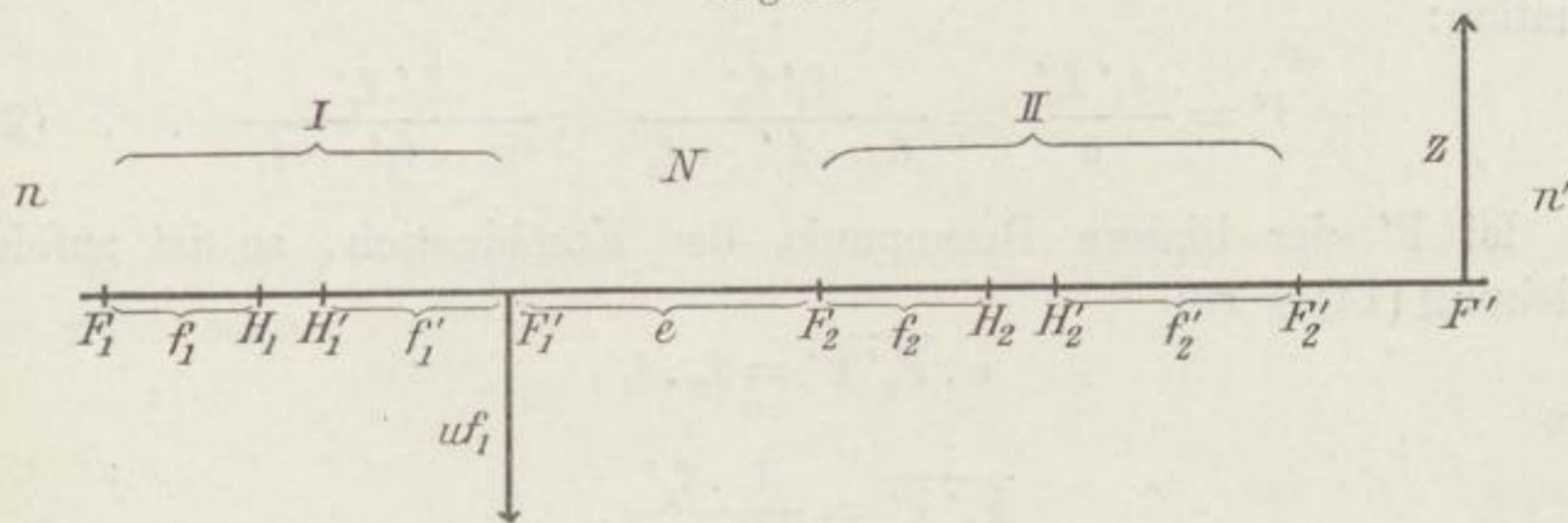
Diese Definition gilt natürlich auch für die Kombination zweier Systeme. Um also für eine solche Kombination die vordere Brennweite festzustellen, hat man nur die Größe des Bildes eines sehr entfernten Objektes zu ermitteln und dieselbe durch den Gesichtswinkel zu dividieren.

In Fig. 15 seien für das System I H_1 und H_1' die Hauptpunkte, F_1 und F_1' die Brennpunkte, f_1 und f_1' die Brennweiten.

Für das System II seien H_2 und H_2' die Hauptpunkte, F_2 und F_2' die Brennpunkte, f_2 und f_2' die Brennweiten.

Ein auf der linken Seite befindliches sehr entferntes Objekt wird durch System I in dessen F_1' -Ebene von der Größe $f_1 \cdot u$ abgebildet, wenn es mit unbewaffnetem Auge unter dem Gesichtswinkel u erscheint. Dieses Bild ist nun als Objekt für das System II aufzufassen. Nennen

Fig. 15.



wir das durch System II entworfene Bild für einen Augenblick z , das jedoch, da es umgekehrte Lage hat wie das Bild in der Normalfigur, mit negativen Vorzeichen anzusetzen ist, so wird gemäß Gleichung (11a) § 16:

$$-\frac{z}{f_1 \cdot u} = \frac{f_2}{F_1' F_2},$$

wo also $\overline{F_1' F_2} = e$ die Entfernung der einander zugewandten Brennpunkte der beiden Systeme ist. Da nun $\frac{z}{u}$ die Gesamtbrennweite f der Kombination ist, so hat man

$$\frac{z}{u} = f = -\frac{f_1 \cdot f_2}{e} \dots \dots \dots (22)$$

In Worten: Die vordere Brennweite einer Kombination ist gleich dem Produkt der vorderen Brennweiten der beiden Kombinationsbestandteile dividiert durch die Entfernung der beiden zugewandten Brennpunkte.

Ist $H_1' H_2 = d$ die Entfernung der einander zugewandten Hauptpunkte, „ $K_1' K_2 = k$ „ „ „ „ „ „ Knotenpunkte, wo also K_1' und K_2 die (in der Figur nicht gezeichneten) einander zugewandten Knotenpunkte sind, so kann man aus der Fig. 15 sofort ablesen:

$$f_1' + e + f_2 = d,$$

analog folgt:

$$f_1 + e + f_2' = k,$$

und man hat für f noch die beiden folgenden Ausdrücke:

$$f = - \frac{f_1 \cdot f_2}{d - f_1' - f_2} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (23)$$

und

$$f = - \frac{f_1 \cdot f_2}{k - f_2' - f_1} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (24)$$

Läßt man das Licht von rechts in Fig. 15 einfallen, so erhält man durch ganz analoge Betrachtungen die hintere Brennweite der Kombination:

$$-f' = \frac{f_1' f_2'}{e} = \frac{f_1' f_2'}{d - f_1' - f_2} = \frac{f_1' f_2'}{k - f_2' - f_1} \cdot \cdot \cdot (25)$$

Ist F' der hintere Brennpunkt der Kombination, so ist zufolge Gleichung (14) § 16:

$$e \cdot \overline{F_2' F'} = f_2 \cdot f_2',$$

also

$$\overline{F_2' F'} = \frac{f_2 \cdot f_2'}{e}.$$

Demnach ist gemäß Fig. 15

$$\overline{H_2' F'} = \frac{f_2 f_2'}{e} + f_2'.$$

Da F' der hintere Brennpunkt der Kombination ist, so erhält man die Entfernung h' des hinteren Hauptpunktes der Kombination vom hinteren Hauptpunkte H_2' des Systems II, indem man von der Strecke $\overline{F_2' F'}$ die hintere Brennweite f' der Kombination subtrahiert: Man findet

$$h' = \frac{f_2 f_2'}{e} + f_2' + \frac{f_1' f_2'}{e} = \frac{f_2'}{e} \cdot (f_2 + e - f_1').$$

Wegen

$$f_2 + e + f_1' = -d$$

wird hieraus

$$h' = \frac{f_2' d}{d - f_2 - f_1'} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (26)$$

Analog findet man für die Entfernung des vorderen Hauptpunktes der Kombination vom vorderen Hauptpunkt H_1 des Systems I den Wert

$$h = \frac{f_1 d}{d - f_2 - f_1'} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (27)$$

Das Vergrößerungsverhältnis β einer Kombination zweier Systeme L_1 und L_2 läßt sich auf folgende Weise ausdrücken:

In Fig. 16 sind die Systeme L_1 und L_2 mit den vorderen und hinteren Brennpunkten F_1 und F_1' resp. F_2 und F_2' dargestellt.

Das Objekt y_1 bei P entwerfe durch Vermittlung des Systems L_1 das Bild y_1' bei P' , welches als Objekt y_2 für die Abbildung durch das

System L_2 aufzufassen ist und demnach ebensowohl mit y_2 als mit y_1' bezeichnet werden kann. Das bei P'' entworfene Bild von y_2 wurde y_2' genannt. Ferner ist

$$PF_1 = x_1 \quad F_1'P' = x_1' \quad P'F_2 = x_2 \quad F_2'P'' = x_2'$$

Dann ist in sinngemäßer Anordnung von Gleichung (11 a u. 12) § 16:

$$\frac{y_1'}{y_1} = \frac{x_1'}{f_1'} \quad \frac{y_2'}{y_2} = \frac{f_2}{x_2} \quad y_1' = y_2'$$

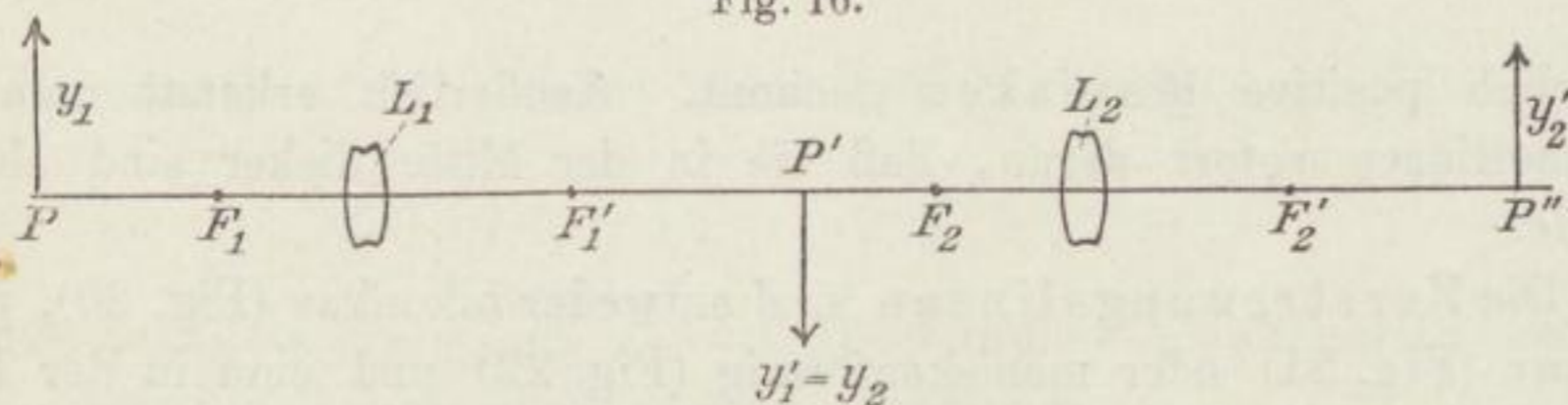
Ferner ist

$$x_1' + x_2 = e.$$

Aus diesen Gleichungen folgt sofort das Vergrößerungsverhältnis β der Kombination

$$\beta = \frac{y_2'}{y_1} = \frac{f_2}{f_1'} \cdot \frac{x_1'}{x_2} \dots \dots \dots (27a)$$

Fig. 16.



Ist $e = 0$, fallen also die einander zugewandten Brennebenen der beiden Einzelsysteme zusammen, so ist

$$x_1' + x_2 = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{x_1'}{x_2} = -1,$$

und es wird

$$\beta = - \frac{f_2}{f_1'} \dots \dots \dots (27b)$$

In diesem Falle nennt man das System teleskopisch. Das negative Vorzeichen von β sagt nur aus, daß bei der Darstellung gemäß Fig. 16 das Objekt bei P und das Bild bei P'' gleichgerichtet sind. Wir können also den Satz aussprechen:

Bei teleskopischen Systemen ist das Vergrößerungsverhältnis konstant und gleich dem Quotienten aus den einander zugewandten Brennweiten.

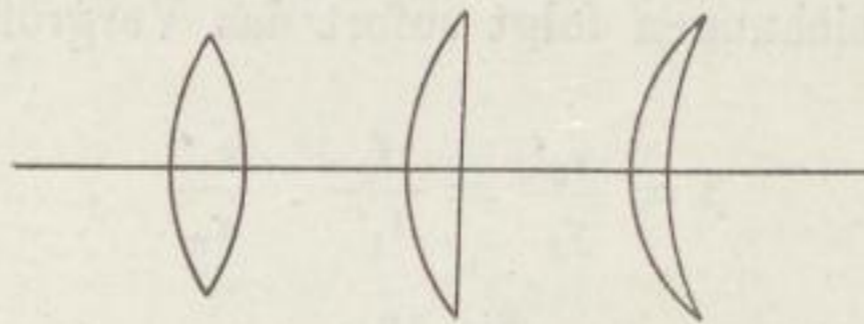
25. Linsen.

Ein von zwei (zentrierten) Kugelflächen begrenztes Medium nennt man eine Linse. Die Gesetze ihrer Bilderzeugung ergeben sich sofort

aus dem § 24, wenn man als Kombinationsbestandteile dort einzelne brechende Flächen annimmt. Nach Lage der begrenzenden Flächen gibt es sechs verschiedene Formen, welche wieder in zwei Gruppen — Sammellinsen und Zerstreuungslinsen — zerfallen, je nachdem sie achsenparallel auffallende Strahlen konvergent oder divergent machen¹⁾. Sammellinsen nennt man auch positive, Zerstreuungslinsen negative Linsen.

Die Sammellinsen sind entweder bikonvex (Fig. 17), plankonvex (Fig. 18) oder konvexkonkav (Fig. 19). Linsen letzterer Art werden ge-

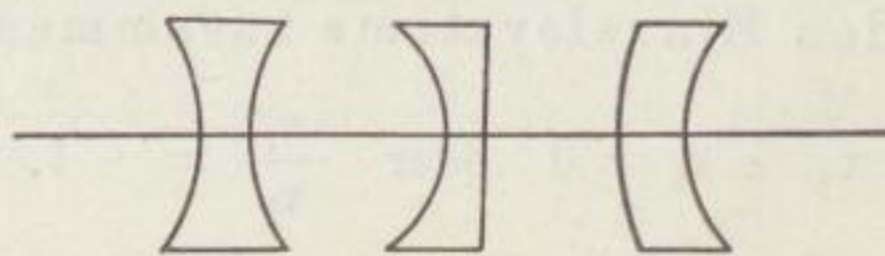
Fig. 17. Fig. 18. Fig. 19.



wöhnlich positive Menisken genannt. Aeüßerlich erkennt man die Sammellinsen sofort daran, daß sie in der Mitte dicker sind als am Rande.

Die Zerstreuungslinsen sind entweder bikonkav (Fig. 20), plankonkav (Fig. 21) oder meniskenförmig (Fig. 22) und sind in der Mitte dünner als am Rande.

Fig. 20. Fig. 21. Fig. 22.



Ist eine Linse in Luft eingebettet, so ist die vordere Brennweite gleich der hinteren, und für die auf die Hauptpunkte bezogenen Schnittweiten hat man gemäß Gleichung (15) Kapitel II:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \dots \dots \dots (28)$$

26. Unendlich dünne Linsen.

Für viele praktische Zwecke kann man die Dicke der Linsen vernachlässigen. Da die Hauptpunkte der eine Linse begrenzenden Kugel-

¹⁾ Wir nehmen hierbei an, daß, wie es fast immer der Fall ist, die Dicke der Linsen nicht groß ist im Verhältnis zu den Radien der begrenzenden Flächen, da sonst die gegebene Klassifizierung nicht mehr erschöpfend ist.

flächen mit den Scheiteln dieser Fläche zusammenfallen, so ist also für unendlich dünne Linsen, bei denen die Scheitel der brechenden Flächen als zusammenfallend angesehen werden können, die Größe d in Gleichung (23), (26) und (27) der Null gleichzusetzen. Aus den beiden letzten Gleichungen folgt $h = h' = 0$, d. h. die Hauptpunkte einer dünnen Linse fallen in dem gemeinsamen Scheitel zusammen.

Gleichung (23) § 24 liefert für $d = 0$:

$$f = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1' + f_2} \quad \dots \quad (29)$$

Nimmt man an, daß die Linsensubstanz den Brechungsexponenten n hat und beiderseits von Luft umgeben ist, so ist in sinngemäßer Anwendung der Gleichung (5) § 10, wenn man noch den ersten Radius mit r_1 , den zweiten mit r_2 bezeichnet:

$$f_1 = \frac{r_1}{n-1} \quad f_2 = \frac{n r_2}{1-n}$$

und die Gleichung (29) liefert unter Berücksichtigung von $f_1' = n f_1$:

$$\frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{a} + \frac{1}{a'} \quad \dots \quad (30)$$

wo die Schnittweiten a und a' vom gemeinsamen Scheitel aus zu rechnen sind. Für den Aehnlichkeitsmaßstab findet man

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{a'}{a} \quad \dots \quad (31)$$

Aufgabe 15: Wie groß ist die Brennweite einer gleichseitigen bikonvexen Linse vom Radius r ?

Lösung: Wir setzen in Gleichung (30): $r_1 = r$ und $r_2 = -r$ und erhalten:

$$f = \frac{r}{2(n-1)}$$

Ist $n = 1,5$, so wird $f = r$.

Aufgabe 16: Wie groß ist die Brennweite einer Plankonvexlinse vom Radius r ?

Lösung: Hier ist $r_1 = r$ und $r_2 = \infty$. Also hat man

$$f = \frac{r}{n-1}$$

Für $n = 1,5$ wird $f = 2 \cdot r$.

Aufgabe 17: Wie groß sind die Brennweiten einer bikonkaven resp. plankonkaven Linse vom Radius r ?

Lösung: Im ersteren Falle hat man in Gleichung (30) zu setzen: $r_1 = -r$, $r_2 = r$ und erhält

$$f = -\frac{r}{2(n-1)},$$

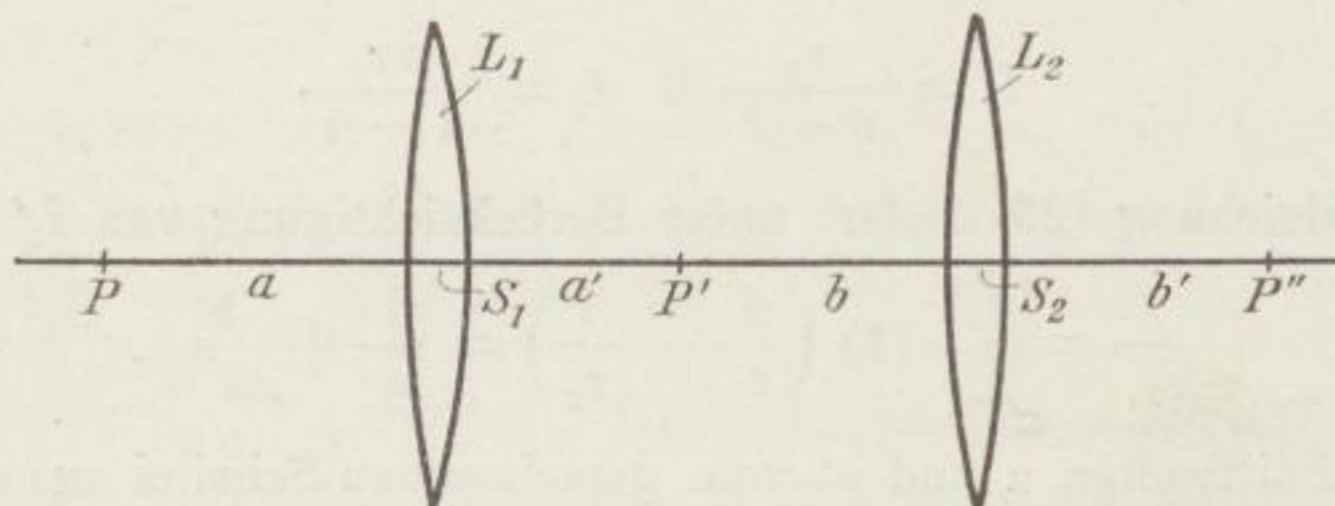
im zweiten: $r_1 = -r$ und $r_2 = \infty$, wodurch man erhält:

$$f = -\frac{r}{n-1}.$$

27. Satz über unendlich dünne Linsen.

In Fig. 23 seien L_1 und L_2 zwei dünne Linsen mit den Scheiteln S_1 und S_2 . Der leuchtende Punkt P auf der Achse erzeuge unter Vermittlung von L_1 das Bild P' . P' muß man wieder als Objektpunkt für die Linse L_2 auffassen, welche von demselben das neue Bild P'' entwirft.

Fig. 23.



Setzt man $PS_1 = a$, $S_1P' = a'$, $P'S_2 = b$, $S_2P'' = b'$, $S_1S_2 = d$, so hat man, wenn man die Brennweiten der beiden Linsen mit f_1 und f_2 bezeichnet:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f_1} \quad \frac{1}{b} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f_2} \quad a' + b = d.$$

Setzt man $d = 0$, bringt also die beiden Linsen in Kontakt, so wird $a' = -b$ und die beiden ersten Formeln liefern

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \dots \quad (32)$$

welche Gleichung vollständig der Gleichung (30) § 26 entspricht. Ist f die Brennweite der Kombination der beiden in Kontakt befindlichen Linsen, so hat man also:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \dots \quad (33)$$

Die letztere Formel gilt ersichtlich allgemein, d. h. man hat den Satz:

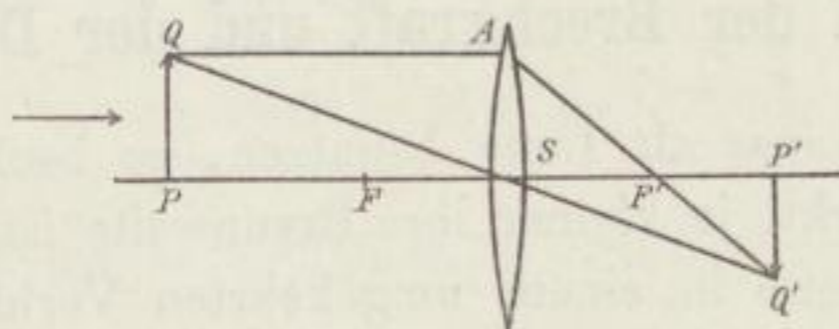
Für ein System unendlich dünner im Kontakt befindlicher Linsen ist die reziproke Systembrennweite gleich der Summe der reziproken Werte der Einzelbrennweiten.

Die wichtigsten Repräsentanten sehr dünner Linsen sind die Brillengläser.

28. Konstruktion der durch dünne Linsen entworfenen Bilder.

Bei einer sehr dünnen Linse liegen die beiden Brennpunkte F und F' gleich weit vom Scheitel S (dem vereinigten Hauptpunkt) entfernt (Fig. 24). Man konstruiert von einem Objekt PQ das Bild, indem man

Fig. 24.



QA achsenparallel zieht bis zum Schnittpunkt A mit der Ebene der unendlich dünnen Linse und dann durch A und dem hinteren Brennpunkt F' eine Gerade legt, welche die Verlängerung von QS in Q' , dem Bildpunkt von Q schneidet. Die Achsenkrechte $Q'P'$ ist alsdann das Bild von PQ . Bei Negativlinsen liegt der hintere Brennpunkt F' links von der Linse, wenn die Lichtrichtung von links nach rechts angenommen ist.

—————

Kapitel III.

Dioptrie und Konvergenzrechnung.

29. Begriff der Brechkraft und der Dioptrie.

Wenn wir eine Linse als Lupe benutzen, so beobachten wir, daß sie um so stärker wirkt, je kleiner ihre Brennweite ist, daß also Linsenwirkung und Brennweite in einem umgekehrten Verhältnis stehen. In der Tat nähert sich ja auch eine Linse mit sehr großer Brennweite in ihrer Wirkung einer einfachen Glasscheibe und wird mit der letzteren in optischer Beziehung identisch, wenn die Brennweite unendlich groß geworden ist. Einer unendlich großen Brennweite entspricht also eine Wirkung gleich 0. Man hat deshalb bei einer Linse den reziproken Wert der Brennweite als Brechkraft D bezeichnet und kann also schreiben

$$\frac{1}{f} = D \quad \dots \dots \dots (1)$$

Denken wir uns die Brennweite f in Metern ausgedrückt, und setzen wir in der obigen Gleichung vorübergehend f gleich 1, suchen also die Brechkraft einer Linse von der Brennweite gleich 1 m, so ergibt sich sofort

$$D = 1.$$

Eine Linse von 1 m Brennweite hat also die Brechkraft gleich 1, welche man als Dioptrie bezeichnet. Hiernach haben also z. B. Brillengläser, d. h. unendlich dünne Linsen von 2, 3, 4 m Brennweite Brechkraften von $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ usw. Dioptrien. An einigen Beispielen wollen wir dieses Verhältnis näher erläutern.

Aufgabe 18: Welche Brechkraft hat eine Linse von 15 cm Brennweite?

Lösung: Hier ist $f = 0,15$ m; also $D = \frac{1}{0,15} = \frac{100}{15} = 6\frac{2}{3}$ Dioptrien (Dptr.).

Aufgabe 19: Welche Brechkraft hat eine Linse von 225 mm Brennweite?

Lösung: $f = 0,225$ m; $D = \frac{1}{0,225} = \frac{1000}{225} = 4\frac{4}{9}$ Dptr.

Aufgabe 20: Welche Brechkraft hat eine Linse von 10 Zoll Brennweite?

Lösung: Da 1 Zoll = 2,62 cm = 0,0262 m ist, so ist

$$f = 0,262 \text{ m}; \quad D = \frac{1}{0,262} = 3\frac{4}{5} \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 21: Ein positiver Meniskus hat die Radien 15 und 20 cm. Wie groß ist seine Brechkraft, wenn der Brechungsexponent des Glases gleich 1,5 gesetzt wird?

Lösung: Nach der Formel

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

finden wir, indem wir $r_1 = 0,15 \text{ m}$, $r_2 = 0,2 \text{ m}$ und $n = \frac{3}{2}$ setzen:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{0,15} - \frac{1}{0,2} \right) = \frac{5}{6} \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 22: Eine Bikonkavlinse habe die Radien 7 und 9 Zoll. Wie groß ist ihre Brechkraft, wenn der Brechungsexponent für die Linsensubstanz 1,5 ist?

Zunächst finden wir die Brennweite in Zollen:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) = -\frac{16}{126}$$

$$f = -\frac{126}{16} \text{ Zoll} = -\frac{126}{16} \cdot 0,0262 \text{ m.}$$

Also ist

$$D = -\frac{16}{126 \cdot 0,0262} = -4\frac{4}{5} \text{ Dptr.}$$

Es mag noch darauf hingewiesen werden, daß man die Brechkraft einer Linse in Dioptrien erhält, indem man die in Millimetern ausgedrückte Brennweite in die Zahl 1000, die in Zentimetern ausgedrückte Brennweite in die Zahl 100 hineindividiert. Eine besonders wichtige Anwendung der Rechnung mit Dioptrien ist durch den folgenden Satz gegeben. Wie wir oben § 27 gesehen haben, hat das System einer Reihe von dicht aneinander gelegten sehr dünnen Linsen (Brillengläsern) mit den Brennweiten f_1 , f_2 , f_3 usw. eine Gesamtbrennweite f , welche durch die Gleichung gegeben ist:

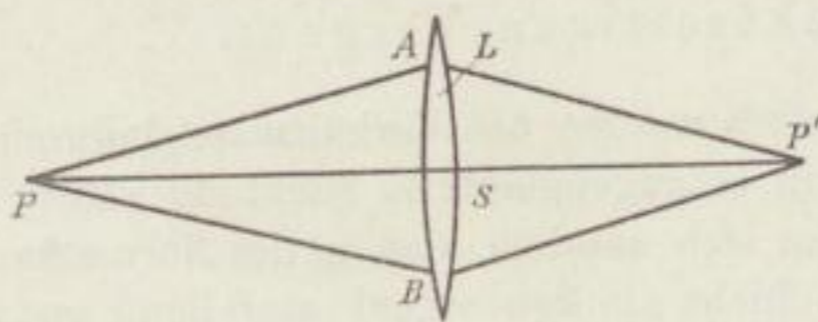
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3}$$

Setzt man

$$\frac{1}{f_1} = D_1, \quad \frac{1}{f_2} = D_2, \quad \frac{1}{f_3} = D_3,$$

tenden Punkte P ausgehenden, nach dem oberen und unteren Rand einer Linse L hinzielenden Strahlen PA und PB, so bemerken wir, daß die Divergenz dieser Strahlen stärker wird, wenn sich der Punkt der Linse nähert, und schwächer, wenn er sich entfernt. Einem unendlich fernen Punkte entspricht die Divergenz 0. Man erkennt, daß die Divergenz eines Bündels sich umgekehrt verhält, wie die Entfernung des betreffenden Punktes P vom Scheitel S der Linse. Es kann jedoch auch konvergentes Licht auf eine Linse fallen, in dem Falle nämlich, daß das Licht von einer anderen im Strahlengang vorgeschalteten Sammellinse herrührt. Die Konvergenz resp. Divergenz eines Strahlenbündels wird nun in charakteristischer Weise durch die Brechung mittels der Linse geändert. Wenn sich der leuchtende Punkt in beträchtlicher Entfernung von der Sammellinse L befindet, so wird die Divergenz im Objektraum in eine Konvergenz im Bildraum verwandelt, indem das gebrochene Bündel nach P' hin konvergiert. Nähert sich der leuchtende Punkt der Linse, so wird die Konvergenz im Bildraum immer schwächer und sinkt

Fig. 25.



zu 0 herab, wenn sich der leuchtende Punkt im vorderen Brennpunkt befindet. Nähert sich der leuchtende Punkt der Linse noch mehr, so ist die Linse nicht mehr imstande, die sehr starke objektseitige Divergenz in eine Konvergenz zu verwandeln, sondern es tritt nur eine Verminderung der Divergenz ein usw.

Konvergenz und Divergenz sind also gewissermaßen nur als verschiedene Teile ein und derselben Skala aufzufassen; sie sind durch einen 0-Punkt getrennt und verhalten sich demnach ähnlich wie Wärme- und Kältegrade bei der Skala eines Thermometers. Es sind zwei verschiedene Formen der Vergenz oder Neigung schlechthin.

Infolge des obigen Verhaltens hat nun Gullstrand folgende Schreibweise eingeführt:

$$\frac{1}{a} = A, \quad \frac{1}{a'} = A'.$$

Wir nennen die Größen A und A' die objektseitigen und die bildseitigen Vergenzen oder auch Konvergenzen des Bündels, indem wir den Spezialbegriff für den allgemeinen eintreten lassen.

Die bekannte Linsenformel für eine Linse in Luft

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

läßt sich also in einfachster Weise jetzt schreiben:

$$A + A' = D \dots \dots \dots (4)$$

Wir haben also den Satz: Die Summe der Vergenzen vor und nach der Brechung ist gleich der Brechkraft der Linse.

Ebenso einfach läßt sich auch die Vergrößerung, die durch die Linse bedingt wird, mit Hilfe des neuen Begriffs ausdrücken.

Aus der Gleichung

$$\frac{y'}{y} = \frac{a'}{a}$$

ergibt sich sofort durch Einführung der Vergenzen A und A' :

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{A}{A'} \dots \dots \dots (5)$$

d. h. der Maßstab ist gleich dem Quotienten aus der bildseitigen und objektseitigen Vergenz.

Besonders anschaulich werden die Verhältnisse dadurch, daß man die Schnittweiten im Objektraum in entgegengesetzter Richtung zählt, als wie wir dies bisher getan haben. Denkt man sich nämlich, daß in der Normalfigur für den Strahlengang einer dünnen Linse das Licht als konvergent einfallend gedacht wird, so muß man die objektseitige Schnittweite und demnach auch die objektseitige Vergenz mit umgekehrten Vorzeichen in Rechnung bringen und erhält dann die der Gleichung (4) entsprechende neue Gleichung

$$A' - A = D \quad \text{oder} \quad A' = A + D.$$

Hiernach wird also die Vergenz A' nach der Brechung erhalten aus der Vergenz A vor der Brechung, indem man die letztere um eine für die betreffende Linse unveränderliche Größe D (Brechkraft der Linse) vermehrt. Gullstrand, der bei seinen Betrachtungen eine derartige Zählweise der Schnittweiten wählte, hat deshalb für den reziproken Wert der letzteren die Bezeichnung Konvergenz gewählt.

Die Bedeutung der Gleichungen (4) und (5) liegt nicht nur in ihrer Einfachheit und Uebersichtlichkeit, sondern auch vorzüglich darin, daß sie, wie Gullstrand gezeigt hat, auch für ein ganz beliebiges zentriertes System ihre Bedeutung beibehalten, ja sogar für dünne Strahlenbündel, welche unter beliebiger Neigung ein System durchdringen. Vgl. Gullstrand, Ueber die Bedeutung der Dioptrie. v. Graefes Archiv für Ophthalmologie 1899, S. 46 u. ff. und Gleichen, Der Mechaniker. Nicolasse, Ueber die Bedeutung der Dioptrie- und Konvergenzrechnung. Berlin 1909, Nr. 14—20.

32. Brechkraft und Vergenzen für ein beliebiges zentriertes System von Kugelflächen.

Wir reduzieren mit Gullstrand eine Strecke dadurch, daß wir sie mit dem Brechungsexponenten des Mediums, in dem sie sich befindet, dividieren. Bedeutet z. B. d eine Strecke oder eine Schnittweite auf der Achse eines Systems, so ist

$$\frac{d}{n} = \delta \dots \dots \dots (6)$$

die reduzierte Strecke δ .

Ist in einem Medium vom Brechungsexponenten n f die vordere Brennweite eines Systems, so ist $\frac{f}{n}$ die reduzierte Brennweite.

Gullstrand definiert nun allgemein als Brechkraft eines Systems den reziproken Wert der reduzierten Brennweite, also

$$\text{Brechkraft} = \frac{n}{f} = D \dots \dots \dots (7)$$

Zufolge der Gleichung (7) § 10 ist aber:

$$\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} = D \dots \dots \dots (8)$$

wo f' die hintere Brennweite und n' der Brechungsexponent des letzten Mediums ist.

Man kann also die Brechkraft eines Systems sowohl aus der vorderen wie aus der hinteren Brennweite herleiten.

Für eine einzelne brechende Fläche wird zufolge Gleichung (5) in § 10:

$$D = \frac{n}{f} = \frac{n' - n}{r} \dots \dots \dots (9)$$

Zur Bildung der Brechkraft einer Fläche merke man: Man durchdringt die Fläche in Richtung des Lichtes, schreibt den hinter der Fläche herrschenden Brechungsexponenten hin, zieht davon den Brechungsexponenten vor der Fläche ab und dividiert die Differenz durch den in Metern ausgedrückten Radius.

Sind a und a' die von den Hauptpunkten aus gerechneten Schnittweiten eines Bündels vor und nach der Brechung, so sind $\frac{a}{n}$ und $\frac{a'}{n'}$ die reduzierten Schnittweiten, und deren reziproke Werte $\frac{n}{a}$

und $\frac{n'}{a'}$ die reduzierten Vergenzen, die wir mit A und A' bezeichnen.

Man hat also:

$$A = \frac{n}{a}, \quad A' = \frac{n'}{a'} \dots \dots \dots (10)$$

Die für ein beliebiges zentriertes System gültige Gleichung (15) des § 17, in der die Schnittweiten auf die Hauptpunkte bezogen sind, nämlich

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1,$$

läßt sich wegen

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$$

schreiben:

$$\frac{n}{a} + \frac{n'}{a'} = \frac{n}{f}$$

oder

$$A + A' = D \dots \dots \dots (11)$$

gültig für jedes zentrierte System.

Die Summe der objektseitigen und bildseitigen Vergenz eines Bündels ist also gleich der Brechkraft.

Für den Vergrößerungsmaßstab gemäß Gleichung (18) § 20 erhält man:

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{A}{A'} \dots \dots \dots (12)$$

und für das Winkelverhältnis gemäß Gleichung (16 a) des § 19:

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{n \cdot A'}{n' \cdot A} \dots \dots \dots (13)$$

Wir betrachten ferner zwei Teilsysteme.

Das erste Teilsystem habe die vordere Brennweite f_1 , die hintere f_1' .
 „ zweite „ „ „ „ „ f_2 „ „ f_2' .

Die einander zugewandten Hauptpunkte (hintere Hauptpunkt des ersten Teilsystems und vordere Hauptpunkt des zweiten) haben die Entfernung d , welche reduziert [vgl. Gleichung (6) § 32] den Wert δ hat, so daß

$$d = N \delta \dots \dots \dots (14)$$

ist, wenn d sich in einem Medium mit dem Brechungsexponenten N befindet.

Die Brechkraften der beiden Teilsysteme seien D_1 und D_2 . Bezüglich der Brechungsexponenten machen wir die Annahme, wie dies in

Fig. 15 angedeutet ist, daß deren Wert vor dem ersten Teilsysteme n , hinter dem zweiten n' und zwischen beiden N sei. Der Raum mit dem Brechungsindex N ist also Bildraum für System I, Objektraum für System II, und man hat:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= \frac{n}{f_1} = \frac{N}{f_1'} & D_2 &= \frac{N}{f_2} = \frac{n'}{f_2'} \\ \text{oder} & & & \\ f_1 &= \frac{n}{D_1}, \quad f_2 = \frac{N}{D_2}, \quad f_1' = \frac{N}{D_1}, \quad f_2' = \frac{n'}{D_2} \end{aligned} \right\} \dots (14a)$$

Setzen wir diese Werte in Gleichung (23) § 24 ein, nachdem wir diese in der Form

$$-\frac{f_1}{f} = \frac{d - f_1' - f_2}{f_2}$$

geschrieben haben, so wird:

$$-\frac{n}{f} \cdot \frac{1}{D_1} = \frac{N \delta - \frac{N}{D_1} - \frac{N}{D_2}}{\frac{N}{D_2}} \quad \text{oder} \quad \frac{n}{f} \cdot \frac{1}{D_1 \cdot D_2} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} - \delta$$

oder schließlich:

$$\frac{n}{f} = D_1 + D_2 - \delta D_1 D_2.$$

Nun ist aber

$$D = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \dots \dots \dots (15)$$

die Brechkraft des ganzen Systems, so daß man hat:

$$D = D_1 + D_2 - \delta \cdot D_1 \cdot D_2 \dots \dots \dots (16)$$

In Worten:

Die Brechkraft D eines Systems, das aus zwei Teilsystemen mit den Brechkraften D_1 und D_2 besteht, deren einander zugewandte Hauptpunkte die reduzierte Entfernung δ haben, ist gleich der Summe der beiden Brechkraften D_1 und D_2 vermindert um das mit der reduzierten Entfernung δ multiplizierte Produkt dieser Brechkraften.

Wir wollen jetzt noch die Gleichung (26) und (27) des § 24 mittels der durch 14a gegebenen Bezeichnungen umformen:

Der Nenner der Ausdrücke (26) und (27) des § 24 ist zufolge Gleichung (23) § 24 gegeben durch

$$-\frac{f_1 \cdot f_2}{f} = -\frac{n}{D_1} \frac{N}{D_2} : \frac{n}{D} = -\frac{D \cdot N}{D_1 \cdot D_2}.$$

Der Zähler des Ausdrucks (27) läßt sich schreiben:

$$f_1 \cdot d = \frac{n \cdot N \cdot \delta}{D_1}.$$

Also wird:

$$h = \frac{n \cdot N \cdot \delta}{D_1} : - \frac{D N}{D_1 \cdot D_2} = - \frac{n D_2 \delta}{D}.$$

Reduziert man die Strecke h durch Division mit n , da sich ja die Strecke im Objektraum befindet, und setzt

$$\frac{h}{n} = H,$$

so wird:

$$H = - \frac{D_2 \delta}{D} \dots \dots \dots (17)$$

Der Zähler des Ausdrucks (26) § 24 wird:

$$f_2' \cdot d = \frac{n'}{D_2} N \cdot \delta.$$

Folglich wird:

$$h' = \frac{n'}{D_2} \cdot N \delta : - \frac{D N}{D_1 \cdot D_2} = - \frac{D_1 \delta \cdot n'}{D}.$$

Da sich h' in einem Medium mit dem Brechungsexponenten n' befindet, so wird durch Reduktion $\frac{h'}{n'} = H'$ und

$$H' = - \frac{D_1 \delta}{D} \dots \dots \dots (18)$$

Durch die Gleichung (17) und (18) ist die Lage der Hauptpunkte der Kombination in besonders einfacher Weise bestimmt (Gullstrand).

33. Zusammenfassung der Resultate für das Hauptpunktssystem.

Die Schnittweiten a und a' zweier konjugierten Punkte P und P' (Fig. 26) werden von den Hauptpunkten H und H' aus gezählt, und zwar positiv im Objektraum entgegen der Lichtrichtung (von rechts nach links) und positiv im Bildraum in der Lichtrichtung (von links nach rechts).

Dann ist:

$$\frac{f}{a} + \frac{f'}{a'} = 1 \dots \dots \dots (I)$$

wo f und f' vordere und hintere Brennweite ist;

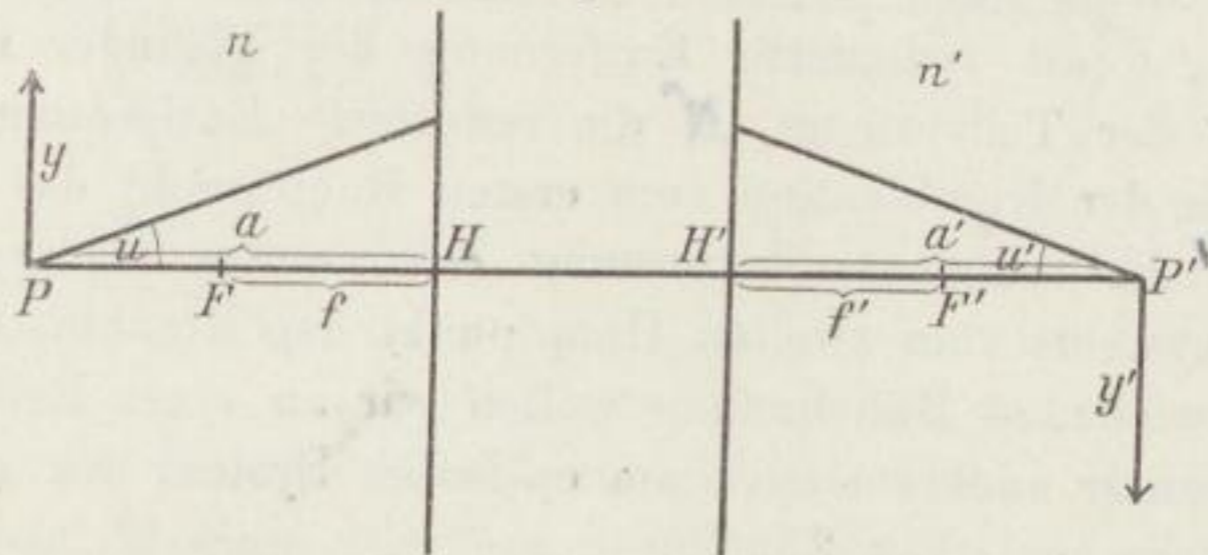
$$\text{Maßstab} = \beta = \frac{y'}{y} = \frac{n a'}{n' a} \dots \dots \dots \text{(II)}$$

wo y' und y Bild- und Objektgröße und n und n' Brechungsexponenten im Objekt- und Bildraum sind;

$$\text{Winkelverhältnis } \gamma = \frac{u'}{u} = \frac{a}{a'} \dots \dots \dots \text{(III)}$$

wo u und u' die Winkel sind, die ein und derselbe das ganze System durchdringende Strahl in den Fußpunkten von y und y' mit der optischen Achse bildet.

Fig. 26.



Die vordere Brennweite ist die Entfernung des vorderen Brennpunktes vom vorderen Hauptpunkt.

Die hintere Brennweite ist die Entfernung des hinteren Brennpunktes vom hinteren Hauptpunkt.

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \dots \dots \dots \text{(IV)}$$

Die reduzierten Vergenzen sind:

$$A = \frac{n}{a} \quad A' = \frac{n'}{a'} \dots \dots \dots \text{(IV)}$$

Die Brechkraft D des Systems ist:

$$D = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \dots \dots \dots \text{(V)}$$

$$A + A' = D \dots \dots \dots \text{(VI)}$$

$$\frac{y'}{y} = \beta = \frac{A}{A'} \dots \dots \dots \text{(VII)}$$

Für eine einzelne Fläche mit dem Radius r , die ein Medium mit dem Brechungsexponenten n von einem solchen mit dem Brechungsexponenten n' trennt, gilt:

$$f = \frac{n r}{n' - n} \quad f' = \frac{n' r}{n' - n} \quad D = \frac{n' - n}{r} \dots \text{(VIII)}$$

Ferner gilt allgemein:

$$z = u \cdot f \dots \dots \dots \text{(IX)}$$

wo z das Bild eines unendlich fernen Objektes ist, das unter dem Gesichtswinkel u erscheint.

Für die Kombination zweier Systeme mit den Brechkraften D_1 und D_2 hat man

$$D = D_1 + D_2 - \delta D_1 D_2 \dots \dots \dots \text{(X)}$$

$$\mathcal{M} = \frac{h}{n} = -\frac{D_2 \delta}{D} \quad \mathcal{N}' = \frac{h'}{n'} = -\frac{D_1 \delta}{D} \dots \dots \text{(XI)}$$

In den Gleichungen (X) und (XI) bedeutet D die Brechkraft der Kombination, δ die reduzierte Entfernung der einander zugewandten Hauptpunkte der Teilsysteme, \mathcal{N} die reduzierte Entfernung des ersten Hauptpunktes der Kombination vom ersten Hauptpunkt des ersten Teilsystems, \mathcal{N}' die reduzierte Entfernung des zweiten Hauptpunktes des zweiten Teilsystems vom zweiten Hauptpunkt der Kombination.

Die entwickelten Beziehungen wollen wir an einer Reihe von Beispielen und unter anderem auch am optischen System des menschlichen Auges erläutern (vgl. Fig. 27).

Das letztere stellt zwar als Gebilde der organischen Welt kein streng zentriertes System von Kugelflächen vor, kann jedoch in erster Annäherung als ein solches aufgefaßt werden. Radien und Brechungsexponenten sind hierbei natürlich individuellen Schwankungen unterworfen; von mehreren Forschern sind jedoch, um einen leichten Ueberblick zu gestatten, gewisse Mittelwerte angenommen, deren Zusammenstellungen als „schematische Augen“ bezeichnet werden. So hat z. B. das neuere von Helmholtz aufgestellte schematische Auge folgende Daten:

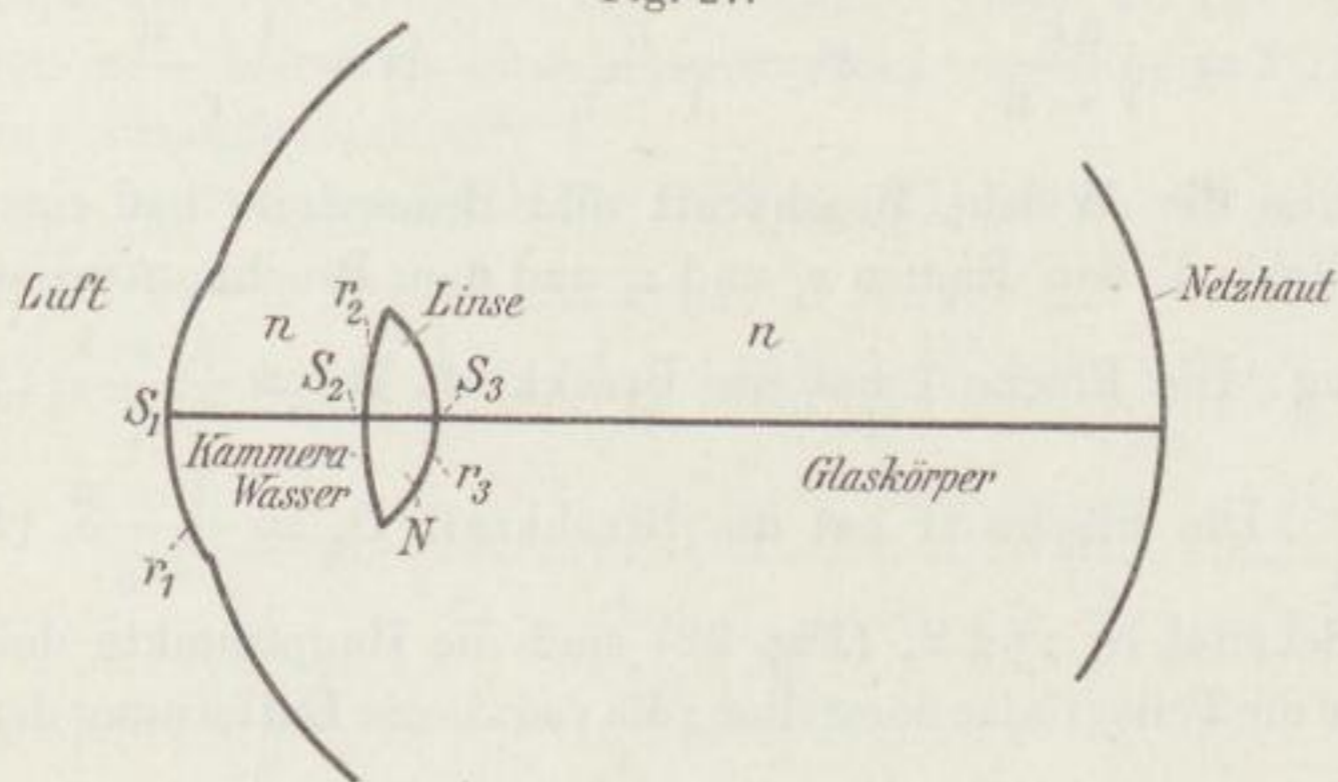
Radius der Hornhaut mit dem Scheitel S_1	$r_1 = 7,829$ mm
„ „ vorderen Linsenfläche mit dem Scheitel S_2	$r_2 = 10$ „
„ „ hinteren „ „ „ „ S_3	$r_3 = -6$ „
Tiefe der vorderen Kammer	$S_1 S_2 = 3,6$ „
Dicke der Linse	$S_2 S_3 = 3,6$ „
Brechungsexponent der Luft	$= 1$
„ des Kammerwassers	$n = 1,3365$;
„ der Linse	$N = 1,43$
„ des Glaskörpers	$n = 1,3365$

Die nähere Beschreibung des Auges vgl. Kapitel V § 43.

Das neuere von Gullstrand aufgestellte schematische Auge (vgl. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik, 3. Aufl., Bd. 1, S. 300 u. f.) mag als Mittelwert den tatsächlichen Verhältnissen besser entsprechen als das von Helmholtz. Wir bedienen uns jedoch der Zahlenangaben

des letzteren, da diesen vielfach in der ophthalmologischen Literatur Rechnungen zugrunde gelegt sind und die nachfolgenden Aufgaben ja nur die Bedeutung von Uebungsbeispielen haben sollen.

Fig. 27.



Aufgabe 23: Welche Brechkraft hat eine Fläche vom Radius r , die Luft von einem Medium mit dem Brechungsindex n abgrenzt?

Lösung: In Gleichung (VIII) ist n' durch n und n durch Eins zu ersetzen und man erhält: $D = \frac{n-1}{r}$.

Aufgabe 24: Wenn wir die Hornhaut als eine einzige brechende Fläche auffassen vom Radius $r = 7,829$ mm, welche Luft vom Kammerwasser mit dem Brechungsindex $n = 1,3365$ abgrenzt, so haben die Brennweiten und die Brechkraft welche Größe?

Lösung: Nach Gleichung (VIII) ist zu setzen $n' = n$, $n = 1$, und man hat:

$$f = \frac{r}{n-1} = \frac{7,829}{0,3365} = 23,26 \text{ mm.}$$

$$f' = \frac{nr}{n-1} = n \cdot f = 1,3365 \cdot 23,26 = 31,09 \text{ mm.}$$

Die Brechkraft ist $D = \frac{1}{f}$, wo f in Metern auszudrücken ist.

Man erhält: $D = \frac{1}{0,02326} = 43 \text{ Dptr.}$

Aufgabe 25: Wie 24; doch werde $r = 8$ mm und $n = \frac{4}{3}$ gesetzt.

Lösung: Man hat

$$f = \frac{8}{\frac{1}{3}} = 24 \text{ mm, } f' = \frac{4}{3} \cdot 24 = 32; D = \frac{1000}{24} = 41 \frac{2}{3} \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 26: Wie groß sind Brechkraft und Brennweite einer Fläche mit dem Krümmungsradius r , welche ein Medium vom Brechungsindex n von Luft abgrenzt?

Lösung: In Gleichung (VIII) ist zu setzen $n' = 1$ und man hat:

$$f = \frac{nr}{1-n} \quad f' = \frac{r}{1-n} \quad D = \frac{1-n}{r}.$$

Aufgabe 27: Welche Brechkraft und Brennweite hat ein Meniskus von der Dicke d , den Radien r_1 und r_2 und dem Brechungsindex n ?

Lösung: Die Fläche I hat die Brechkraft $D_1 = \frac{n-1}{r_1}$ (Aufg. 23).

Die Fläche II hat die Brechkraft $D_2 = \frac{1-n}{r_2}$ (Aufg. 26).

Die Scheitel S_1 und S_2 (Fig. 28) sind die Hauptpunkte der Flächen, welche hier die Teilsysteme darstellen; die reduzierte Entfernung derselben ist $\delta = \frac{d}{n}$. Gleichung (X) liefert für die Brechkraft D des Meniskus:

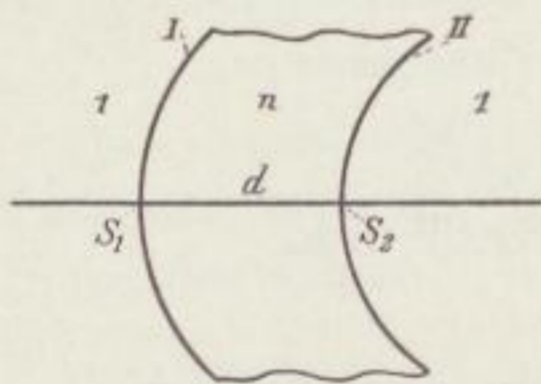
$$D = \frac{n-1}{r_1} + \frac{1-n}{r_2} - \frac{d}{n} \cdot \frac{n-1}{r_1} \cdot \frac{1-n}{r_2}$$

$$\frac{1}{f} = D = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2}.$$

Die Brennweite ist $f = \frac{1}{D}$.

Aufgabe 28: Wie groß ist der Fehler in der Bestimmung der Brechkraft, den man macht, wenn man die Dicke der Linse vernachlässigt?

Fig. 28.



Lösung: Da die Brechkraft einer sehr dünnen Linse $(n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ ist, so ist zufolge der Aufg. 27 der Fehler $\frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2}$.

Aufgabe 29: Wie groß ist dieser Fehler für eine 5 mm dicke bikonvexe gleichseitige Linse, wenn $r_1 = -r_2 = 10$ cm und $n = 1,5$ ist?

Zufolge Aufgabe 28 erhält man für den Fehler

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{0,005}{(0,1)^2} = \frac{1}{12} \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 30: Wie groß ist der Fehler für eine Linse mit einer Planfläche?

Lösung: Der Ausdruck $\frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r_1 r_2}$ verschwindet, wenn einer der Radien unendlich groß wird; also ist der Fehler in der Angabe der Brechkraft gleich Null.

Aufgabe 31: Wie groß ist die Brechkraft einer konzentrischen Linse, wenn man hierunter eine Linse versteht, deren beide Krümmungsmittelpunkte zusammenfallen?

Lösung: In dem Ausdruck für D (Aufg. 27) ist zu setzen $d = r_1 - r_2$ und man erhält:

$$\begin{aligned} D &= (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + \frac{(n-1)^2}{n} \frac{(r_1 - r_2)}{r_1 r_2} \\ &= (n-1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \frac{(n-1)^2}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \\ &= \frac{n-1}{n} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right). \end{aligned}$$

Dieser Wert gilt, wenn die beiden Flächen auf derselben Seite des gemeinsamen Mittelpunktes liegen. Ist dies nicht der Fall, so wird die Linse bikonvex und hat die Dicke $r_1 + r_2$; in letzterem Falle ist r_2 durch $-r_2$ zu ersetzen und der Ausdruck für D wird

$$D = \frac{n-1}{n} \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (18a)$$

Aufgabe 32: Welche Dicke muß eine konzentrische Linse haben, wenn ihre Brechkraft -2 Dptr. betragen und der Radius $r_2 = 3$ cm sein soll ($n = 1,5$)?

Lösung: Zuzufolge Aufgabe 31 wird: $-2 = \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{0,03} \right)$.

Hieraus folgt $\frac{1}{r_1} = 27,3$; $r_1 = 3,6$ cm. Die Dicke, als Differenz der Radien, beträgt also ca. 6 mm. Derartige Linsen wären als Gläser für Kurzsichtige, wie wir später sehen werden, besonders zu empfehlen, wenn ihr Gewicht nicht so groß wäre.

Aufgabe 33: Wie groß ist die Brechkraft einer Vollkugel vom Radius r und Brechungsexponenten n ?

Lösung: In Gleichung (18a) sind die Radien einander gleich zu setzen. Man erhält: $D = \frac{2(n-1)}{nr}$.

Aufgabe 34: Welche Brechkraft hat die kugelförmige Linse eines Fischeauges, etwa eines Karpfens, bei der $r = 2,5$ mm und $n = 1,68$ ist?

Lösung: Zufolge der vorigen Aufgabe hat man $D = \frac{2 \cdot 0,68}{1,68 \cdot 0,0025} = 324$ Dptr.

Aufgabe 35: Welche Brechkraft hat eine Nulllinse, wenn man unter einer solchen Linse einen Meniskus mit gleichen Radien versteht?

Lösung: Gemäß Aufgabe 27 wird, wenn man $r_1 = r_2 = r$ setzt:

$$D = \frac{(n-1)^2}{n} \cdot \frac{d}{r^2}.$$

Aufgabe 36: Wo liegen die Hauptpunkte eines Meniskus mit den Radien r_1 und r_2 und der Dicke d , wenn n der Brechungsexponent ist?

Lösung: Aus Gleichung (XI) folgt: $h = -\frac{d}{n} \cdot \frac{D_2}{D}$. Gemäß Aufgabe 26 ist $D_2 = \frac{1-n}{r_2}$; also wird $h = \frac{(n-1)d}{nr_2 D}$; analog ist $h' = -\frac{d}{n} \cdot \frac{D_1}{D}$, woraus wegen $D_1 = \frac{n-1}{r_1}$ entsteht: $h' = -\frac{(n-1)d}{nr_1 D}$. Hier bedeuten h und h' die Abstände der Hauptpunkte von den Scheiteln S_1 und S_2 der Linse.

Aufgabe 37: Wie groß sind Brechkraft und Brennweite eines Meniskus und wo liegen die Haupt- und Brennpunkte, wenn $r_1 = 10$ cm, $r_2 = 20$ cm, $d = 3$ cm und $n = 1,5$ ist?

Lösung: Zunächst folgt aus der Formel für D (Aufg. 27) die Brechkraft

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{3}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20}\right) + \frac{\left(\frac{3}{2} - 1\right)^2}{\frac{3}{2}} \cdot \frac{3}{10 \cdot 20} = \frac{11}{400}.$$

Die Brechkraft ist also $D = \frac{1100}{400} = 2^{3/4}$ Dptr.

Die Brennweite ist $f = \frac{400}{11} = 36^{4/11}$ cm.

Zufolge Aufgabe 36 ist:

$$h' = \frac{-\left(\frac{3}{2} - 1\right) \cdot 3}{\frac{3}{2} \cdot 10 \cdot \frac{11}{4}} = -\frac{2}{55} \text{ cm und } h = \frac{\left(\frac{3}{2} - 1\right) \cdot 3}{\frac{2}{3} \cdot 20 \cdot \frac{11}{4}} = \frac{1}{55} \text{ cm.}$$

In Fig. 29 ist $HS_1 = h$ nach links abzutragen, weil sich h positiv ergibt; ferner ist h' , weil negativ, von S_2 ebenfalls nach links abzutragen.

Aufgabe 38: Wie groß ist die Brechkraft einer gleichseitigen bikonvexen Linse vom Radius r und der Dicke d , wenn $n = \frac{3}{2}$ ist? Wo liegen die Hauptpunkte?

Lösung: Nach Aufgabe 27 ist, wenn man $r_1 = r$, $r_2 = -r$ und $n = \frac{3}{2}$ setzt:

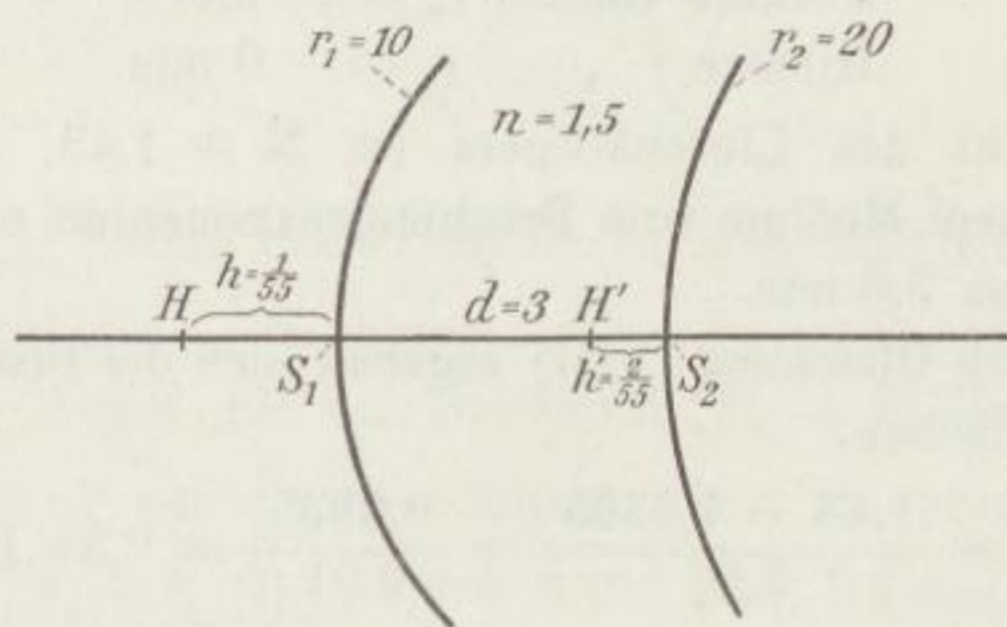
$$D = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r} \right) + \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{r^2} = \frac{1}{r} + \frac{1}{6} \cdot \frac{d}{r^2}.$$

Nach Aufgabe 36 wird ferner:

$$h = -\frac{1}{3r} \cdot \frac{d}{D} \quad h' = -\frac{1}{3r} \cdot \frac{d}{D}.$$

Da h und h' sich beide negativ ergeben, so muß man, um von den Scheiteln S_1 und S_2 zu den Hauptpunkten zu gelangen, sich beide Male in das Innere der Linse hineinbewegen.

Fig. 29.



Aufgabe 39: Wo liegen im Falle der vorigen Aufgabe die Hauptpunkte, wenn die Dicke d klein ist im Verhältnis zum Radius?

Lösung: Ist d klein im Verhältnis zu r , so ist der Bruch $\frac{1}{6} \frac{d}{r^2}$ so klein, daß man ihn unter Umständen vernachlässigen kann. Dann wird $D = \frac{1}{r}$ und man erhält:

$$h = -\frac{d}{3} \quad h' = -\frac{d}{3}.$$

Die Hauptpunkte liegen in diesem Falle um ein Drittel der Linsendicke nach innen.

Aufgabe 40: Wie groß ist die Brechkraft einer gleichseitigen Bikonkavlinse und wo liegen ihre Hauptpunkte?

Lösung: Die Lösung ist in den beiden vorigen Aufgaben enthalten, wenn man dort r durch $-r$ ersetzt. Die Hauptpunkte liegen, wenn d nicht zu groß ist, im Innern der Linse, da in den Gleichungen für h und h' (Aufg. 38) r und D das Vorzeichen wechseln, die Vorzeichen von h und h' also negativ bleiben.

Aufgabe 41: Bei welcher Dicke einer gleichseitigen Bikonkavlinse ($n = \frac{3}{2}$) treten die Hauptpunkte aus der Linse heraus?

Lösung: Der Ausdruck für D in Aufgabe 38 wird, wenn man r durch $-r$ ersetzt: $D = -\frac{1}{r} + \frac{1}{6} \frac{d}{r^2}$. Bei wachsendem D bleibt dieser Ausdruck zunächst negativ; er kann aber durch Null hindurchgehend positiv werden. Für $0 = -\frac{1}{r} + \frac{1}{6} \frac{d}{r^2}$ ergibt sich, daß für $d = 6r$ die Größe D das Zeichen wechselt.

Aufgabe 42: Wie groß ist die Brechkraft der Linse des menschlichen Auges, wenn wir für deren Radien, da sie bikonvex ist, die Werte annehmen (s. Fig. 27):

$$\begin{aligned} \text{Vordere Radius } r_2 &= 10 \text{ mm} \\ \text{Hintere } \quad \quad r_3 &= -6 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Brechungsexponent des Linsenkörpers ist $N = 1,43$. Die Linse ist eingebettet in einem Medium vom Brechungsexponenten $n = 1,3365$. Die Dicke d der Linse 3,6 mm.

Lösung: Nach Gleichung (VIII) ergeben sich die Brechkraften D_1 und D_2 der beiden Flächen:

$$D_1 = \frac{1,43 - 1,3365}{0,01} = \frac{0,0935}{0,01} = 9,35 \text{ Dptr.}$$

$$D_2 = \frac{1,3365 - 1,43}{-0,006} = 15,58 \text{ Dptr.}$$

Da der reduzierte Abstand der beiden Flächen

$$\delta = \frac{d}{N} = \frac{0,0036}{1,43} = 0,002518 \text{ m}$$

ist, so folgt nach (X):

$$\begin{aligned} D &= 9,35 + 15,58 - 9,35 \cdot 15,58 \cdot 0,002518 \\ D &= 24,55 \text{ Dptr.} \end{aligned}$$

Anm. Hätten wir die Dicke der Linse vernachlässigt, so hätte sich als Brechkraft der Wert 24,93 Dptr. ergeben, der von dem wahren nur um 0,38 Dptr. abweicht.

Aufgabe 43: Wo liegen die Hauptpunkte der Linse des menschlichen Auges?

Lösung: Aus Gleichung (XI) folgt:

$$H = -\frac{D_2 \delta}{D} = -\frac{15,58 \cdot 0,002518}{24,55} = -1,598 \text{ mm}$$

und

$$H' = -\frac{D_1 \delta}{D} = -\frac{9,35 \cdot 0,002518}{24,55} = -0,9578 \text{ mm.}$$

Schließlich folgt hieraus:

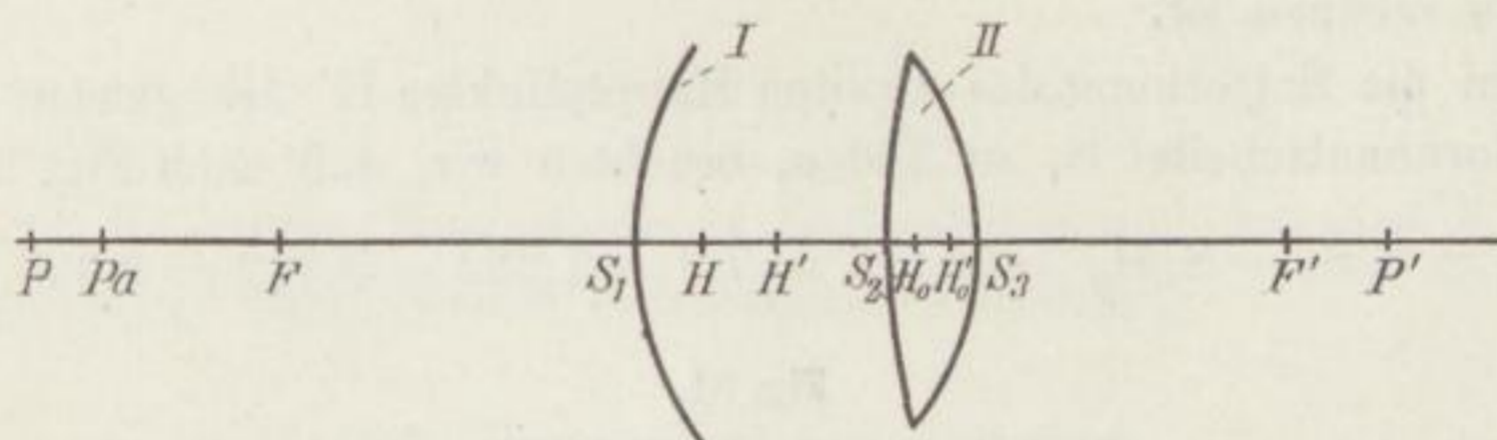
$$h = n H = - 1,3365 \cdot 1,598 = - 2,135 \text{ mm}$$

$$h' = n H' = - 1,3365 \cdot 0,9578 = - 1,282 \text{ mm.}$$

In Fig. 30 ist $H_0 S_2 = 2,135 \text{ mm}$, $H_0' S_3 = 1,282 \text{ mm}$.

Aufgabe 44: Wie groß ist die Brechkraft des ganzen schematischen Auges, wie groß sind die Brennweiten und wo liegen die Hauptpunkte, wenn die Tiefe der vorderen Kammer 3,6 mm beträgt?

Fig. 30.



Lösung: Wir haben zwei Systeme zu kombinieren:

1. die Hornhaut mit der Brechkraft $D_1 = 43 \text{ Dptr.}$ (Aufg. 24),
2. die Linse des Auges mit der Brechkraft $D_2 = 24,55 \text{ Dptr.}$ (Aufg. 42).

Die Entfernung der einander zugewandten Hauptpunkte ist

$$d = S_1 H_0 = S_1 S_2 + S_2 H_0 = 3,6 + 2,135 = 5,735 \text{ mm} = 0,005735 \text{ m,}$$

durch Reduktion erhält man:

$$\delta = \frac{0,005735}{1,3365} \text{ m} = 0,00429 \text{ m.}$$

Folglich ist die Brechkraft des ganzen Auges:

$$D = 43 + 24,55 - 0,00429 \cdot 43 \cdot 24,55 = 63 \text{ Dptr.}$$

Ferner ergibt sich nach (XI):

$$H = h = - \frac{D_2 \delta}{D} = - \frac{24,55 \cdot 4,29}{63} \text{ mm} = - 1,67 \text{ mm}$$

$$H' = \frac{h'}{1,3365} = - \frac{D_1 \delta}{D} = - \frac{43 \cdot 4,29}{63} \text{ mm} = - 2,927 \text{ mm.}$$

Aus der letzteren Gleichung folgt:

$$h' = - 2,927 \cdot 1,3365 = - 3,912 \text{ mm.}$$

Hier bedeutet also h den Abstand des ersten Hauptpunktes des ganzen Auges vom Hornhautscheitel S_1 . Ist in Fig. 31 H der vordere Hauptpunkt des ganzen Auges, so ist $-h = S_1 H = 1,67 \text{ mm}$.

Das negative Vorzeichen drückt aus, daß der betreffende Hauptpunkt rechts vom Hornhautscheitel, d. h. im Innern des Auges liegt. Die

Nähe des ersten Hauptpunktes am Hornhautscheitel macht ihn als Ausgangspunkt für die Schnittweiten besonders geeignet.

Es bedeutet ferner h' den Abstand des hinteren Hauptpunktes des ganzen Auges vom hinteren Hauptpunkt der Linse. Bezeichnet man den ersteren mit H' in Fig. 31, so ist also

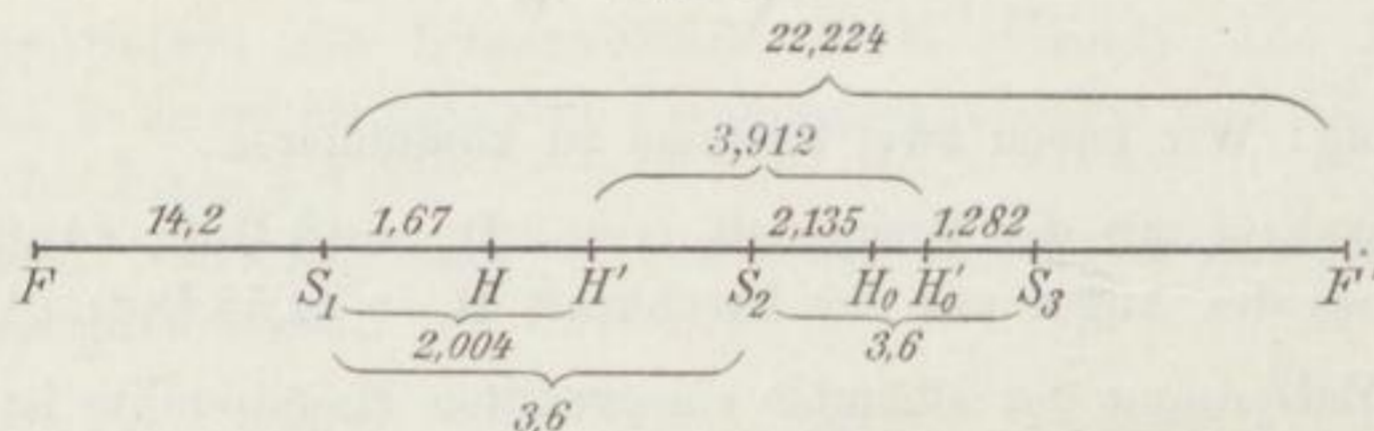
$$-h' = H'H_0' = 3,912 \text{ mm.}$$

Das negative Vorzeichen von h' drückt aus, daß es von H_0' nach links zu rechnen ist.

Um die Entfernung des zweiten Hauptpunktes H' des ganzen Auges vom Hornhautscheitel S_1 zu finden, beachten wir, daß nach Fig. 31 ist:

$$S_1H' = S_1S_3 - S_3H_0' - H_0'H' = 7,2 - 1,282 - 3,912 = 2,006 \text{ mm.}$$

Fig. 31.



Die vordere Brennweite f des Auges ist, da das erste Medium die Luft ist, der reziproke Wert der Brechkraft. Also ist

$$f = \frac{1}{63} \text{ m} = 15,87 \text{ mm.}$$

Da sich die hintere Brennweite f' in einem Medium vom Brechungsindex 1,3365 befindet, so hat man:

$$f' = \frac{1,3365}{63} \text{ m} = 21,22 \text{ mm.}$$

Aufgabe 45: Wo liegen die Brennpunkte F und F' des ganzen Auges?

Lösung: Da sich die Brennweiten f und f' (Aufg. 44) positiv ergaben, so hat man diese Größen von den Hauptpunkten H und H' abzutragen, um zu den Brennpunkten zu gelangen, und zwar f von H aus nach links und f' von H' aus nach rechts. Um die Entfernungen des vorderen Brennpunktes vom Hornhautscheitel zu finden, hat man, wie ein Blick auf Fig. 31 lehrt, von der anderen Brennweite 15,87 die Strecke $S_1H = 1,67$ abzuziehen und erhält

$$FS_1 = 14,2 \text{ mm.}$$

Um die Entfernung des hinteren Brennpunktes F' vom Hornhautscheitel zu finden, hat man zur hinteren Brennweite 21,22 die Strecke $H'S_1 = 2,006$ zu addieren und erhält

$$F'S_1 = 23,226 \text{ mm.}$$

Aufgabe 46: Welche Entfernungen müssen zwei Systeme von der Brechkraft D_1 und D_2 voneinander haben, damit ihre Gesamtbrechkraft verschwindet?

Lösung: Aus der Gleichung (X) folgt für $D = 0$ die reduzierte Entfernung der beiden einander zugewandten Hauptpunkte

$$\delta = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}.$$

Sind die beiden Teilsysteme in Luft eingebettet, so wird δ gleich der Summe der Brennweiten (teleskopisches System).

34. Brennpunktvergenzen.

Man kann die Vergenzen von jedem beliebigen Achsenpunkt aus rechnen, z. B. von den Scheitelpunkten des Systems, den Brennpunkten, Knotenpunkten usw. Unter Vergenzen schlechthin verstehen wir immer die im Gullstrandschen Sinne von den Hauptpunkten aus gerechneten, andernfalls sprechen wir von Brennpunktvergenzen, Knotenpunktvergenzen usw.

Für das Brennpunktsystem tritt eine Vereinfachung durch Einführung der reduzierten Vergenzen kaum ein.

Setzt man: $X = \frac{n}{x}$, $X' = \frac{n'}{x'}$, so werden die Gleichungen (14) § 16,

(13) § 16, (16 a) § 19:

$$X \cdot X' = D^2, \quad \beta = \frac{X}{D} = \frac{D}{X'}, \quad \gamma = \frac{n}{n'} \frac{D}{X} = \frac{n}{n'} \frac{X'}{D} \quad (19)$$

35. Knotenpunktvergenzen.

Beziehen wir die Vergenzen auf die Knotenpunkte, indem wir die Abstände konjugierter Punkte von den Knotenpunkten K und K' (Fig. 29 a) mit b und b' bezeichnen, so folgt unter Berücksichtigung von § 23 aus Fig. 32:

$$x = b - f', \quad x' = b' - f, \quad \text{wo } b = KP \text{ und } b' = K'P' \text{ ist.} \quad (20)$$

Man hat demnach auch $x \cdot x' = (b - f')(b' - f)$ oder

$$\frac{f'}{b} + \frac{f}{b'} = 1 \quad \dots \dots \dots (21)$$

Aus den ähnlichen Dreiecken KQP und $K'Q'P'$, welche rechte Winkel und die Winkel bei K und K' gleich haben, folgt sofort

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{b'}{b} \text{ und wegen } \gamma = \frac{1}{\beta} \cdot \frac{n}{n'}: \gamma = \frac{n'}{n} = \frac{b}{b'} \cdot \frac{n}{n'} \quad (22)$$

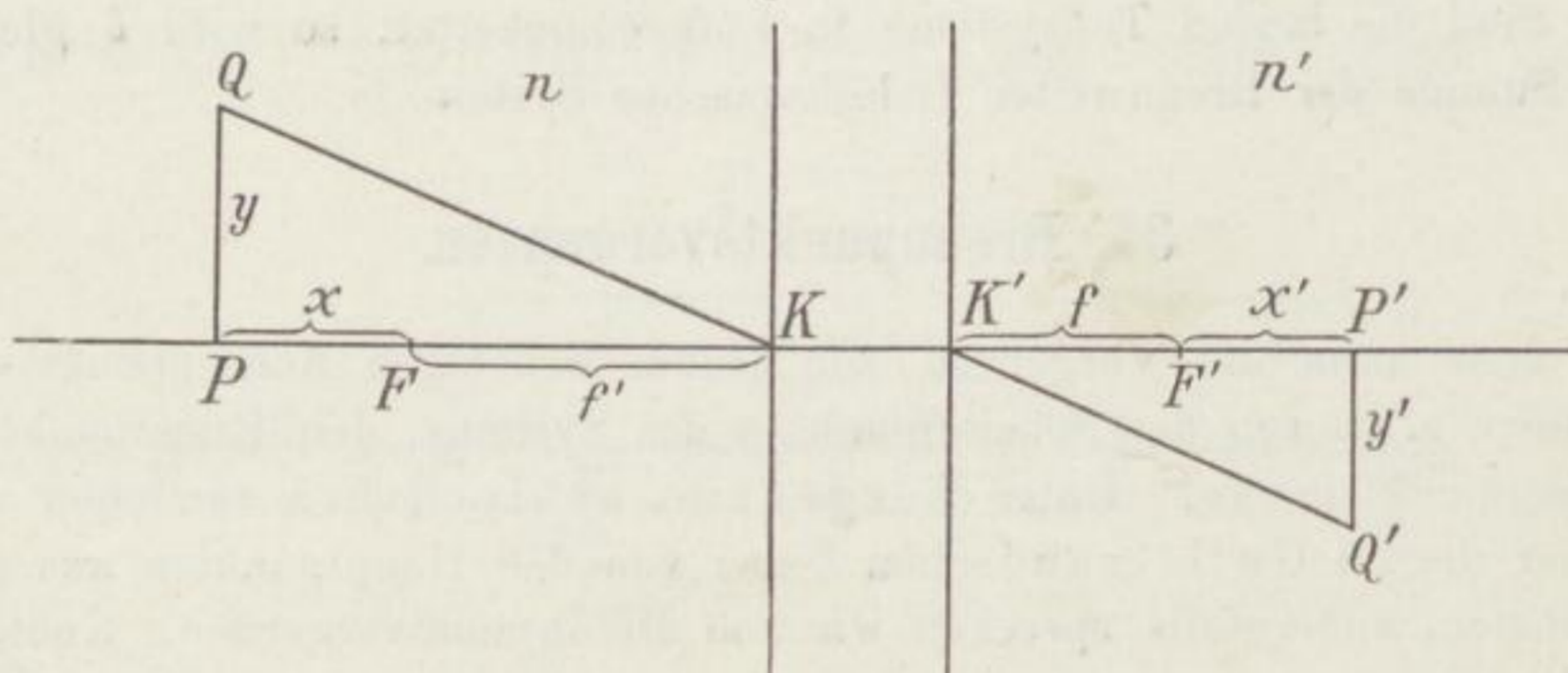
Um die Symmetrie der Formeln für das Knotenpunktsystem besser zu erkennen, setzen wir

$$f' = \varphi \text{ und } f = \varphi' \quad \dots \dots \dots (23)$$

Wir definieren also:

Im Knotenpunktsystem ist die vordere Brennweite φ gleich der Entfernung des vorderen Knotenpunktes vom

Fig. 32.



vorderen Brennpunkt, die hintere Brennweite φ' ist die Entfernung des hinteren Knotenpunktes vom hinteren Brennpunkt, und es ist:

$$\frac{\varphi}{\varphi'} = \frac{n'}{n} \quad \dots \dots \dots (24)$$

Wir reduzieren im Knotenpunktsystem eine Strecke, indem wir sie mit dem bezüglichen Brechungsexponenten multiplizieren:

Es ist also die reduzierte Knotenpunktvergenz:

$$B = \frac{1}{nb}, \quad B' = \frac{1}{n'b'}$$

Nach Gleichung (24) hat man

$$\frac{1}{n\varphi} = \frac{1}{n\varphi'} = D^k \quad \dots \dots \dots (24a)$$

wo D^k die Knotenpunktbrechkraft ist.

Gleichung (21) wird dann

$$B + B' = D^k \quad \dots \dots \dots (25)$$

und man erhält auch sofort:

$$\beta = \frac{n}{n'} \cdot \frac{B}{B'} \quad \gamma = \frac{B'}{B} \quad \dots \quad (26)$$

Aus den Gleichungen (23) und (24a) folgt übrigens sofort, wenn man die Beziehung $\frac{n}{n'} = \frac{f}{f'}$ berücksichtigt:

$$D = D^k \cdot n \cdot n' \quad \dots \quad (27)$$

Gleichung (24) § 24 wird unter Einführung der neuen Bezeichnungen:

$$\varphi' = \frac{\varphi_1' \varphi_2'}{k - \varphi_2 - \varphi_1'}$$

Setzen wir nun, indem wir die drei hier in Frage kommenden Brechungsexponenten mit n , N , n' bezeichnen (vgl. § 32):

$$\frac{1}{n \varphi_1} = \frac{1}{N \varphi_1'} = D_1^k$$

$$\frac{1}{N \varphi_2} = \frac{1}{n' \varphi_2'} = D_2^k$$

und

$$kN = z,$$

so erhält man, wenn man mit D^k die Brechkraft des ganzen Systems bezeichnet:

$$D^k = D_1^k + D_2^k - z \cdot D_1^k \cdot D_2^k \quad \dots \quad (28)$$

eine Gleichung, welche genau der Beziehung (16) § 32 entspricht.

Ist ein System in Luft eingebettet, so ist $n = n' = 1$, die beiden Brennweiten werden einander gleich, die Hauptpunkte fallen mit den Knotenpunkten zusammen; es wird auch $D = D^k$.

Das Knotenpunktsystem ist dem Hauptpunktsystem prinzipiell gleichwertig. Beide Systeme sind in gewissem Sinne als künstliche zu bezeichnen, insofern als die Einfachheit der bei ihnen auftretenden Bezeichnungen eine Folge des gewöhnlichen Brechungsgesetzes ist und nicht mehr vorhanden ist, wenn das Licht nach einem anderen Gesetz gebrochen wird, wie in sog. doppelbrechenden Medien, während das auf die Brennpunkte bezogene Gleichungssystem im letzteren Falle noch allgemein gültig ist.

Aufgabe 47: Wo liegen die Knotenpunkte einer einzelnen brechenden Fläche?

Lösung: Die Knotenpunkte sind dadurch definiert, daß für einen durch den ersten und infolgedessen auch durch den zweiten hindurchgehenden Strahl das Winkelverhältnis gleich Eins ist, d. h. der ein- und austretende Strahl gleiche Winkel mit der Achse bildet. Nun geht aber

ein gegen den Mittelpunkt einer Kugel gerichteter Strahl ungebrochen durch die Fläche hindurch. Es müssen demnach beide Knotenpunkte im Kugelmittelpunkt zusammenfallen.

Aufgabe 48: Wie groß ist D^k für eine Fläche mit dem Radius r , welche die beiden Medien mit den Brechungsexponenten n und n' trennt?

Lösung: Wegen $D^k = \frac{D}{n \cdot n'}$ wird $D^k = \frac{n' - n}{n \cdot n' r}$.

Aufgabe 49: Wie groß ist die Brechkraft einer in Luft befindlichen Vollkugel vom Radius r und dem Exponenten n ?

Lösung: Die Vollkugel stellt eine Kombination zweier Flächen mit gleichen aber entgegengesetzten Radien dar, deren Knotenpunkte zusammenfallen. Folglich ist in Gleichung (28) $x = 0$ zu setzen und man findet:

$$D^k = D = D_1^k + D_2^k.$$

Nun ist:

$$D_1^k = \frac{n - 1}{nr} \quad D_2^k = - \frac{1 - n}{nr},$$

folglich:

$$D = \frac{2(n - 1)}{nr},$$

übereinstimmend mit Aufgabe 33.

Aufgabe 50: Wie groß ist die Brechkraft einer Vollkugel in Luft vom Exponenten n und vom Radius R , die zentral eine kleinere Kugel vom Exponenten N und Radius r einschließt?

Lösung: Da hier die Knotenpunkte sämtlicher Flächen sowie auch die des ganzen Systems in dem Mittelpunkt zusammenfallen, so schließt man aus Gleichung (28), daß in einem solchen Falle die Brechkraft der Kombination gleich der Summe der Knotenpunktbrechkräfte sein muß. Man hat also (vgl. Fig. 33):

$$D = 2 \left(\frac{n - 1}{nR} + \frac{N - n}{nNr} \right).$$

Sei z. B. $n = \frac{4}{3}$ $N = \frac{3}{2}$ $R = 2$ $r = 1$, so wird

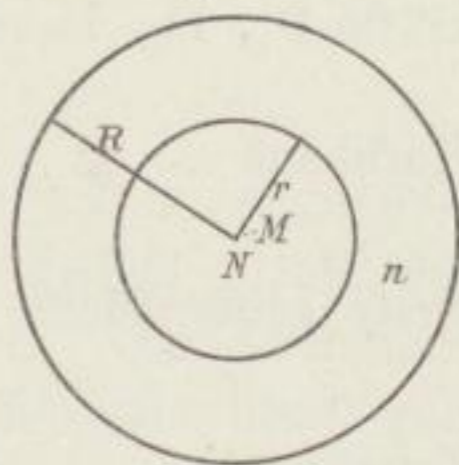
$$D = 2 \cdot \left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{3} \cdot 2} + \frac{\frac{3}{2} - \frac{4}{3}}{\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3}} \right) = \frac{5}{12} \text{ Dptr.}$$

Eine Vollkugel vom Radius R und dem Brechungsexponenten N hat die Brechkraft

$$\frac{2(N - 1)}{NR} = \frac{2 \left(\frac{3}{2} - 1 \right)}{\frac{3}{2} \cdot 2} = \frac{1}{3} \text{ Dptr.}$$

Man erkennt also, daß eine Abnahme der Brechkraft resultiert, wenn die ganze Kugel vom Radius R mit einem Medium von dem hohen Brechungsexponenten N ausgefüllt wäre. Man kann sich dies auch anschaulich machen, wenn man bedenkt, daß gemäß Fig. 33 die rechts und links von der eingeschlossenen kleineren Kugel liegenden Teile der größeren Kugel wie Zerstreuungslinsen wirken, und zwar um so stärker je höher ihr Brechungsexponent sein wird. Erhalten diese Teile den Brechungsexponenten N , so geht das ganze System in eine homogene Vollkugel vom Brechungsexponenten N über, wobei die betreffenden Teile eine stärkere zerstreuernde Wirkung ausüben als zuvor. Ein analoges Verhalten tritt ein, wenn eine Linse geschichtet ist mit nach innen zunehmenden Brechungsexponenten, wie dies bei den Augenlinsen fast aller höheren Tiere, insbesondere auch des Menschen, der Fall ist.

Fig. 33.



36. Die Krümmung der Bilder.

Ist ein Objekt oder ein Bild nicht in einer Ebene ausgebreitet, sondern liegt es auf einer Kugelfläche, so nennt man den reziproken Wert des Radius dieser Fläche die Krümmung.

Hat das Objekt die Krümmung $\frac{1}{R}$, so nennt man $\frac{n}{R}$ die reduzierte Krümmung des Objekts, wenn n der Brechungsexponent des Objektraumes ist. Entsprechend ist $\frac{n'}{R'}$ die reduzierte Krümmung des Bildes.

Es gilt nun der Satz, wenigstens solange der Strahlengang nicht durch sehr enge Blenden erzwungen ist:

Die Differenz der reduzierten Krümmungen vor und nach der Brechung durch ein zentriertes System von Kugelflächen ist gleich der Summe der Knotenpunktbrechkräfte der einzelnen brechenden Flächen (Petzvalscher Satz¹⁾), oder:

$$\frac{n}{R} - \frac{n'}{R'} = D_1^k + D_2^k + D_3^k + \dots$$

Aufgabe 51: Wie groß ist die durch das menschliche Auge erzeugte Bildkrümmung, wenn man die Daten des schematischen Auges (§ 33) bei der Rechnung zugrunde legt?

¹⁾ Ueber den Beweis dieses Satzes siehe z. B. Gleichen, Lehrbuch der geometrischen Optik, Leipzig 1902, S. 218.

Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

Lösung: Beachtet man, daß die Größen D^k aus den Größen D gewonnen werden, indem man sie durch das Produkt der Brechungsexponenten vor und hinter der betreffenden Fläche dividiert, so hat man gemäß Aufgabe 42, wenn man die drei hier in Frage kommenden Brechkräfte D_1 , D_2 , D_3 nennt:

$$\begin{array}{llll} \text{Hornhaut} & . & . & D_1 = 43 \quad \text{Dptr.} \quad D_1^k = \frac{43}{1,3365} = 32,17 \text{ Dptr.} \\ \text{Erste Linsenfläche} & & & D_2 = 9,35 \quad " \quad D_2^k = \frac{9,35}{1,3365 \cdot 1,43} = 4,89 \quad " \\ \text{Zweite} & & & D_3 = 15,58 \quad " \quad D_3^k = \frac{15,58}{1,3365 \cdot 1,43} = 8,15 \quad " \end{array}$$

Hieraus folgt

$$D_1^k + D_2^k + D_3^k = 45,22.$$

Beachtet man, daß der Brechungsexponent im Objektraum gleich Eins, im Bildraum 1,3365 ist, so hat man:

$$\frac{1}{R} - \frac{1,3365}{R'} = 45,22.$$

Ist das Objekt eben, so wird $R = 0$, und man hat:

$$-R' = \frac{1,3365}{45,22} = 0,029 \text{ m} = 29 \text{ mm.}$$

Hiernach liegt das Bild eines ebenen Objekts an der Stelle der Netzhaut auf einer Kugel mit dem Radius 29 mm ausgebreitet, welche dem Objektraum (wegen des negativen Wertes von R') ihre hohle Seite zuwendet. Da die Schichtung der Augenlinse nicht berücksichtigt ist, so kann man diesem Wert allerdings kein großes Vertrauen entgegenbringen.

Aufgabe 52: Wie groß ist die durch ein dünnes Brillenglas erzeugte Bildwölbung, wenn r_1 und r_2 die Radien und n der Brechungsexponent ist?

Lösung: Bezeichnet man die Brechkräfte der ersten und zweiten Fläche mit D_1 und D_2 , so ist

$$\begin{array}{ll} D_1 = \frac{n-1}{r_1} & D_2 = \frac{1-n}{r_2} \\ D_1^k = \frac{n-1}{nr_1} & D_2^k = \frac{1-n}{nr_2}. \end{array}$$

Nun ist die reziproke Brennweite des dünnen Glases:

$$\frac{1}{f} = D_1 + D_2 = (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right),$$

die Bildkrümmung des dünnen Glases:

$$\frac{1}{R'} = D_1^k + D_2^k = \frac{n-1}{n} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Also hat man:

$$\frac{n}{R'} = \frac{1}{f} \text{ oder } R' = n f.$$

Ein ebenes Objekt wird also von einem Brillenglas so abgebildet, daß sich das Bild auf einer Kugel befindet, deren Radius gleich dem Produkt aus Brennweite und Brechungsexponent ist. Die Krümmung ist also von der Form des Glases (meniskenförmig, bikonvex usw.) ganz unabhängig.

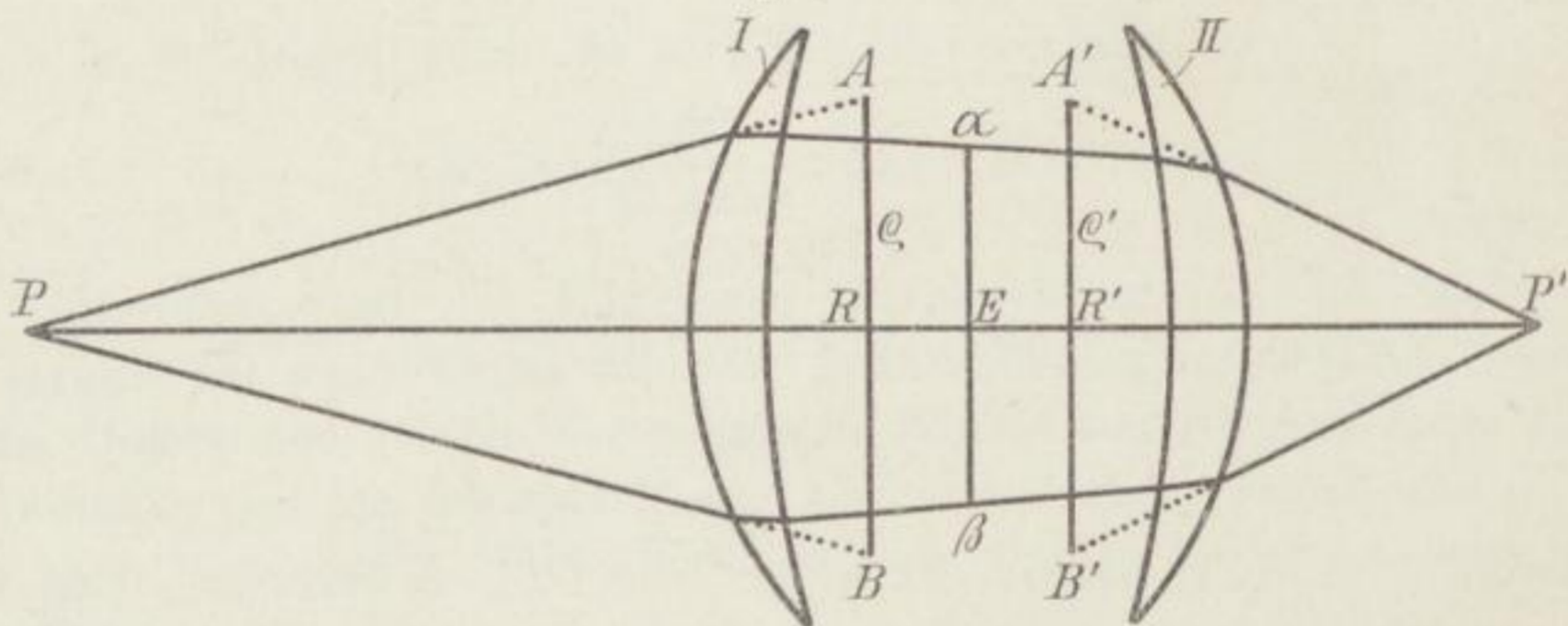
Kapitel IV.

Strahlenbegrenzung. Scharfe und unscharfe Abbildung. Tiefe.

37. Die Strahlenbegrenzung.

Die die Abbildung vermittelnden Strahlen werden durch Blenden, Fassungen der Linsen usw. begrenzt. Für die nachfolgenden Betrachtungen über die Strahlenbegrenzung setzen wir paraxialen Strahlengang voraus. In Fig. 34 sei $\alpha\beta$ eine etwa kreisförmige Blende, deren Mittel-

Fig. 34.



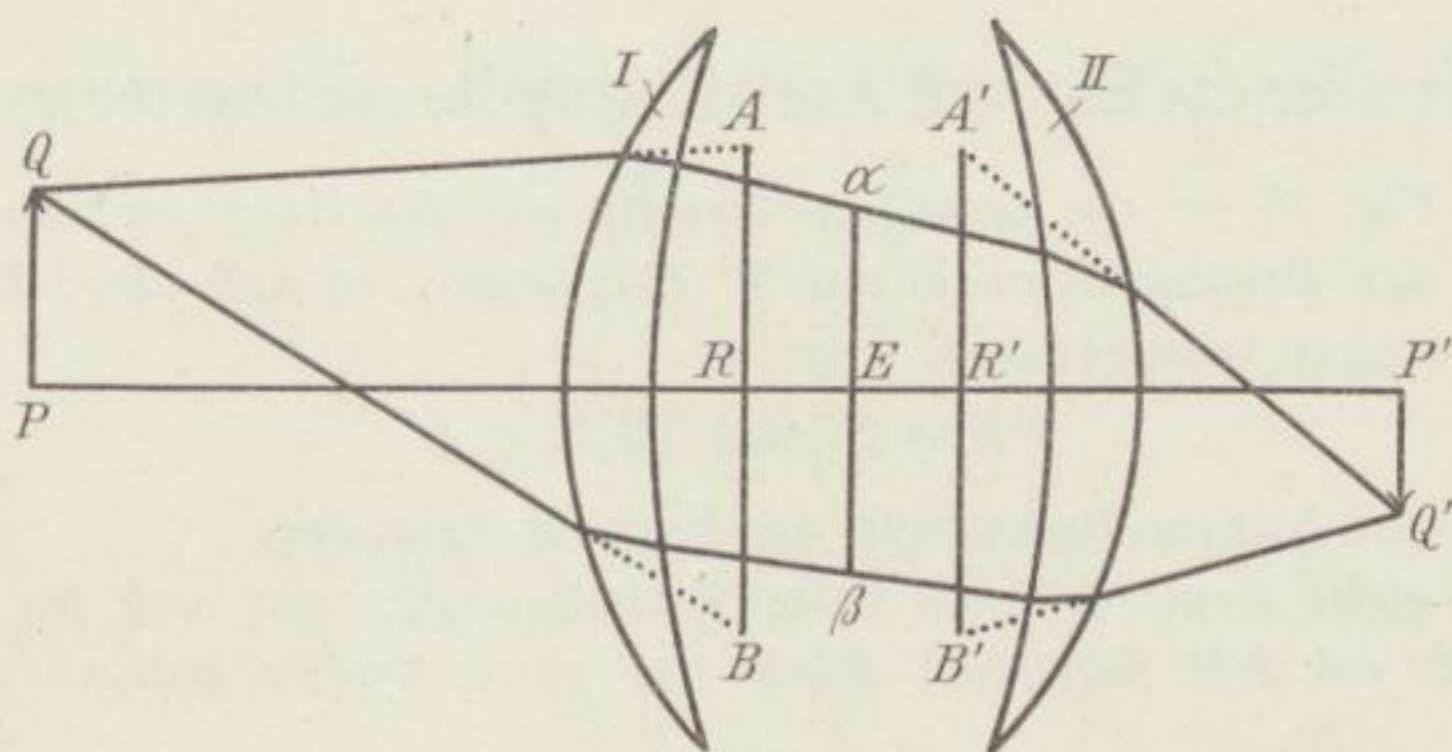
punkt E auf der optischen Achse liegt. Diese Blende kann sich vor, hinter oder innerhalb des zentrierten optischen Systems befinden. Sie begrenzt die das System durchdringenden Strahlen und soll deshalb Oeffnungs- oder Aperturblende genannt werden.

Von den von dem Achsenpunkt P ausgehenden Strahlen können nur diejenigen das System durchdringen, welche durch die Blendenöffnung hindurchgehen. In der Fig. 34 ist der Fall dargestellt, daß die Blende sich zwischen zwei Sammellinsen I und II befindet, jedoch sind die nachfolgenden Betrachtungen ganz allgemeingültig.

Wir legen uns die Frage vor: Welche von den von P im Objekt-raum ausgehenden Strahlen durchdringen wirklich die Blende und tragen somit zur Erzeugung des Bildpunktes P' bei? Zur Antwort auf diese

Frage denken wir uns die Blende $\alpha\beta$ nach links durch das vorgelagerte System I abgebildet; das so erhaltene Bild sei AB ; im Falle der Figur erscheint es virtuell, vergrößert und aufrecht. Es ist nun Punkt α zu A , Punkt β zu B in bezug auf das System I konjugiert. Es müssen also alle Strahlen, die im Objektraum durch A hindurchgehen, nach der Brechung durch das System I durch den Punkt α gehen. Zieht man also PA , so muß dieser Strahl nach der Brechung durch das System I durch den obersten Punkt α des Blendenrandes gehen. Ebenso geht ein nach B hingewandter Strahl nach der Brechung durch das System I durch den untersten Punkt β der Blende. Auf diese Weise überzeugt man sich, daß der Kreis mit dem Durchmesser AB , den man die Eintrittspupille (E.P.) nennt, im Objektraum diejenigen Strahlen begrenzt, welche das System wirklich durchdringen.

Fig. 35.



Denkt man sich ferner die Blende $\alpha\beta$ nach rechts hin durch das System II abgebildet, so findet man die sog. Austrittspupille, einen Kreis mit dem Durchmesser $A'B'$, der bildseitig denjenigen Strahlenkegel begrenzt, der die Blende $\alpha\beta$ füllend und durchdringend den Bildpunkt erzeugt. Natürlich sind AB und $A'B'$ konjugiert in bezug auf das ganze System $I + II$. Das Blendenbild $A'B'$ nennt man die Austrittspupille (A.P.). In der Fig. 34 ist der wirkliche Strahlengang durch ausgezogene Linien angedeutet. Ein- und Austrittspupille begrenzen aber nicht nur die von einem Achsenpunkt, sondern auch von einem beliebigen Punkt des Objektraumes ausgehenden Strahlen. In Fig. 35 ist dieser Fall dargestellt. Man ersieht daraus, wie die von dem seitlich der Achse gelegenen Punkt Q ausgehenden Strahlen zunächst auf die Eintrittspupille AB hin, dann durch die Blende $\alpha\beta$ gehen und endlich im Bildpunkt Q' so konvergieren, als kämen sie von der Austrittspupille $A'B'$ her, die letztere füllend und durchdringend.

Der Grund für dieses Verhalten liegt wieder darin, daß A und α

mit bezug auf das System I und α und A' mit bezug auf das System II konjugiert sind. Es muß also ein im Objektraum nach A hinzielender Strahl nach der Brechung durch das System I den Punkt α durchdringen und schließlich das System II so verlassen, als käme er von A' her.

38. Bestimmung der Aperturblende.

Befinden sich in einem optischen System mehrere Blenden, wozu unter Umständen auch die Linsenfassungen zu rechnen sind, so bestimmt man die zu einem achsialen Objektpunkt P gehörige Aperturblende auf folgende Weise. Man bildet sämtliche Blenden nach dem Objektraum zu durch die entsprechend vorgelagerten Systemteile ab. Dann ist die wirksame Aperturblende diejenige, deren Blendenbild von P aus unter dem kleinsten Gesichtswinkel erscheint.

39. Satz über die Ein- und Austrittspupille zentrierter Systeme.

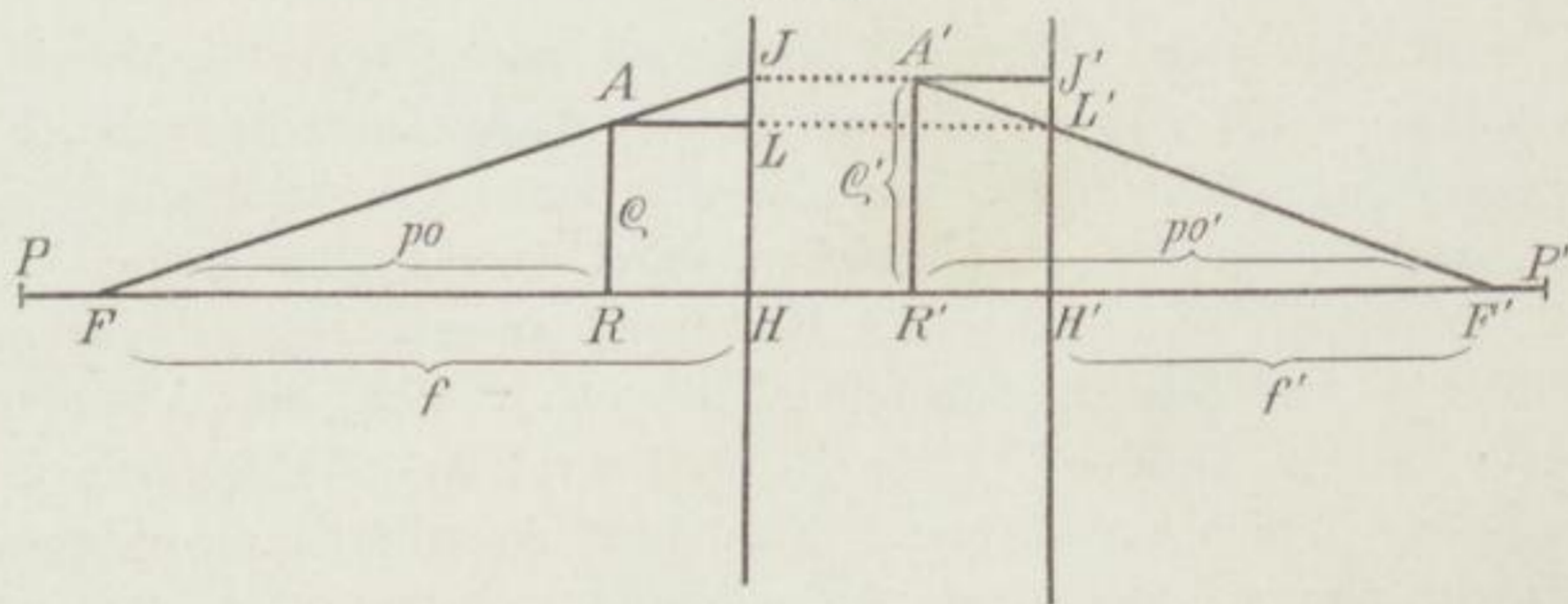
In Fig. 36 sei ein zentriertes System mit den Hauptpunkten H und H' und den Brennpunkten F und F' dargestellt, so daß also, früheren Bezeichnungen entsprechend,

$$FH = f \quad \text{und} \quad F'H' = f'$$

vordere und hintere Brennweite des Systems darstellen.

Es stelle ferner AR die halbe Eintrittspupille dar und wir wollen das Bild von AR vermittelt durch das ganze System aufsuchen. Wir

Fig. 36.



ziehen von A aus einen achsenparallelen Strahl, der die H -Ebene in L trifft. Nach der Brechung durch das System muß derselbe 1.) durch einen Punkt L' der H' -Ebene, für den

$$LH = L'H'$$

ist, und 2.) durch den hinteren Brennpunkt F' gehen, eben weil er im Objektraum achsenparallel verlief.

Wir lassen ferner einen zweiten Strahl durch A gehen, nämlich den, der von dem vorderen Brennpunkt F herkommt und die H-Ebene in J schneidet. Nach der Brechung durch das System wird dieser Strahl 1.) parallel zur Achse verlaufen müssen und 2.) durch einen Punkt J' der H'-Ebene gehen, für den

$$JH = J'H'$$

ist.

Der durch die Punkte F' und L' gelegte Strahl und der durch J' achsenparallel gezogene schneiden sich in A', dem zu A konjugierten Punkt. Fällt man also von A' auf die Achse das Lot A'R', so stellt dasselbe das Bild von AR, d. h. den Radius der Austrittspupille dar.

Wir setzen nun

$$AR = \rho \quad A'R' = \rho'$$

und ferner

$$FR = p_0 \quad F'R' = p_0',$$

dann wird wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke JHF und ARF:

$$\frac{JH}{AR} = \frac{FH}{FR}$$

oder

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{f}{p_0} \dots \dots \dots (1)$$

und wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke A'R'F' und H'L'F' erhält man analog:

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{p_0'}{f'} \dots \dots \dots (2)$$

In Fig. 36 seien P und P' zwei beliebige konjugierte Punkte und wir setzen:

$$RP = p \quad R'P' = p'$$

Gemäß früher eingeführten Bezeichnungen hat man dann:

$$x = p - p_0 \quad x' = p' - p_0',$$

wo gemäß Gleichung (14) in § 16 die Beziehung $x \cdot x' = ff'$ besteht, so daß man auch hat:

$$(p - p_0)(p' - p_0') = f \cdot f',$$

eine Gleichung, die unter Berücksichtigung von (1) und (2) in

$$f \cdot \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{1}{p} + f' \cdot \frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{1}{p'} = 1 \dots \dots \dots (3)$$

übergeht.

Nach Gleichung (11 a) § 16 war ferner das Verhältnis des Bildes y' zum Objekt y :

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{f}{x} = \frac{f}{p - f \cdot \frac{\rho}{\rho'}} = \frac{f}{p} \cdot \frac{1}{1 - f \cdot \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{1}{p}},$$

eine Gleichung, die unter Berücksichtigung von (3) die Form

$$\beta = \frac{p'}{p} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{f}{f'} = \frac{p'}{p} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{n}{n'} \quad \dots \quad (4)$$

annimmt.

40. Vollständige Vergenzen.

Wie wir in § 31 gesehen haben, ist die Vergenz eines Strahlenbündels umgekehrt proportional der Entfernung des zugehörigen Objekt- resp. Bildpunktes von dem zugehörigen Fixpunkte, als welche im vorliegenden Falle die Mittelpunkte der E.P. und A.P. in Frage kommen. Die Vergenz wird aber auch größer mit wachsender E.P. und A.P., kann also den Flächen der letzteren proportional gesetzt werden. Da nun diese Flächen wieder proportional den Quadraten der Radien der E.P. und A.P. sind, so definieren wir als vollständige reduzierte Vergenzen die Größen Q und Q' :

$$Q = \frac{n\rho^2}{p} \quad Q' = \frac{n'\rho'^2}{p'} \quad \dots \quad (5)$$

oder

$$Q = \rho^2 P \quad Q' = \rho'^2 P' \quad \dots \quad (5a)$$

wo also

$$P = \frac{n}{p} \quad \text{und} \quad P' = \frac{n'}{p'} \quad \dots \quad (5b)$$

die Konvergenzen im gewöhnlichen (Gullstrand'schen) Sinne sind.

Unter Einführung dieser Größen nimmt Gleichung (3) in § 39 die Form an:

$$Q + Q' = D\rho \cdot \rho' = \Delta \quad \dots \quad (6)$$

wo $D = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$ die Brechkraft im gewöhnlichen Sinne ist, und

$$\Delta = D\rho \cdot \rho'^1) \quad \dots \quad (7)$$

die vollständige Brechkraft genannt werde. Ferner liefert Gleichung (4)

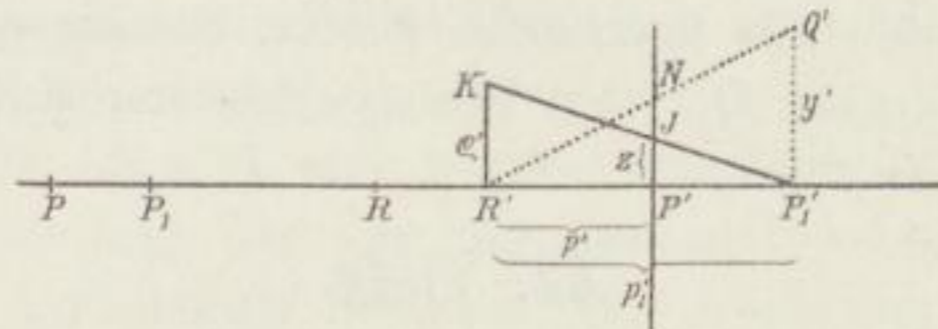
$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{Q}{Q'} \cdot \frac{\rho'}{\rho} \quad \dots \quad (7a)$$

¹⁾ Vgl. Der Mechaniker (Berlin-Nicolassee) 1909, Heft 14—20.

41. Die unscharfe Abbildung.

In Fig. 37 sei R' Mittelpunkt der A.P. eines zentrierten Systems, $R'K = \rho'$ Radius der A.P.; P und P_1 seien zwei Objektpunkte auf der Achse, denen die konjugierten Punkte P' und P_1' als Bildpunkte zugehören. Denken wir uns jetzt in P' eine achsensenkrechte Mattscheibe aufgestellt, so wird auf derselben eine durch P gehende achsensenkrechte Objektebene scharf abgebildet, alle anderen Objektebenen werden unscharf abgebildet. Diese Unschärfe rührt daher, daß an Stelle scharfer Bildpunkte Zerstreungskreise, die von der Größe der A.P. abhängig sind, auftreten. So schneidet z. B. ein von P_1 ausgehender Randstrahl,

Fig. 37.



der den Rand der A.P. in K durchschneidet und nach P_1' hinzielt, die Mattscheibe in J . Dann ist $JP' = z$ der Radius des durch den Punkt P_1 erzeugten Zerstreungskreises. Aus den ähnlichen Dreiecken $KR'P_1'$ und $JP'P_1'$ findet man, wenn man $R'P_1' = p_1'$ und $R'P' = p'$ setzt:

$$\frac{\rho'}{z} = \frac{p_1'}{p_1' - p'}$$

oder

$$z = \rho' \left(1 - \frac{p'}{p_1'} \right) \dots \dots \dots (8)$$

Da entsprechend der Gleichung (6) auch die Beziehung:

$$Q_1 + Q_1' = \Delta$$

gilt, so kann man der Gleichung (8) die Form:

$$z = \rho' \frac{Q_1 - Q}{\Delta - Q} \dots \dots \dots (9)$$

geben, wo also

$$Q = \frac{n \rho^2}{p} \quad \text{und} \quad Q_1 = \frac{n \rho^2}{p_1}$$

ist, wenn $p = PR$ und $p_1 = P_1R$ ist.

Ist ferner in Fig. 37 y' das von einem Objekt y in P_1 entworfene scharfe Bild und setzt man:

$$P'N = k,$$

so findet man aus den ähnlichen Dreiecken $R'Q'P_1'$ und $R'NP'$:

$$\frac{k}{y'} = \frac{p'}{p_1'}$$

oder

$$k = \frac{y'}{y} \cdot \frac{p'}{p_1'} \cdot y,$$

woraus unter Berücksichtigung von Gleichung (7a) wird:

$$k = \frac{Q_1}{\Delta - Q} \cdot \frac{\rho'}{\rho} y \cdot \dots \dots \dots (10)$$

Durch Gleichung (9) und (10) ist die vollständige, scharfe und unscharfe Abbildung in der P' -Ebene bestimmt.

Gleichung (9) liefert die Größe der Zerstreuungskreise und Gleichung (10) die Größe des unscharfen Bildes, das einem Objekt y in der Entfernung p_1 (Vergenz Q_1) vom Mittelpunkte der E.P. entspricht.

42. Tiefe.

Das menschliche Auge, dem ein von einem optischen Instrument entworfenes Bild dargeboten wird, empfindet eine gewisse Unschärfe, d. h. eine gewisse Größe der Zerstreuungskreise nicht als solche. Zerstreuungskreise, deren Radien unterhalb eines gewissen Wertes z_0 bleiben, werden also noch als scharfe Bildpunkte aufgefaßt. Hierdurch kommt also nicht nur eine Ebene, sondern ein Teil des Raumes zur scharfen Abbildung, eine Erscheinung, die man als Tiefe bezeichnet. Die Größe z_0 kann ebensowohl positiv wie negativ sein, je nachdem der geometrisch scharfe Bildpunkt P_1' (Fig. 37) in Richtung des einfallenden Lichtes gemessen hinter oder vor der P' -Ebene liegt. Ist das System geometrisch scharf auf einen Punkt von der vollständigen Vergenz Q eingestellt, so erscheinen also infolge der Tiefe auch noch diejenigen Objektebenen scharf bis zu den Werten der vollständigen Vergenzen Q_1 , die man aus Gleichung (9) berechnet, wenn man darin z die Werte $\pm z_0$ gibt. Man findet

$$Q_1 = Q \pm \frac{z_0}{\rho'} (\Delta - Q) \cdot \dots \dots \dots (11)$$

Kapitel V.

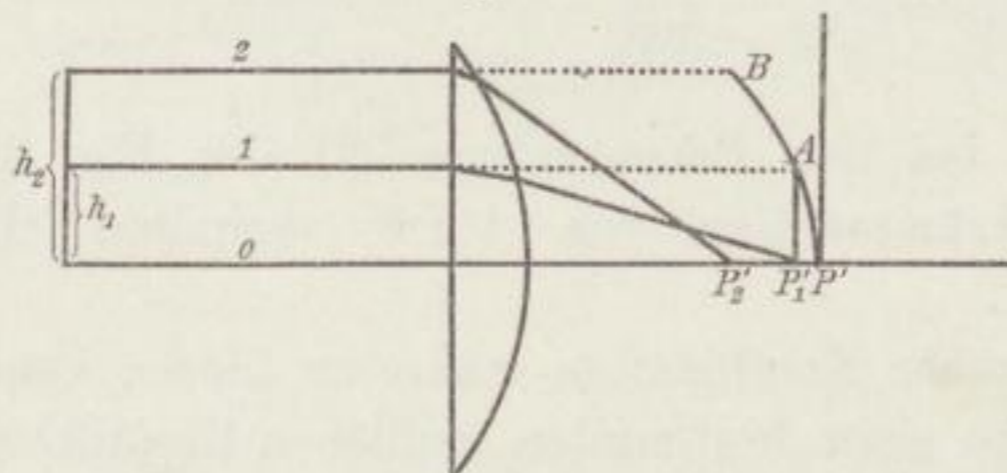
Der endliche Strahlengang.

43. Die sphärische Aberration.

Strahlen, die in größerem Abstände von der Achse eines zentrierten optischen Systems verlaufen, schneiden sich nach der Brechung nicht mehr streng in einem Punkte.

In der Fig. 38 ist z. B. eine plankonvexe Linse mit dem Brennpunkt P' gezeichnet, der also der Vereinigungspunkt achsenparallel im paraxialen Gebiet auffallender Strahlen ist. Außerdem sind zwei weitere

Fig. 38.

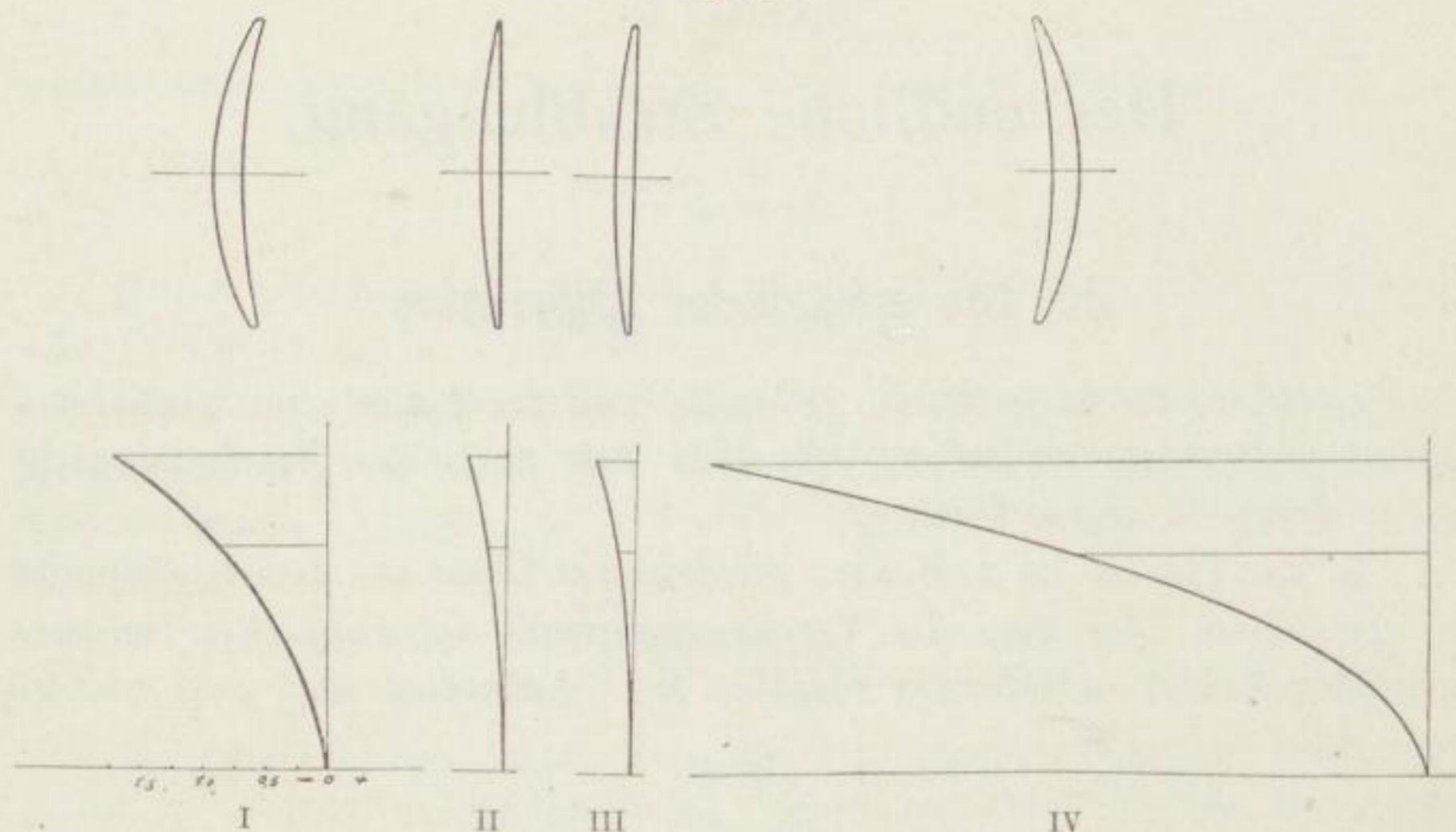


achsenparallele Strahlen mit den Einfallshöhen h_1 und h_2 gezeichnet, welche nach der Brechung die Achse in den Punkten P'_1 und P'_2 schneiden. Die Strecken $P'P'_1$ resp. $P'P'_2$ nennt man sphärische Aberration der durch die Höhen h_1 resp. h_2 gekennzeichneten Zone. Errichtet man in P'_1 und P'_2 Lote, welche die verlängerten Strahlen 1 und 2 in A und B schneiden, so erhält man eine graphische Darstellung der Aberration. Die durch die Punkte $P'AB$ gelegte Kurve veranschaulicht den Gang der sphärischen Aberration.

Die Fig. 39 zeigt die Aberrationskurven von vier Linsenformen, die sämtlich eine Brennweite von 100 mm haben. Der Brechungsexponent ist 1,5 und die freie Oeffnung beträgt 25 mm. Für diese Oeffnung sind auch die Randstrahlen berechnet. In der graphischen Darstellung sind die Höhen und Abweichungen noch zweimal vergrößert (vgl. W. Zschokke, Entstehung und Hebung der Bildfehler. Deutsche Mechanikerzeitung 1910, Heft 9, S. 81—87).

Die dargestellten Aberrationskurven zeigen sämtlich eine stetige Zunahme der Aberrationen von der Achse nach dem Rande. Bei den meniskenförmigen Linsen (I und IV der Fig. 39) ist die Aberration am größten, günstiger bei der unter III dargestellten Plankonvexlinse und

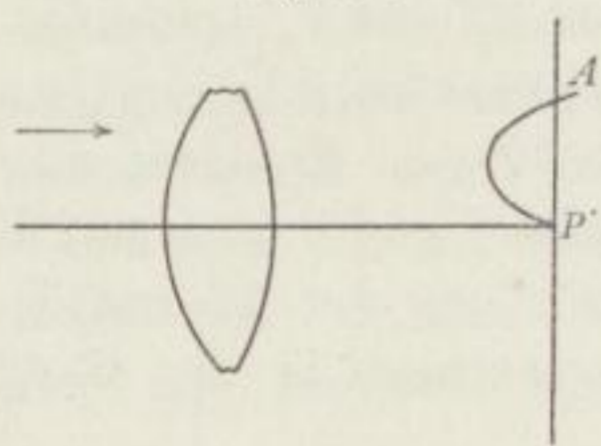
Fig. 39.



am günstigsten bei der Bikonvexlinse (II der Fig. 39), wo sich die beiden Flächenkrümmungen wie 1 : 6 verhalten (Linse geringster Aberration).

Durch geeignete Kombination mehrerer Linsen kann man erreichen, daß der Strahl von einer bestimmten endlichen Einfallshöhe wieder genau durch den Brennpunkt geht. Man nennt dann das System für die be-

Fig. 40.



treffende Zone sphärisch korrigiert. Die Aberrationskurve entfernt sich in diesem Falle nicht beständig von der durch den Brennpunkt gelegten Achsensenkrechten, sondern macht eine Wendung und schneidet jene Senkrechte in einem Punkte, welcher der aberrationsfreien Zone entspricht (Fig. 40).

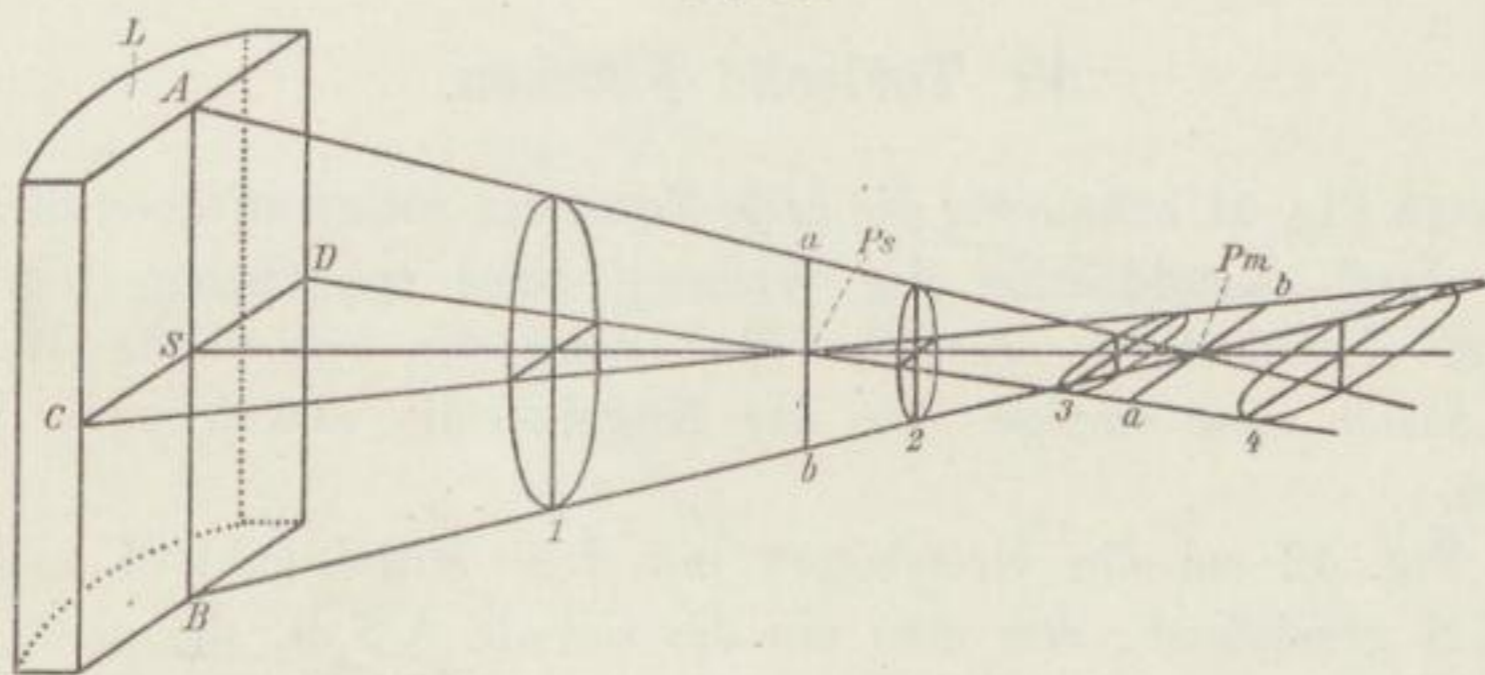
Würde in einem besonderen Falle die Aberrationskurve zu einer Geraden degenerieren, die mit der Bildebene zusammenfällt, so wäre die Aberration für alle Zonen streng gehoben. Durch Anwendung eines Systems von Kugelflächen kann man, wenigstens wenn man von einem reellen Objekt-punkt einen reellen Bildpunkt entwerfen will, eine derartige aberrationslose Abbildung nicht erreichen (vgl. das Kapitel über Aplanatismus). Praktisch läßt sich jedoch auch bei sphärischen Systemen die Aberration

in weitgehendem Maße heben, weshalb wir uns auch öfter, der einfacheren Darstellung wegen, der Fiktion eines „aberrationsfreien“ Punktpaares bedienen werden.

44. Der Astigmatismus und die erste Form des astigmatischen Strahlenbündels.

Stellen wir uns ein von links nach rechts einfallendes konvergentes (also etwa durch eine Sammellinse gebrochenes) achsiales Strahlenbündel mit dem Bildpunkt P_m (Fig. 41) vor. Dasselbe wird, wenn wir von der sphärischen Aberration absehen, die Form eines Kegels haben. Sämtliche achsensenkrechten Querschnitte sind Kreise, die nach Null hin abnehmen, wenn die schneidende Ebene sich dem Bildpunkt P_m nähert.

Fig. 41.



Wir schalten jetzt in den Strahlengang eine konvexe planzylindrische Linse L ein, d. h. eine Linse, welche einerseits von einer Planfläche, andererseits von einem Zylindermantel begrenzt wird. Die Zylinderachse werde in die Papierebene gelegt, in der sich auch die optische Achse SP_m befindet. Die Papierebene bezeichnen wir als Meridionalebene, die in ihr verlaufenden Strahlen als Meridionalstrahlen. Die letzteren Strahlen erleiden infolge des Durchgangs durch die Linse ersichtlich gar keine Brechung, da die Zylinderlinse im Meridionalschnitt wie eine planparallele Platte wirkt. Wir legen ferner durch die optische Achse eine Ebene senkrecht zur Papierebene, die wir als Sagittalschnitt bezeichnen, und welche die Planfläche der Zylinderlinse in der Geraden CSD schneidet. Im Sagittalschnitt wirkt die Zylinderlinse mit einer gewissen Brechkraft, entsprechend der Krümmung der Zylinderlinse, wodurch die Strahlen dieser Ebene (die Sagittalstrahlen) sich in einem Punkte P_s vereinigen, der der Linse näher liegt als der Punkt P_m .

Die Eigenschaft eines Strahlenbündels, in zwei aufeinander senk-

rechten Ebenen verschiedene Konvergenzen zu besitzen, nennt man Astigmatismus. Man nennt P_m den meridionalen, P_s den sagittalen Bildpunkt und die Strecke $P_m P_s$ die astigmatische Differenz.

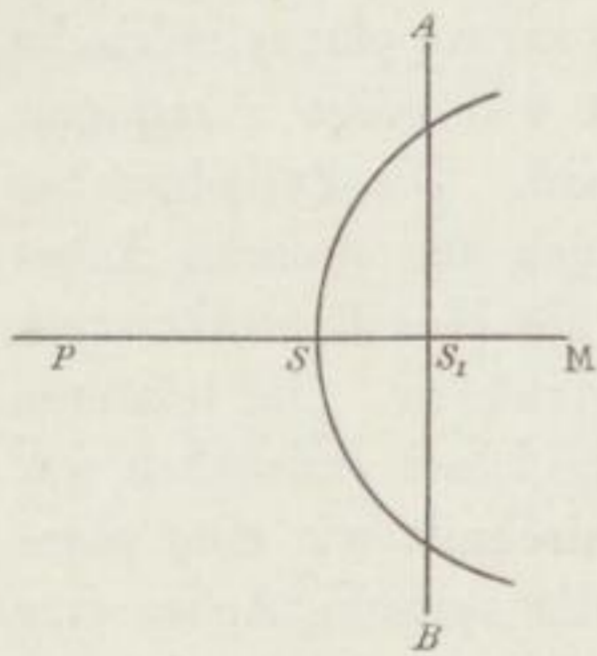
Das durch Fig. 41 dargestellte astigmatische Bündel heißt auch das Sturmsche Konoid. Wie man aus der Figur erkennt, wird das Bündel durch achsensenkrechte Ebenen im allgemeinen in Ellipsen geschnitten (Schnitte 1 bis 4). An den Bildpunkten P_m und P_s entarten diese Ellipsen zu kleinen Geraden — Brennstrecken —, welche zur Achse und aufeinander senkrecht stehen, und zwar liegt die Brennstrecke ab des sagittalen Bildpunktes P_s im Meridionalschnitt und die Brennstrecke des meridionalen Bildpunktes P_m innerhalb des Sagittalschnittes. Sagittal- und Meridionalschnitt zeigen bei dem dargestellten Bündel vollständige Symmetrie, wir bezeichnen deshalb das Bündel als astigmatisch von der ersten Form.

45. Torische Flächen.

Gemäß Fig. 41 haben wir die erste Form des astigmatischen Strahlenbündels durch Kombination der Wirkung einer sphärischen Linse mit der einer Zylinderlinse erzeugt. Man kann die betreffende Wirkung jedoch durch eine einzige von der Kugelgestalt abweichende Fläche erreichen.

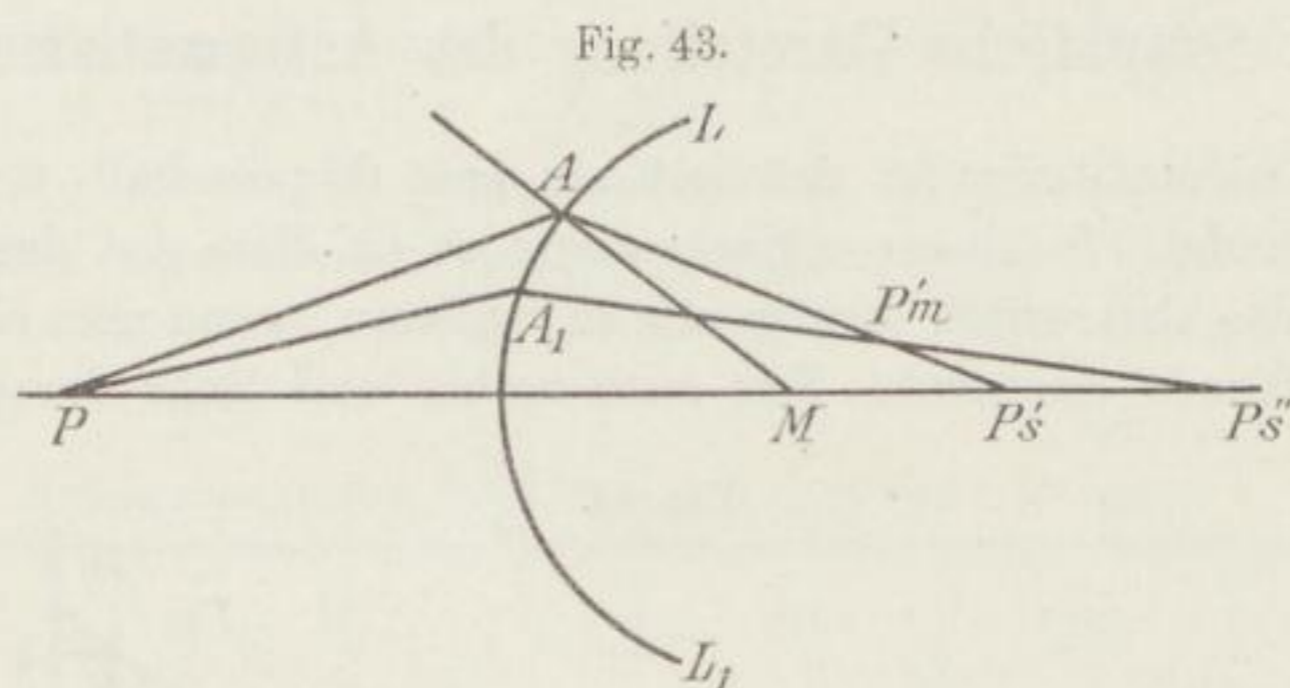
In Fig. 42 sei ein Kreisbogen mit dem Mittelpunkt M und dem Scheitel S gezeichnet, den man um die Gerade AS_1B , die nicht durch M geht, rotieren läßt. Dann beschreibt der Kreisbogen eine sog. torische Fläche, welche in zwei aufeinander senkrechten durch SM gelegten Ebenen verschiedene Brechkraft aufweist. In der Meridionalebene (Papierebene) ist der wirksame Flächenradius SM , in der darauf senkrechten Sagittalebene dagegen SS_1 , weil in diesem Schnitt S_1 als Mittelpunkt der Krümmung aufzufassen ist. Ein vom Achsenpunkt P ausgehendes Bündel wird durch die torische Fläche astigmatisch deformiert in analoger Weise, wie dies durch die Fig. 41 dargestellt ist. Kombiniert man eine torische Fläche mit einer zweiten torischen oder sphärischen Fläche, so erhält man doppelt-torische oder torisch-sphärische Gläser.

Fig. 42.



46. Die zweite Form des astigmatischen Bündels.

Vom Punkte P (Fig. 43) falle der Strahl PA auf eine brechende Kugelfläche mit dem Mittelpunkt M ; der gebrochene Strahl schneide die Verlängerung von PM in P_s' ; dann ist P_s' der sagittale Bildpunkt eines in Richtung PA einfallenden unendlich dünnen Strahlenbündels, wie man erkennt, wenn man der Fig. 43 eine unendlich kleine Drehung um die Achse $PM P_s'$ gibt, so daß der Punkt A einmal über, das andere Mal unter die Papierebene tritt. Der Punkt P_s' bleibt bei dieser Drehung unverändert, und Strahlen des unendlich dünnen Bündels PA , die symmetrisch über und unter der Papierebene verlaufen, schneiden sich in P_s' . Die Papierebene selbst stellt den Meridionalschnitt dar. Ein dem Strahl



PA benachbarter unendlich naher Strahl PA_1 schneide nach der Brechung die Achse in P_s'' und den ersten gebrochenen Strahl in P_m' , welcher letzterer Punkt also den meridionalen Bildpunkt darstellt. Man erkennt ferner, daß bei der oben angegebenen Drehung die sagittalen Strahlen durch eine unendlich kleine zur Papierebene senkrechte Brennlinie bei P_m' hindurchgehen, während die meridionalen Strahlen die Brennstrecke $P_s' P_s''$ bilden und zwar an der Stelle des sagittalen Bildpunktes.

Diese letztere Strecke steht jedoch nicht mehr senkrecht zur Richtung des gebrochenen Bündels, wodurch sich diese zweite Form des Astigmatismus prinzipiell von der ersten Form unterscheidet. Man kann ferner durch Betrachtung der Fig. 43 erkennen, daß im Sagittalschnitt volle Symmetrie herrscht wie bei der ersten Form des Bündels, während dies im Meridionalschnitt nicht der Fall ist. Ein dritter von P in der Papierebene ausgehender, dem Strahl PA unendlich naher Strahl geht nicht durch den Punkt P_m' , sondern an der Stelle des meridionalen Bildpunktes wird ein unendlich kleines Stück einer sog. kaustischen Linie gebildet, d. h. des Inbegriffs von nebeneinander liegenden leuchtenden Punkten, die als Schnittpunkte je zweier benachbarter Strahlen

zustande kommen. Die Strahlenvereinigung im Sagittalschnitt ist also von höherer Ordnung als im Meridionalschnitt. Was für eine brechende Kugelfläche gilt, gilt auch für ein System solcher. Die außerhalb des paraxialen Gebietes die gewöhnlichen optischen Systeme im Hauptschnitt durchdringenden Strahlenbündel sind also astigmatisch von der zweiten Form.

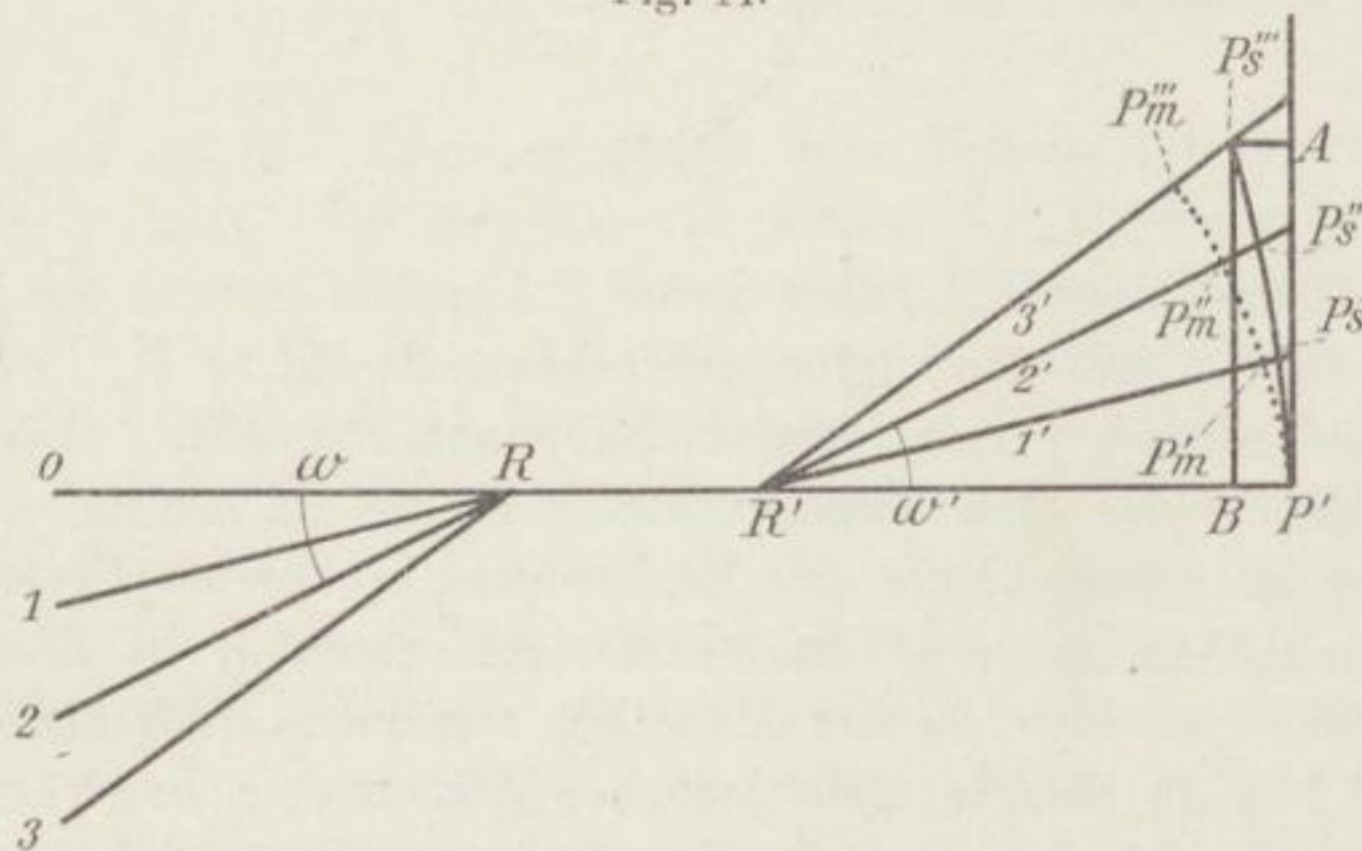
Die exakt theoretische Darstellung des Astigmatismus verdanken wir Gullstrand (vgl. die Arbeiten dieses Autors: Skandinav. Archiv für Physiologie, 2, 1891 und Nova acta regiae soc. Ups. scient. Ser. III, Vol. XX, 1901, sowie Archiv für Optik Bd. 1).

In diesen Arbeiten wird auch noch eine dritte Form des Astigmatismus diskutiert, auf deren Darstellung wir jedoch hier verzichten müssen.

47. Graphische Darstellung des Astigmatismus.

Der Astigmatismus ist definiert als eine Eigenschaft unendlich dünner Bündel. In einem optischen System ist diese Art des Strahlenzustandes also theoretisch streng nur zu isolieren, wenn man eine unendlich enge Blende annimmt. Das nach rechts und links durch die vor-

Fig. 44.



gelagerten Systemteile hindurch entworfene Bild dieser Blende liefert die ebenfalls unendlich kleine E.P. und A.P., deren Mittelpunkte in Fig. 44 durch R und R' bezeichnet sind. Der Punkt R wird häufig als Blendort bezeichnet.

Durch R und R' sind eine Reihe von Bündelachsen gezogen, die man gewöhnlich als Hauptstrahlen bezeichnet. Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß R und R' ein aberrationsloses Punktpaar bilden. Auf den bildseitigen Hauptstrahlen 1', 2', 3', welche den objektseitigen Hauptstrahlen 1, 2, 3 zugehören, sind die meridionalen Bildpunkte P_m' ,

P_m'' und P_m''' und die sagittalen P_s' , P_s'' und P_s''' angedeutet. Durch die ersteren ist eine gestrichelte, durch die anderen eine ausgezogene Kurve gelegt. Die beiden Kurven laufen in dem durch paraxiale Strahlen erzeugten Bildpunkt P' , der für sehr ferne Objekte natürlich der Brennpunkt ist, zusammen, da in diesem Punkte kein Astigmatismus besteht. Die Entfernung der auf einem Hauptstrahl liegenden astigmatischen Bildpunkte wie $P_m'''P_s'''$, $P_m''P_s''$ usw. nennt man die astigmatische Differenz. Ist diese Differenz der Null gleich, so nennt man das System für die betreffende Hauptstrahlenneigung astigmatisch korrigiert. Fällt der vereinigte meridionale und sagittale Bildpunkt in die durch P' achsensenkrecht hindurchgelegte Bildebene oder Fokalebene, so ist das System für die betreffende Strahlenneigung anastigmatisch geebnet. Die horizontale Entfernung eines Bildpunktes von der Fokalebene, wie z. B. $P_s'''A$, bezeichnen wir mit z , die vertikale Entfernung von der Achse, wie z. B. $P_s'''B$, mit y (vgl. Fig. 44).

In der Fig. 45 sind für vier Formen von Linsen die ihren astigmatischen Zustand darstellenden Kurven gezeichnet. Die Tabelle liefert die Konstruktionsdaten, Lage des Blendenortes usw. Die Brennweite jeder Linse beträgt 100 mm.

Astigmatische Bildfehler einfacher Linsen.

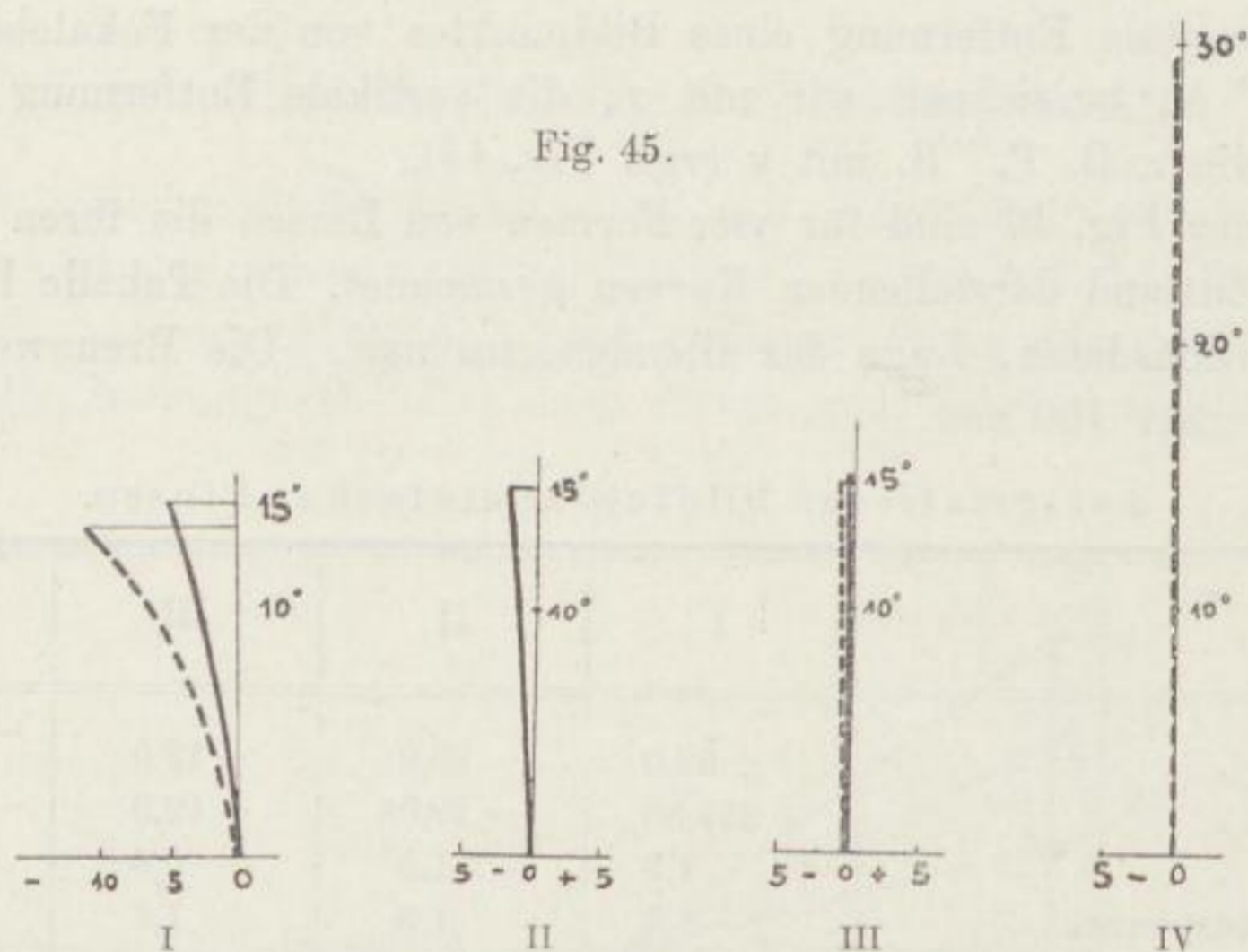
	I	II	III	IV
1. Radius	+ 58,0	- 30,0	- 12,0	- 4,78
2. Radius	- 359,38	- 19,06	- 12,0	- 4,81
Dicke	1,5	1,5	6,4	1,2
Brechungsexponent	1,5	1,5	1,6	1,51
Objektseitiger Bildwinkel	15°	15°	15°	30°
Blendenort R	- 5,45	- 6,35	+ 5,58	- 3,84
y meridional	+ 23,66	+ 26,09	+ 26,40	+ 56,67
y sagittal	+ 25,21	+ 26,09	+ 26,32	+ 56,67
z meridional	- 11,68	- 2,17	+ 0,69	- 0,24
z sagittal	- 5,51	- 2,17	+ 0,35	- 0,24

Bemerkt sei noch, daß die Größen z von dem Punkt P' in Fig. 44 resp. 0 in Fig. 45) nach links negativ, nach rechts positiv gerechnet sind. Ebenso sind die Blendenorte von den Linsenscheiteln aus nach links negativ, nach rechts positiv gerechnet.

Da man tatsächlich nie unendlich enge Blenden anwendet, so ist die Wahl des Blendenortes von einer gewissen Unsicherheit begleitet, denn man hat von vornherein gar keine Gewähr dafür, daß bei weit geöffnetem System das durch den angenommenen Blendenort gehende unendlich

dünne Bündel auch wirklich durch den Punkt größter Strahlenvereinigung im Bildraum geht und daß also der errechnete astigmatische Zustand dem wirklich vorhandenen Korrektionszustand entspricht. Die Wahl des Blendenortes (Lage der E.P.) ist bei weitgeöffneten Systemen hinsichtlich der Darstellung des astigmatischen Zustandes tatsächlich durch gewisse Erfahrungen beeinflusst. Der Verfasser hat eine Methode angegeben, wie man diesen Blendenort in erster Annäherung berechnen kann, unter der Forderung, daß die bildseitigen Hauptstrahlen durch eine Stelle bester Strahlenvereinigung gehen (vgl. Vorlesungen über photographische Optik. Leipzig 1905, S. 136 ff. und Hinrichs, Beitrag zur Theorie der natürlichen Blende optischer Instrumente. Diss. Rostock 1910).

Fig. 45.



Wählt man der Reihe nach verschiedene Blendenorte für ein und dasselbe System, so liefert die Rechnung jedesmal einen anderen astigmatischen Zustand und eine andere Bildwölbung. In der Fig. 45 entspricht der unter I dargestellte Korrektionszustand einer bikonvexen Linse von fast plankonvexer Form, während die Darstellungen unter II bis IV Menisken angehören, die ihre hohle Seite dem ankommenden Lichte zuwenden (vgl. die Konstruktionsdaten der Tabelle S. 81).

Ein Vergleich der beiden Fig. 39 und 45 zeigt, daß gerade diejenige Linsenform, welche die größten astigmatischen Bildfehler aufweist, die geringste sphärische Abweichung besitzt und umgekehrt.

Durch geeignete Wahl von Glassorten und Flächenkrümmungen hat man in der neueren Zeit eine größere Anzahl optischer Systeme (insbesondere photographische Objektive) berechnet, bei denen beide Fehler, nämlich der sphärische wie der astigmatische, gehoben sind (vgl. z. B.

Zschokke, Anschauliche Darstellung der Entstehung und Hebung der Bildfehler. Deutsche Mechanikerzeitung 1910, Heft 10, S. 81—87).

48. Die Orthoskopie eines Systems.

Die als aberrationslos vorausgesetzten Punkte R und R' in Fig. 44 sind als Zentren der Perspektive aufzufassen. Ist das Bildfeld nicht anastigmatisch geebnet, so sind die Punkte, wie z. B. Q' in Fig. 44, in denen die Hauptstrahlen 1', 2', 3' die durch P' achsensenkrecht gehende Bildebene durchstoßen, als Bildpunkte aufzufassen, die hier allerdings die Zentren von Zerstreuungskreisen sind.

Setzen wir z. B.:

$$P'Q' = y' \quad \sphericalangle Q'R'P' = \omega' \quad \text{und} \quad R'P' = p',$$

so hat man:

$$\text{tg } \omega' = \frac{y'}{p'}.$$

Ganz analog gilt für den Objektraum

$$\text{tg } \omega = \frac{y}{p},$$

wo p die auf der Achse gemessene Entfernung des Objektfußpunktes von R ist. Man hat demnach:

$$\frac{\text{tg } \omega'}{\text{tg } \omega} = \frac{y'}{y} \cdot \frac{p}{p'} \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (1)$$

Setzt man die Pupillenmitten als aberrationslose Punkte voraus, so ist $\frac{p}{p'}$ für ein bestimmtes konjugiertes Ebenenpaar für jede Strahlenneigung konstant, und in diesem Falle ist die Konstanz des Verhältnisses $\frac{y'}{y}$, wodurch die Aehnlichkeit von Objekt und Bild garantiert wird, bedingt durch die Konstanz des Tangentenverhältnisses $\text{tg } \omega' : \text{tg } \omega$.

Tatsächlich ist in optischen Systemen, insbesondere mit großer Oeffnung, die Aberration in den Pupillen für die endliche Strahlenneigung ω resp. ω' nie ganz aufgehoben. Nehmen wir an, die Größen p und p' haben für das paraxiale Gebiet die strengen Werte p_0 und p_0' und sind für die Neigung ω resp. ω' mit den Aberrationen δ resp. δ' behaftet, so ist:

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \delta \\ p' &= p_0' + \delta' \end{aligned}$$

und Gleichung (1) liefert:

$$\frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} = \beta \cdot \frac{p_0 + \delta}{p_0' + \delta'}$$

als Bedingung für die Orthoskopie.

Hiernach sollte also der Ausdruck:

$$\frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} \cdot \frac{p_0' + \delta'}{p_0 + \delta}$$

$$\beta$$

gleich der Einheit sein.

Als Wert der Verzeichnung V faßt man nun diejenige Größe auf, welche angibt, um wieviel der obige Wert von der Einheit abweicht. Man hat also:

$$\text{Verzeichnung } V = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} \cdot \frac{p_0' + \delta'}{p_0 + \delta} - 1 \quad \dots \quad (1'a)$$

Für $\beta = 0$, d. h. für unendlich ferne Objekte wird $p_0 + \delta$ unendlich groß. Der Wert $(p_0 + \delta)\beta$ hat jedoch, wie man leicht einsieht, den Wert f zur Grenze; denn bezeichnet man die Entfernung des Objektes vom vorderen Brennpunkt mit x_0 und die Entfernung dieses Brennpunktes vom Mittelpunkt der E.P. mit ξ_0 , so ist:

$$p_0 + \delta = x_0 + \xi_0,$$

wo ξ_0 jedenfalls eine endliche Größe ist. Nun ist bekanntlich:

$$\beta = \frac{f}{x_0}.$$

Also kann man die letzte Gleichung in der Form:

$$(p_0 + \delta)\beta = f + \xi_0\beta$$

schreiben. Setzt man jetzt $\beta = 0$, so erhält man, wie oben behauptet:

$$(p_0 + \delta)\beta = f$$

und die Bedingung für die Orthoskopie für entfernte Objekte geht in die folgende über:

$$V_{(\beta=0)} = \frac{\operatorname{tg} \omega'}{\operatorname{tg} \omega} \cdot \frac{p_0' + \delta'}{f} - 1.$$

Diese Gleichung ist z. B. zugrunde gelegt bei der Darstellung des orthoskopischen Zustandes photographischer Objektive (vgl. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1907, S. 77 ff. Arbeit von Wandersleb).

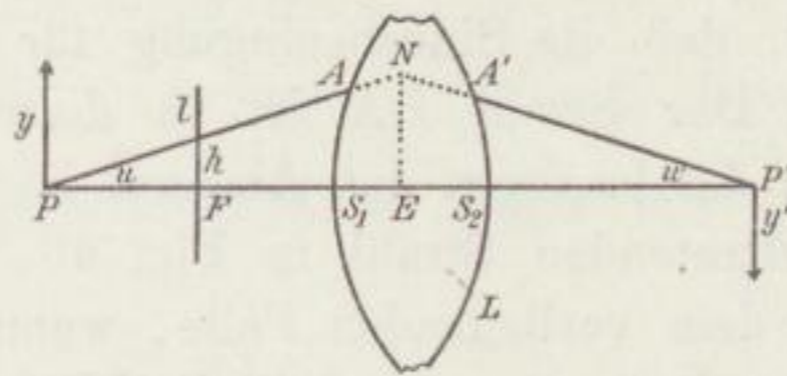
49. Sinusbedingung.

Wenn ein optisches System von einem objektseitigen Achsenpunkt P einen aberrationslosen Bildpunkt P' entwirft, so ist damit noch

nicht gewährleistet, daß auch ein in P befindliches achsensenkrechtcs Objekt aberrationslos im Punkte P' abgebildet wird. Dem Scharfsinn Abbes ist es gelungen, eine Bedingung, die sog. Sinusbedingung, aufzustellen, deren Erfüllung die aberrationsfreie Abbildung wenigstens eines unendlich kleinen achsensenkrechtcs Objektes garantiert.

Sei in Fig. 46 L ein zentriertes optisches System mit den Scheiteln S₁ und S₂ und dem aberrationsfreien Punktpaar P und P'. Das unendlich kleine achsensenkrechte Objekt y in P werde durch das System

Fig. 46.



von endlicher Oeffnung in P' von der Größe y' abgebildet. Denkt man sich ferner von P einen beliebigen Strahl unter dem Winkel S₁PA = u ausgehen, der den Punkt P' unter der Neigung A'P'S₂ = u' durchdringt, so heißt die Sinusbedingung:

$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta} \dots \dots \dots (2)$$

wo n und n' die Brechungsexponente im Objekt und Bildraum, und $\beta = \frac{y'}{y}$ die Lateralvergrößerung in P und P' ist. Da die rechte Seite der letzten Gleichung eine Konstante für das betreffende Punktpaar ist, so kann man die Sinusbedingung auch in der Form aussprechen:

Das Verhältnis der Sinusse der objektseitigen und bildseitigen Strahlenneigungen aller von P ausgehenden und durch P' hindurchgehenden Strahlen muß für die ganze Oeffnung konstant sein.

Aberrationsfreie Punkte, in denen die Sinusbedingung erfüllt ist, heißen nach Abbes Vorschlag „aplanatische Punkte“. Ueber den Beweis der Sinusbedingung vgl. des Verfassers Lehrbuch der geometrischen Optik, Leipzig 1902, S. 172, und: Vorlesungen über photographische Optik, Leipzig 1905, S. 106.

50. Fall ferner Objekte.

Ist der Punkt P sehr weit entfernt und schneidet ein von P ausgehender Strahl die vordere Fokalebene in l, so ist, wenn man PF = x

und $lF = h$ setzt, da man jetzt $\sin u$ mit $\operatorname{tg} u$ vertauschen kann, $\sin u = \frac{h}{x}$ und Gleichung (2) § 49 wird:

$$\sin u' = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta} \frac{h}{x} \dots \dots \dots (3)$$

und wegen $\frac{n}{n'} = \frac{f}{f'}$ und $\beta = \frac{f}{x}$, wo f und f' vordere und hintere Brennweite des Systems ist, liefert die letzte Gleichung

$$\frac{h}{\sin u'} = f' \dots \dots \dots (4)$$

als Bedingung dafür, daß die Sinusbedingung für ein unendlich fernes Objekt erfüllt ist. Der Strahl PA ist in diesem Falle der Achse parallel und hat von der letzteren den Abstand h . Verlängert man den eintretenden und austretenden Strahl in Fig. 46, bis sie sich in N schneiden, so ist in dem vorliegenden Falle, wenn man das Achsenlot NE fällt, $NE = h$, und aus dem Dreieck $P'NE$ hat man

$$\sin u' = \frac{h}{NP'}.$$

Durch Vergleich der beiden letzten Gleichungen ergibt sich:

$$NP' = f' \dots \dots \dots (5)$$

Hieraus folgt der Satz: Für ein unendlich fernes Objekt ist die Sinusbedingung dann erfüllt, wenn die Schnittpunkte sämtlicher achsenparallel einfallender Strahlen mit den zugehörigen austretenden Strahlen auf einem Kreise um den hinteren Brennpunkt mit dem Radius f' liegen.

51. Satz über die Sinusbedingung.

Der letzte Satz ist ein Spezialfall des folgenden Theorems: Verlängert man den ein- und austretenden Strahl, der den Achsenneigungen u und u' entspricht, bis zum Schnittpunkt N (Fig. 46), und denkt man sich diese Konstruktion für alle möglichen Strahlenneigungen ausgeführt, so liegt der Inbegriff aller Schnittpunkte N auf einem Kreise. Dieser Kreis ist der den Punkten P und P' zugehörige sog. Apollonische Kreis, der die Strecke PP' innen und außen nach demselben Verhältnis teilt.

Dieses Verhältnis ist gleich $\frac{n}{n' \cdot \beta}$, wo β wieder die Lateralvergrößerung in den Punkten P und P' ist.

In Fig. 47 ist der den konjugierten Punkten P und P' zugehörige Apollonische Kreis mit den Scheiteln K und K' und dem Mittelpunkt M ,

sowie ein Strahl PNP' mit den Achsenneigungen u und u' gezeichnet. Zufolge der bekannten Eigenschaft des Apollonischen Kreises ist:

$$\frac{PK}{P'K} = \frac{PN}{P'N}.$$

Fällt man noch das Achsenlot NC, so ist:

$$\sin u = \frac{NC}{PN}, \quad \sin u' = \frac{NC}{P'N}.$$

Durch Division folgt:

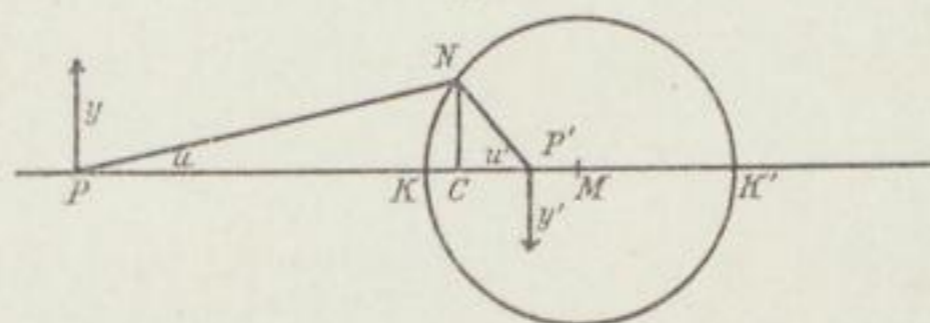
$$\frac{\sin u'}{\sin u} = \frac{PN}{P'N} = \frac{PK}{P'K} = \text{constans},$$

wodurch der obige Satz erwiesen ist. Die Konstante der letzten Gleichung ist $\frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta}$, die wir der Kürze wegen mit $\frac{1}{w}$ bezeichnen wollen.

Dann ist also:

$$\frac{1}{w} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{1}{\beta} \dots \dots \dots (6)$$

Fig. 47.



Ist $e = PP'$ der Abstand der beiden konjugierten Punkte P und P' voneinander, so findet man durch eine leichte Rechnung:

$$KP = \frac{e}{1 + w} \quad KP' = \frac{e \cdot w}{1 + w}.$$

Für den Radius ergibt sich:

$$KM = NM = \frac{e \cdot w}{1 - w^2},$$

und für den Abstand des Mittelpunkts M von P'

$$MP' = \frac{e \cdot w^2}{1 - w^2}.$$

52. Spezielle Fälle.

Ist $w = 1$, also $\beta = \frac{n}{n'}$, so degeneriert der Apollonische Kreis zu einer achsensenkrechten Geraden in der Entfernung $\frac{e}{2}$ von P.

Ist w sehr groß gegenüber der Einheit, so kann man die letztere in erster Annäherung in den Nennern der obigen Ausdrücke vernachlässigen und erhält:

$$KP = \frac{e}{w}; \text{ Radius } KM = -\frac{e}{w}; MP' = e.$$

Der Mittelpunkt des Apollonischen Kreises liegt also im Objektpunkt P und hat den Radius von der absoluten Größe $\frac{e}{w}$. Dabei liegt entsprechend dem Vorzeichen von KM der Punkt M links von K . Für ein hundertmal vergrößerndes Mikroskopsystem, bei dem Objekt und Bildpunkt 200 mm voneinander entfernt sind, ist dieser Radius 2 mm lang, wodurch also der Oeffnung eines solchen Systems, falls die Sinusbedingung erfüllt sein soll, gewisse Grenzen gegeben sind.



Spezieller Teil.

Spezialer Teil.

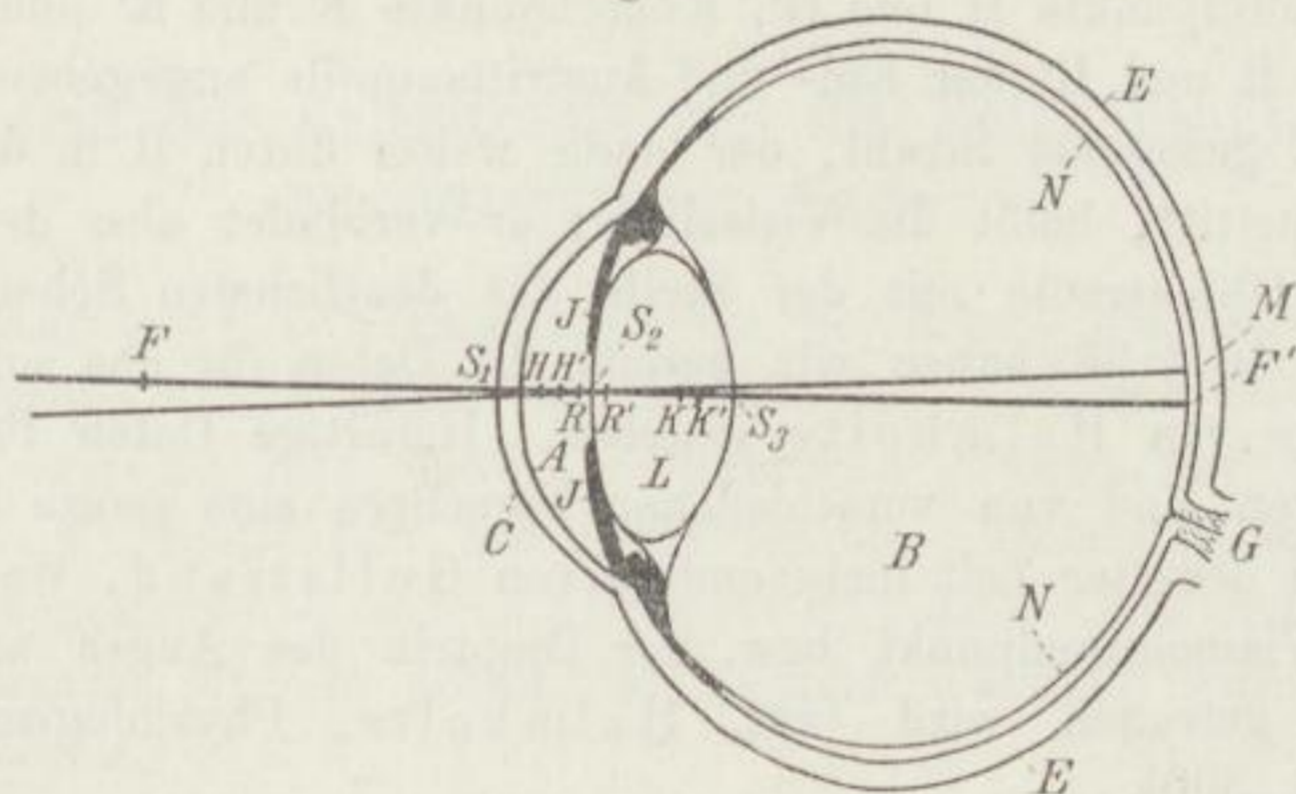
Kapitel VI.

Das menschliche Auge.

53. Beschreibung des menschlichen Auges.

Die Fig. 48 stellt das rechte Auge eines Menschen im Horizontalschnitt mit dem vorderen Brennpunkt F und dem hinteren Brennpunkt F' dar. FF' ist die optische Achse. Wenn man in Richtung dieser Achse das Auge durchdringt, so findet man zunächst die durchsichtige Hornhaut (Cornea) C , welche nach hinten in die das ganze übrige Auge einschließende undurchsichtige Sehnhaut (Sclerotica) E übergeht. Die letztere ist

Fig. 48.



hinten, etwas nach der Nase zu, durchbohrt, um den Sehnerv G eintreten zu lassen. Die Dicke der Hornhaut beträgt ca. 1 mm; der innere Radius derselben ist kleiner als der äußere, so daß die Hornhaut, wenn sie beiderseits von Luft umgeben wäre, wie eine Zerstreuungslinse wirken würde. Hinter der Hornhaut befindet sich die mit wässriger Flüssigkeit gefüllte vordere Kammer A , deren Hinterwand die Iris J bildet, welche in der Mitte eine kreisförmige Oeffnung, die Pupille, frei läßt, an die sich die vordere Wand der geschichteten Augenlinse L — auch Kristallinse genannt — anlegt. Die letztere ist bikonvex und im Ruhe-

zustand an der Vorderfläche erheblich schwächer gekrümmt als an der Hinterfläche. Hinter der Linse befindet sich die große Kammer B des Auges, die mit einer durchsichtigen gallertartigen Masse, die man Glaskörper (Corpus vitreum) nennt, angefüllt ist. Die große Kammer, deren äußere Wandung nach hinten von der Sehnenhaut gebildet ist, ist innen zunächst von der sog. Aderhaut (Chorioidea) bekleidet, welche dunkel gefärbt ist und nach vorn hin in die Iris übergeht. Ueber die Aderhaut legt sich, die große Kammer innen bekleidend, die Netzhaut (Retina), welche als eine Ausbreitung des Sehnerven von sehr kompliziertem Bau aufgefaßt werden muß. Die Netzhaut ist der die optischen Bilder auffangende lichtempfindliche Schirm und entspricht der lichtempfindlichen, in den photographischen Apparat eingeschobenen Platte. An der Eintrittsstelle des Sehnerven ist die Netzhaut unempfindlich für Lichteindrücke (blinder Fleck = Macula coeca). Die Stelle des schärfsten Sehens, der sog. gelbe Fleck (Macula lutea), fällt nicht mit dem Punkte F' zusammen, in dem die optische Achse die Netzhaut durchstößt, sondern liegt etwas schläfenwärts. Die mittlere Einsenkung M des gelben Fleckes heißt Netzhautgrube (Fovea centralis) und stellt diejenige Stelle dar, an der das Bild desjenigen Gegenstandes entworfen wird, den das Auge fixiert. Auf der Achse sind die sog. Kardinalpunkte, Brennpunkte F und F' , Hauptpunkte H und H' , Knotenpunkte K und K' und außerdem die Mitten R und R' der Ein- und Austrittspupille angegeben. Ein von M nach R' gezogener Strahl, der dann weiter durch R in den Außenraum hinaustritt, heißt die Visierlinie; er verbindet also den fixierten Punkt im Objektraum mit der Stelle des deutlichsten Sehens auf der Netzhaut. In § 33 haben wir bereits die Daten für das sog. schematische Auge von Helmholtz gegeben. Derartige Daten für schematische Augen sind von verschiedenen Forschern eine ganze Reihe aufgestellt, in neuester Zeit insbesondere von Gullstrand, wodurch dem jetzigen Wissensstandpunkt bzw. der Dioptrik des Auges am meisten Rechnung getragen wird (vgl. Helmholtz, Physiologische Optik, 3. Aufl., S. 300).

Da es sich bei den Angaben über schematische Augen doch immer nur um angenäherte Mittelwerte handelt, geben wir hier noch eine Tabelle des Auges nach Helmholtz (neuere Form). Die Rubrik „Ferne“ bezieht sich auf das auf Unendlich eingestellte, die Rubrik „Nähe“ auf das auf 140,33 mm vom vorderen Brennpunkt oder 152,5 mm vom Hornhautscheitel akkommodierte Auge.

Die ersten sieben Daten nachfolgender Tabelle sind gegeben, die übrigen berechnet. Die Orte beziehen sich auf den Hornhautscheitel.

	Ferne	Nähe
Brechungsexponent des Kammerwassers und des Glaskörpers	1,3365	1,3365
Brechungsexponent der Kristalllinse	1,4371	1,4371
Radius der Hornhaut	7,829	7,829
Radius der vorderen Linsenfläche	10	6
Radius der hinteren Linsenfläche	-6	-5,5
Ort der vorderen Linsenfläche S_2	3,6	3,2
Ort der hinteren Linsenfläche S_3	7,2	7,2
Vordere Brennweite des Auges	15,5	14,0
Hintere Brennweite des Auges	20,71	18,69
Ort des vorderen Brennpunktes	-13,74	-12,13
Ort des hinteren Brennpunktes	22,82	20,95
Ort des vorderen Hauptpunktes	1,75	1,86
Ort des hinteren Hauptpunktes	2,10	2,26
Ort des vorderen Knotenpunktes	6,97	6,57
Ort des hinteren Knotenpunktes	7,32	6,97
Ort des Mittelpunktes der E.P.	3,046	2,67
Ort des Mittelpunktes der A.P.	3,705	3,298
Vergrößerungsverhältnis in der E.P. und A.P.	0,923	0,941

54. Begriff der Emmetropie und die Netzhautbildgröße emmetropischer Augen.

Als emmetropisch bezeichnen wir ein Auge, das im Ruhestand unendlich ferne Objekte scharf auf der Netzhaut abbildet. Die objektseitige Vergenz des emmetropischen Auges ist also der Null gleich. Stellt sich das Auge infolge Verkürzung der Brennweite der Augenlinse — sog. Akkommodation — auf endliche Entfernungen scharf ein, so erhält die Vergenz positive, von Null verschiedene Werte.

Die Vergenz des Auges wird Refraktion genannt. Die Refraktion schlechthin ist die auf den vorderen Hauptpunkt des Auges bezogene Vergenz, während die auf den vorderen Brennpunkt bezogene Vergenz die Brennpunktsrefraktion oder aus später zu erläuternden Gründen die Brillenrefraktion heißt. Sie soll mit dem Buchstaben L bezeichnet werden, so daß also L mit der in § 34 als X bezeichneten Größe identisch ist. Bezeichnet man allgemein mit D die Brechkraft des Auges, so gelten die oben §§ 32—40 entwickelten Formeln:

$$A + A' = D$$

$$B + B' = D^k = \frac{D}{n'} \quad (n' = \text{Brechungsindex des Glaskörpers})$$

$$Q + Q' = D \cdot \rho \cdot \rho'$$

$$L \cdot L' = D^2,$$

je nachdem man zum Ausgangspunkt der Zählung die Hauptpunkte, die Knotenpunkte, die Pupillen oder die Brennpunkte benützt.

Für ein ruhendes, d. h. akkommodationsloses emmetropisches Auge sind die die Refraktion darstellenden Größen A , B , Q , L der Null gleich. Aus den obigen Gleichungen kann man also die Bedingung für ruhende Emmetropie auf vier verschiedene Weisen angeben, nämlich:

$$A' = D \quad B' = \frac{D}{n'} \quad Q' = D \cdot \rho \cdot \rho' \quad L' = \infty.$$

Jede dieser Gleichungen gibt nur die Bedingung dafür an, daß der Apparat des Auges so konstruiert sein muß, daß die Netzhaut einer unendlich fernen, achsensenkrechten Ebene konjugiert ist. Aus jeder dieser Gleichungen läßt sich die Entfernung des bildseitigen (oder hinteren) Ausgangspunktes der Zählung von dem Punkte berechnen, in dem die optische Achse die Netzhaut durchstößt. Die letztere Stelle wollen wir kurz als den Netzhautpunkt bezeichnen¹⁾.

Aufgabe 53: Was sagt die Bedingung $A' = D$ aus?

Lösung: Da $A' = \frac{n'}{a'}$ und $D = \frac{n'}{f'}$, so folgt $a' = f'$, d. h. die Entfernung des hinteren Hauptpunktes von der Fovea ist gleich der hinteren Brennweite.

Aufgabe 54: Was sagt die Bedingung $B' = \frac{D}{n'}$ aus?

Lösung: Da $B' = \frac{1}{n' b'}$ und $D = \frac{1}{f}$ ist, so folgt: $\frac{1}{n' b'} = \frac{1}{n' \cdot f}$, d. h. $b' = f$, d. h. die Entfernung des hinteren Knotenpunktes von der Fovea ist gleich der vorderen Brennweite des Auges.

Die Größe des Netzhautbildes y' , welches ein Objekt y erzeugt, läßt sich nach jeder der oben entwickelten Gleichungen für die Lateralvergrößerung β bestimmen, am einfachsten aus der Gleichung:

$$y' = y \cdot \frac{f}{x},$$

wo f die vordere Brennweite des Auges und $\frac{1}{x} = L$ die Brennpunktrefraktion derselben darstellt.

¹⁾ Die Fovea centralis, die Stelle der am meisten entwickelten Lichtperzeption der Netzhaut, liegt allerdings ein wenig schläfenwärts.

Unendlich ferne Objekte, die unter einem Gesichtswinkel ω erscheinen, liefern ein Netzhautbild von der Größe

$$y' = f \cdot \omega.$$

Aufgabe 55. Wie groß ist das Bild eines 1 m großen Kindes auf der Netzhaut, wenn die absolute Größe des Kindes 1 m ist und dasselbe 15 m vom Auge entfernt ist.

Lösung: Hier ist $y = 1$, $f = 0,015$, $x = 15$, also hat man

$$y' = \frac{0,015}{15} = 0,001 \text{ m} = 1 \text{ mm.}$$

Aufgabe 56: Ein ferner Ballon erscheint unter dem Sehwinkel von $u = 1'$. Wie groß ist das Netzhautbild?

Lösung: Hier ist im Bogenmaß zu setzen:

$$\omega = 0,00029$$

und man hat $y' = 0,015 \cdot 0,00029 \text{ m} = 0,0044 \text{ mm}$. Für Augen von normaler Sehkraft unterscheidet sich in diesem Falle das Objekt gerade noch hinsichtlich seiner Ausdehnung von einem Punkt.

55. Emmetropie und Ametropie.

Denjenigen Punkt der optischen Achse im Objektraum, welcher bei akkommodationslosem Zustande des Auges dem Netzhautpunkt konjugiert ist, nennen wir den Fernpunkt. Auf den Fernpunkt ist also das akkommodationslose Auge scharf eingestellt. Liegt der Fernpunkt im Unendlichen, ist die Refraktion des Auges der Null gleich, so ist das Auge, wie wir sahen, emmetropisch. In jedem anderen Fall ist das Auge ametropisch, der entsprechende Refraktionszustand wird als Ametropie bezeichnet. Liegt der Fernpunkt in endlicher Entfernung vor dem Auge, ist er also gewissermaßen reell vorhanden, so liegt Myopie oder Kurzsichtigkeit vor. In diesem Falle werden also von einem in endlicher Entfernung vor dem Auge befindlichen Punkte divergent ausgehende Strahlen auf der Netzhaut zu einem scharfen Bilde vereinigt.

Liegt der Fernpunkt hinter dem Auge in endlicher Entfernung, ist er also gewissermaßen virtuell, so liegt Hypermetropie oder Uebersichtigkeit vor. In diesem Falle werden also solche Strahlen auf der Netzhaut vereinigt, die nach einem hinter dem Auge gelegenen Punkt hinzielen. Die Figuren 49, 50, 51 stellen die bezüglichen Verhältnisse und zwar für ein emmetropisches, ein myopisches und ein hypermetropisches Auge dar. In allen bedeutet P Fernpunkt, N Netzhautpunkt, F und F' vorderer und hinterer Brennpunkt, H vorderer Hauptpunkt des Auges.

Wir setzen in Fig. 50:

$$PH = a.$$

Dann ist also $A = \frac{1}{a}$ die Refraktion des Auges, bezogen auf den vorderen Hauptpunkt.

Wir setzen ferner:

$$PF = l \quad \dots \dots \dots (1)$$

Dann ist

$$L = \frac{1}{l} \quad \dots \dots \dots (2)$$

die Refraktion des Auges, bezogen auf den vorderen Brennpunkt oder die sog. Brillenrefraktion.

Fig. 49.

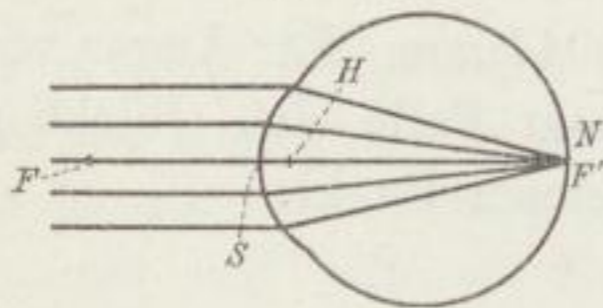


Fig. 50.

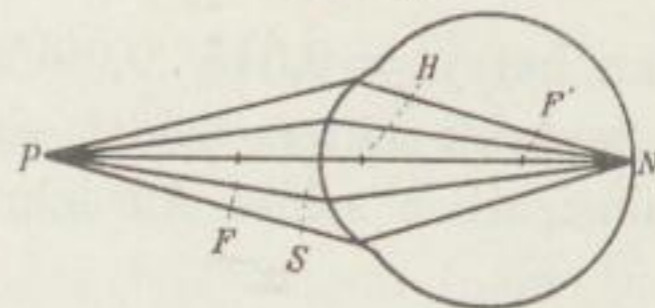
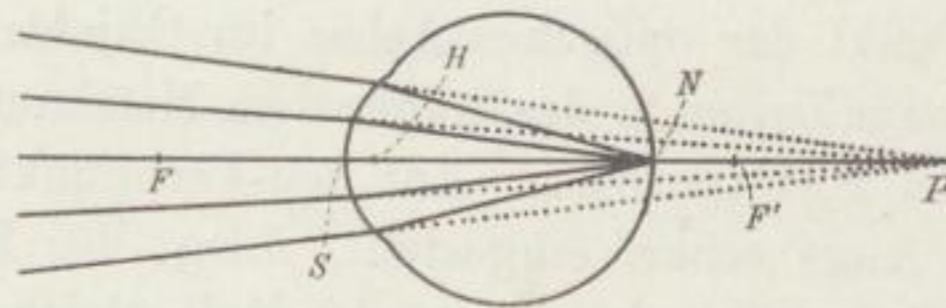


Fig. 51.



Da FH gleich der vorderen Brennweite des Auges ist, so hat man:

$$a - l = f$$

oder

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{L} = f \quad \dots \dots \dots (3)$$

Die Größe f können wir im Mittel zu 0,015 m annehmen.

Für hypermetropische Augen besteht die Beziehung $l - a = f$ und

infolgedessen $\frac{1}{L} - \frac{1}{A} = f$.

Diese Gleichung stimmt mit der obigen für das myopische Auge gültigen überein, wenn wir darin die Größen a und l und damit auch den Größen A und L negatives Vorzeichen geben, was ja zutreffend ist, da beim hypermetropischen Auge der Fernpunkt, der als Objektpunkt aufzufassen ist, rechts von den betreffenden Fixpunkten liegt.

Aufgabe 57: Ein myopisches Auge hat die Brillenrefraktion $L = 8$ Dptr. Wie groß ist die gewöhnliche Refraktion A?

Lösung: Man setze in Gleichung (3) $L = 8$ und $f = 0,015$ m und erhält:

$$\frac{1}{A} - \frac{1}{8} = 0,015 \quad A = 7,14.$$

Aufgabe 58: Für ein myopisches Auge ist $A = 5,5$. Wie groß ist L ?

Lösung: Man hat: $\frac{1}{5,5} - \frac{1}{L} = 0,015 \quad L = 6$ Dptr.

Aufgabe 59: Ein hypermetropisches Auge hat die Brennpunktrefraktion $L = -5$. Wie groß ist die Hauptpunktrefraktion A ?

Lösung: Man hat:

$$\frac{1}{A} - \left(-\frac{1}{5}\right) = 0,015 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{A} + 0,2 = 0,015; \quad A = -5,4 \text{ Dptr.}$$

Die nachfolgende Tabelle gibt die zusammengehörigen Werte von L und A in Dioptrien.

Myopie		Hypermetropie		Myopie		Hypermetropie	
A	L	A	L	A	L	A	L
0,99	1	1,01	1	9,43	11	13,17	11
1,94	2	2,06	2	10,17	12	14,63	12
2,87	3	3,14	3	10,86	13	16,15	13
3,77	4	4,25	4	11,57	14	17,72	14
4,65	5	5,40	5	12,25	15	19,35	15
5,50	6	6,59	6	12,90	16	21,05	16
6,33	7	7,82	7	13,55	17	22,82	17
7,14	8	9,09	8	14,18	18	24,66	18
7,92	9	10,40	9	14,79	19	26,57	19
8,69	10	11,76	10	15,38	20	28,57	20

56. Refraktionsänderung des Auges durch vorgeschaltete Gläser.

Ist in Fig. 52 P der Fernpunkt eines myopischen Auges oder überhaupt ein Punkt, auf den das Auge scharf eingestellt ist, und will man, ohne daß der Refraktionszustand des Auges sich ändert, erreichen, daß das Auge einen anderen Punkt P_1 scharf sieht, so muß man vor das Auge ein Brillenglas so vorschalten, daß die von P_1 ausgehenden nur vom Brillenglas gebrochenen Strahlen das letztere so verlassen, als kämen sie vom Punkte P . In diesem Falle ist ja für das Auge selbst bezüglich des Strahlenganges gar keine Änderung eingetreten. Liegt der Punkt P_1 , auf den das bewaffnete Auge eingestellt ist, rechts von P , d. h. dem Auge näher als P , so muß das von P_1 ausgehende Licht etwas weniger divergent sein, d. h. das Augenglas muß ein Konvexglas sein,

Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

umgekehrt, wenn P_1 entfernter als P vom Auge liegt, wird ein Konkavglas Verwendung finden müssen. Nennen wir den Scheitel des als unendlich dünn angenommenen Glases S und den vorderen Hauptpunkt des Auges H , so können wir setzen:

$$PH = a, \quad PS = l, \quad P_1H = a_1, \quad P_1S = l_1,$$

und wir haben, wenn φ die Brennweite des Glases ist, da hier P_1 auf derselben Seite des Glases wie P liegt und P als das Bild von P_1 aufzufassen ist:

$$\frac{1}{l_1} - \frac{1}{l} = \frac{1}{\varphi}.$$

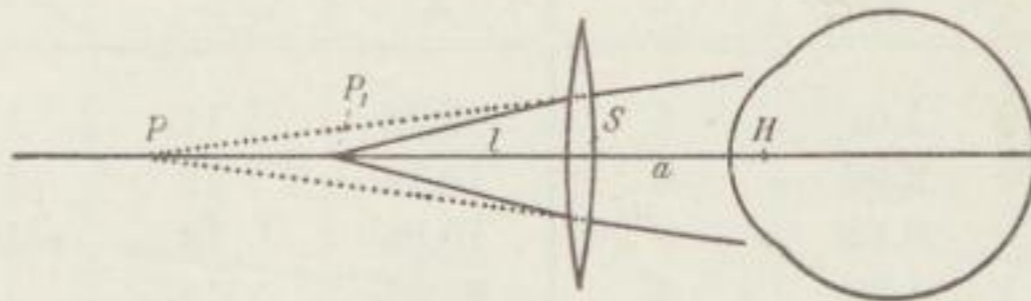
Setzen wir

$$\frac{1}{\varphi} = D_0, \quad \frac{1}{l_1} = L_1 \quad \text{und} \quad \frac{1}{l} = L,$$

so wird

$$D_0 = L_1 - L \quad \text{oder} \quad D_0 = \frac{1}{l_1} - \frac{1}{l} \quad \dots \quad (4)$$

Fig. 52.



Es ist also die Brechkraft D_0 des korrigierenden Glases gleich der gewünschten vom Brillenpunkt aus gerechneten Refraktion L_1 , vermindert um die bei unbewaffnetem Auge vorhandene, ebenfalls vom Brillenpunkt aus gerechnete Refraktion L .

Wir nehmen hierbei die Refraktion positiv, wenn der Fernpunkt oder überhaupt der Punkt scharfer Einstellung vor dem Auge liegt, wie z. B. bei myopischen Augen, negativ dagegen, wenn der betreffende Punkt hinter dem Auge liegt, wie bei Hypermetropie.

Für das Gedächtnis kann man merken:

Myopische Refraktionen sind positiv, hypermetropische negativ zu rechnen.

Unter diesen Umständen gilt Gleichung (4) für alle Refraktionszustände. Ist die gewünschte Refraktion Null, soll also das Auge für die Ferne korrigiert werden, so ist $L_1 = 0$ und Gleichung (4) liefert

$$D_0 = -L.$$

Die Brechkraft des Fernglases ist also gleich der vom Brillenpunkt gerechneten Refraktion des Auges mit um-

gekehrten Vorzeichen, ist also negativ für myopische, positiv für hypermetropische Augen.

Da man ein Brillenglas gewöhnlich 14—15 mm vor dem Auge trägt, und der vordere Brennpunkt ungefähr dieselbe Entfernung vom Auge hat, so kann man den letzteren als Brillenpunkt (S in Fig. 52) auffassen und hat damit den Satz:

Die Brennpunktrefraktion L ist gleich der Brechkraft des für die Ferne korrigierenden Brillenglases.

Wie wir oben sahen, kann man die Brennpunktrefraktionen L leicht aus den gewöhnlichen Refraktionen A berechnen, oder man kann sie aus der Tabelle in § 55 entnehmen.

Aufgabe 60: Was versteht man unter einer Myopie von 8 Dptr.?

Antwort: Wenn nicht angegeben ist, ob man die Refraktion vom Brennpunkt oder vom Hauptpunkt des Auges rechnet, so wird man das letztere annehmen müssen. Es ist also $A = 8$; der Abstand des Fernpunktes von H beträgt $a = \frac{1}{8} \text{ m} = 12,5 \text{ cm}$; der Abstand von F dem-

nach $l = 12,5 - 1,5 = 11 \text{ cm} = 0,11 \text{ m}$. Folglich ist $L = \frac{1}{0,11} =$

$9\frac{1}{11}$ Dptr., die Refraktion des Auges bezogen auf den vorderen Brenn-

punkt. Die Fernbrille muß also $-9\frac{1}{11}$ Dptr. stark sein.

Aufgabe 61: Welche Fernbrille benötigt ein Hypermetrop von 8 Dptr.?

Lösung: $A = -8$; also $a = \frac{1}{A} = -\frac{1}{8} \text{ m} = -12,5 \text{ cm}$, d. h. der Fernpunkt liegt 12,5 cm hinter dem Auge von H aus und 14 cm von F aus gerechnet. Also ist $L = -\frac{1}{0,14} = -7\frac{1}{7}$ Dptr. die Brennpunktrefraktion. Die Fernbrille hat also $7\frac{1}{7}$ Dptr. Brechkraft.

Aufgabe 62: Ein Myop will seinen Fernpunkt von 40 cm auf 25 cm verlegen. Welches Brillenglas muß er benutzen?

Lösung: Hier ist

$$L = \frac{1}{0,4}, \quad L_1 = \frac{1}{0,25};$$

also wird zufolge Gleichung (4):

$$D_0 = L_1 - L = 4 - 2,5 = 1,5 \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 63: Die Fernbrille eines Hypermetropen hat 5 Dptr. Welche Brille muß er benutzen, um seinen Fernpunkt auf 30 cm von F zu verlegen?

Lösung: Es ist

$$L = -5; L_1 = \frac{1}{0,3} = 3\frac{1}{3}; D_0 = 3\frac{1}{3} - (-5) = 8\frac{1}{3} \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 64: Ein Myop, dessen Fernpunktsabstand von F 20 cm beträgt, ist mit einem Glas von -4 Dptr. bewaffnet. Auf welche Entfernung von F ist das bewaffnete Auge scharf eingestellt?

Lösung: Hier ist $L = 5$, $D_0 = -4$. Also liefert Gleichung (4):

$$L_1 - 5 = -4 \quad \text{oder} \quad L_1 = \frac{1}{l_1} = 1.$$

Demnach ist $l_1 = 1$ m.

Aufgabe 65: Ein Myop vom Fernpunktabstand $l = 10$ cm wird mit einem Glas von $+5$ Dptr. bewaffnet. Wo liegt der Fernpunkt des bewaffneten Auges?

Lösung: Hier ist $D_0 = 5$, $L = \frac{1}{0,1} = 10$ und man hat:

$$5 = L_1 - 10; L_1 = 15, l_1 = \frac{1}{15} \text{ m} = 6\frac{2}{3} \text{ cm.}$$

Der Fernpunkt ist also $6\frac{2}{3}$ cm vom vorderen Brennpunkt des Auges entfernt.

Aufgabe 66: Ein Hypermetrop hat eine Fernbrille von 10 Dptr. Er ersetzt diese durch ein Glas von 15 Dptr. Wo liegt alsdann der Fernpunkt?

Lösung: Hier ist $D_0 = 15$ und $L = -10$. Also ist:

$$15 = L_1 + 10; L_1 = \frac{1}{l_1} = 5 \quad \text{und} \quad l_1 = 20 \text{ cm.}$$

57. Kombination von Auge und Brillenglas.

Wir bringen vor ein Auge von der Brechkraft D und den Brennweiten f und f' ein Brillenglas (dünne Linse) von der Brechkraft D_0 , so daß beide ein, wenigstens angenähertes, zentriertes System bilden. Der vordere und hintere Hauptpunkt des Auges werde, wie immer, mit H und H' , der vereinigte, im Scheitel befindliche Hauptpunkt der Linse mit S bezeichnet (s. Fig. 52). Um die Brechkraft D_c und die Lage der Hauptpunkte der Kombination „Auge und Brillenglas“ zu finden, wenden wir die Gleichung (X) und (XI) in § 33 an und bedenken, daß die Entfernung SH der einander zugewandten Hauptpunkte hier in Luft befindlich ist, so daß eine Reduktion im Gullstrandschen Sinne nicht einzutreten hat. Indem wir in Fig. 52

$$SH = d$$

setzen, erhalten wir:

$$D_c = D_0 + D - d D_0 D \quad (5)$$

und

$$h = - \frac{d D}{D_c} \quad (6)$$

$$h' = - \frac{n d D_0}{D_c} \quad (7)$$

Wir bemerken ferner, daß die Strecke h , die Entfernung des vorderen Hauptpunktes der Kombination vom vorderen Hauptpunkt S des ersten Teilsystems, sich in Luft befindet, also keiner Reduktion bedarf, während die Strecke h' , die Entfernung des hinteren Hauptpunktes der Kombination vom hinteren Hauptpunkte H' des zweiten Teilsystems, sich im Glaskörper mit dem Brechungsexponenten n befindet und daher einer Reduktion durch Division mit n unterworfen werden muß, wie dies durch Gleichung (7) ausgedrückt ist.

Aufgabe 67: Ein Brillenglas habe die Brechkraft $D_0 = 10$ Dptr. und es sei $d = 30$ mm = 0,03 m. Wie groß ist die Brechkraft der Kombination und wo liegen deren Hauptpunkte, wenn man die Brechkraft des Auges $D = 64$ Dptr. setzt?

Lösung: Man hat

$$D_c = 10 + 64 - 0,03 \cdot 10 \cdot 64 = 54,80 \text{ Dptr.}$$

Ferner ist

$$h = - \frac{0,03 \cdot 64}{54,8} = - 0,035 \text{ m, } h' = - \frac{1,3365 \cdot 0,03 \cdot 10}{54,8} = - 0,0073 \text{ m.}$$

Der vordere Hauptpunkt der Kombination liegt also um 35 mm von S und zwar (wegen des negativen Vorzeichens) nach rechts entfernt, und, da $HS = d = 30$ mm angenommen war, um 5 mm von H nach rechts entfernt. Der hintere Hauptpunkt liegt 7,3 mm nach links von H' entfernt.

Ein bemerkenswerter Fall tritt ein, wenn das Brillenglas in der vorderen Brennebene des Auges steht. In diesem Falle ist

$$d = f = \frac{1}{D},$$

und die Gleichungen (5) bis (7) werden:

$$D_c = D \quad (8)$$

$$h = - \frac{1}{D} = - f \quad (9)$$

$$h' = - \frac{n D_0}{D^2} \quad (10)$$

Die Gleichung $D_c = D$ sagt aus, daß die Brechkraft der Kombination gleich der des Auges ist. Wegen $D = \frac{1}{f} = \frac{n}{f'}$ sind also auch die Brennweiten der Kombination gleich denen des Auges.

Die Gleichung $h = -f$ bedeutet, daß man von S in Fig. 52 um die Strecke f nach rechts gehen muß, um zum vorderen Hauptpunkt der Kombination zu gelangen. Ersichtlich gelangt man aber in diesem Falle zum vorderen Hauptpunkt des Auges zurück, so daß also der letztere zugleich den vorderen Hauptpunkt der Kombination darstellt.

Wegen $\frac{n}{D^2} = f \cdot f'$ kann man die Gleichung (10) auch schreiben:

$$h' = -\frac{f \cdot f'}{\varphi} \quad \dots \quad (11)$$

wenn $\varphi = \frac{1}{D_0}$ die Brennweite des Brillenglases bedeutet.

Da f und f' positiv sind, so hängt das Vorzeichen von h' lediglich von dem Vorzeichen von φ ab und ist negativ für Konvex- und positiv für Konkavgläser. Ein negatives Vorzeichen von h' deutet an, daß der zweite Hauptpunkt der Kombination um $\frac{f \cdot f'}{\varphi}$ nach links, d. h. nach vorn hin verschoben erscheint, was also bei Konvexgläsern eintritt. Bei Anwendung von Konkavgläsern liegen die Verhältnisse umgekehrt. Da der vordere Hauptpunkt und der vordere Knotenpunkt bei jedem System vom vorderen Brennpunkt die Entfernungen f resp. f' , und der hintere Hauptpunkt und hintere Knotenpunkt die Entfernungen f' resp. f vom hinteren Brennpunkt haben und die Brennweiten f und f' hier mit denen des Auges identisch sind, so erkennt man leicht, daß die vorderen Kardinalpunkte (F, H, K) der Kombination unverändert bleiben, während die hinteren (F', H', K') dieselbe Verschiebung um die Strecke $\frac{f \cdot f'}{\varphi}$ erleiden.

Zusammenfassend können wir den Satz aussprechen:

Befindet sich ein Korrektionsglas, dessen Dicke vernachlässigt werden kann, im vorderen Brennpunkte des Auges, so sind die Brennweiten des kombinierten Systems gleich denjenigen des unbewaffneten Auges, und die vorderen Kardinalpunkte des zusammengesetzten Systems fallen mit denjenigen des unbewaffneten Auges zusammen. Die hinteren Kardinalpunkte des kombinierten Systems werden um gleich große Strecken verschoben; der Betrag der Verschiebung ist gleich dem Produkte der beiden Brennweiten des Auges, dividiert durch die Brennweite der Korrektionslinse. Die Verschiebung erfolgt bei Konkavgläsern nach hinten, bei Konvexgläsern nach vorn.

Aufgabe 68: Um wieviel verschieben sich die hinteren Kardinalpunkte des Auges, wenn in der vorderen Brennebene des Auges ein Glas von ± 5 Dptr. aufgestellt wird?

Lösung: In der Gleichung (11) für die Verschiebung des hinteren Hauptpunktes setzen wir $f = 15,5 \text{ mm}$, $f' = 20,7 \text{ mm}$ und $\varphi = 200 \text{ mm}$. Dann wird

$$h' = \mp \frac{15,5 \cdot 20,7}{200} = \mp 1,6 \text{ mm}.$$

Die Verschiebung der anderen Kardinalpunkte ist ebensogroß.

58. Netzhautbildgröße des bewaffneten ametropischen Auges.

Ist ein ametropisches Auge durch ein Glas von der Brechkraft D_0 für die Ferne korrigiert, so fällt der hintere Brennpunkt der Kombination mit dem Netzhautpunkt zusammen. Ein entferntes Objekt, das unter dem Gesichtswinkel u erscheint, wird von der Größe $y'' = \frac{u}{D_c}$ [vgl. Gleichung (20) § 22] abgebildet. Dasselbe Objekt wäre von einem emmetropischen Auge von derselben Brechkraft D wie das ametropische von der Größe $y' = \frac{u}{D}$ abgebildet worden. Den Ausdruck $\frac{y''}{y'} = K$ nennen wir die Brillenvergrößerung. Man hat nun: $K = \frac{D}{D_c}$.

Nach Gleichung (5) ist nun:

$$\frac{D_c}{D} = 1 - D_0 \left(d - \frac{1}{D} \right).$$

Da $\frac{1}{D}$ nichts anderes als die vordere Brennweite des Auges ist, so stellt $d - \frac{1}{D}$ die Entfernung x des Brillenglases vom vorderen Brennpunkt des Auges dar. Man hat also:

$$\frac{D_c}{D} = 1 - x D_0,$$

und es folgt:

$$K = \frac{1}{1 - x D_0} \dots \dots \dots (11a)$$

Aufgabe 69: Welchen Einfluß haben die Ferngläser der Myopen auf die Netzhautbildgröße?

Lösung: Hier ist D_0 negativ; ist x positiv, steht das Brillenglas also außerhalb der Brennweite des Auges, so ist das Produkt $x D_0$ negativ und der Ausdruck $- x D_0$ positiv; der Nenner des Ausdrucks für K wird also größer als 1 und damit K kleiner als 1. Es tritt also eine Verkleinerung dem emmetropischen Auge gegenüber ein. Steht das Brillenglas dagegen innerhalb der Brennweite des Auges, so ist x negativ und

das Produkt $x D_0$ positiv. Der Nenner des Ausdrucks für K wird kleiner als 1 und K selbst also größer als die Einheit. Das Netzhautbild erscheint also gegenüber dem emmetropischen Auge vergrößert.

Aufgabe 70: Welchen Einfluß haben die Ferngläser der Hypermetropen auf die Netzhautbildgröße?

Lösung: Durch eine ganz analoge Betrachtung erhalten wir das Resultat, daß die Gläser vergrößern, wenn sie außerhalb, und verkleinern, wenn sie innerhalb der Brennweite des Auges stehen.

Aufgabe 71: Ein Myop trägt das korrigierende Fernglas von -8 Dptr. 5 mm vor dem Brennpunkt des Auges, wie stark ist die Verkleinerung?

Lösung: Hier ist $D_0 = -8$ und $x = 0,005$ m; also hat man:

$$K = \frac{1}{1 + 8 \cdot 0,005} = \frac{1}{1,04} = 0,96,$$

die Verkleinerung beträgt also nur 4 %.

Aufgabe 72: Wie stark ist die Vergrößerung, wenn ein Myop von 10 Dptr. das korrigierende Glas unmittelbar an die Hornhaut bringt (sog. Kontaktglas)?

Lösung: Wir setzen im Mittel $x = -13$ mm und $D_0 = -10$ und erhalten:

$$K = \frac{1}{1 - 0,013 \cdot 10} = 1,15.$$

Aufgabe 73 wie 72, nur soll $D_0 = 20$ Dptr. sein.

Lösung: Man erhält $K = \frac{1}{1 - 0,013 \cdot 20} = 1,35$. Wenn mit einer Kontaktbrille nicht andere Uebelstände (Reizung der betreffenden Häute usw.) verbunden wären, so würde also damit für sehr hochgradige Myopie eine bedeutende Verbesserung der Sehkraft erzielt werden.

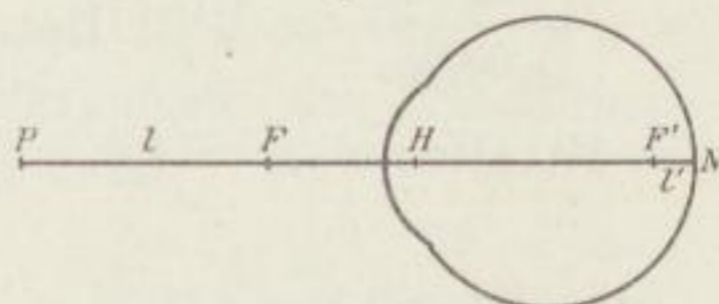
59. Krümmungsametropie und Achsenametropie.

Die Ametropie kann eine Folge einer abnorm veränderten Brechkraft des Auges sein, indem entweder die Brechungsexponenten oder die Krümmungen der brechenden Flächen stark von der Norm abweichen. Diese Form der Ametropie ist verhältnismäßig selten. In weiterem Sinne gehört hierzu auch das aphakische (linsenlose) Auge. Man faßt diese Arten der Ametropie meist mit dem Namen „Krümmungsametropie“ zusammen. Viel häufiger ist die Ametropie eine Folge einer abnormen Verlängerung (bei Myopie) oder Verkürzung (bei Hypermetropie) des Augapfels, während die Brechkraft im großen und ganzen von der des

emmetropischen Auges nicht wesentlich abweicht. Diese Form wird als Achsenametropie bezeichnet.

Sei in Fig. 53 P der Fernpunkt eines achsenmyopischen Auges, dem also der Netzhautpunkt N konjugiert ist, und sind F und F' vorderer

Fig. 53.



und hinterer Brennpunkt, so können wir zufolge früherer Bezeichnungen setzen: $PF = l$, $F'N = l'$, und man hat, wenn f , f' und D vordere, hintere Brennweite und Brechkraft des Auges bedeutet:

$$l \cdot l' = f \cdot f',$$

woraus die Verlängerung

$$l' = \frac{f \cdot f'}{l}$$

folgt. Ist n der Brechungsexponent des Glaskörpers, so ist:

$$D = \frac{1}{f} = \frac{n}{f'},$$

und man hat wegen $\frac{1}{l} = L$, wenn man noch die reduzierte Verlängerung $\lambda' = \frac{l'}{n}$ einführt:

$$\lambda' = \frac{L}{D^2} \dots \dots \dots (12)$$

Die letzte Gleichung gilt auch für hypermetropische Augen; im letzteren Falle stellt jedoch λ' die reduzierte Verkürzung vor. Man hat also den Satz:

Die reduzierte Verlängerung oder Verkürzung eines achsenametropischen Auges ist gleich dem Quotienten aus der Brechkraft der Fernbrille und dem Quadrat der Brechkraft des Auges.

Aufgabe 74: Die Fernbrille eines Achsenametropen hat 4 Dptr. Brechkraft. Wie groß ist die Verlängerung resp. Verkürzung des Auges, wenn wir die Brechkraft des Auges zu 64 Dptr. ansetzen?

Lösung: Aus Gleichung (12) folgt für $D = 64$ und $L = 4$.

$$\lambda' = \frac{4}{64^2} = \frac{1}{1024} \text{ m.}$$

Ferner ist $l' = n\lambda' = \frac{1,3365}{1024} \text{ m} = 1,3 \text{ mm.}$

Aufgabe 75: Eine Verlängerung von 2 mm entspricht welcher myopischen Refraktion?

Lösung: Hier ist $l' = 0,002$ m, also $\lambda' = \frac{l'}{n} = \frac{0,002}{1,3365}$. Demnach hat man

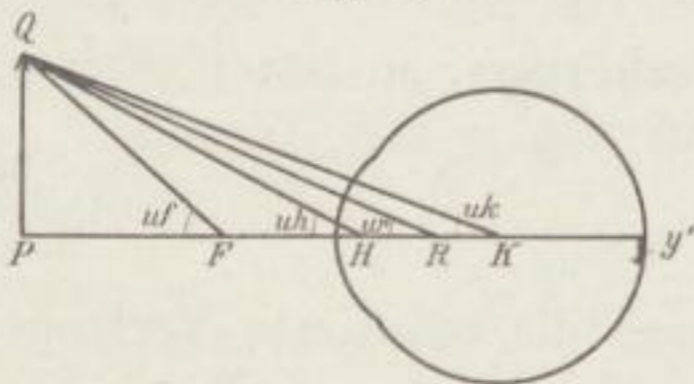
$$L = \frac{0,002 \cdot 64^2}{1,3365} = 6,13 \text{ Dptr.}$$

Zufolge der Tabelle § 55 ist alsdann $A = 5,6$.

60. Gesichtswinkel.

Der Winkel, unter dem ein Objekt dem Auge erscheint, der sog. Gesichtswinkel, hat in der Literatur zu verschiedenen Diskussionen geführt. Es kann nämlich in dem Falle naher Objekte zweifelhaft erscheinen, wo man den Scheitel dieses Winkels anzunehmen hat. Bei der messenden instrumentellen Optik liegt der Scheitel im Drehpunkt des Instrumentes. Für das unbewaffnete Auge wollen wir die bezüglichen Verhältnisse jedoch hier erörtern.

Fig. 54.



In der Fig. 54 sei $PQ = y$ ein Objekt, das von der Größe y' auf der Netzhaut scharf abgebildet werde. Wir verbinden den äußersten Punkt Q desselben mit dem vorderen Brennpunkt F, Hauptpunkt H, Mittelpunkt der E.P. R und Knotenpunkt K, und nennen die entsprechenden Winkel (siehe Fig. 54) der Reihe nach u_f, u_h, u_r, u_k ; dann ist aus den Dreiecken PQF, PQH, PQR, PQR, PQR, PQR der Reihe nach, wenn man die Winkel u als klein annimmt, zufolge des bekannten Satzes für kleine Winkel nach den eingeführten Bezeichnungen:

$$u_f = \frac{y}{l} \quad u_h = \frac{y}{a} \quad u_r = \frac{y}{p} \quad u_k = \frac{y}{b} \quad \dots \quad (13)$$

Zufolge der bekannten Beziehung: $\frac{y'}{y} = \frac{f}{l}$ wird die erste der Gleichung (13):

$$y' = f \cdot u_f \quad \dots \quad (14)$$

Man hat also den Satz:

Das Netzhautbild eines Objektes ist gleich der vorderen Brennweite des Auges, multipliziert mit dem Winkel, unter dem das Objekt vom vorderen Brennpunkt aus erscheint, und zwar bei jedem beliebigen Refraktionszustand des Auges.

Solange also f sich nicht ändert, d. h. beim akkommodationslosen

Sehen achsenametropischer Augen, erzeugen alle scharf gesehenen Objekte, die unter demselben Winkel von F aus erscheinen, auch gleich große Netzhautbilder.

Nach Gleichung (8) § 11 ist ferner

$$\frac{y'}{y} = \frac{a'}{n \cdot a},$$

wo n der Brechungsexponent des Glaskörpers ist. Die zweite der Gleichungen (13) wird dann

$$y' = u_h \cdot \frac{a'}{n} \quad \dots \quad (15)$$

Hieraus folgt der Satz:

Das Netzhautbild eines Objektes ist gleich der reduzierten Entfernung des hinteren Hauptpunktes von der Fovea, multipliziert mit dem Winkel, unter dem das Objekt vom vorderen Hauptpunkt aus erscheint.

Die Größe a' ist für verschiedene achsenametropische Augen verschieden, da diese Größe von der Länge des Auges abhängt. Wenn man jedoch die berechtigte Annahme macht, daß sich der hintere Hauptpunkt bei der Akkommodation nicht verschiebt, so bleibt auch a' während der Akkommodation konstant, und man kann den Satz aussprechen:

Bei jedem Akkommodationszustand erzeugen bei einem und demselben Auge alle Objekte, die vom vorderen Hauptpunkt unter demselben Winkel erscheinen, gleich große Netzhautbilder.

Ferner erhält man mit Hilfe der Gleichungen

$$\frac{y'}{y} = \frac{b'}{b} = \frac{p'}{n \cdot p} \frac{\rho}{\rho'}$$

[vgl. die Gleichung (4) § 39], wo n wieder der Brechungsexponent des Glaskörpers ist, und der 3. und 4. der Gleichungen (13):

$$y' = u_r p' \cdot \frac{\rho}{n \rho'} \quad \dots \quad (16)$$

$$y' = u_k b' \quad \dots \quad (17)$$

wodurch die Netzhautbildgröße durch den objektseitigen Pupillenmittelpunktswinkel resp. durch den Knotenpunktswinkel ausgedrückt ist.

Da die Größen y' in den Gleichungen (14), (15), (16), (17) dieselben Werte haben, so erhält man durch Gleichsetzung Ausdrücke zur Bestimmung der Winkel u_r , u_h , u_p und u_k untereinander. Für sehr entfernte Objekte werden diese Winkel einander gleich, und man hat also

$$f = \frac{a'}{n} = \frac{p' \rho}{n \rho'} = b',$$

wodurch lediglich die Bedingung der Emmetropie ausgedrückt ist (vgl. § 54).

61. Akkommodation.

Unter „Akkommodation“ versteht man die Eigenschaft des Auges, seine Refraktion ändern und dadurch verschieden weit entfernte Objekte auf der Netzhaut scharf abbilden zu können. Die Aenderung der Refraktion geschieht durch Formänderung der Linse. Der vordere Linsenscheitel S_2 (Fig. 48) rückt nach vorn (nach der Hornhaut zu) bei einer Refraktionsänderung von etwa 7 Dptr. im Mittel um 0,4 mm. Der vordere Linsenradius r_2 verkürzt sich gleichzeitig unter den angegebenen Umständen im Mittel um etwa 4 mm. Der hintere Linsenscheitel S_3 verändert seine Stellung nicht wesentlich, während der hintere Linsenradius sich nur wenig, im Mittel etwa um 0,5—0,8 mm verkürzt (vgl. die Tabelle des Helmholtzschen schematischen akkommodierten Auges in § 53).

Von anderen bei der Akkommodation auftretenden Umständen erwähnen wir hier noch die Verengerung der Pupille und das Herabsinken der Linse entsprechend der Haltung des Kopfes (Linsenschlottern). Die Ortsveränderung der Linse beträgt hierbei etwa 0,25—0,3 mm. Hat die Linse ihre geringste Brechkraft (Ruhezustand des Auges), so ist das Auge auf den sog. Fernpunkt eingestellt, hat sie dagegen ihre stärkste Brechkraft und damit ihre stärkste Wölbung, so ist das Auge auf den Nahpunkt eingestellt. Bei Emmetropie liegt der Fernpunkt im Unendlichen, der Nahpunkt in endlicher Entfernung vor dem Auge, bei Myopie liegen beide Punkte in endlicher Entfernung vor dem Auge, und bei Hypermetropie, wo der virtuelle Fernpunkt hinter dem Auge liegt, kann sich der Nahpunkt virtuell hinter dem Auge im Unendlichen und reell vor dem Auge befinden.

In Fig. 55 seien H und H' der vordere und hintere Hauptpunkt des Auges, F der vordere Brennpunkt, P_2 der Fernpunkt, P_1 der Nahpunkt. Die Aenderung der Lage der Hauptpunkte ist bei der Akkommodation äußerst gering, so daß wir sie für gewöhnlich außer Betracht lassen können. Wie die Tabelle des schematischen Auges (§ 53) lehrt, beträgt diese Aenderung bei der Einstellung des Auges von „Unendlich“ bis auf 140,3 mm Entfernung vom Hornhautscheitel für den vorderen Hauptpunkt nur 0,11 mm, für den hinteren 0,16 mm. Aus diesem Grunde empfehlen sich die Hauptpunkte besonders als Ausgangspunkte der Zählung.

Setzen wir

Entfernung des Fernpunktes P_2 von $H = a_2$

Entfernung des Nahpunktes P_1 von $H = a_1$,

so nennt man $a_2 - a_1$ das Akkommodationsgebiet.

Es ist ferner:

Refraktion des Auges bei Einstellung auf P_2 gleich $\frac{1}{a_2} = A_2$

Refraktion des Auges bei Einstellung auf P_1 gleich $\frac{1}{a_1} = A_1$.

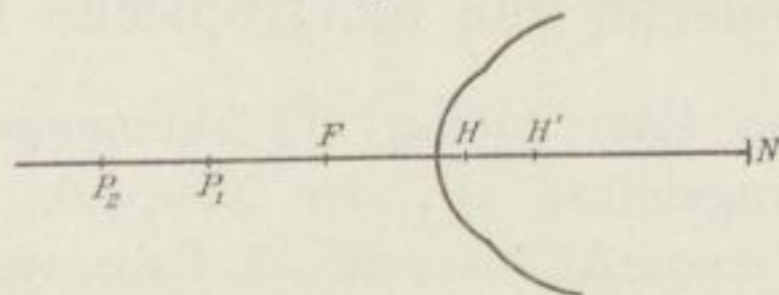
Die Differenz der Refraktionen des Auges bei Einstellung auf den Nahpunkt und auf den Fernpunkt wird Akkommodationsleistung oder Akkommodationsbreite genannt und soll mit A_{kk} bezeichnet werden.

Man hat also:

$$A_{kk} = A_1 - A_2 \dots \dots \dots (18)$$

Wie aus der letzteren Gleichung hervorgeht, ist die Akkommodationsbreite gleich der Brechkraft einer unendlich dünnen Linse, welche man sich im vorderen Hauptpunkt aufgestellt denken muß und welche

Fig. 55.



die Eigenschaft hat, den Fernpunkt in dem Nahpunkt abzubilden. Ist in Fig. 55 noch N der Punkt, in welchem die optische Achse die Netzhaut durchstößt, so ist N sowohl zu P_2 wie zu P_1 konjugiert, und man hat, wenn man die zu A_2 und A_1 gehörigen bildseitigen Vergenzen mit A_2' und A_1' bezeichnet:

$$\begin{aligned} A_2 + A_2' &= D_2 \\ A_1 + A_1' &= D_1, \end{aligned}$$

wo D_2 die Brechkraft des Auges im Ruhezustand und D_1 die Brechkraft im akkommodierten Zustand darstellt.

Da wir die Ortsveränderung des hinteren Hauptpunktes vernachlässigen wollen, so ist auch $A_2' = A_1'$, und durch Subtraktion der obigen beiden Gleichungen entsteht

$$A_1 - A_2 = A_{kk} = D_1 - D_2 \dots \dots \dots (19)$$

Die Akkommodationsbreite A_{kk} ist also gleich der Brechkraftänderung des ganzen Auges.

Aus Gleichung (19) folgt:

$$D_1 = D_2 + A_1 - A_2 \dots \dots \dots (20)$$

wo also D_1 (annähernd) die Refraktion des akkommodierten Auges darstellt.

Die letzte Gleichung gestattet also in einfachster Weise die Brech-

kraftänderung des Auges in jeder Phase der Akkommodation zu beurteilen.

Aufgabe 76: Ein Myop von 7 Dptr. wendet in einem bestimmten Falle eine Akkommodationsleistung von 3 Dptr. auf. Wie groß ist die Brechkraft des Auges, wenn die letztere im Ruhezustand 64 Dptr. betrug?

Lösung: Da hier $A_1 - A_2 = 3$ und $D_2 = 64$ ist, so wird $D_1 = 61$ Dptr.

Aufgabe 77: Ein Myop, dessen Auge im Ruhezustand eine vordere Brennweite = 15,5 mm hat und dessen Fernpunktabstand 15 cm beträgt, akkommodiert auf 8 cm. Wie groß ist die vordere Brennweite f_1 des Auges im letzteren Falle?

Lösung: Hier ist $A_2 = \frac{100}{15}$; $A_1 = \frac{100}{8}$; $A_1 - A_2 = 5,8$. Also ist $D_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{10000}{155} + 5,8 = 64,5 + 5,8 = 70,3$, und demnach $f_1 = \frac{1}{70,3}$ m = 14,2 mm.

62. Emmetropische und ametropische Presbyopie.

Mit zunehmendem Alter nimmt die Akkommodationsbreite infolge Härterwerdens der Augenlinse ab, der Nahpunkt entfernt sich vom Auge, während der Fernpunkt bis zum 55. Lebensjahre etwa seinen Ort nicht merklich ändert; in höherem Alter ändert sich auch die Lage des Fernpunktes im Sinne einer Refraktionsverminderung, so daß also ein emmetropisches Auge schwach übersichtig wird. Diese Erscheinung heißt Presbyopie.

Die nachfolgende Tabelle gibt für ein emmetropisches Auge nach Donders mittlere Werte bezüglich der Abnahme der Akkommodation mit zunehmendem Alter (s. Tabelle S. 111).

Bei Hypermetropie sind, wie schon angedeutet, die drei Fälle zu unterscheiden, daß, während der Fernpunkt immer virtuell hinter dem Auge liegt, der Nahpunkt entweder ebenfalls virtuell oder unendlich fern oder reell in endlicher Entfernung vor dem Auge befindlich ist.

Bei (H) wird durch die Akkommodation der Punkt scharfer Einstellung ebenfalls wie bei (M) an den Hornhautscheitel herangezogen; jedoch hat man sich vorzustellen, daß dies durch den Unendlichkeitspunkt hindurch geschieht. Beim Einsetzen der Akkommodation bewegt sich der Punkt scharfer Einstellung im virtuellen Gebiet also zunächst vom Fernpunkt weg nach dem Unendlichkeitspunkt hin, der Abstand vom vorderen Hauptpunkt des Auges wird also größer, d. h. der negativ in Rechnung zu bringende Nahpunktabstand a_1 ist seinem absoluten Werte nach größer als der Fernpunktabstand a_2 . Bei weiterer Akkommodationsanstrengung kann dann unter Umständen a_1 unendlich groß werden oder sogar positive Werte annehmen.

Emmetropisches Auge.

Die Abstände sind vom vorderen Hauptpunkt des Auges aus gerechnet.

Lebensalter in Jahren	Abstand des Nahepunktes in Zentimetern	Abstand des Fernpunktes in Zentimetern	A_{kk} Akkommo- dationsbreite in Dioptrien	L_{kk}
10	7,1	∞	14	17,9
15	8,3	∞	12	14,7
20	10	∞	10	11,7
25	12,8	∞	7,8	8,8
30	14,3	∞	7	7,8
35	18,2	∞	5,5	5,9
40	22,2	∞	4,5	4,8
45	28,6	∞	3,5	3,6
50	40	∞	2,5	2,6
55	66,6	- 400 (H = 0,25)	1,75	1,79
60	200	- 200 (H = 0,5)	1	1
65	- 400	- 133 (H = 0,75)	0,5	0,5
70	- 100	- 80 (H = 1,25)	0,25	0,25
75	- 57,1	- 57,1 (H = 1,75)	0	0
80	- 40	- 40 (H = 2,5)	0	0

Da zufolge Gleichung (19) die Akkommodationsbreite gleich der Aenderung der Brechkraft des ganzen Auges ist und die letztere wenigstens bei Achsenametropie, die ja nur durch eine Verlängerung resp. Verkürzung der Augenachse entsteht, wesentlich dieselbe ist wie bei Emmetropie, so behält die erste und letzte Vertikalreihe der Tabelle auch für alle Grade von (M) und (H) Gültigkeit, während allerdings die Abstände der Fern- und Nahpunkte und damit das Akkommodationsgebiet für ametropische Augen beträchtliche Aenderungen erfährt.

Aufgabe 78: Bei (E) sei der Nahpunkt 14,3 cm vom vorderen Hauptpunkt des Auges entfernt. Wie groß ist die Akkommodationsbreite und das Akkommodationsgebiet?

Lösung: Da der Fernpunkt im Unendlichen liegt, so ist das Akkommodationsgebiet unendlich ausgedehnt. Ferner ist

$$A_{kk} = \frac{100}{14,3} = 7 \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 79: Bei (M) sei der Fernpunkt Abstand $a_2 = 25$ cm, der Nahpunkt Abstand $a_1 = 12$ cm. Wie groß ist usw., wie bei Aufgabe 78?

Lösung: Es ist

$$A_1 = \frac{1}{a_1} = \frac{1}{0,12} = \frac{100}{12} = 8 \frac{1}{3}; \quad A_2 = \frac{1}{a_2} = 4;$$

folglich Akkommodation = $4 \frac{1}{3}$ Dptr. Das Akkommodationsgebiet ist 13 cm.

Aufgabe 80: Bei (H) liegt der Fernpunkt um $a_2 = -100$ cm hinter dem Auge, der Nahpunkt um $a_1 = 50$ cm davor. Wie groß ist usw., wie bei Aufgabe 78?

Lösung: Das Akkommodationsgebiet ist hier unendlich ausgedehnt, da es den Unendlichkeitspunkt mit umfaßt. Ferner ist

$$A_1 = \frac{100}{50} = 2 \quad A_2 = -\frac{100}{100} = -1,$$

$$A_{kk.} = A_1 - A_2 = 2 - (-1) = 2 + 1 = 3 \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 81: Ein Myop von 30 Jahren bedarf eines Fernglases von 4 Dptr. Wie groß ist sein Nahpunktabstand?

Lösung: Zuzufolge der Tabelle § 62 ist eine $A_{kk} = 7$ Dptr. zu vermuten. Also ist, da man hier $A = 4$ hat, zuzufolge der Gleichung

$$A_{kk} = A_1 - A, \quad 7 = A_1 - 4; \quad A_1 = 11$$

$$\text{und } a_1 = \frac{1}{11} \text{ m} = 9\frac{1}{11} \text{ cm.}$$

Aufgabe 82: Ein Hypermetrop von 15 Jahren bedarf eines Fernglases von + 2 Dptr. Wo ist sein Nahpunkt zu vermuten?

Lösung: Hier ist $A = -4$. Zuzufolge der Tabelle § 62 kann man mit einer Akkommodation von 12 Dptr. rechnen. Man hat also:

$$12 = A_1 - (-4) = A_1 + 4,$$

also ist

$$A_1 = 8, \quad a_1 = \frac{1}{8} \text{ m} = 12,5 \text{ cm.}$$

Die Presbyopie trifft die ametropischen und emmetropischen Refraktionszustände in demselben Maße, tritt jedoch dabei wesentlich verschieden in die Erscheinung. Beim Emmetropen macht sich zwischen dem 45. und 50. Lebensjahre das Zurückweichen des Nahpunktes auf 40 cm wegen der Verkleinerung der Netzhautbilder unangenehm bemerkbar, infolgedessen das Lesen kleinerer Schrift, die Ausführung feiner Handarbeiten u. dgl. Schwierigkeiten bereitet. Beim myopischen Auge macht sich dieser Umstand nicht in demselben Maße geltend, weil der Nahpunkt verhältnismäßig dicht am Auge liegt und sein Zurückweichen häufig nicht unangenehm empfunden wird. Myopen von drei bis vier Dioptrien, deren Fernpunktabstand also 23—25 cm beträgt, sind in der angenehmen Lage, selbst bei fast ganz aufgehobener Akkommodation in der gewöhnlichen Sehweite lesen zu können.

Bei Hypermetropie wird das Zurückweichen des Nahpunktes — wenigstens bei stärkeren Graden und im höheren Alter — meist nicht sehr empfunden, weil der Hypermetrop meistens schon infolge seiner Ametropie auch in der Jugend beim Lesen sich eines korrigierenden Glases bedienen muß.

63. Der vordere Brennpunkt als Ausgangspunkt für die Zählung und die Akkommodationsbreite des bewaffneten Auges.

Wir haben bisher als Fixpunkt für die Zählung der Fern- und Nahpunktabstände den vorderen Hauptpunkt des Auges gewählt; die Variationen dieses Punktes während der Akkommodation, die nur wenig über $\frac{1}{10}$ mm betragen, konnten wir vernachlässigen.

Wir wollen als Ausgangspunkt der Zählung jetzt den vorderen Brennpunkt benutzen. Wenn der letztere auch während der Akkommodation größere Ortsveränderungen erleidet, so sind doch diese, wie wir noch näher erläutern wollen, so unerheblich, daß sie im allgemeinen für praktische Zwecke vernachlässigt werden können. Dagegen bietet die Rechnung, wenn man die Schnittweiten auf den vorderen Brennpunkt bezieht, insbesondere für den Fall des bewaffneten Auges, bedeutende Vereinfachungen.

Um eine Vorstellung von der Größe der hier zu machenden Vernachlässigungen zu erhalten, exemplifizieren wir auf das schematische Auge: Wie die Tabelle § 53 lehrt, verschiebt sich bei einer Akkommodation von ca. 7 Dptr. der vordere Brennpunkt um ca. 1,6 mm nach der Hornhaut zu, nämlich von 13,74 bis 12,13. Die Abstände von dem vorderen Hauptpunkt, der sich bei der Akkommodation nur um ca. 0,1 mm verschiebt, betragen dabei 15,5 resp. 14 mm. Im folgenden wollen wir die Annahme machen, daß der vordere Brennpunkt 15 mm vor dem vorderen Hauptpunkt liegt. Vernachlässigen wir seine, des Brennpunktes, Ortsveränderungen bei der Akkommodation, so wird der maximale Fehler in den Schnittweiten ca. 1 mm betragen, der sich nur bei sehr großen Refraktionswerten des Auges bemerkbar machen wird.

Nennen wir F den vorderen Brennpunkt des Auges, so können wir gemäß § 34 die Bezeichnungen einführen:

Abstand des Fernpunktes P_2 von F = l_2

Abstand des Nahpunktes P_1 von F = l_1

Brennpunktrefraktion von P_2 gleich $L_2 = \frac{1}{l_2}$

Brennpunktrefraktion von P_1 gleich $L_1 = \frac{1}{l_1}$.

Dann ist die auf den vorderen Brennpunkt bezogene Akkommodationsbreite, die wir L_{kk} nennen:

$$L_{kk} = L_1 - L_2 = \frac{1}{l_1} - \frac{1}{l_2} \quad \dots \quad (21)$$

Wir bewaffnen jetzt das Auge, indem wir am Ort des vorderen Brennpunktes, dessen Variationen während der Akkommodation wir vernachlässigen, ein Brillenglas von der Brechkraft D_0 aufstellen. Fern- und Nahpunkt erhalten dadurch die Entfernungen l_2' und l_1' vom vorderen Brennpunkt, denen die Refraktionen $L_2' = \frac{1}{l_2'}$ und $L_1' = \frac{1}{l_1'}$ entsprechen.

Die Akkommodationsbreite L_{kk}' mit bewaffnetem Auge ist dann:

$$L_{kk}' = L_1' - L_2'.$$

Da durch die Wirkung des Glases von der Brechkraft D_0 der Fernpunkt aus der Entfernung l_2 in die Entfernung l_2' vom Scheitel des Glases aus verlegt werden, so hat man die Gleichung:

$$\left. \begin{array}{l} D_0 = \frac{1}{l_2'} - \frac{1}{l_2} \quad \text{und analog} \quad D_0 = \frac{1}{l_1'} - \frac{1}{l_1} \\ \text{oder} \\ D_0 = L_2' - L_2 \quad \text{und} \quad D_0 = L_1' - L_1 \end{array} \right\} \quad (21a)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt sofort:

$$L_1' - L_2' = L_1 - L_2, \quad \text{d. h.} \quad L_{kk}' = L_{kk}.$$

Die auf den vorderen Brennpunkt bezogene Akkommodationsbreite bleibt bei Anwendung von Brillengläsern unverändert.

Setzt man

$$\frac{1}{l_1} = L_{kk} + L_2,$$

so wird

$$D_0 = \frac{1}{l_1'} - L_{kk} - L_2$$

oder, wenn man die Nahpunktrefraktion mit bewaffnetem Auge $\frac{1}{l_1'} = L_1'$ setzt:

$$D_0 = L_1' - L_{kk} - L_2 \quad \dots \dots \dots (22)$$

Will man also einem Auge von der Akkommodationsbreite L_{kk} , dessen Fernglas L_2 Dptr. stark ist, eine Nahpunktrefraktion L_1' geben, so hat man eine Brille von der Stärke $L_1' - L_{kk} - L_2$ anzuwenden.

Die Größen L_{kk} sind für verschiedene Lebensalter in der Tabelle § 62 angegeben.

Die Gleichung (22) ist bemerkenswert einfach im Vergleich zu den Beziehungen, welche entstehen, wenn man die betreffenden Schnittweiten vom vorderen Hauptpunkt aus rechnet.

Will man den Nahpunkt durch Anwendung eines Brillenglases in eine Entfernung von 25 cm von F legen, so ist $l_1' = 0,25$ m, $L_1' = 4$ und Gleichung (22) wird

$$D_0 = 4 - L_{kk} - L_2.$$

Wir bemerken hier noch einmal, daß die Refraktion L nach unserer Entwicklung positiv für Myopen, negativ für Hypermetropen anzusetzen ist.

Aufgabe 83: Ein 60jähriger Hypermetrop benutzt eine Fernbrille von 4 Dptr. Durch welches Glas wird sein Nahpunkt auf 25 cm, von F aus gerechnet, gebracht?

Lösung: Gemäß Tabelle § 62 ist hier $L_{kk} = 1$; ferner $L_2 = -4$ zu setzen und man hat: $D_0 = 4 - 1 + 4 = 7$ Dptr.

Aufgabe 84: Ein 20jähriger Hypermetrop benutzt eine Fernbrille von 8 Dptr. Welches Glas verlegt seinen Nahpunkt in 30 cm vor den vorderen Brennpunkt des Auges?

Lösung: Hier ist gemäß Tabelle § 62 $L_{kk} = 11,7$. Ferner ist

$$L_1' = \frac{10}{3} = 3,3 \text{ und } L_2 = -8.$$

Also wird $D_0 = 3,3 - 11,7 + 8 = -0,4$, Die Brille ist also konkav von 0,4 Dptr.

Aufgabe 85: Ein Myop von 60 Jahren, dessen Brillenrefraktion $L_2 = 10$ Dptr. beträgt, will seinen Nahpunkt in 25 cm vor F verlegen. Welches Glas muß er benutzen?

Gemäß Tabelle § 62 ist $L_{kk} = 1$, folglich liefert Gleichung

$$D_0 = 4 - 1 - 10 = -7 \text{ Dptr.}$$

Aufgabe 86: Ein Myop hat die Fern- und Nahpunktabstände $l_2 = 15$ cm, $l_1 = 10$ cm. Wo liegen diese Punkte, wenn ein Glas von -3 Dptr. benutzt wird?

Lösung: Nach der Gleichung (21a) ist:

$$-3 = \frac{1}{l_2'} - \frac{1}{0,15} \text{ und } -3 = \frac{1}{l_1'} - \frac{1}{0,1},$$

also $l_2' = 28$ cm und $l_1' = 14,3$ cm.

Aufgabe 87: Ein Hypermetrop hat den Nahpunktabstand $l_1 = 40$ cm. Wo liegt sein Nahpunkt, wenn das Auge mit dem Fernglas von 4 Dptr. korrigiert ist?

Lösung: Hier ist $D_0 = 4$, $l_1 = 0,4$ m und man hat zufolge Gleichung (21a):

$$4 = \frac{1}{l_1'} - \frac{1}{0,4}; \quad l_1' = \frac{2}{13} \text{ m} = 15,4 \text{ cm.}$$

64. Die Akkommodationsleistung der Kristalllinse im Vergleich zu der des ganzen Auges.

Da wir die Krümmung der Kristallinsenflächen sowie ihre Lage nicht in jedem Stadium der Akkommodation kennen, so ist es schwer festzustellen, welcher Betrag der Brechkraftsänderung der Kristallinse sich als Akkommodationsleistung des ganzen Auges bemerkbar macht.

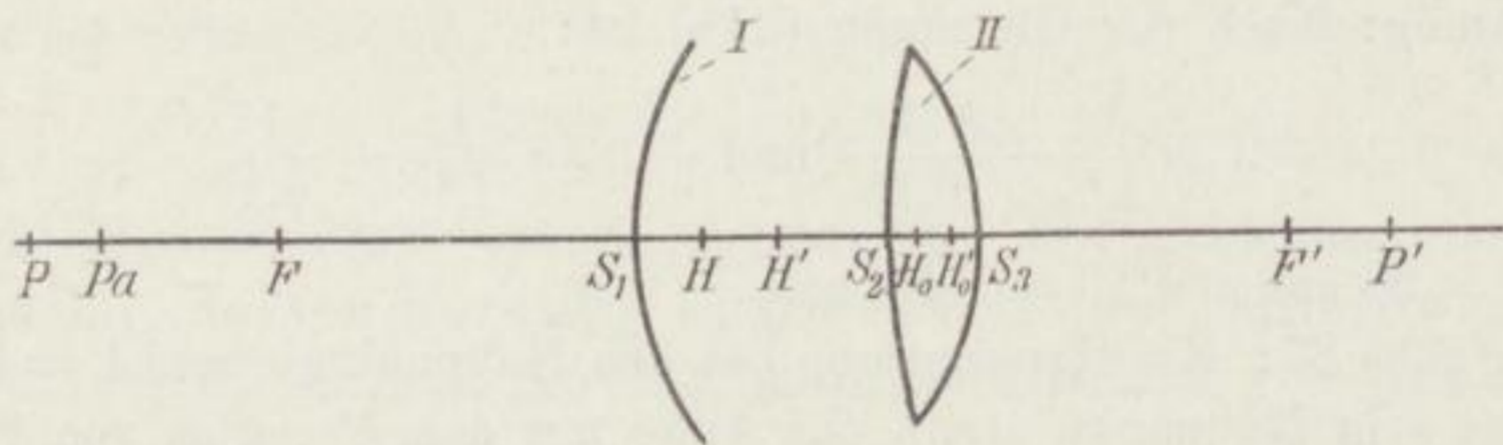
Es gelingt dies in einfacher Weise nur unter einer Annahme, die jedoch den tatsächlichen Verhältnissen sehr nahe entspricht.

Wie wir oben sahen, bleibt die Lage der Hauptpunkte bei der Akkommodation nahezu unverändert, so daß wir deren Variationen vernachlässigen konnten. Hierzu machen wir noch die weitere Annahme, daß auch die Aenderung des vorderen Hauptpunktes der Kristallinse während der Akkommodation vernachlässigt werden kann. Für das schematische Auge von Helmholtz, das eine Akkommodationsleistung von ca. 7 Dptr. aufweist, ist der vordere Hauptpunkt der Kristallinse im Ruhezustand um 2,126, im akkommodierten Zustand um 1,987 mm vom vorderen Linsenscheitel entfernt. Die Entfernungen vom Hornhautscheitel betragen also 5,712 mm resp. 5,189 mm, so daß die in Frage kommende Verschiebung 0,523 mm beträgt.

Wenn auch diese Aenderung nicht so gering ist wie die der Hauptpunkte des ganzen Auges, so ist sie immerhin unbedeutend gegen die Aenderung der Brennweite der Kristallinse, die beim schematischen Auge über 11 mm beträgt.

Vernachlässigen wir die Aenderung des vorderen Hauptpunktes der Kristallinse, so haben wir den großen Vorteil gewonnen, daß wir die Entfernung d dieses Punktes vom Hornhautscheitel während des Akkommodationsvorganges konstant setzen dürfen.

Fig. 56.



In der Fig. 56 seien in bekannter Weise S_1 der Hornhautscheitel, H und H' vorderer und hinterer Hauptpunkt des ganzen Auges, H_0 vorderer Hauptpunkt der Kristallinse. Das ganze Auge habe die Brechkraft D , wenn es auf einen Punkt P im Objektraum scharf eingestellt ist und die Brechkraft D_a , wenn dies mit dem näheren Punkte P_a der

Fall ist. Der Netzhautpunkt P' ist unter diesen Umständen sowohl dem Punkte P wie dem Punkte P_a konjugiert, wobei allerdings im zweiten Falle die Brechkraft der Kristalllinse vermehrt ist. In der Fig. 56 sind die Punkte P und P_a dem vorderen Brennpunkt F des Auges unverhältnismäßig nahe gezeichnet, weil sonst die Figur eine zu große Ausdehnung angenommen hätte.

Wir fassen jetzt das Auge auf als eine Kombination zweier Systeme:

1. Des Hornhautsystems mit dem vereinigten Hauptpunkt S_1 und der während des ganzen Akkommodationsvorganges konstanten Brechkraft D^I .

2. Des Kristallinsensystems mit dem vorderen Hauptpunkt H_0 und einer Brechkraft D^{II} resp. D_a^{II} , je nachdem die Scharfeinstellung auf Punkt P resp. P_a erfolgt.

Setzen wir dann die reduzierte Entfernung der beiden einander zugewandten Hauptpunkte der beiden Systeme I und II gleich δ , so daß

$$\delta = \frac{d}{n} \dots \dots \dots (23)$$

wird, wo $d = S_1H_0$ und $n = 1,3365$ (Brechungsindex des Kammerwassers ist), so hat man für die Scharfeinstellung auf den Punkt P

$$D = D^I + D^{II} - \delta D^I \cdot D^{II} \dots \dots \dots (24)$$

und für die Scharfeinstellung auf den Punkt P_a

$$D_a = D^I + D_a^{II} - \delta D^I \cdot D_a^{II} \dots \dots \dots (25)$$

wobei zu beachten ist, daß sich die Brechkraft der Hornhaut während des Akkommodationsvorganges nicht ändert:

Aus den Gleichungen (24) und (25) folgt:

$$\begin{aligned} D_a - D &= D_a^{II} - D^{II} - \delta D^I \cdot (D_a^{II} - D^{II}) \\ D_a - D &= (D_a^{II} - D^{II}) \cdot (1 - \delta D^I) \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

Setzen wir nun die auf den vorderen Hauptpunkt bezogenen Refraktionen $\frac{1}{PH} = A$, $\frac{1}{P_aH} = A_a$, so ist nach Gleichung (19) die Akkommodationsleistung

$$A_{kk} = A_a - A = D_a - D \dots \dots \dots (27)$$

Aus Gleichung (26) ergibt sich, wenn man die Akkommodationsleistung der Kristalllinse $D_a^{II} - D^{II} = K_{kk}$ setzt:

$$A_{kk} = K_{kk} \cdot (1 - \delta D^I) \dots \dots \dots (28)$$

Die Akkommodationsleistung des ganzen Auges ist also der der Linse proportional.

Im Mittel können wir setzen:

$$d = 0,0056 \text{ m}$$

$$\delta = \frac{0,0056}{1,3365} = 0,0042$$

$$D^I = 43 \text{ Dptr.}$$

Also wird

$$A_{kk} = K_{kk} \cdot 0,82.$$

Beträgt die Akkommodationsleistung der Linse 1 Dptr., so beträgt die des ganzen Auges nur 0,82, während umgekehrt die Linse 1,22 Dptr. aufwenden muß, um eine Refraktionsänderung des Auges von 1 Dptr. zu erzeugen.

Die Gleichung (28) gilt auch für beginnende Presbyopie, da ja über die Größe der in Frage kommenden Brechkräfte gar keine speziellen Annahmen gemacht sind. Im letzteren Falle sind ja die Bedingungen ihrer Herleitung besonders gut erfüllt, indem sich infolge der teilweisen Erstarrung der Substanz der Kristalllinse der vordere Hauptpunkt der letzteren fast gar nicht verschiebt. Ebenso gilt Gleichung (28) für alle Refraktionszustände.

65. Die E.P. und die A.P. des Auges.

Die Aperturblende des menschlichen Auges ist kreisförmig und liegt der vorderen Linsenfläche an; sie führt den Namen „Pupille“. Ihr Bild, entworfen durch die Hornhaut, ist die E.P., ihr Bild im Glaskörper, entworfen durch die Kristalllinse, ist die A.P. des Auges. Die Orte für die E.P. und A.P. sind in der Tabelle § 53 für das schematische Auge von Helmholtz angegeben. Das Vergrößerungsverhältnis in den Pupillen ist für Einstellung auf die Ferne:

$$B_a = \frac{\rho'}{\rho} = 0,923,$$

wo also ρ den Radius der E.P., ρ' den Radius der A.P. des Auges bedeutet. Setzt man den Radius der Pupille gleich 1, so hat der Radius der E.P. den Wert 1,131 und der der A.P. den Wert 1,044. Ueber die Herleitung des Wertes von B_a vgl. des Verfassers „Einführung in die medizinische Optik“, Leipzig 1904, S. 77 u. f.

66. Die Tiefe des Auges.

Hat ein Auge die vollständige Vergenz Q , so sind gemäß Gleichung (11) in § 42 die Grenzvergenzen Q_1 , für die noch scharfe Abbildung eintritt, durch die Gleichung

$$Q_1 = Q \pm \frac{z_0}{\rho'} \cdot (\Delta - Q) \quad \dots \dots \dots (29)$$

gegeben, wo z_0 den Radius desjenigen Zerstreuungskreises auf der Netzhaut darstellt, der noch als Punkt aufgefaßt wird. Für ein hinsichtlich der Sehschärfe normales Auge kann man als zulässigen Zerstreuungskreis denjenigen auffassen, der einem objektseitigen Gesichtswinkel von 1 Bogenminute entspricht.

Man findet

$$z_0 = \frac{0,0045}{2} = 0,0022 \text{ mm,}$$

wo z_0 gleich der Hälfte des entsprechenden Netzhautbildes ist (vgl. Aufgabe 56 und Einführung in die medizinische Optik, S. 98).

Führt man in Gleichung (29) die auf die Pupillenmitten bezogenen Refraktionen ein, setzt also:

$$Q = \rho^2 P \quad Q_1 = \rho^2 P_1 \quad \Delta = D \rho \cdot \rho',$$

so erhält man:

$$P_1 = P \pm z_0 \left(\frac{D}{\rho} - P \right) \quad \dots \quad (30)$$

Setzt man im Mittel $\rho = 0,002 \text{ m}$, so bemerkt man, daß man wegen der Kleinheit von z_0 ($z_0 = 0,0000022 \text{ m}$) das Glied $z_0 P$ vernachlässigen kann und erhält schließlich

$$P_1 = P \pm 0,0011 D.$$

Ein Auge vom Refraktionszustand P sieht also noch alle Gegenstände scharf, innerhalb eines Intervalles, das einer Refraktionsvermehrung resp. Verminderung von $0,0011 \cdot D \text{ Dptr.}$ entspricht.

Ist das Auge auf die Ferne eingestellt, so ist $P = 0$ und man erhält, wenn man $D = 64 \text{ Dptr.}$ setzt,

$$P_1 = \pm 0,07.$$

Der Wert $-0,07$ bedeutet, daß das emmetropische, auf die Ferne eingestellte Auge noch wie ein hypermetropisches Auge von $0,07 \text{ Dptr.}$ sieht. Aus dem Werte $+0,07$ findet man, wenn man $P_1 = \frac{1}{p_1}$ setzt,

$$p_1 = \frac{1}{0,07} = 14 \text{ m.}$$

Es erscheinen also alle Gegenstände scharf, die weiter als 14 m vom Auge entfernt sind.

Hat das Auge eine Sehschärfe S , die von der Einheit abweicht, so ist in den obigen Gleichungen z_0 durch $\frac{z_0}{S}$ zu ersetzen (l. c. S. 98).

Personen mit geringer Sehschärfe verfügen also über eine größere Tiefe des Sehens.

Kapitel VII.

Allgemeine Theorie der optischen Instrumente

67. Das Sehen durch optische Instrumente zu visuellem Gebrauch.

Das Sehen mit unbewaffnetem Auge geschieht so, daß von jedem Punkte des objektseitigen Gesichtsfeldes ein Strahlenkegel in das Auge dringt, dessen Spitze jener Punkt und dessen Basis die Pupille oder richtiger das von der Hornhaut entworfene Bild der Pupille, die E.P. des Auges, ist. Für entfernte Objektpunkte entarten die Strahlenkegel zu Strahlenzylindern. Bewegt sich das Auge durch den Raum, verändert sich also der Ort der E.P., so trifft das Auge eine immer neue Auswahl von Strahlenkegeln und wird dann, soweit es der Refraktionszustand desselben erlaubt, ein scharfes Bild auf der Netzhaut erhalten. Dabei ist das Gesichtsfeld außerordentlich groß und umfaßt beinahe den Raumwinkel einer Halbkugel. Diese Verhältnisse ändern sich nicht wesentlich, wenn das Auge mit einem Brillenglas bewaffnet ist. Dieses regelt ja nur den Refraktionszustand und übt auf das Gesichtsfeld kaum eine beschränkende Wirkung aus. Ganz anders liegen jedoch die Verhältnisse bei den sog. optischen Instrumenten zu visuellem Gebrauch, welche meist aus mit Linsen oder spiegelnden Flächen und mit Blenden versehenen Röhren bestehen. In diesem Falle muß die E.P. des Auges eine ganz bestimmte Stellung einnehmen, um einen möglichst großen Teil des Gesichtsfeldes überblicken zu können, und es muß sich, um überhaupt etwas sehen zu können, längs einer bestimmten Geraden fortbewegen. Diese Gerade ist im allgemeinen die optische Achse, auf der die Linsen des Instrumentes zentriert sind. Ferner kommt in Frage die Helligkeit des Bildes, die Schärfe der Abbildung usw., Umstände, die beim Sehen mit unbewaffnetem Auge in der Regel gar nicht diskutiert werden. Wie wir im Kapitel IV sahen, hat jedes zentrierte optische System eine wirksame Blende, deren Bilder, erzeugt durch die vorgelagerten Systemteile nach dem Objektraum und nach dem Bildraum zu, die E.P. (Eintrittspupille) und A.P. (Austrittspupille) heißen. Dieselbe Rolle, welche beim Sehen mit unbewaffnetem

Auge die E.P. des Auges spielt, spielt auch die E.P. des optischen Instrumentes.

Sie bildet die gemeinsame Basis für alle Strahlenkegel, die von Objektpunkten ausgehen; diese Strahlenbündel durchlaufen alsdann die optischen Elemente des Systems und treten schließlich durch die A.P. des Instrumentes, welche das Bild der E.P. ist, in den Bildraum aus. Wenn nun die E.P. des Auges mit der A.P. des Instrumentes zum Zusammenfallen gebracht wird, so treten sämtliche Bündel in das Auge ein und das Auge wird scharf sehen, falls es die Bündel zu Punkten auf der Netzhaut vereinigen kann. Sind die austretenden Bündel zylindrisch, so wird das emmetropische akkommodationslose oder unter Umständen auch das akkommodierende hypermetropische scharf sehen; divergieren die Strahlen eines Bündels unter sich, so wird unter Akkommodationsanstrengung noch scharf gesehen, falls der Divergenzpunkt ebensoweit oder weiter als der Nahpunkt vom Auge entfernt ist. Konvergieren die einzelnen Strahlenbündel unter sich, so kann unter Umständen ein hypermetropisches Auge noch scharf sehen. Der Konstrukteur optischer Instrumente sorgt gewöhnlich dafür, daß die austretenden Bündel zylindrisch sind, um dem Emmetropen akkommodationsloses Sehen zu ermöglichen. Außerdem sind Einrichtungen vorgesehen, um durch Annäherung und Entfernung des Objektes in bezug auf das Instrument oder durch Verschiebung optischer Elemente die Vergenz der Bündel zu verändern, wodurch auch Ametropen deutliches Sehen ermöglicht wird. In manchen Fällen, wie z. B. beim Sehen durch das sog. holländische Fernrohr oder bei der Betrachtung des Augenhintergrundes mittels des Augenspiegels im sog. aufrechten Bilde, ist die A.P. des Instrumentes, wozu in diesem Falle auch das zu untersuchende Auge rechnet, nicht zugänglich, weil sie im Bildraum nicht reell vorhanden ist. In diesen Fällen tritt eine Beschränkung des Gesichtsfeldes ein gegenüber den Instrumenten mit reeller A.P.

Man findet die E.P. eines Instrumentes gemäß den allgemeinen im Kapitel IV gegebenen Regeln auf folgende Weise: Man bildet sämtliche vorhandenen Blenden nach dem Objektraum hin durch die vorgelagerten Systemteile ab. Will man alsdann eine Objektebene scharf zur Abbildung bringen und nennt man den Achsenpunkt dieser Ebene P, so ist dasjenige Blendenbild, welches von P aus unter dem kleinsten Gesichtswinkel erscheint, die Eintrittspupille des Instrumentes. Das Bild der letzteren, entworfen durch das ganze System, stellt die Austrittspupille dar.

Ein richtig konstruiertes optisches Instrument soll möglichst gar keine Blenden enthalten, welche die Größe der Eintrittspupille oder die Apertur beschränken, weil damit, wie wir noch näher ausführen werden,

immer ein Verlust an Licht verbunden ist. Die Blenden werden also hier durch die Fassungen der Linsen und eventuell auch durch die das optische System einschließenden Rohrwandungen gebildet.

Die Größe der Pupillen hängt außer von der Vergrößerung, die das Instrument besitzen soll, wesentlich von der Größe der wirksamen Blende (Aperturblende) ab, welche letztere jedoch meist nur im beschränkten Maße einer bedeutenden Steigerung fähig ist, weil mit wachsender Öffnung auch die dioptrischen Fehler des Instrumentes stark wachsen. Bei manchen Instrumenten, wie z. B. den Instrumenten zur Besichtigung von Körperhöhlen (Cystoskopen u. dgl.) oder den sog. Periskopen (Fernrohre von zuweilen mehreren Metern Länge und verhältnismäßig geringer Dicke), ist dem Gange des Lichtes ein verhältnismäßig langer Raum von geringem Querschnitt vorgeschrieben. Hier tritt eine Art „Raumzwang“ ein. Derartige Instrumente zeigen die Beziehungen zwischen Lage des Objektes und Lage der Pupillen am anschaulichsten, weshalb wir ein einfaches hierher gehöriges Beispiel zunächst eingehender erläutern wollen.

Wir nennen dasjenige Linsensystem, welches dem zu betrachtenden Objekt am nächsten liegt, im allgemeinen das Objektiv, dasjenige System, welches dem Auge zugewandt ist, das Okular.

68. Die Lage der Ein- und Austrittspupille bei einem Instrument, das aus zwei dünnen Linsen besteht, die sich an den Enden einer undurchsichtigen Röhre befinden.

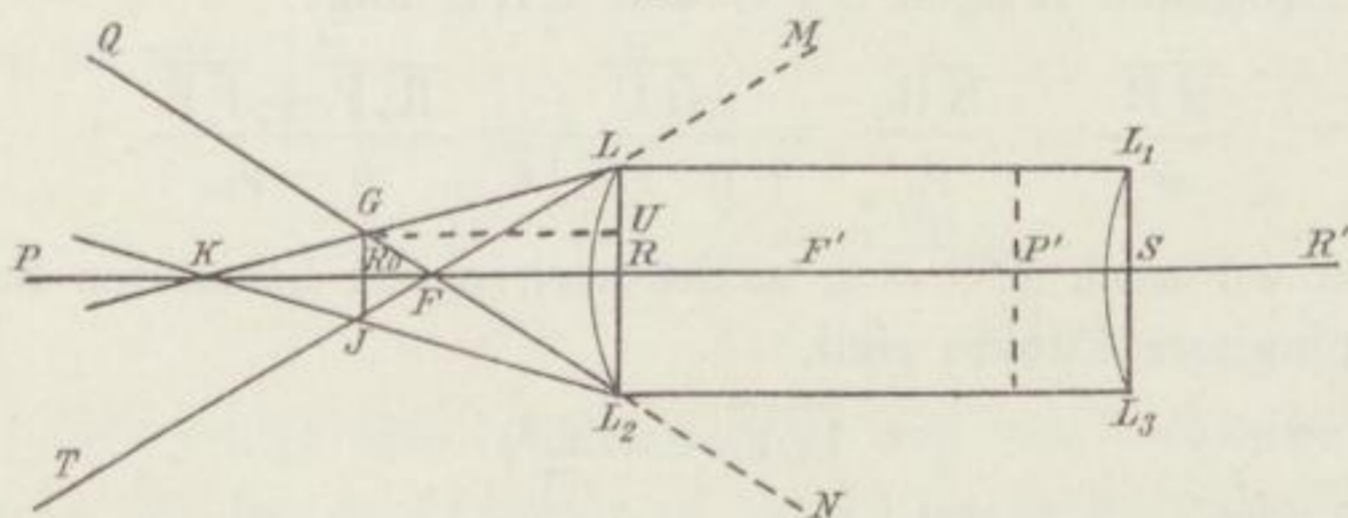
In der Fig. 57 sei ein optisches Instrument dargestellt, das aus zwei dünnen Linsen mit den Scheiteln R und S besteht, die in einer undurchsichtigen Röhre $LL_1L_2L_3$ an deren Enden eingesetzt sind. Die Brennweiten der Linsen seien f_1 und f_2 , so daß also $FR = F'R = f_1$ ist, wo F und F_1 die Brennpunkte der vorderen Linse sind. Blenden im gewöhnlichen Sinne sind hier gar nicht vorhanden; es wirken hier die Linsenränder und Rohrwandungen als solche. Wir bilden, um die E.P. zu finden, die Rohrwandung $LL_1L_2L_3$ in den Objektraum hinein ab, indem wir zu jedem Punkt der Rohrwandung das Bild im Objektraum suchen, wobei wir der größeren Anschaulichkeit wegen die bekannte Konstruktion der Bilder mittels dünner Linsen zu Hilfe nehmen können.

Führt man diese Konstruktion von Punkt zu Punkt aus, so findet man, daß der Teil LL' , wo L' senkrecht über F' liegt, die von L aus ins Unendliche verlaufende Gerade LM , und der Teil L_2L'' eine ebensolche von L_2 ausgehende Gerade L_2N erzeugt. Die Teile $L'L_1$ und $L''L_3$ erzeugen zwei aus dem Unendlichen kommende Strecken TJ und QG , die in den Punkten J und G enden, wo JG das durch die vordere Linse er-

zur
ist
L₁ L₂?
und L₁?
=

zeugte Bild der Fassung L_1L_3 der hinteren Linse ist. Die Verlängerungen dieser Strecken TJ und QG durchschneiden den vorderen Brennpunkt F der vorderen Linse. Bei dieser Abbildung spielt ersichtlich die hintere Linse gar keine Rolle. Läßt man die Figur um die optische Achse rotieren, so erhält man eine Vorstellung von dem durch die Röhre erzeugten objektseitigen Blendungsbild. Dasselbe besteht aus zwei aus dem Unendlichen kommenden Kegelmänteln, deren Spitzen senkrecht zur Achse abgeschnitten sind. Der vordere von links kommende erhält auf diese Weise die Oeffnung GJ , der hintere von rechts kommende die Oeffnung LL_2 . Man kann sich vorstellen, daß jenes Blendungsbild aus undurchsichtigem Material wirklich vorhanden wäre; alsdann hat man eine deutliche Vorstellung von dem Lichtweg durch das Instrument. Um festzustellen, welche von den beiden Oeffnungen bei R_0 und R mit den Halbmessern $R_0G = \rho_0$ und $RL = \rho$ die E.P. ist, müssen wir eine bestimmte

Fig. 57.



Lage der Objektebene annehmen, welche zur optischen Achse senkrecht steht und die letztere in einem Punkte P schneidet (in der Fig. 57 nicht gezeichnet). Wir ziehen ferner noch Geraden durch GL einerseits und JL_2 andererseits, die sich im Achsenpunkt K treffen. Da GJ kleiner als LL_2 ist, so wird für entfernte Objektpunkte P offenbar GJ die E.P. des Instrumentes sein. Führen wir jetzt den Punkt P der Achse entlang an das Instrument heran, und zwar bis K , so wird von diesem Punkte aus JG und LL_2 unter demselben Winkel erscheinen; es sind also zwei Eintrittspupillen vorhanden. Nähert sich der Objektpunkt noch mehr dem Instrument, so erscheint jetzt LL_2 unter dem kleineren Gesichtswinkel und die letztere Oeffnung spielt die Rolle der E.P. Gelangt der Objektpunkt P nach F , so sind wieder zwei Eintrittspupillen vorhanden, nämlich wieder GJ und LL_2 , von denen die erstere allerdings im Sinne der Lichtbewegung hinter der Objektebene liegt, was jedoch dioptrisch gleichgültig ist. Bewegt sich der Objektpunkt noch weiter in Richtung des einfallenden Lichtes über F hinaus, so erscheint immer GJ unter dem kleineren Gesichtswinkel und die letztere Oeffnung dient als E.P. des Instrumentes.

Wir haben also das Resultat:

Nur wenn sich der Objektpunkt zwischen den Punkten K und F befindet, ist die vordere Oeffnung LL_2 der Röhre auch zugleich die Eintrittspupille des Instrumentes, in allen anderen Fällen ist GJ das von der vorderen Linse entworfene Bild der hinteren Rohröffnung L_1L_3 die Eintrittspupille.

Die Strecke KF nennen wir die kritische Strecke.

Die Austrittspupille ist immer das Bild der Eintrittspupille, entworfen durch das ganze System. Ist GJ die E.P., so ist L_1L_3 die A.P.; ist dagegen LL_2 die E.P., so findet man die A.P., wenn man die Oeffnung LL_2 durch die hintere Linse mit der Brennweite f_2 abbildet.

Wir wollen die Lage und Ausdehnung der kritischen Strecke jetzt rechnerisch bestimmen:

Wir ziehen GU achsenparallel; dann ist $LU = \rho - \rho_0$, und aus den ähnlichen Dreiecken KR_0G , GLU und KRL folgt:

$$\frac{\overline{KR}}{\rho} = \frac{\overline{KR_0}}{\rho_0} = \frac{\overline{GU}}{\rho - \rho_0} = \frac{\overline{R_0F} + \overline{FR}}{\rho - \rho_0}.$$

Setzen wir noch $F'S = e$, so ist nach einem bekannten Satz, da R_0 und S konjugierte Punkte sind,

$$\overline{R_0F} \cdot e = f_1^2,$$

und man erhält wegen $FR = f_1$

$$\frac{\overline{KR}}{\rho} = \frac{\frac{f_1^2}{e} + f_1}{\rho - \rho_0}.$$

Nun ist ferner, da $L_1S = \rho$ das Bild von $JR_0 = \rho_0$ ist,

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{e}{f_1} \quad \dots \quad (1)$$

und die letzte Gleichung liefert:

$$\overline{KR} = \frac{f_1(\rho + \rho_0)}{\rho - \rho_0} \quad \dots \quad (2)$$

wodurch der Endpunkt K der kritischen Strecke bestimmt ist.

Wegen $RR_0 = GU$ in Fig. 57 erhält man aus den obigen Gleichungen sofort:

$$RR_0 = \overline{KR} \cdot \frac{\rho - \rho_0}{\rho}$$

oder

$$RR_0 = \frac{f_1(\rho + \rho_0)}{\rho} \quad \dots \quad (3)$$

Damit ein in das optische Instrument hineinschauendes emmetropisches Auge akkommodationslos sieht, muß das Licht aus der hinteren Linse parallelstrahlig austreten, d. h. das von dem Objektpunkt P kommende Licht muß durch die vordere Linse in einem Punkte P' vereinigt werden, der zugleich der Brennpunkt der hinteren Linse ist; und man hat demnach:

$$P'S = f_2.$$

Aufgabe 88: Eine Röhre von 2 cm Durchmesser und 10 cm Länge ist vorn, d. h. an der dem Objekt zugewandten Seite, durch eine Linse von 4 cm Brennweite abgeschlossen. Wo liegt die kritische Strecke und wie groß ist ρ_0 ?

Lösung: Man hat hier $f_1 = 4$ cm, $\rho = 1$ cm, $e = 6$ cm; folglich ist nach (1)

$$\rho_0 = \frac{\rho f_1}{e} = \frac{1 \cdot 4}{6} = \frac{2}{3} \text{ cm,}$$

und ferner ist nach (2)

$$KR = \frac{4 \left(1 + \frac{2}{3}\right)}{1 - \frac{2}{3}} = 20 \text{ cm.}$$

Der Punkt K liegt also verhältnismäßig weit vom Instrument entfernt.

Aufgabe 89: Bei dem Instrument gemäß Aufgabe 88 liegt das Objekt 24 cm vom Objektivscheiden entfernt. Wo liegt die E.P. und die A.P. und wie groß ist die Brennweite f_2 des Okulars?

Lösung: Da die kritische Strecke sich nur bis 20 cm vom Objektiv entfernt, so liegt der Objektivpunkt P in diesem Falle außerhalb derselben und GJ ist demnach E.P. des Instrumentes. Die Lage derselben ist gemäß Gleichung (3) gegeben durch:

$$RR_0 = 4 \cdot \left(1 + \frac{2}{3}\right) = 6 \frac{2}{3} \text{ cm.}$$

Das Objektiv entwirft vom Punkt P ein Bild P', dessen Entfernung von R gegeben ist nach der bekannten Formel für dünne Linsen durch

$$\frac{1}{RP'} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{PR} = \frac{1}{4} - \frac{1}{24} = \frac{5}{24}$$

oder $RP' = 4,8$ cm.

Da die ganze Länge des Rohres 10 cm beträgt, so ist die Okularbrennweite $f_2 = P'S = 5,2$ cm.

Die Austrittspupille fällt mit der Okularöffnung der Röhre zusammen.

Aufgabe 90: Wie 89, nur sei der Objektabstand $PR = 12$ cm.

Lösung: In diesem Falle liegt der Objektpunkt innerhalb der kriti-

schen Strecke; die Objektivöffnung der Röhre ist also die E.P. Die Lage von P' findet man aus der Gleichung

$$\frac{1}{RP'} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{RP} = \frac{1}{4} - \frac{1}{12} = \frac{1}{6}; RP' = 6 \text{ cm.}$$

Es ist demnach $f_2 = 10 - 6 = 4 \text{ cm.}$

Um schließlich die Lage der A.P. zu finden, hat man die Objektivöffnung der Röhre durch die Okularlinse von der Brennweite f_2 abzubilden. Nennt man R' den Mittelpunkt der A.P., so ist

$$\frac{1}{SR'} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{SR} = \frac{1}{4} - \frac{1}{10} = \frac{3}{20}; SR' = 6\frac{2}{3}.$$

Die Größe ρ' des Radius der A.P. findet man aus:

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{SR'}{SR} = \frac{20}{3 \cdot 10} = \frac{2}{3}; \rho' = \frac{2}{3}.$$

Aufgabe 91: Wie 89, nur sei $PR = 2 \text{ cm.}$

Lösung: In diesem Falle liegt also der Objektpunkt wieder außerhalb der kritischen Strecke und als E.P. dient wieder GJ (Fig. 57), das Bild der Okularöffnung der Röhre, entworfen durch die Objektivlinse.

Ferner ist

$$\frac{1}{RP'} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}; RP' = -4 \text{ cm.}$$

Der Bildpunkt P' ist also virtuell und liegt 4 cm links von R . Die Okularlinse muß eine Brennweite von $f_2 = 14 \text{ cm}$ haben, damit ein emmetropisches akkommodationsloses Auge ein scharfes Bild erhält.

Aufgabe 92: Wie 89, nur sei $PR = 6 \text{ cm.}$

Lösung: Da P innerhalb der kritischen Strecke liegt, so ist die Objektivöffnung der Röhre die E.P. des Instrumentes. Zur Bestimmung der Lage von P' haben wir wieder:

$$\frac{1}{RP'} = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{PR} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{12}; RP' = 12 \text{ cm.}$$

In diesem Falle liegt das Bild P' außerhalb des Rohres; damit also die Brennebene des Okulars mit der Bildebene des Objektivs zusammenfällt, muß das Okular eine Negativlinse von der Brennweite $f_2 = -2 \text{ cm}$ sein.

Bildet man durch diese Negativlinse die Objektivöffnung LL_2 (Fig. 57) ab, so erhält man die A.P. des Instrumentes. Man findet

$$\frac{1}{SR'} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{SR} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{10} = -\frac{3}{5}; SR' = -1\frac{2}{3}.$$

Die Austrittspupille liegt also in diesem Falle in Fig. 57 links von S , ist also direkt dem Auge nicht zugänglich.

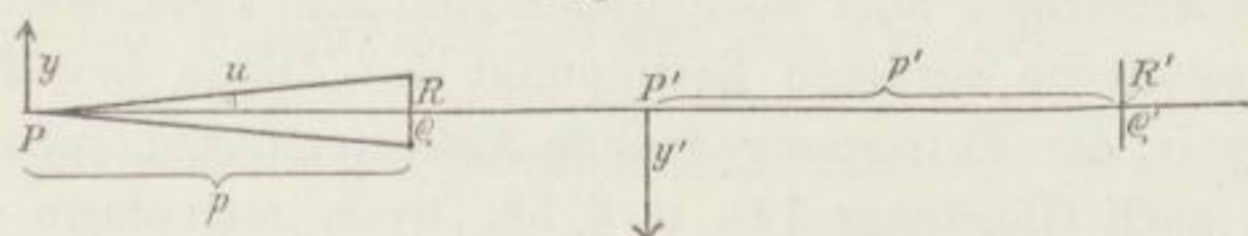
69. Die Fundamentalgleichungen für die optischen Instrumente.

Von der Lage und Größe der E.P. und A.P. eines Instrumentes hängen alle wesentlichen Eigenschaften wie Helligkeit, Gesichtsfeld, Auflösungsvermögen ab. Wir werden deshalb die Schnittweiten in folgendem von den Mittelpunkten der Pupillen aus rechnen, nachdem wir an einigen Beispielen gesehen haben, wie man diese Punkte bestimmen kann.

Sei in Fig. 58 ein optisches Instrument zu visuellem Gebrauch dargestellt. R und R' seien die Mittelpunkte der E.P. und A.P. mit den Radien ρ und ρ' . Bei P sei ein Objekt y in der Entfernung $PR = p$ von R . Durch das Instrument werde das Bild y' im Punkte P' entworfen, welches von R' die Entfernung $R'P' = p'$ hat.

Das Bild y' wird von einem Auge, das in das Instrument hineinschaut, scharf gesehen, wenn das Bild vom Auge eine Entfernung hat,

Fig. 58.



die dessen Refraktionszustand entspricht. Die Darstellung der Figur entspricht einem myopischen resp. akkommodierten Auge.

Gemäß den Gleichungen (3) und (4) in § 39 bestehen nun die beiden Beziehungen

$$\frac{n\rho^2}{p} + \frac{n'\rho'^2}{p'} = D\rho \cdot \rho' \quad \dots \quad (4)$$

und

$$\frac{y'}{y} = \frac{np'}{n'p} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \quad \dots \quad (5)$$

wo n und n' die Brechungsexponenten im Objekt und Bildraum und D die Brechkraft des Instrumentes sind.

Da sich das Auge gewöhnlich in Luft befindet, so hat man für diesen Fall $n' = 1$ und erhält:

$$\frac{n\rho^2}{p} + \frac{\rho'^2}{p'} = D\rho \cdot \rho' \quad \dots \quad (6)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{np'}{p} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \quad \dots \quad (7)$$

Diese beiden Gleichungen (6) und (7) sind grundlegend für die Theorie der optischen Instrumente.

70. Die Vergrößerung optischer Instrumente.

Indem wir die Verwendung von Winkeln bei der Definition der Vergrößerung vermeiden, definieren wir dieselbe anschaulich als den Quotienten der Größe zweier Netzhautbilder, nämlich desjenigen Bildes, welches das Instrument erzeugt und desjenigen Bildes, welches das Objekt erzeugt, wenn man es in eine konventionelle Entfernung d vom Auge bringt. So einfach diese Definition erscheint, so hat ihre exakte mathematische Formulierung gewisse Schwierigkeiten. Das letztere Netzhautbild soll hier gewissermaßen als „Normale“ dienen und darf keinen Änderungen unterworfen werden, während das Instrumenten-netzhautbild außer dem optischen System des Instrumentes auch vom Refraktions- und Akkommodationszustand des Auges abhängt.

Wir machen zunächst die Hypothese, daß alle Augen gleiche Brennweiten f und f' haben, daß also nur Achsenametropie vorliegt. Ein Ametrop, dessen Ametropie aber auch gleich Null sein kann, werde mit einem Glase, aufgestellt im vorderen Brennpunkt des Auges, bewaffnet, so daß ein Objekt y in der Entfernung d ohne Akkommodation scharf erscheint. Alsdann ist nach Gleichung 11a in § 58, wenn man darin $x = 0$ setzt, was der hier vorausgesetzten Stellung des Brillenglases entspricht, die Größe K gleich der Einheit. In diesem Falle findet also keine Größenänderung des Netzhautbildes durch das Glas statt und es ist das Netzhautbild,

$$\text{Netzhautbild} = \frac{y \cdot f}{d},$$

unabhängig vom Refraktionszustand des Auges und stellt also, wenn d festgelegt wird, das gesuchte Normale dar, insofern als jedermann in der Lage ist, sich dieses Netzhautbild zu erzeugen.

Diese letztere Definition behebt alle Schwierigkeiten, welche man bisher bei der Definition einer „konventionellen Projektionsweite“ zu überwinden hatte und ist äußerst anschaulich, indem sich der ein optisches Instrument Benutzende in jedem einzelnen Falle zahlenmäßig klar machen kann, was er für eine Vergrößerung hat und in den meisten Fällen sogar in der Lage ist, dieselbe experimentell nachzuprüfen.

Gullstrand setzt als Ausdruck für die Vergrößerung $\frac{u_h}{y}$, wo y die Objektgröße und u_h der Winkel ist, unter dem das vom Instrument gelieferte Bild vom vorderen Hauptpunkt des Auges aus erscheint. Mittels der Gleichung (15) in § 60 $y' = u_h \frac{a'}{n} = \frac{u_h}{A'}$ kann man diesen Ausdruck schreiben:

$$\frac{u_h}{y} = \frac{y'}{y} \cdot A',$$

wo y' das durch das Objekt y erzeugte Netzhautbild ist. Der Quotient $\frac{y'}{y}$ stellt die Lateralvergrößerung dar, und die Vergrößerung wird also als Produkt dieser Größe und der bildseitigen Hauptpunktsvergenz dargestellt. Die Bedeutung der Gullstrandschen Definition liegt wesentlich darin, daß sich die Größe A' während der Akkommodation nur wenig ändert, so daß die Vergrößerung beim Sehen mit akkommodiertem Auge sehr angenähert durch die obige Gleichung dargestellt ist.

Wir beziehen in folgendem die Schnittweiten auf die Mittelpunkte der E.P. und A.P. als die bei weitem wichtigsten Punkte der optischen Instrumente.

Betrachtet man alsdann dasselbe Objekt durch das Instrument, wobei wir der Allgemeinheit wegen annehmen, daß das Auge nicht gerade am Ort der A.P. des Instrumentes sich befindet, sondern daß der vordere Brennpunkt F des Auges (vgl. Fig. 58) eine Entfernung e von R' hat, so erscheint uns jetzt ein Bild von der Größe y' in der Entfernung $p' + e$ vom vorderen Brennpunkt des Auges, das jetzt die Brennweite f_0 (falls nämlich die Akkommodation eingesetzt hat) haben möge. Unter diesen Umständen wird ein Netzhautbild erzeugt von der Größe:

$$\text{Netzhautbild mit bewaffnetem Auge } \frac{y' \cdot f_0}{p' + e}.$$

Den Quotienten dieser beiden Netzhautbilder nennen wir die Vergrößerung v und haben:

$$v = \frac{y' \cdot f_0}{p' + e} : \frac{y \cdot f}{d}$$

$$v = \frac{y'}{y} \cdot \frac{f_0}{f} \cdot \frac{d}{p' + e}.$$

Unter Berücksichtigung von Gleichung (7) wird:

$$v = \frac{np'}{p} \cdot \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{f_0}{f} \cdot \frac{d}{p' + e} \dots \dots \dots (8)$$

Hätten wir die Schnittweiten anstatt auf die Pupillenmittelpunkte auf die Hauptpunkte des Instrumentes bezogen, so vereinfacht sich Gleichung (8) bedeutend. Schließen wir die Akkommodation aus, setzen also $f_0 = f$, so wird alsdann $\rho = \rho'$ und die Größen p gehen in die Größen a über; alsdann wird

$$v = \frac{na'}{a} \frac{d}{a' + e}$$

oder wegen

$$\frac{n}{a} - \frac{1}{a'} = D \quad \text{und} \quad \frac{1}{a' + e} = L,$$

wo L die Gläserrefraktion des ametropischen Auges ist, erhält man

$$v = d[D + L \cdot (1 - eD)] \dots \dots \dots (8a)$$

Gültig für alle optischen Instrumente mit Ausnahme des Fernrohrs.

71. Einteilung der optischen Instrumente zu visuellem Gebrauch.

Im weitesten Sinne ist jedes optische System, das eine Aenderung des Strahlenganges herbeiführt, ein optisches Instrument. Im engeren Sinne unterscheidet man je nach dem Gebrauchszweck verschiedene wohldefinierte Typen:

1. Fernrohre: Instrumente, welche von entfernten Gegenständen vergrößerte Netzhautbilder liefern.

2. Lupen und Mikroskope zum Zweck, nahe und kleine Gegenstände zu vergrößern.

Außer diesen beiden historisch entwickelten Typen hat aber die neuere Zeit das Bedürfnis nach einer Reihe weiterer Instrumente gezeitigt, bei denen es gar nicht in erster Linie auf die Vergrößerung ankommt oder bei denen sich die Objekte weder sehr entfernt noch sehr nahe befinden sollen. Hierher gehören einerseits die sog. Visiervorrichtungen für Schiffs- und andere Geschütze und die Instrumente, um gleichzeitig einen möglichst großen Teil des Horizontes zu übersehen, andererseits Instrumente zur Betrachtung von Körperhöhlen, wie die Zystoskope, sowie die neueren Formen von Augenspiegeln usw.

72. Vergrößerung und Apertur für ein akkommodationsloses emmetropisches Auge.

Ein optisches Instrument zu visuellem Gebrauch, das gewerbsmäßig hergestellt wird, wird derartig eingerichtet, daß ein ruhendes emmetropisches Auge scharfe Netzhautbilder enthält, d. h. im Instrument müssen die Bilder sehr entfernt erscheinen. Dieser Forderung entspricht die Bedingung

$$p' = \infty.$$

Da die Akkommodation ausgeschaltet ist, wird in diesem Falle

$$f = f_0.$$

Unter Berücksichtigung dieser beiden Annahmen erhält man aus (6) und (8)

$$\frac{n\rho}{p} = D\rho' \dots \dots \dots (9)$$

und

$$v = \frac{n \cdot \rho}{\rho'} \cdot \frac{d}{p} = D \cdot d \dots \dots \dots (10)$$

Im allgemeinen ist also die Vergrößerung eines optischen Instrumentes von endlicher Brechkraft D für ein

ruhendes emmetropisches Auge gleich der Brechkraft des Systems, multipliziert mit der konventionellen Sehweite, und ist unabhängig von der Entfernung des menschlichen Auges von der Austrittspupille des Instrumentes.

Nennt man u den Winkel, unter welchem vom Objektpunkt P aus der Radius ρ der E.P. erscheint, so hat man für kleine Winkel:

$$u = \frac{\rho}{p} \dots \dots \dots (11)$$

Unter Apertur a eines Instrumentes im allgemeinen versteht man das Produkt des Brechungsexponenten im Objekt-raum mit diesem Winkel u . Alsdann hat man:

$$\text{Apertur: } a = n \cdot u.$$

Nach (11) ist nun:

$$n \cdot u = \frac{n \rho}{p}$$

und nach (9)

$$a = D \cdot \rho' \dots \dots \dots (12)$$

Im allgemeinen ist also bei einem optischen Instrument die Apertur gleich dem Produkt aus der Brechkraft des Systems und dem Radius der A.P.

73. Helligkeit der Bilder bei optischen Instrumenten.

Der Begriff „Helligkeit“ ist ein sehr zusammengesetzter und schwer zu definierender. Die Helligkeit einer strahlenden Fläche ist erstens nach verschiedenen Richtungen im allgemeinen nicht konstant, sie hängt von der Beschaffenheit und Farbe ab; außerdem spielen auch subjektive Einflüsse, wie die Lichtempfindlichkeit der Netzhaut, der zeitliche Verlauf der Lichtreize usw., eine bedeutende Rolle.

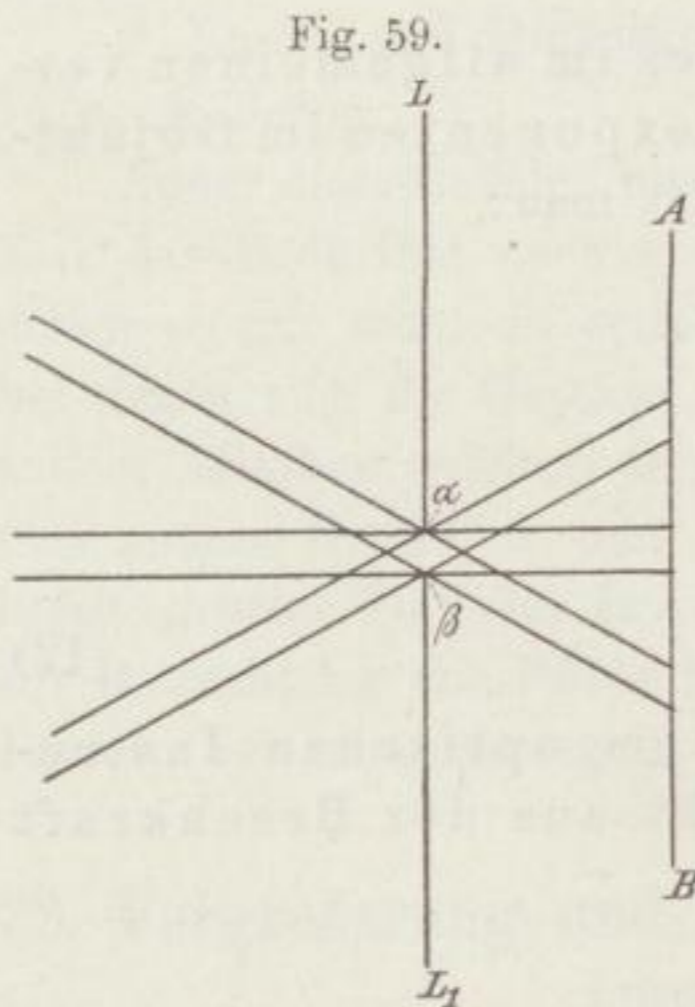
Da aber der Strahlengang bei optischen Instrumenten sich meist in der Nähe der optischen Achse vollzieht, so können wir von den Änderungen der Strahlung nach verschiedenen Richtungen absehen. Da wir ferner nicht die Helligkeit verschiedener Augen und auch nicht die verschiedenen physiologischen Vorgänge im Auge miteinander vergleichen wollen, so können wir uns mit Bezug auf die Wirkung optischer Instrumente eine ziemlich einfache und anschauliche Vorstellung von der „Helligkeit“ machen.

Beim Sehen mit unbewaffnetem Auge dringt von jedem einzelnen Punkt des Objektraumes um so mehr Licht ins Auge, je größer die Pupille, oder genauer gesagt, die E.P. des Auges ist. Ist der Radius der

*über
Flüchtig*

letzteren ρ_a , so ist deren Fläche $\rho_a^2 \cdot \pi$, wo π die bekannte Ludolfsche Zahl ist. Die Helligkeit wird sich also wie die letztere Größe ändern, d. h. bei doppelt oder dreifach so großem Radius ρ_a ist die Helligkeit 4mal resp. 9mal so groß. Da sich die menschliche Pupille bei Konvergenz der Sehachsen zusammenzieht, so sieht also das Auge nahe Objekte weniger hell wie ferne. Im Dunklen erweitert sich bekanntlich die Pupille, wodurch sich das Auge zweckentsprechend in ein „lichtstärkeres Instrument“ verwandelt. Die Werte von ρ_a können bei einem Auge zwischen

1 mm und 4 mm sein. Bei normaler Tagesbeleuchtung können wir $\rho_a = 1,5$ bis 2 mm annehmen.



Sei in Fig. 59 LL_1 etwa ein Kartenblatt, in das man mit der Nadel eine kleine runde Oeffnung mit dem Durchmesser $\alpha\beta = 2\rho'$ hineingestochen hat, bringt man dann die E.P. des Auges, deren Durchmesser mit $AB = 2\rho_a$ bezeichnet wird, dicht an diese Oeffnung heran, so empfindet das Auge, durch die Oeffnung schauend, eine deutliche Lichtabnahme, die davon herrührt, daß der Querschnitt der einfallenden Bündel kleiner ist als die E.P. des Auges, und die letztere gar nicht mehr mit Strahlen, die von den einzelnen Punkten kommen, ausgefüllt wird.

Ersichtlich ist nun die Helligkeit H_0 beim ungehinderten Sehen um soviel Mal größer als die Helligkeit H beim Sehen durch die kleine Oeffnung, als die Fläche $\rho_a^2 \pi$ der E.P. größer ist als der Querschnitt $\rho'^2 \pi$ der einfallenden Bündel. Man hat also die Beziehung

$$\frac{H_0}{H} = \frac{\rho_a^2 \pi}{\rho'^2 \pi}$$

oder

$$H = \frac{\rho'^2}{\rho_a^2} H_0 \dots \dots \dots (13)$$

Diese Gleichung gilt auch für alle optischen Instrumente, deren Austrittspupille einen Radius ρ' hat, so lange der letztere kleiner ist als der Radius ρ_a der E.P. des Auges. Ist die A.P. des Instrumentes gleich der E.P. des Auges, also $\rho' = \rho_a$, so ist $H = H_0$, d. h. man sieht durch das Instrument ebenso hell wie bei unbewaffnetem Sehen. Ist die A.P. des Instrumentes größer als die E.P. des Auges, so tritt keine Helligkeitszunahme mehr ein, da ja von jedem dieser Bün-

deln mit größerem Querschnitt nur ein solcher Bruchteil ins Auge gelangt, als der Fläche der E.P. des Auges entspricht.

Von Absorptionsverlusten des Lichtes innerhalb des Instrumentes sehen wir hier ab.

Aufgabe 93: Wie groß sind Helligkeit und Vergrößerung des optischen Instrumentes gemäß Aufgabe 90?

Lösung: Da das betreffende Instrument eine A.P. vom Radius $\rho' = \frac{2}{3} \text{ cm} = 6 \frac{2}{3} \text{ mm}$ hat, so ist ρ' gewöhnlich größer als ρ_e und man hat demnach $H = H_0$. Die Helligkeit ist also dieselbe wie beim Sehen mit unbewaffnetem Auge. Da das Instrument ferner aus zwei Linsen von den Brennweiten 4 cm, d. h. 25 Dptr. Brechkraft, im Abstände 10 cm = 0,1 m bestehen, so ist die Brechkraft des ganzen Systems gemäß Gleichung (X) § 33:

$$D = 24 + 24 - 0,1 \cdot 24^2 = 48 - 57,6 = -9,6.$$

Wenn wir von dem Vorzeichen absehen, das nur eine Aussage darüber macht, ob das Bild aufrecht oder umgekehrt ist, so hat man nach Gleichung (10), wenn man $d = 25 \text{ cm} = \frac{1}{4} \text{ m}$ setzt:

$$v = 9,6 \cdot \frac{1}{4} = 2,4.$$

Das betreffende optische Instrument vergrößert also 2,4mal. Ueber die Lichtintensität der Bilder auf der Netzhaut vgl. des Verfassers Einführung in die medizinische Optik, Leipzig 1904 und Archiv für Optik, Bd. I, S. 211. An der ersteren Stelle ist auch der Satz bewiesen, daß eine leuchtende Fläche in jeder Entfernung gleich hell erscheint. Auch durch Anwendung optischer Instrumente kann diese Helligkeit einer Fläche nie gesteigert werden. Anders verhält es sich jedoch mit der Helligkeit punktförmiger Objekte, wie z. B. der Fixsterne, deren Helligkeit der Objektöffnung des benutzten Fernrohrs proportional wächst.

Kapitel VIII.

Die Lupe.

74. Die Lupe in Verbindung mit einem emmetropischen akkommodationslosen Auge.

Die Lupe ist gewöhnlich eine einfache oder sphärisch und chromatisch korrigierte Sammellinse, die meist nicht in einer Röhre eingeschlossen ist.

Die Vergrößerung ist für ein emmetropisches Auge in Akkommodationsruhe durch Gleichung (10)

$$v = D \cdot d$$

gegeben. Die konventionelle Entfernung d nimmt man gewöhnlich zu $25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$, so daß man hat

$$v = \frac{D}{4}.$$

Die Vergrößerung einer Lupe ist also gleich dem vierten Teil der in Dioptrien gemessenen Brechkraft.

Das Objekt befindet sich in der vorderen Brennebene; die von den Objektpunkten ausgehenden Strahlenkegel werden im Bildraum in Strahlenzylinder verwandelt.

Aufgabe 94: Wie stark vergrößert eine Sammellinse von der Brennweite 12 cm ?

Antwort: Hier ist $D = \frac{100}{12}$. Also $v = \frac{100}{48} = 2 \frac{1}{12}$.

Aufgabe 95: Ein Meniskus hat die Radien 10 und 20 cm . Wie stark ist die Lupenvergrößerung, wenn $n = 1,5$ ist?

Zunächst ist die reziproke Brennweite gleich $\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{20} \right)$
 $= \frac{1}{40} \text{ cm}$. Also $D = \frac{100}{40} = \frac{5}{2} \text{ Dptr.}$ und demnach $v = \frac{5}{8}$.

75. Die Verantsysteme.

Um Photographien, die mit einer verhältnismäßig kleinen Objektivbrennweite (etwa $10-15 \text{ cm}$) aufgenommen sind, in natürlicher Größe

und akkommodationslos zu sehen, bedient man sich mit Vorteil der Lupen. Um die Größe der Brennweite einer solchen Lupe zu bestimmen, machen wir folgende Betrachtung:

Faßt man ein bestimmtes fernes Objekt des Raumes ins Auge, das unter einem Schwinkel u erscheint, so entsteht ein Netzhautbild y' von der Größe

$$y' = u \cdot f,$$

wo f die vordere Brennweite des Auges ist.

Photographiert man das Objekt mit einer Linse von der Brennweite φ , so entsteht ein Photogramm von der Größe $u \cdot \varphi$. Betrachtet

Fig. 60.



man das letztere durch eine Lupe von der Brennweite ψ im parallelen Strahlengange (d. h. bei aufgehobener Akkommodation), so erscheint das in der Fokalebene der Lupe befindliche Bild von der Größe $u \cdot \varphi$ unter einem Gesichtswinkel u_1 :

$$u_1 = \frac{u \cdot \varphi}{\psi},$$

wodurch ein Netzhautbild von der Größe y'' :

$$y'' = \frac{u \cdot \varphi}{\psi} \cdot f$$

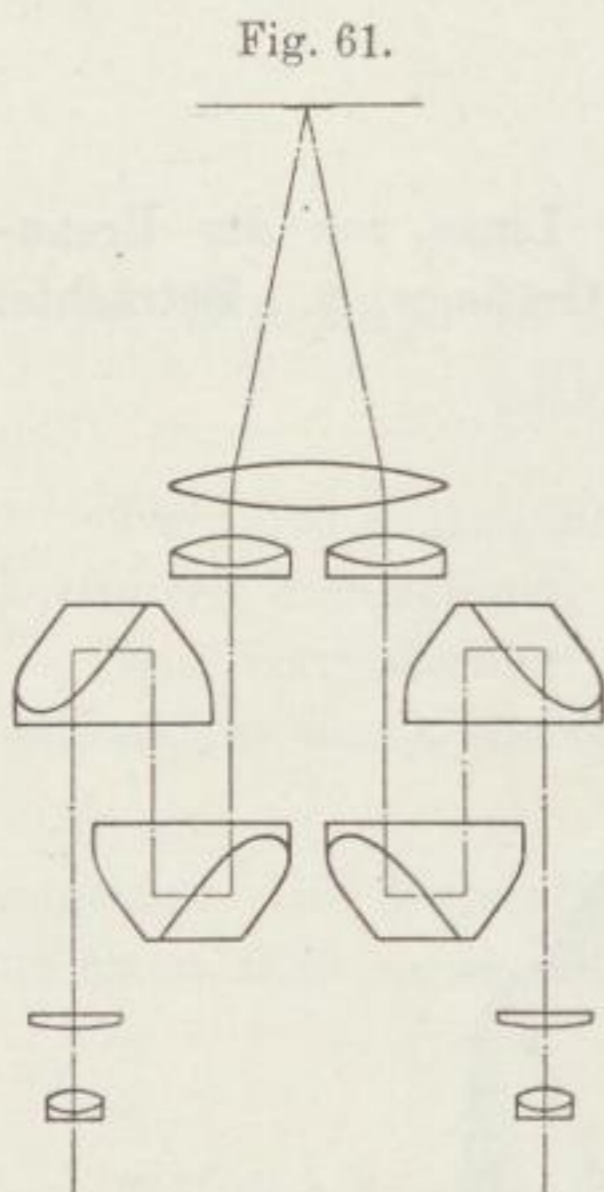
erzeugt wird.

Will man also die Bilder durch die Lupe von derselben Größe sehen wie mit unbewaffnetem Auge, so muß $y' = y''$ und damit $\varphi = \psi$ sein.

Die Brennweite der Lupe muß also gleich der Brennweite des Objektivs sein, mit der das Photogramm hergestellt ist.

Bei ruhendem Auge ist der Strahlengang durch die Lage der E.P. des Auges bestimmt, dessen Abbild, entworfen durch die Lupe als E.P. des Systems Lupe + Auge aufzufassen ist.

Da das Auge bei der Betrachtung eines Bildes jedoch Rollbewegungen um seinen Drehpunkt macht, der etwa 13 mm hinter dem Hornhautscheitel liegt, so tritt dieser letztere Punkt in die Rolle eines Zentrums der Perspektive ein und es ist vorteilhaft, den Kreuzungspunkt der bildseitigen Hauptstrahlen unter Erfüllung der orthoskopischen Bedingung (vgl. § 48) dorthin zu verlegen (Gullstrandsche Forderung).



Systeme dieser Art sind von M. v. Rohr von der Firma Zeiß in Jena verwirklicht und als Veranten bezeichnet.

Die Verantlinsen werden mit Brennweiten von 11 und 15 cm in den Handel gebracht. Um die Lage des Auges zu fixieren, damit der Drehpunkt des letzteren die richtige Stellung einnimmt, sind besondere Augenmuskeln vorgesehen. Die Fig. 60 zeigt die Handhabung des Veranten.

Die binokulare Lupe von Zeiß (D.R.G.M. Nr. 392047) besteht aus einem Doppelfernrohr und einer ihr vorgeschalteten Sammellinse (Fig. 61). Sie gestattet das Betrachten von Objekten bei aufgehobener Konvergenz der Sehachsen (vgl. auch Kapitel X).

76. Die Lupe in Verbindung mit einem ametropischen Auge.

Bei der Lupe wird, wenn wir sie für sich, d. h. unabhängig vom System des menschlichen Auges betrachten, die E.P. in den meisten Fällen durch die Linsenfassung gebildet, und weil diese dem vorderen Hauptpunkt meist sehr nahe liegt, ist die A.P. der E.P. an Größe nahezu gleich,

so daß wir $\frac{p}{p'} = 1$ setzen können. Alsdann wird Gleichung (8), wenn

wir auch den Quotienten $\frac{f_0}{f}$ der Einheit gleich setzen, was bei akkommodationslosem Sehen und vorliegender Achsenametropie streng zutrifft, und ferner für n ebenfalls der Wert 1 angenommen wird:

$$v = \frac{p'}{p} \cdot \frac{d}{p' + e}.$$

In der Fig. 62 sei L die Lupe, die wir als dünne Linse ansehen, mit dem Scheitel S, in dem auch die A.P. und E.P. zusammenfallen. P ist Objekt-, P' Bildpunkt, so daß man hat

$$PS = p \quad P'S = p' \quad SF = e,$$

wo e den Abstand des Scheitels S vom vorderen Brennpunkt F des Auges darstellt.

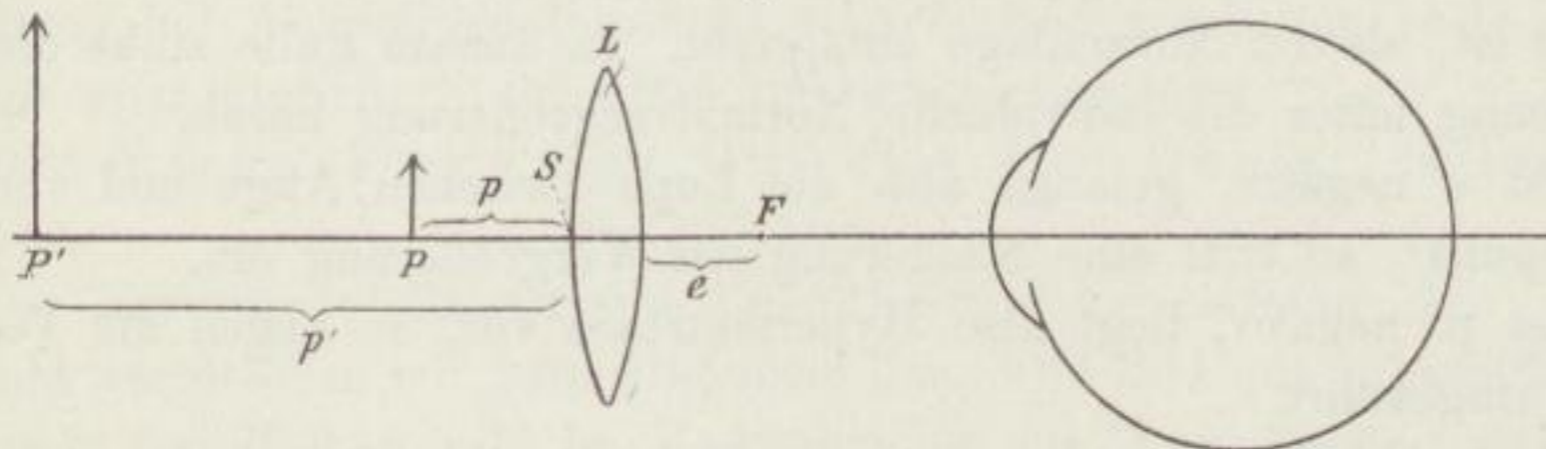
Gleichung (6) in § 69 liefert in vorliegendem Falle, da $n = 1$ zu setzen und p' negativ in Rechnung zu bringen ist:

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'} = D.$$

Demnach erhält man die sog. individuelle Vergrößerung

$$v = \frac{(Dp' + 1)d}{p' + e} \quad \dots \quad (1)$$

Fig. 62.



Die Größe $\frac{1}{p' + e}$ stellt hier die Brennpunktrefraktion L des Auges dar. Unter Berücksichtigung der Gleichung $\frac{1}{p' + e} = L$ nimmt Gleichung (1) die Form an:

$$v = [D + L \cdot (1 - eD)]d.$$

Wird e gleich Null, fällt also der Linsenscheitel mit dem vorderen Brennpunkt des Auges zusammen, so wird, wenn wir die Vergrößerung jetzt mit v_0 bezeichnen und für d den Wert $\frac{1}{4}$ m annehmen:

$$v_0 = \frac{D + L}{4} \quad \dots \quad (2)$$

Man hat also den Satz:

Die individuelle Vergrößerung einer Lupe in der Normal-lage ist gleich der durch 4 dividierten Summe von Brechkraft der Lupe und Brennpunktrefraktion des Auges.

Aufgabe 96: Das Auge sei myopisch von 10 Dptr. Welche Vergrößerung bewirkt eine Lupe von 20 Dptr.?

Lösung: $v_0 = \frac{20 + 10}{4} = 7 \frac{1}{2}$, während die absolute Vergrößerung $\frac{D}{4} = 5$ sein würde.

Aufgabe 97: Wie 96, nur sei das Auge hypermetropisch von 10 Dptr.

$$\text{Lösung: } v_0 = \frac{20 - 10}{4} = 2 \frac{1}{2}.$$

Hat das Auge nicht die Normallage zur Lupe, so hängt die Vergrößerung von der Größe e ab und ist gemäß Gleichung (1) zu beurteilen. Führt man den Wert v_0 aus Gleichung (2) in Gleichung (1) ein, so entsteht:

$$v = v_0 \cdot \frac{p'}{p' + e} \quad \dots \quad (3)$$

Ist p' positiv, liegt also Myopie vor, so ist $\frac{p'}{p' + e}$ kleiner als die Einheit, wenn e positiv, d. h. wenn die Entfernung von Lupe und Auge größer ist, als der Normallage entspricht. In diesem Falle sinkt die Vergrößerung unter die individuelle Normalvergrößerung herab.

Ist e negativ, gelangt also die Lupe zwischen Auge und vorderen Brennpunkt, so tritt eine Steigerung der Vergrößerung ein.

Ist p' negativ, liegt also Hypermetropie vor, so liegen die Verhältnisse umgekehrt.

Aufgabe 98: Eine Lupe von 20 Dptr. Brechkraft befindet sich 5 cm vom vorderen Brennpunkt eines myopischen Auges von der Refraktion $L = 10$ Dptr. entfernt. Wie stark ist die Vergrößerung?

Lösung: Hier ist $p' + e = \frac{1}{L}$, wo p' und e in m ausgedrückt sind.

Also hat man: $p' = 0,1 - 0,05 = 0,05$. Also $v = v_0 \frac{0,05}{0,05 + 0,05} = 0,5 \cdot v_0$.

Kapitel IX.

Fernrohre.

77. Allgemeine Eigenschaften.

Das durch Fig. 57 dargestellte einfache optische Instrument wird zu einem Fernrohr, wenn der Objektpunkt P im Unendlichen liegt. Der Punkt P' , das Bild von P wird alsdann Brennpunkt des Objektivs. Da aber P' auch zugleich Brennpunkt des Okulars sein muß, wenn ein Emmetrop bei Akkommodationsruhe scharfe Bilder erhalten soll, so hat man als charakteristisch für diese Instrumentengattung:

Die Brennebenen von Objektiv und Okular fallen zusammen.

Das Fernrohr stellt ein sog. teleskopisches System dar. Beim Fernrohr vergleichen wir ganz allgemein das ferne Bild mit unbewaffnetem Auge mit dem fernen Bild im Fernrohr, um die Vergrößerung zu beurteilen. Wir werden also hier die konventionelle Entfernung d , in der wir ein Objekt mit bloßem Auge betrachten, gleich der Größe p setzen können, von der sie sich allerdings um die im Verhältnis zu p und d jedoch verschwindend kleine Größe — nämlich Entfernung der E.P. des Instrumentes vom Auge — unterscheidet.

Setzt man in Gleichung (10) Kapitel VII: $d = p$, so wird für $n = 1$

$$v = \frac{\rho}{\rho'} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (1)$$

welches eine ganz allgemein gültige Beziehung darstellt.

Der Ausdruck $\frac{\rho}{\rho'}$ stellt aber das Vergrößerungsverhältnis in konjugierten Punkten dar, welches nach Gleichung (27b) § 24 konstant und gleich dem Quotienten aus den Brennweiten der beiden Teilsysteme, d. h. hier des Objektivs und des Okulars ist. Man hat also, da die vordere und hintere Brennweite von Objektiv und Okular einander gleich sind:

$$v = \frac{\rho}{\rho'} = \frac{f_1}{f_2} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (2)$$

78. Fall, daß die Objektivöffnung nicht die E.P. darstellt.

Gewöhnlich ist bei einem Fernrohr die Objektivöffnung die E.P. des Systems. Doch kommen auch Fälle vor, in denen eine spezielle Untersuchung auf Grund des § 67 notwendig wird. Als Beispiel wählen wir das in § 68 dargestellte einfache Instrument. Da hier die Größe $e = f_2$ ist, so liefert Gleichung (1) Kapitel VII:

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{f_1}{f_2} = v$$

oder

$$\rho_0 = v \cdot \rho \quad \dots \quad (3)$$

Betrachten wir weiter Fig. 57 und bestimmen den Endpunkt der kritischen Strecke FK, wo K den vorderen Objektivbrennpunkt darstellt.

Der Ausdruck gemäß Gleichung (2) in § 68 für KR

$$KR = \frac{f_1 (\rho + \rho_0)}{\rho - \rho_0}$$

wird unter Berücksichtigung der letzten Gleichung:

$$KR = f_1 \frac{\left(1 + \frac{\rho_0}{\rho}\right)}{1 - \frac{\rho_0}{\rho}} = f_1 \left(\frac{1+v}{1-v}\right) \quad \dots \quad (4)$$

Ist v größer als 1 ($v > 1$), so ist nach (3) auch $\rho_0 > \rho$, d. h. die Objektivöffnung ist also die E.P. des Instrumentes.

KR wird negativ, d. h. K liegt links von R (Fig. 57). Die kritische Strecke zieht sich von F ausgehend nach links ins Unendliche, kehrt dann aus der rechten Unendlichkeit zurück bis K. Das Objekt liegt also immer innerhalb der kritischen Strecke.

Ist $v = 1$, so wird nach (3) $\rho_0 = \rho$.

Die sekundäre Eintrittspupille GJ in Fig. 57 hat dieselbe Größe wie die Objektivöffnung; es sind also zwei Eintrittspupillen vorhanden.

Ist v kleiner als 1 ($v < 1$), so folgt aus (3), daß auch $\rho_0 < \rho$ ist. Die sekundäre Oeffnung GJ in Fig. 57 wird also Eintrittspupille, der als A.P. die Okularöffnung $L_1 L_3$ zugehört. Der Wert für KR wird endlich und positiv, wie es die Normalfigur 57 zeigt. Der unendlich ferne Objektpunkt liegt nicht mehr innerhalb der kritischen Strecke. Den letzteren Fall kann man z. B. beobachten, wenn man in umgekehrter Richtung durch ein Fernrohr sieht.

79. Das Fernrohr in Verbindung mit dem ametropischen akkommodationslosen Auge.

Ist das Auge ametropisch, so ist p' endlich; die Größe p' erhält dadurch einen endlichen Wert, daß man Objektiv und Okular voneinander entfernt oder einander nähert. Da alsdann die Fokalebene von Okular und Objektiv nicht mehr zusammenfallen, sondern um die Größe der Verschiebung Δ (= optische Tubuslänge) voneinander entfernt sind, so erhält das Fernrohr eine endliche Brennweite und demnach auch eine von Null verschiedene Brechkraft D .

$$D = \frac{\Delta}{f_1 \cdot f_2},$$

wenn f_1 und f_2 Brennweite von Objektiv und Okular sind. Wie wir sahen, gilt Gleichung (8) in § 69 auch für den Fall eines fernen Objektes, wenn wir $d = p$ setzen. Der Quotient $\frac{f_0}{f}$ ist gleich der Einheit, und man erhält, da $n = 1$ ist:

$$v = p' \cdot \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{1}{p' + e} \dots \dots \dots (5)$$

Außerdem folgt aus Gleichung (6) in § 69 für $p = \infty$

$$\frac{\rho}{\rho'} = \frac{1}{p' D} \dots \dots \dots (6)$$

so daß die letzte Gleichung wird:

$$v = \frac{1}{D} \cdot \frac{1}{p' + e} \dots \dots \dots (7)$$

Nun ist aber $\frac{1}{p' + e} = L$ die Gläserrefraktion.

Gläserrefraktion und Gleichung (7) wird

$$v = \frac{L}{D} = \frac{f_1 \cdot f_2 \cdot L}{\Delta} \dots \dots \dots (8)$$

Man hat also den Satz:

Bei Scharfeinstellung ist die Vergrößerung gleich dem Quotienten aus der Gläserrefraktion des Auges und der Brechkraft des Fernrohres.

Der zweite Ausdruck der Gleichung (8) gestattet übrigens aus der Längenänderung Δ und den Größen f_1, f_2 und L streng die Vergrößerung zu berechnen.

Um eine einfache Formel zu gewinnen, machen wir die Annahme $\frac{\rho}{\rho'} = v_\infty$, was allerdings nicht genau zutrifft, da sich ρ' infolge der geringen Okularverschiebung ein wenig ändert.

Man erhält alsdann die annähernd richtige Formel

$$v = v_{\infty} \cdot \frac{p'}{p' + e} = v_{\infty} (1 - eL) \dots \dots \dots (9)$$

wenn man die Brillenrefraktion $L = \frac{1}{p' + e}$ einführt.

Wird, wie es bei Fernrohren mit reeller Austrittspupille der Regel nach geschieht, die A.P. des Fernrohres mit der E.P. des Auges zum Zusammenfallen gebracht, so wird e negativ und man hat, da die E.P. des Auges ca. 3 mm vom Hornhautscheitel und demnach $15,5 + 3 = 18,5$ mm vom vorderen Brennpunkt des Auges entfernt ist, $e = -0,02$ m app. zu setzen, wodurch man erhält:

$$v = v_{\infty} \cdot (1 + 0,02 L) \dots \dots \dots (10)$$

Myopische Augen erhalten also einen Zuwachs, hypermetropische eine Abnahme der Vergrößerung.

Aufgabe 99: Welche Aenderung erfährt die absolute Vergrößerung eines Fernrohres, wenn ein Myop von 10 Dptr. Brillenrefraktion dasselbe scharf einstellt?

Lösung: Gleichung (10) ergibt:

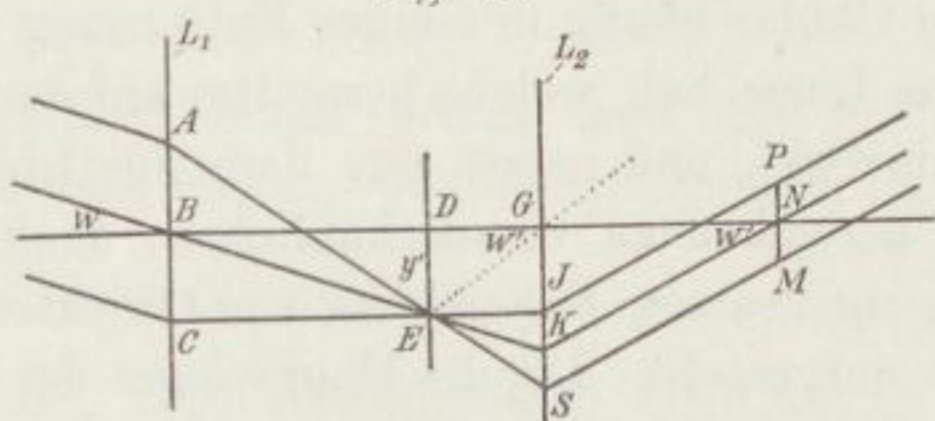
$$v = v_{\infty} \cdot 1,2.$$

80. Das astronomische Fernrohr.

Das astronomische Fernrohr besteht in seiner einfachsten Form aus zwei Positivlinsen, die so aufgestellt sind, daß die hintere Fokalebene der ersten mit der vorderen der zweiten zusammenfällt. In der Fig. 63 sind der Einfachheit halber diese Linsen als sehr dünn angenommen, so daß wir also die Hauptpunkte dieser beiden Linsen, die wir durch achsen-senkrechte Strecken L_1 und L_2 darstellen, als mit dem Scheitel B und G zusammenfallend annehmen können. Von einem entfernten Punkte falle ein paralleles Bündel unter der Neigung w auf die erste Linse mit der Oeffnung AC. Der Hauptstrahl wird bekanntlich, da er die dünne Linse im Scheitel B durchdringt, nicht abgelenkt. Das einfallende Parallelbündel vereinigt sich in der gemeinsamen Fokalebene im Punkte E, wo also das umgekehrte Bild ED zustande kommt. Die drei in Frage kommenden Strahlen divergieren nun von E ausgehend und treffen die Augenlinse (das Okular) in den drei Punkten JKS. Da diese Strahlen von dem Punkte E ausgehen, welcher auch der Fokalebene des Augenglases angehört, so müssen sie als Parallelbündel das letztere verlassen. Um die Richtung des letzteren zu finden, haben wir uns einen von E durch den Scheitel G gehenden Strahl zu denken, der ja, eben weil er

durch den Scheitel in G geht, von der Auglinse aus seiner Richtung nicht abgelenkt wird. Dieser letzteren Richtung parallel muß auch das von den Punkten JKS ausgehende Parallelbündel sein, weil eben wenigstens im paraxialen Gebiet alle von E ausgehenden Strahlen nach der Brechung durch die Auglinse einander parallel sein müssen. Der bei K austretende Hauptstrahl möge die Achse in N schneiden. Da dieser Strahl im Objektraum durch den Achsenpunkt B ging, so sind B und N konjugierte Punkte. Da nun alle Hauptstrahlen aller unter beliebiger Neigung einfallender Bündel im Objektraum durch den Punkt B gehen, so müssen sie nach der Brechung durch das Fernrohr sämtlich durch den Punkt N gehen. Der Punkt N wird als Augpunkt bezeichnet.

Fig. 63.



Da aber nun jeder der durch N gehenden Hauptstrahlen von einem zylindrischen Strahlenbündel umgeben ist, so werden diese sämtlichen Bündel durch einen senkrecht zur Achse stehenden Kreis mit dem Durchmesser PMN gehen, welcher sich für ein aus einiger Entfernung in das Fernrohr hineinschauendes Auge als eine vor dem Okular schwebende leuchtende Scheibe zeigt (Ramsdenscher Kreis). Aus der Fig. 63 lassen sich unmittelbar die Fundamenteigenschaften des Fernrohres ablesen, die wir oben schon von ganz allgemeinen Gesichtspunkten aus hergeleitet haben. Das dargestellte einfallende Parallelbündel bildet mit der Achse den erwähnten Winkel w . Dasselbe tritt unter dem Winkel $w' = GNK$ aus, welcher Winkel auch gleich dem Winkel DGE ist. Nennt man nun die Brennweite des Objektivs f_1 , die des Okulars f_2 , so kann man unmittelbar ablesen

$$w = \frac{y}{f_1} \quad w' = \frac{y'}{f_2},$$

wo y' die Bildgröße ED ist. Aus diesen Gleichungen folgt sofort

$$\frac{w'}{w} = v = \frac{f_1}{f_2},$$

wo v die Fernrohrvergrößerung ist. Aus ähnlichen Dreiecken ergibt sich

ferner sofort die Proportion $\frac{AC}{PM} = \frac{f_1}{f_2}$, woraus folgt:

$$v = \frac{AC}{PM},$$

d. h. die Vergrößerung ist auch gleich dem Durchmesser des Objektivs, dividiert durch den Durchmesser des Ramsdenschen Kreises, d. h. gleich dem Quotienten der Eintritts- und Austrittspupille des Fernrohres. Die Lage der Austrittspupille findet man leicht dadurch, daß man den Punkt B durch die Augenlinse abbildet; je schwächer die Brennweite der letzteren ist, um so weiter rückt der Punkt N von der Augenlinse fort, um so größer muß aber auch die Oeffnung derselben sein, wenn man nicht ein zu kleines scheinbares Gesichtsfeld erhalten will.

81. Das Kollektiv und die Okulare von Ramsden und Huyghens.

Man fügt dem Okular häufig in einiger Entfernung nach dem Objektiv zu noch eine zweite Linse bei, welche besonders auf den Gang der Hauptstrahlen regelnd einwirkt, und nennt eine derartige Linse ein Kollektiv. Um die Wirkung derselben zu veranschaulichen, denken wir uns bei D (Fig. 63) in der gemeinsamen Fokalebene von Objektiv und Okular eine solche Positivlinse aufgestellt. Da die Hauptebene des Kollektivs und die Ebene des reellen Bildes y' nahezu zusammenfallen, so wirkt diese Linse auf die Bildvergrößerung gar nicht ein. Es müssen also die von E ausgehenden Strahlen wiederum als Parallelbündel in den Bildraum austreten, und die Neigung der letzteren zur optischen Achse muß wiederum durch den Winkel w' gegeben sein. Hierbei erleiden allerdings sämtliche Hauptstrahlen infolge der Brechung durch das Kollektiv eine Richtungsänderung in dem Sinne, daß sie sich nicht mehr in dem Punkt N, sondern in einem dem Augenglase näher gelegenen Punkte schneiden. Die Wirkung des Kollektivs ist also in diesem Falle nur die, daß man zufolge des herangerückten Augenpunktes mit einer kleineren Oeffnung der Augenlinse auskommt, ohne an Gesichtsfeld zu verlieren, während Vergrößerung und Helligkeit, welche letztere ja nur vom Durchmesser der Austrittspupille abhängt, unverändert bleiben. Rückt man die Kollektivlinse etwas aus der gemeinsamen Fokalebene heraus, so tritt eine Art von Mischwirkung ein, indem außer den Hauptstrahlen auch der Gang der die Abbildung vermittelnden Strahlen verändert wird. Gibt man der in der gemeinsamen Fokalebene stehenden Kollektivlinse dieselbe Brennweite wie der Augenlinse, so hat man ein Okular vom Typus des Ramsdenschen. Außer dem letzteren hat besonders das sog. Huyghenssche Okular große Verbreitung gefunden. Beide Okulare bestehen aus plankonvexen Linsen und sind infolge der Wahl ihrer Brennweiten stabil achromatisch. Beim Huyghensschen Okular sind die gekrümmten Linsenflächen dem Objektiv, beim Ramsdenschen einander zugewandt. Es gelten für diese Okulare folgende Daten:

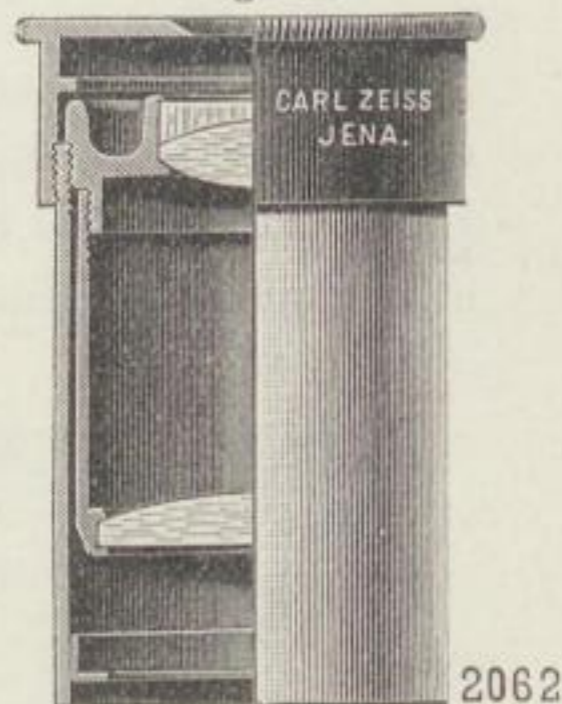
	Huyghens	Ramsden
Brennweite des ganzen Okulars	f	f
Brennweite des Kollektivs	$\frac{3}{2} f$	f
Brennweite der Augenlinse	$\frac{3}{4} f$	f
Entfernung der beiden Linsen	$\frac{9}{8} f$	f
Augenabstand von der letzten Linse	$\frac{1}{4} f$	0
Abstand der Blende vom Kollektiv	$\frac{1}{2} f$	0

Beim Ramsdenschen Okular bringt man das Kollektiv ein wenig außerhalb der Fokalebene an, um dem Augenabstand einen gewissen Betrag zu geben.

82. Das Kellnersche Okular.

Beim Ramsdenschen Okular macht sich neben der chromatischen Abweichung namentlich die Verzeichnung störend bemerkbar. Die Beseitigung beider Fehler haben wir Kellner zu verdanken, der die Augenlinse aus einer plankonkaven Zerstreuungslinse von großer relativer Dispersion und hohem Brechungsexponenten und aus einer bikonvexen Sammellinse von kleiner relativer Dispersion und niedrigem Brechungsexponenten verkittete. Die Sammellinse dieses Augenlinsensystems ist dem Kollektiv des Okulars zugekehrt, so daß auch die Kittfläche mit der konkaven Seite nach dem letzteren gerichtet ist (vgl. Fig. 64). Diesem Vorzuge des Kellnerschen Okulars steht jedoch ein gewisser Mangel der Schärfe der Abbildung entgegen. Zur Beseitigung der letzteren sind bei dem Zeißschen Okular, D.R.P.

Fig. 64.



Nr. 179473, in dem Augenglase zwei Glasarten verbunden worden, die einen großen Unterschied zwischen ihren relativen Dispersionen aufweisen, während diese Glasarten zugleich so gewählt sind, daß im Gegensatz zum Kellnerschen Okular der Unterschied der Brechungsexponenten gering ist. Ein geeignetes Paar von Glassorten bildet z. B. gewöhnliches Silikatron (für die vor der Kittfläche liegende Sammellinse) und ein Flint von niedriger Brechung (für die hinter der Kittfläche liegende Zerstreuungslinse), ferner sind auch Bariumsilikatron und ein gewöhnliches

Silikatflint geeignet. Die Konstruktionsdaten für ein solches durch Fig. 65 dargestelltes Okular sind folgende:

Radien, Dicken und Abstände:

$$\begin{array}{ll} r_1 = \pm \infty & l = 26,3 \\ r_2 = -88,10 & d = 22,0 \\ r_3 = +73,42 & m = 78,3 \\ r_4 = -49,92 & d_{II} = 23,0 \\ r_5 = \pm \infty & d_{III} = 4,9 \end{array}$$

Glasarten:

	I	II	III
n_C	1,50801	1,58846	1,60810
n_F	1,51605	1,59816	1,62470

Eine andere Ausführungsform des Kellnerschen Okulars ist in der britischen Patentschrift Nr. 24 009 vom Jahre 1903 beschrieben. Ferner ist das Ramsdensche Okular auch noch dahin abgeändert, daß das Augensystem aus einer sammelnden einfachen Linse und einer höchstens

Fig. 65.

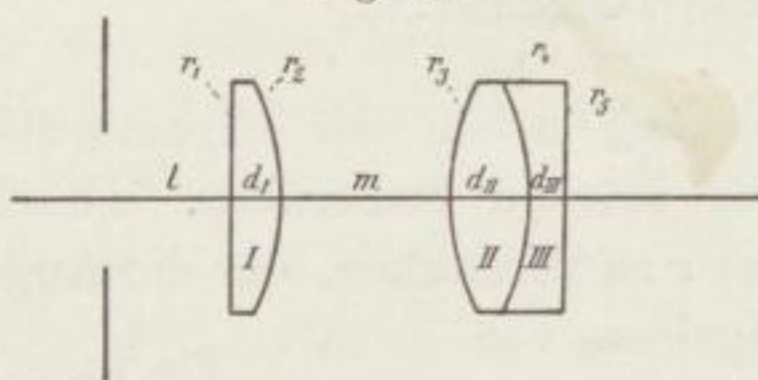
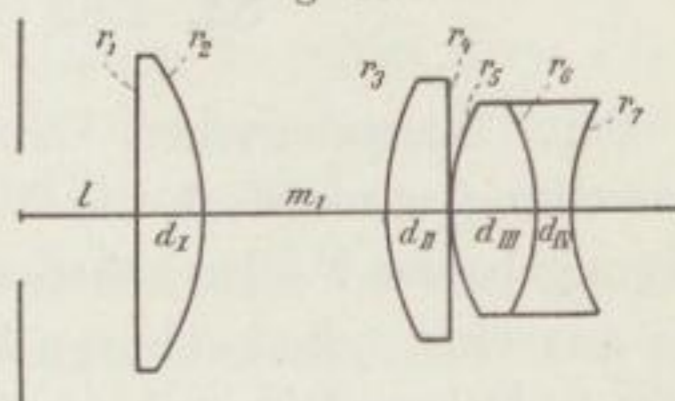


Fig. 66.



halb so starken zerstreuen oder sammelnden Doppellinse besteht, bei dem diese Doppellinse die hohle Seite ihrer Kittfläche jener einfachen Linse zukehrt (D.R.P. Nr. 188 200 von Carl Zeiß in Jena). Die Konstruktionsdaten eines solchen Okulars gemäß Fig. 66 sind folgende:

Radien, Dicken und Abstände:

$$\begin{array}{ll} r_1 = \pm \infty & l = 34,8 \\ r_2 = -100 & d_I = 15,0 \\ r_3 = +80,3 & m_I = 80 \\ r_4 = \pm \infty & d_{II} = 15,5 \\ r_5 = +125 & m_2 = 0 \\ r_6 = -76 & d_{III} = 17,5 \\ r_7 = +200 & d_I = 5,0 \end{array}$$

Glasarten:

	I, III	II	IV
n_C	1,50762	1,58703	1,60814
n_F	1,51559	1,59673	1,62474

Weitere Modifikationen des Ramsdenschen Okulars finden sich noch in den Patentschriften Nr. 184 614 und 184 615 beschrieben.

83. Andere Formen astronomischer Okulare.

In Fig. 67 und 68 sind noch zwei andere Formen des astronomischen Okulars, nämlich das sog. monozentrische und das orthoskopische dargestellt. Das erstere ist nach dem Typus der bekannten Steinheilschen Lupe gebaut, das andere ist eine Weiterbildung des Ramsdenschen Okulars.

Fig. 67.

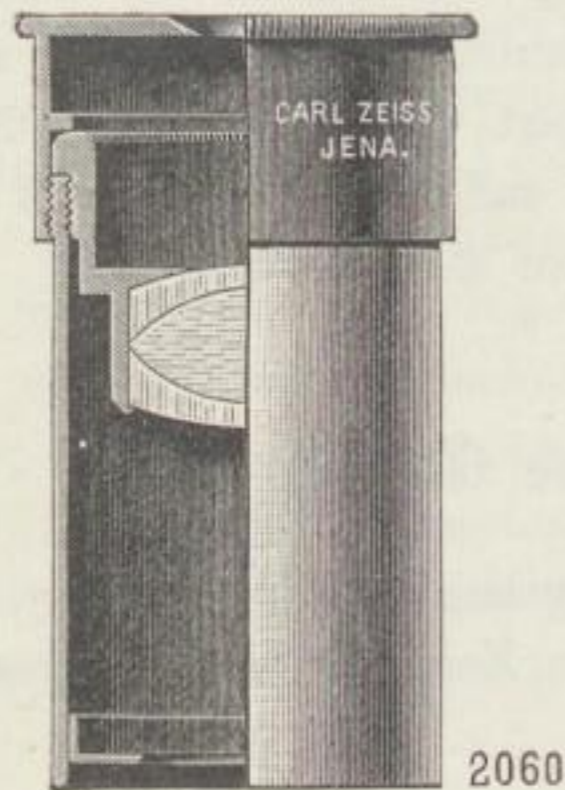
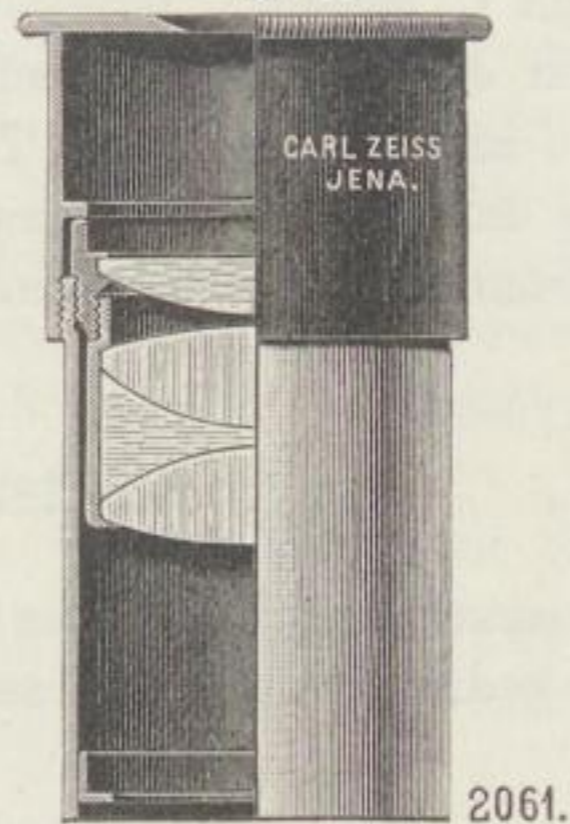


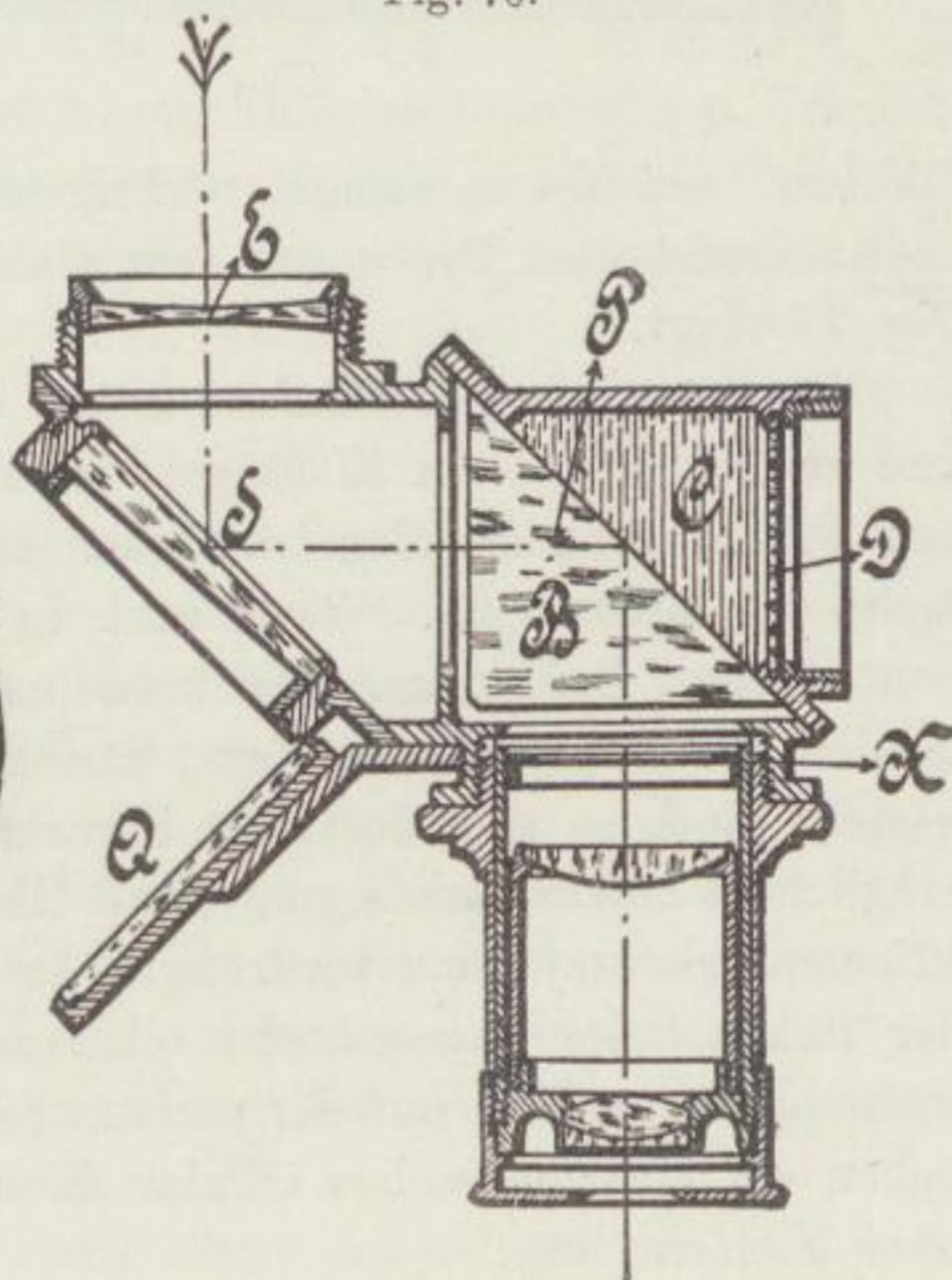
Fig. 68.



Zur Beobachtung der Sonne muß man das Licht der letzteren stark schwächen. Nach Colzi geschieht dies mittels eines astronomischen Okulars, wie es in Fig. 69 (in Ansicht) und Fig. 70 (im Querschnitt) und

Fig. 70.

Fig. 69.



zwar in der Ausführungsform der Firma Zeiß in Jena dargestellt ist. Das Sonnenlicht durchdringt zunächst die zur Verlängerung der Objektivbrennweite angeordnete Negativlinse E und wird an der Planfläche S einer durchsichtigen Glasscheibe zum Teil reflektiert, wobei noch ein Ablenkungsspiegel Q für die S durchdringenden Licht- und Wärmestrahlen vorgesehen ist. Das von S reflektierte Licht dringt in das Doppelprisma P ein, welches aus einem rechtwinkligen Glasprisma B und einem Flüssigkeitsprisma C besteht. Infolge der geringen Differenz der Brechungs-exponenten dieser Prismen wird das Sonnenlicht an der sie trennenden Planfläche zum nur geringen Teil reflektiert, während der größte Teil durch die durchsichtige Membran D nach außen tritt. X stellt die Gesichtsfeldblende in der vorderen Brennebene des Okulars dar.

84. Das terrestrische Okular.

Das astronomische Okular liefert umgekehrte Bilder. Zur Bildauf-richtung bediente man sich seit längerer Zeit des sog. terrestrischen

Fig. 71.



Okulars, welches in seinem wichtigsten, besonders durch Fraunhofer hoch entwickelten Typus aus vier plankonvexen Linsen besteht, wie dies Fig. 71 zeigt.

Die terrestrischen Okulare haben eine verhältnismäßig große Länge und zwar sind sie um so länger, je schwächer ihre Brennweite ist. Bei den Fraunhoferschen Konstruktionen beträgt die Länge etwa das Zehnfache der Brennweite. Wenn auch in neuerer Zeit terrestrische Okulare von kürzerer Bauart und gleichwertiger optischer Leistung, insbesondere in den Werkstätten von Merz, Steinheil und Voigtländer u. Sohn hergestellt sind, so sind doch für Fernrohre zum Handgebrauch, wo es auf möglichste Kürze ankommt, diese Okulare zum großen Teil durch die Prismenumkehrsysteme verdrängt. In der Fig. 71 bilden die beiden auf der linken Seite angeordneten plankonvexen Linsen das Umkehrsystem, während die beiden auf der rechten Seite befindlichen Linsen im wesentlichen ein Huyghensches Okular darstellen. Vgl. auch die Paragraphen über Zielfernrohre.

85. Prismenfernrohr. Allgemeines.

Ein Planspiegel in der gewöhnlichen Lage vertauscht bekanntlich die rechte und linke Seite des Objektes. Wenn man das so umgedrehte Bild noch einer Spiegelung an einem zweiten Planspiegel unterwirft, der so aufgestellt ist, daß er „oben“ und „unten“ vertauscht, so hat man die Wirkung des Umkehrsystems eines terrestrischen Okulars. Aus technischen Gründen werden als spiegelnde Elemente die Flächen von Prismen, insbesondere totalreflektierender Prismen benutzt. Die moderne Fernrohrtechnik und der Ausbau der optischen Distanzmesser haben eine große Anzahl von Prismenkombinationen entstehen lassen, bei deren Konstruktion vorgeschriebene Richtungen des eintretenden und austretenden Lichtes, Seiten- und Höhenvertauschungen des Bildes, sowie platzökonomische Gesichtspunkte maßgebend waren.

Stellt man die Bedingung, daß der in das Instrument eintretende Achsenstrahl sich selbst parallel austritt, so gibt es eine ganze Reihe von Lösungen, von denen wir die wichtigsten im folgenden angeben.

86. Die Porroprismen.

Bei den Porroprismensystemen (so genannt nach dem ersten Entdecker Porro, einem französischen Ingenieur) unterscheidet man zwei Arten.

Das Porrosystem erster Art ist in Fig. 72 dargestellt. Es besteht aus zwei gewöhnlichen gleichschenkelig-rechtwinkligen Prismen, deren Hypotenusenflächen Rechtecke bilden mit dem Seitenverhältnis 1 : 2 und die mit diesen Hypotenusenflächen in gekreuzter Lage aneinandergelagert sind. Der eintretende Strahl a' wird zunächst von den beiden Katheten I und II des ersten und alsdann von den Katheten III und IV des zweiten Prismas total reflektiert, um alsdann sich selbst parallel als Strahl a^4 auszutreten. Zwischen Objektiv und Okular eines astronomischen Fernrohres gebracht, wirkt dieses System wie ein Linsenumkehrsystem.

Das Porrosystem zweiter Art ist durch Fig. 73 und Fig. 76 dargestellt. Es besteht aus zwei kongruenten in entgegengesetzter Lage zueinander angeordneten Tetraedern (sog. Sphenoiden), die in Fig. 73 verkittet, in Fig. 76 getrennt gezeichnet sind. Der eintretende Strahl a' wird zunächst an der Fläche I und II des ersten und alsdann an den Flächen III und IV des zweiten Sphenoids total reflektiert, um als Strahl a^4 sich selbst parallel auszutreten. Die Wirkung ist identisch mit der des Porrosystems erster Art.

Aus den beiden Arten der Porrosysteme lassen sich für besondere

Zwecke neue Formen ableiten. So zeigen die Figuren 74 und 75 die Abtrennung je eines rechtwinklig-totalreflektierenden Prismas von dem Porroprisma erster und zweiter Art. Die spiegelnden Flächen I und II können in der Richtung der Normalen zur Trennungsfläche beliebig weit entfernt werden. Ersichtlich können derartige Anordnungen dazu dienen,

Fig. 72.

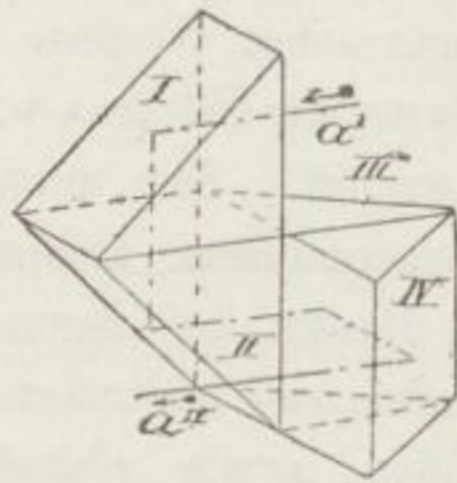


Fig. 73.

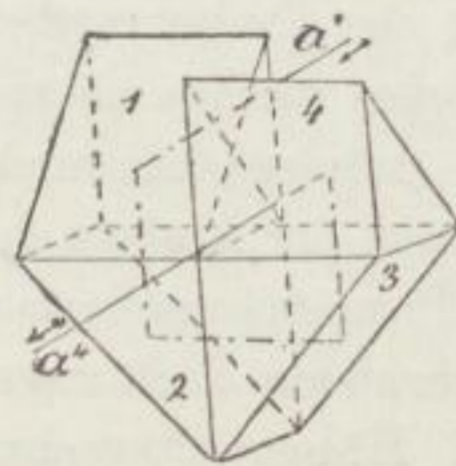


Fig. 74.

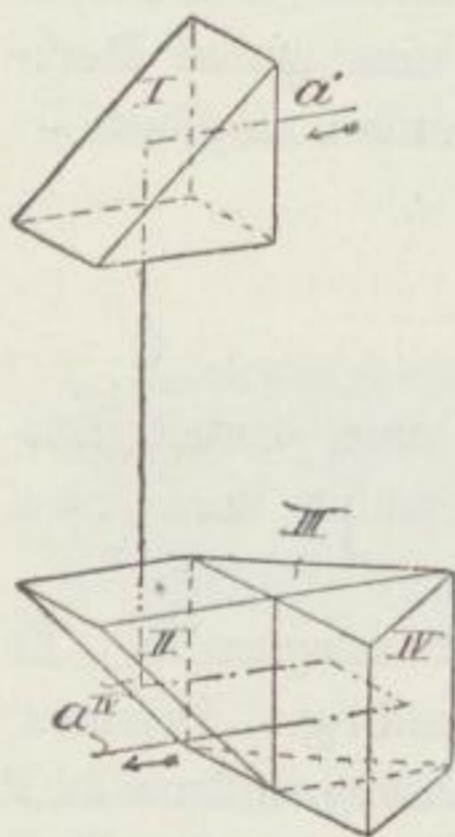


Fig. 75

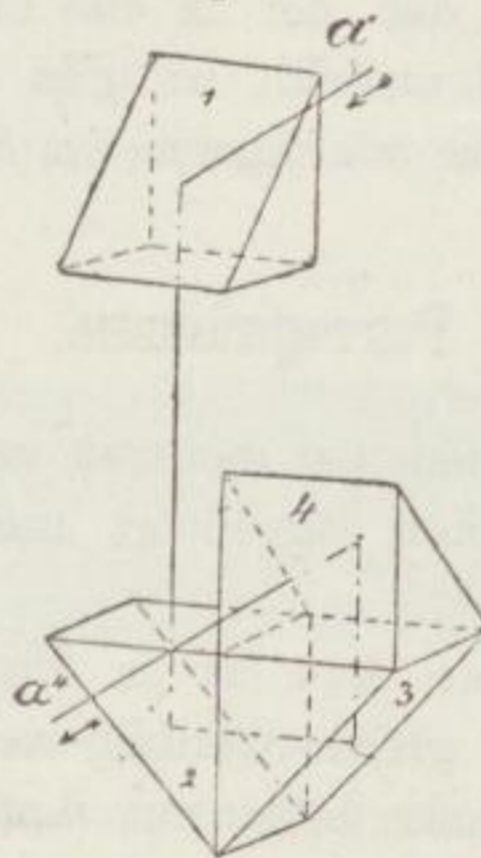
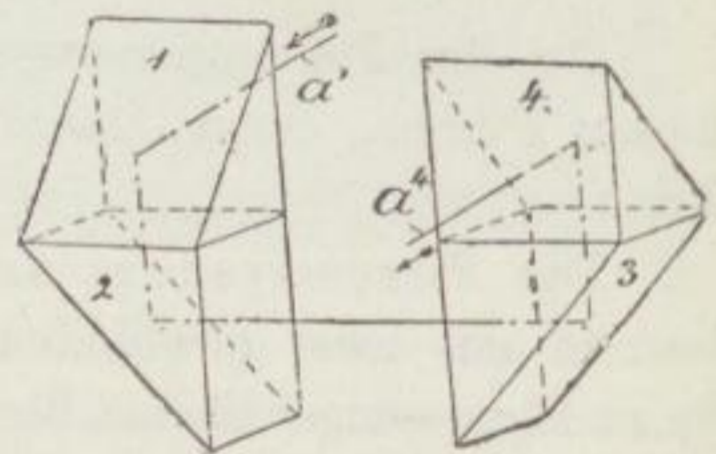


Fig. 76.



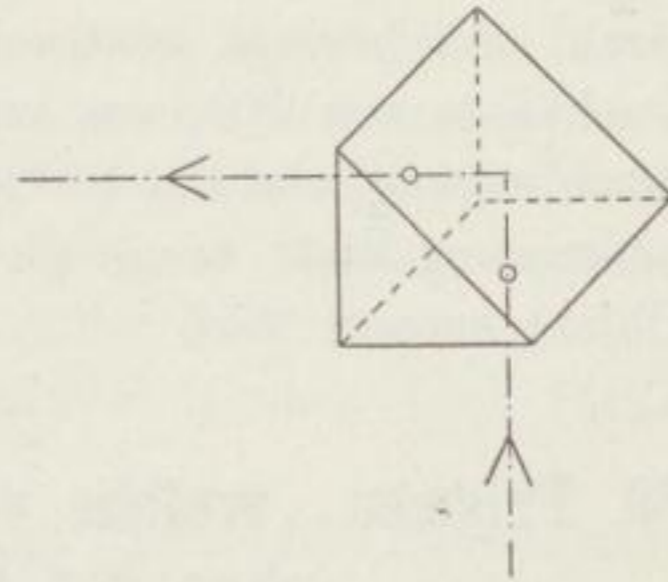
das Objektiv höher zu legen als das Okular, wodurch Fernrohre geschaffen werden, mit denen man über eine Deckung hinwegvisieren kann. Fig. 76 zeigt die Trennung der beiden Sphenoide des Porrosystems zweiter Art, wodurch z. B. eine Seitenverschiebung des Objektivs dem Okular gegenüber erzielt werden kann. (Vgl.: Ueber neue Arten von Fernrohren, insbesondere zum Handgebrauch. Vortrag, gehalten von S. Czapski, 1895.)

87. Optische Prismen im allgemeinen.

Die moderne Optik hat eine ganze Reihe von Glaskörpern mit reflektierenden Flächen erzeugt; dabei wird in den meisten Fällen totale Reflexion benutzt; doch findet sich auch die Verwendung von versilberten Flächen. Je nach dem verschiedenen Verwendungszweck kehren diese Körper das optische Bild um, führen eine Seitenvertauschung herbei,

knicken den Strahlengang usw. Eine Anzahl der wichtigsten derartigen Körper sind beifolgend dargestellt. Derartige Körper bezeichnet man schlechthin als optische Prismen. In den Fig. 77 bis 87 ist ein Hauptstrahl durch einen Pfeil angedeutet; die kleinen Kreise stellen die Ein- und Austrittsstellen dieses Strahles dar. Häufig werden dabei zwei aufeinander folgende Spiegelungen angewandt, bei denen die Einfall- resp. Reflexionsebenen einen Winkel, und zwar meist einen solchen von 90° miteinander bilden. Ein solches Spiegelpaar wird wegen seiner dachartigen Gestalt als Dachkante bezeichnet.

Fig. 77.



88. Das Aufrichteprisma, das Pentagonprisma und das Amicische Prisma.

Fig. 77 zeigt das gewöhnliche, total reflektierende, rechtwinklige Prisma, wobei die Reflexion an der Hypotenuse stattfindet und der Hauptstrahl die Katheten senkrecht durchschneidet, während bei dem sog. Aufrichteprisma (Fig. 78) der Hauptstrahl an der geneigten Ein- und

Fig. 78.

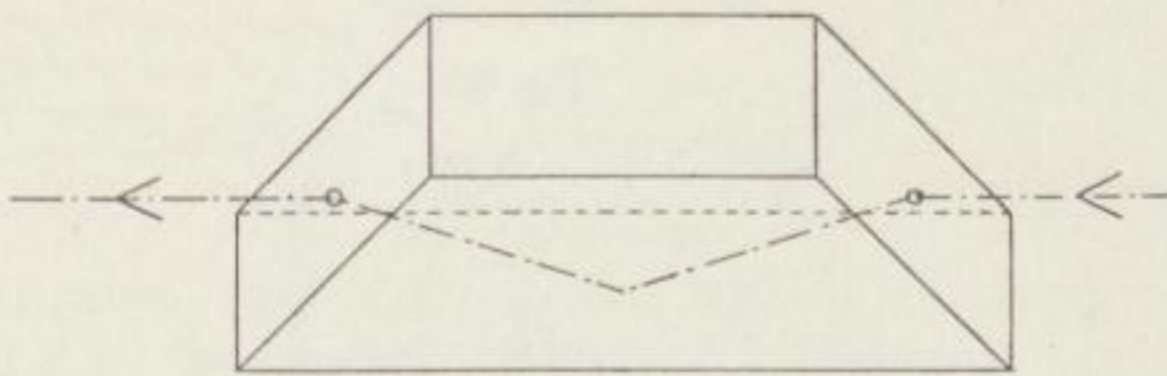


Fig. 79.

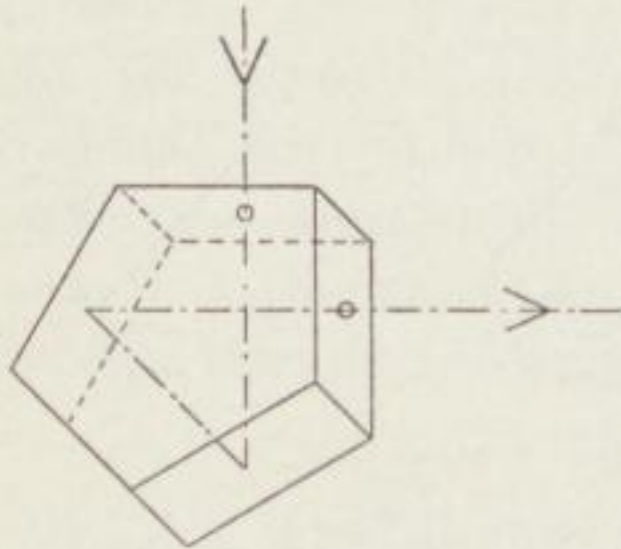
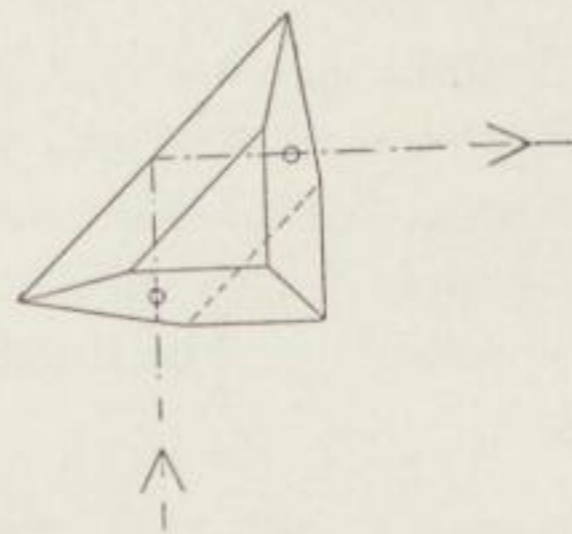


Fig. 80.



Austrittsfläche gebrochen wird. Das letztere Prisma erzeugt Seitenvertauschung bei gerader Durchsicht. Das sog. Pentagonprisma (Prandlprisma), das durch Fig. 79 dargestellt ist, knickt den Strahlengang, ohne Seitenvertauschung der Bilder herbeizuführen.

Das Amicische Prisma (Fig. 80) ist ein Tetraeder. Der Hauptstrahl durchdringt senkrecht die Vorderfläche, passiert alsdann eine Dachkante von 90° , um senkrecht zur letzten Fläche auszutreten. Der Strahlengang wird um 90° geknickt und es findet eine vollständige Bildumkehrung statt, sowie sie durch eine Sammellinse von einem entfernten Objekt erzeugt wird.

89. Prismen, welche vollständige Bildumkehrung erzeugen, ohne den Strahlengang zu knicken.

(Abbe, Sprenger, Daubresse, [Hensoldt], Dove, Wirth.)

Die nachfolgend dargestellten Prismenkörper erzeugen sämtlich vollständige Bildumkehrung. Dabei ist der eintretende Hauptstrahl dem austretenden parallel oder beide fallen sogar in dieselbe Gerade.

Fig. 81.

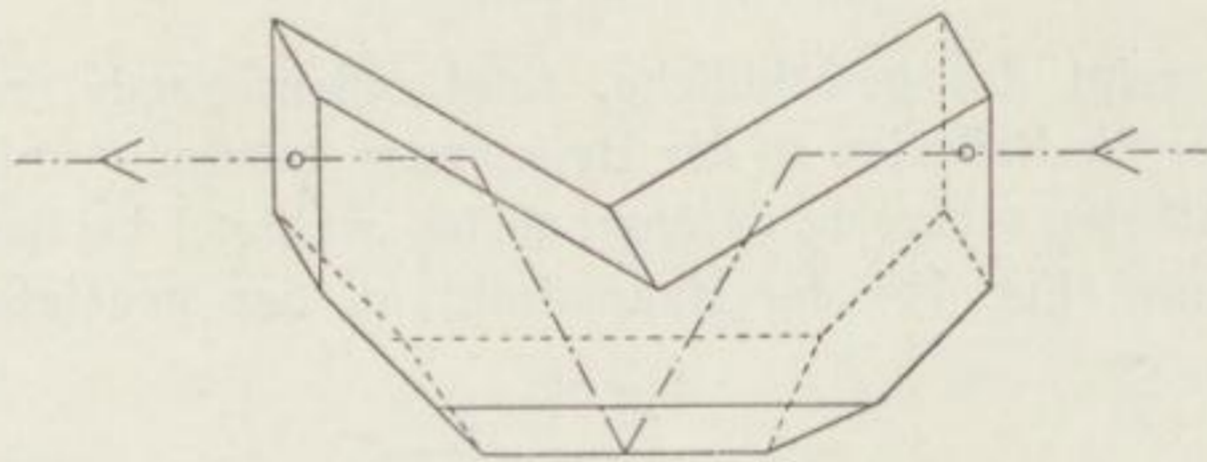


Fig. 83.

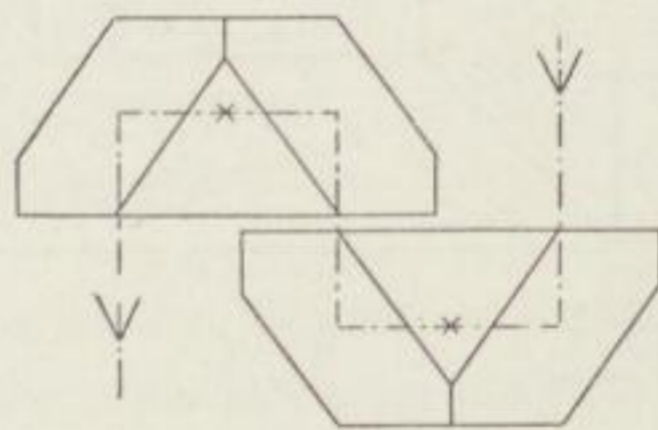


Fig. 82.

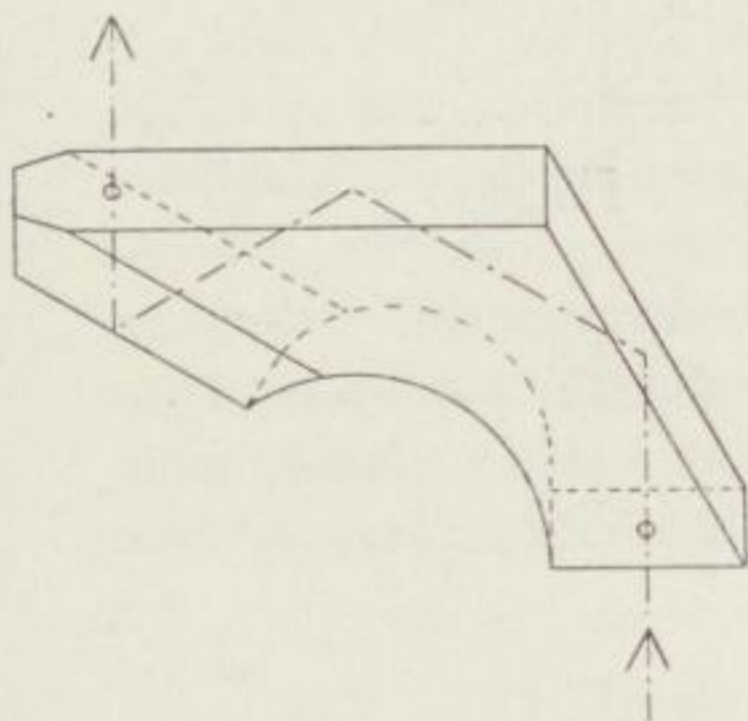


Fig. 84.

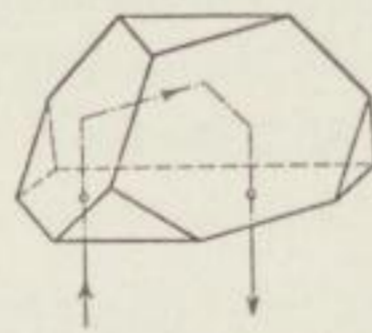


Fig. 85.

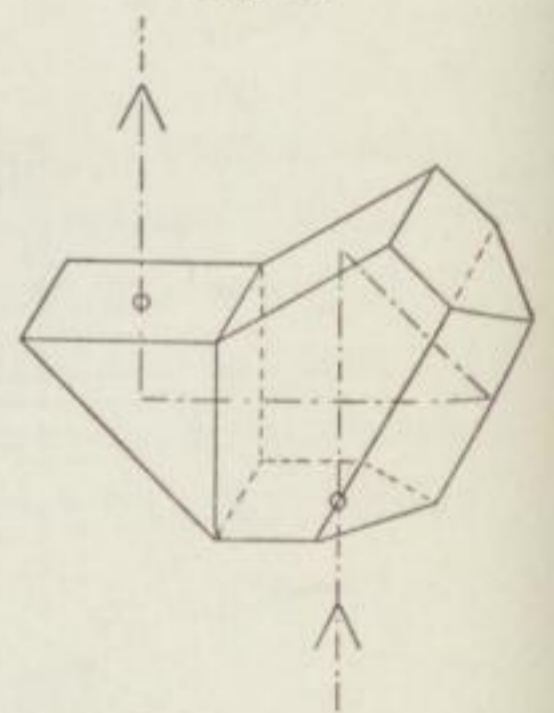


Fig. 81 stellt das Abbesche Prisma dar; die Dachkante befindet sich unten. Ein- und austretender Hauptstrahl fallen in dieselbe Gerade. Bei dem Sprengerschen Prisma (Fig. 82) befindet sich die Dachkante links oben. Ebenso wie bei den durch Fig. 83 bis 85 dargestellten Formen findet eine Parallelverschiebung des Hauptstrahles statt. Die

Prismen von Daubresse, Fig. 83, wirken ganz ähnlich wie ein Porroprismensystem erster Art, dem sie auch in der äußeren Form etwas ähneln. Der genauere Strahlengang in einem solcher Prismen ist durch Fig. 84 dargestellt. Die Prismen von Daubresse haben die bemerkenswerte Eigenschaft, daß man die Prismen beliebig zueinander verdrehen kann, ohne daß ihre optische Wirkung darunter leidet, wenn nur die einander zugewandten Flächen einander parallel bleiben (vgl. D.R.P. Nr. 104149).

Ferner ist noch durch Fig. 85 das sog. Hensoldt-(Huet-)Prisma dargestellt, das man sich aus einem Pentagonprisma hervorgegangen denken kann, dem auf der einen Seite (in der Figur rechts) eine Dachkante angeschliffen ist, während auf der anderen ein total reflektierendes rechtwinkliges Prisma angefügt ist.

90. Das Prisma von Wirth und Dove.

Der Vollständigkeit halber stellen wir durch die Fig. 86 und 87 noch zwei weitere Prismen dar, die bei Fernrohrkonstruktionen allerdings bisher wohl kaum Verwendung gefunden haben. Fig. 86 stellt ein geradsichtiges Amicoprisma dar, wie es im D.R.P. Nr. 85971 be-

Fig. 86.

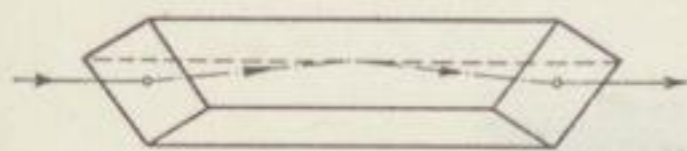
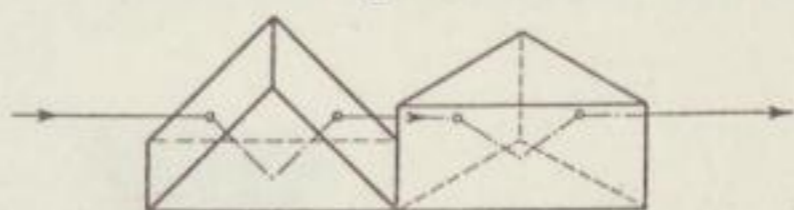


Fig. 87.



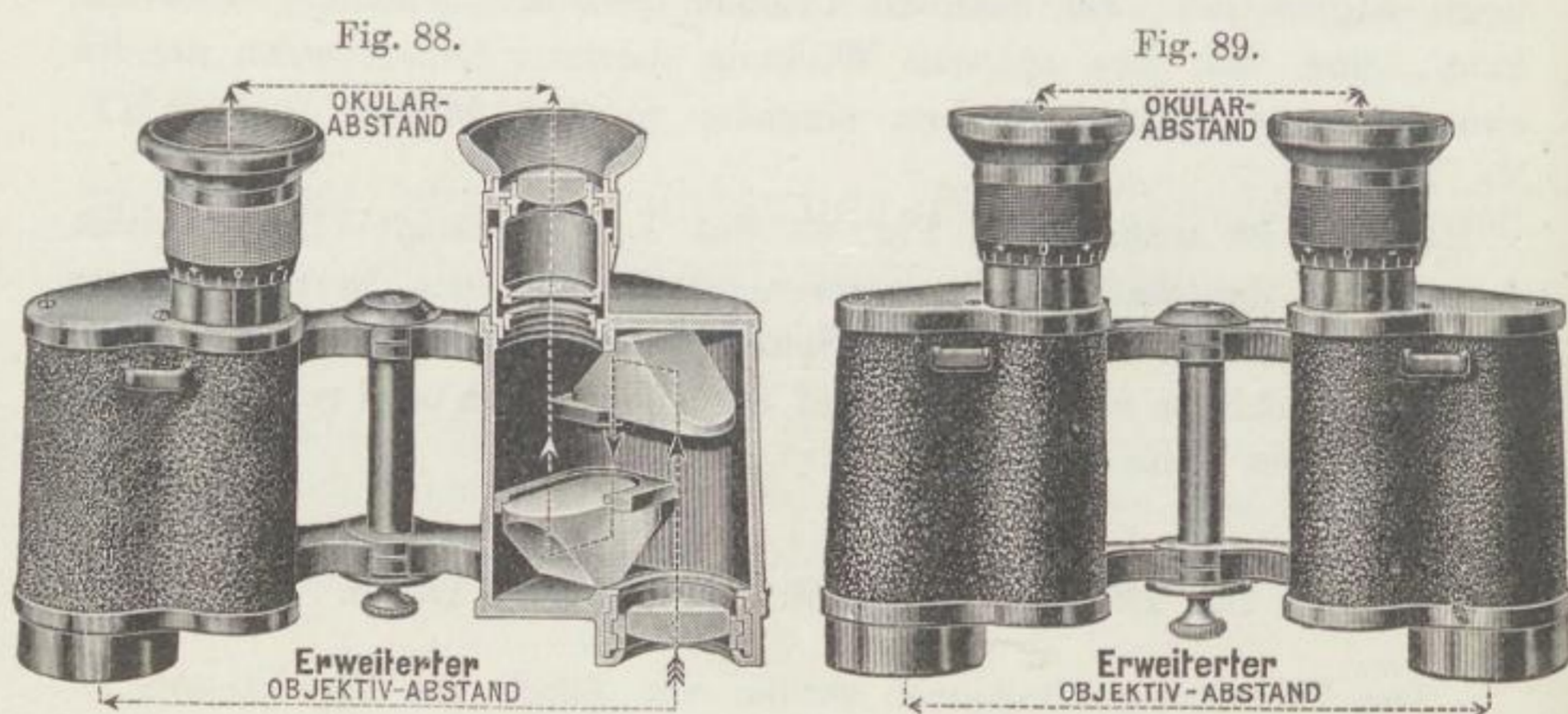
schrieben ist; man wird das letztere wohl am besten nach dem Inhaber des D.R.P. Nr. 85971 „Wirthsches Prisma“ nennen; dasselbe gibt völlige Bildaufrichtung, kann also direkt wie ein Porroprisma verwendet werden.

Auch der durch Fig. 87 dargestellte Prismensatz liefert völlige Bildaufrichtung wie ein Porrosystem; dieser Prismensatz war bisher unter dem Namen Dovesches Prisma bekannt, doch findet man in dem Werk von M. v. Rohr, „Die binokularen Instrumente“, auf S. 61 die Bezeichnung „Harting-Dovesches Reversionsprisma“.

91. Die Ausführungsformen der Prismenfernrohre.

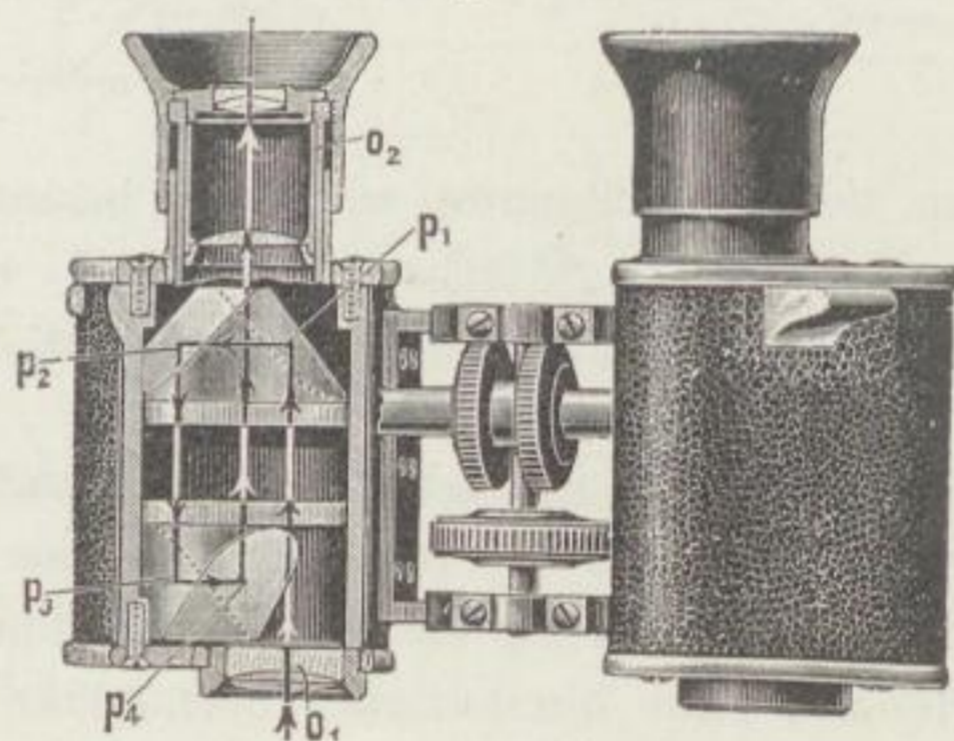
Nachdem die von Porro und anderen konstruierten Prismenfernrohre in Vergessenheit geraten waren, sind sie von Abbe neu entdeckt. Ihm und der Werkstätte von Karl Zeiß in Jena kommt das Verdienst der Neubelebung dieser wichtigen Fernrohrkonstruktion zu. In neuerer

Zeit werden derartige Instrumente außer von Zeiß auch von anderen deutschen Werkstätten, wie C. P. Goerz, Voigtlaender & Sohn, Busch, Hensoldt, Schütz, Leitz usw. und auch von ausländischen Werkstätten hergestellt. Die Firmen Zeiß, Goerz, Voigtlaender



und Busch verwenden wenigstens für die gewöhnlichen Feldstecher das Porrosystem erster Art. Die Fabrikate unterscheiden sich in der mechanischen Anordnung der Teile nicht wesentlich. Die Firma Zeiß bevorzugt die Separateinstellung der Okulare, während man bei den Fabri-

Fig. 90.



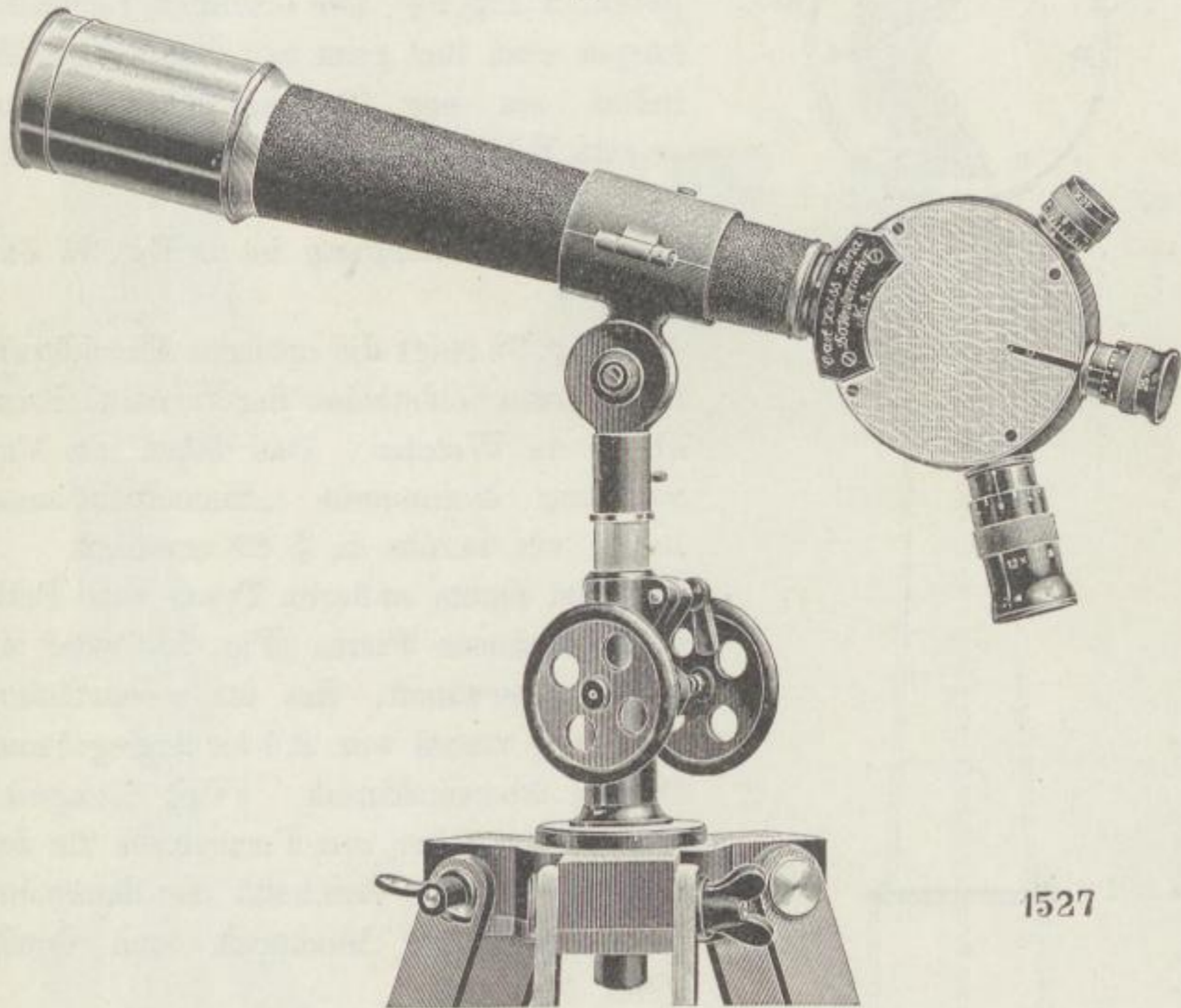
katen der anderen Werkstätten meist die Anordnung eines auf beide Okulare gleichzeitig einwirkenden Mitteltriebes findet.

Die Fig. 88, 89 stellen Krimstecher aus den Werkstätten von Zeiß und die Fig. 90 einen solchen aus den Werkstätten von Goerz dar.

Als Dosenfernrohr bezeichnet man Fernrohre der Firma Zeiß, bei denen der bildaufrichtende Prismenkörper in einem dosenartigen Gehäuse eingeschlossen ist (Fig. 91).

Es sind drei Okulare mit verschiedenen Vergrößerungen vorgesehen, die durch Drehung nacheinander in den Strahlengang eingeschaltet werden können. Derartige Fernrohre sind besonders für den Beobachtungsdienst im Heer und in der Marine sowie als Aussichtsfernrohre geeignet. Der Achsenstrahl tritt ohne Ablenkung aus dem Okular, wodurch das Richten

Fig. 91.



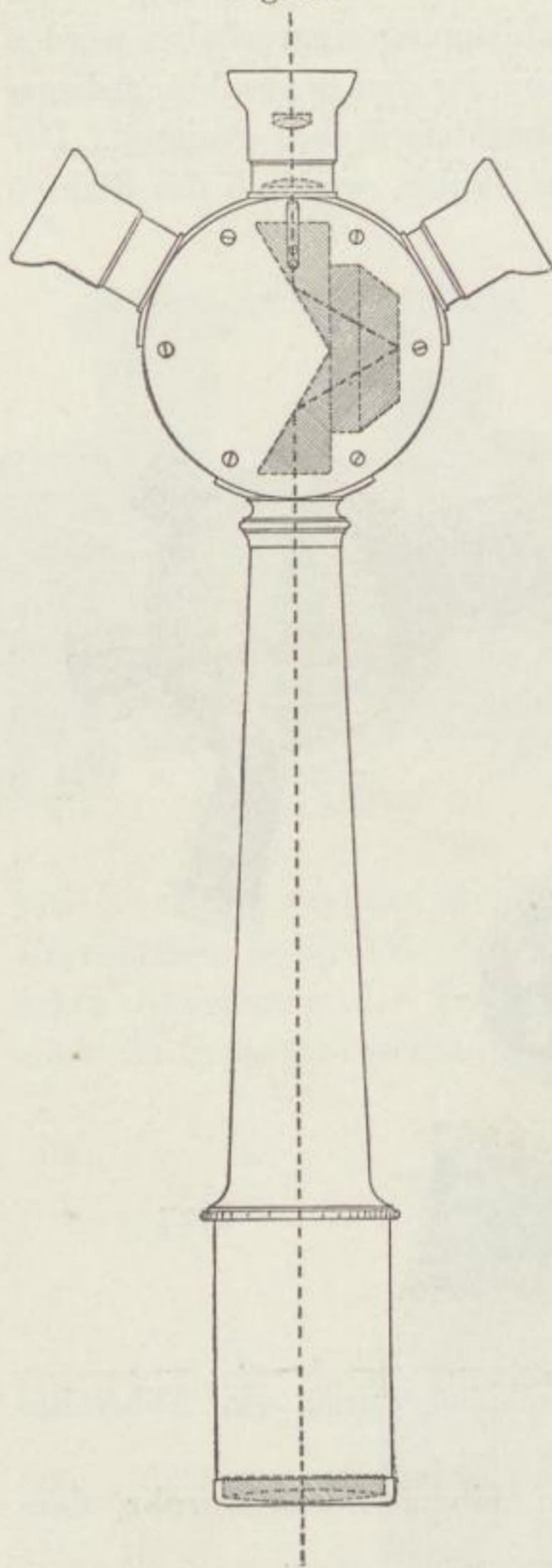
erleichtert wird. Die Bildaufrichtung geschieht durch ein Abbesches Prisma (vgl. § 89).

In Fig. 92 ist der Strahlengang in einem Dosenfernrohr dargestellt.

Andere Fernrohrtypen der Firma Zeiß dienen dem Zwecke einer Steigerung der Plastik. Wie wir weiter unten (§ 105) sehen werden, wächst der plastische Eindruck beim Gebrauch von Doppelfernrohren mit der Steigerung des Abstandes der beiden Objektive. Von diesen Gesichtspunkten aus ist das Zeißsche Reliefscherenfernrohr konstruiert, das in Fig. 93 mit gestreckten Schenkeln und in Fig. 94 mit aufgerichteten Schenkeln dargestellt ist. Im letzteren Falle kann es dazu dienen, über eine Deckung hinwegzusehen.

Fig. 95 stellt den Strahlengang in einem Reliefscherenfernrohr dar.

Fig. 92.



Feldstecher, bei denen die Objektive zwecks Steigerung der plastischen Wirkung weiter voneinander entfernt sind, als dies bei den gewöhnlichen Prismen- gläsern der Fall ist, werden von der Firma Zeiß als „Teleplaste“ in den Handel gebracht (Fig. 96). Die einzelnen Fernrohrkörper sind fast ganz mit Glas ausgefüllt, indem ein sog. Sprengersches Prisma zwecks Bildaufrichtung Verwendung findet (vgl. § 89).

Der Strahlengang ist in Fig. 97 dargestellt.

Fig. 98 zeigt die optische Einrichtung der Prismenfeldstecher der Firma C. Hensoldt in Wetzlar. Das dabei zur Verwendung kommende „Hensoldtprisma“ haben wir bereits in § 89 erwähnt.

Bei einem anderen Typus von Feldstechern dieser Firma (Fig. 99) wird ein Prisma verwandt, das im wesentlichen mit dem zuerst von Abbe angegebenen Prisma übereinstimmt. (Vgl. Czapski, Ueber neue Arten von Fernrohren für den Handgebrauch. Vereinsbl. der deutschen Gesellschaft für Mechanik und Optik, 1895, Nr. 10.)

Bei den Prismenfernrohren der optischen Werkstätte Karl Schütz & Co. in Kassel findet ein Prismensystem Verwendung, das im wesentlichen der zweiten Form des Porrosystems entspricht.

Fig. 100 zeigt den Strahlengang im linken Tubus. Das rechte Fernrohr erscheint (wie etwa zum Zwecke der Reinigung) auseinandergenommen.

Fig. 93.

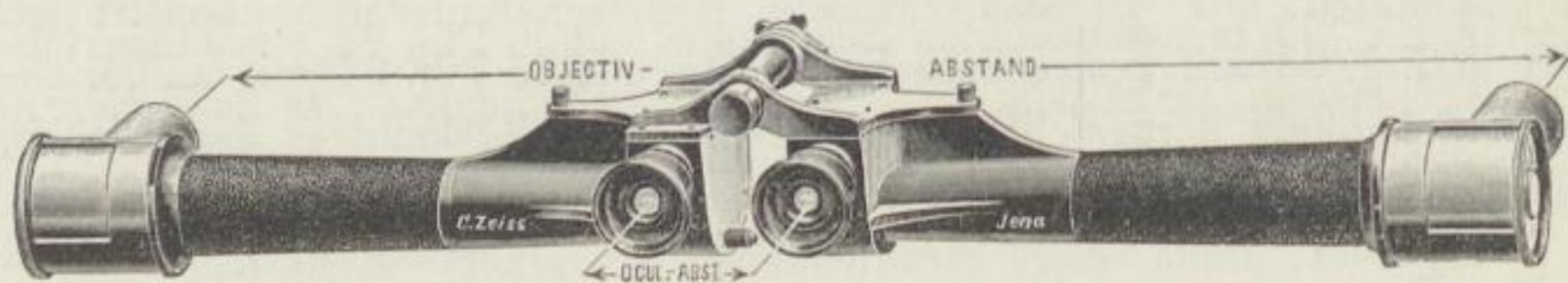


Fig. 94.

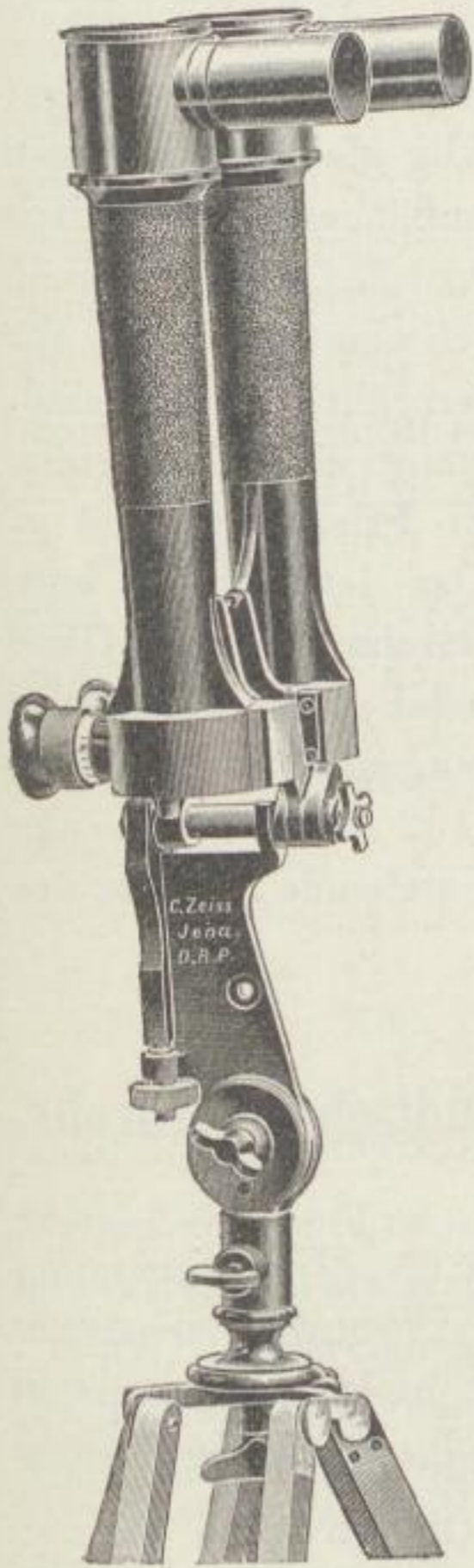


Fig. 95.

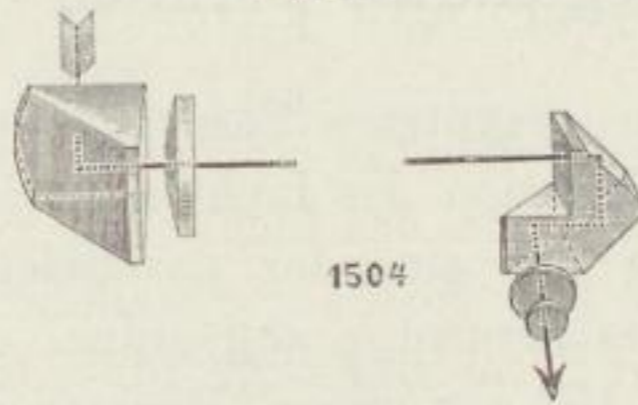


Fig. 96.

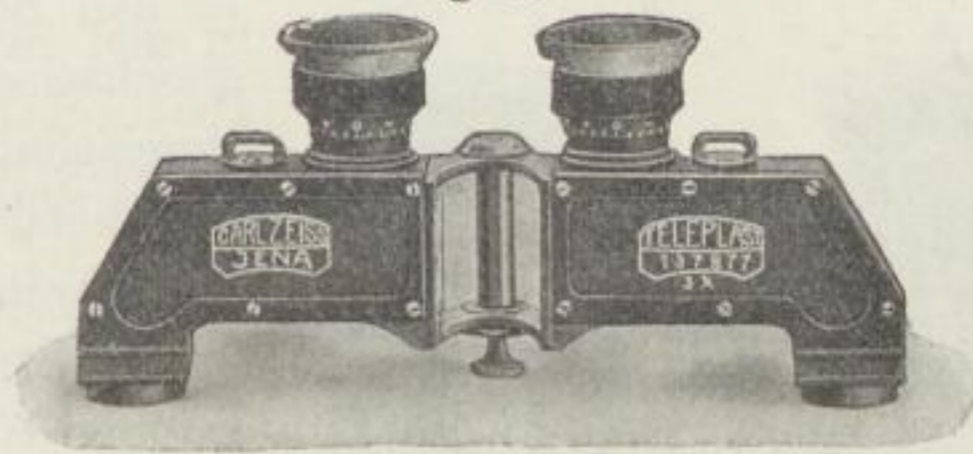


Fig. 97.

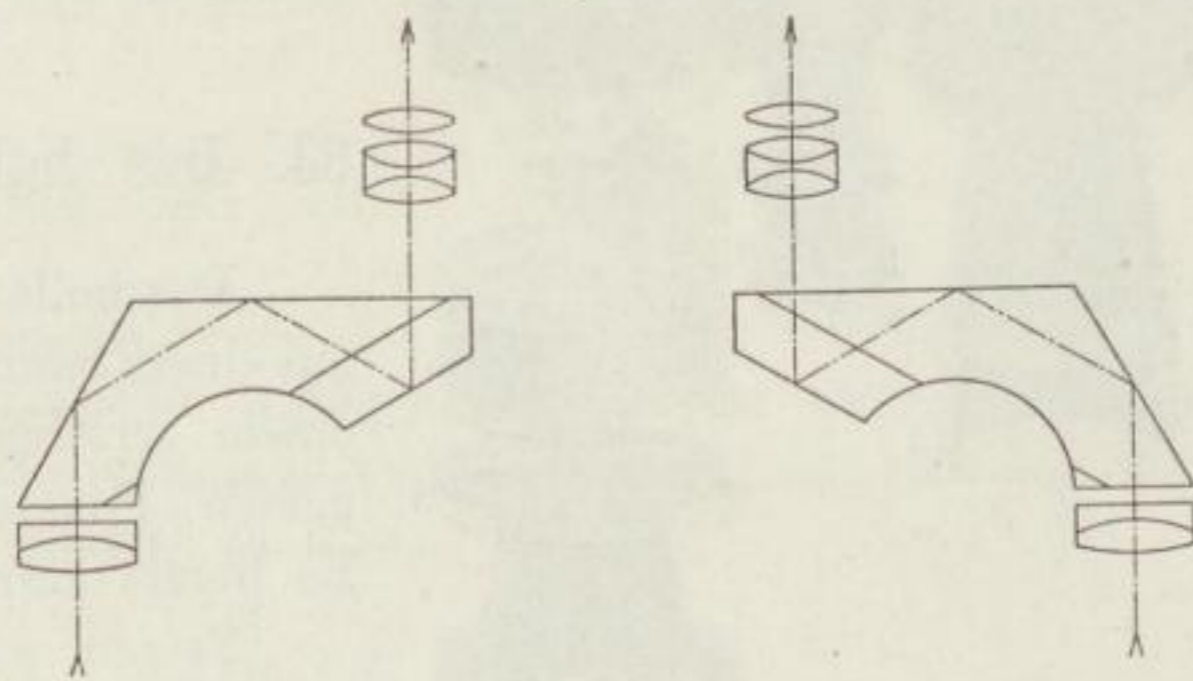


Fig. 99.

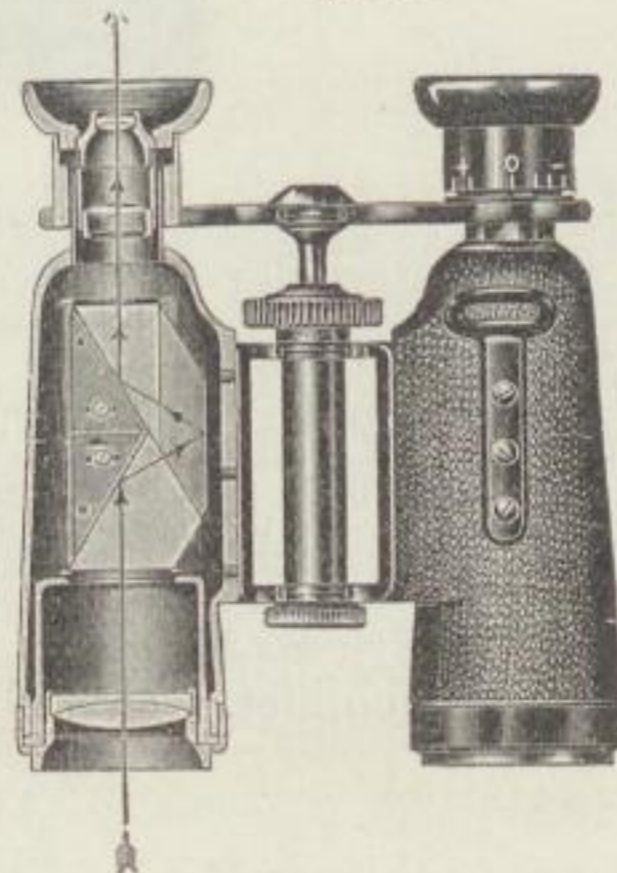
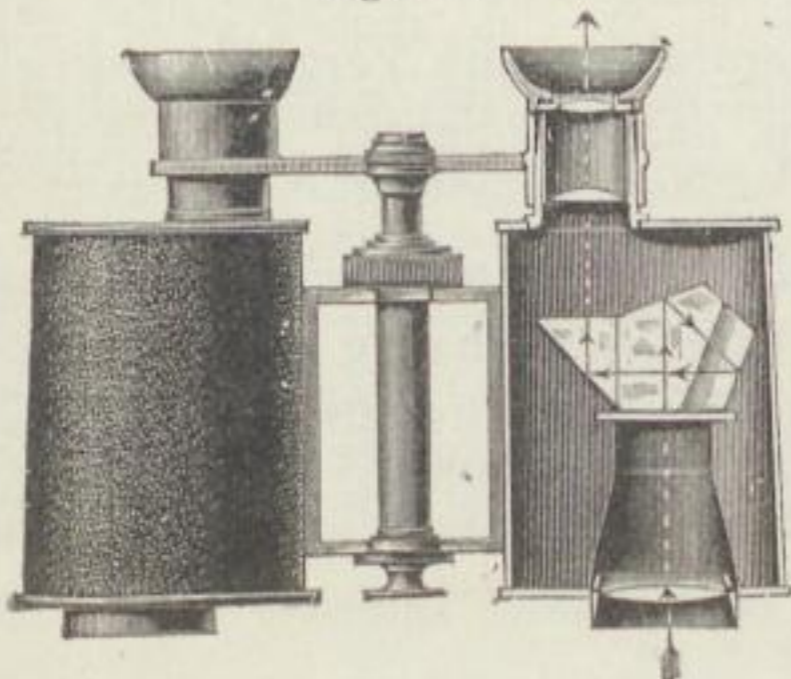


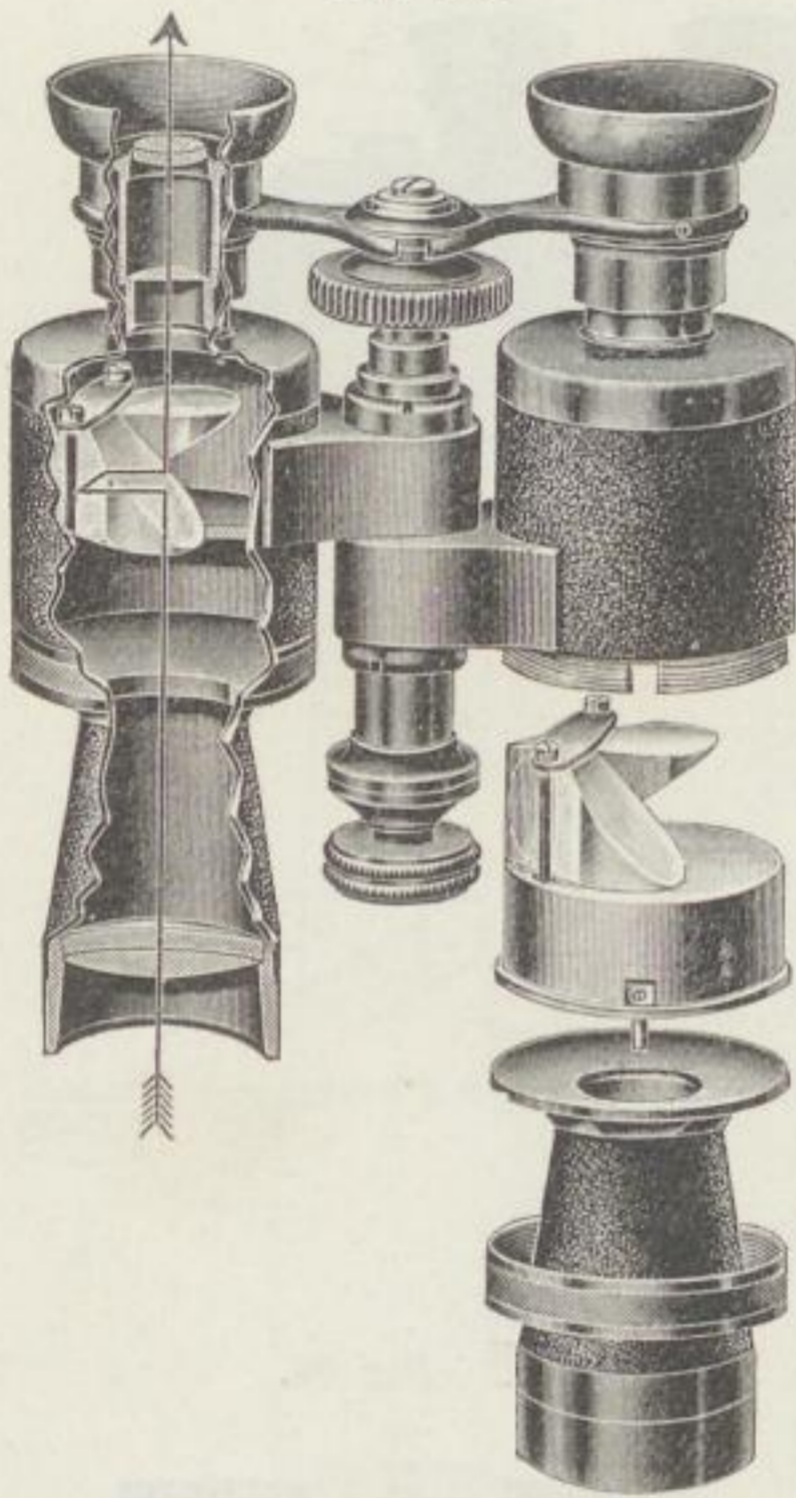
Fig. 98.



92. Das abgekürzte Fernrohr von E. Busch in Rathenow.

Bei dem verkürzten Fernrohr von Emil Busch in Rathenow geschieht die Reflexion des Lichtes an zwei rechtwinklig gleichschenkeligen Prismen, die mit einander parallelen Hypotenusenflächen symmetrisch zur Achse des Fernrohrs angeordnet sind. Das Fernrohr besteht gemäß Fig. 101 und 102 aus einem Objektiv a und einem Okular b, wie sie für astronomische Fernrohre üblich sind.

Fig. 100.



In den Strahlengang sind die beiden gleichschenkeligen Prismen p_1 und p_2 eingeschaltet. Das letztere ist entsprechend dem Durchmesser des Okulars durchbohrt oder auf andere Weise für den Strahlengang geeignet gemacht. Die Fig. 101 und 102 stellen zwei senkrecht aufeinander stehende Schnitte des Fernrohrs dar.

93. Das holländische Fernrohr.

Das holländische Fernrohr besteht aus einem Sammelsystem (Objektiv) und einem zerstreuen System (Okular), dessen Fokalebene zusammenfallen. Es liefert aufrechte Bilder (Fig. 103).

Setzen wir Objektiv und Okular als dünne Linsen voraus mit den Scheiteln S_1 und S_2 , während F den gemeinsamen Fokus darstellt, so ist die Länge des Instrumentes gleich

$l = f_1 - f_2$, während, wie bei allen Fernrohren, die Vergrößerung gleich dem Quotienten der Brennweiten resp. dem Quotienten aus den Radien der E.P. und A.P. ist.

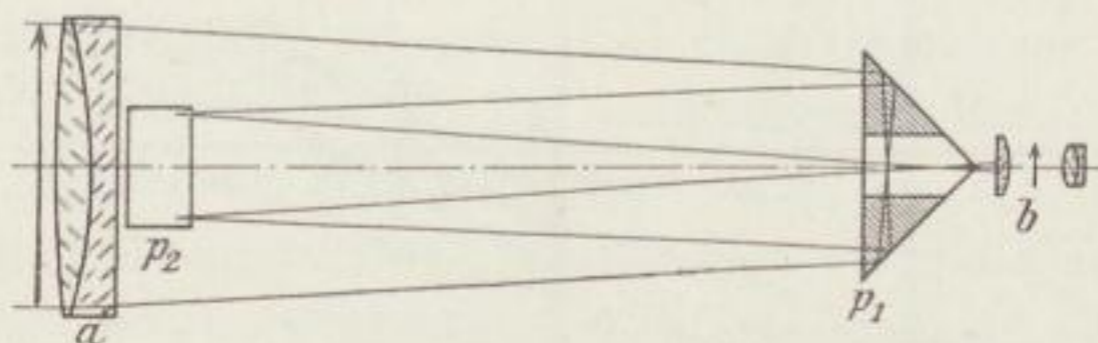
Ueber den Ort der E.P. und A.P. kann man verschiedener Ansicht sein. Wenn man das holländische ohne Beziehung auf das menschliche Auge betrachtet, so kann man das Objektiv als E.P. auffassen, und erhält die Lage der A.P., wenn man in Fig. 103 den Scheitel S_1 durch das Okular abbildet. Man findet:

$$\frac{1}{l} + \frac{1}{x} = -\frac{1}{f_2},$$

wenn x die Entfernung der A.P. von S_2 bedeutet. Aus der letzten Gleichung folgt:

$$x = - \frac{l \cdot f_2}{l + f_2} = - \frac{f_2 \cdot (f_1 - f_2)}{f_1} = - \frac{l}{v}.$$

Fig. 101.



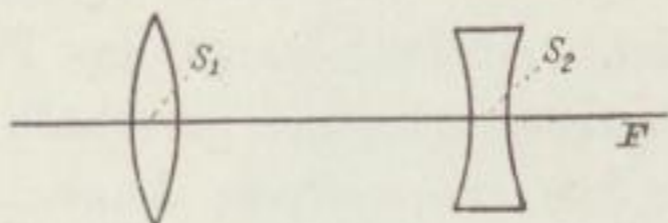
Das negative Vorzeichen drückt aus, daß die A.P. links von S_2 liegt, also virtuell ist. Die E.P. des menschlichen Auges resp. der Drehpunkt des letzteren kann also nicht mit der A.P. des Instrumentes zum Zu-

Fig. 102.



sammenfallen gebracht werden, wie dies beim astronomischen und terrestrischen Fernrohr geschieht. Infolgedessen ist das Gesichtsfeld ein beschränktes, indem das betrachtende Auge gezwungen ist, eine Auswahl unter den austretenden Bündeln zu treffen.

Fig. 103.

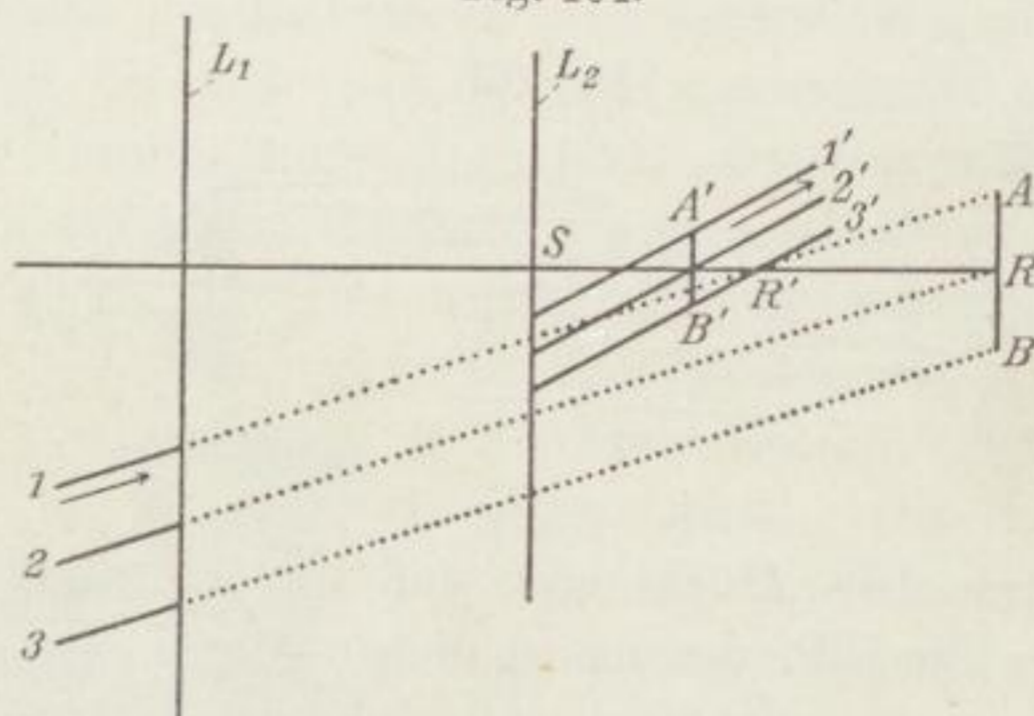


Einen besseren Ueberblick über den Strahlenverlauf erhält man, wenn man die Kombination Auge und holländisches Fernrohr betrachtet.

In Fig. 104 seien L_1 das Objektiv und L_2 das negative Okular. Beide sind der Uebersichtlichkeit wegen nur durch achsensenkrechte Strecken angedeutet. $A'R'B'$ stelle die E.P. des Auges dar mit dem Mittelpunkt R' . Bildet man nun $A'R'B'$ nach links hin durch das ganze Fernrohrsystem ab, so erhält man das virtuelle Bild ARB , welches als E.P. des Systems funktioniert. Das einfallende und die E.P. des Systems füllende Bündel mit den Strahlen 1, 2, 3 geht durch die A.P. des Systems mit den Strahlen 1', 2', 3'. Man erkennt aus dieser Dar-

stellung, daß die die Abbildung wirklich vermittelnden Bündel ganz verschiedene Stellen des Objektivs und Okulars durchdringen und daß R' der wirkliche Kreuzungspunkt der Hauptstrahlen ist. Für die Korrektion

Fig. 104.



der seitlichen Bündel, insbesondere auf Astigmatismus und Chromasie, wählt man im Mittel $SR' = 3 \text{ cm}$, wo S der Scheitel des Okulars ist, was der Lage des Augendrehpunktes entspricht.

94. Die Helligkeit der Fernrohre.

Die Helligkeit H der Fernrohre ist nach der Gleichung (13) des § 73

$$H = \frac{\rho'^2}{\rho_a^2} \cdot H_0 \dots \dots \dots (11)$$

zu beurteilen, wo H_0 die Helligkeit mit bloßem Auge, ρ' der Radius der A.P. des Instrumentes und ρ_a der Radius der E.P. des Auges ist. Mit wachsendem ρ' nimmt für ein konstantes ρ_a und H_0 die Helligkeit zu, bis $\rho' = \rho_a$ geworden ist. Alsdann zeigt das Fernrohr, abgesehen von Reflexions- und Absorptionsverlusten, innerhalb des optischen Systems dieselbe Helligkeit wie das unbewaffnete Auge. In diesem Falle ist die Augenpupille ganz mit Strahlen erfüllt. Eine weitere Vergrößerung von ρ' hat keinen Zweck, da eine Steigerung der Helligkeit nicht eintritt. Nun ist aber ρ_a selbst eine veränderliche Größe, denn die Pupille des Auges erweitert sich im Dunkeln. Hat z. B. ρ_a bei gewöhnlicher Tagesbeleuchtung den Wert 1,5 mm, so zeigen alle Fernrohre mit einer A.P. von 3 mm Durchmesser oder darüber normale Helligkeit. Hat das Auge z. B. in der Dämmerung einen Durchmesser von 7 mm, so zeigen nur noch diejenigen Fernrohre normale Helligkeit, deren A.P. einen Durchmesser von 7 mm hat. Die modernen Prismenfernrohre insbesondere für den Handgebrauch haben meist eine A.P. von 3–5 mm Durchmesser, während die holländischen Fernrohre (Operngläser) meist einen solchen

von 7 mm und mehr haben. Die letzteren kann man von diesem Gesichtspunkt aus also als „Nachtgläser“ bezeichnen.

Aufgabe 100: In der Nacht möge ein Auge eine Pupille vom Radius $\rho_a = 4$ mm haben. Ein Prismenfernrohr von 5facher Vergrößerung und $\rho' = 1,5$ mm und ein holländisches Fernrohr von $\rho' = 5$ mm und ebenfalls 5facher Vergrößerung werden miteinander verglichen. Wie verhalten sich ihre Helligkeiten und wie groß sind ihre Objektive?

Lösung: Die wirksame A.P. des holländischen Fernrohrs hat 4 mm Radius. Nach Gleichung (11) verhalten sich die Helligkeiten zweier Fernrohre unter den obwaltenden Umständen wie die Quadrate der Radien der wirksamen Eintrittspupillen, d. h. wie $1,5^2 : 4^2$ oder wie $1 : 6,4$. Das holländische Fernrohr hat also eine 6,4mal so große Helligkeit wie das Prismenfernrohr. Die Objektivöffnung 2ρ der ersteren beträgt nach der bekannten Beziehung $\rho = \rho' \cdot v$ 15 mm, die des zweiten 50 mm.

*Truen
Zehle*

95. Das Gesichtsfeld der Fernrohre.

Bei einem einfachen aus zwei Linsen bestehendem astronomischen Fernrohr geschieht, wie wir in § 80 gesehen haben, die Begrenzung des Gesichtsfeldes im allgemeinen durch den Rand der Augenlinse. Bei Anwendung eines zusammengesetzten astronomischen oder terrestrischen Okulars findet die Begrenzung in der Regel durch eine im Okular vor-

Fig. 105.



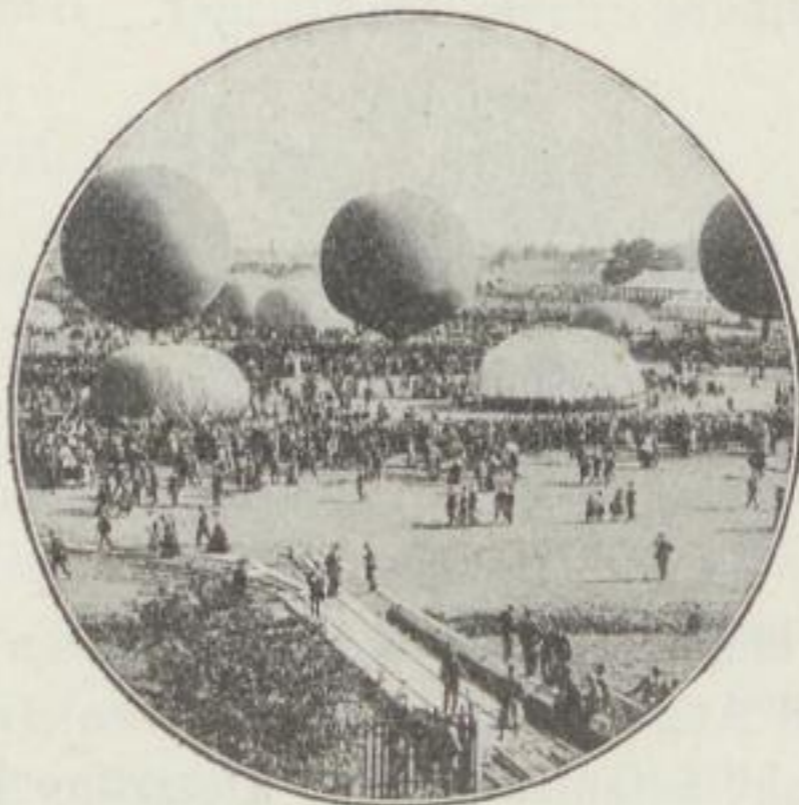
Anblick mit unbewaffnetem Auge.

Fig. 106.



Gesichtsfeld eines holländischen Fernrohrs von 6facher Vergrößerung.

Fig. 106a.



Gesichtsfeld eines modernen Prismenfeldstechers von 6facher Vergrößerung.

gesehene Blende statt. Hierbei ist vorausgesetzt, daß die E.P. des Auges mit der A.P. des Instrumentes zusammenfällt. Ist dies letztere nicht der Fall, so tritt eine Beschränkung des Gesichtsfeldes ein, die um so be-

deutender wird, je mehr sich die E.P. des Auges von der A.P. des Instrumentes entfernt. Beim holländischen Fernrohr kann man die A.P. des Instrumentes als zwischen Objektiv und Okular liegend ansehen (vgl. § 93), weshalb bei dieser Instrumentengattung das Gesichtsfeld, sobald die Vergrößerung etwas über 4 gesteigert wird, schnell abnimmt. Ueber die rechnerische Bestimmung des Gesichtsfeldes beim holländischen Fernrohr vgl. des Verfassers „Lehrbuch der geometrischen Optik“, Leipzig 1902, S. 280 u. f. Die Fig. 105—106a geben eine Vorstellung von dem Verhältnis der Gesichtsfelder bei einem holländischen Fernrohr und einem modernen Prismenfernrohr bei sechsfacher Vergrößerung.

Um den holländischen Fernrohren ein größeres Gesichtsfeld zu geben, hat man das Objektiv aus mehreren in größerem Abstände voneinander befindlichen Linsen zusammengesetzt, und zwar hat man dabei beide Linsen positiv oder die erste positiv und die zweite negativ gewählt. Doch ist der Gewinn an Gesichtsfeld nur unbedeutend. Bezüglich der rechnerischen Bestimmung des Gesichtsfeldes bei derartigen zusammengesetzten Objektiven vgl. des Verfassers Lehrbuch der geometrischen Optik, Leipzig 1902, S. 283 u. f.

96. Die holländischen Fernrohre der Firma Zeiß.

Das Gesichtsfeld eines holländischen Fernrohrs ist im wesentlichen abhängig von dem Oeffnungsverhältnis (Quotient aus Oeffnung und Brennweite) des Objektivs. Mit wachsendem Oeffnungsverhältnis, etwa über 1 : 3 hinaus, wird die Korrektion auf Farbenabweichung, Astigmatismus, Verzeichnung immer schwieriger. Bemerket sei, daß die Hebung dieser

Fig. 107.

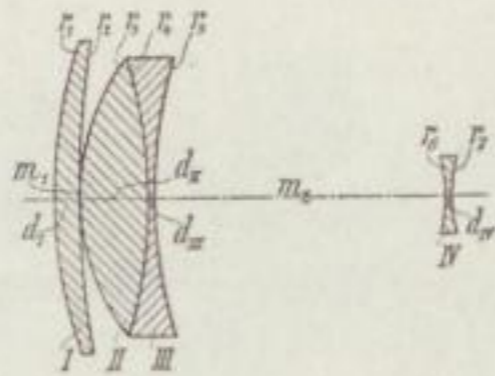
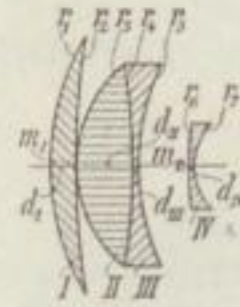


Fig. 108.



Fehler längs derjenigen Hauptstrahlen zu geschehen hat, die sich am Ort des Augendrehpunktes kreuzen (vgl. Fig. 104, wo R' als Augendrehpunkt aufzufassen ist). Derartige korrigierte holländische Fernrohre mit besonders großem Gesichtsfeld sind in neuester Zeit durch die britische Patentschrift Nr. 2340 vom Jahre 1910 der Firma Carl Zeiß bekannt geworden. In folgendem geben wir die Konstruktionsdaten zweier solcher Instrumente, welche durch die Figuren 107 und 108 dargestellt sind.

I. Glasarten:

$$\begin{array}{ll} n_{DI} = n_{DII} = n_{DIV} = 1,5726 & \nu_I = \nu_{II} = \nu_{IV} = 57,5 \\ n_{DIII} = 1,6245 & \nu_{III} = 35,8 \end{array}$$

Radien, Dicken und Entfernungen:

$$\begin{array}{ll} r_1 = + 90,0 & d_I = 5,0 \\ r_2 = + 185,0 & m_I = 0,0 \\ r_3 = + 43,0 & d_{II} = 13,2 \\ r_4 = - 92,0 & d_{III} = 1,0 \\ r_5 = + 91,0 & m_2 = 57,0 \\ r_6 = - 28,1 & d_{IV} = 1,0 \\ r_7 = + 28,1 & \end{array}$$

II. Glasarten:

$$\begin{array}{ll} n_{DI} = 1,5163 & \nu_I = 6,40 \\ n_{DII} = 1,6099 & \nu_{II} = 58,9 \\ n_{DIII} = 1,6103 & \nu_{III} = 37,2 \\ n_{DIV} = 1,5825 & \nu_{IV} = 46,4 \end{array}$$

Radien, Dicken und Entfernungen:

$$\begin{array}{ll} r_1 = + 48,0 & d_I = 5,0 \\ r_2 = + 156,5 & m_1 = 0,0 \\ r_3 = + 25,0 & d_{II} = 11,0 \\ r_4 = + 120,0 & d_{III} = 1,0 \\ r_5 = + 44,7 & m_2 = 9,8 \\ r_6 = + 66,5 & d_{IV} = 1,0 \\ r_7 = + 11,5 & \end{array}$$

97. Zielfernrohre.

Hand in Hand mit der Entwicklung der Sprengstofftechnik und Stahlindustrie haben auch die Mittel zum genaueren Visieren beim Schießen sowohl mit Geschützen wie mit Büchsen in der neuesten Zeit eine außerordentliche Entwicklung durchgemacht. Die Zeit wird nicht mehr fern sein, in der ein Visierfernrohr zu dem selbstverständlichen Zubehör eines Geschützes gilt. Je nach den besonderen Zwecken haben die Visierfernrohre sehr verschiedene Formen, die sich teils den alten terrestrischen Fernrohren, teils den Prismenfernrohren anlehnen. In gewissen Fällen, wie z. B. beim Zielen in Torpedo- und Unterseebooten können die Fernrohre die Länge von mehreren Metern erreichen, während sie als Geschützaufsätze und zur Verwendung in Panzertürmen kompakt sein sollen. Zugleich wird die Form der Fernrohre z. B. durch die Forderung, hinter einer Deckung visieren zu können, beeinflusst. Bei

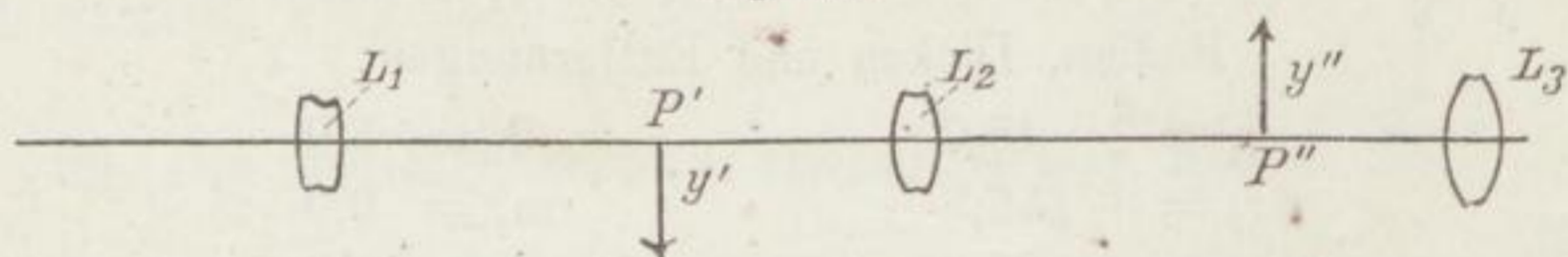
Zielfernrohren für Handfeuerwaffen ist ferner das Gewicht des Instrumentes ein ausschlaggebender Faktor.

Beim Visieren mit unbewaffnetem Auge muß der Schütze schnell hintereinander auf das ferne Ziel, das Visier und das Korn akkommodieren. Hierdurch wird auf die Dauer das Auge angestrengt, worunter die Treffsicherheit leidet. Beim Visierfernrohr wird ein Bild des fernen Zieles in einer Fokalebene des Instrumentes entworfen; an derselben Stelle befindet sich ein Fadenkreuz (resp. das Bild eines solchen), so daß also jede Akkommodationsanstrengung des Zielenden wegfällt. Außerdem wird die Treffsicherheit durch die Fernrohrvergrößerung bedeutend erhöht.

Der gewöhnliche Typus lehnt sich an das alte terrestrische Fernrohr an; nur muß Sorge getragen werden, daß die Austrittspupille verhältnismäßig weit vom Okularende entfernt liegt, damit beim Rückschlag das Auge des Zielenden nicht verletzt wird.

In der Fig. 109 sei L_1 das Objektiv, L_2 das Umkehrsystem, L_3 das

Fig. 109.



Okular. L_2 und L_3 bestehen zur besseren Korrektion der Bilder häufig aus zwei ziemlich nahe aneinander gerückten, untereinander gleichen Linsen.

Das Objektiv muß natürlich sphärisch und chromatisch korrigiert sein und auch die anderen Linsen sind meist achromatisch. Die Linsen L_1 , L_2 , L_3 mögen der Reihe nach die Brennweiten f_1 , f_2 , f_3 haben.

Ein fernes Objekt, das mit unbewaffnetem Auge unter dem Gesichtswinkel ω erscheint, wird bei P' von der Größe $y' = \omega \cdot f_1$ entworfen.

Das Umkehrsystem möge eine Vergrößerung $\beta = \frac{y''}{y'}$ erzeugen, so daß also das von ihm bei P'' entworfene neue Bild die Größe

$$y'' = y' \cdot \beta = \omega \cdot f_1 \cdot \beta$$

ist. Durch das Okular L_3 betrachtet, möge das Bild y'' , welches in der Fokalebene des letzteren liegt, unter einem Gesichtswinkel ω' erscheinen, dann ist bekanntlich:

$$y'' = \omega' \cdot f_3$$

und wegen:

$$\frac{\omega'}{\omega} = v,$$

wo v die Fernrohrvergrößerung ist, hat man aus den letzten Gleichungen

$$v = \frac{f_1}{f_3} \cdot \beta \quad \dots \quad (1)$$

Nennt man die Entfernungen der Punkte P' und P'' von den zugehörigen Hauptpunkten der Linse L_2 a und a' , so ist

$$\beta = \frac{a'}{a} \quad \dots \quad (2)$$

wo

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f_2} \quad \dots \quad (3)$$

ist.

Wenn man die Oeffnung des Umkehrsystems nicht zu klein wählt, ist die Objektivöffnung die E.P. des Systems. Wir können die letztere in der vorderen Hauptebene des Objektivs liegend annehmen. Bilden wir diese zunächst durch das Umkehrsystem L_2 ab, so kommt als objektseitige Schnittweite die Strecke $f_1 + a$ in Betracht. Nennen wir die zugehörige bildseitige Schnittweite x_1 , so ist:

$$\frac{1}{x_1} = \frac{1}{f_2} - \frac{1}{f_1 + a} \quad \dots \quad (4)$$

Ziehen wir die Schnittweite x_1 von der Strecke $a' + f_3$ ab, so ergibt $a' + f_3 - x_1$ die objektseitige Schnittweite für die weitere Abbildung durch das Okular. Nennen wir die zugehörige bildseitige Schnittweite, d. h. die Entfernung des Mittelpunktes der A.P. vom hinteren Hauptpunkt des Okulars x , so ist:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{f_3} - \frac{1}{a' + f_3 - x_1} \quad \dots \quad (5)$$

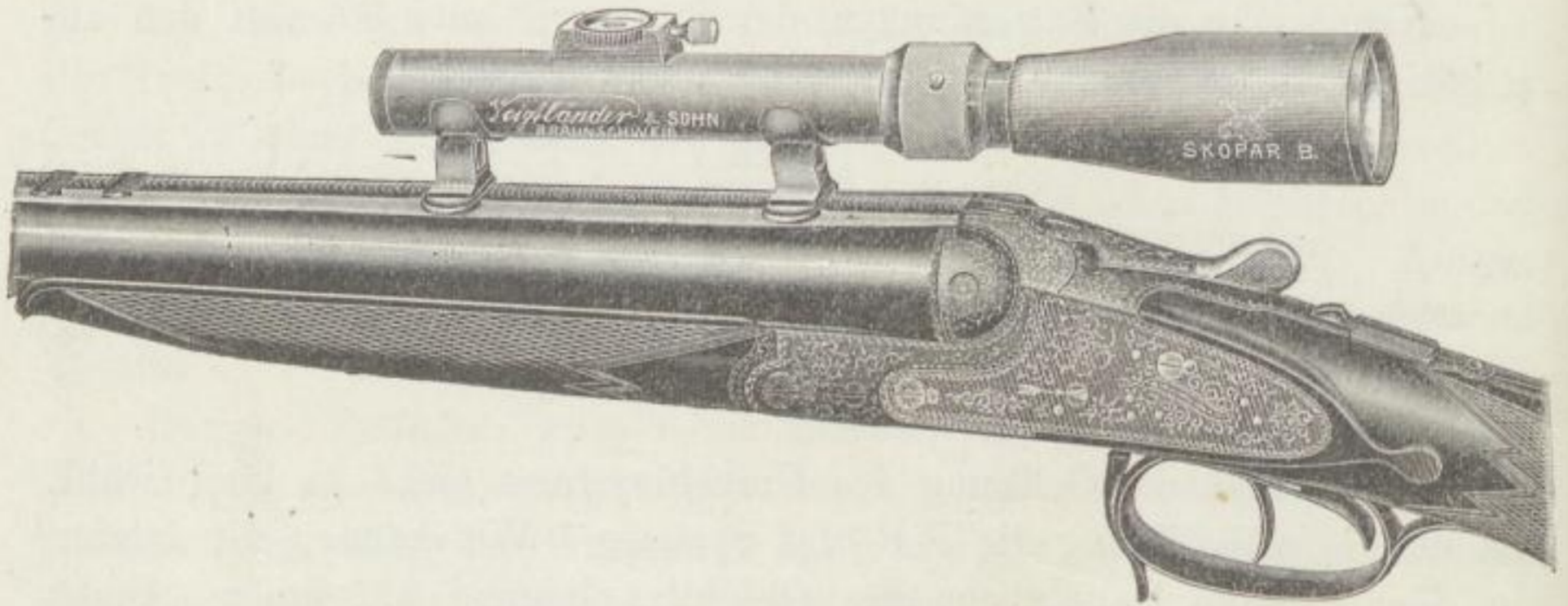
Durch die Gleichung (1) bis (5) ist die Vergrößerung und die Lage der A.P. des Instrumentes bestimmt.

Nimmt man noch die Bedingung hinzu, daß das Fernrohr eine vorgeschriebene Länge haben soll, so können diese Gleichungen dazu dienen, für eine vorgeschriebene Vergrößerung und Lage der A.P. die Brennweiten des Instrumentes zu bestimmen. Der Durchmesser der A.P. ist wie bei allen Fernrohrsystemen gleich dem v ten Teil der Objektivöffnung. Unter der gewöhnlich statthabenden Voraussetzung, daß das Okular ganz mit Strahlen erfüllt ist, erhält man das bildseitige oder scheinbare Gesichtsfeld, indem man vom Mittelpunkt der A.P. gerade Linien nach zwei diametral gelegenen Punkten des Okularrandes legt.

Der v te Teil dieses Winkels liefert das objektseitige wahre Ge-

sichtsfeld. Da der Mittelpunkt der A.P. meist verhältnismäßig weit vom Okular entfernt ist, muß man dem letzteren eine entsprechend große Oeffnung geben, um ein leidlich großes Feld zu überblicken.

Fig. 110.



Wir wollen noch den Fall betrachten, daß $\beta = 1$ ist, daß also das System L_2 auf gleiche Größe umkehrt.

Alsdann ist nach (1)

$$v = \frac{f_1}{f_3} \dots \dots \dots (6)$$

und nach (2) und (3)

$$a = a' = 2f_2.$$

Die Gleichungen (4) und (5) liefern dann nach Elimination von x_1 , wenn man noch die Brechkräfte der drei Systeme L_1, L_2, L_3 , nämlich

$$D_1 = \frac{1}{f_1} \quad D_2 = \frac{1}{f_2} \quad D_3 = \frac{1}{f_3}$$

einführt:

$$x = \frac{D_1 + D_2 + D_3}{D_3^2} \dots \dots \dots (7)$$

Fig. 111.

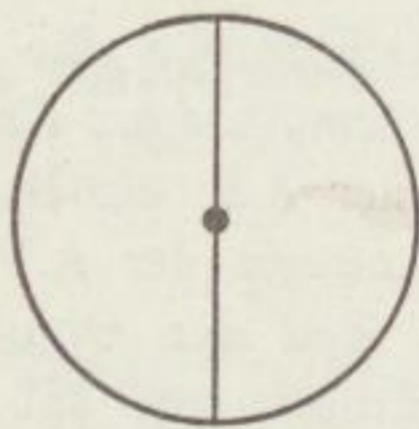


Fig. 112.

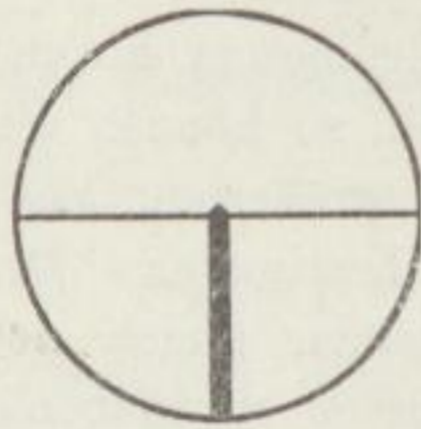
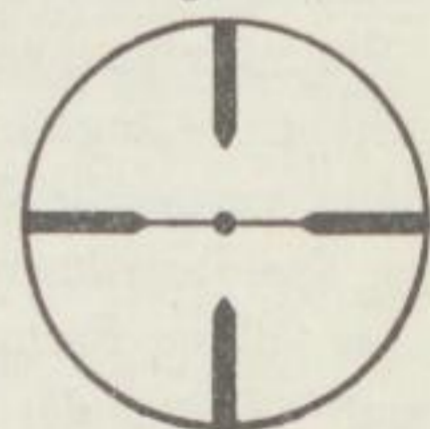


Fig. 113.



Setzt man z. B. $D_1 = 10, D_2 = 20, D_3 = 25$ Dptr., was Brennweiten von 10, 5, 4 cm entspricht, so ergibt sich

$$x = \frac{55}{625} \text{ m} = 8,8 \text{ cm,}$$

während die Vergrößerung

$$v = \frac{D_3}{D_1} = 2,5$$

ist. Die Länge des Instrumentes ist, wenn man das System L_2 in erster Annäherung als dünne Linse auffaßt, ungefähr 54 cm.

Gibt man dem Okular eine Oeffnung von 4 cm, so ergibt sich die Tangente des halben objektseitigen Gesichtswinkels zu $\frac{2}{8,8}$, woraus für den ganzen Gesichtswinkel ca. 26° folgt. Das wahre Gesichtsfeld ist also: $\frac{26^\circ}{2,5} = 10\frac{1}{2}^\circ$ ca., d. h. man übersieht ca. 18 m in 100 m Entfernung.

Der soeben dargestellte Typus der Zielfernrohre findet häufig Verwendung als Visierfernrohr für Büchsen, wird aber für bestimmte Zwecke, z. B. für Torpedoboote, auch von mehreren Metern Länge ausgeführt. Das Fadenkreuz (Abkommen) kann sowohl in P' wie in der P'' -Ebene (siehe Fig. 109) angebracht werden.

Die äußere Form eines solchen auf einer Büchse montierten Zielfernrohres ist durch Fig. 110 dargestellt.

Die Form der Abkommen ist ziemlich verschieden und auch dem Geschmack unterworfen. Die Fig. 111 bis 113 zeigen drei Abkommen, wie sie z. B. von der Firma Busch in Rathenow bei ihren Fabrikaten zur Anwendung gelangen.

Zielfernrohre mit auswechselbaren Abkommen sind in der Patentschrift von Weigel, D.R.P. Nr. 170238, beschrieben. Die Abkommen sind an einer auf der einen Seite offenen Trommel befestigt und lassen sich durch Drehen der letzteren nacheinander in die Fokalebene bringen. Bei den Zielfernrohren nach Gérard sind Objektiv und Umkehrsystem verschiebbar, wodurch die Fokalebene des Objektivs an eine andere Stelle, an der sich ein zweites Abkommen befindet, gebracht wird, welches dadurch sichtbar wird. Das erstere Abkommen wird unsichtbar, da es außerhalb der Fokalebene liegt. Gleichzeitig mit der angedeuteten Verschiebung findet auch ein Wechsel der Vergrößerung statt.

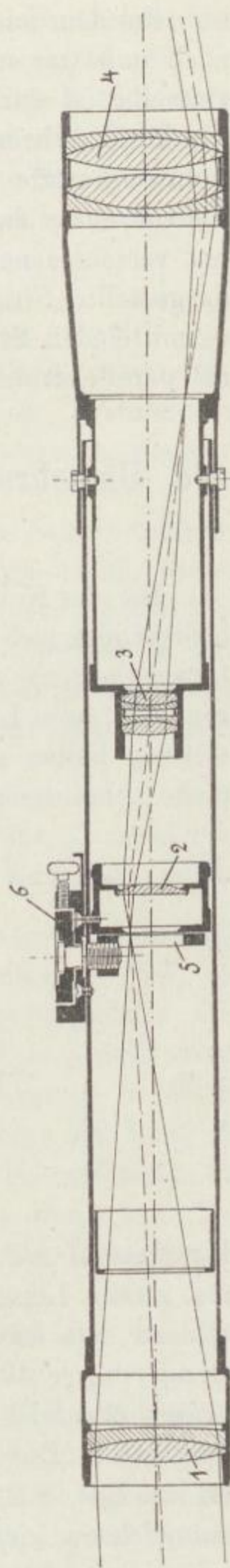


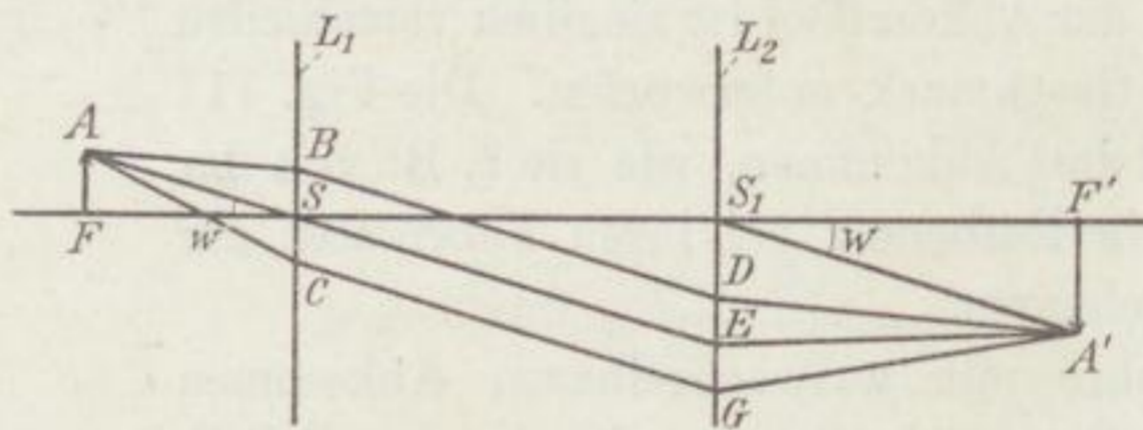
Fig. 114.

Zu dem oben erläuterten Typus von Zielfernrohren gehört, wenn auch in etwas modifizierter Form, das „Certar“ der Firma C. P. Goerz. Dasselbe ist durch Fig. 114 dargestellt. 1 bedeutet das Objektiv, 3 das aus zwei Achromaten bestehende Umkehrsystem und 4 das analog zusammengesetzte Okular. 2 stellt ein Kollektiv und 5 die Stelle des Fadenkreuzes dar, welches mittels einer Schraube 6 zwecks Einstellung auf verschiedene Distanzen gesenkt und gehoben werden kann. Wie der dargestellte Strahlengang erkennen läßt, verlaufen die die Abbildung vermittelnden Strahlen zwischen den beiden Linsen des Umkehrsystems als parallelstrahlige Bündel, vgl. § 98.

98. Umkehrsystem mit parallelem Strahlengang zwischen den Systembestandteilen.

Bei der Konstruktion von Zielfernrohren und ähnlichen Instrumenten bedient man sich mit Vorteil eines Umkehrsystems, das aus zwei getrennten Linsen besteht, zwischen denen paralleler Strahlengang herrscht. In der Fig. 115 seien L_1 und L_2 diese beiden Linsen, welche der einfachen Darstellung halber als sehr dünn angenommen und zeichnerisch durch einfache achsensenkrechte Strecken dargestellt werden. In der Fokalebene der Linse L_1 sei das Bild $A F = y$, entworfen etwa durch ein in Fig. 115 nicht gezeichnetes Objektiv. Wir verfolgen den von A ausgehenden

Fig. 115.



Hauptstrahl $A S$, welcher die erste Linse ungebrochen durchdringt und die zweite Linse in E schneidet, dabei den Winkel w mit der Achse bildend, die beiden Randstrahlen $A B$ und $A C$ verlaufen nach der Brechung durch die Linse L_1 , also in dem Raume zwischen den beiden Linsen ebenfalls parallel zu $S E$ und sind durch die Strecken $B D$ und $C G$ dargestellt. Das zwischen den beiden Linsen parallelstrahlig verlaufende Bündel $B D, S E, C G$ muß sich nach seiner Brechung durch die Linse L_2 natürlich in einem Punkte A' der hinteren Fokalebene von L_2 vereinigen, welche durch den hinteren Brennpunkt F' dieser letzteren Linse achsensenkrecht gelegt ist. Um den Punkt A' zu finden, haben wir nur durch den Scheitel S_1 der Linse L_2 eine Parallele zu $S E$ zu legen,

welche die betreffende Fokalebene in A' schneidet. Die Brennweite der Linse L_1 ist durch die Strecke FS und die der Linse L_2 durch die Strecke S_1F' dargestellt. Setzen wir die Winkel $ASF = F'S_1A' = w$ und bezeichnen die Größe des Objekts FA mit y und die des Bildes $F'A'$ mit y' , so ergibt sich sofort aus der Fig. 115, wenn wir die Brennweiten der beiden Einzelsysteme mit f_1 und f_2 bezeichnen:

$$w = \frac{y}{f_1} \quad w = \frac{y'}{f_2} \quad \text{also} \quad \frac{y'}{y} = \frac{f_2}{f_1}.$$

Das vom Objektiv entworfene Bild wird also im Verhältnis der beiden Brennweiten des Umkehrsystems vergrößert. Sind diese Brennweiten einander gleich, so tritt keine Aenderung der Vergrößerung, sondern nur eine Umkehrung des Bildes ein.

Derartige Anordnungen finden sich z. B. bei dem Submarinefernrohr von Triulze, britisches Patent Nr. 3744 vom Jahre 1902, ferner bei dem Beobachtungsrohr von Daubresse, französisches Patent Nr. 370853, und außerdem bei vielen modernen Zielfernrohren, Zystoskopen u. dgl. Bemerkt sei, daß hier eine Stelle geschaffen ist, nämlich zwischen den beiden Linsen des Umkehrsystems, wo man mit Erfolg das in § 92 näher erläuterte Umkehrsystem anordnen kann.

99. Die beste Lage der Visierlinien.

In der Fig. 116 sei A die Richtung der Seelenachse eines Schießgewehrs, das links von der Figur als vorhanden angenommen wird; die dargestellte krumme Linie sei die Flugbahn. Das Gewehr besitze drei verschiedene Visiere, die sämtlich auf die Entfernung d^1 eingestellt seien, so daß sich also die drei Visierlinien in dieser Entfernung in einem Punkte der Flugbahn schneiden. Die mittlere Visierlinie, als Tang d^1 bezeichnet, tangiere in diesem Punkte die Flugbahn, während die beiden Visierlinien s^1 und s^2 Sekanten der Flugbahn sind, wobei s^1 vor und s^2 hinter dem Treffpunkt die Flugbahn zum zweitenmal schneidet.

Nach einer Mitteilung der optischen Werkstätte Carl Zeiß in Jena gilt nun der folgende Satz:

Die Visierlinie nimmt die beste Lage dann ein, wenn sie die Flugkurve im Zielpunkt tangiert und nicht schneidet.

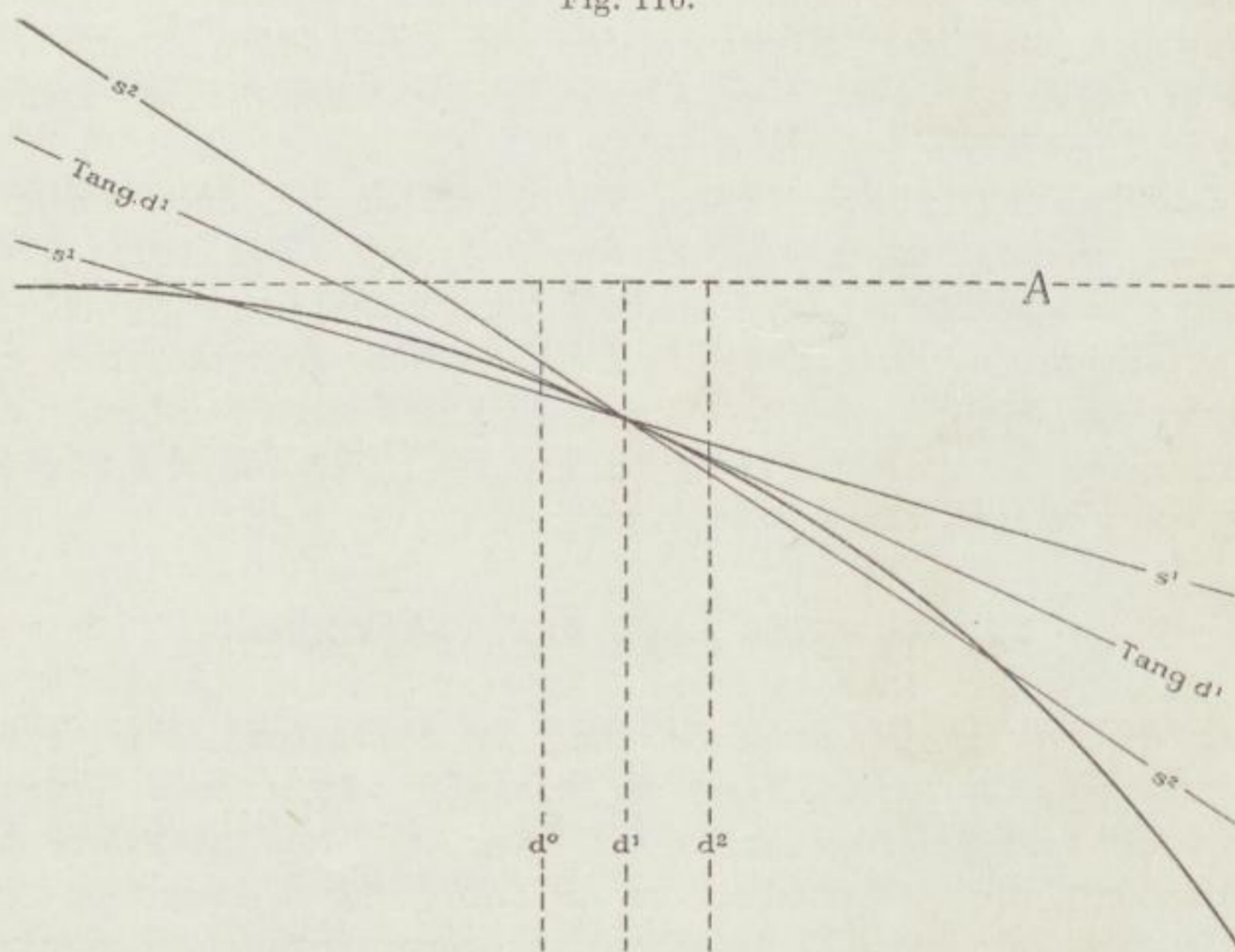
Zum Beweise dieses Satzes kann folgende Betrachtung dienen:

Hätte zufällig der Zielpunkt genau die Entfernung d^1 , auf welche der Schütze die drei Visiere eingestellt hat, so gingen alle drei Visierlinien durch den Treffpunkt hindurch und die drei Visierlinien sind gleichwertig. Im allgemeinen ist aber die Einstellung des Visiers mit einem

Fehler behaftet und die wahre Entfernung des Zielpunktes kann größer (bei d^2) oder kleiner (bei d^0) sein.

Ist die wahre Entfernung d^0 , so ist, wenn man die Visierlinie s^1 benutzt, der Schnittpunkt der letzteren mit der punktierten Linie d^0 der Ort des Zielpunktes, und man sieht aus der Figur, daß in diesem Falle die Kugel beträchtlich über das Ziel weggeht. Benutzt der Schütze die Visierlinie s^2 , so liegt der Zielpunkt im Schnittpunkt der letzteren Linie mit der Linie d^0 und die Kugel geht beträchtlich unter das Ziel weg. Verhältnismäßig gering ist jedoch der Fehler für die Tangenten-

Fig. 116.



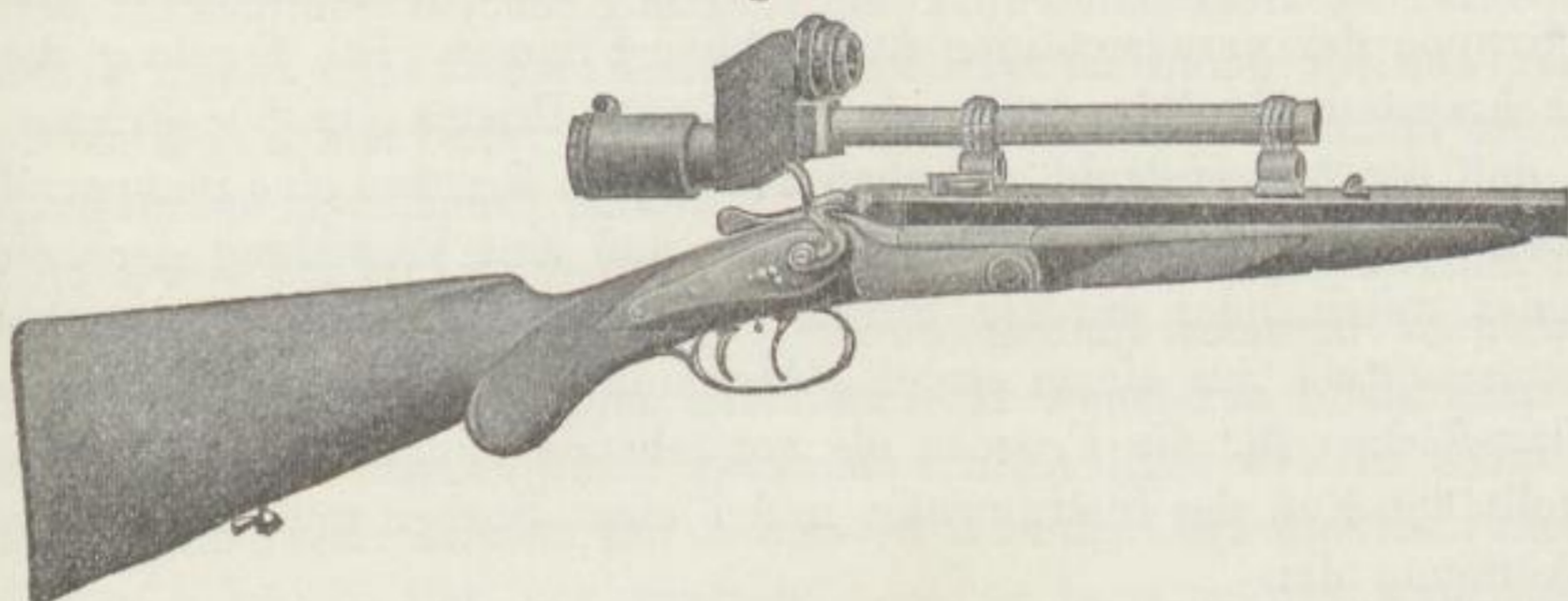
visierlinie $Tg d^1$, wie ein Blick auf die Fig. 94 lehrt. Zu analogen Resultaten gelangt man, wenn der Schätzungsfehler entgegengesetzt ist.

Man erkennt aus dieser Betrachtung die Richtigkeit des oben ausgesprochenen Satzes.

Abweichend von dem sonst üblichen Typus der Zielfernrohre benutzt die Firma Zeiß in Jena als Zielfernrohr ein Prismenfernrohr (Fig. 117).

Als Vorteil dieser Konstruktion wird hervorgehoben die erhöhte Lage des Objektivs, wodurch trotz des großen Gesichtsfeldes der Lauf nicht ins Gesichtsfeld tritt; auch soll durch diese Lage der oben angegebenen Forderung der besten Lage der Visierlinie in hohem Maße entsprochen werden. Als Abkommen werden die beiden durch die Fig. 118 und 119 dargestellten verwandt. Beim Abkommen nach Fig. 119 ist die

Fig. 117.



Länge jedes der drei dünnen Fäden so bemessen, daß sie am Ziel eine Strecke von $\frac{1}{50}$ der Entfernung deckt. Bei bekannter Größe oder Breite des Wildes kann dieses Abkommen also als Entfernungsschätzer dienen.

Fig. 118.

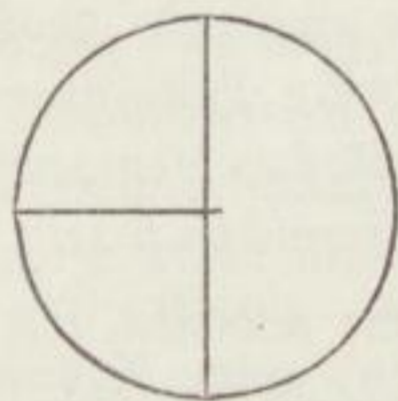
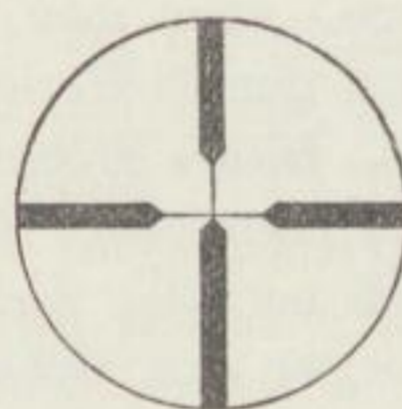


Fig. 119.

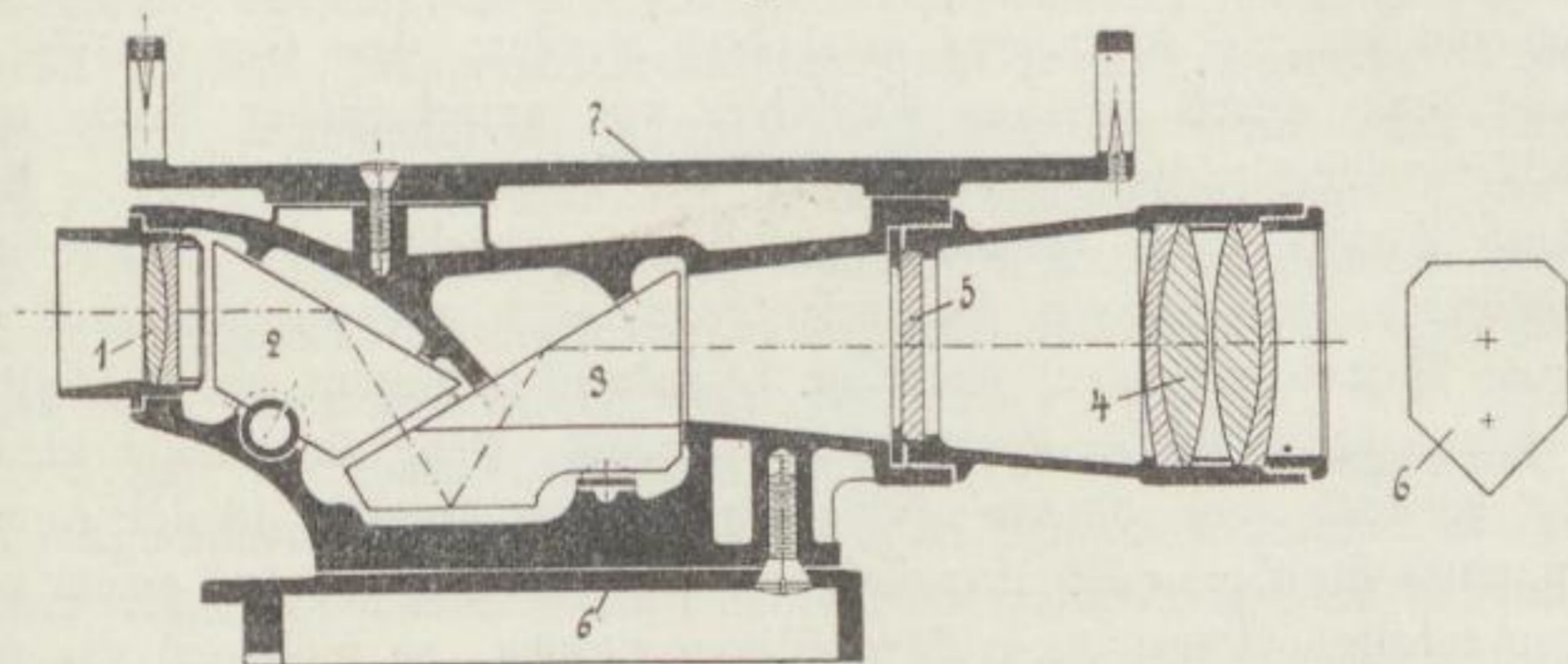


Wir verweisen ferner noch als weitere Literaturstellen bezüglich der Zeißschen Büchsenzielfernrohre auf die Patentschriften Nr. 129 674 und 133 552.

Zu dieser Gruppe von Zielfernrohren gehört auch das Zielfernrohr für Geschütze von C. P. Goerz (Fig. 120).

Die optischen Elemente des Fernrohrs bestehen aus dem Objektiv 1, den beiden Prismen 2 und 3 des Prismenumkehrsystems, einer Strichplatte 5 (planparallele Platte mit aufgeätztem Fadenkreuz) und dem aus

Fig. 120.



zwei Achromaten gebildeten Okular 4. Das Prismenumkehrsystem gehört zur Gruppe der geradsichtigen Amici-Abbe-Prismen. Die Eigenart dieses Umkehrsystems besteht darin, daß das erste Prisma ein 60° -Prisma ist und daß der Achsenstrahl zwischen den beiden Prismen eine planparallele Luftschicht rechtwinklig durchdringt, so daß eine Verkittung der beiden Prismen miteinander unnötig wurde. Das Gehäuse des Prismenumkehrsystems besteht aus einem stabilen Aluminiumgußkörper, in welchem die Auflageflächen für die Prismen als vorstehende Rippen angeordnet sind. 6 stellt den Fuß des Instrumentes und 7 einen Sucher mit runder Durchblicköffnung dar.

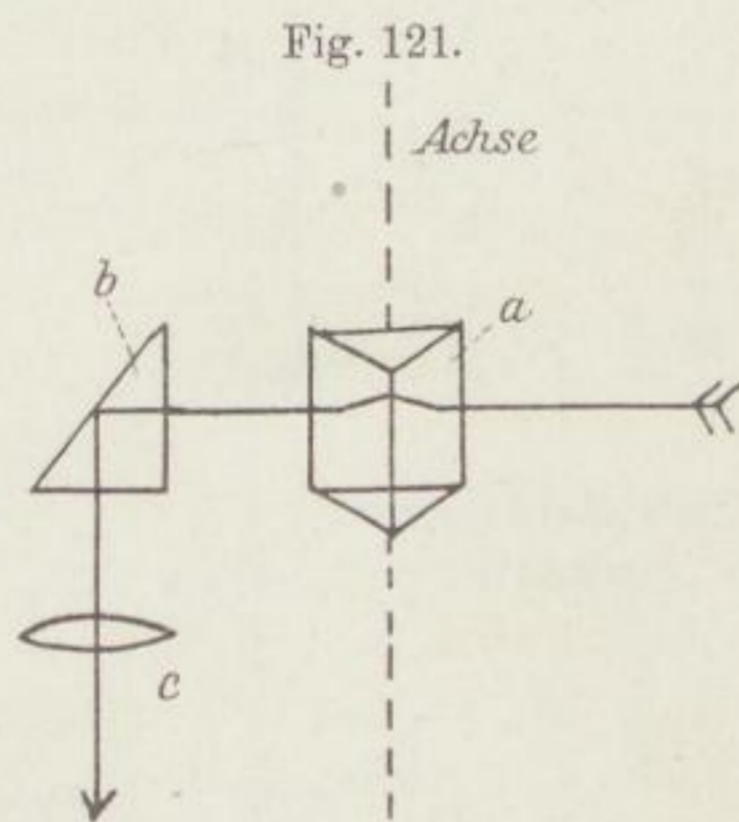
100. Panoramafernrohre im allgemeinen und das Panoramafernrohr von C. P. Goerz.

Sowohl für Beobachtungszwecke als auch zum Anvisieren von Zielen ist es nützlich, wenn man, ohne dem Okular eine sehr große Drehung zu geben, den ganzen Horizont oder doch mehrere Teile desselben überblicken kann. Dieses Problem ist aus dem Bedürfnis der artilleristischen Praxis heraus entstanden. Beim Visieren mit Geschützen tritt häufig der Fall ein, daß man das Ziel nicht sehen kann, sondern zu Hilfszielen, die selbst hinter dem Schützen liegen können, seine Zuflucht nehmen muß. Auch für Unterseeboote besteht das Bedürfnis nach einem optischen Hilfsmittel, das den ganzen Horizont oder doch einen großen Teil desselben schnell zu überblicken gestattet. So ordnet z. B. Simon Lake, französisches Patent Nr. 368 594, neben einem Hauptobjektiv kranzförmig eine Reihe kleinerer Objektive an, deren Bilder durch mehrere Okulare oder auf einer Mattscheibe beobachtet werden. Die Konstrukteure Rehm u. Windstoßer, französisches Patent Nr. 360 793, erreichen die betreffende Wirkung dadurch, daß sie ebenfalls mehrere nach verschiedenen Seiten gerichtete Objektive von verschiedenen Brennweiten anwenden und die Strahlen dann mittels Umkehrsystemen in das Okular leiten, wo sie in einer gemeinsamen Fokalebene zu reellen Bildern vereinigt werden und durch ein einziges Augenglas betrachtet werden. Das Gesichtsfeld erscheint dann durch mehrere Teilbilder von verschiedener Größe ausgefüllt, welche verschiedenen Teilen des Raumes entsprechen. Eine größere Anzahl nach verschiedenen Seiten gerichteter Objektive mit kranzförmig angeordneten Okularen zeigt auch die Konstruktion der Electric Boat Company in Amerika, französisches Patent Nr. 337 549.

Ein anderes Mittel, den ganzen Horizont, wenn auch nicht gleichzeitig, so doch nacheinander abbilden zu können, besteht in der Anordnung eines drehbaren Eintrittreflektors. Besteht derselbe aus einem einfachen totalreflektierenden rechtwinkligen Prisma, so muß, um das sog.

Stürzen des Bildes bei der Rotation des Eintrittsreflektors zu vermeiden, ein mit halber Geschwindigkeit rotierendes Umkehrprisma gemäß Fig. 78 angeordnet sein. Diese Anordnung findet sich z. B. in dem Visierfernrohr von Fried. Krupp in Essen (vgl. schweizerisches Patent Nr. 34870). Bei einer zweiten in dieser Patentschrift dargestellten Ausführungsform ist die Anordnung eines Pentagonprismas in Verbindung mit einem Amicischen Prisma getroffen. Verwendet man als Eintrittsreflektor ein vor das Objektiv gebrachtes dreiseitiges Prisma oder eine Kombination zweier solcher mit den Basen einander zugewandten Prismen, wie dies durch die Fig. 121 dargestellt ist, so kann man das rotierende, das Stürzen des Bildes aufhebende Umkehrprisma entbehren, eine Anordnung, die sich in der französischen Patentschrift Nr. 401021 dargestellt findet (Société Huet).

In der Fig. 121 ist *a* das um die vertikale Achse rotierende Prisma, das wie ein Aufrichteprisma wirkt, *b* stellt ein rechtwinkliges total reflektierendes Prisma dar, welches den horizontal einfallenden Achsenstrahl um 90° in die vertikale Richtung knickt. *c* ist das Objektiv. Selbst wenn man zwei mit der Basis aufeinander gebrachte Aufrichtepismen verwendet, gelingt es doch nicht,



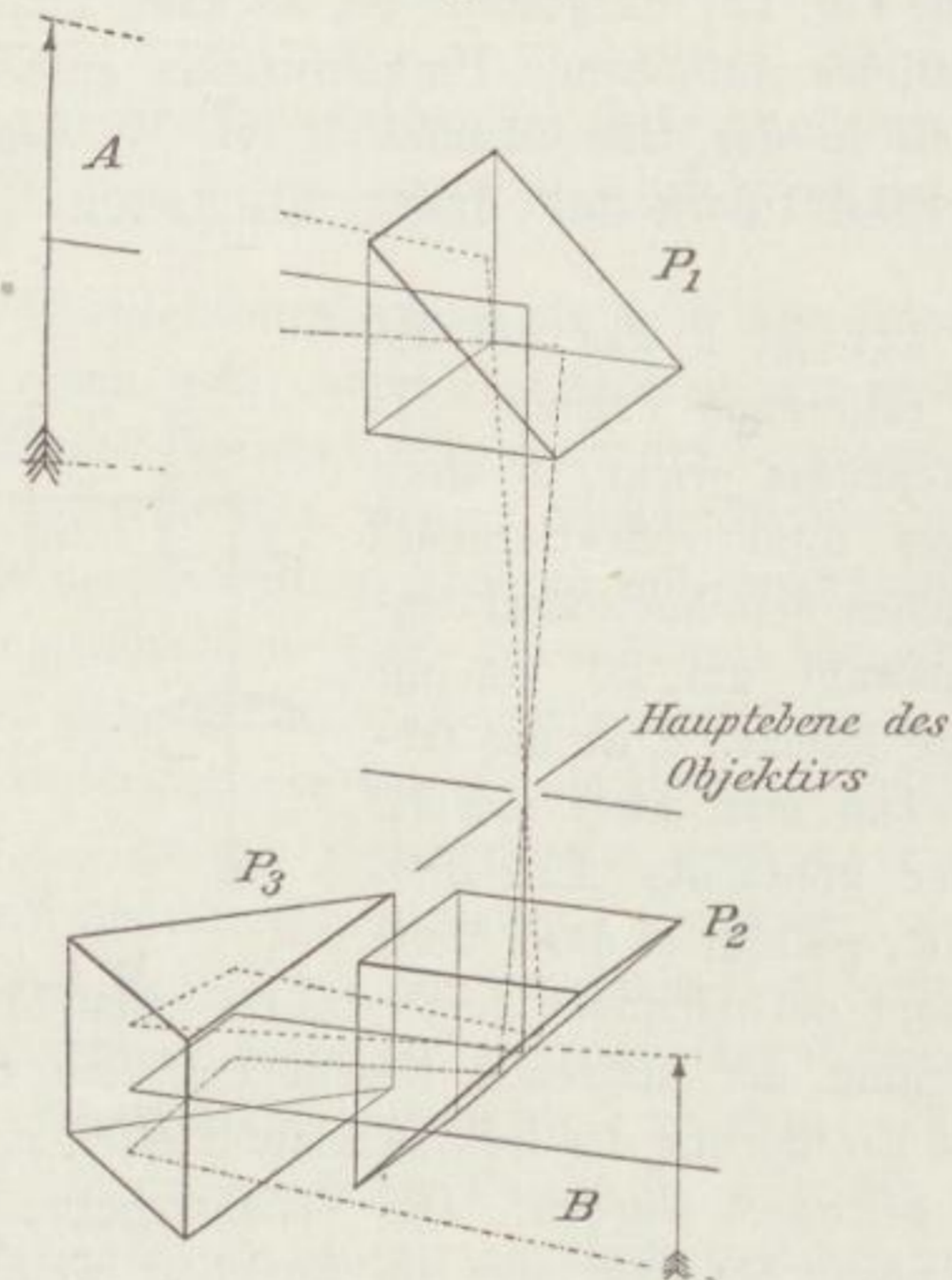
den ganzen Horizont nacheinander durch das Gesichtsfeld gehen zu lassen.

Die Entwicklung der optischen Geschützaufsätze zu Visierzwecken ist sehr durch die Einführung der Rohrrücklauf Lafetten an Stelle der alten starren Lafetten gefördert worden. Die Visiereinrichtung wird jetzt an einem Teil der Lafette befestigt, der am Rücklauf nicht teilnimmt. Dadurch wird die optische Vorrichtung, welche mit der Genauigkeit eines Präzisionsinstrumentes arbeiten muß, nicht den starken Erschütterungen ausgesetzt, wie dies bei den starren Lafetten der Fall ist. In folgendem geben wir die genauere Darstellung eines der vornehmsten Vertreters dieser Art von Instrumentengattung, nämlich des Panoramavisierfernrohres der Firma C. P. Goerz in Friedenau (Konstrukteur Ingenieur H. Jacob). Zur Lösung des Problems, bei feststehendem Okular durch Drehung eines optischen Elementes nacheinander den ganzen Horizont abzubilden, sind zwei Wege mit Erfolg eingeschlagen.

1. Bei der ersten Form (siehe Fig. 122) sind drei Prismen P_1 , P_2 und P_3 angeordnet, welche zusammen ein Porrosystem erster Art bilden, wenn man sich nämlich das Prisma P_1 senkrecht nach unten und sich selbst parallel auf das Prisma P_2 niedergelegt denkt. Das von einem

fernen Objekt A kommende Licht wird an der Hypotenuse des Prismas P_1 total reflektiert und fällt dann auf das zwischen P_1 und P_2 befindliche Objektiv, worauf es, wie die Fig. 122 es zeigt, an P_2 einmal und an P_3 zweimal total reflektiert wird, um in der Fokalebene ein durch die Wirkung der Prismen aufgerichtetes Bild B zu erzeugen. Dreht man jetzt das Prisma P_1 um eine vertikale Achse, so werden nacheinander verschiedene Teile des Horizontes abgebildet. Das Bild B bleibt jedoch bei dieser Drehung nicht aufrecht, sondern neigt sich zur Seite, bei einer

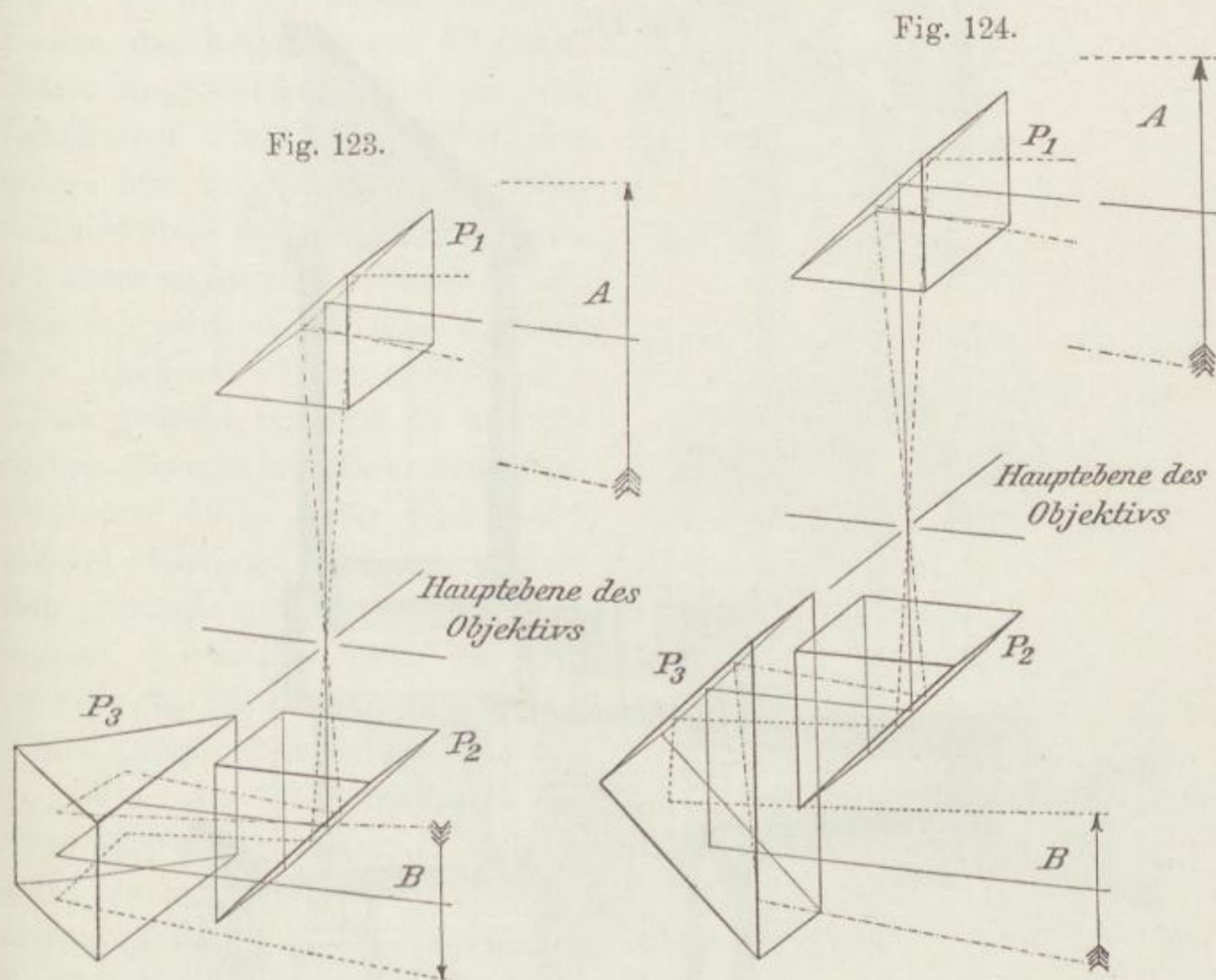
Fig. 122.



Drehung des Prismas P_1 um 90° liegt es horizontal, bei einer solchen von 180° steht es auf dem Kopf (Stürzen des Bildes). Der letztere Zustand ist durch Fig. 123 dargestellt, wo die Bezugszeichen dieselbe Bedeutung haben wie bei Fig. 122. Um nun das Stürzen des Bildes zu verhindern, wird das Prisma P_3 um eine horizontale Achse und zwar mit der halben Winkelgeschwindigkeit wie P_1 gleichzeitig mit dem letzteren gedreht.

Fig. 124 zeigt die Prismen P_1 und P_2 sowie das Objekt A genau in der Stellung wie Fig. 123, d. h. das Prisma P_1 ist um 180° gegenüber der durch Fig. 122 dargestellten Stellung gedreht. Das Bild B ist jedoch nicht mehr wie in Fig. 123 umgekehrt, sondern erscheint aufrecht wie im Falle der Fig. 122. Dies ist dadurch erreicht, daß das Prisma P_3 um

eine horizontale Achse um 90° , d. h. um den halben Betrag der Drehung des Prismas P_1 gedreht ist. Die technische Ausführung eines solchen Instrumentes zeigt die Fig. 125. Die Lage der Prismen ist die durch die Fig. 122—124 dargestellte. Das Prisma P_1 ist auf einem Stutzen drehbar montiert, während das Prisma P_2 im Gehäuse feststeht. Ob ist das Objektiv. Das Prisma P_3 und das Okular Ok sind mit einem im Gehäuse drehbar gelagerten Zapfen fest verbunden und können somit um eine horizontale Achse schwingen. Mittels Zahnrädern ist eine der-



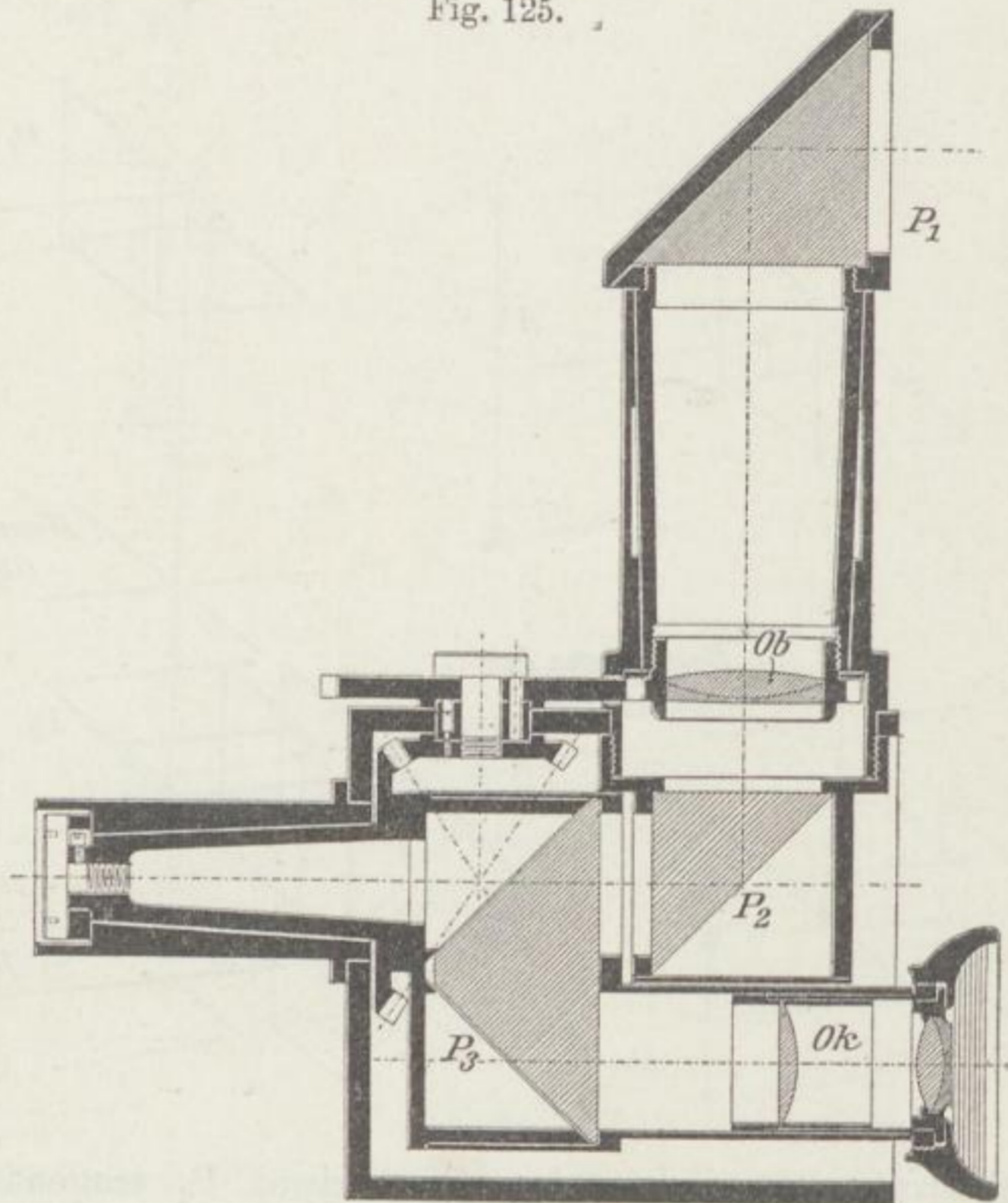
artige Uebertragung zwischen dem das Prisma P_1 tragenden Stutzen einerseits und dem Prisma P_3 mit Okular anderseits geschaffen, daß sich der letztere Teil mit halber Winkelgeschwindigkeit dreht wie das Prisma P_1 .

2. Die zweite Ausführungsform des Panoramavisierfernrohres der Firma C. P. Goerz beruht darauf, daß das Stürzen des Bildes bei der Drehung des Prismas P_1 in den Fig. 122—125 auch dadurch verhindert werden kann, daß man in den Strahlengang ein sog. Aufrichtepisma (Fig. 78) einschaltet, das mit der halben Winkelgeschwindigkeit gedreht wird, wie das Prisma P_1 . In Fig. 126 ist diese Form dargestellt.

Bezüglich der optischen Einrichtung wird bemerkt, daß 79 der Aufnahmereflektor ist, der sich mit der doppelten Winkelgeschwindigkeit

wie das Aufrichteprisma 80 dreht. Diese Teile 79 und 80 wirken optisch genau wie das im § 87 dargestellte sog. Pentagonprisma, d. h. sie lagern den Strahlengang so um, daß jemand das betreffende Objekt, welches er in gerader Draufsicht fixiert hat, mit Hilfe dieser Kombination unverändert sieht, wenn er seine Blickrichtung um 90° dreht. Um also durch die Kombination 79, 80 hindurch mittels eines Fernrohrs aufrechte Bilder sehen zu können, muß das letztere die Eigenschaft eines terrestrischen Fernrohrs haben, also etwa ein astronomisches Fernrohr mit zwischen-

Fig. 125.



geschaltetem Porrosystem sein. Will man dabei den Strahlengang noch um einen Winkel von 90° drehen, so muß man an Stelle des Porrosystems ein Dachkantenprisma (Amiciprisma § 88) verwenden. Dieses letztere ist nun tatsächlich bei dem durch Fig. 126 dargestellten Fernrohr geschehen. 81 ist das Objektiv, 82 das Dachkantenprisma und 84 das astronomische Okular.

Bezüglich der mechanischen Einrichtung sei folgendes bemerkt: Der wagrechte Schenkel des Kniestücks 49 dient zur Aufnahme des Okulars und seiner Fassung 75 und Muschel 95, sowie der Strichkreuzplatte 83, während der aufrechte Schenkel das Objektivrohr 68 enthält.

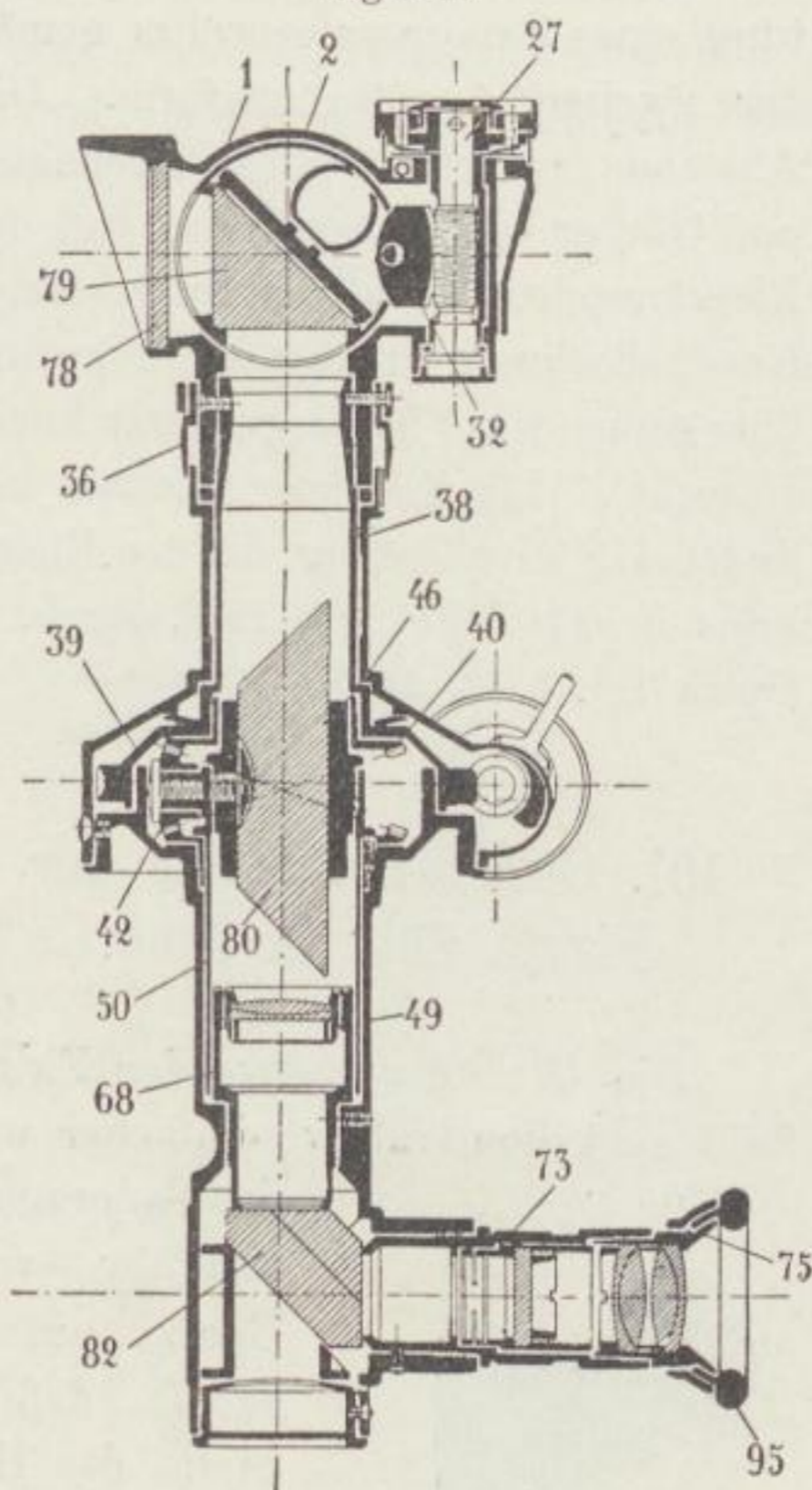
Die glockenartige Erweiterung am oberen Ende des Kniestücks umschließt den Bewegungsmechanismus. Darüber stülpt sich das Spindelgehäuse 38, welches dem drehbaren Rohre mit dem Schneckenkranz 39, an dessen oberen Ende das Reflektorgehäuse sitzt, Führung gibt. Die Stücke 38 und 49 sind durch Schrauben fest miteinander verbunden. Die Fassung des Prismas 80 steckt in einem drehbaren Rohr 50, das im aufrechten Schenkel des Kniestücks gelagert ist und an einem seitlichen Zapfen das Kegelrädchen 42 trägt. Dieses Kegelrädchen greift in zwei Zahnkränze ein, von welchen der untere fest auf dem Kniestück sitzt, während der obere an dem Schneckenkranz 39 aufgeschraubt ist. Wird nun 79 mit dem Zahnkranz 40 um die senkrechte Achse gedreht, so wird 42 mit der halben Geschwindigkeit mitrollen. Da ferner 49 in fester Verbindung mit 80 steht, so wird dies letztere sich ebenfalls mit halber Geschwindigkeit drehen, wodurch der Bedingung für das Aufrechtbleiben des Bildes entsprochen wird.

Wie der Konstrukteur des Panoramafernrohrs, Herr H. Jacob, gefunden hat, kann das Aufrichtepisma gemäß Fig. 126 durch eine Kombination zweier Zylinderlinsen ersetzt werden. Man bringt nämlich, wie Fig. 127 zeigt, zwischen den Eintrittsreflektor und das Objektiv Ob zwei kongruente Zylinderlinsen C_1 und C_2 , deren einander parallele Achsen horizontal, also senkrecht zur Papierebene, liegen. Diese Zylinder haben eine gemeinsame, in der Mitte zwischen ihnen liegende Fokalebene, wirken also ähnlich wie ein astronomisches Fernrohr, bei dem Objektiv und Okular gleiche Brennweiten haben, so daß die Vergrößerung 1 eintritt. Nur findet hier nicht eine vollständige Bildumdrehung von 180° statt, sondern nur eine solche von 90° , weil die Strahlen, welche in Ebenen verlaufen, die parallel zu den Zylinderachsen liegen, keine sammelnde Wirkung und infolgedessen auch keine Umdrehung des Bildes ausüben. Das System $C_1 C_2$ dreht also genau wie das Aufrichtepisma das Bild nur so weit um, daß eine

Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

12

Fig. 126.



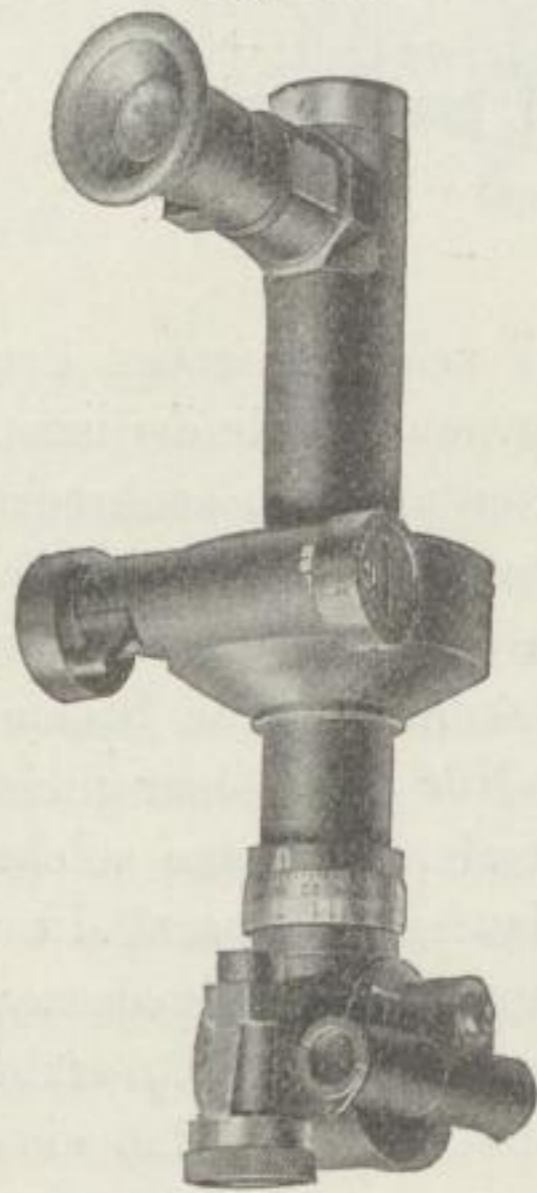
Vertauschung beider Seiten eintritt. Dreht sich das Zylindersystem mit der halben Winkelgeschwindigkeit des Eintrittsreflektors, so wird das „Stürzen“ des Bildes hintangehalten.

Fig. 128 zeigt die äußere Gestaltung eines Panoramafernrohres gemäß der zweiten Ausführungsform. Der Abstand zwischen Eintrittsreflektor und Okular ist so bemessen, daß der Richtkanonier auch bei aufgesetzter Kopfbedeckung direkt nach rückwärts über seinen Kopf hinwegvisieren kann. Unterhalb des Reflektorgehäuses befindet sich eine Teilung, die den Richtkreis in 64 Teile teilt (vgl. Arch. f. Optik Bd. 1, S. 241 ff.).

101. Geschützaufsätze der Firma Zeiß in Jena.

Die Geschützaufsätze der Firma Zeiß sind konstruktiv einfacher wie

Fig. 128.

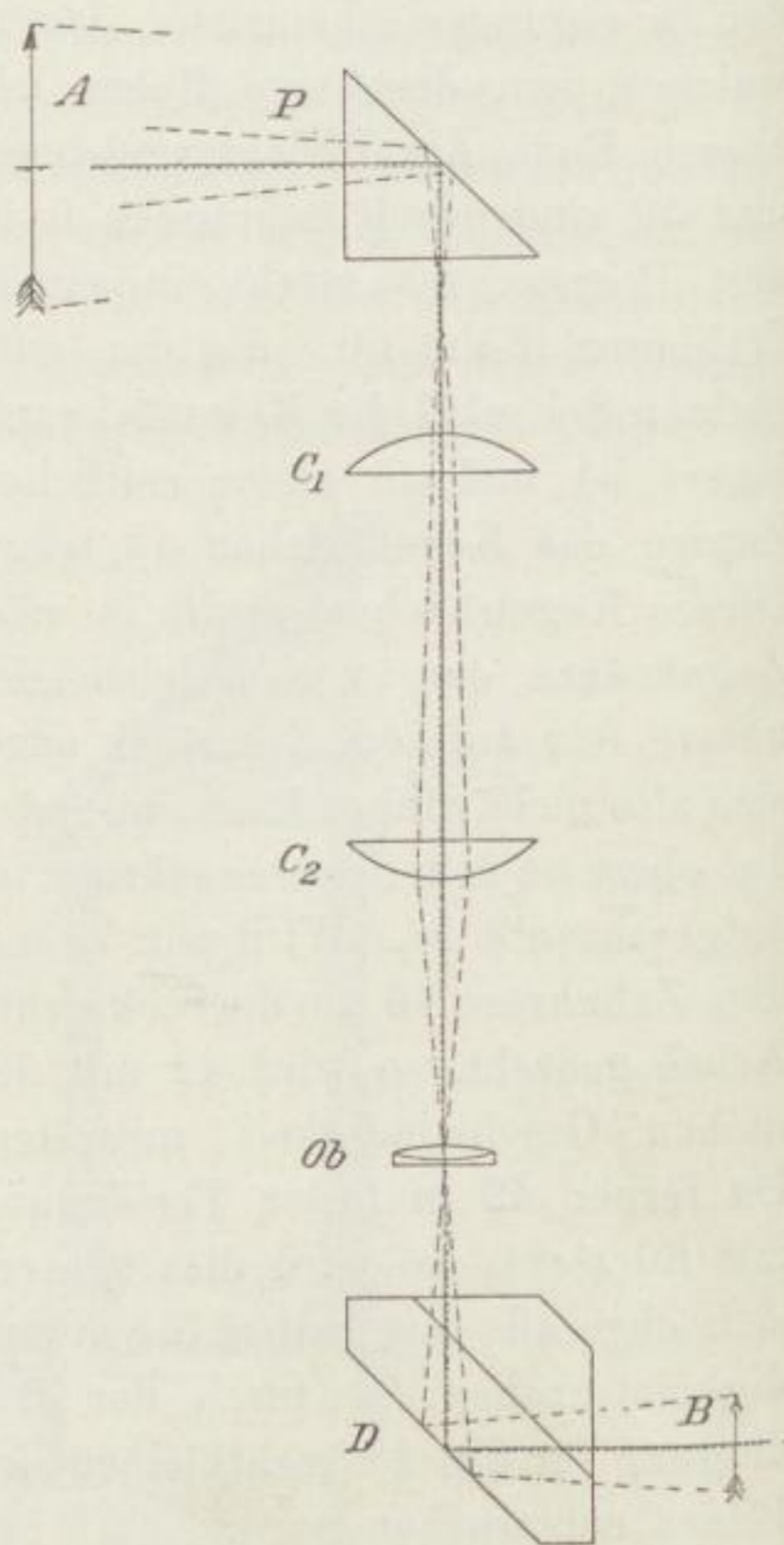


das Panorama-

fernrohr von Goerz, auf Kosten allerdings derjenigen Eigenschaft, daß man bei feststehendem Okular jede Stelle des Horizontes in die Mitte des Gesichtsfeldes bringen kann (vgl. die Patentschriften Nr. 165 641, 197 105, 221 234, 202 486).

Der leitende Gedanke in der ersten dieser Patentschriften ist, dem Zielenden ein Fernrohrsystem zur Verfügung zu stellen, so daß er ohne Aenderung der Strahlenaustrittsrichtung zwei entgegengesetzte Stellen des Horizontes einstellen kann, wodurch auch die Benutzung von Hilfszielen, die hinter dem Zielenden liegen, ohne Aenderung der Blickrichtung ermöglicht wird. Außerdem ist durch Drehung des ganzen Systems ermöglicht, den ganzen Horizont zu bestreichen, ohne daß die Blickrichtung einen größeren

Fig. 127.



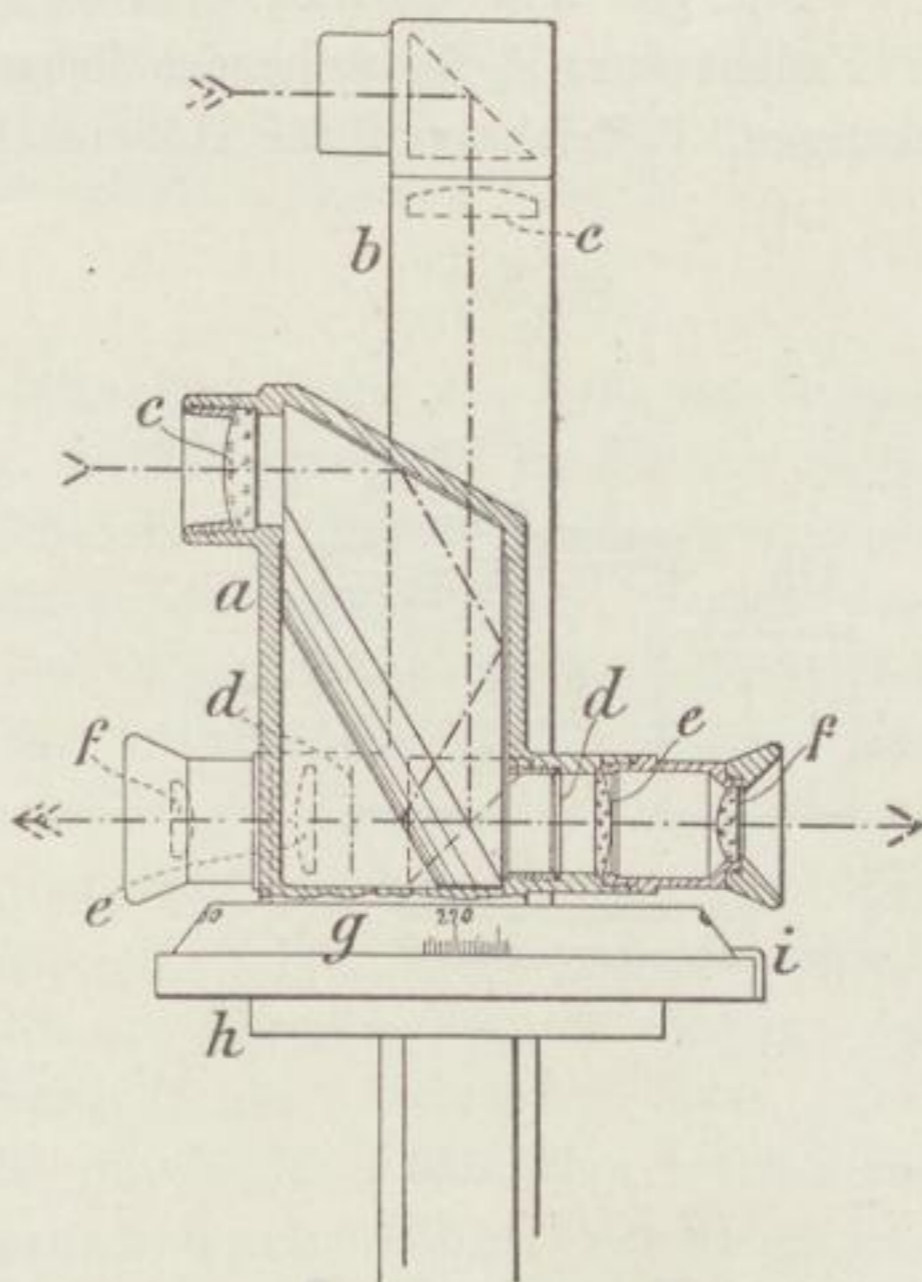
Winkel als 90° zu beschreiben braucht. Fig. 129 stellt eine Ausführungsform dar.

Das Instrument besteht aus zwei fest miteinander verbundenen Fernrohren a und b. Die Achse der eintretenden und der austretenden Strahlen sind beim Fernrohr a gleich, beim Fernrohr b ungleich gerichtet. Beim Fernrohr b liegt die Achse der eintretenden Strahlen über dem Kopf des Zielenden. Beide Fernrohre stimmen hinsichtlich des Objektivs c, des Fadenkreuzes d, des Kollektivs e und der Augenlinse f überein. Die Skalenscheibe g, die als Träger des Fernrohrs dient, ist auf dem Kopf h der Aufsatzstange um die senkrechte Skalenachse drehbar. Wird das Instrument um 180° gedreht, so ist der Zielende, der vorher das gerade vor sich liegende Gelände übersehen hat, in der Lage, das hinter ihm liegende Gelände zu beobachten. Bei anderen Ausführungsformen haben die beiden Fernrohre mehrere optische Teile gemeinsam und der Uebergang aus der einen Lage in die andere kann z. B. nur durch Drehung von spiegelnden Systemen erfolgen.

In der Patentschrift Nr. 197 105 sind weitere Ausführungsformen angegeben, wo dem Zielenden drei Fernrohrsysteme zur Verfügung stehen, die eine gemeinsame Austrittsachse haben. Indem man die Fernrohre nacheinander benutzt, ist man in der Lage, mit Drehungen von weniger als 90° nach rechts und links den ganzen Horizont zu bestreichen. In der Patentschrift Nr. 202 486 ist ferner ein Geschützaufsatz mit einem Prismensystem beschrieben, bei dem durch Drehung eines Teilsystems das nach vorn gerichtete Fernrohr in ein nach rechts und links sowie nach hinten gerichtetes umgewandelt wird.

Das Doppelblickzielfernrohr der Firma Zeiß (Fig. 130—133 ist ein Zielfernrohr für Gebirgsgeschütze. Der Einblick des Okulars kann dabei verschieden liegen. Bei der Form mit im wesentlich geraden Einblick ist ein astronomisches Fernrohr doppelt gebrochen. Zwischen Objektiv und Okular befindet sich ein einfaches Prisma, während vor dem Objektiv ein drehbares Pentagondachprisma angeordnet ist, das um die

Fig. 129.



Objektivachse von 180° gedreht werden kann. In der einen Stellung dient das Fernrohr zum direkten Richten, in der anderen in Verbindung mit der Drehung auf dem Teilkreis zum indirekten Richten nach Hilfszielen. Bei der Ausführung mit Einblick seitlich von oben sind nur zwei einfache Prismen nötig. Die Bezugszeichen haben folgende Bedeutung:

Fig. 130 und 131: Ob Objektiv, P_2 einfaches drehbares Prisma, F Fadenkreuz, P_1 einfaches feststehendes Prisma, Oc Okular, S Schlitten zum Befestigen, T Triebknopf für Höhenstellung.

Fig. 132 und 133: P_2 drehbares Pentagondachprisma, Ob Objektiv, F Fadenkreuz, P_1 feststehendes Prisma, Oc Okular, S Schlitten zum Befestigen, T Triebknopf für Höhenstellung.

Fig. 130.

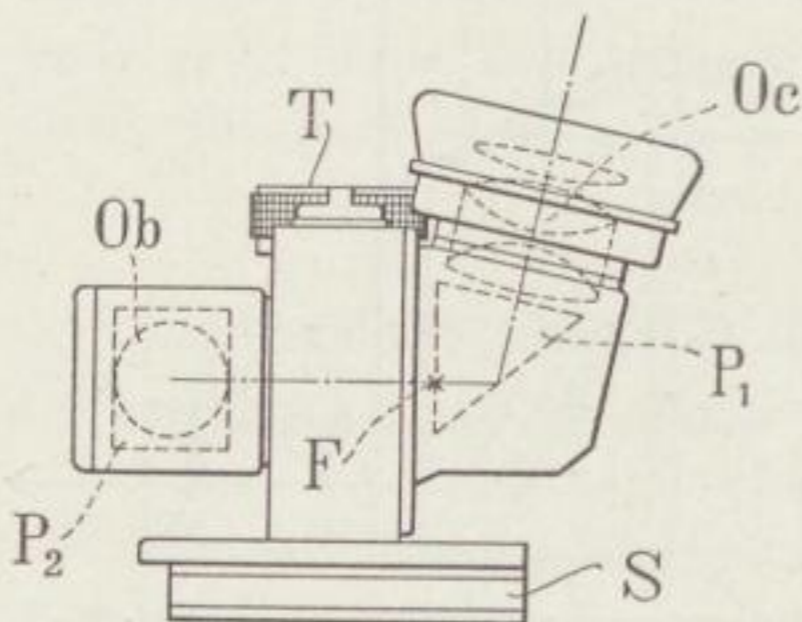


Fig. 131.

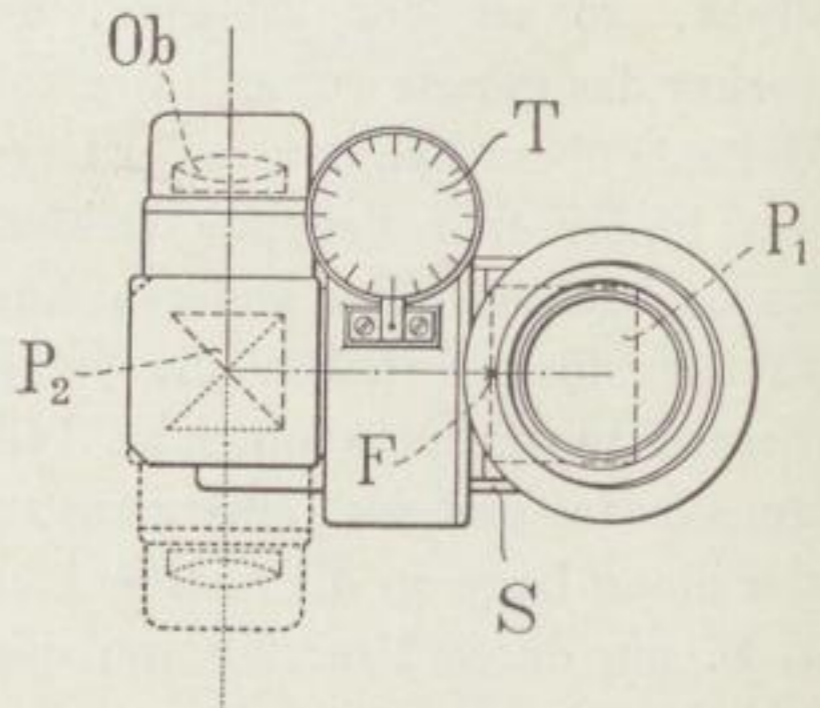
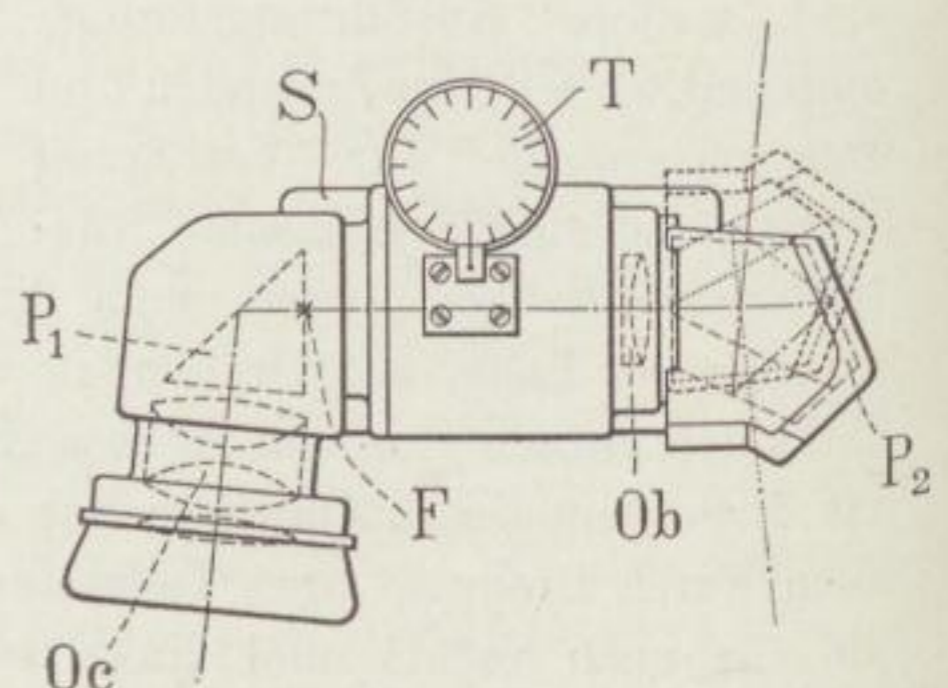
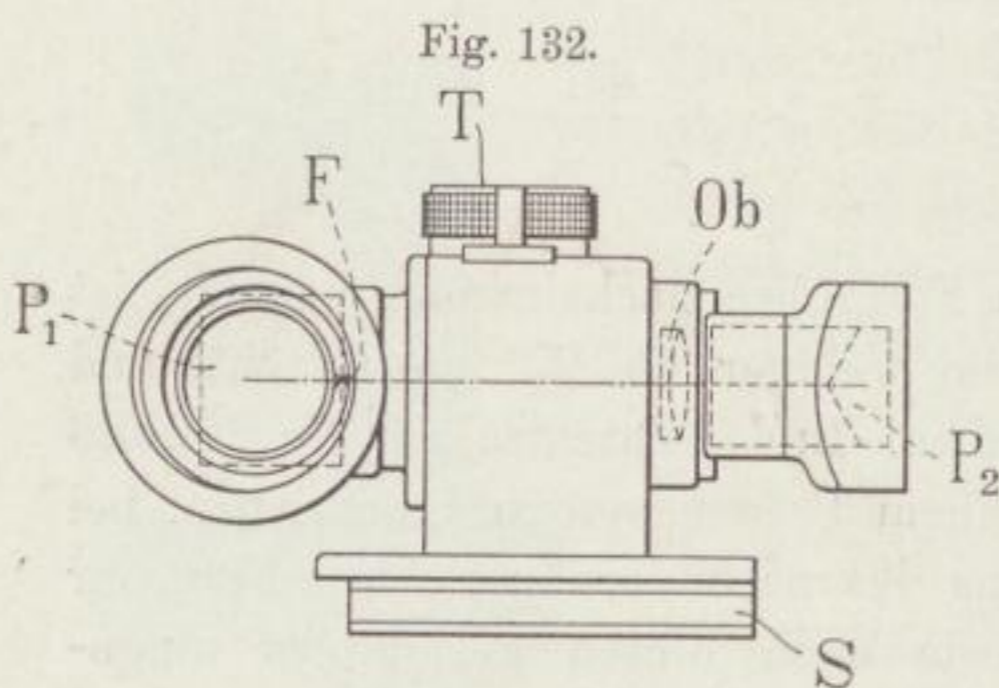


Fig. 133.

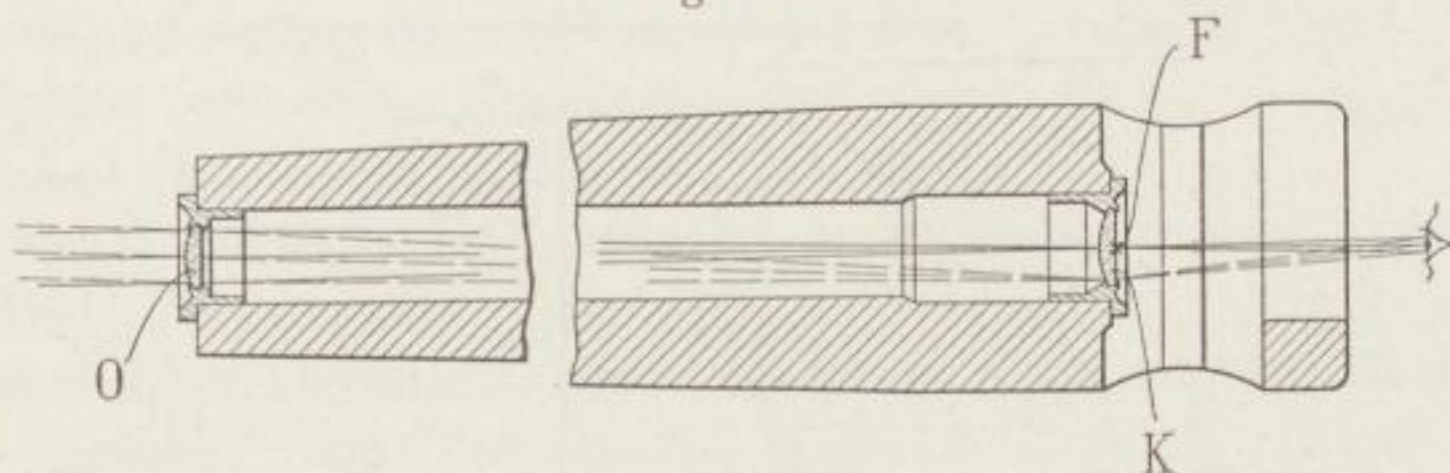


Die zweite Stellung von Objektiv und Objektivprisma in Fig. 131 und vom Pentadachprisma in Fig. 133 ist punktiert gezeichnet.

Schließlich erwähnen wir noch die von der Firma Zeiß eingeführte Justier Vorrichtung für Geschütze. Die Einrichtung (Fig. 134) dient dazu, die Richtung der Seelenachse des Geschützes festzustellen, um dieser dann das Geschützzielfernrohr parallel zu stellen. In die

Mündung des Geschützes wird mit einem passenden Einsatz zentrisch eine Objektivlinse eingesetzt, deren Brennweite gleich der Länge der Geschützbohrung ist. In den Ladungsraum wird mit einem ähnlichen Einsatz zentrisch ein Fadenkreuz so eingesetzt, daß es in den Brennpunkt der Objektivlinse zu liegen kommt. Das Fadenkreuz ist auf einer Kollektivlinse eingerissen, die dazu dient, auch die in den Randteilen

Fig. 134.



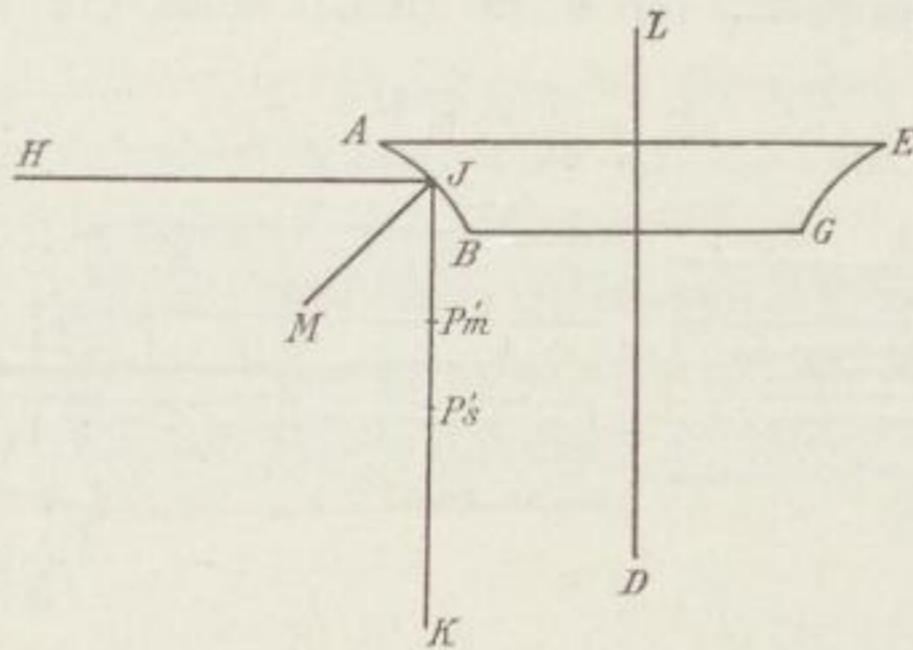
des Kollektivs zum Bild vereinigten Strahlen in das am Ende des Bodestücks befindliche Auge zu lenken, so daß das Bild in der der Größe der Kollektivlinse entsprechenden Ausdehnung übersehen werden kann. Die ganze optische Einrichtung stellt so ein Fernrohr dar, dessen Vergrößerung gleich der Brennweite der Objektivlinse dividiert durch den Abstand des Auges vom Fadenkreuz ist und dessen Visierachse sehr genau mit der Seelenachse zusammenfällt, da kleine Abweichungen von dem zentrischen Sitz des Objektivs und des Fadenkreuzes bei der großen Objektivbrennweite wenig ausmachen. Man justiert nun das Geschützzielfernrohr, indem man es entweder auf dasselbe Fernziel richtet, das das in ein Fernrohr verwandelte Geschützrohr anschneidet, oder indem man auf einer näher gelegenen Tafel mit beiden Fernrohren je eine von zwei Marken anschneidet, deren Abstand und gegenseitige Lage die gleiche wie von Zielfernrohr und Seelenachse ist, oder man richtet mit Hilfe eines Tripelspiegels (vgl. § 114) beide Fernrohre aufeinander. In der Fig. 134 bedeuten O Objektiv, F Fadenkreuz, K Kollektivlinse.

102. Systeme, welche gleichzeitig den ganzen Horizont abbilden.

Sei in der Fig. 135 AB ein Teil eines Kreises und stelle man sich vor, daß dieser Kreisbogen um die Achse LD, welche ebenfalls in der Papierebene liegt, rotiert, so beschreibt der Bogen AB eine gekrümmte kegelmantelartige Fläche, welche man im weiteren Sinne als torische bezeichnen kann. Die Spuren dieser Fläche in der Papierebene seien die Bögen AB und EG. Ist diese Fläche spiegelnd, so wird sie geeignet sein, von entfernten Gegenständen des Horizonts auf einer Bildschirmfläche unterhalb der torischen Fläche ein reelles Bild zu entwerfen.

Man kann also durch eine derartige Einrichtung gleichzeitig den ganzen Horizont abbilden. Sei HJ ein horizontal einfallender Hauptstrahl und JM die Normale im Punkte J , so wird der Strahl nach K hin reflektiert, so daß die Winkel HJM und KJM nach dem Reflexionsgesetz einander

Fig. 135.



gleich sind. Ein sehr entfernter, dem einfallenden Lichtstrahl entsprechender Objektpunkt wird dann im Punkte P'_m sein Bild mittels Meridionalstrahlen erzeugen, während der sagittale Bildpunkt in P'_s liege. Nach den Gesetzen über astigmatische Spiegelung (vgl. Gleichen, Lehrbuch der geometrischen Optik, Leipzig 1902, S. 46 f.) ist nun:

$$JP'_m = \frac{r \cos i}{2},$$

wo r den Krümmungsradius des Bogens AB im Meridionalschnitt (Papierebene) bedeutet, während

$$JP'_s = \frac{r_1}{2 \cos i}$$

ist, wo r_1 der durch die Rotation erzeugte zweite Krümmungsradius der torischen Fläche im Sagittalschnitt ist. Soll der Astigmatismus aufgehoben sein, so muß $JP'_m = JP'_s$ sein, woraus folgt:

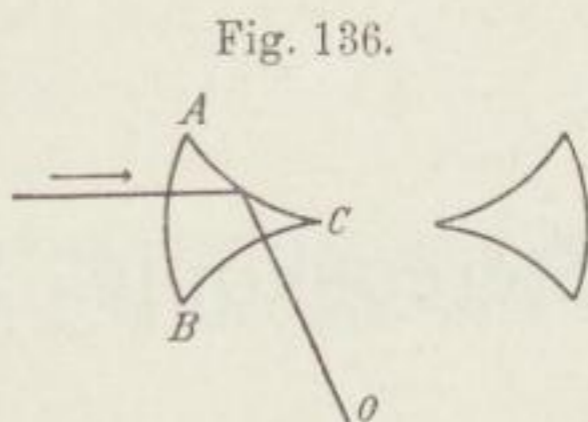
$$\frac{r}{r_1} = \frac{1}{\cos^2 i}.$$

Die letztere Gleichung stellt die Bedingung dar, welche die torische Fläche in jedem ihrer Punkte zu erfüllen hat, damit von Astigmatismus freie Abbildung eintritt.

Wenn es also auch gelingt, bei derartigen torischen Spiegeln den Astigmatismus zu beseitigen, so bleibt doch bei der angegebenen Vorrichtung eine gewisse Größe der sphärischen Aberration sowie der Abweichung von der Sinusbedingung und vor allen Dingen der durch kein Mittel vollständig zu behebenden Verzeichnung übrig.

Die Idee, mittels torischer spiegelnder und brechender Körper den

ganzen Horizont gleichzeitig abzubilden, ist zuerst von dem französischen Ingenieur Mangin zur Konstruktion eines Periskops verwirklicht worden (vgl. Association française pour l'avancement des sciences, 7^e Session, Paris 1878, S. 339). Bei der Manginschen Einrichtung wird ein torischer Körper benutzt, dessen meridionaler Querschnitt in Fig. 136 dargestellt ist. Das ankommende Licht durchdringt zunächst senkrecht die Kugelfläche AB, wird alsdann an einem Paraboloid mit der erzeugenden Parabel AC reflektiert, um dann wieder eine Kugelfläche BC senkrecht zu durchdringen, um nach dem Bildpunkt O zu gelangen.



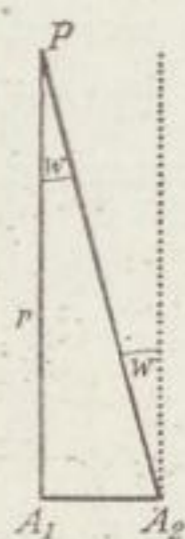
Neuere Literatur über derartige Periskope findet man in: R. d'Equillez, Untersee- und Tauchboote, Kiel 1905, S. 57 (Periskop von Mangin); Maurice Gaget, La navigation sous-marine, Paris 1901, S. 440—444; außerdem wird noch auf die französische Patentschrift Nr. 338 386 hingewiesen. Von den angedeuteten Konstruktionen weicht das Periskop der Improved Periscope-Gesellschaft, französisches Patent Nr. 402 467, insofern ab, als an Stelle des Paraboloids ein Hyperboloid Verwendung findet.

Stereoskopie. Sehen durch Doppelfernrohre.

103. Grundbegriffe. Der Radius des stereoskopischen Sehens.

Wenn man einen nicht zu sehr entfernten Körper mit beiden Augen betrachtet, so sieht man infolge der Entfernung der beiden Augen voneinander gewissermaßen um diesen Körper herum, wodurch die Vorstellung von der Tiefe des Raumes erzeugt wird. Die geometrisch-optische Voraussetzung hierfür ist, daß der Körper auf den Netzhäuten der beiden Augen verschiedene und verschieden gelegene Bilder erzeugt. Diesen Vorgang bezeichnet man als stereoskopisches Sehen.

Fig. 137.



In Fig. 137 seien A_1 und A_2 die beiden Augen eines Menschen, die denselben Punkt P eines Objektes fixieren. Wir nehmen an, daß die Entfernung b der Mitte der beiden Augen klein sei gegen die Entfernung PA_1 und PA_2 . Dann ist auch der Winkel $A_1PA_2 = w$ klein und wir können das Dreieck PA_1A_2 nach Belieben rechtwinklig oder gleichschenkelig annehmen. Man hat dann, wenn man $PA_1 = PA_2 = r$ und $A_1A_2 = b_0$ setzt:

$$r = \frac{b_0}{w} \quad \dots \dots \dots (1)$$

Das vom Auge A_1 entworfene Bild des Punktes P befindet sich gemäß Fig. 137 auf der optischen Achse, während das Bild entsprechend dem objektseitigen Winkel w auf der Netzhaut des Auges A_2 rechts davon liegt. Wie wir sahen, wird die Abweichung der Lage dieses Bildpunktes vom Achsenpunkt der Netzhaut nur dann empfunden, wenn der zugehörige objektseitige Winkel größer ist als der physiologische Grenzwinkel w_0 .

Nehmen wir an, daß der Punkt P soweit entfernt ist, daß w gerade den Wert w_0 angenommen hat, so wird alsdann das stereoskopische Sehen gerade aufhören. Bezeichnen wir den zugehörigen Wert von r mit r_0 , so liefert Gleichung (1)

$$r_0 = \frac{b_0}{w_0} \quad \dots \dots \dots (2)$$

wo man r_0 als den Radius des stereoskopischen Sehens bezeichnet. Setzt man $b_0 = 65$ mm und $w_0 = 0,00145$, was einem Winkel von einer halben Minute entspricht, so wird

$$r_0 = \frac{65}{0,00145} \text{ mm} = 447 \text{ m} \quad \dots \quad (3)$$

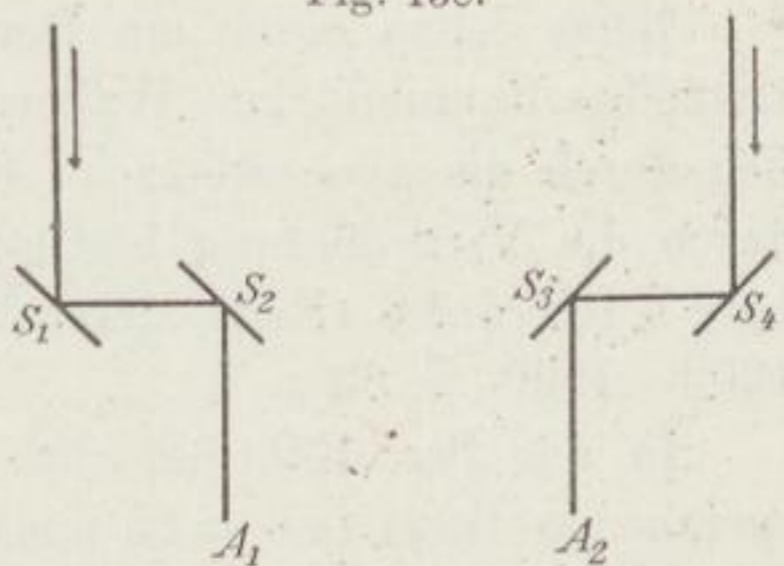
Alle Punkte, welche weiter als 447 m vom Auge entfernt sind, heben sich (für $w_0 = 30''$) beim Sehen mit zwei Augen nicht mehr von der unendlich fernen Ebene ab.

104. Der Radius des stereoskopischen Sehens bei vergrößerter stereoskopischer Basis und die totale Plastik.

Man kann die Länge b_0 , welche man als stereoskopische Basis bezeichnet und welcher der Radius des stereoskopischen Sehens proportional ist, künstlich vergrößern. Die einfachste Anordnung zeigt das Telestereoskop von Helmholtz.

Wie Fig. 138 erkennen läßt, besteht dasselbe wesentlich aus vier paarweise parallelen Spiegeln S_1, S_2, S_3, S_4 , welche zur Richtung $S_1 S_4$ unter 45° geneigt sind und das von entfernten Objekten kommende Licht durch zweimalige Reflexion in die beiden Augen A_1 und A_2 eines Beobachters gelangen lassen. Hier übertrifft die Basis $S_1 S_4$ den Augenabstand bedeutend und der Radius des stereoskopischen Sehens ist um so vielmal größer, als der Augenabstand in der Basis enthalten ist.

Fig. 138.



Die Prismenfernrohre mit vergrößertem Objektivabstand, wie sie besonders von der Firma Zeiß in Jena hergestellt werden, sind als Telestereoskope aufzufassen, bei denen beiderseits Fernrohrsysteme von der Vergrößerung v eingeschaltet sind.

Da durch derartige Fernrohrsysteme alle Winkel im Objektraum um das v -fache vergrößert werden, so kommt als physiologischer Grenzwinkel in Gleichung (2) jetzt nur der v -te Teil desjenigen Grenzwinkels in Frage, der beim Sehen mit unbewaffnetem Auge vorhanden ist, wodurch, da w_0 in Gleichung (2) im Nenner steht, der Radius der stereoskopischen Wirkung v -mal größer wird.

Der stereoskopische Radius R eines Doppelfernrohrs mit erweitertem Objektivabstand b ist also proportional

1. dem Quotienten aus Objektivabstand und Augenabstand $\frac{b}{b_0}$, wo b_0 jetzt den Augenabstand bedeutet;
2. der Fernrohrvergrößerung v .

Man hat also, wenn wieder r_0 den stereoskopischen Radius für das unbewaffnete Auge nennt,

$$R = r_0 \cdot \frac{b}{b_0} v = r_0 \cdot \Pi \quad \dots \quad (4)$$

wo man Π als totale Plastik bezeichnet.

Aufgabe 101: Welcher Punkt hebt sich gerade noch von der unendlich fernen Ebene ab, wenn man zur Beobachtung ein Prismenfernrohr von 8facher Vergrößerung und einer Objektiventfernung = 130 mm verwendet?

Lösung: Hier ist $b = 130$ mm und $v = 8$. Wir setzen ferner $b_0 = 65$ mm und gemäß Gleichung (3) $r_0 = 447$.

Dann ist nach Gleichung (4)

$$R = 447 \cdot 8 \cdot \frac{130}{65} = 7152 \text{ m.}$$

105. Das Sehen durch Doppelfernrohre.

Beim Sehen durch ein Doppelfernrohr gelangt dem Beobachter ein virtuelles Raumbild zur Wahrnehmung, dessen Dimensionierung wesentlich durch die stereoskopische Basis (Entfernung der Objektivmitten) und durch die Vergrößerung bestimmt wird. Wir folgen hier der Darstellung Pulfrichs (Neue stereoskopische Methoden und Apparate, Berlin 1903—1909, S. 82 u. f.).

In der Fig. 139 bezeichne ab die dem unbewaffneten Auge entsprechende Basis ($ab = 65$ mm), während ac eine größere Basis darstellt, wie sie etwa beim Helmholtzschen Telestereoskop Verwendung findet, ohne daß also eine Fernrohrvergrößerung vorhanden ist. Die der Basis ac gegenüber befindliche Landschaft ist durch die Ebenen gleicher scheinbarer Entfernung I bis VII versinnbildlicht. Man erkennt alsdann, daß das durch die Basis ab erzeugte Raumbild, dargestellt durch die Ebenen 1 bis 7, ein Gebilde darstellt, das aus dem Raumbild I bis VII durch proportionale Verkleinerung aller drei Dimensionen des Raumes entstanden zu denken ist. Der Proportionalitätsfaktor ist ersichtlich durch den Quotienten der Basen $ac : ab$ gegeben.

Durch bloße Basisveränderung geht man also lediglich zu virtuellen Raumgebilden über, die dem früheren ähnlich sind.

In Fig. 140 ist der Fall eines Doppelfernrohrs mit 2facher Vergrößerung unter Beibehaltung der vergrößerten Basis ac dargestellt.

Fig. 139.

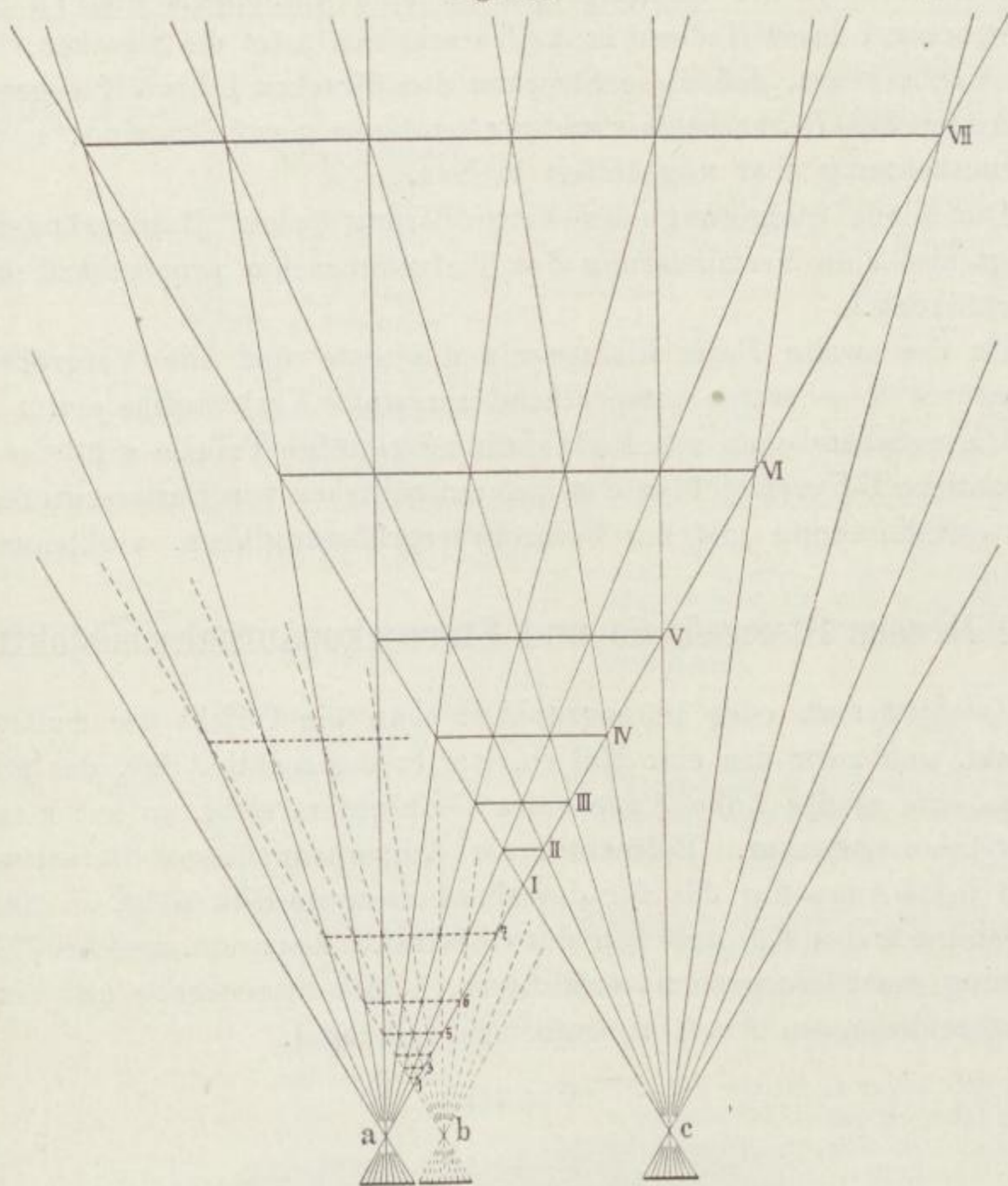
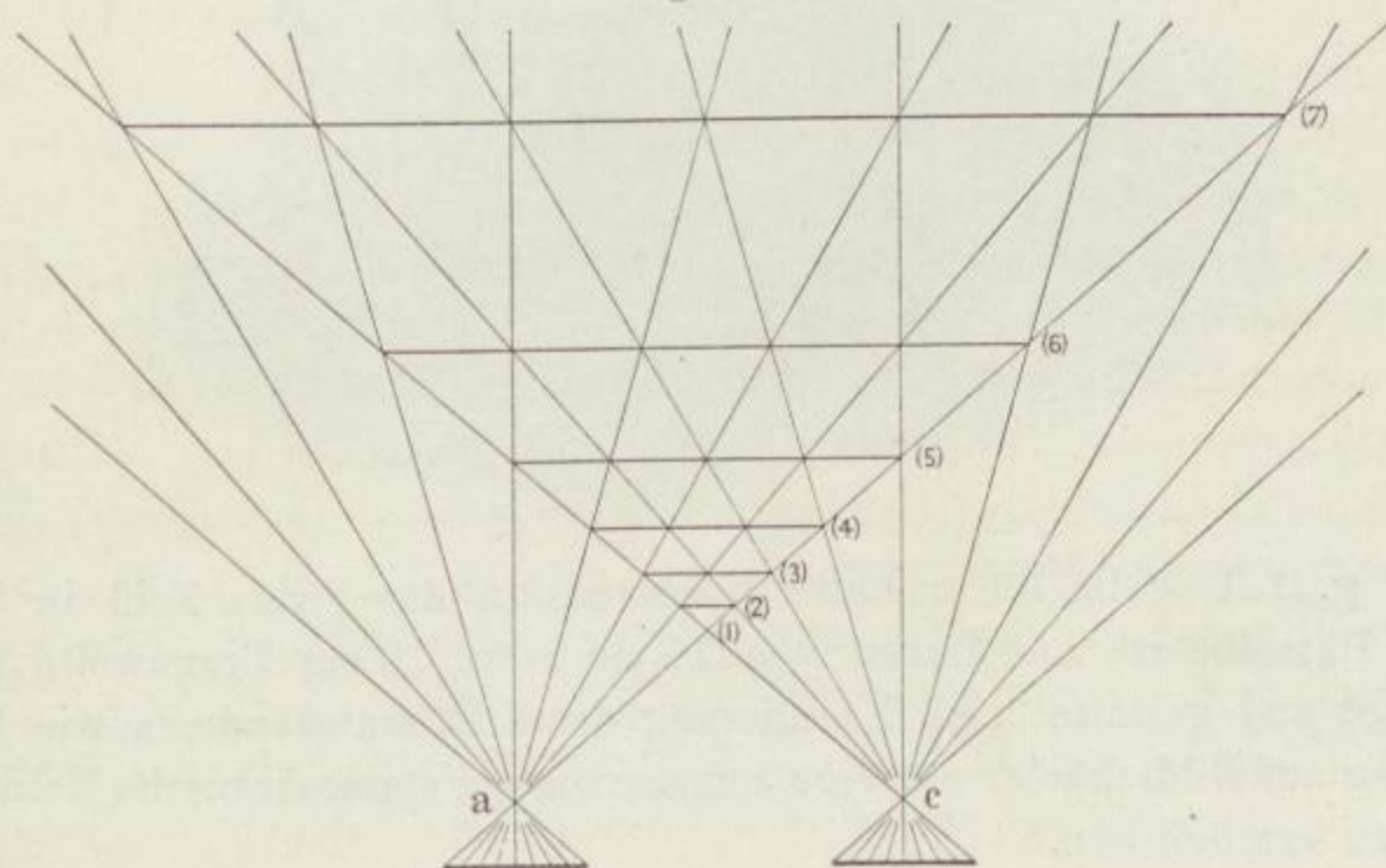


Fig. 140.



Sämtliche Winkel der Zentralprojektion sind verdoppelt und an Stelle der Strecken I bis VII der Fig. 139 erscheinen jetzt die Strecken (1) bis (7). Man erkennt, daß diese Strecken den Strecken I bis VII gegenüber den Augen des Beobachters zweimal näher gerückt sind, in ihrer Frontausdehnung aber ungeändert bleiben.

Die bloße Steigerung der Vergrößerung (ohne Basisveränderung) erzeugt also eine Verminderung der Tiefendimension proportional dieser Vergrößerung.

Ist die zweite Basis kleiner als die erste und die Vergrößerung kleiner wie 1, so treten entsprechend reziproke Verhältnisse ein.

Die nebenstehende von Pulfrich aufgestellte Tabelle gibt eine sehr anschauliche Uebersicht über das Zusammenwirken von Basisvergrößerung resp. -verkleinerung mit der Fernrohrvergrößerung resp. -verkleinerung.

106. Neuere Stereoskope und Stereoskopaufnahmeobjektive.

Zeichnet man oder photographiert man ein Objekt der Außenwelt zweimal, und zwar das eine Mal so, wie es das rechte Auge, das andere Mal so, wie es das linke Auge eines Beobachters sieht, so hat man ein sog. Stereogramm. Betrachtet ein Augenpaar dieses Stereogramm, indem jedes Auge nur das für dasselbe bestimmte Bild sieht, so entsteht der Eindruck des Körperlichen des Objektes. Apparate, welche die Betrachtung des Stereogramms erleichtern, heißen Stereoskope und sind in den verschiedensten Ausführungsformen verbreitet.

Fig. 141.

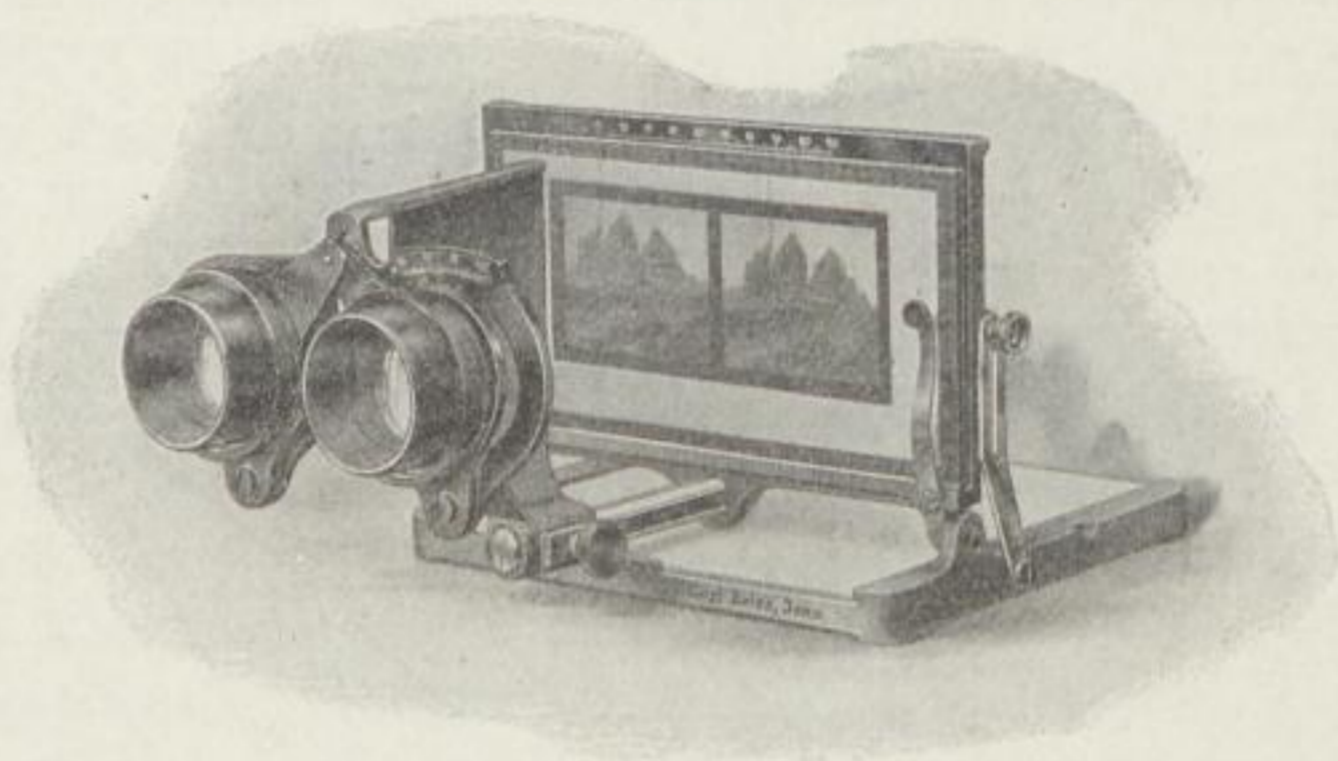
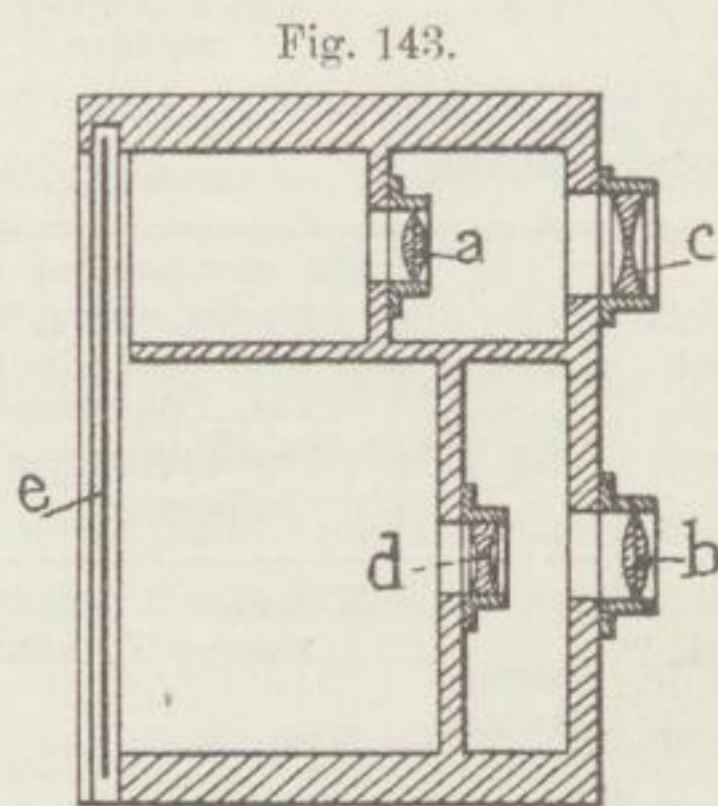


Fig. 141 stellt die neueste Konstruktion der Firma Zeiß in Jena dar. Dasselbe ist mit Lupen von 15 cm resp. 10 cm Brennweite ausgerüstet und gestattet eine Regulierung des Okularabstandes sowie Einstellung auf Bildschärfe, um eine ungezwungene stereoskopische Betrachtung zu ermöglichen.

Tabelle nach Pulfrich.

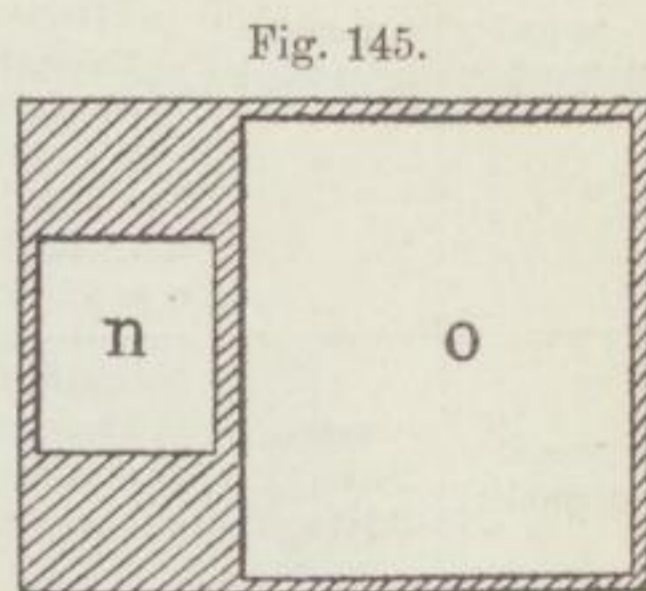
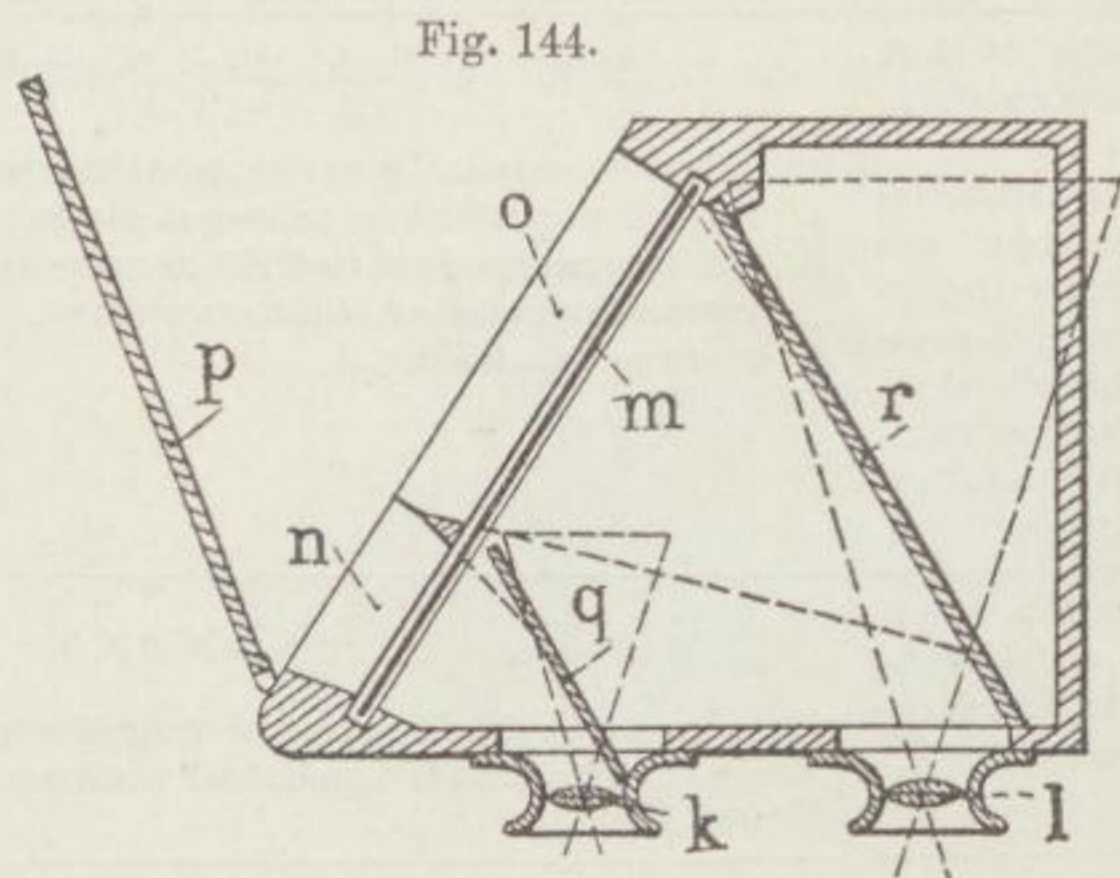
Der Bildwinkel sei:	Der natürliche Augenabstand sei:	Instrumente, welche dieser Bedingung genügen:	Durch diese Instrumente betrachtet, bieten sich die Objekte der Landschaft unter den gleichen geometrischen Bedingungen dar, wie im freien Sehen ein der Landschaft nachgebildetes Modell, welches man erhält, wenn man
unter m und n Zahlen > 1 verstanden			die wahren Entfernungen E der Objekte ersetzt durch: und die wahren Dimensionen (1×1×1) der Objekte Tiefe×Breite×Höhe ersetzt durch:
m-mal vergrößert	unverändert	Ein gewöhnlicher Feldstecher, dessen Objektivabstand gleich ist dem Okularabstand. Durchblick von der Okularseite.	$\frac{1}{m} \cdot E$ $\frac{1}{m} \times 1 \times 1$ Die Objekte werden in unveränderter Front dem Beobachter m-mal näher gerückt und dementsprechend in ihrer Tiefe m-mal zusammengeschoben (Kulissenwirkung).
m-mal verkleinert	unverändert	Wie oben. Durchblick von der Objektivseite.	$m \cdot E$ $m \times 1 \times 1$ Die Objekte werden in unveränderter Front m-mal vom Beobachter fortgerückt und dementsprechend in ihrer Tiefe m-mal ausgezogen.
unverändert	n-mal vergrößert	Helmholtzsches Tele-Spiegelstereoskop (ohne Fernrohre); Stereo-Planigraph; Augen eines Riesen.	$\frac{1}{n} \cdot E$ $\frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n}$ Die Objekte werden in n-maliger Verkleinerung dem Beobachter n-mal näher gerückt.
unverändert	n-mal verkleinert	Augen eines Kindes; Doppelfernrohr (Vergr. 1) mit verkleinertem Objektivabstand (Brachy-Stereoskop).	$n \cdot E$ $n \times n \times n$ Die Objekte werden in n-maliger Vergrößerung vom Beobachter n-mal fortgerückt.
m-mal vergrößert	n-mal vergrößert	$n > m$, Zeißsches (2 m langes Aussichtsfernrohr ($m = 10$); $n = m$, Helmholtzsches Telestereoskop; stereoskopischer Entfernungsmesser; angelehnt auch die Zeißschen Relieffernrohre. $n < m$, Zeißfeldstecher. $n = 1$, vgl. oben.	$\frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n} \cdot E$ $\frac{1}{m} \cdot \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n}$ Die Objekte werden in n-mal verkleinerter Front dem Beobachter m . n-mal genähert und dementsprechend in der Tiefe m . n-mal zusammengeschoben (Kulissenwirkung). m . n = sog. totale Plastik.
m-mal vergrößert	n-mal verkleinert	Doppelfernrohr mit verkleinertem Objektivabstand (früheres Zeißsches Theaterglas).	$\frac{1}{m} \cdot n \cdot E$ $\frac{1}{m} \cdot n \times n \times n$ Für $m = n$: In der Front n-mal vergrößerte, sonst unveränderte Landschaft (Kulissenwirkung).
m-mal verkleinert	n-mal vergrößert	Einblick eines Kindes in ein solches Theaterglas von der Objektivseite.	$m \cdot \frac{1}{n} \cdot E$ $m \cdot \frac{1}{n} \times \frac{1}{n} \times \frac{1}{n}$ Für $m = n$: In der Front n-mal verkleinerte, sonst unveränderte Landschaft.
m-mal verkleinert	n-mal verkleinert	Einblick eines Riesen in einen Prismenfeldstecher mit erweitertem Objektivabstand von der Objektivseite.	$m \cdot n \cdot E$ $m \cdot n \times n \times n$ Die Objekte werden in n-mal vergrößerter Front vom Beobachter m . n-mal fortgerückt und dementsprechend in der Tiefe m . n-mal ausgezogen.

Damit die Augen den Eindruck der natürlichen Größe haben, müßten die Lupen streng genommen Brennweiten haben, die mit denen des Aufnahmeobjektivs übereinstimmen. Da aber die meisten Stereoskopaufnahmen mit Objektivbrennweiten von 10 bis 15 cm aufgenommen werden,



so entsprechen die Zeißschen Apparate im allgemeinen den gewünschten Anforderungen.

Es ist ein bekannter Uebelstand bei der Stereoskopphotographie, daß zur Erzielung eines richtig wirkenden Positivs die beiden vom Negativ erhaltenen Abzüge zerschnitten und miteinander vertauscht werden



müssen. Gegenüber den älteren Versuchen, diesen Mangel zu heben (vgl. die deutschen Patentschriften Nr. 88 034, 156 427 und 164 016, sowie das Stereoskop von Steinhauser, welches von Stolze in dem Werke „Die Stereoskopie und das Stereoskop“ 1894, S. 119, beschrieben ist), hat H. Fricke nach dieser Richtung hin in der Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie Bd. V, 1907 S. 205 eine neue Methode an-

gegeben. Fricke schlägt vor, die Bildumkehrung der gewöhnlichen Objektive dadurch zu beseitigen, daß man unmittelbar hinter dem Objektiv ein sog. Dachkantenprisma Amicischer Art einschaltet. Mit wesentlich denselben Mitteln erzielt auch Jules Richard die Richtigstellung der stereoskopischen Bilder, wie dies in der französischen Patentschrift Nr. 396364 näher dargestellt ist. Im folgenden wollen wir noch die Einrichtung von Georges Balmitgère in Paris näher erläutern, der zufolge es ebenfalls nicht nötig ist, die stereoskopischen Bilder zu trennen. Fig. 142 und 143 zeigen den Aufnahmeapparat, Fig. 144 und 145 das zugehörige Stereoskop. Mittels des Aufnahmeapparats werden die beiden für die Stereoskopie erforderlichen Bilder in verschiedener Größe auf einer und derselben Platte hergestellt und dann in dem zugehörigen Stereoskop auf gleiche Größe und zur Deckung gebracht. Um die beiden Aufnahmen in verschiedener Vergrößerung auf dieselbe Platte zu bringen, bedient sich Balmitgère Kombinationen von positiven Linsen a und b mit negativen c und d, welche gemäß Fig. 143 wie ein Teleobjektiv oder wie die Umkehrung eines solchen wirken. Bei dem zur Betrachtung dienenden Stereoskop wird die Bildumkehrung durch die geneigten Spiegel r und q erzeugt, denen Okulare l und k zugehören, mit denen die bei n und o befindlichen und von den Spiegeln r und q reflektierten Bilder betrachtet werden. Die Platte m dient zum Halten der Bilder, während der Spiegel p die letzteren von hinten beleuchtet.

Kapitel XI.

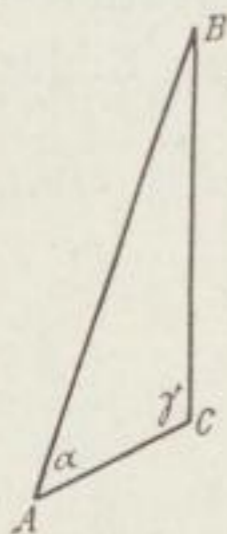
Entfernungsmesser.

107. Entfernungsmesser. Allgemeines.

Die Astronomie und Geodäsie verfügt seit langem über sehr sichere Methoden der Entfernungsmessung. Dieselben beruhen fast sämtlich auf dem bekannten Satz der Geometrie, daß ein Dreieck bestimmt ist aus zwei Winkeln und einer Seite.

Sei in Fig. 146 AC eine gemessene Strecke, die sog. Basis, und visiert man von A und C nach dem Punkt B , dessen Entfernung gemessen werden soll, so sind dadurch die Winkel α und γ bestimmt. Aus diesen Winkeln und der bekannten Basis kann man mittels bekannter trigonometrischer Formeln leicht die Entfernungen BA resp. BC bestimmen. Ist das Dreieck ABC rechtwinklig oder gleichschenkelig, so genügt die Kenntnis nur eines Winkels. Gewöhnlich liegt die Basis horizontal, doch kann sie auch vertikal gerichtet sein, wie bei den Entfernungsmessern für militärische Zwecke, die an hohen Meeresküsten aufgestellt sind. In letzterem Falle bedient man sich der Entfernung des Winkelmeßinstrumentes vom Meeresniveau als Basis.

Fig. 146.



Seit vielen Jahren gehen die Bemühungen der Konstrukteure dahin, für Zwecke des Heeres und der Marine verhältnismäßig kleine und möglichst leicht zu handhabende Entfernungsmesser herzustellen. Die älteren Konstruktionen findet man ziemlich vollständig zusammengestellt in „De Marre, Les instruments pour la mesure des distances, Paris 1880. Die neuere Literatur ist vorwiegend Patentschriftenliteratur. Vgl. auch: „Ausgewählte Kapitel der Technik“ von Niesiolowski-Gamin, Wien 1908, das Kapitel über Entfernungsmesser. Wir geben im folgenden nur eine Darstellung der modernen Typen, welche den Eingang ins Heer und in die Marine gefunden haben.

In Fig. 147 seien S_1 und S_2 zwei in der Entfernung b (Basis) voneinander befindliche Spiegel, welche zu dieser Entfernung um 45° geneigt sind. Das von einem entfernten Punkt B kommende Licht wird von S_1 reflektiert und gelangt in das Objektiv L_1 . Nach der Brechung

durch das letztere wird es von dem zu S_1 parallelen Spiegel K_1 zum Okular N reflektiert. Analog gelangt Licht vom Punkte B unter Vermittlung der beiden parallelen Spiegel S_2 und K_2 und des Objektivs L_2 in das Okular N . Die Spiegel K_1 und K_2 liegen übereinander, so daß das von S_1 kommende Licht etwa den unteren, das von S_2 kommende den oberen Teil des Gesichtsfeldes füllt. Die beiden Objektivs mögen dieselbe Brennweite φ haben. Erscheint dann die Basis vom Punkte B aus unter dem Winkel w , so werden die Bilder des Punktes B , die unter Vermittlung der beiden Spiegel S_1 und S_2 zustande kommen, eine Entfernung

$$\varepsilon = \varphi \cdot w$$

voneinander haben, wenn wir das sehr schmale Dreieck BS_1S_2 als rechtwinklig auffassen, was gestattet ist; denn wird z. B. das Bild von B unter Vermittlung des linken Spiegels gerade in der optischen Achse entworfen, so erscheint das vom rechten Spiegel entworfene Bild in einer solchen Entfernung, wie das Bild eines entfernten Gegenstandes ausmacht, das unter dem Winkel w vom Fernrohr aus erscheint.

Nun ist ferner aus dem Dreieck BS_1S_2 , wenn man die Entfernung des Punktes B vom Entfernungsmesser mit E bezeichnet:

$$w = \frac{b}{E}$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt

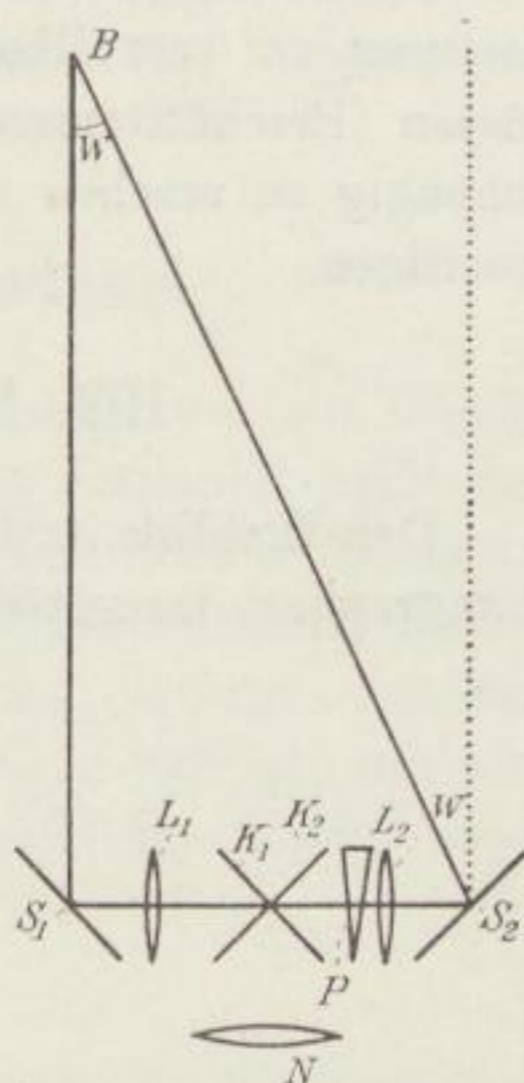
$$\varepsilon = \varphi \frac{b}{E}$$

Die Verschiebung ist also umgekehrt proportional der Entfernung E und direkt proportional der Basis b .

Die Messung, d. h. die Bestimmung der Größe ε , wodurch dann auch E bekannt ist, geschieht dadurch, daß durch Lagenveränderung eines optischen Elementes die beiden Bilder des anvisierten Punktes B zur Deckung gebracht werden. Vorteilhaft verwendet man dazu ein Glasprisma P von kleinem brechenden Winkel, das in den Strahlengang eingeschaltet und parallel zur optischen Achse verschoben wird. An einer Skala, die z. B. mit dem Prisma fest verbunden ist und sich gegen eine feste Marke verschiebt, wird die Ablesung vorgenommen. Die be-

Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

Fig. 147.



sondere Einteilung der Skala gestattet sofort, die Entfernung abzulesen. Zuerst in die Praxis eingeführt sind derartige Instrumente von den englischen Professoren Archibald Barr und William Stroud, alsdann von der Firma A. und R. Hahn in Kassel, Zeiß in Jena, C. P. Goerz in Friedenau u. a. m.

Die Planspiegel sind dabei meist durch reflektierende Prismen ersetzt und eine große Anzahl von Neuerungen getroffen, um die optische Leistung zu vervollkommen, die Messungsergebnisse von äußeren Einflüssen (Erschütterungen, Ausdehnung durch die Wärme) möglichst unabhängig zu machen und eine etwa eingetretene Dejustierung schnell zu beseitigen.

108. Koinzidenz- und Invertprinzip.

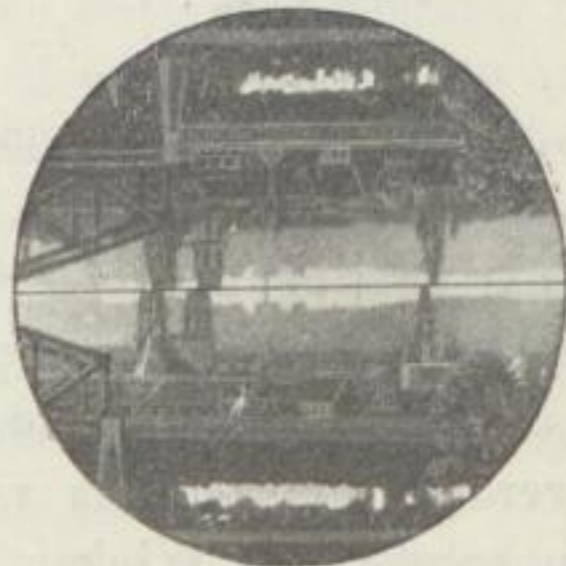
Den Einblick in das Okular eines Entfernungsmessers der im vorigen Paragraphen dargestellten Art zeigen die Figuren 148 und 149.

Fig. 148.



Das Gesichtsfeld ist durch eine horizontale Gerade in zwei Teile geteilt. Durch die Fig. 148 wird das Gesichtsfeld eines sog. Koinzidenz-

Fig. 149.



entfernungsmessers dargestellt. Der obere Teil der Landschaft erscheint um eine gewisse Strecke verschoben, wie durch die Spitzen der Türme in dieser Figur angedeutet ist. Nach vollendeter Messung

ist die Koinzidenz der beiden Teile der Landschaft hergestellt, so daß sie sich zu einem einheitlichen Ganzen ergänzen.

Die Fig. 149 erläutert das sog. Invertprinzip. Der obere Teil des Gesichtsfeldes zeigt denselben Landschaftsteil wie der untere, jedoch im Spiegelbild. Bei Landschaften mit ausgeprägten, in die Luft hineinragenden Spitzen soll hierdurch eine größere Genauigkeit der Messung erzielt werden. Die Messung geschieht durch genaue Uebereinanderstellung der entsprechenden Teile der Landschaft, insbesondere der mit Spitzen versehenen Gegenstände.

109. Der physiologische Grenzwinkel.

Derjenige objektseitige Gesichtswinkel, unter dem wir ein Objekt mindestens sehen müssen, damit es noch ausgedehnt erscheint, heißt der physiologische Grenzwinkel ω_0 . Man hat denselben z. B. daran geprüft, ob das Auge gewisse, sehr dicht aneinander stehende Sterne noch zu trennen vermag. Dieser Winkel ändert sich natürlich mit der Sehschärfe S in dem Sinne, daß er mit wachsendem S kleiner, mit abnehmendem S größer wird. Gewöhnlich nahm man diesen Winkel etwa zu einer Winkelminute an, woraus

$$\omega_0 = 0,000291$$

folgt. Neuere systematische Untersuchungen über die Fehlergrenze von Messungen, insbesondere auch solcher mit stereoskopischer Basis haben jedoch bedeutend geringere Werte für ω_0 geliefert. Als günstigsten Wert des Unterscheidungsvermögens pflegt man sogar den Wert von 10 Winkelsekunden für ω_0 anzunehmen. Das Bild y' auf der Netzhaut, welches einem fernen, unter dem Winkel ω_0 erscheinenden Objekt entspricht, ist

$$y' = f \cdot \omega_0,$$

wo f die vordere Brennweite des Auges ist. Für $f = 15$ mm und $\omega_0 = 0,00029$ erhält man:

$$y' = 0,0045 \text{ mm}$$

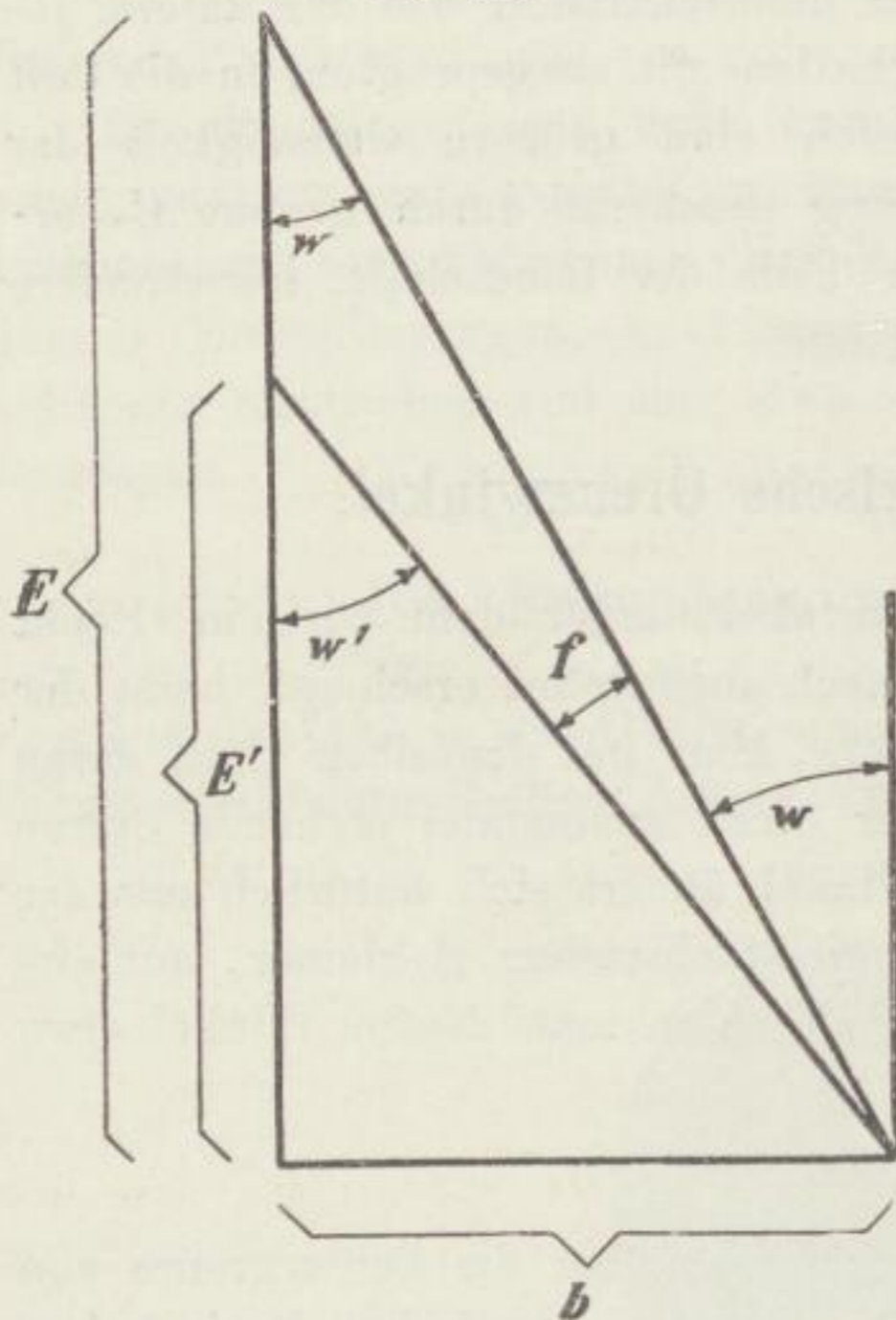
als Ausdehnung derjenigen Stelle der Netzhaut, welche zwei getrennte Lichtreize nur noch als einen einzigen empfindet (vgl. § 66 und Aufg. 57).

110. Beobachtungsfehler von Basisentfernungsmessern.

In folgendem geben wir eine elementare Darstellung der Fehlerberechnung für Basisentfernungsmesser und folgen dabei einer von der Firma Zeiß für militärische Zwecke veröffentlichten Zusammenstellung von Formeln und Beobachtungsfehlern.

In der Fig. 150 sei b die Basis, die vom Ziel aus unter dem Gesichtswinkel w erscheint. Das hierdurch entstehende Dreieck kann man

Fig. 150.



wegen der relativen Kleinheit von b ebensogut als gleichschenkelig wie als rechtwinklig annehmen. Im vorliegenden Falle ist das letztere geschehen, und die lange Kathode, die Entfernung des Ziels von der Basis mit E bezeichnet.

Man hat dann:

$$\operatorname{tg} w = \frac{b}{E}$$

oder, weil man bei kleinen Winkeln w die Tangente mit dem Bogen vertauschen kann und im Bogenmaß eine Sekunde gleich

$$\frac{1}{206\,000} \text{ ist:}$$

$$w = \frac{b}{E} \cdot 206\,000 \quad . \quad . \quad (1)$$

wo der Winkel w in Sekunden gemessen ist.

Ist z. B.: $b = 1 \text{ m}$ und $E = 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$, so ist $w = 206'' = 3' 26''$.

Sieht man zunächst von einer Fernrohrvergrößerung ab, so kann man annehmen, daß die Messung mit einem Winkelfehler f behaftet ist. Dieser Fehler f spielt hier die Rolle des physiologischen Grenzwinkels (vgl. § 109), indem er die äußerste Grenze der Unterscheidungsfähigkeit angibt, nur ist er im vorliegenden Falle nicht nur von der Empfindlichkeit der nervösen Elemente der Netzhaut, sondern auch von anderen Einflüssen, wie Sehschärfe, Güte der Objekte, Beleuchtung, optische Einrichtung des Entfernungsmessers usw. abhängig. Der Fehler f kann den richtigen Winkel w ebensogut vergrößern wie verkleinern, weshalb wir den fehlerhaft gemessenen Winkel w'

$$w' = w \pm f$$

setzen wollen.

Aus der falschen Messung wird auch eine falsche Entfernung E' folgen, für die man bei unveränderter Basis b zufolge Gleichung (1) hat:

$$w' = \frac{b}{E'} \cdot 206\,000 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen erhält man durch Subtraktion:

$$w' - w = \pm f = b \cdot \left(\frac{1}{E'} - \frac{1}{E} \right) 206\,000$$

$$= b \cdot \frac{E - E'}{E \cdot E'} \cdot 206\,000.$$

Da E und E' nur verhältnismäßig wenig voneinander abweichen werden, so kann man statt des Ausdruckes E · E' den Ausdruck E² setzen, und die letzte Gleichung liefert

$$E - E' = \frac{\pm f \cdot E^2}{b \cdot 206\,000} \dots \dots \dots (3)$$

Der Fehler E - E' der Entfernungsbestimmung wächst also direkt mit f und mit dem Quadrat der Entfernung, während er mit vergrößerter Basis b kleiner wird. Gibt man dem Entfernungsmesser noch eine Vergrößerung v, so wird dadurch das Netzhautbild, welches ein Gegenstand unter dem Gesichtswinkel f erzeugt, v-mal vergrößert, die Unterscheidungsfähigkeit wird um das v-fache heraufgesetzt. Wir können also statt des Winkels f den v-ten Teil desselben in die Rechnung einführen. Gleichung (3) liefert dann:

$$E - E' = \frac{f \cdot E^2}{v \cdot b} \cdot \frac{1}{206\,000} \dots \dots \dots (4)$$

Aufgabe 102: Es werde ein Fehler von f = 20 Sekunden angenommen. Ferner sei b = 0,5 m, v = 8, E = 1000 m, wie groß ist der Beobachtungsfehler?

Lösung: Gleichung (4) liefert

$$E - E' = \frac{20 \cdot 1000^2 \cdot 2}{8 \cdot 206\,000} = 24 \text{ m.}$$

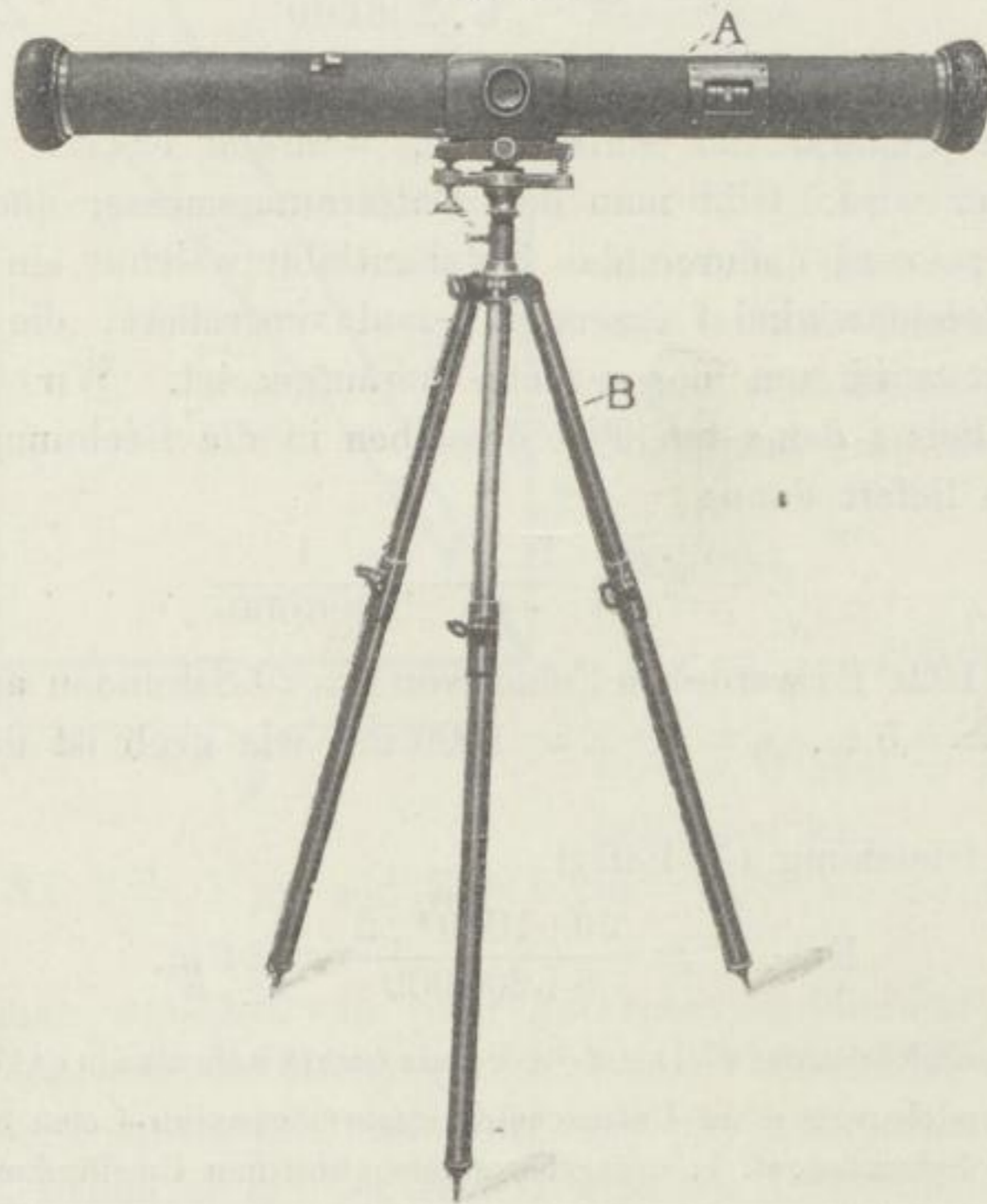
Beobachtungsfehler von Basisentfernungsmessern unter Zugrundelegung eines Unterscheidungsvermögens im freien Sehen von 10 Sekunden, d. h. unter besonders günstigen Umständen.

Basis	0,50 m	1 m	3 m
Vergrößerung	8	11	28
Entfernung	Fehler in Metern		
200 m	0,5	—	—
300 "	1,1	—	—
500 "	3,0	—	—
1000 "	12	4,4	0,6
2000 "	49	17	2,3
3000 "	109	39	5,5
5000 "	—	110	15
7000 "	—	218	29
9000 "	—	358	47
15000 "	—	—	129

111. Die Entfernungsmesser der Aktiengesellschaft Hahn für Optik und Mechanik in Cassel.

Die Vorgängerin der Aktiengesellschaft Hahn in Cassel, nämlich die Firma A. und R. Hahn, war die erste in Deutschland, welche sich den Bau monokularer Entfernungsmesser für die Zwecke des Militärs und der Marine angelegen sein ließ. Die Bestrebungen dieser Firma reichen bis in die siebziger Jahre des vorigen Jahrhunderts zurück und die von

Fig. 151.

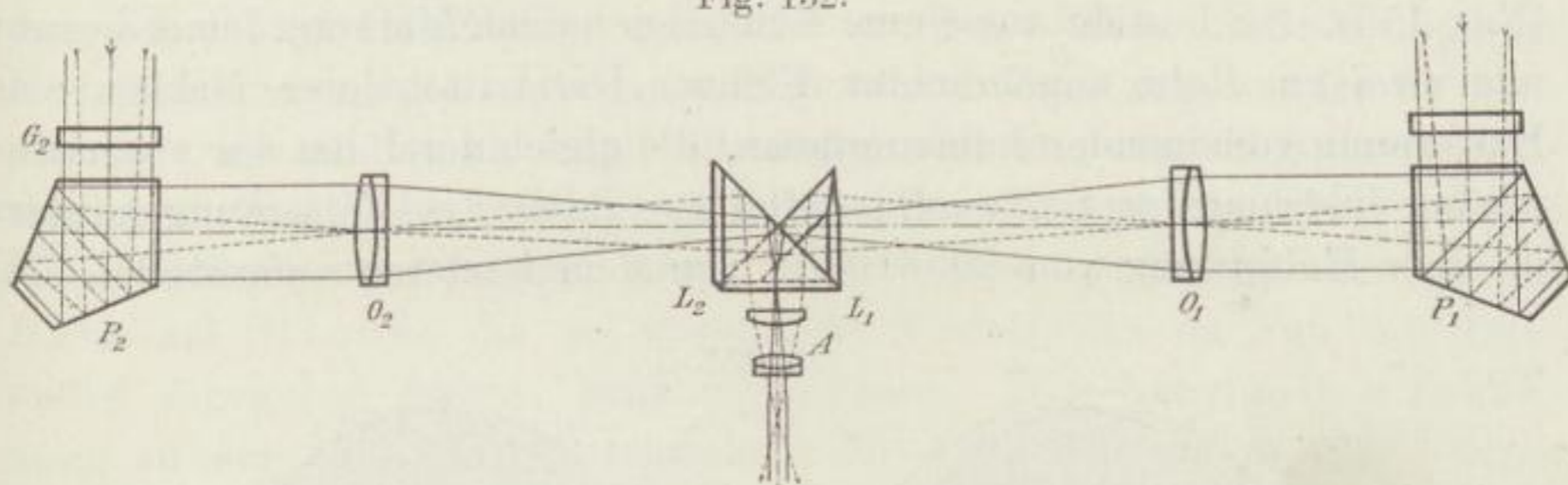


ihr gelieferten Instrumente haben auch zuerst Aufnahme in der deutschen Infanterie und Maschinengewehrformationen Aufnahme gefunden. Die Entfernungsmesser werden in neuerer Zeit sowohl nach dem Koinzidenz- wie nach dem Invertprinzip gebaut. In letzterer Beziehung vgl. die Ausführungen auf S. 194. In Fig. 152 ist der „Infanterieentfernungsmesser Hahn“ schematisch dargestellt, Fig. 151 stellt eine Ansicht desselben dar.

Das Instrument besteht aus zwei Prismenfernrohren mit getrennten Eintrittsöffnungen im Abstände der Basis (von ca. 80 cm) und gemeinsamen Okularen. Das rechte Prisma liefert ein aufrechtes seitenrichtiges Bild, das linke ein umgekehrtes (Invertprinzip).

Die Strahlenablenkung wird bewirkt durch die fünfseitigen Endprismen P_1P_2 und die rechtwinkligen Okularprismen L_1L_2 . Letztere sind übereinander gelagert, so daß die Strahlenvereinigung des rechten Fernrohrs in der unteren, des linken Fernrohrs in der oberen Hälfte des Gesichtsfeldes stattfindet. Um ein aufrechtes Bild zu erzielen, ist das untere Prisma mit einer Dachfläche versehen.

Fig. 152.



Die Strahlenvereinigung geschieht in den Fernrohren wie oben schon allgemein dargestellt, durch die beiden Objektive O_1O_2 . Die von ihnen entworfenen reellen Bilder des Objektraumes werden von dem Okular A vergrößert.

Die Okularprismen L_1L_2 sind so konstruiert, daß für alle Punkte des Gesichtsfeldes die volle Oeffnung des Objektivs ausgenutzt werden kann. Dies wird dadurch erreicht, daß die Prismen mit schrägen Ein-

Fig. 153.

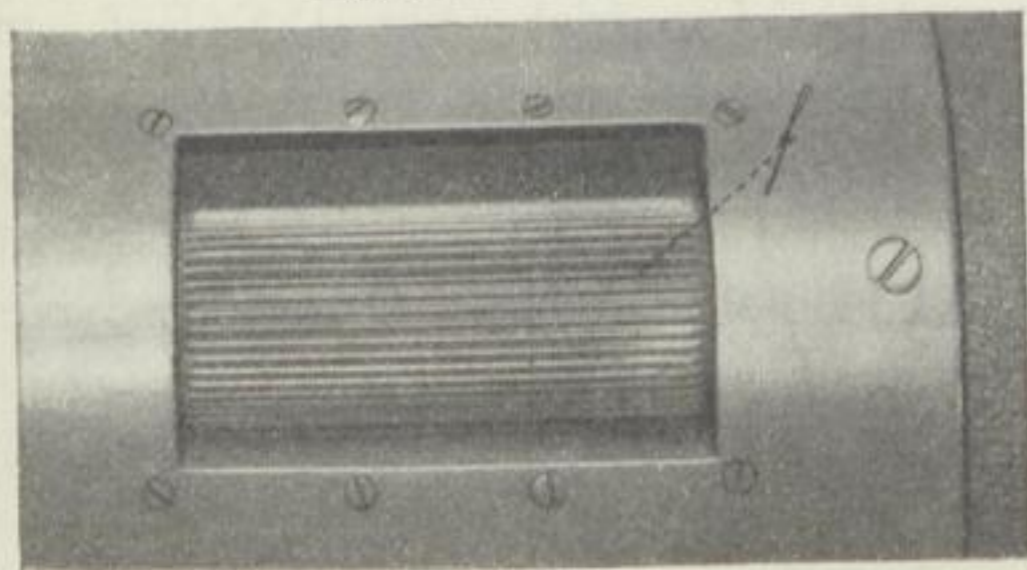
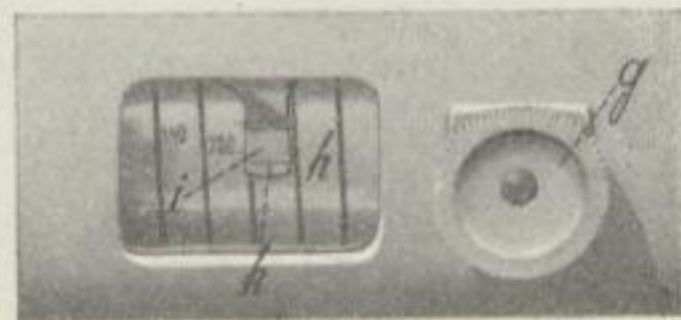


Fig. 154.



und Austrittsflächen versehen sind. Durch geeignete Lagerung der Okularprismen und Objektive wird das Instrument so justiert, daß die Austrittspupillen beider Fernrohre genau zusammenkommen.

Die Messung des parallaktischen Winkels geschieht durch Verschiebung eines optischen Teils senkrecht zum Strahlengang.

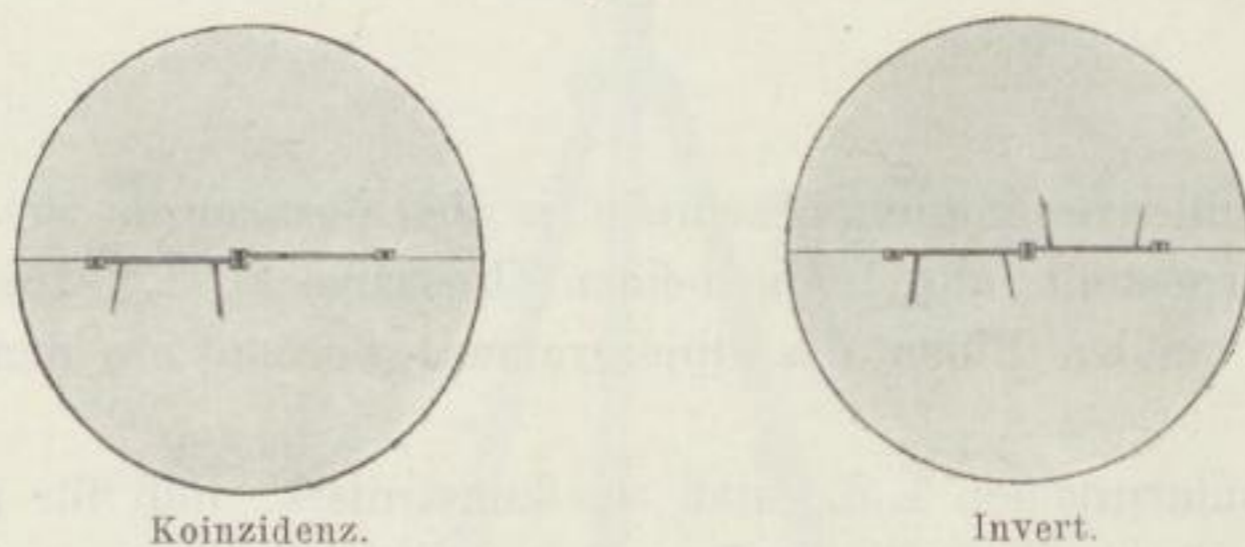
Hierzu wird entweder eines der Objektive oder das Okularprismensystem benutzt.

Bei der durch Fig. 152 dargestellten Form wird zwecks Messung das Objektiv O_1 senkrecht zur optischen Achse in einer Schlittenführung

verschoben. Diese Verschiebung erfolgt durch Drehen der Meßwalze f (Fig. 153). Hierdurch wird gleichzeitig die Meßtrommel h (Fig. 154) entsprechend der Verschiebung des Linsensystems bewegt. In den Nuten der Meßtrommel gleitet an einer horizontal liegenden Stange der Zeiger i , welcher mit einem Markenstrich k versehen ist. An der Meßtrommel werden direkt die Entfernungen abgelesen.

Die Justierung geschieht mittels der sog. Berichtigungslatte (Fig. 155). Sie besteht aus einem Rohr, den beiden Marken, dem Fernrohr und zwei am Rohr angebrachten Füßen. Die Latte, deren Marken eine Entfernung voneinander haben müssen, die gleich der Basis des zu justierenden Instrumentes ist, wird parallel zur Basis des Entfernungsmessers in einer Entfernung von 80—100 m von dem letzteren aufgestellt. Die

Fig. 155.



Füße der Latte werden so lange verstellt, bis das Fadenkreuz im Fernrohr der Latte auf den Kopf des den Entfernungsmesser tragenden Gestelles zeigt. Es wird alsdann der Zeigerstrich (Fig. 154) auf eine Marke der Meßtrommel eingestellt. Ist das Instrument richtig justiert, so erscheinen im Gesichtsfeld des Entfernungsmessers zwei Bilder der Latte, wie sie durch Fig. 155 dargestellt sind, und zwar gilt die rechte Seite der Zeichnung für das Invertsystem, die linke für das Koinzidenzsystem.

Bemerkt sei, daß die Anwendung der Justierlatte auf Barr und Stroud zurückzuführen ist. Vgl. das Britische Patent Nr. 9520 vom Jahre 1888.

112. Die Entfernungsmesser der Firma Zeiß.

I. Die Meßprinzipien.

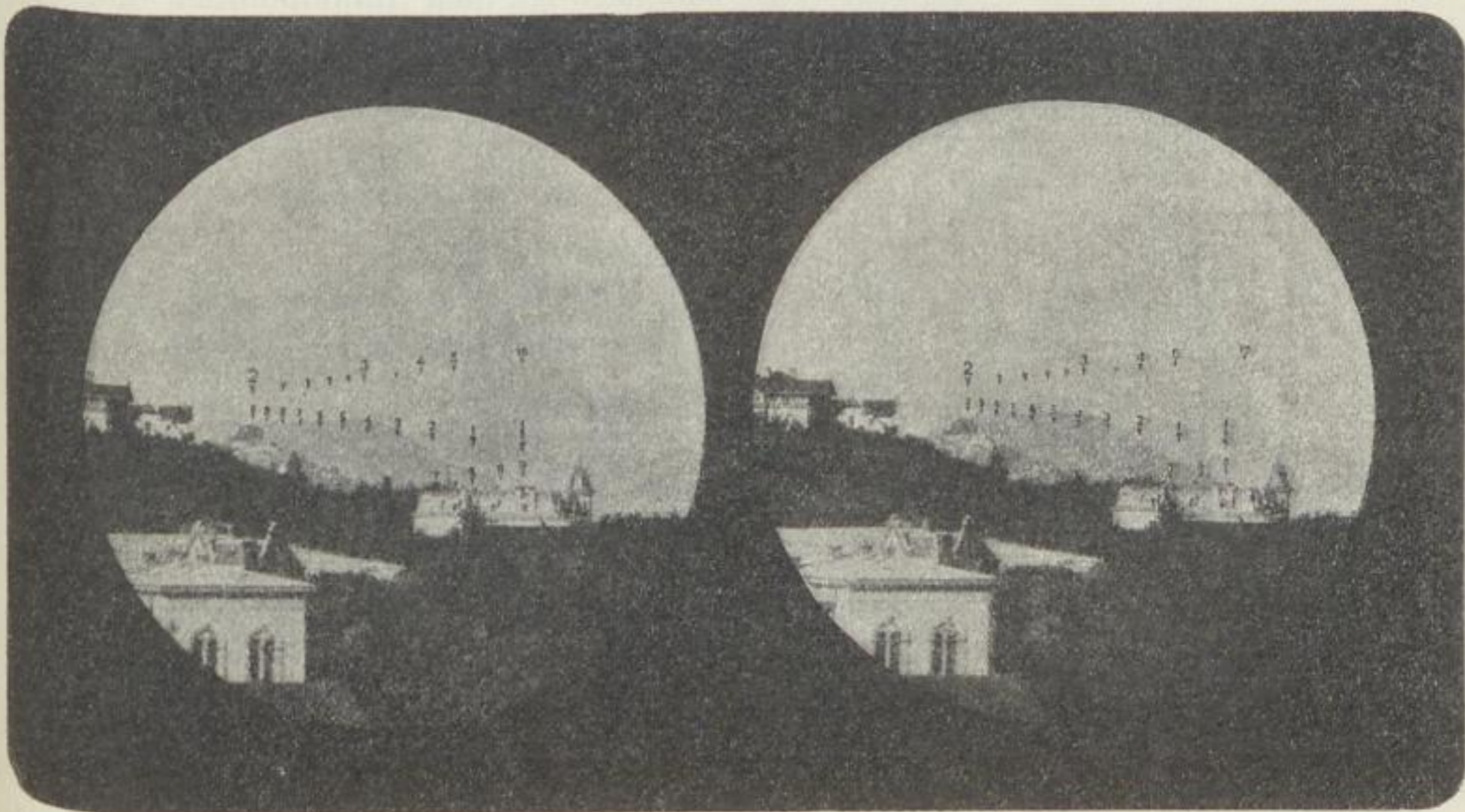
Die Firma Zeiß begann mit dem Bau von Entfernungsmessern auf Anregung des Ingenieurs Hektor de Grouilliers in Charlottenburg, der ihr im Jahre 1892 die dem stereoskopischen Telemeter zugrunde liegende Idee mitteilte, deren praktische Ausbildung insbesondere Dr. Pulfrich durchgeführt hat.

Dem Bau monokularer Entfernungsmesser wendete sich die Firma etwa 1905 zu und nahm im gleichen Jahre das Patent Nr. 175900 auf ein besonders einfaches und unempfindliches Okularprisma, sowie auf einen Telemeter nach einem neuen, dem sog. Symmetrieprinzip. Das letztere besteht darin, daß das Gesichtsfeld durch eine vertikale Trennungslinie in zwei gleiche Teile geteilt ist und daß die Bilder des anvisierten Gegenstandes rechts und links von der Trennungslinie in symmetrische Lage zueinander gebracht werden. Eine Abänderung des Koinzidenzprinzipes war das zuerst von C. Zeiß angewandte Invertprinzip, wie es durch Fig. 149 dargestellt ist, das sich bei „feldmäßigen“ Zielen besonders bewährte. Die Möglichkeit einer solchen Konstruktion war jedoch schon den beiden englischen Professoren Barr und Stroud, die so wesentliche Fortschritte im Bau der Telemeter angegeben haben, bekannt gewesen. Dies beweist ihre Erwähnung in der englischen Patentschrift Nr. 1462 vom Jahre 1903, deren Auffindung durch die Firma Zeiß diese veranlaßte, ihre Patentanmeldung zurückzuziehen.

II. Stereoskopische Entfernungsmesser.

Der von der Firma Zeiß in Jena konstruierte stereoskopische Entfernungsmesser kann als ein Doppelfernrohr mit vergrößertem Augenabstand aufgefaßt werden, in dessen beiderseitige Fokalebene (nämlich für das rechte und linke Auge) Skalen eingefügt sind, welche stereoskopisch verschieden sind, so daß sie sich beim binokulären Sehen zu

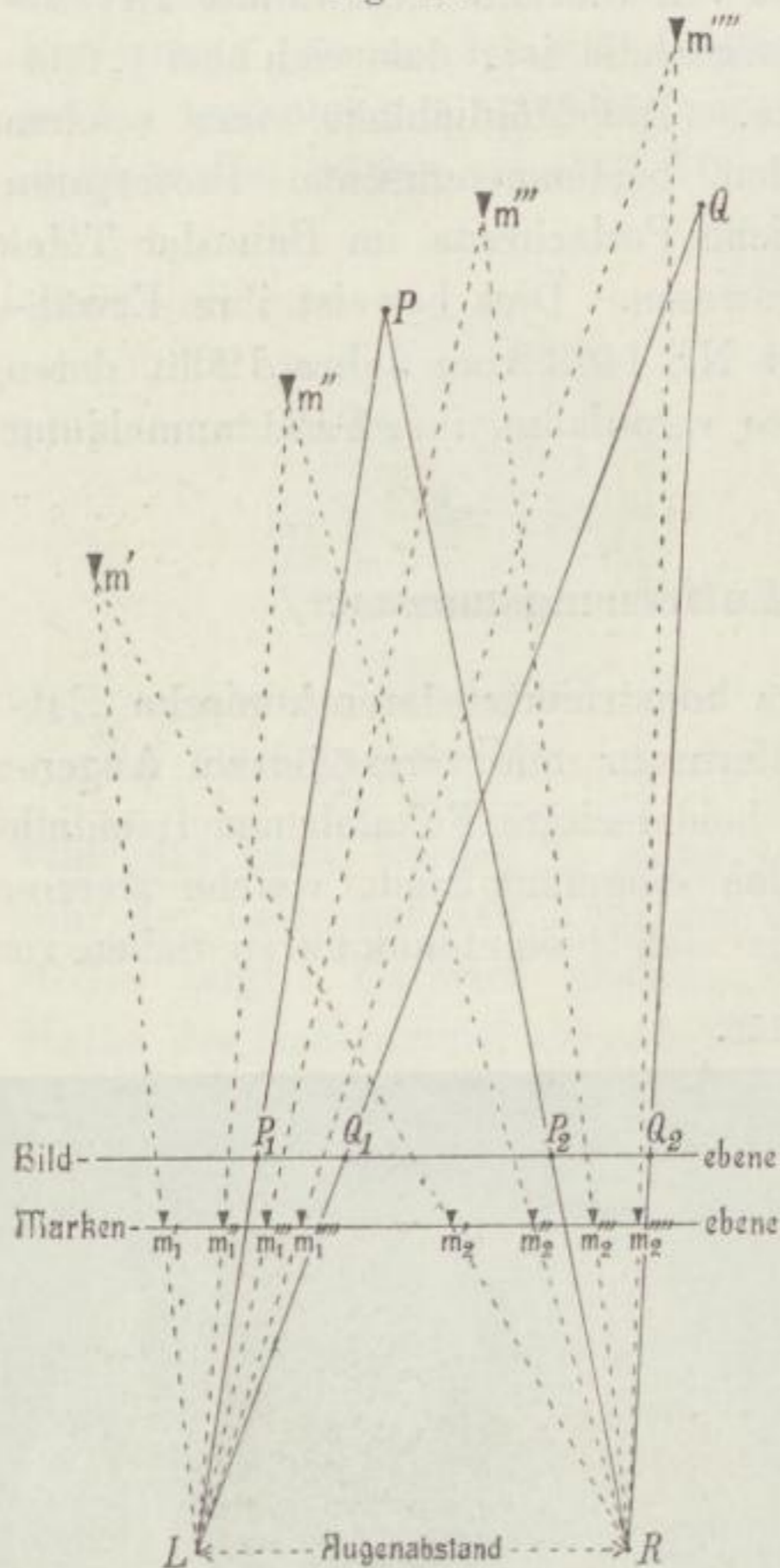
Fig. 156.



einem stereoskopischen Bilde vereinigen. Dieses Bild erscheint in die Landschaft hineinprojiziert. Der Beobachter hat den Eindruck, wie er durch stereoskopische Betrachtung der Fig. 156 erzeugt wird. Vgl. D.R.P. Nr. 82571 vom Jahre 1893.

Die Skalen können etwa auf durchsichtigen planparallelen Glasplatten aufgezeichnet sein. Führt man dann die in den Raum hinein projizierte Skala an das Objekt heran, dessen Entfernung man feststellen will, so

Fig. 157.



kann man direkt die Entfernung desselben ablesen. Aus praktischen Gründen hat man der Skala Zickzackform gegeben.

Die hierbei auftretende Superposition der Raumbilder wird durch Fig. 157 näher erläutert.

Durch L und R sind das linke und rechte Auge angedeutet. Markenebene und Bildebene, die mit der Fokalebene des Doppelfernrohres zusammenfallen, sind der Uebersichtlichkeit wegen etwas voneinander getrennt gezeichnet. Den Markenpunkten m_1', m_1'' usw. der linken Fokalebene entsprechen die Punkte m_2', m_2'' usw. der rechten Fokalebene. Diese Punkte vereinigen sich stereoskopisch zu den Raumpunkten m', m'' usw. Zwischen den letzteren erscheint dann das anvisierte Objekt PQ zu liegen, dessen Projektionspuren in der Bildebene P_1Q_1 und P_2Q_2 sind.

Die Fig. 158 zeigt den Gebrauch des Entfernungsmessers im Gelände.

Zur Berechnung des Messungsfehlers kann man unmittelbar die Gleichung (4) verwenden; denn in beiden Fällen — beim Gebrauch eines stereoskopischen Entfernungsmessers wie bei einem Basisinstrument — spielt der Winkelfehler f dieselbe physiologische Rolle, nämlich als Grenzwert des Unterscheidungsvermögens des menschlichen Auges, weshalb auch die auf S. 197 gegebene Tabelle für stereoskopische Entfernungsmesser unmittelbar gültig ist.

Fig. 158.



Dem Ausdruck

$$E - E' = \frac{f \cdot E^2}{v \cdot b} \cdot \frac{1}{206000}$$

kann man übrigens noch eine andere Form geben. Berücksichtigt man, daß

$$\Pi = \frac{b}{b_0} v$$

die totale Plastik des Entfernungsmessers ist, wo b_0 den Augenabstand bedeutet, so ist

$$E - E' = \frac{f \cdot E^2}{b_0 \Pi} \cdot \frac{1}{206000}$$

Da hier ferner f die Rolle des physiologischen Grenzwinkels w_0 spielt und demnach $\frac{b_0}{f} = r_0$, d. h. gleich dem Radius des stereoskopischen Sehens mit unbewaffnetem Auge ist, so hat man:

$$E - E' = \frac{E^2}{R} \cdot \frac{1}{206000},$$

wo $R = r_0 \Pi$ den Radius des stereoskopischen Sehens mit dem Entfernungsmesser darstellt.

Der Messungsfehler eines stereoskopischen Entfernungsmessers ist also proportional dem Quadrat der zu bestimmenden Entfernung und umgekehrt proportional dem stereoskopischen Radius des Instrumentes.

III. Zweite Form des stereoskopischen Entfernungsmessers.

Der Ausdruck

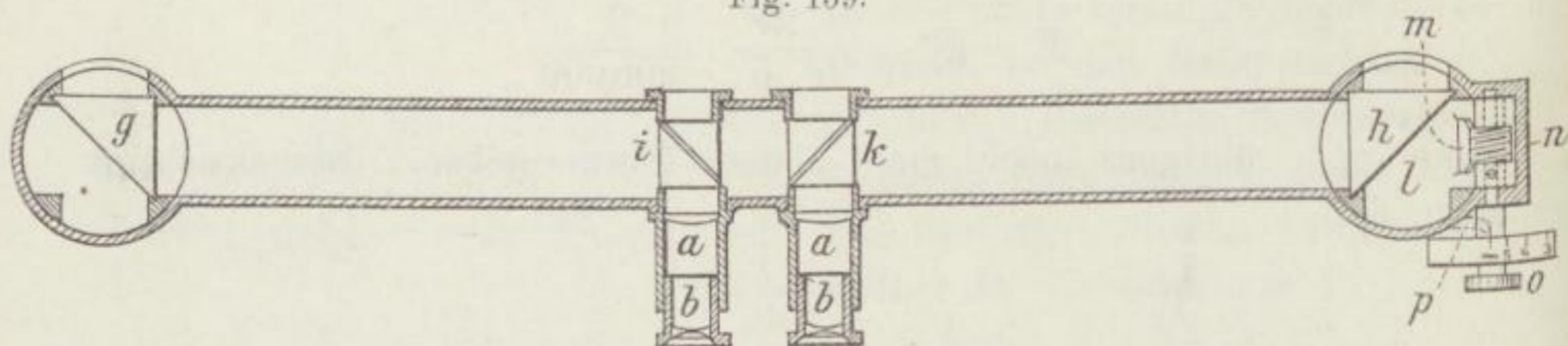
$$R = r_0 \Pi,$$

für den stereoskopischen Radius eines Doppelfernrohrs, wo

$$\Pi = \frac{b}{b_0} \cdot v$$

die totale Plastik bedeutet, hat insofern noch eine allgemeinere Bedeutung, als er für jede innerhalb des stereoskopischen Radius liegende Entfernung R gilt, wenn man unter r_0 nicht gerade die äußerste Entfernung des stereoskopischen Sehens mit unbewaffnetem Auge versteht, sondern den einem gewissen Divergenzzustand der von einem anvisierten Objektpunkt ausgehenden und in die beiden Objektive gelangenden Bündel entsprechenden Abstand versteht. Die scheinbare Entfernung der Geländepunkte bei der Betrachtung durch ein Doppelfernrohr hängt also von der Größe der totalen Plastik des Instrumentes ab.

Fig. 159.



Hierauf beruht eine neuere Form des stereoskopischen Entfernungsmessers nach Pulfrich und König (D.R.P. Nr. 162 471). Es werden nämlich zwei Doppelfernrohre mit verschiedener totaler Plastik so vereinigt, daß der Beobachter die beiden Raumbilder, die die Doppelfernrohre von jedem Objektpunkt entwerfen, gleichzeitig oder nacheinander durch zweiäugiges Sehen wahrnehmen kann. Dabei ist eine mikrometrische Einrichtung vorgesehen, um von den vier Systemen von Strahlenbüscheln, die die beiden Doppelfernrohre durchlaufen, eins oder mehrere abzulenken, bis die beiden Raumbilder als gleichfern erkannt werden. Aus der mikrometrischen Ablesung folgt alsdann die Entfernung des anvisierten Ob-

jektes. Die Fig. 159 zeigt eine besondere Ausführungsform eines solchen Entfernungsmessers.

g und h sind zwei total reflektierende Prismen, i und k zwei würfelförmige Prismen, deren jedes aus zwei gleichschenkelig rechtwinkligen Prismen mit dazwischen eingeschlossener halb durchsichtiger, halb reflektierender Schicht besteht; a sind die Objektive, b die Okulare. Ist z. B. der obere Teil der Prismen durchsichtig, so sehen die Augen in der oberen Hälfte des Gesichtsfeldes das Gelände mit der totalen Plastik v , da jetzt $b = b_0$ ist, während in dem unteren Teile des Gesichtsfeldes zufolge der vergrößerten Basis die totale Plastik $\frac{b}{b_0}$ herrscht, wenn b den Abstand der Prismen g und h bedeutet. Um nun die scheinbaren Entfernungen der anvisierten Geländeteile gleich groß zu machen, wird der Stuhl l des Prismas h um eine senkrechte Achse drehbar gemacht und mit einem Zahnsektor m ausgestattet, in den die Meßschnecke n eingreift. Koaxial zu dieser Schnecke und fest mit ihr verbunden ist die Meßtrommel o angeordnet, deren Skala an dem am festen Gehäuse angebrachten Zeiger p abgelesen wird. (Näheres siehe in der Patentschrift, praktische Bedeutung hat dieses Instrument nicht gewonnen.)

IV. Monokulare Telemeter mit fester Skala.

Eine neue Telemeterkonstruktion nach Eppenstein, bei der sowohl das Invert- wie das Koinzidenzprinzip anwendbar ist, veröffentlichte die Firma in dem D.R.P. Nr. 205 128 vom 19. Januar 1908. Sie läßt sich schematisch in folgender Weise darstellen:

Seien A und B (Fig. 160) zwei parallel gerichtete Fernrohre, die Brennebenen ihrer Objektive gehen durch $a_1 a_2 a_3$ und $b_1 b_2 b_3$, die Okulare sind nicht gezeichnet; die Brennweite von B ist kürzer als die von A. Zwei parallele Strahlen 1 und 1' ergeben die Bildpunkte a_1 und b_1 . Wenn man jetzt zwei Bildpunkte a_2 und b_2 wählt, so daß die Abstände

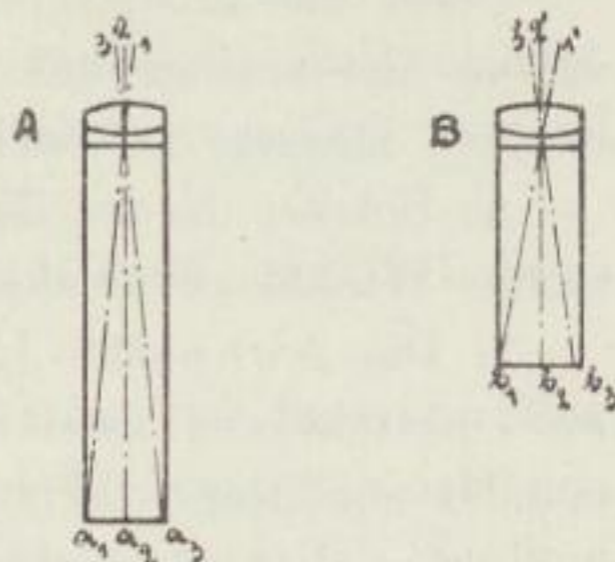
$$a_1 a_2 = b_1 b_2$$

sind, so kommen die Strahlen 2 und 2' von einem endlichen Punkte. Zwei Strahlen 3 und 3' ebenfalls bestimmt durch

$$a_2 a_3 = b_2 b_3$$

kommen von einem noch näheren Punkte.

Fig. 160.



Denkt man sich nun die beiden Gesichtsfelder durch eine horizontale Linie halbiert und vermittels einer der bekannten Koinzidenzeinrichtungen so aufeinandergelegt, daß sie sich in dieser Trennungslinie berühren, über der A, unter der B erscheint, und den so entstehenden Koinzidenz-entfernungsmesser so justiert, daß a_1 mit b_1 , mithin auch a_2 mit b_2 , a_3 mit b_3 in der Trennungslinie zusammenfällt, so erhält man eine Einrichtung, bei der zwar in den verschiedensten Entfernungen liegende Gegenstände Koinzidenz ergeben, aber jede Entfernung einem anderen Koinzidenzort im Gesichtsfelde entspricht. Eine im Gesichtsfelde angebrachte Skala wird daher die Ablesung der Entfernung unmittelbar ermöglichen.

V. Die Justiervorrichtungen der Firma Zeiß für Entfernungsmesser.

Da die Angaben eines Entfernungsmessers auf der richtigen Wirkung ziemlich vieler Teile beruhen und diese Wirkung schon bei geringen Aenderungen, z. B. bei Verschiebungen von äußerst geringen Beträgen, bei kleiner Basis bedenkliche Meßfehler zur Folge haben, so hat man sehr bald nach Einrichtungen gesucht, die den Entfernungsmesser jederzeit zu prüfen und zu berichtigen gestatten.

Da der Gebrauch der Justierlatte nicht immer schnell und nicht jederzeit ohne Vorbereitung möglich ist und ein vom Telemeter getrenntes, besonders mitzuführendes Stück nötig macht, so hat die Firma Zeiß die sog. „Innenjustierung“ eingeführt.

Unter den Justiervorrichtungen, die mit dem Telemeter verbunden oder in dieses eingebaut werden können und deshalb optische Hilfsmittel benutzen müssen, unterscheiden wir:

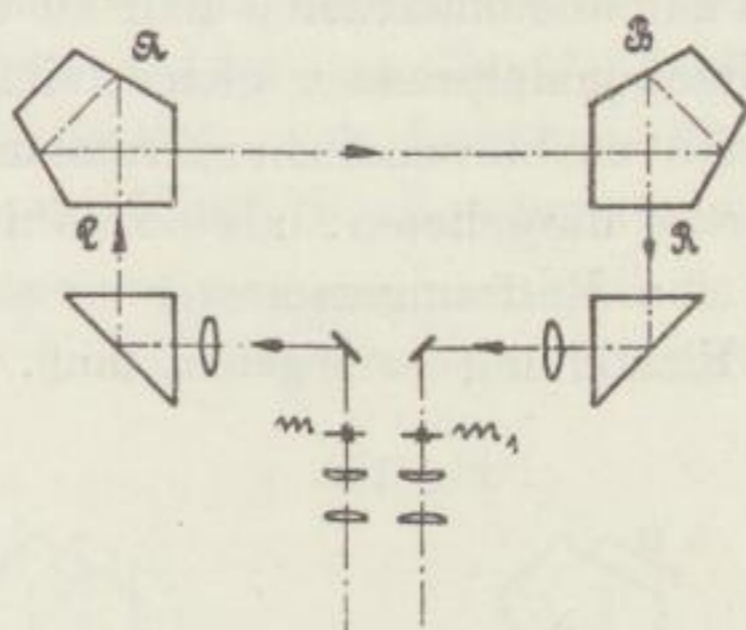
A. Solche, die die Eigenschaft der Pentagonalprismen um einen konstanten Winkel abzulenken, zur Voraussetzung haben.

1. Die Abbesche Justiervorrichtung (D.R.P. Nr. 73568 vom Jahre 1893) besteht aus zwei Pentagonalprismen, die zwei Durchtrittsflächen einander zukehren. Wir erläutern ihre Wirksamkeit am besten in Verbindung mit einem stereoskopischen Entfernungsmesser, obwohl sie nicht auf dieses Prinzip beschränkt ist.

Man denke sich z. B. (Fig. 161) hinter das linke Okular eine Lichtquelle gesetzt, deren Strahlen nun die linke Hälfte des Entfernungsmessers durchsetzen. Die von einer der stereoskopischen Marken (m) ausgehenden Büschel werden außerhalb des Objektivs L parallel sein; nach dem Verlassen des Objektivs werden sie durch Reflexion in den beiden Pentagonalprismen bei R in das rechte Objektiv geleitet und erzeugen dort das Bild m' der Marke m .

Fällt dieses Bild mit einer Marke n des rechten Okulars zusammen, so würden die Marken m und n stereoskopisch vereinigt, in der Entfernung erscheinen, in der sich die beiden Strahlen L und R schneiden.

Fig. 161.



Diese Entfernung hängt nur von der Summe der Ablenkungswinkel der Pentagonalprismen ab. Ist diese 180° , sind also L und R parallel, so sind als Marken m und n diejenigen zu wählen, die stereoskopisch gesehen im Unendlichen liegen, wenn der Entfernungsmesser richtig justiert ist.

Man prüft also den Entfernungsmesser, indem man mit einem Auge in das rechte Okular sieht und untersucht, ob nach Verschieben der beiden Prismen die linke Unendlichkeitsmarke sich genau auf der rechten abbildet.

Man kann natürlich bei entsprechend anderer Ablenkung der Pentagonalprismen auch Marken wählen, die stereoskopisch in anderer Entfernung erscheinen, und auch solche, die im stereoskopischen Sehen, etwa wegen der Verschiedenheit ihrer Form, gar nicht vereinigt werden könnten.

2. Die Justiervorrichtung nach König (D.R.P. Nr. 165510 vom Jahre 1904).

Diese Vorrichtung entsteht aus der Abbeschen, indem eins der beiden Pentagonalprismen (z. B. A) um 90° in beliebigem Sinne gedreht und in der Höhe etwa um die Hälfte verkleinert wird. Wir betrachten nur den Fall, daß A im Sinne des Uhrzeigers gedreht sei.

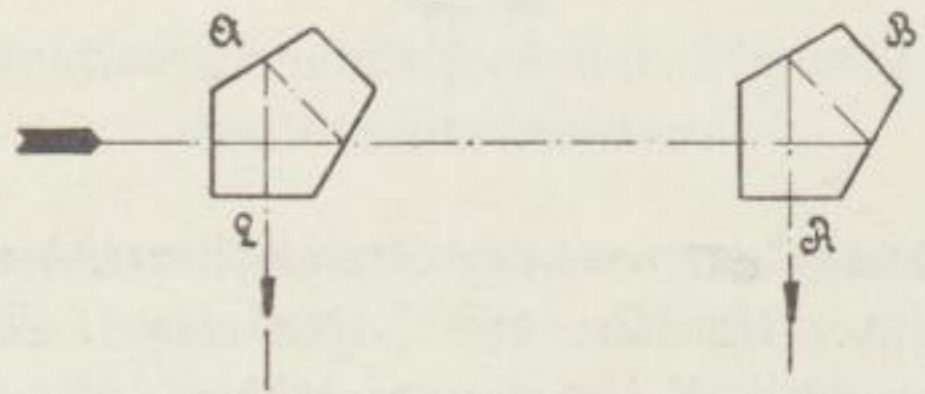
Ein Bündel paralleler Strahlen, das in der Richtung des Pfeiles auf das linke Prisma trifft (Fig. 162), wird in zwei Teile zerlegt. Die eine, z. B. untere Hälfte, tritt in das Prisma ein und wird um etwa 90° abgelenkt. Sie tritt bei L in die linke Eintrittsöffnung des Entfernungsmessers ein und erfüllt die untere Hälfte von dessen linkem Objektiv, während die obere abgedeckt sein muß. Die andere geht über das Prisma A weg, und wird erst durch B um etwa 90° abgelenkt, tritt bei

R in den Entfernungsmesser ein und erfüllt die obere Hälfte des rechten Objektivs, dessen untere Hälfte abgedeckt ist.

Die Benutzung der halben Objektive setzt zwar die Helligkeit herab, ist aber ohne Einfluß auf den Bildort.

Sind nun, um uns auf den einfachsten Fall zu beschränken, die Ablenkungen der beiden Pentagonalprismen gleich, sind also die Strahlen L und R parallel, so wird ein in endlichem Abstände liegendes Objekt dem Entfernungsmesser so dargeboten, als ob es im Unendlichen läge, gestattet also jederzeit den Entfernungsmesser zu prüfen, der auf dieses scheinbare Objekt die Einstellung ∞ ergeben muß. Statt eines im Ge-

Fig. 162.



lände liegenden Objekts kann man auch ein künstliches setzen, indem man eine Marke in die Brennebene einer Linse setzt, so daß sie im Telemeter scharf erscheint.

3. Die Justiervorrichtung nach Wild (D.R.P. Nr. 216 420 vom Jahre 1907) geht von folgender Ueberlegung aus: Da fast alle neueren Entfernungsmesser an den Enden ihrer Basis Pentagonalprismen tragen, so ist unter Voraussetzung von deren Konstanz der übrige Teil, also das nach zwei um 180° verschiedenen Richtungen blickende Doppelfernrohr, die einzige Fehlerquelle. Die gefährlichste Veränderung dieses Doppelfernrohres besteht aber in einer relativen Verschiebung des oder der Okularprismen gegenüber der Verbindungslinie der Mittelpunkte (genauer der hinteren Hauptpunkte) der beiden Objektive in der Ebene des Meßdreiecks (wenn wir das Dreieck Basis—Ziel als solches bezeichnen). Betrachten wir z. B. einen Koinzidenzentsfernungsmesser einfachster Art mit gekreuzten Spiegeln (Fig. 163), so ergibt sich leicht, daß die in der Figur vorhandene Koinzidenz der Strahlen L und R sofort aufhören würde, sobald z. B. das Objektiv 1 oder 2 oder das Okularspiegelsystem in einer der gezeichneten Pfeilrichtungen verschoben wird¹⁾. Die Tatsache einer solchen Verschiebung kontrolliert Wild, indem er an den Objektiven 1 und 2 Marken anbringt und diese durch Vermittlung des Okularspiegelsystems 3 mittels eines vergrößernden optischen

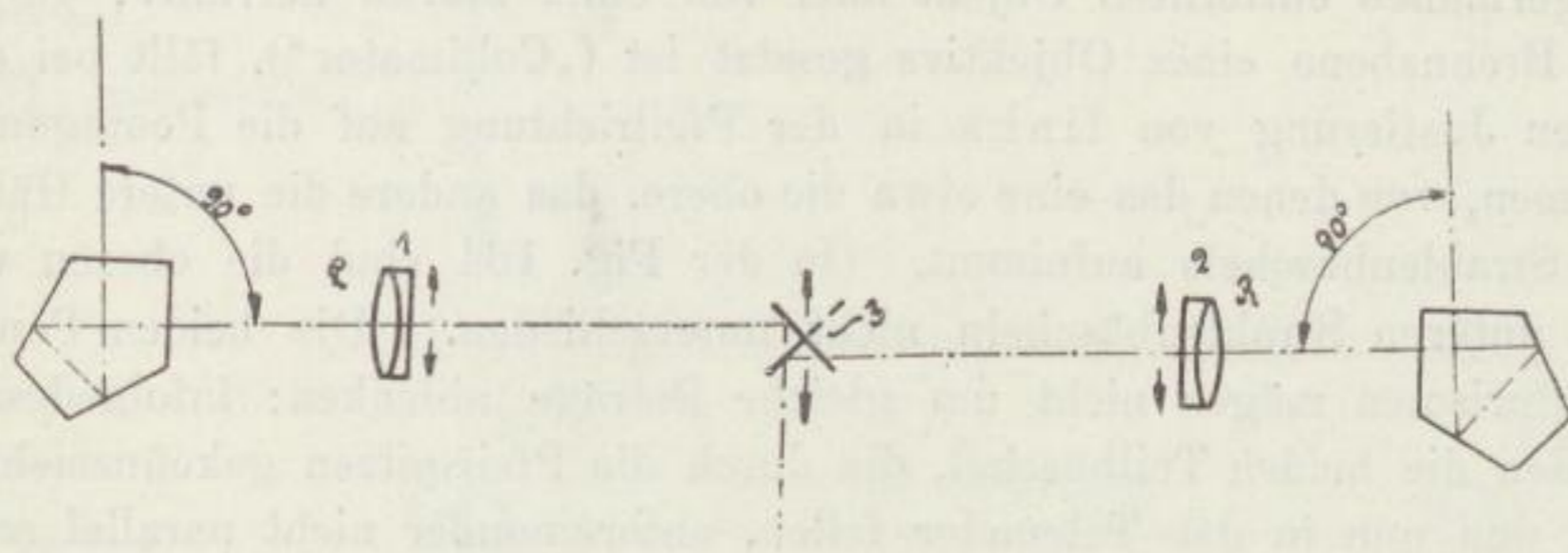
¹⁾ In der Figur bilden die Mittelpunkte der Linsen und der Schnittpunkt der gekreuzten Spiegel eine Gerade.

Systems, das an Stelle des Okulars tritt, betrachtet. Sind diese Marken so angebracht, daß sie bei richtiger Lage von 1, 2 und 3 koindizieren, so wird dies bei keiner falschen Lage dieser 3 Teile der Fall sein.

B. Die absolute Justierung.

Die Ablenkungswinkel von Pentagonalprismen sind in Wirklichkeit nicht konstant, sondern werden von Temperaturänderungen beeinflusst, wahrscheinlich ändern sie sich auch innerhalb längerer Zeiträume nicht unbedeutend. Die erste öffentliche Erwähnung dieser Tatsache, welche

Fig. 163.



Voraussetzungen umstößt, die den bisherigen Konstruktionen sowohl der Telemeter als der Justier Vorrichtungen zugrunde gelegt worden sind, rührt vielleicht von Barr und Stroud her (E.P. Nr. 28728 vom Jahre 1906, S. 5, Z. 30). Dem Zeißwerk wurde sie durch die Messungen von H. Sieber bekannt. Zur Vermeidung dieser Fehler, die er mit großer Sorgfalt untersucht und beschrieben hat, schlug H. D. Taylor vor, vom Winkelspiegelprisma wieder zum eigentlichen Winkelspiegel zurückzugehen; er verbesserte die letzteren durch Anwendung von Nickelstahl, dessen Ausdehnung der des Glases gleichkam, und von besonderen Kittmethoden (E.P. Nr. 13562 vom Jahre 1907 und Nr. 20315 vom Jahre 1908).

Die oben beschriebene Königsche Anordnung der Justier Vorrichtung gestattet aber, die Fehler unschädlich zu machen, die durch die veränderliche Ablenkung der Pentagonalprismen oder Winkelspiegel entstehen, wenn man ein von Eppenstein angegebenes Verfahren benutzt (D.R.P. Nr. 221181 vom Jahre 1908).

Nach diesem Verfahren kann man mit Sicherheit parallele Strahlen festlegen, wenn man einmal zwei Strahlen erzeugt, die um den Ablenkungsunterschied der beiden benutzten Pentagonalprismen divergierend, ein andermal zwei Strahlen, die um denselben Betrag konvergierend von der Parallelität abweichen, indem man ferner den Entfernungsmesser erst nach den konvergenten, dann nach den divergenten Strahlen justiert.

Da die beiden Justierungen durch Verschieben eines Entfernungsmesserteils vorgenommen werden und diese Verschiebung an einer geeignet (d. h. proportional den Zielwinkeln) geteilten Skala ablesbar gemacht werden kann, kann man das Mittel der beiden Verschiebungsbeträge herstellen, womit der Entfernungsmesser „absolut“, d. h. unabhängig von der Konstanz der verwendeten Ablenkungsmittel, seien es nun Pentagonalprismen oder Winkelspiegel, auf ∞ justiert ist.

Die einfachste Ausführungsform ist die folgende:

Ein Büschel von annähernd parallelen Strahlen, das etwa von einem einigermaßen entfernten Objekt oder von einer Marke herrührt, die in der Brennebene eines Objektivs gesetzt ist („Collimator“), fällt bei der ersten Justierung von links in der Pfeilrichtung auf die Pentagonalprismen, von denen das eine etwa die obere, das andere die untere Hälfte des Strahlenbüschels aufnimmt. (In der Fig. 164 sind die oberen von den unteren Strahlenbüscheln nicht unterschieden.) Die beiden Pentagonalprismen mögen nicht um gleiche Beträge ablenken; infolgedessen werden die beiden Teilbüschel, die durch die Pfeilspitzen gekennzeichnet sind und nun in das Telemeter fallen, untereinander nicht parallel sein; in der Fig. 164 konvergieren sie.

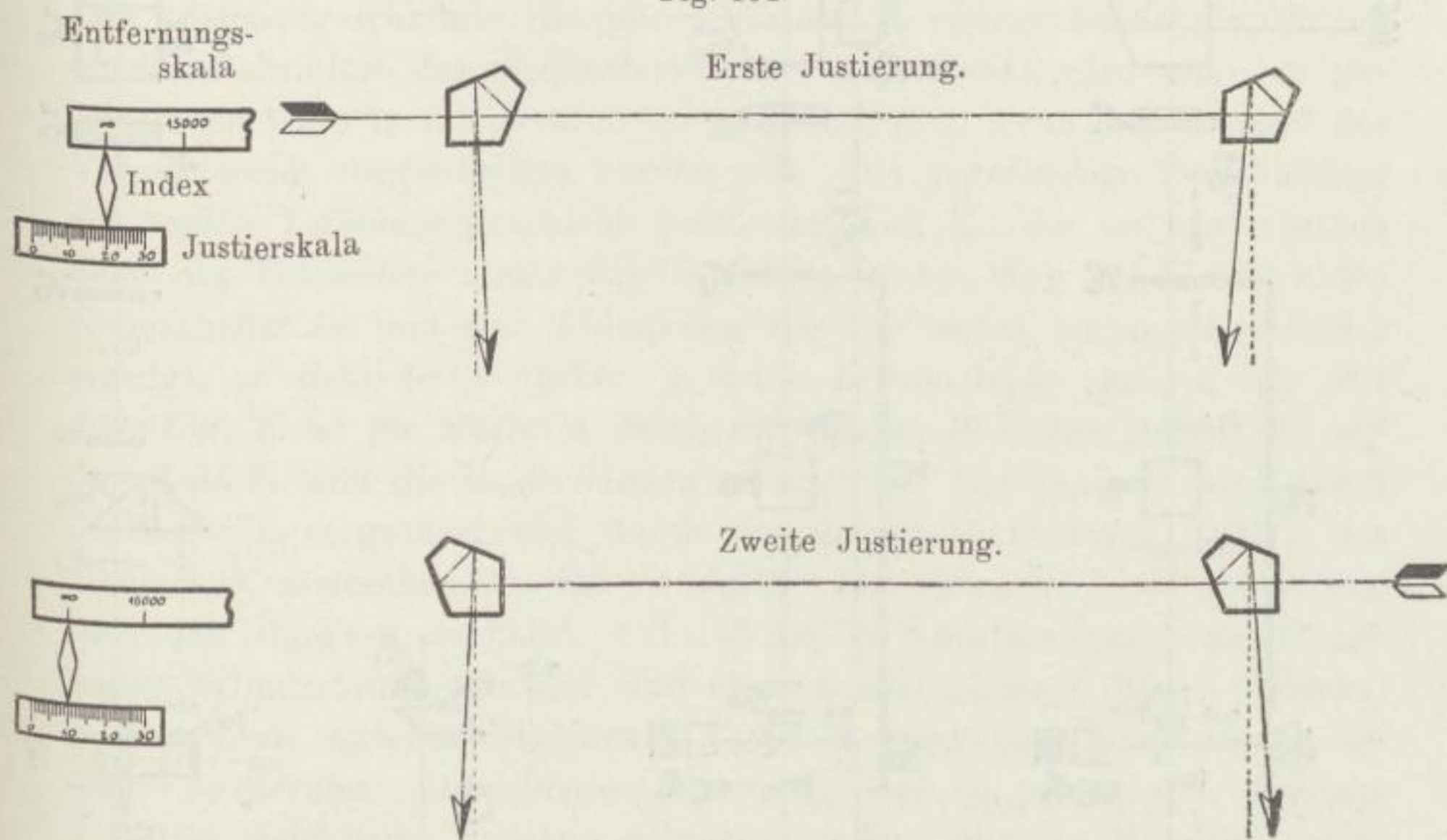
Man verfährt jetzt, als ob man das Telemeter unter der Annahme der Parallelität dieser beiden Büschel justieren wollte: Man stellt auf die beiden Teilbilder des Objekts ein (bringt sie z. B. bei einem monokularen Telemeter zur Koinzidenz), indem man die jeweilige Meßeinrichtung betätigt, z. B. den „Meßkeil“ verschiebt. Hierauf stellt man den Index, vor dem sich die mit dem Meßkeil verbunden gedachte Entfernungsskala verschiebt, so, daß er auf die Entfernung unendlich (∞) zeigt.

Diese Lage des Index markiert man sich; am besten dadurch, daß man seine Stellung auf einer zweiten, der sog. Justierskala abliest.

Jetzt werden die beiden Justierprismen in der Ebene ihres Hauptschnitts so um ihren Mittelpunkt gedreht, daß sie ein von rechts kommendes Strahlenbüschel aufnehmen und in die beiden Eintrittsöffnungen des Telemeters reflektieren. Nun ist aber, wenn auch die Ablenkung der Prismen gelegentlich bedeutende Werte erreichen kann (mehrere Sekunden), die Geschwindigkeit dieser Veränderungen sehr gering. Man kann also annehmen, daß bei zwei aufeinander folgenden Justierungen der Ablenkungswinkel jedes Prismas derselbe ist. Fig. 164 zeigt, daß dann die Wirkung die entgegengesetzt gleiche ist wie bei der ersten Justierung. Die durch die Pfeilspitzen gekennzeichneten beiden Strahlenbüschel divergierten nach Verlassen der Pentagonalprismen um denselben Betrag, um den sie vorher konvergieren. Stellt man im Telemeter

wiederum Koinzidenz her, indem man den Meßkeil entsprechend verschiebt, schiebt man nun wiederum den Index nach, bis er bei dieser Stellung der mit dem Meßkeil verbundenen Skala auf ∞ zeigt, so steht der Index nun um denselben Betrag zu weit nach links, um den er bei der ersten Justierung zu weit nach rechts verschoben war. Liest man

Fig. 164.



nun wiederum seine Stellung an der Justierskala ab und bildet das Mittel aus den beiden Einstellungen (in der Figur „15“ als Mittel aus „10“ und „20“), so gibt das Mittel die Stellung an, auf der der Index gestanden hätte, wenn zur Justierung ein paar genau richtige Pentagonalprismen oder etwa ein Stern als direkt anvisiertes Objekt verwendet worden wäre. Wird also der Index auf diese Mittelstellung gebracht, so gibt das Telemeter alle Entfernungen richtig an.

VI. Die Konstruktion der Zeißschen Entfernungsmesser von großer Basislänge und mit Innenjustierung.

Diese Justiermethode ist also unabhängig von den Winkelfehlern der benutzten, ablenkenden Teile, sofern sich diese zwischen zwei Justierungen nicht ändern; durch drei oder fünf usw. Justierungen kann man sich übrigens von dieser Voraussetzung befreien, doch ist diese praktisch genügend genau erfüllt.

Die innere Einrichtung des Telemeters wird durch die Fig. 165—167 erläutert. Fig. 165 zeigt den Strahlengang bei der Messung. Die vom

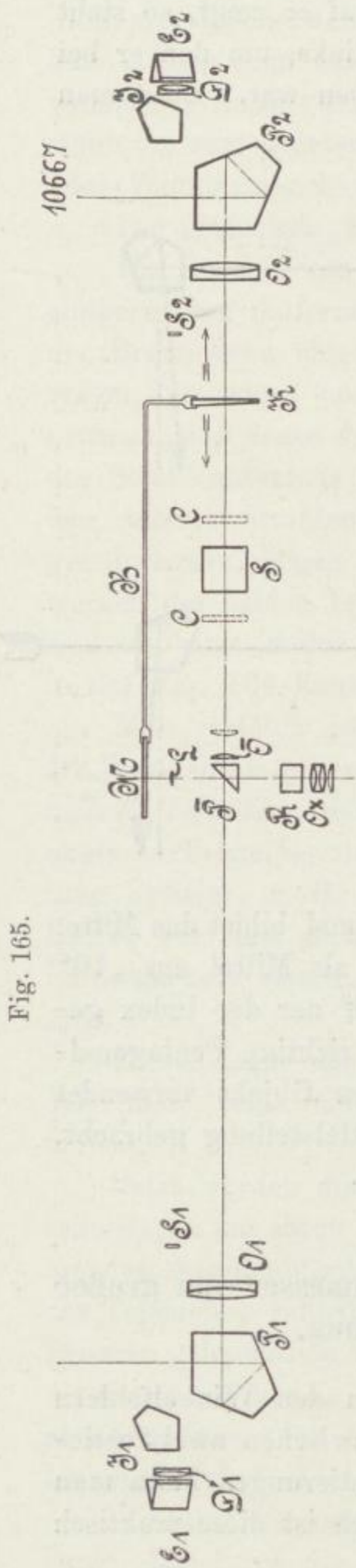


Fig. 165.

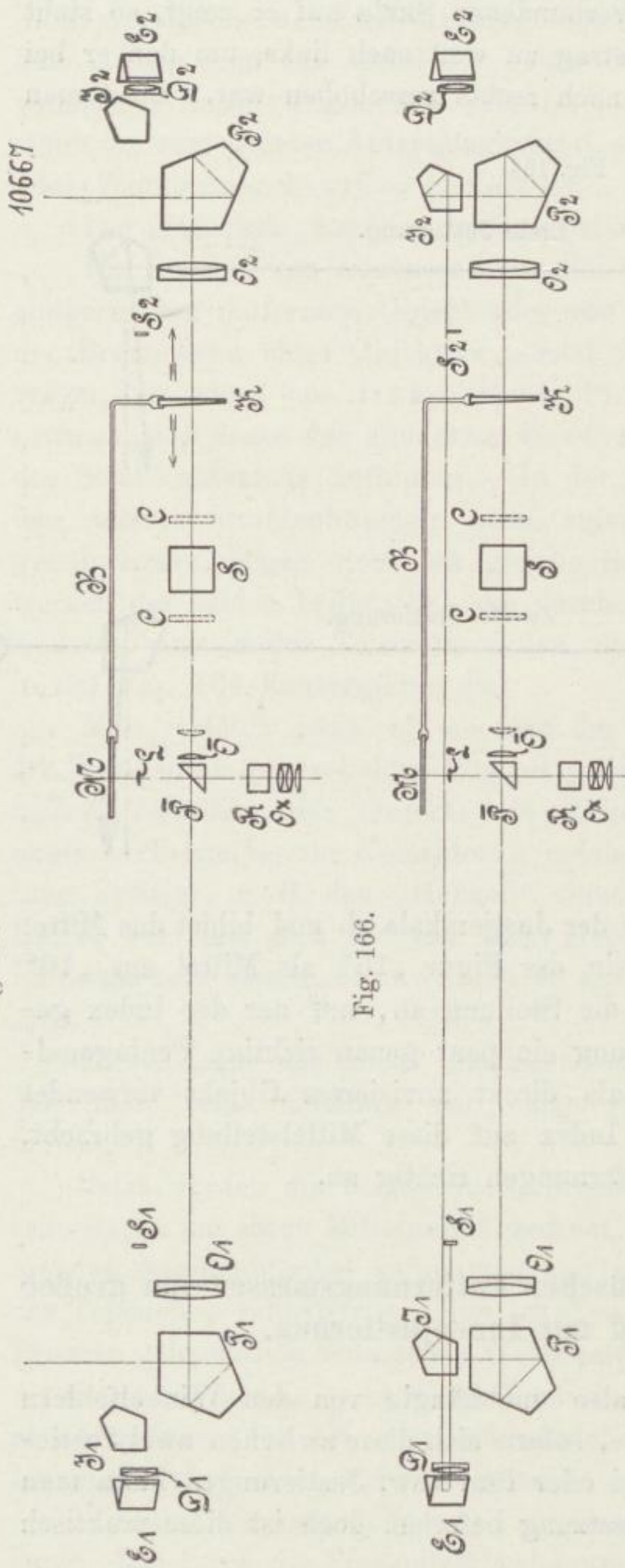


Fig. 166.

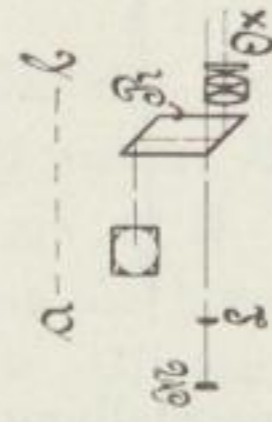
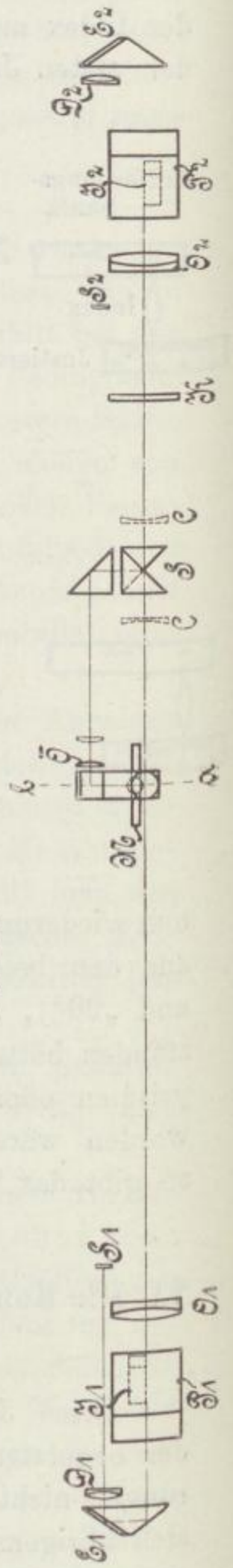


Fig. 167.



106667

Objekt kommenden Strahlen werden durch Pentagonalprismen P_1 , P_2 um 90° abgelenkt und gelangen zu den Objektiven O_1 , O_2 , die die beiden Bilder des Objekts in dem Scheideprisma S erzeugen. Diese beiden durch eine horizontale Trennungslinie geschiedenen Bilder (vgl. Fig. 148 und 149) werden durch ein gebrochenes terrestrisches Okular betrachtet, das aus Objektiv \bar{O} , Prisma \bar{P} und dem eigentlichen Okular O_x besteht. Das zwischengeschaltete Rhomboederprisma R verlegt die Okularöffnung in die Rohrmitte des Telemeters. Das Objektiv \bar{O} wird aus der gezeichneten Lage in die gestrichelte umgeschlagen, wenn ein Wechsel der Vergrößerung vorgenommen werden soll. Die gegenseitige Verschiebung der beiden Teilbilder geschieht durch den Keil K , der auf der rechten Seite des Telemeters hinter das Objekt O_2 in den Weg der Lichtstrahlen eingeschaltet ist und eine Ablenkung des von rechts kommenden Bildes erzeugt; er wirkt desto stärker, je weiter er vom Bilde entfernt ist. Mit dem Keil K ist die Skala M durch die Brücke B direkt gekuppelt; auf der Skala M sind die Entfernungen verzeichnet. Die Skala M wird durch die Linse L vergrößert und durch das Prisma R hindurch mittels des Okulars O_x angesehen, so daß sie durch eine schwache Linie geschieden über den Objekten erscheint. CC sind die für Nachtmessungen vorschlagbaren Zylinderlinsen, die das Bild eines punktförmigen Objekts (Lichtes) in eine Linie auseinanderziehen. Fig. 166 zeigt den Strahlengang bei einer Justierung. Die Justierprismen J_1 und J_2 werden in die aus Fig. 166 ersichtliche Stellung gebracht, indem man ein Handrad dreht, bis man eine Feder einschnappen fühlt. Jetzt sieht man den auf der Strichplatte S_1 gezogenen Strich wie irgend ein anderes Objekt im Gesichtsfeld. Die von S_1 ausgehenden Strahlen durchsetzen nämlich das Kollimatorobjektiv D_1 , werden durch ein einfaches rechtwinkliges Prisma E_1 , das in den ersten beiden Figuren perspektivisch verkürzt erscheint, um 180° abgelenkt und treten mittels der beiden Justierprismen J_1 und J_2 in das Telemeter, worauf die erste Justierung stattfinden kann.

Der Strahlengang bei der zweiten Justierung, zu der die Prismen J_1 und J_2 um 90° gedreht werden und bei der der Strich S_2 erscheint, ist nicht gezeichnet.

Fig. 167 stellt einen Horizontalschnitt durch das Telemeter dar.

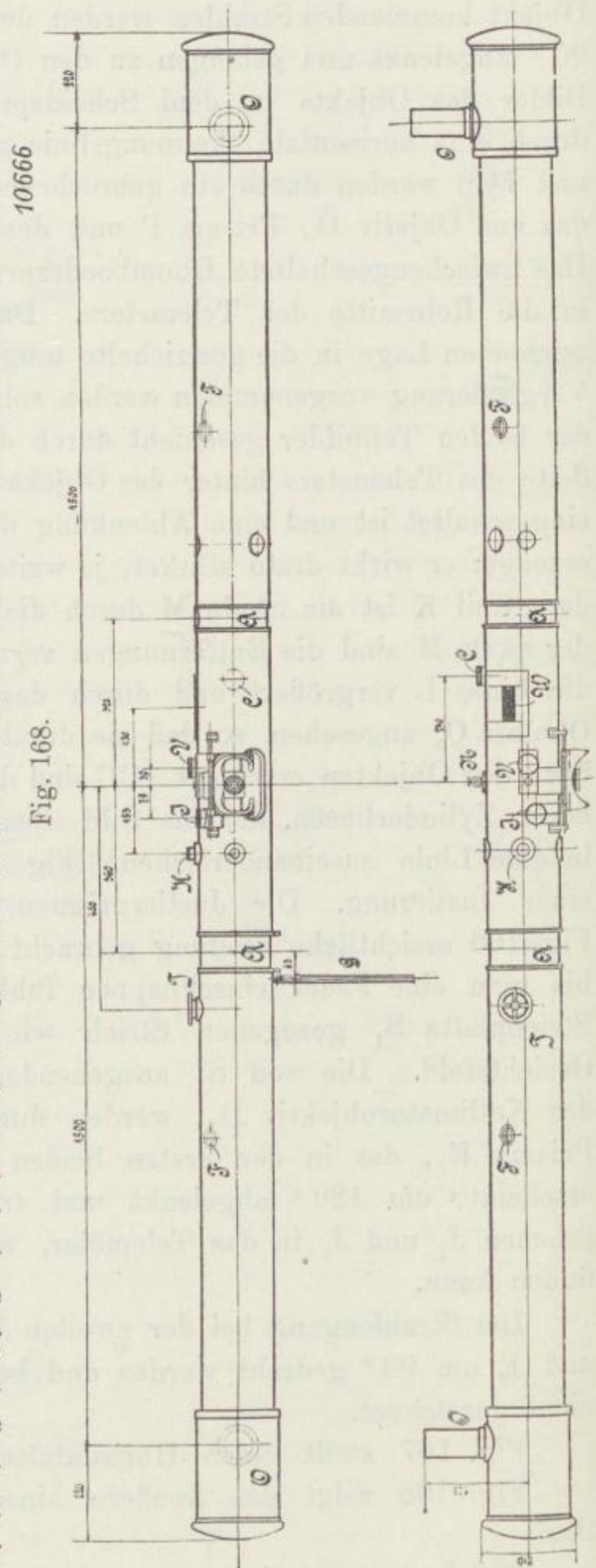
Fig. 168 zeigt das Äußere eines Entfernungsmessers mit 3 m Basis.

Das Instrument liegt in den Lagerringen $A-A$, deren Spannweite 640 mm beträgt; sie laufen auf Rollen, die an dem gußeisernen Gestell befestigt sind. Auf diese Weise kann man mittels des Handhebels G leicht die Höhenrichtung nach dem Ziel nehmen. Die Seitenrichtung wird mittels einer Bruststütze am Gestell genommen, wobei die rechte

Hand, die die Einstellwalze W betätigt, leicht nachhilft. Das Instrument erfordert freies Sehfeld nur vor den Objektivöffnungen O—O.

Die zur Justierung dienenden Lichtschächte F—F (zwischen linkem bzw. rechtem Objektiv und Okular) und der Lichtschacht N (diametral gegenüber dem Okular), mittels dessen die Entfernungsskala beleuchtet wird, enthalten unter normalen Umständen genügend Tageslicht. Bei Aufstellung des Instruments im Panzerturm und bei Nachtmessungen erhalten sie Licht von kleinen elektrischen Glühlämpchen, die von einem Akkumulator oder einer Abzweigung der Starkstromleitung gespeist werden. In der Skizze ist ein solches Glühlämpchen nur bei N angegeben. Das Handrad T dient zur Betätigung der Justierung. Man dreht es, bis man eine Feder einschnappen fühlt; dann ist das Instrument zur ersten Justierung fertig. Durch Weiterdrehen bis zum Anschlag erzeugt man die für die zweite Justierung erforderliche Stellung der Justierprismen. (Siehe den Abschnitt V. B: Die absolute Justierung.) Die dort beschriebene Justierskala ist auf den Knopf J graviert, mit dem der Index verschoben wird.

Mittels des Knopfes C wird die astigmatische Vorrichtung, mittels V der Wechsel der Vergrößerung betätigt.



113. Der Entfernungsmesser der optischen Anstalt C. P. Goerz Aktiengesellschaft.

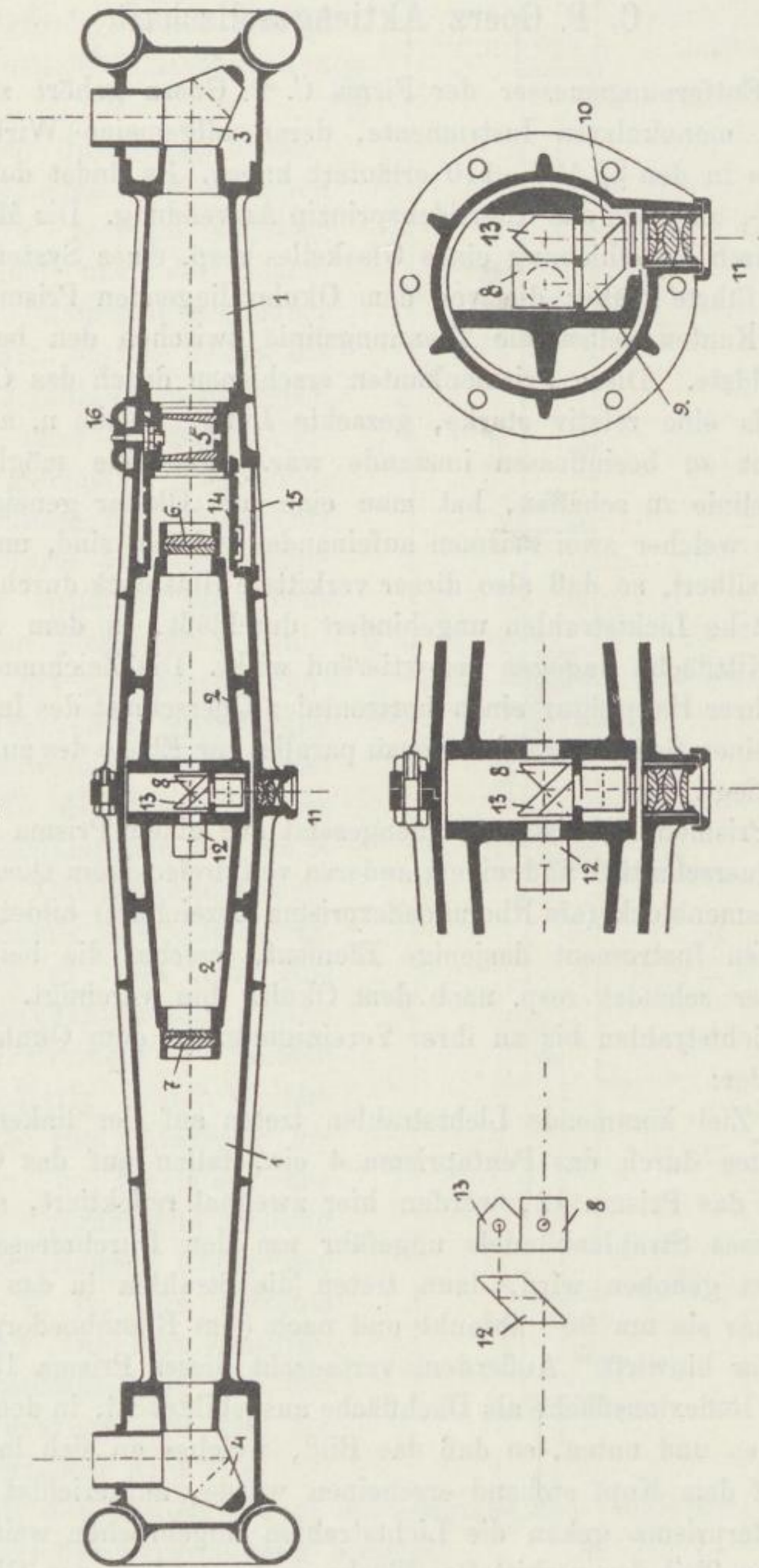
Der Entfernungsmesser der Firma C. P. Goerz gehört zur Gruppe derjenigen monokularen Instrumente, deren allgemeine Wirkungsweise wir bereits in den §§ 107—110 erläutert haben. Es findet dabei sowohl das Invert-, als auch das Koinzidenzprinzip Anwendung. Die Messung geschieht durch Verschiebung eines Glaskeiles resp. eines Systems solcher.

Man führte früher die vor dem Okular liegenden Prismen so aus, daß ihre Kanten selbst die Trennungslinie zwischen den beiden Bildhälften bildete. Diese Prismenkanten erschienen durch das Okular vergrößert als eine relativ starke, gezackte Linie, welche u. a. die Meßgenauigkeit zu beeinflussen imstande war. Um eine möglichst feine Trennungslinie zu schaffen, hat man eine zum Okular geneigt liegende Fläche, in welcher zwei Prismen aufeinander gekittet sind, ungefähr zur Hälfte versilbert, so daß also dieser verkittete Glasblock durch einen Teil der Kittfläche Lichtstrahlen ungehindert durchläßt, in dem versilberten Teil der Kittfläche dagegen reflektierend wirkt. Die Zeichnung Fig. 169 stellt in ihrer Hauptfigur einen horizontalen Querschnitt des Instrumentes dar, also einen Schnitt, welcher genau parallel zur Ebene des zu messenden Dreiecks liegt.

Der Prismenblock ist zusammengesetzt aus einem Prisma von rhombischem Querschnitt 9 und einem anderen von dreieckigem Querschnitt 10. Dieser Prismenblock (als Rhomboederprisma bezeichnet) bildet also beim vorliegenden Instrument dasjenige Element, welches die beiden Bilder voneinander scheidet resp. nach dem Okular hin vereinigt. Der Weg, den die Lichtstrahlen bis zu ihrer Vereinigung vor dem Okular nehmen, ist folgender:

Vom Ziel kommende Lichtstrahlen treten auf der linken Seite des Instrumentes durch das Pentaprisma 4 ein, fallen auf das Objektiv 7, dann auf das Prisma 12, werden hier zweimal reflektiert, so daß die Achse dieses Strahlenbündels ungefähr um den Durchmesser des Gesichtsfeldes gehoben wird, dann treten die Strahlen in das Prisma 13 ein, welches sie um 90° ablenkt und nach dem Rhomboederprisma und dem Okular hinwirft. Außerdem vertauscht dieses Prisma 13 dadurch, daß seine Reflexionsfläche als Dachfläche ausgebildet ist, in dem Strahlenbündel oben und unten, so daß das Bild, welches an sich in bekannter Weise auf dem Kopf stehend erscheinen würde, aufgerichtet wird. Im Rhomboederprisma gehen die Lichtstrahlen ungebrochen weiter an dem versilberten Teil der verkitteten Fläche vorbei und in das Okular. Die auf der rechten Seite des Instrumentes eintretenden Lichtstrahlen werden

Fig. 169.



durch das Pentagonprisma 3 ebenfalls um 90° abgelenkt, treten parallel zur Querachse des Instrumentes in das Objektiv 6 ein, von hier fallen sie auf das rechtwinklige Prisma 8, welches sie nach dem Rhomboederprisma und zwar nach dem rhombischen Teil 9 hin ablenkt. Zunächst fallen die Lichtstrahlen hier auf die unter 45° zur Sehrichtung geneigt liegende Außenfläche des Prismas 9, werden senkrecht nach oben reflektiert und treffen hier an der Kittfläche zur Hälfte auf die in letzterer liegende Silberschicht, die andere Hälfte des Strahlenbündels geht durch die Kittschicht ungebrochen hindurch und trifft auf die nicht polierte Außenfläche des Prismas 10, kommt also zur Beobachtung ebensowenig zur Geltung, wie die auf die Rückseite der Silberschicht fallenden vom Prisma 13 herkommenden Lichtstrahlen aus der linken Instrumentenhälfte. Die Silberschicht ist in der Zeichnung als verstärkte Linie zwischen den Prismen 9 und 10 zu erkennen, der verkittete Teil der Verbindungsbrücke ist als feine Linie angedeutet. Eigenartig ist bei diesem Rhomboederprisma 9—10 die Lage der Silberschicht und ihrer Grenze, d. h. die Bildtrennungslinie. Bisher war es üblich, die Trennungsfläche senkrecht zur Ebene des Meßdreiecks anzuordnen, mit der einen Seite näher zum Okular als mit der anderen Seite. Diese Anordnung hatte zur Folge, daß auch die Trennungslinie schräg zur Achse des Okulares lag. Infolgedessen wurde dieselbe nie in ihrer ganzen Ausdehnung scharf gesehen, sondern nur in der Mitte, nach links und rechts erschien die Trennungslinie unscharf, da diese Teile dem Okular näher resp. ferner lagen als die Bildebene.

Im vorliegenden Fall dagegen liegt die Kittfläche mit der Silberschicht so zum Okular geneigt, daß der obere Teil dem Okular näher ist, der untere Teil vom Okular entfernt liegt. Dort, wo die Trennungsfläche die Okularachse schneidet, liegt sie dagegen in ihrer ganzen Ausdehnung parallel zur Bildebene. Die Folge ist, daß auch die Trennungslinie in ihrer ganzen Länge genau in der Bildebene liegt und infolgedessen in allen Teilen scharf gesehen wird. Da das Prisma 8, welches das rechte resp. obere Strahlenbündel nach der Silberfläche hinwirft, keine Dachfläche besitzt, so erscheint das Bild naturgemäß infolge der Umkehrung durch das Objektiv 6 auf dem Kopf stehend.

Die in vorstehendem bereits erwähnte Meßvorrichtung ist in der Hauptfigur bei 5 zu erkennen. Die Glaskeile sind hier der Deutlichkeit halber in derjenigen Stellung dargestellt, in welcher sie die größte brechende Wirkung ausüben. Die beiden Glaskeile bilden kreisförmige Platten, welche in Fassungen eingesetzt sind, auf deren einander zugewandten Stirnflächen Kegelradverzahnung eingefräst ist. In beide Kegelräder gleichzeitig greift ein gemeinsames Kegeltrieberrad ein. Auf der Achse des Kegeltriebes ist ein größeres Kegelrad befestigt, welches

in eine Verzahnung eingreift, die sich auf einer Stirnfläche der Meßtrommel 14 befindet. Die Meßtrommel 14 zeigt außen eine Spiralnute, in welcher sich der Index für die Entfernungsteilung verschiebt. Diese Einrichtung ist geschaffen, um für die Teilung mehr als einen Umfang der Meßtrommel ausnützen zu können, mit anderen Worten, um die Intervalle der Teilung größer machen zu können als dies möglich wäre, wenn nur ein Umfang der Teiltrommel zur Verfügung stände. Würde man statt der beiden Meßkeile nur einen solchen verwenden, so könnte natürlich auch hiermit die Entfernung bestimmt werden. Es stände für die gewollte Verschiebung des Bildes der Weg zur Verfügung, welchen der Meßkeil bei seiner Drehung zurücklegt zwischen den beiden extremsten Stellungen, einmal, wenn die größte Dicke des Keiles nach dem Beobachter zugekehrt ist, das andere Mal, wenn sie nach dem Objekt gerichtet ist. Es ist aber ohne weiteres ersichtlich, daß dieser sich drehende Meßkeil in seiner Mittelstellung, also dann, wenn er in der Ebene des Meßdreieckes geschnitten planparallel erscheint, eine Verschiebung des Bildes nach der Höhe verursachen würde, die zur Folge hätte, daß das untere Bild von dem oberen abgerückt wird, resp. in dasselbe hineintaucht, also zum Teil unsichtbar wird. Das ist unzulässig, und darum sind zwei Meßkeile so angeordnet, daß sie sich in entgegengesetzter Richtung drehen, wodurch die gegenseitige Verschiebung der Bilder nach der Höhe ausgeglichen wird. Die optischen Elemente des Distanzmessers sind in verschiedenen Teilen des Gehäuses angeordnet, und zwar sind die relativ unempfindlichen Elemente, also die Pentagonprismen 3 und 4, sowie die Meßkeile in dem äußeren Gehäuse 1 untergebracht. Dieses Gehäuse besteht aus zwei konischen verrippten Aluminiumgußkörpern von großer Stabilität, welche in der Mitte des Instrumentes durch kräftige Bolzen miteinander verbunden sind. Diejenigen Teile des Instrumentes, welche gegeneinander eine unveränderliche Lage behalten müssen, nämlich die beiden Objektive 6 und 7, sowie die Okularprismen, sind in einem besonderen Innenrohr resp. ebenfalls in einem Gußkörper 2 untergebracht. Wie aus der Zeichnung ersichtlich, liegt dieser Innenkörper nur mit zwei Wulstringen in Zylinderlagern des Außenkörpers 1, so daß er an etwaigen Verbiegungen des Außenkörpers nicht teilnimmt. Zwischen dem inneren und dem äußeren Teil liegt eine Luftschicht, welche gegen Temperatureinflüsse isolierend wirkt, so daß bei Wärmestrahlung von außen das empfindliche Innenrohr 2 möglichst geschützt ist. Diese geschützte Lage der empfindlichen Elemente des Distanzmessers ist deshalb wichtig, weil selbst geringe Lageveränderungen der Objektive und Okularprismen gegeneinander große Meßfehler ergeben. Die Pentagonprismen 3 und 4 sind, wie oben schon erwähnt, insbesondere bei forcierter Einwirkung von Wärmestrahlen nicht absolut unempfindlich, indem ihre Ab-

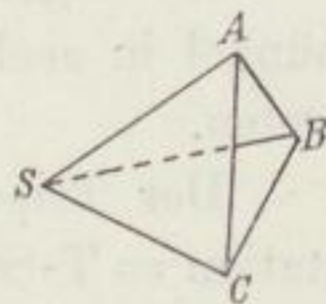
lenkungswinkel infolge der Spannungen, welche selbst bei gut gekühltem Glas noch zurückbleiben, kleinen Aenderungen unterworfen sind.

Zur Zeit der Drucklegung dieses Werkes ist die Optische Anstalt C. P. Goerz deshalb damit beschäftigt, diese Pentaprismen durch Winkelspiegel zu ersetzen, d. h. durch planparallele versilberte Glasplatten, welche auf einem Zwischenglied aus wärmeunempfindlichem Material unter 45° gegeneinander geneigt angeordnet sind. Für dieses Zwischenglied erweist sich Nickelstahl als besonders zweckmäßig. Vgl. die bezüglichen Ausführungen auf S. 209.

114. Entfernungsmessung mittels Tripelspiegels.

Wenn man durch einen Punkt S drei Ebenen SAB, SBC und SAC legt (Fig. 170), so erhält man eine sog. körperliche Ecke, welche, wenn die inneren Seiten spiegelnd sind, als Tripelspiegel bezeichnet wird. Ein einfallendes Lichtbündel wird durch Reflexion an den drei spiegelnden Ebenen in mehrere Teilbündel zerlegt. Die Gesetze dieser Spiegelung sind behandelt in der Arbeit von A. Beck, Zeitschrift für Instrumentenkunde 1887, S. 380. Stehen die spiegelnden Ebenen senkrecht aufeinander, so entsteht ein sog. Zentralspiegel. (Vgl. Brit. Patent Nr. 21856 vom Jahre 1903 von H. Grubb.) Ein Zentralspiegel hat die bemerkenswerte Eigenschaft, daß ein auf ihn fallendes Strahlenbündel, unabhängig von der Orientierung der Kanten des Spiegels, nach dem Ausgangspunkt des einfallenden Bündels zurückreflektiert wird. Blickt man ungefähr senkrecht zur Ebene ABC in einen Zentralspiegel hinein, so sieht man beständig das eigene Auge, wie man auch den Spiegel (innerhalb eines gewissen Winkelbereiches) drehen mag.

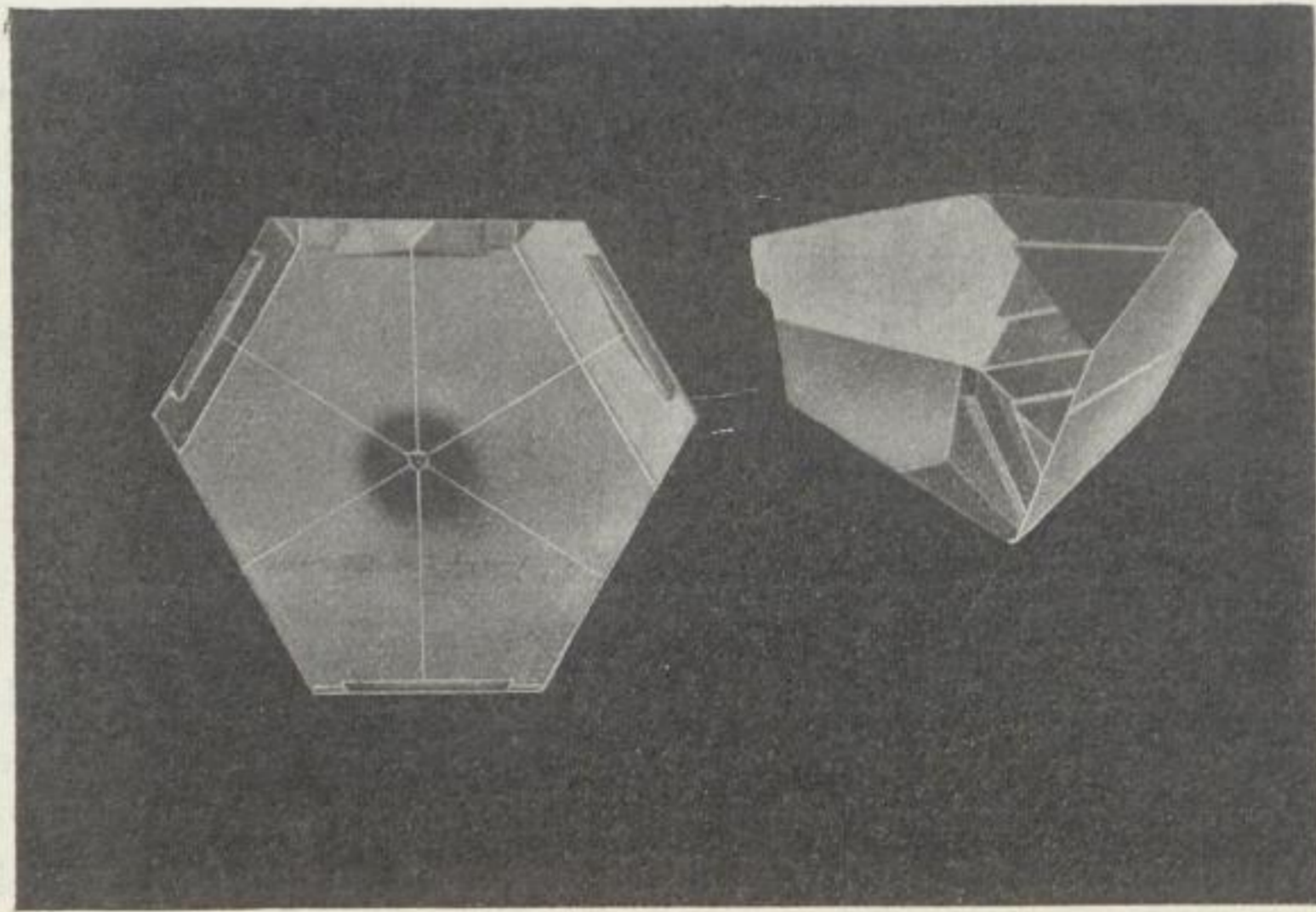
Fig. 170.



Wegen der genannten Eigenschaften findet der Tripelspiegel Verwendung zum Signaldienst und zur Entfernungsmessung. (Vgl. D.R.P. Nr. 187418 von Zeiß in Jena.)

Die von Zeiß in Jena hergestellten Tripelspiegel sind vollständig oder doch nahezu als Zentralspiegel ausgebildet, d. h. die drei spiegelnden Ebenen sind genau oder nahezu senkrecht zueinander. Zur Erzielung möglichst großer Lichtstärke sind diese Spiegel aus einem einzigen Glasstück hergestellt, mit einer vorderen Begrenzungsebene versehen, die zu den drei Spiegelebenen ungefähr gleich geneigt ist und als Ein- und Austrittsfläche dient. Die Zurückwerfung geschieht im Inneren dieses Glaskörpers durch totale Reflexion. Die optisch unwirksamen Teile des Körpers werden durch drei symmetrisch liegende Ebenen weggeschnitten, wodurch der Glaskörper das durch Fig. 171 dargestellte Aussehen erhält.

Fig. 171.

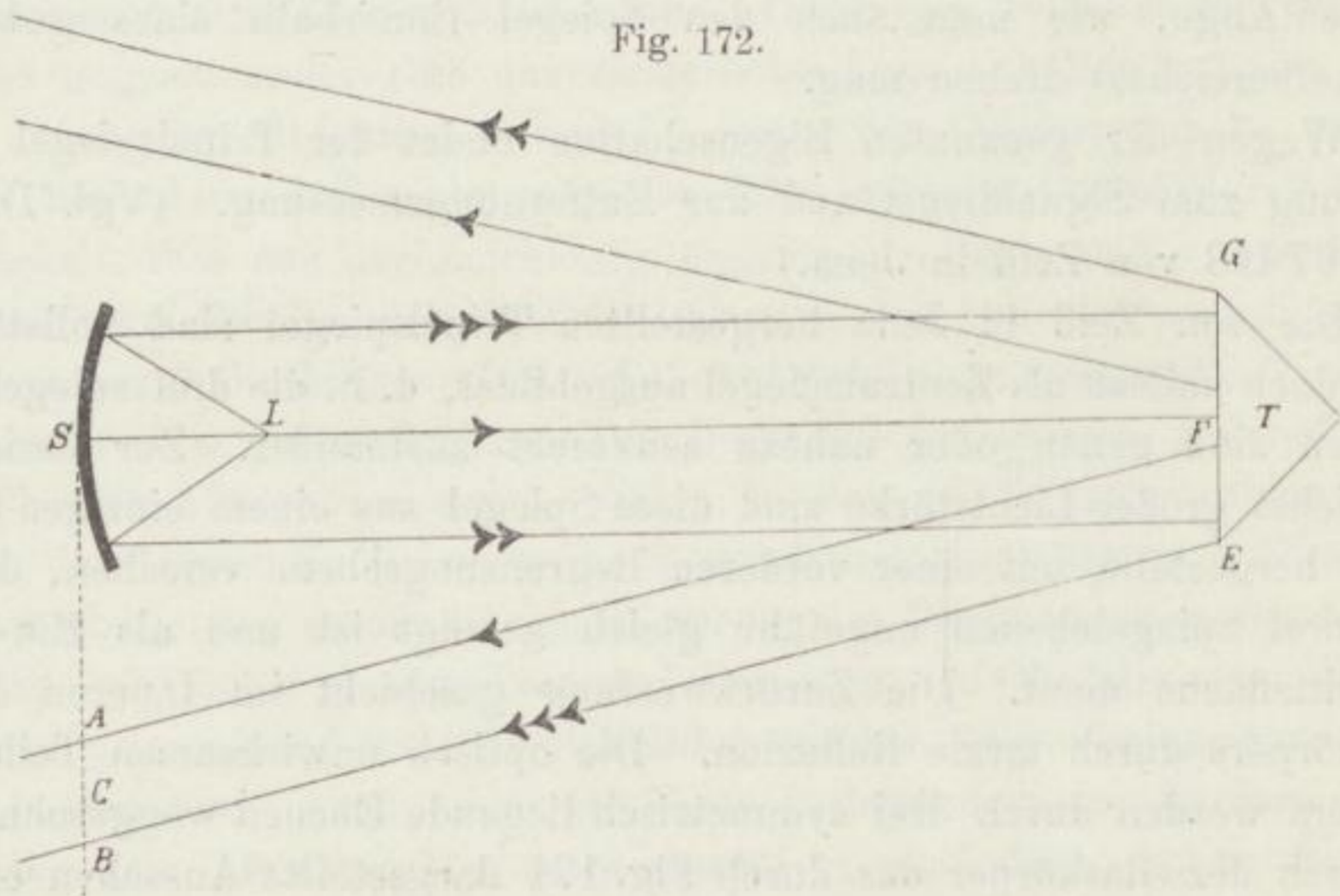


Im allgemeinen wird ein auf den Tripelspiegel fallendes Strahlenbündel in sechs Teilbündel zerlegt, die in verschiedenen Richtungen austreten.

Der Tripelspiegel dient dazu, um von einer Station (Tripelspiegelstation = T-Station), die selbst keine Lichtquelle besitzt, Signale nach einer anderen Station zu senden, welche im Besitz eines Scheinwerfers ist (Lichtstation = L-Station).

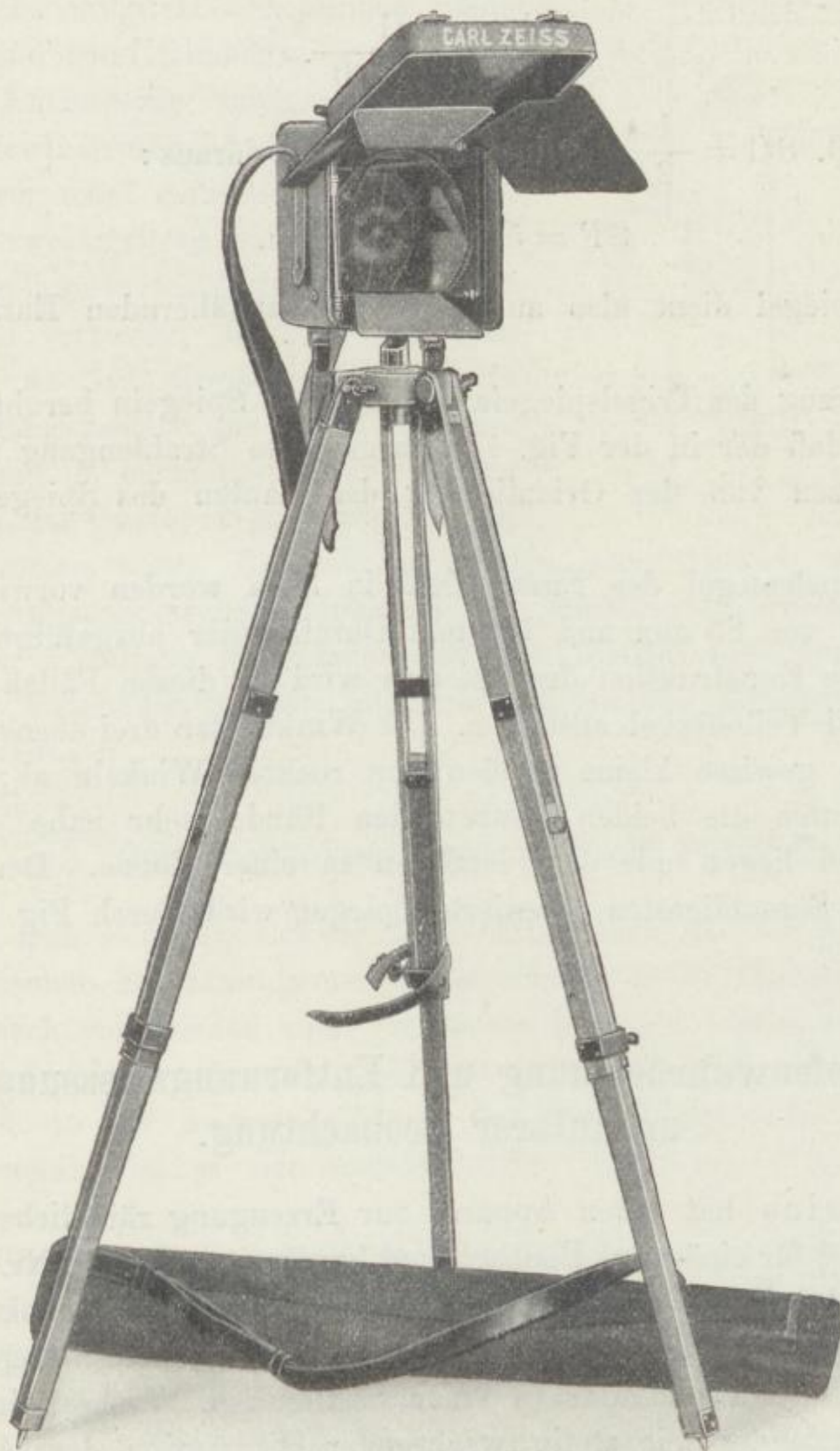
In der Fig. 172 sei L die Lichtquelle, S der Scheinwerfer der L-Station, welche z. B. 5 km von der T-Station, wo der Tripelspiegel T aufgestellt ist, entfernt ist.

Fig. 172.



Das auf den Tripelspiegel fallende parallele Strahlenbündel mit der Achse LF wird in zwei parallele Teilbündel zerlegt, die nach der L-Station zurücklaufen und zwar bei der gewöhnlichen Montierung des Spiegels

Fig. 173.



rechts und links vom einfallenden Bündel. Diese zurückkehrenden Bündel werden an der L-Station beobachtet. Indem die Austrittsfläche GE des Tripelspiegels an der T-Station in verabredeter Weise abwechselnd verdeckt und freigegeben wird, lassen sich von der T-Station nach der L-Station Signale übertragen. Die oben erwähnten Abweichungen der

Winkel des Tripelspiegels von rechten Winkeln sind so gewählt, daß die Strecke SC zur Strecke SF in einem bestimmten sehr kleinen Verhältnis steht, wo C die Mitte des Querschnittes AB des an der L-Station ankommenden Teilbündels ist. Gewöhnlich ist:

$$\frac{SC}{SF} = \frac{1}{10\,000}.$$

Ist also z. B. $SC = \frac{1}{2}$ m gemessen, so folgt daraus:

$$SF = 5000 \text{ m} = 5 \text{ km}.$$

Der Tripelspiegel dient also auch zu einer annähernden Entfernungsmessung.

Der Vorzug des Tripelspiegels vor anderen Spiegeln beruht wesentlich darin, daß der in der Fig. 172 dargestellte Strahlengang innerhalb weiter Grenzen von der Orientierung der Kanten des Spiegels unabhängig ist.

Die Tripelspiegel der Firma Zeiß in Jena werden vorwiegend in zwei Größen von 85 mm und 100 mm Durchmesser ausgeführt. Durch die besondere Konstruktion des Spiegels wird in diesen Fällen erreicht, daß nur zwei Teilbüschel austreten. Die Winkel der drei ebenen Spiegel weichen um gewisse kleine Größen von rechten Winkeln ab; infolgedessen verlaufen die beiden austretenden Bündel sehr nahe dem einfallenden und liegen mit dem letzteren in einer Ebene. Der für die Zwecke des Signaldienstes montierte Spiegel wird durch Fig. 173 dargestellt.

115. Tiefenwahrnehmung und Entfernungsmessung bei unokularer Beobachtung.

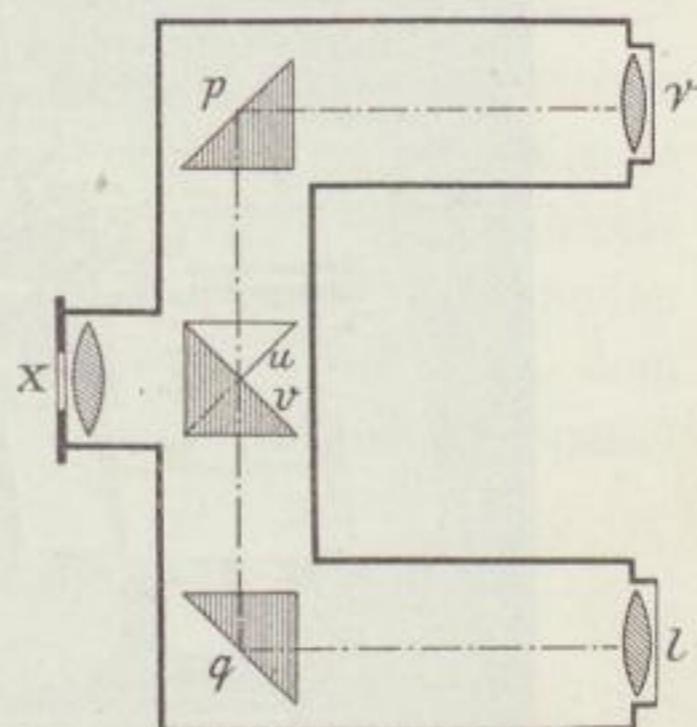
F. Krusius hat einen Apparat zur Erzeugung räumlicher Tiefenwahrnehmung für einäugige Beobachtung konstruiert (D.R.P. Nr. 221 067). Er benützt dabei die physiologische Tatsache, daß auch unokular eine körperlich räumliche Gesichtswahrnehmung eines anvisierten Gegenstandes möglich ist, wenn unokular in einer bestimmten Wechselfolge Bilder dieses Gegenstandes mit stetig wachsender Disparation dem Auge dargeboten werden. Unter Disparation versteht man hier diejenigen Verschiedenheiten der Netzhautbilder, wie sie z. B. von Gegenständen erzeugt werden, die man von verschiedenen Standpunkten aus betrachtet. Es fällt also dieser Begriff im wesentlichen mit dem zusammen, was man sonst auch wohl als stereoskopische Parallaxe bezeichnet. Dieser körperliche Gesichtseindruck soll sich von dem gewöhnlichen binokularen Sehen

dadurch unterscheiden, daß der körperliche Gegenstand nicht zu ruhen scheint, sondern scheinbar bewegt wird. Krusius will sein Verfahren auch zur stereoskopischen Entfernungsmessung benützen, die also jetzt mit einem Auge vorgenommen werden soll.

Die Fig. 174 erläutert das Prinzip näher. r und l sind zwei Objektive in einer bestimmten Entfernung voneinander, welche die Basis des Instrumentes darstellen. p und q sind zwei total reflektierende Prismen, u und v zwei weitere rechtwinklig übereinander gelagerte Okularprismen, die zusammen in vertikaler Richtung verschiebbar sind, so daß abwechselnd bald das eine, bald das andere der von den Objektiven r und l herkommenden Strahlenbündel in das Okular x und somit in das

Auge geworfen wird. Es sind dann noch, ganz ähnlich wie bei den Zeißschen stereoskopischen Distanzmessern Markenglasplättchen mit entsprechender Parallaxe in Fokalebene des Instrumentes eingefügt, an denen die Tiefen bestimmter Landschaftsbildpunkte unokular gemessen werden sollen.

Fig. 174.

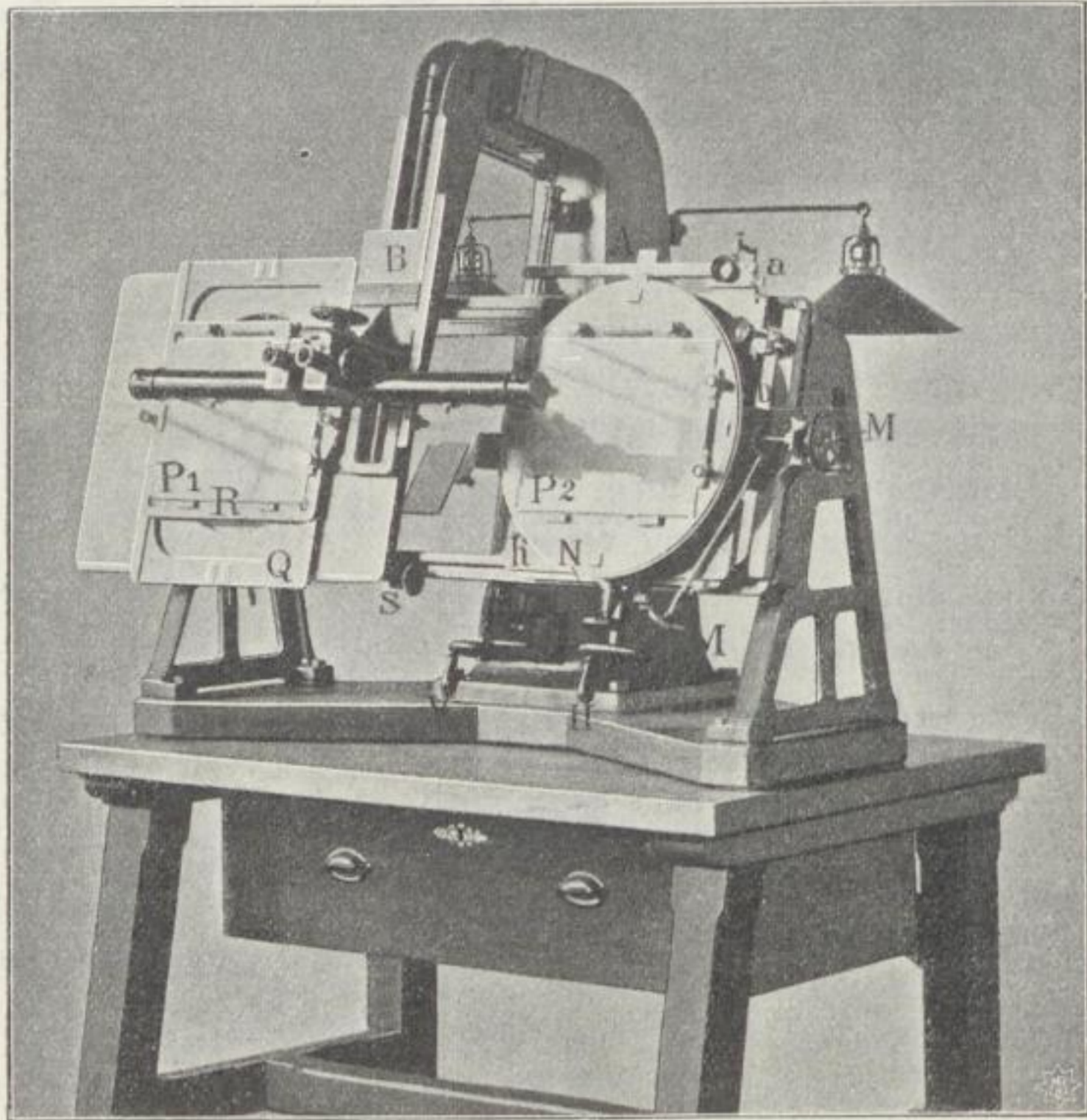


116. Der Stereokomparator nach Pulfrich.

Stellt man sich vor, daß die Landschaftsbilder, welche man mit dem stereoskopischen Entfernungsmesser betrachtet, durch Photogramme, die stereoskopisch verschieden sind, ersetzt werden, und betrachtet man diese Photogramme alsdann durch ein Stereoskop mit entsprechend eingesetztem Markenbild, so hat man das Prinzip des Stereokomparators von Pulfrich. Derselbe ist in der nachstehenden Zeichnung (Fig. 175) dargestellt.

Der Stereokomparator hat der Astronomie bereits bedeutende Erfolge gebracht. Man kann sich vorstellen, daß man als Basis für die stereoskopischen Photographien bei astronomischen Aufnahmen Dimensionen wählen kann, welche etwa dem halben Erdradius entsprechen, ja, man kann als Basis sogar den Durchmesser der Erdbahn benutzen, indem man Aufnahmen der Gestirne macht zu Zeiten, welche zwei diametral entgegengesetzten Punkten eines Durchmessers der Erdbahn entsprechen. Auf diese Weise ist der Astronomie ein ganz neues Gebiet der Tätigkeit erschlossen. Bisher hat man allerdings die Aufnahmen meist nur in der Weise gemacht, daß man nicht eine derartige Basis anwendete, sondern indem man Veränderungen in der Lage der Himmelskörper selbst

Fig. 175.



Stereokomparator. Modell A.

- A Verschiebungsmaßstab, horizontal,
- B Verschiebungsmaßstab, vertikal,
- D Plattenträger, horizontal beweglich,
- E Schlittenrahmen, vertikal beweglich,
- G Gegengewicht zum Schlittenapparat,
- H Trieb für die horizontale Schlittenbewegung,
- J Index der Kreisteilung auf der Drehscheibe,
- K₁, K₂ Verschlussklappen der Objektivöffnungen,
- M Feinbewegungsschraube, horizontal,
- N Feinbewegungsschraube, vertikal,
- O₁, O₂ Okulare,
- P₁, P₂ verschiebbares Plattenpaar,
- R Rad zum Drehen der Beleuchtungsspiegel,
- S Beleuchtungsspiegel,
- T Tragarm mit binokularem Mikroskop,
- V Trieb für die vertikale Schlittenbewegung,
- a Maßstab zum Messen der Seiteneinstellung der Platten,
- b Maßstab zum Messen der Höheneinstellung der Platten,
- m Mikrometer des Stereomikroskops,
- t Teilung für den Augenabstand,
- w Walze zum Regulieren des Okularabstandes von den Stereogrammen.

benutzte, um stereoskopisch verschiedene Bilder zu erhalten. Auf diese Weise hat man stereoskopische Bilder des Mondes und des Jupiters mit seinen Trabanten erhalten. Auch ist es dem Erfinder des Stereokomparators z. B. gelungen, die Meßskala in die Krater des Mondes hineinzutauchen und die Höhen und Tiefen der Mondoberfläche stereometrisch festzulegen. Auch auf dem Gebiete der photogrammetrischen Vermessungen hat der Stereokomparator bereits ausgezeichnete Dienste geleistet. Im übrigen verweisen wir bezüglich dieses interessanten Gebietes auf die Arbeiten von Pulfrich über „Neue stereoskopische Methoden und Apparate“, sowie auf die Schrift „Ueber die bis jetzt mit dem Komparator auf astronomischem Gebiete erhaltenen Versuchsergebnisse“ V. J. S. der astronomischen Wissenschaft, Jahrg. 37, Heft 3.

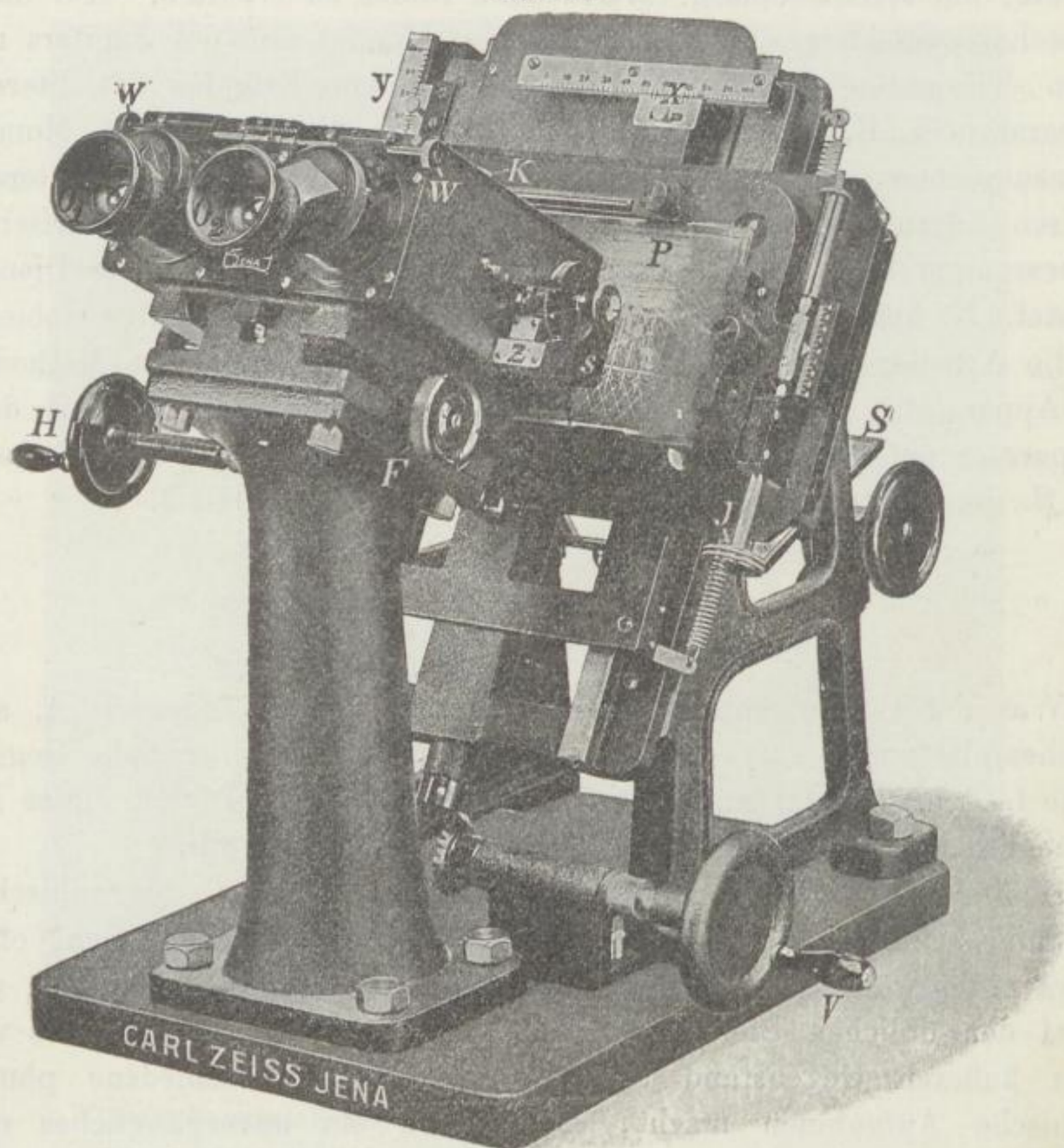
117. Stereometer von Pulfrich.

Was der Stereokomparator für entfernte Gegenstände leistet, soll das ebenfalls von Pulfrich konstruierte Stereometer für nahe Gegenstände leisten. In der umstehenden Abbildung (Fig. 176) ist dieses Instrument nebst den erläuternden Bezugszeichen dargestellt.

Das Stereometer ist so eingerichtet, daß die bei der photographischen Aufnahme erhaltenen Negative sofort Verwendung finden können, ohne daß es nötig wäre, ein Umlegen der beiden Bilder vorzunehmen, wie es bei den üblichen Stereokopen der Fall ist. Indem man also von einem äußeren Gegenstand zwei stereoskopisch verschiedene photographische Aufnahmen macht, erhält man ein unvergängliches und jederzeit der Messung zugängliches Dokument, das für viele Zwecke von äußerstem Werte sein kann — die Anwendbarkeit des Apparates bezieht sich z. B.:

- auf anthropometrische Schädelmessungen,
- auf die Wiedererkennung von Verbrechern,
- auf künstlerische (bildhauerische) Arbeiten,
- auf die Vermessung des Tierkörpers im lebenden Zustande (wichtig für Zuchtanstalten und Tiermodelleure),
- auf die Untersuchung von zoologischen und medizinischen Präparaten und das Studium der Veränderungen von Geschwulsten u. dgl.,
- auf archäologische Forschungen,
- auf die Ausmessung von Kunst- und kulturhistorischen Gegenständen,
- auf die Festlegung des Tatortes in kriminellen Fällen,
- auf die Anfertigung eines Planes bei Ausgrabungen usw.

Fig. 176.



- T Triebknopf zur Schärfereinstellung,
 H Handhabe für die horizontale Plattenverschiebung,
 J Justierschraube zum Ausrichten der Platte,
 K Justierungsschraube für die vertikale Verschiebung des Mikroskopobjektivs,
 O₁ O₂ Mikroskopokulare,
 P photographische Platte auf dem Kreuzschlitten,
 S Spiegel zum Beleuchten der Platte,
 V Handhabe für die vertikale Plattenverschiebung,
 W Walze zur Einstellung des Augenabstandes,
 x, y Millimetermaßstäbe für die Ablesung der Bildpunktkoordinaten,
 Z Mikrometerschrauben zur Messung der Parallaxe, eine rechts eine links.

Kapitel XII.

Zystoskope.

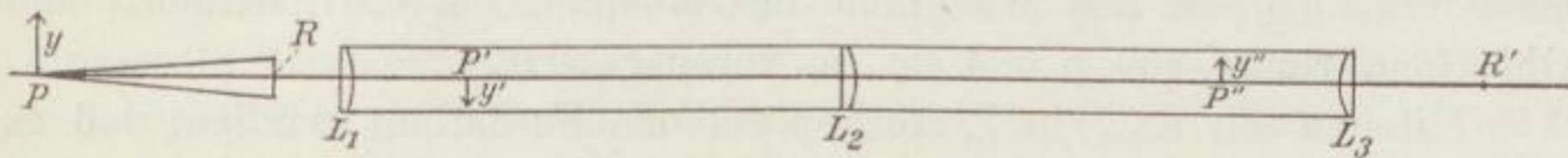
118. Lage der E.P. und A.P. bei Zystoskopen.

Zystoskope sind Instrumente zur Besichtigung des Innern der menschlichen Blase. Bei der Einführung des Instrumentes durch die Harnröhre wird die Blase mit Wasser (Brechungsindex $n = \frac{4}{3}$) gefüllt. Die Linsen des Zystoskops sind in einer Röhre eingeschlossen, die für die Untersuchung der männlichen Blase im Mittel etwa eine Länge von 200—250 mm hat. Der Durchmesser der Linsen soll gewöhnlich 5—6 mm nicht überschreiten und muß in gewissem Fall noch geringer sein; dadurch werden ganz eigenartige Anforderungen an das optische System des Instrumentes gestellt.

Es bestehe das optische System z. B. aus drei Systemen $L_1 L_2 L_3$, von denen das erstere das Objektiv, das zweite das Umkehrsystem, das dritte das Okular sei. Das Objektiv L_1 entwerfe von dem im Wasser befindlichen Objekt y bei P bei P' ein umgekehrtes Bild y' , welches durch das Umkehrsystem L_2 nach P'' , dem Brennpunkt des Okulars L_3 , von der Größe y'' verlegt werde. Das Objekt y ist vom Objektiv im Durchschnitt etwa 40 mm entfernt, ohne daß jedoch diese Entfernung streng innegehalten würde (vgl. Fig. 177).

Untersucht man ein System von der Art, wie es durch Fig. 177 dargestellt ist, unter der Voraussetzung, daß die Vergrößerung sich nicht weit von der Einheit entfernen soll, so findet man unter Beachtung der

Fig. 177.



in § 68 aufgestellten Gesichtspunkte, daß hier die Objektivöffnung nicht wie beim Fernrohr die E.P. des Systems darstellt, sondern daß im allgemeinen die letztere dadurch gewonnen wird, daß man das System L_2 durch das Objektiv in die Flüssigkeit hinein abbildet. Konsequenterweise wird dann die A.P. durch Abbildung des Systems L_2 durch das

Okular L_3 hindurch gewonnen. In Fig. 177 seien R und R' die Mittelpunkte der E.P. und A.P. Setzen wir $PR = p$ und bezeichnen, wie früher, die Radien der E.P. und A.P. mit ρ und ρ' , und nehmen ferner an, daß die Strahlen das Okular als Parallelbündel verlassen, so gelten die Gleichungen (9) und (10) des § 72:

$$\frac{n \cdot \rho}{p} = D \rho' \quad (1)$$

$$v = D \cdot d \quad (2)$$

wo D die Brechkraft des ganzen Zystoskopsystems, d die konventionelle Sehweite und v die Vergrößerung ist.

Nach Fig. 177 stellt $\frac{\rho}{p} = u$ den Winkel dar, den ein von P ausgehender und den Rand der E.P. passierender Strahl mit der Achse bildet. Man nennt das Produkt

$$a = n \cdot u \quad (3)$$

die Apertur des Systems. Aus Gleichung (1) folgt:

$$a = D \cdot \rho' \quad (4)$$

Die Apertur eines Zystoskops ist also gleich der Brechkraft des ganzen Systems, multipliziert mit dem Radius der A.P. Von der Apertur hängen die wichtigsten Eigenschaften des Instrumentes wie Auflösungsvermögen und Helligkeit ab. Unter Benutzung von (2) hat man ferner:

$$a = \frac{v \cdot \rho'}{d} \quad (5)$$

Die Apertur der Zystoskope ist im Verhältnis zu der eines modernen Mikroskops sehr klein; es sind aber auch die optischen Ansprüche an ein solches Instrument verhältnismäßig gering, da es sich mehr um eine Umlagerung des Bildes als um Erzielung einer starken Vergrößerung handelt. Bei den alten Zystoskopen nach Nitze, die nach dem in Fig. 177 dargestellten Typus gebaut sind, hat a Werte zwischen 0,002 bis 0,004, die bei den modernen Instrumenten bis 0,01 steigen, eine Objektentfernung von $p = 4$ cm ca. vorausgesetzt.

Nehmen wir an, ein Zystoskop soll die Forderung erfüllen, daß es einen 250 mm vom Auge entfernten Gegenstand so zeigt, wie man ihn mit unbewaffnetem Auge sieht, daß also $v = 1$ ist. Nehmen wir dabei die Länge des Instrumentes vom Okular bis zu der dem Objektiv nahe liegenden E.P. zu 210 mm, so bleiben für die Entfernung p noch 40 mm, was der gewöhnlichsten Gebrauchsstellung des Zystoskops etwa entspricht. Aus (1) und (2) folgt:

$$\frac{n \cdot \rho}{p} = \frac{v \cdot \rho'}{d} \quad \dots \dots \dots (6)$$

Unter den angenommenen Umständen liefert die letztere Gleichung für $n = \frac{4}{3}$, $d = \frac{1}{4}$ m, $p = \frac{1}{25}$ m und $v = 1$

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{25}{3} = 8\frac{1}{3}.$$

Durch die gemachte Annahme ist also das Verhältnis der Radien der E.P. und A.P. festgelegt. Betrachtet man jetzt etwas nähere oder entferntere Gegenstände mit dem Instrument, so müßte man, um für einen akkommodationslosen Emmetropen scharfe Einstellung zu machen, das Okular verschieben oder eine entsprechende Zusatzlinse anbringen, wodurch sich natürlich auch die Brechkraft des ganzen Systems und auch der Quotient $\frac{\rho'}{\rho}$ ändert. Die letztere Änderung ist jedoch so gering, daß wir sie für ein vorliegendes Instrument vernachlässigen können. Setzen wir also in (6) den Quotienten $\frac{\rho'}{\rho} = \text{konst.} = \frac{25}{3}$, so erhält man für $d = \frac{1}{4}$ m

$$v = n \cdot \frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{d}{p} = \frac{1}{25 \cdot p} \quad \dots \dots \dots (7)$$

wo p in Metern auszudrücken ist, d. h. die Vergrößerung ändert sich umgekehrt proportional mit p , wird also für nähere Gegenstände beträchtlich größer. Für $p = 4 \text{ cm} = \frac{1}{25}$ m, d. h. für die völlige Scharfeinstellung ergibt sich aus (7) natürlich $v = 1$. Da das Objektiv bei den älteren Instrumenten nur einige Millimeter Brennweite hatte, so bildeten sich schon Objekte von einigen Zentimetern Entfernung, ebenso wie fernere Objekte, nahezu in der Fokalebene des Objektivs ab. Hierzu kommt, daß der Querschnitt der austretenden Bündel meist noch nicht einmal einen Durchmesser von 1 mm hatte, wodurch es verständlich wird, daß ein derartiges Zystoskop für verschiedene Entfernungen scharf eingestellt erscheint.

Sieht man mit einem solchen Zystoskop in die Ferne, so erhält man stark verkleinerte Bilder von den Objekten. Die Erklärung hierfür lieferte ebenfalls die Gleichung (6). Betrachten wir etwa einen 3 m entfernten Gegenstand einmal mit einem Zystoskop, das andere Mal mit bloßem Auge, so beziehen wir im letzteren Falle die Größe des Gegenstandes nicht auf die konventionelle Entfernung von $\frac{1}{4}$ m, sondern in

diesem Falle auf 3 m. Mit anderen Worten: Für die Beurteilung der Größe entfernter Objekte müssen wir (wenn wir jetzt die Länge des Instrumentes vernachlässigen) $d = p$ setzen. Da jetzt (beim Gebrauch in Luft) $n = 1$ ist, so liefert Gleichung (6):

$$v = \frac{\rho}{\rho'}.$$

Bei scharfer Einstellung des Instrumentes auf ferne Gegenstände stellt ja bekanntlich der Quotient $\frac{\rho}{\rho'}$ tatsächlich die Fernrohrvergrößerung dar, die im vorliegenden Falle eine Verkleinerung darstellt. Für $v = 1$ bei einer Objektentfernung von $\frac{1}{4}$ m fanden wir oben $\frac{\rho'}{\rho} = 8\frac{1}{3}$, so daß also ferne Gegenstände $8\frac{1}{3}$ mal verkleinert erscheinen.

Bei den modernen Zystoskopen findet man meist für Objekte in der deutlichen Sehweite eine schwache, etwa zweifache Vergrößerung. Für $p = \frac{1}{25}$ m und $d = \frac{1}{4}$ m liefert Gleichung (6):

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{25}{3v}.$$

Der Quotient $\frac{\rho'}{\rho}$ nimmt also mit wachsender Verzögerung ab und erhält für $v = 2$ den Wert $4\frac{1}{6}$.

119. Helligkeit der Zystoskope.

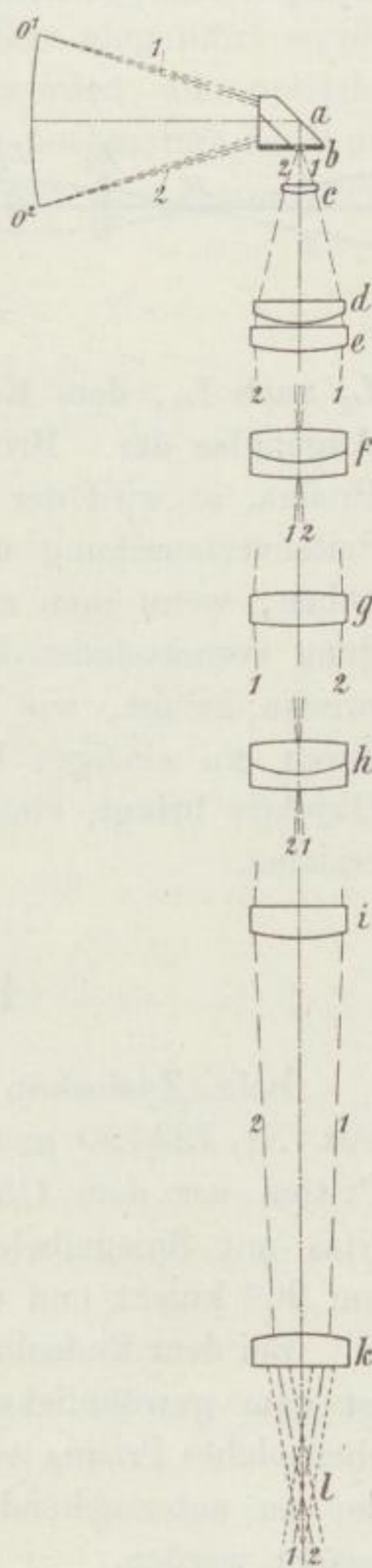
Die Helligkeit des zystoskopischen Bildes hängt, abgesehen von der Beleuchtung des Objektes, welche durch eine kleine Glühlampe geschieht, wie beim Sehen durch ein Fernrohr von der Größe der A.P. des Systems ab. Die letztere hatte bei den älteren Systemen nach Nitze, wie sie durch die Fig. 177 angedeutet sind und bei denen die drei Systeme L_1 , L_2 und L_3 aus einfachen plankonvexen Linsen bestanden, höchstens einen Durchmesser von 1 mm; bei den modernen Typen z. B. der Firma Zeiß und der Firma Louis und H. Löwenstein beträgt der Durchmesser der A.P. 2 mm und darüber, so daß also die Helligkeit um das Vierfache und darüber gesteigert erscheint.

Ein Zystoskop vom Typus der Fig. 177 liefert aufrechte Bilder. Um eine bequeme Anordnung der Lichtquelle zu erzielen, bringt man vor das Objektiv ein Prisma, das den Strahlengang um 90° ablenkt.

120. Das Zystoskop der Firma Zeiß in Jena.

Bei dem Zystoskop der Firma Zeiß in Jena (Erfinder M. v. Rohr; vgl. das amerikanische Patent Nr. 940 894) wird das Bild zunächst durch ein Amicisches Prisma einer vollständigen Umkehrung unterzogen und der Strahlengang um 90° geknickt. Das Objektivbild, welches infolgedessen aufrecht erscheint, wird durch das optische System des Zystoskops noch einer zweimaligen Bildumkehrung unterzogen, wodurch es wieder aufrecht erscheint. Die Fig. 178 stellt den Gang der Hauptstrahlen dar. Es sind zwei mit den Buchstaben 1 und 2 bezeichnete, von den Objektpunkten o^1 und o^2 ausgehende derartige Strahlen dargestellt, welche das Amicische Prisma *a* durchlaufen und sich in der E.P. des Instrumentes, welche durch eine kleine Oeffnung in der Blendung *b* angedeutet ist, schneiden. Wie man aus der zeichnerischen Darstellung ersieht, schneiden sich dieselben Hauptstrahlen auch an den Orten der Linsen *f* und *h*. Diese letzteren sind also als Aperturblenden aufzufassen, d. h. wenn man die Linse *f* als Objekt auffaßt und sie durch die Linsen *e*, *d* und *c* hin abbildet, erhält man die E.P. Ebenso erhält man die A.P., wenn man die Linse *h* als ein Objekt auffaßt und sie durch die Linsen *i* und *k* hin abbildet. Ort und Größe der A.P. ist bei *l* zeichnerisch dargestellt. Der Gang der die Abbildung vermittelnden Strahlen ist folgendermaßen: Das Objektiv *c* entwirft von dem Objekt $o^1 o^2$ ein Bild am Ort der Kollektivlinsen *d*, *e*, die Linse *f* kehrt dasselbe um und transportiert es nach dem Kollektiv *g*, worauf es noch einmal durch die Linse *h* umgekehrt und nach *i* verlegt wird. *i* kann man als die Kollektivlinse eines Ramsden'schen Okulars auffassen, dessen Augenlinse *k* ist.

Fig. 178.

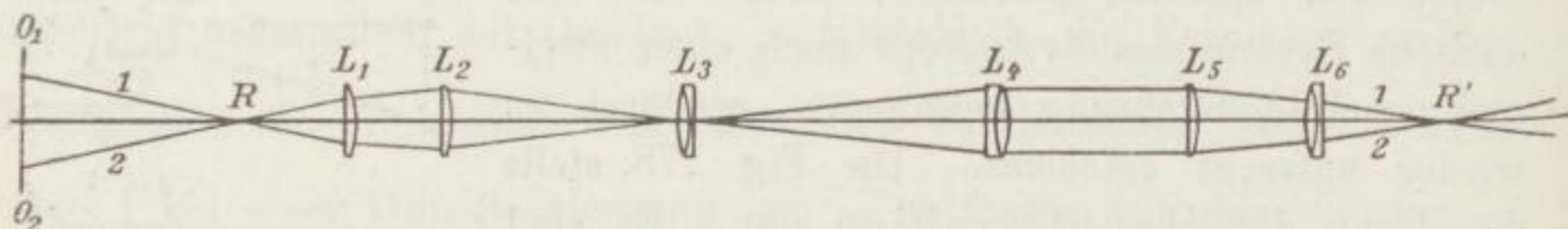


121. Das Zystoskop der Firma Louis u. H. Löwenstein in Berlin.

Die Fig. 179 stellt den Gang der Hauptstrahlen dar, und zwar sind wieder zwei solcher mit 1 und 2 bezeichnete, von den Objekt-

punkten O_1 und O_2 ausgehenden Strahlen gezeichnet. Der Rand der Linse L_3 ist als Aperturblende aufzufassen. Derselbe erzeugt durch die L_2 und L_1 hindurch bei R die E.P., und durch die Linsen L_4 , L_5 und L_6 hindurch die A.P. bei R' . Von dem Objekt $O_1 O_2$ wird mittels des Objektivs L_1 und der wesentlich als Kollektiv wirkenden Linse L_2 ein reelles umgekehrtes Bild in der Nähe von L_2 entworfen. Das System $L_3 L_4$ wirkt wesentlich als Umkehrsystem und transportiert das Bild von

Fig. 179.



L_2 nach L_5 , dem Kollektiv eines Ramsdenschen Okulares. L_6 stellt das Augenglas dar. Bringt man vor die Linse L_1 ein total reflektierendes Prisma, so wird der Strahlengang um 90° geknickt, es tritt jedoch eine Seitenvertauschung der Bilder ein. Die letztere kann man wieder aufheben, wenn man zwischen die Linsen L_3 und L_4 , wo die die Abbildung vermittelnden Bündel parallelstrahlig verlaufen, ein sog. Aufrichtepisma bringt, wie es in § 87 dargestellt ist. Man kann aber auch durch ein einziges Pentagonprisma (vgl. § 87), welches man vor das Objektiv bringt, eine Strahlenknickung um 90° ohne Seitenvertauschung erzielen.

122. Andere Zystoskopformen.

Beim Zystoskop von R. Wappler (D.R.P. Nr. 194 727 und amer. Pat. Nr. 723 790 und 922 985) ist das rechtwinklige, total reflektierende Prisma vor dem Objektiv dadurch vermieden, daß eine Halbkugel aus Glas mit Spiegelbelegung so angeordnet ist, daß sie den Strahlengang um 90° knickt und dabei gleichzeitig als Objektiv dient.

Bei dem Endoskop von Louis und H. Löwenstein (D.R.P. Nr. 177 780) ist dem gewöhnlichen rechtwinkligen Objektivprisma noch ein zweites ebensolches Prisma vorgelagert, durch dessen Drehung verschiedene Teile der zu untersuchenden Körperhöhle nacheinander ins Gesichtsfeld gebracht werden.

Beim Zystoskop von W. A. Hirschmann (D.R.P. Nr. 139 331) wird zwischen Okular und Umkehrsystem eine planparallele Platte unter einer Neigung von 45° zur optischen Achse aufgestellt. Ein Teil des vom Objekt kommenden Lichtes wird im rechten Winkel abgelenkt und soll zum Photographieren des Objekts dienen, während der Beobachter das

Objekt vermittelt des durch die planparallele Platte hindurchgehenden Lichtes betrachten kann.

Formen von Endoskopen, bei denen neben der Besichtigungsröhre Beleuchtungsröhren vorgesehen sind, sind von J. W. Kolb angegeben (amerikanische Patente Nr. 939 034 und 939 035).

Bei dem stereoskopischen Zystoskop von Louis und H. Löwenstein (D.R.P. Nr. 164 966) sind zwei optische Systeme in Röhren dicht aneinander angeordnet, so daß sie zusammen in die Harnröhre eingeführt werden können. Mittels total reflektierender Prismen werden die optischen Achsen am Okularende um 90° geknickt, und durch nochmalige Knickung im Augenabstande die binokulare Einsicht in das Instrument ermöglicht.

Kapitel XIII.

Das Mikroskop.

123. Das Mikroskop. Allgemeines.

Während das Fernrohr zur Betrachtung sehr entfernter und im allgemeinen relativ großer Objekte dient, hat das Mikroskop den entgegengesetzten Zweck zu erfüllen, nämlich nahe Gegenstände stark vergrößert dem menschlichen Auge darzubieten. Die modernen Mikroskope bestehen aus einem sehr kurzbrennweitigen Objektiv, welches von dem zu betrachtenden Objekt, das sich ein wenig außerhalb der Brennebene des letzteren befinden muß, ein stark vergrößertes Bild entwirft, welches noch einer nachträglichen Vergrößerung durch ein Okular (meist vom Huyghensschen Typus) unterzogen wird. Die Theorie der mikroskopischen Abbildung und die höchste Vollendung in der Leistungsfähigkeit des optischen Systems des Mikroskops verdanken wir Abbe. Den wichtigsten Teil des Mikroskops bildet das Objektiv. Seit der Konstruktion der sog. Achromatobjektivsysteme durch Abbe ist ein Stillstand, man könnte fast sagen ein Abschluß in der Entwicklung dieses wichtigen und der rechnenden Optik die größten Schwierigkeiten darbietenden optischen Systems eingetreten. Es scheint, als ob die Prinzipien der physikalischen und geometrischen Optik, auf denen die Abbesche Theorie aufgebaut ist, erschöpft sind. Neue Impulse sind vielleicht noch einmal durch die Verwendung streng aplanatischer Systeme mit nicht sphärischen Flächen (vgl. das Kapitel über Aplanatismus) zu erwarten. Da in den weitaus meisten Fällen der mikroskopischen Betrachtung das Objekt aus äußerst feinen, das Licht (in Gestalt von Beugungsbüscheln) durchlassenden Strukturen besteht, so spielt auch der Gang der die Beleuchtung des Objekts besorgenden Strahlen eine wichtige Rolle. Zur Konzentration [des Lichts hatte man schon seit langer Zeit Hohlspiegel verwandt, bis Abbe den nach ihm benannten Kondensator konstruierte, der allen Anforderungen bei der gewöhnlichen — sog. Hellfeldbeleuchtung — entspricht. Durch die Entdeckung der sog. Ultramikroskopie durch Siedentopf und Zsigmondy und die zur Steigerung der auflösenden Kraft in der neueren Zeit weiter entwickelte Beleuchtung der

Objekte durch schiefe, direkt nicht in das Objektiv gelangende Strahlen (sog. Dunkelfeldbeleuchtung) sind Anregungen zur Konstruktion neuer Kondensoren gegeben. Schließlich sei noch auf die in der letzten Zeit mit Erfolg weiter entwickelten Methoden der Mikrophotographie hingewiesen.

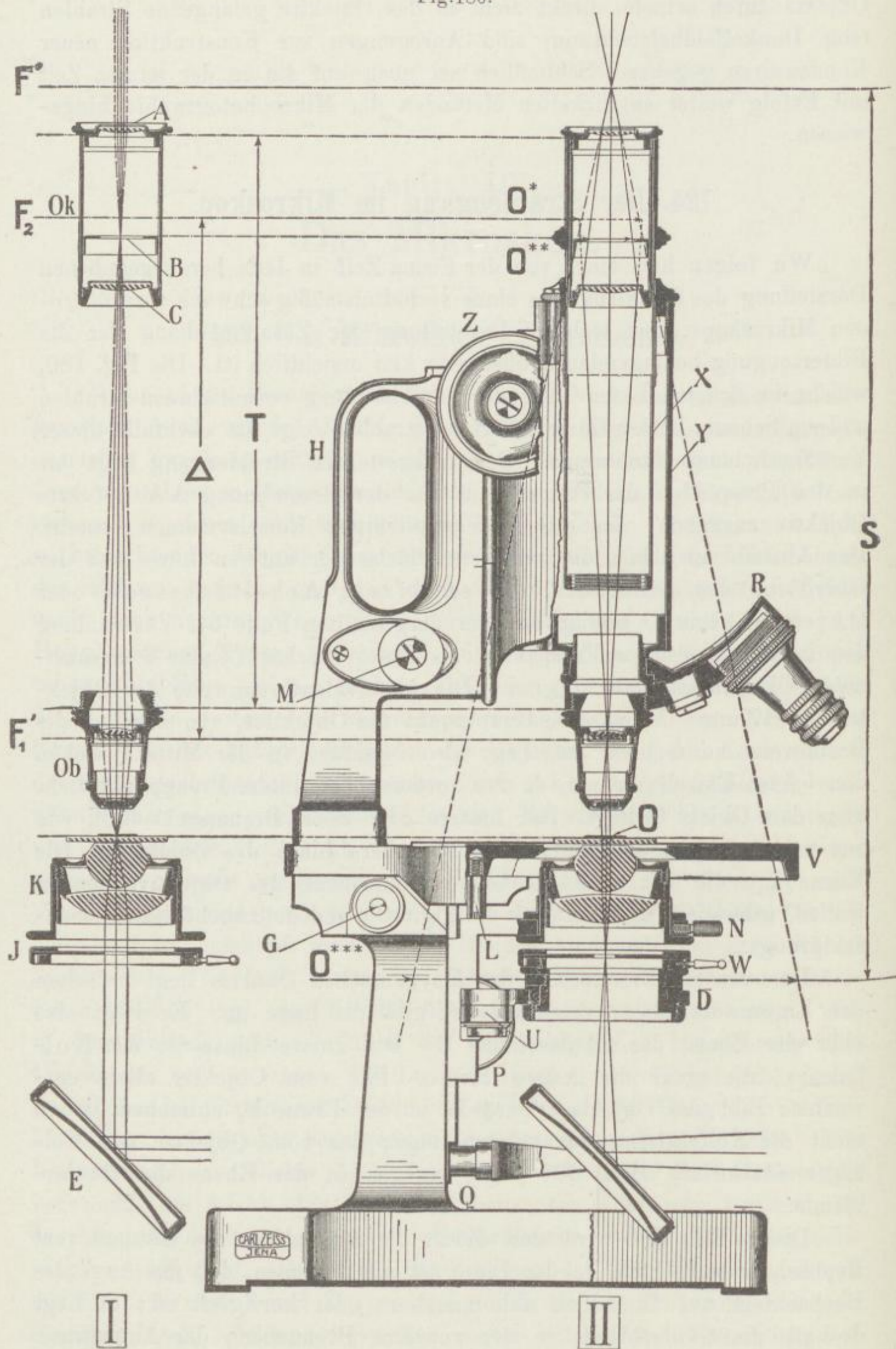
124. Der Strahlengang im Mikroskop.

Wir folgen hier einer von der Firma Zeiß in Jena herausgegebenen Darstellung des Strahlengangs eines verhältnismäßig schwach vergrößernden Mikroskops, aus welcher Darstellung der Zusammenhang der die Bilderzeugung bedingenden Größen sehr klar ersichtlich ist. Die Fig. 180, welche im Schema I den Gang der die Abbildung vermittelnden Strahlen und im Schema II den Gang der Hauptstrahlen zeigt, ist ebenfalls dieser Veröffentlichung entnommen. Dem dargestellten Strahlengang liegt das in den Prospekten der Firma Zeiß mit der Bezeichnung AA geführte Objektiv zugrunde, das aus zwei zweiteiligen Einzelsystemen besteht. Der Abstand zwischen der vorderen Fläche der unteren Linse und der Oberfläche des Deckglases, der sog. freie Arbeitsabstand oder Objektabstand, beträgt in dem dargestellten Falle bei Verwendung des in den Zeißschen Prospekten als Huygenssches Okular 2 bezeichneten Okulars ungefähr 7,5 mm. Die Äquivalentbrennweite des Objektivs ist 17 mm; der vordere Hauptpunkt des Objektivs, von dem aus die Brennweite zu rechnen ist, liegt also ungefähr in der Mitte zwischen den beiden Einzelsystemen, da der vordere oder untere Brennpunkt dicht über dem Objekt O liegt. Der hintere oder obere Brennpunkt fällt, wie aus Schema II zu ersehen ist, in die obere Linse des Objektivs. Die Ebene F_1' , die wir kurz die obere Brennebene des Objektivs nennen wollen, gibt diese Lage an (vgl. die Fig. 180 und die zugehörige Zeichenklärung).

Der vordere Brennpunkt des Huygensschen Okulars liegt zwischen den Linsen desselben; die Ebene F_2 gibt die Lage an. Er liegt also über der Ebene der Okularblende B. Die untere Linse ist das Kollektiv, die obere die Augenlinse. Das vom Objektiv allein entworfene Bild des Objekts O^* würde in der Ebene F_2 entstehen, wenn nicht die Kollektivlinse dazwischen läge; das vom Objektiv und Kollektiv entworfene Bild O^{**} liegt dagegen in der Ebene der Okularblende.

Dieses Bild O^{**} wird nun durch die Augenlinse des Okulars vom Beobachter betrachtet. In der Figur ist angenommen, daß das Auge des Beobachters auf Unendlich akkommodiert oder korrigiert ist; es liegt deshalb die Okularblende in der vorderen Brennebene der Augenlinse.

Fig.180.



Zeichenerklärung zu Fig. 180.

- A Augenlinse des Okulars.
 B Blende des Okulars (Sehfeldblende).
 C Kollektiv des Okulars.
 D Blendenträger des Abbeschen Beleuchtungsapparates.
 E Beleuchtungsspiegel.
 F' hintere Brennebene des ganzen Mikroskops, d. h. die durch dessen hinteren Brennpunkt gehende zur Achse senkrechte Ebene.
 F₁' hintere Brennebene des Objektivs.
 F₂ vordere Brennebene des Okulars.
 G Gelenk zum Neigen des Mikroskops.
 H Handhabe am Tubusträger.
 J Irisblende des Abbeschen Beleuchtungsapparats.
 K Kondensorsystem des Abbeschen Beleuchtungsapparats.
 L Anschlag, der die Bewegung des Beleuchtungsapparates nach oben begrenzt.
 M Kopf der Mikrometerbewegung.
 N Klemmschraube, die das Kondensorsystem in der Schiebhülse festhält.
 O Objekt.
 O* reelles, vom Objektiv allein entworfenes Bild des Objekts, das in der Ebene F₂ liegt.
 O** reelles, durch das Kollektiv entworfenes Bild von O*.
 O*** Projektion des vom zusammengesetzten Mikroskop entworfenes Bildes auf die Ebene des deutlichen Sehens.
 Ob Objektiv (Achromat AA).
 Ok Okular (Huygensches Okular Nr. 2).
 P Trieb zum Einstellen des Abbeschen Beleuchtungsapparats.
 Q Spiegelträger.
 R Revolver.
 S normale Sehweite = 250 mm.
 T Länge des Mikroskoprohrs oder mechanische Tubuslänge = 160 mm.
 U Achse des Blendenträgers, um die er sich beim Ausklappen dreht.
 V Objektisch.
 W Griff zum Oeffnen und Schließen der Irisblende.
 X Auszugtubus.
 Y äußerer Tubus.
 Z Triebkopf der groben Einstellung.
 Δ optische Tubuslänge oder optisches Intervall.

Die Strahlen, die von den einzelnen Punkten des reellen Bildes O^{**} ausgehen, werden nach der Brechung parallel. Sie kommen daher (scheinbar) von den einzelnen Punkten eines vor dem Mikroskop in unendlicher Entfernung gelegenen Bildes. Dieses ist das virtuelle, vom zusammengesetzten Mikroskop entworfene Bild des Objektes.

In Schema II sind drei Hauptstrahlen dargestellt, die von drei verschiedenen Objektpunkten ausgehen; sie verlaufen beim Eintritt in das Objektiv parallel und schneiden sich deshalb hinter dem Objektiv in dessen hinterem Brennpunkt, in der Ebene F_1' , die beiden äußeren treffen nach dem Durchgang durch das Kollektiv auf den Rand der Okularblende. Die beiden Punkte des Objekts, von denen diese Strahlen ausgehen, werden also gerade noch am äußersten Rand des Sehfelds sichtbar; die Okularblende wirkt deshalb als Sehfeldblende. In ihrem weiteren Verlauf nach Durchgang durch die Augenlinse bestimmen diese Strahlen den Winkel, unter dem das vom zusammengesetzten Mikroskop entworfene Bild dem Beobachter erscheint.

Für ein emmetropisches, akkommodationsloses Auge liegt das Bild im Unendlichen. Zur Veranschaulichung der Vergrößerung ist jedoch das unendlich ferne und unendlich große Bild in eine Ebene projiziert, die um die konventionelle Sehweite von 250 mm (in der Figur mit dem Buchstaben S bezeichnet) vom beobachtenden Auge entfernt ist. Wie wir in § 70 gesehen haben, stellt diese Projektionsebene den Ort dar, an den das Objekt zum Vergleich und zur Definition der Vergrößerung zu bringen ist.

Im Schema II ist diese Projektion (nicht das Bild selbst, das ja im Unendlichen liegt) mit O^{***} bezeichnet. Die Strahlen sind daher auch durch O^{***} hindurchgezogen.

Der in der Achse verlaufende Strahl bildet zugleich, wie aus Schema I zu ersehen ist, die Achse des ganzen Strahlenbüschels, das von dem in der Mitte des Sehfeldes liegenden Objektpunkt ausgehend in das Objektiv eintritt; es ist also der Hauptstrahl des Büschels. Die beiden Randstrahlen in Schema II sind ebenfalls solche Hauptstrahlen, denn sie bilden die Achsen von Strahlenbüscheln, die von Randpunkten des objektiven Sehfeldes in das Objektiv eintreten.

Im Schema I ist nur das von dem Achsenpunkt des Objekts ausgehende Büschel berücksichtigt; die von anderen Punkten des objektiven Sehfeldes ausgehenden Büschel würden in ganz ähnlicher Weise einzuzeichnen sein. Verfolgt man den Verlauf der Strahlen genauer, so erkennt man leicht, daß die Begrenzung des Büschels durch die Fassung der oberen Linse des Objektivs bestimmt wird; denn diese Linse wird in ihrer ganzen Oeffnung von Strahlen durchsetzt und bildet demnach die E.P. des Systems. Den halben Oeffnungswinkel der vom Objekt aus-

gehenden und durch das Objektiv hindurchtretenden Büschel nennt man die *angulare Apertur*.

Diejenige Blende, die die Größe des Oeffnungswinkels bestimmt — in dem dargestellten Falle also die Fassung der oberen Objektivlinse —, bezeichnet man deshalb als *Aperturblende*. Die Größe dieser Blende ist zugleich maßgebend für den Oeffnungswinkel der nach dem Bilde des Objekts hinzielenden Büschel, wie ebenfalls aus Schema I sofort zu ersehen ist. Bevor diese Büschel in das Okular eintreten, zielen sie nach Punkten des Bildes O^* hin, durch die Wirkung des Kollektivs werden sie so abgelenkt, daß ihre Spitzen nunmehr in der Ebene der Sehfeldblende das Bild O^{**} erzeugen. Nach dem Durchtritt durch die Augenlinse verlaufen sie in dem angenommenen Falle parallel, sie können also auf der Netzhaut eines auf Unendlich akkommodierten oder korrigierten Auges ein scharfes Bild erzeugen.

Wie aus dem Schema II zu ersehen ist, schneiden sich die Hauptstrahlen aller von den einzelnen Punkten des objektiven Sehfeldes ausgehenden Büschel über dem ganzen Mikroskop in dessen hinterem Brennpunkt, in der Ebene F' ; dort kommt auch — wenigstens in dem dargestellten Falle — das Bild der Aperturblende des Objektivs zustande, das durch das Okular entworfen wird. Dieses Bild ist als heller Kreis über dem Okular zu beobachten und stellt die Austrittspupille des ganzen Mikroskops dar. Alle von dem mikroskopischen Bilde herkommenden Strahlenbüschel haben diesen Kreis zur gemeinsamen Basis. Wenn nun die Pupille des Beobachters in dieselbe Ebene zu liegen kommt, und die Austrittspupille nicht größer als die Augenpupille ist, so müssen alle von dem mikroskopischen Bilde herkommenden Strahlen von dem Auge aufgenommen werden.

Die Entfernung des oberen Tubusrandes von der Ansatzfläche des Objektivgewindes — in der Figur mit T bezeichnet — nennt man die *mechanische Tubuslänge* oder kurz die *Tubuslänge*. Die von der Firma Zeiß gelieferten Objektive in normaler Fassung werden für eine Tubuslänge von 160 mm korrigiert. Wird ein Objektiv direkt an den Tubus geschraubt, so muß also zwischen oberem und unterem Tubusrand eine Entfernung von 160 mm bestehen. Wird dagegen das Objektiv an einer Wechsellvorrichtung, Revolver- oder Schlittenwechsler, benutzt, so muß deren Höhe berücksichtigt werden. Ebenso ist die Stellung des Auszugstubus zu verändern, wenn ein Okularapparat verwendet wird, dessen Konstruktion eine Erhöhung der Auflagefläche des eigentlichen Okulars mit sich bringt, wie dies z. B. bei den Meßtrommelokularen, Okularschraubenmikrometern u. dgl. der Fall ist. Dringend notwendig ist die Einhaltung der richtigen Tubuslänge bei allen mittelstarken und stärksten Systemen, die schwächeren Achromate sind für

andere Tubuslängen wenig empfindlich, so daß sie auch ganz gut mit kürzerem oder längerem Tubus benutzt werden können, ohne daß die Güte der Bilder dadurch merklich beeinträchtigt würde.

Die Entfernung des hinteren Brennpunktes des Objektivs von dem vorderen Brennpunkt des Okulars nennt man die optische Tubuslänge oder das optische Intervall. In der Figur ist diese Strecke mit Δ bezeichnet. Bei den achromatischen Objektiven der Firma Zeiß ist Δ für die einzelnen Kombinationen von Objektiv und Okular ziemlich verschieden, da sowohl die Lage von F_1' wie von F_2 beträchtlich schwankt. Bei den Apochromaten und den Kompensationsokularen ist dagegen Δ für die einzelnen Kombinationen ungefähr gleich, nämlich 180 mm, wenn die mechanische Tubuslänge 160 mm eingehalten wird.

In Fig. 180 ist der Abbesche Beleuchtungsapparat eingezeichnet; als Kondensor ist die gewöhnliche zweilinsige Form von der numerischen Apertur 1,20 gewählt.

Vergleicht man die Strahlen, die in die beiden Schemata eingezeichnet sind, so erkennt man, daß im Schema I nur Strahlen dargestellt sind, die von der Lichtquelle nach Reflexion am Spiegel und Brechung im Kondensor zu einem auf der Achse liegenden Objektpunkt gelangen. Zwischen dem Kondensor und dem Spiegel, sowie zwischen dem Spiegel und der — in der Figur nicht dargestellten — Lichtquelle verlaufen die in das Schema I eingezeichneten Strahlen einander parallel. Das ist jedoch keineswegs notwendig. Die Beleuchtung des Objektpunkts ändert sich nicht, wenn die Strahlen zwischen Kondensor und Lichtquelle in beliebigen anderen Richtungen verlaufen; es ist nur erforderlich, daß alle Strahlen, die sich vom Objektpunkt aus rückwärts durch das Kondensorsystem und durch die freie Oeffnung der Irisblende hindurch verfolgen lassen, überhaupt nach irgend einem Punkt der Lichtquelle hinführen. Ist dies der Fall, so muß auch umgekehrt Licht von diesem Punkt der Lichtquelle auf demselben Weg zum Objektpunkt gelangen. Ob das Kondensorsystem ein scharfes Bild der Lichtquelle in der Objektebene entwirft oder nicht, ist völlig gleichgültig, solange die Lichtquelle eine hinreichende Ausdehnung besitzt. In ganz ähnlicher Weise wären die Beleuchtungsbüschel zu zeichnen, die die anderen Punkte des objektiven Sehfeldes treffen.

Im Schema II sind nur Strahlenrichtungen gezeichnet, die sich zunächst — nach der Reflexion am Spiegel — in der Mitte der Irisblende schneiden; nach dem Durchgang durch den Kondensor werden sie in dem angenommenen Falle parallel, und die beiden äußeren verlaufen gerade am Rand des Sehfeldes. Die Oeffnung der Irisblende wirkt also wie eine in sehr großer Entfernung liegende Lichtquelle. Der axial verlaufende Strahl ist der Hauptstrahl des im Schema I dargestellten

Büschels, die beiden außerachsalen sind die Hauptstrahlen der von den Randpunkten des objektiven Sehfeldes ausgehenden Büschel, die im Schema I nicht eingezeichnet wurden.

Im Schema I ist der Oeffnungswinkel der aus dem Beleuchtungsapparat austretenden Strahlen kleiner als der Oeffnungswinkel der vom Objektpunkt nach dem Objektiv hinzielenden Strahlen. Außer den Strahlenrichtungen, die ohne Ablenkung durch das Objekt hindurchgehen — durch ausgezogene Linien gekennzeichnet —, lassen sich vom Objekt aus noch andere verfolgen, von denen in der Figur nur zwei — durch gestrichelte Linien bezeichnet — dargestellt sind. Es sind dies diejenigen, die nach dem Rand der Aperturblende des Objektivs verlaufen. Dadurch soll angedeutet werden, daß keineswegs nur Strahlen, die innerhalb des Beleuchtungsbüschels verlaufen, nach ihrem Durchgang durch das Objekt in das Objektiv eintreten. Infolge der stets eintretenden Beugungswirkung der Objektstruktur wird jedes von der Lichtquelle ausgehende und das Objekt durchsetzende Büschel (vgl. auch § 127) in ein weiter geöffnetes, häufig auch zerklüftetes Büschel umgewandelt, von dem je nach der Oeffnung des Objektivs ein größerer oder kleinerer Anteil in das Mikroskop eintritt und an der Erzeugung des mikroskopischen Bildes teilnimmt. Die gestrichelten Linien stellen die Richtungen zweier Beugungsbüschel dar, die eben noch vom Objektiv aufgenommen werden können. Die Apertur des Objektivs wird also voll ausgenutzt, obwohl in dem angenommenen Fall die Austrittspupille keineswegs von direkt durch das Objekt gehenden Strahlen des Beleuchtungskegels ausgefüllt ist. Auch wenn die Oeffnung des Beleuchtungskegels noch viel enger angenommen worden wäre, so würde doch bei einer feinen Struktur des Objekts die Ausbreitung der Beugungsbüschel so groß sein, daß eine volle Ausnutzung der Apertur des Objektivs für zentrale Beleuchtung stattfände.

125. Brechkraft und Vergrößerung des ganzen Mikroskops.

Für das Mikroskop gelten natürlich die allgemeinen für das emmetropische akkommodationslose Sehen abgeleiteten Gleichungen (9) und (10) des § 71. Man hat also, wenn man die konventionelle Sehweite d , die wir der Fig. 180 entsprechend jetzt mit S bezeichnen, für die Vergrößerung

$$v = D \cdot S \quad \dots \quad (1)$$

wo D die Brechkraft des ganzen Mikroskops bedeutet. Bezeichnet man die vordere und hintere Brennweite des Objektivs mit f_1 und f_1' und die entsprechenden Größen für das Okular mit f_2 und f_2' , welche letztere

Größen übrigens, da das Okular in Luft eingebettet ist, einander gleich sind, so hat man auch

$$D = \frac{\Delta}{f_1' \cdot f_2} \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (2)$$

wo Δ die optische Tubuslänge bedeutet.

Aus (1) und (2) folgt, wenn man für S den Wert 250 mm setzt:

$$v = \frac{250}{f_1'} \cdot \frac{\Delta}{f_2} \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \cdot \dots \quad (3)$$

Bei den Apochromatsystemen der Firma Zeiß wird die Größe $\frac{250}{f_1'}$, welche die Lupenvergrößerung des Objektivs angibt, als Eigenvergrößerung des Objektivs bezeichnet, während die Größe $\frac{\Delta}{f_2}$ bei den sog. Kompensationsokularen, welche gewisse Farbenfehler für die außeraxialen Teile des Sehfeldes heben, als Okularnummer bezeichnet wird.

Ist z. B. für ein Objektiv $f_1' = 3$ mm, so ist die Eigenvergrößerung $\frac{250}{3} = 83$; ist ferner z. B. für ein Okular $f_2 = 30$ mm, so ist die Okularnummer, wenn man $\Delta = 180$ mm setzt, gleich $\frac{180}{30} = 6$.

Die Vergrößerung ergibt sich als Produkt von Eigenvergrößerung des Objektivs und Okularnummer. Bezüglich der Vergrößerung ametropischer Augen beim mikroskopischen Sehen vgl. des Verfassers „Einführung in die medizinische Optik“, Leipzig 1904, S. 247—250.

126. Numerische Apertur des Mikroskops.

Bezeichnet man die angulare Apertur mit u , so ist für paraxiale Strahlen

$$u = \frac{\rho}{p},$$

wo ρ der Radius der E.P., im Falle der Figur also der Oeffnungsradius der zweiten Objektivlinse ist, während p wie früher die Entfernung der E.P. vom Objektpunkt ist.

Gleichung (9) in § 70 wird dann:

$$n \cdot u = D \rho',$$

der Wert $n \cdot u$ heißt die numerische Apertur. Da nun aber der Strahlengang im Objektiv eines Mikroskops nicht als im paraxialen Gebiet vor sich gehend angesehen werden kann, da der Winkel u Werte

von nahezu 90° annimmt, so muß der Winkel u , falls das System die Sinusbedingung erfüllt, durch den Wert $\sin u$ ersetzt werden und man hat

$$a = n \sin u = D\rho'.$$

Die letztere Gleichung folgt übrigens ohne weiteres aus der Gleichung (4) Kapitel V, wenn man einen achsenparallelen durch den Rand der A.P. gehenden Strahl betrachtet und dabei Objekt und Bildraum vertauscht. Bei den sog. Trockensystemen, bei denen sich zwischen Deckglas und Frontlinse des Objektivs Luft befindet, muß a immer unter Eins bleiben. Ist der betreffende Zwischenraum mit Wasser (Wasserimmersion) oder Oel (Oelimmersion) gefüllt, so kann a bis zu den Werten 1,25 resp. 1,4 gesteigert werden. Von der Größe der numerischen Apertur hängen die wesentlichen Eigenschaften des Mikroskops wie Helligkeit und Auflösungsvermögen ab.

127. Die Abbesche Theorie der mikroskopischen Bilderzeugung.

Die Fig. 180 stellt den Strahlengang im wesentlichen nur vom Standpunkte der geometrischen Optik aus dar. Tatsächlich ist die Bilderzeugung beim Mikroskop, wie Abbe gezeigt hat, von ganz anderen physikalischen Vorgängen, nämlich denen der Beugung, abhängig. Es war eine falsche Vermutung früherer Optiker, wenn sie glaubten, daß man etwa durch Steigerung der Okular- oder Objektivvergrößerung eine immer mehr gesteigerte auflösende Kraft des Mikroskops erzeugen könnte. Diese letztere hat vielmehr, wie Abbe gezeigt hat, ihre Grenzen, die in der Natur des Lichtes und den Gesetzen der optischen Abbildung liegen. In der Fig. 180 ist angenommen, daß das Objekt O mittels des Mikroskopobjektivs ein reelles Bild in der Fokalebene des Okulars erzeugt. Diese Bilderzeugung geht jedoch nach der Abbeschen Theorie unter Vermittlung von Beugungserscheinungen vor sich, indem nämlich das durch den Kondensor geleitete und auf das Objekt fallende Licht infolge der Struktur des Objekts in Beugungsbüschel aufgelöst wird; diese Beugungsbüschel erzeugen in der zur Lichtquelle in bezug auf das Objektiv konjugierten Ebene, also bei weit entfernter Lichtquelle in der hinteren Brennebene des Objektivs eine aus einzelnen Beugungsspektren zusammengesetzte Beugungserscheinung, die man auch mit bloßem Auge beobachten kann, wenn man bei abgenommenem Okular in den Mikroskoptubus hineinschaut. Je enger die Struktur des Objekts ist, um so weiter liegen diese einzelnen Spektren auseinander. Infolge der Brechung durch das optische System des ganzen Mikroskops werden allerdings diese Beugungsbüschel in der Okularfokalebene wieder zu einem reellen Bilde vereinigt, welches im allgemeinen so liegt, als wenn es

nach den Regeln der gewöhnlichen optischen Abbildungslehre zustande gekommen wäre. Abbe hat nun bewiesen, daß nur dann ein dem Objekt in allen Teilen ähnliches Bild zustande kommt, wenn sämtliche in den Strukturen des Objekts abgebeugten Büschel, wenigstens soweit sie noch von merkbarer Intensität sind, zur Bilderzeugung beitragen, d. h. in das Objektiv des Mikroskops gelangen. Hat das Mikroskop eine zu geringe Oeffnung, und können infolgedessen nicht alle wirksamen Beugungsbüschel in dasselbe eintreten, so ist das entstandene Bild dem Objekt mehr oder weniger unähnlich. Damit überhaupt eine periodische Struktur zur Abbildung gelangt, müssen bei zentraler Beleuchtung je ein Beugungsspektrum auf jeder Seite des absoluten Maximums in das Objektiv eintreten. Die experimentelle Bestätigung dieser Erscheinung wird mit Hilfe des Abbeschen Diffraktionsapparates geführt. Derselbe besteht im wesentlichen aus einer als Mikroskopobjekt dienenden, mit einer dünnen Silberschicht überzogenen Platte, auf der sich mehrere Streifensysteme eingeritzt finden. Mit Hilfe dieses Apparates kann man in überraschender Weise nachweisen, welchen Einfluß das Fehlen gewisser Beugungsbüschel auf die Abbildung hat. Blendet man beispielsweise auf jeder Seite das 1., 3. und 5. usw. Beugungsbüschel ab, so erhält man, wenn man als Objekt ein System paralleler Streifen voraussetzt, als Bild ein System von Streifen, die nur den halben Abstand voneinander haben, so daß also im Mikroskopbild doppelt so viel Streifen erscheinen, als das Objekt selbst hat. Aus der Abbeschen Theorie folgt auch, daß der Vergrößerung mittels eines Mikroskops eine gewisse Grenze gegeben ist.

Ist nämlich a die numerische Apertur des Mikroskops und a_k diejenige des Kondensors, so ergibt die Theorie

$$\delta = \frac{\lambda}{a + a_k},$$

wo λ die Wellenlänge des die Abbildung vermittelnden Lichtes und δ die kleinste Streifenbreite der Struktur ist, die gerade noch aufgelöst wird. Die auflösende Kraft des Mikroskops ist also der Größe δ umgekehrt proportional. Ohne Verwendung eines Kondensors bei parallelem Strahlengang des zur Beleuchtung dienenden Lichtes ist $a_k = 0$, und man hat

$$\delta = \frac{\lambda}{a},$$

während für den Fall, daß die Apertur des Kondensors gleich der des Mikroskops ist, die maximale Auflösungskraft gemäß der Gleichung

$$\delta = \frac{\lambda}{2a}$$

erzielt wird.

Setzen wir z. B., was bei Oelimmersionen verwirklicht wird, $\alpha = 1,4$, so hat man

$$\delta = \frac{\lambda}{2,8}.$$

Es können also hiernach noch Strukturen aufgelöst werden, deren Abstand ca. $\frac{1}{3}$ der Wellenlänge der Beleuchtungsstrahlen beträgt.

128. Die Dunkelfeldbeleuchtung.

Wie wir schon bei der Besprechung der Abbeschen Theorie der mikroskopischen Bilderzeugung sahen, ist die auflösende Kraft des Mikroskops durch den Wert δ bestimmt. Die Größe δ , d. h. die Entfernung zweier Strukturelemente wird um so kleiner, je größer die Apertur des Mikroskops und die des Kondensors wird. Dabei darf die letztere aber zur Erreichung der maximalen Wirkung nicht kleiner sein, wie die erstere, da ja sonst die Strahlen des Kondensors nicht mehr in das Objektiv gelangen und eine Steigerung der Auflösung also nicht mehr vor sich geht.

Man kann die auflösende Kraft dadurch, daß man die numerische Apertur des Kondensors über die des Mikroskops hinaus steigert, nicht mehr vergrößern, denn die „überschießenden“ Beleuchtungsstrahlen gelangen nicht in das Objektiv und tragen demnach zur Bilderzeugung nicht bei. Wohl aber kann man durch Vergrößerung der Apertur des Kondensors den Kontrast noch steigern. Wenn man nämlich im letzteren Falle durch passende Mittel die peripheren, direkt in das Objektiv eindringenden, vom Kondensor kommenden Strahlen abblendet, so verwandelt sich das gewöhnliche mikroskopische Bild, bei welchem die Gegenstände dunkel auf hellem Grunde erscheinen, in ein sog. Dunkelfeldbild, bei dem jetzt die Gegenstände hell auf dunklem Grunde sich zeigen. Das Wesen der Dunkelfeldbeleuchtung besteht also nicht in einer Vergrößerung des Auflösungsvermögens, sondern in einer solchen des Kontrastes. Mittels dieser Methode gelingt es, in manchen Fällen Objekte sehr deutlich sichtbar zu machen, die bei der gewöhnlichen Hellfeldbeleuchtung kaum oder gar nicht erkennbar sind. In folgendem geben wir eine Reihe neuerer Konstruktionen von zur Ausführung der Dunkelfeldbeleuchtung dienenden Kondensoren.

Eine sehr genaue Darstellung der Vorgeschichte der Spiegelkondensoren findet man in der Abhandlung „Die Vorgeschichte der Spiegelkondensoren“ von H. Siedentopf in der Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie Bd. 24, 1908, S. 382—395.

129. Der Spiegelkondensator von Heimstädt.

Nachdem schon Stephenson im Jahre 1879 einen Spiegelkondensator angegeben hat, ist in neuerer Zeit ein solcher Kondensator von Heimstädt ausgeführt. Der Kondensator gestattet die Benutzung sowohl bei Hellfeld- wie bei Dunkelfeldbeleuchtung (D.R.P. Nr. 217229). Bei demselben ist die Einrichtung getroffen, daß man Linse und Blende auf einem vor der Spiegellinse vorübergleitenden Schieber oder auf einer runden revolverartigen Scheibe anbringt. Die Scheibe oder der Schieber

Fig. 181.

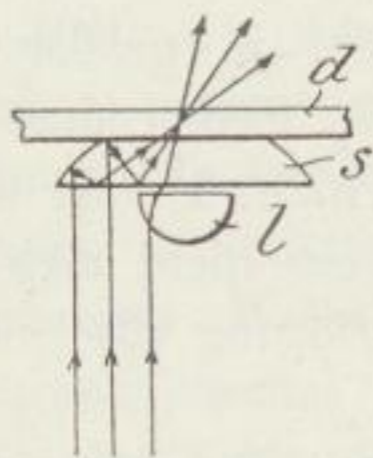
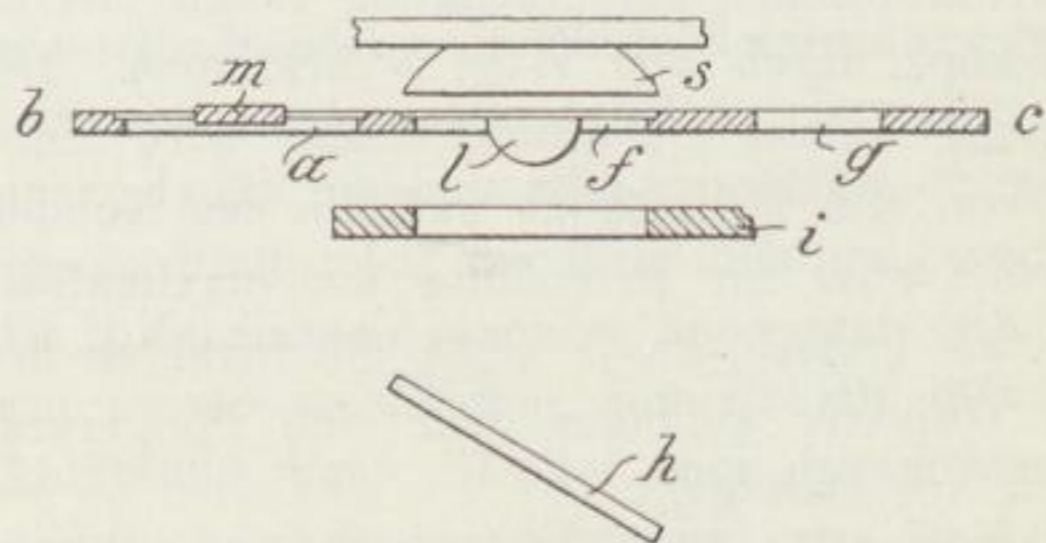
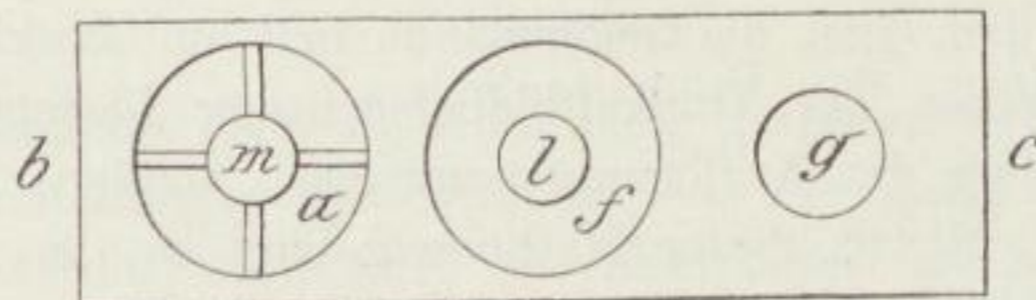


Fig. 182.



muß außerdem noch eine Durchlochung von der Größe des Abschliffes der Spiegellinse aufweisen, um auch die gewöhnliche Spiegelbeleuchtung anwenden zu können. In der Fig. 181 und 182 ist die Spiegellinse mit *s*, die vorgeschaltete Linse mit *l* bezeichnet, während *d* den durch Immersion mit der Spiegellinse verbundenen Objektträger darstellt. Den Strahlengang zeigen die mit Pfeilen versehenen Linien an. Der Metallstreifen *bc* (Fig. 183) ist hierbei seitlich verschiebbar, so daß die Öff-

Fig. 183.



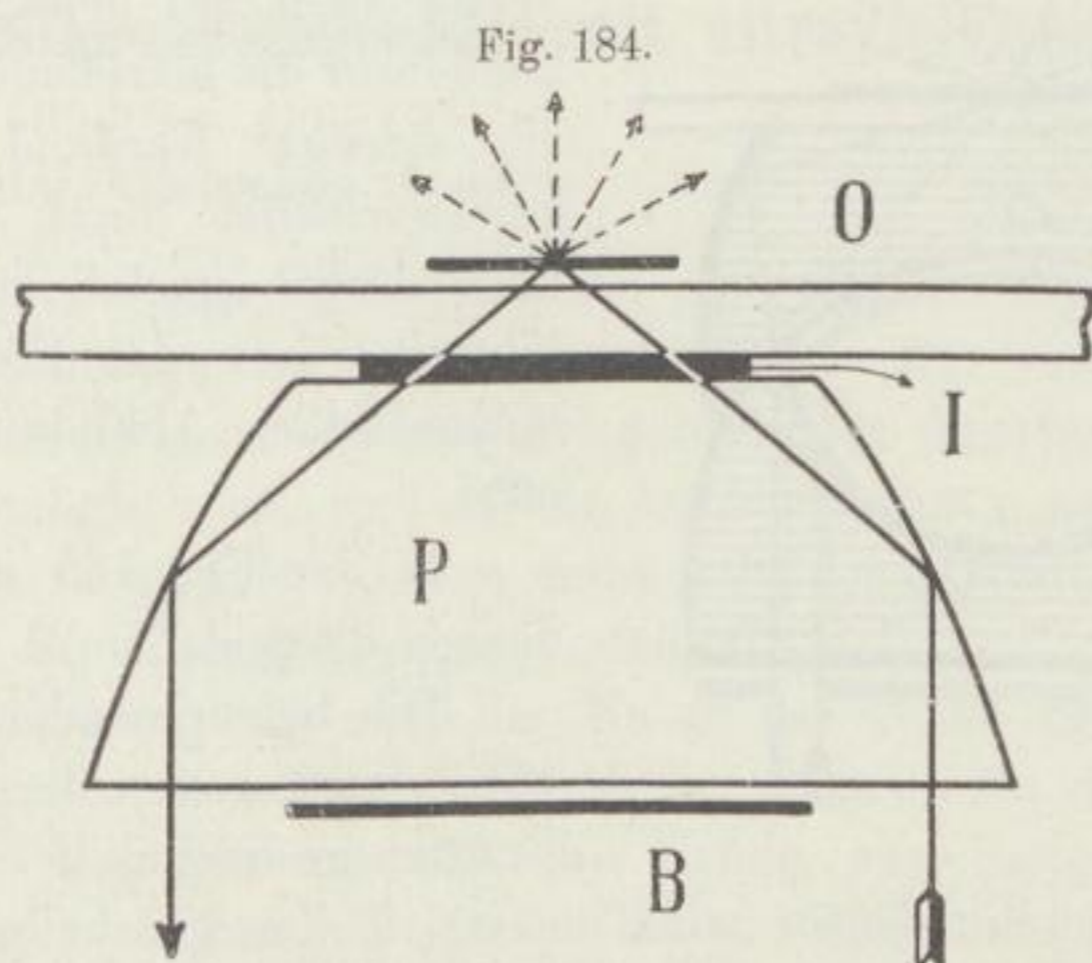
nungen *afg* nacheinander vor die Spiegellinse *s* treten können. Wird der Metallstreifen nach rechts geschoben, so befindet sich die Öffnung *a* mit der Dunkelfeldblende *m* vor der Spiegellinse *s*, der Beleuchtungsapparat wirkt als Kondensator für Dunkelfeldbeleuchtung; ist die Stellung des Metallstreifens die in der Fig. 182 dargestellte, wobei sich die Öffnung *f* mit der Linse *l* vor dem Spiegel befindet, so wirkt die Einrichtung als Beleuchtungsapparat für durchfallendes Licht. *h* stellt den gewöhnlichen Mikroskopspiegel dar.

130. Der Paraboloidkondensator von Zeiß in Jena.

Nachdem schon Wenham im Jahre 1856 ein spiegelndes Paraboloid allerdings ohne nachhaltigen Erfolg als Kondensator eingeführt hatte, ist derselbe jetzt wieder in vervollkommneter Ausführung von der Firma Zeiß in den Handel gebracht.

In der Fig. 184 ist derselbe dargestellt.

P ist ein plankonvexer Glaskörper, dessen konvexe Krümmung ein Rotationsparaboloid darstellt. B ist die Zentralblende, welche Strahlen von der Apertur 0—1,1 abhält. In der Oberfläche des Objektträgers O liegt der Fokus des Paraboloids. I ist die Immersionsschicht zwischen Paraboloidkondensator und Objektträger.



Beim Paraboloidkondensator treten wie bei der einfachen Methode der Abblendung im Immersionskondensator infolge der ringförmigen Seitenbeleuchtung farbige Beugungssäume im Bilde vollkommen zurück; sie erscheinen nur bei exzentrischer Beleuchtung, wenn dadurch einzelne Teile des beleuchtenden Ringes ausgeschaltet werden.

Die Freiheit von chromatischen Abweichungen ist, wie bei allen Spiegelkondensoren, durch die Vermeidung von Brechungen erzielt. Die Freiheit von sphärischen Abweichungen ist eine Folge der bekannten Eigenschaft der Parabel, achsenparallel auf sie fallende Strahlen streng im Brennpunkt zu vereinigen.

Die beleuchtenden Strahlen haben die numerischen Aperturen 1,1 bis 1,4. Die Dunkelfeldbeleuchtung entsteht dadurch, daß diese Strahlen an der oberen Fläche des Deckglases total reflektiert werden, wenn sich Luft darüber befindet.

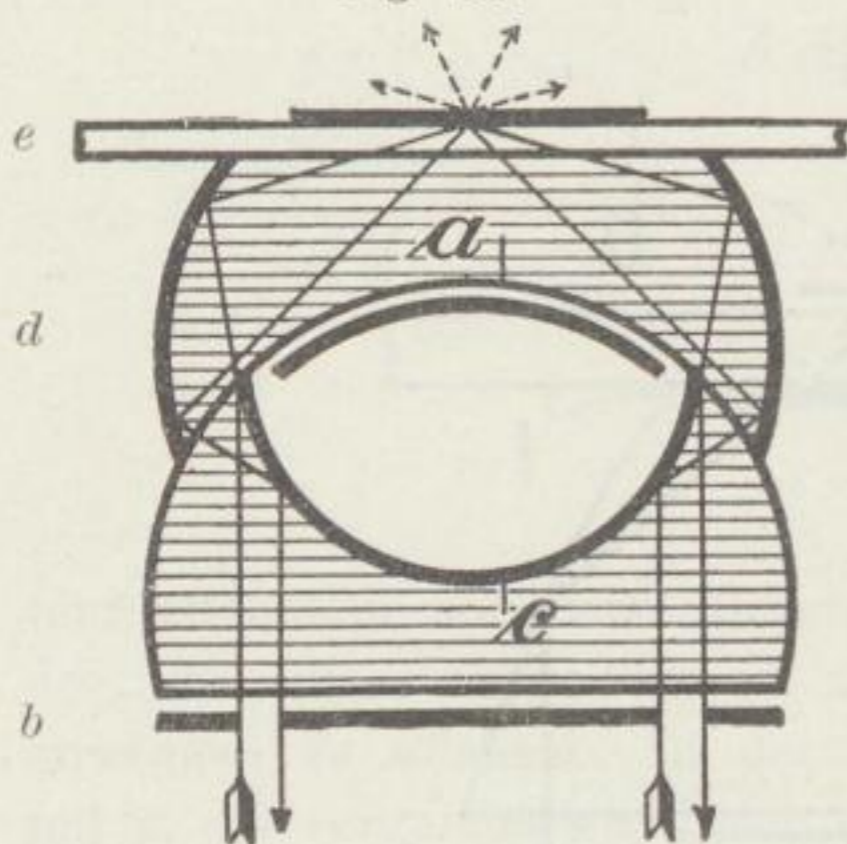
In der Fig. 184 ist dies Verhalten dadurch angedeutet, daß den

Strahlen die Form eines Pfeiles gegeben ist. Der auf der rechten Seite eintretende Strahl kehrt auf der linken zurück. Die im Objekt abgebeugten Strahlen sind gestrichelt gezeichnet.

131. Der Kardiodkondensator von Siedentopf.

Wie wir noch weiter unten in dem Kapitel über Aplanatismus sehen werden, hat die Kombination einer spiegelnden Kugelfläche mit einer spiegelnden Kardiodfläche die Eigenschaft der aplanatischen Abbildung, d. h. es ist in diesem Falle nicht nur die sphärische Aberration aufgehoben, wie bei dem Paraboloidkondensator, sondern es ist außerdem

Fig. 185.



noch die Sinusbedingung erfüllt. Wenn auch bei dem sog. Kardiodkondensator die betreffende Fläche nicht ein strenges Kardiod ist, sondern gewissermaßen durch dessen Krümmungskugel ersetzt ist, so ist auch hiermit schon den Forderungen der aplanatischen Abbildung nahezu genügt.

In der Fig. 185 ist dieser Kondensator dargestellt.

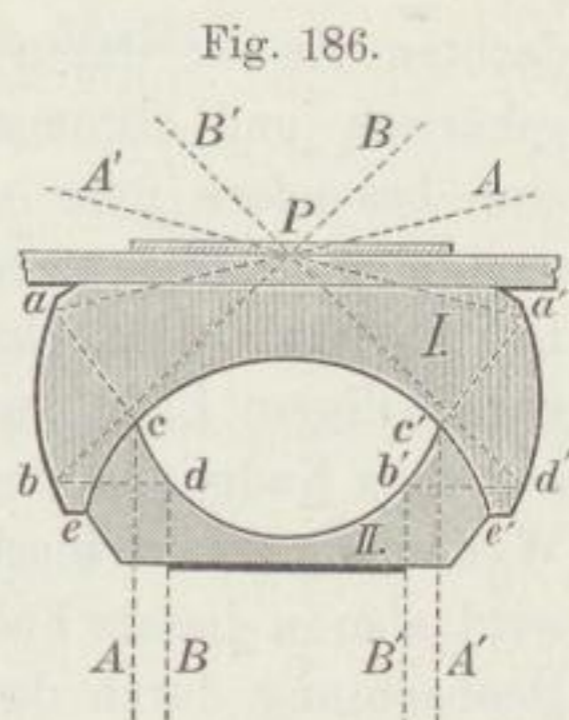
Die beleuchtenden Strahlen sind wieder ausgezogen, die im Objekt abgebeugten gestrichelt gezeichnet worden.

Der Kardiodkondensator wird in zwei Teilen gearbeitet, welche miteinander verkittet werden. Die Trennungsfäche a ist eine Kugelfläche. b ist eine ringförmige Blende, welche so dimensioniert ist, daß die eintretenden Strahlen bei der Vereinigung dem Aperturintervall von etwa 1,1—1,3 angehören. Die horizontal schraffierten Teile sind die beiden Glaskörper. Die Strahlen werden zunächst an der inneren konvexen Kugelfläche c zerstreut, sodann an der äußeren konkaven Kugelfläche d reflektiert und im Präparate vereinigt. Zwischen dem Objektträger e und dem Glaskörper des Kondensators befindet sich die dünne Immersionsschicht.

132. Der Spiegelkondensator von W. v. Ignatowsky.

Von der Firma Leitz in Wetzlar wird ein von v. Ignatowsky konstruierter, aus spiegelnden Kugelflächen bestehender Kondensator in den Handel gebracht, der in der äußeren Form mit dem Kardiodkondensator Ähnlichkeit hat.

Die äußere reflektierende Fläche wird durch eine Kugelfläche $ab a'd'$, die innere durch eine zweite Kugelfläche $cd c'b'$ gebildet. Die Teile I und II sind durch eine Kugelfläche $ec e'c'$ verbunden. Die bei AB resp. $A'B'$ eintretenden Strahlen werden im Fokus P vereinigt, um dann in der Richtung PA , PB resp. PA' , PB' auszutreten. Ist oberhalb des Deckglases Luft, so findet natürlich an der Außenfläche des Deckglases totale Reflexion statt. Die Aperturen der äußersten Strahlen AP und BP liegen zwischen 1 und 1,4.



133. Mikrophotographie mit ultraviolettem Licht.

Gemäß der Gleichung $\delta = \frac{\lambda}{2a}$ kann man die auflösende Kraft eines Mikroskops steigern, indem man entweder die Apertur vergrößert oder die Wellenlänge des Lichtes verkleinert. Der erstere Weg führt schnell zu einer Grenze, da eine Steigerung der Apertur über etwa 1,4 hinaus nicht möglich ist, weil ja der Ausdruck $a = n \sin u$ nur dadurch über 1 hinaus vergrößert werden kann, daß man den Brechungsindex n der Einbettungsflüssigkeit steigert.

Diese Steigerung hat aber der Natur der Sache nach, da wir auf die vorhandenen optisch brechenden Medien angewiesen sind, seine natürliche Grenze. Dagegen hat sich mit Erfolg eine Steigerung des Auflösungsvermögens dadurch erreichen lassen, daß man der Wellenlänge möglichst kleine Werte gibt. Hierauf beruht die von Dr. A. Köhler, wissenschaftlicher Mitarbeiter der Firma Zeiß in Jena, mit großem Erfolg ausgeführte Methode der Mikrophotographie. Wir verweisen auf die Schrift, Mikrophotographische Untersuchungen mit ultraviolettem Licht von Dr. A. Köhler (Zeitschr. f. wiss. Mikrosk. Bd. 21, 1904, S. 129—165 und 273—304).

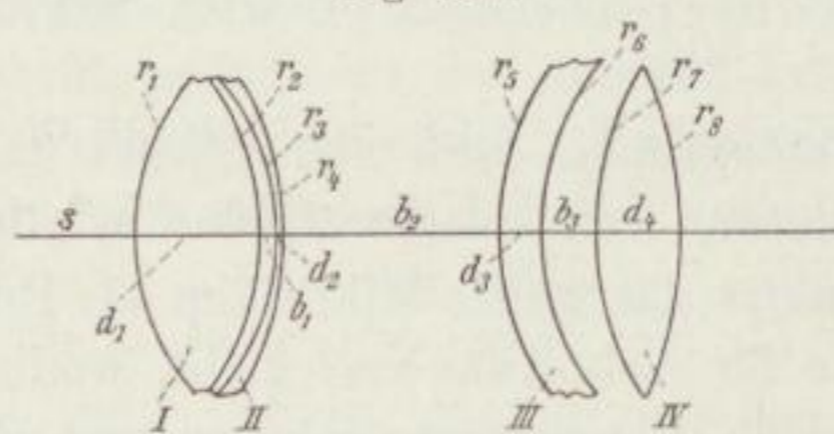
Bei der Mikrophotographie wird nicht direkt das von dem Objektiv entworfene Bild benutzt, weil dessen Größe im allgemeinen zu gering ist, sondern man benutzt das ganze Mikroskop als Projektionssystem, indem man das Okular für sich etwas verschiebt, wodurch die austretenden Strahlenbündel schwach konvergent werden und demnach auf einem Schirm ein reelles Bild erzeugen. Will man bei der Betrachtung des Projektionsbildes denselben Eindruck haben wie beim mikroskopischen Sehen, so muß man den Kameraauszug des Projektionsapparates gleich der Größe der deutlichen Sehweite des Beobachters, d. h. im allgemeinen 25 cm machen. Die Firma Zeiß in Jena hat das Okular für den ge-

dachten Zweck dahin abgeändert, daß an Stelle der Augenlinse ein sphärisch und chromatisch korrigiertes System benutzt wird, wodurch eine besonders gute und von der Entfernung des Projektionsschirmes unabhängige Bilderzeugung gewährleistet wird. Nach der Methode von Dr. Köhler geschieht die Mikrophotographie mit Hilfe von besonders kurzwelligem Licht, welches man am besten durch Funkenentladungen zwischen Kadmium- und Magnesiumelektroden erhält. Das Licht größerer Wellenlänge wird hierbei zweckmäßig ausgeschaltet. Die Photographie wird also in diesem Falle durch Licht erzeugt, welches für die subjektive Beobachtung durch das menschliche Auge unsichtbar ist. Das letztere ist bekanntlich am empfindlichsten für die grüne Farbe von der Wellenlänge $550 \mu\mu$, während man bei der Photographie mit ultravioletten Strahlen sich des Lichtes von der Wellenlänge $275 \mu\mu$ bedient. Da das gewöhnliche Glas die ultravioletten Strahlen zum größten Teil absorbiert, so muß die ganze optische Einrichtung des mikrophotographischen Apparates aus einem die ultravioletten Strahlen durchlassendem Material hergestellt sein. In letzter Beziehung kommt im wesentlichen nur Quarz- und Bergkristall in Frage. Dem letzteren wird durch Schmelzen seine kristallinische Struktur genommen, da sonst Doppelbrechung eintreten würde. Nur für das weniger empfindliche Okular kann ungeschmolzener Bergkristall zur Verwendung gelangen. Da das Licht bei den photographischen Aufnahmen mit ultraviolettem Licht monochromatisch ist, so brauchen die mikroskopischen Objektive nicht chromatisch korrigiert zu sein.

134. Mikroprojektionssystem von Zeiß.

Ein Doppelobjektiv, das für ein sehr großes Oeffnungsverhältnis sphärisch-chromatisch und auf Koma korrigiert ist und als Mikropro-

Fig. 187.



jektionssystem dienen soll, ist in der Patentschrift Nr. 186473 (Carl Zeiß, Jena) beschrieben.

Konstruktionsdaten: Brennweite 27,2, Oeffnungsverhältnis 1 : 1,8, numerische Apertur 0,28. Vorzeichen der Radien gemäß Fig. 187.

Radien:		Dicken und Abstände:	
$r_1 = 48,0$		$s = 15,6$	
$r_2 = 20,59$		$d_1 = 3,5$	
$r_3 = 11,53$	Luftabstand	$b_1 = 1,8$	
$r_4 = 15,98$		$d_2 = 1,0$	
$r_5 = 101,01$		$b_2 = 7,4$	
$r_6 = 25,5$		$d_3 = 1,0$	
$r_7 = 35,9$	Luftabstand	$b_3 = 0,8$	
$r_8 = 17,15$		$d_4 = 3,5$	

Glasarten:

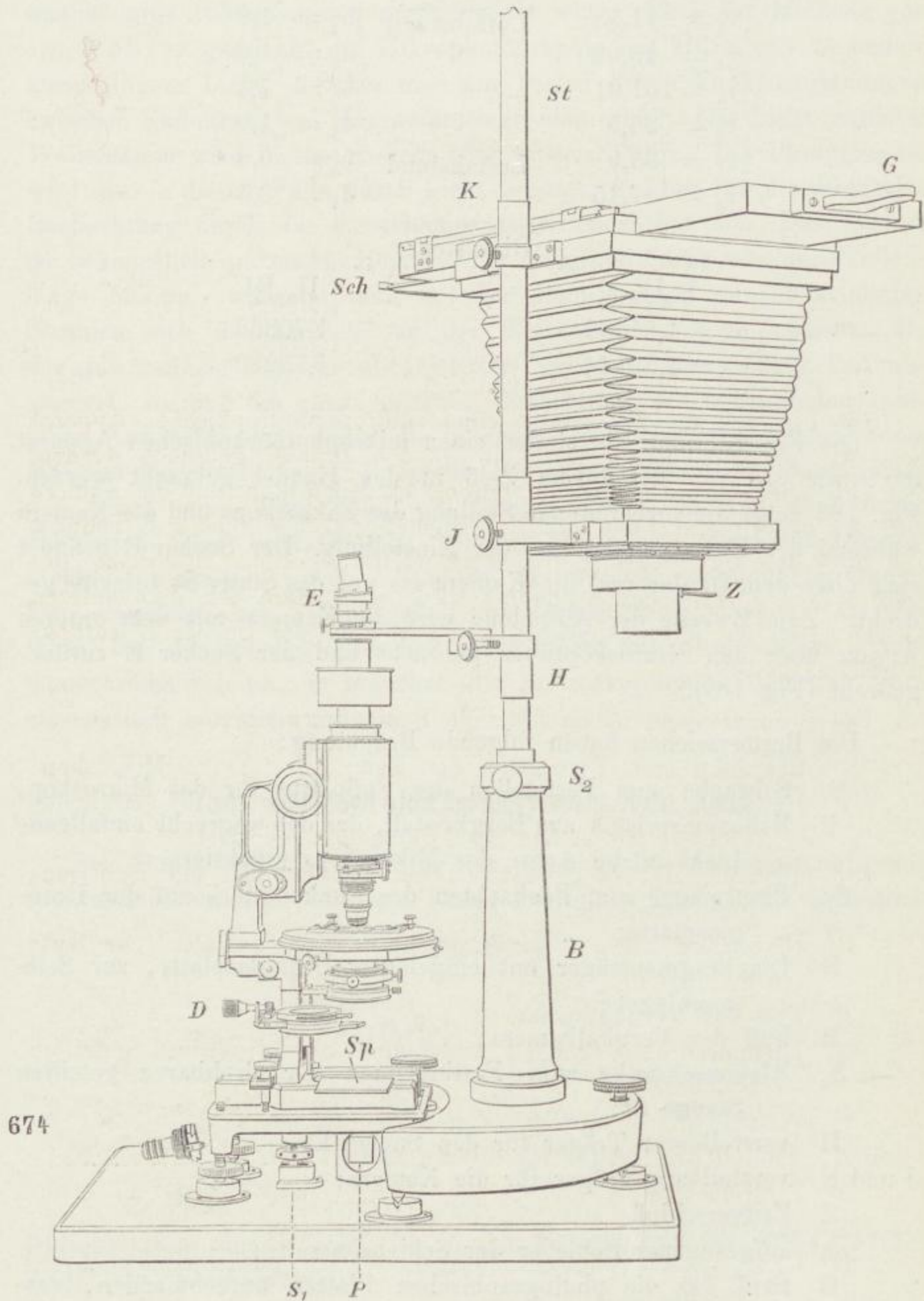
I, IV	II, III
$n_C = 1,51339$	1,70863
$n_F = 1,52144$	1,73280

Die Fig. 188 und 189 stellen einen mikrographischen Apparat dar, wie sie von der Firma Zeiß in den Handel gebracht werden. Fig. 188 zeigt die vorbereitende Stellung des Mikroskops und der Kamera während der Untersuchung und der Einstellung. Der Sucher E befindet sich über dem Okular und die Kamera ist um das Stativ St beiseite gedreht. Zum Zwecke der Aufnahme wird die Kamera mit dem unteren Ansatz über den Mikroskoptubus gebracht und der Sucher E zurückgedreht (Fig. 189).

Die Bezugszeichen haben folgende Bedeutung:

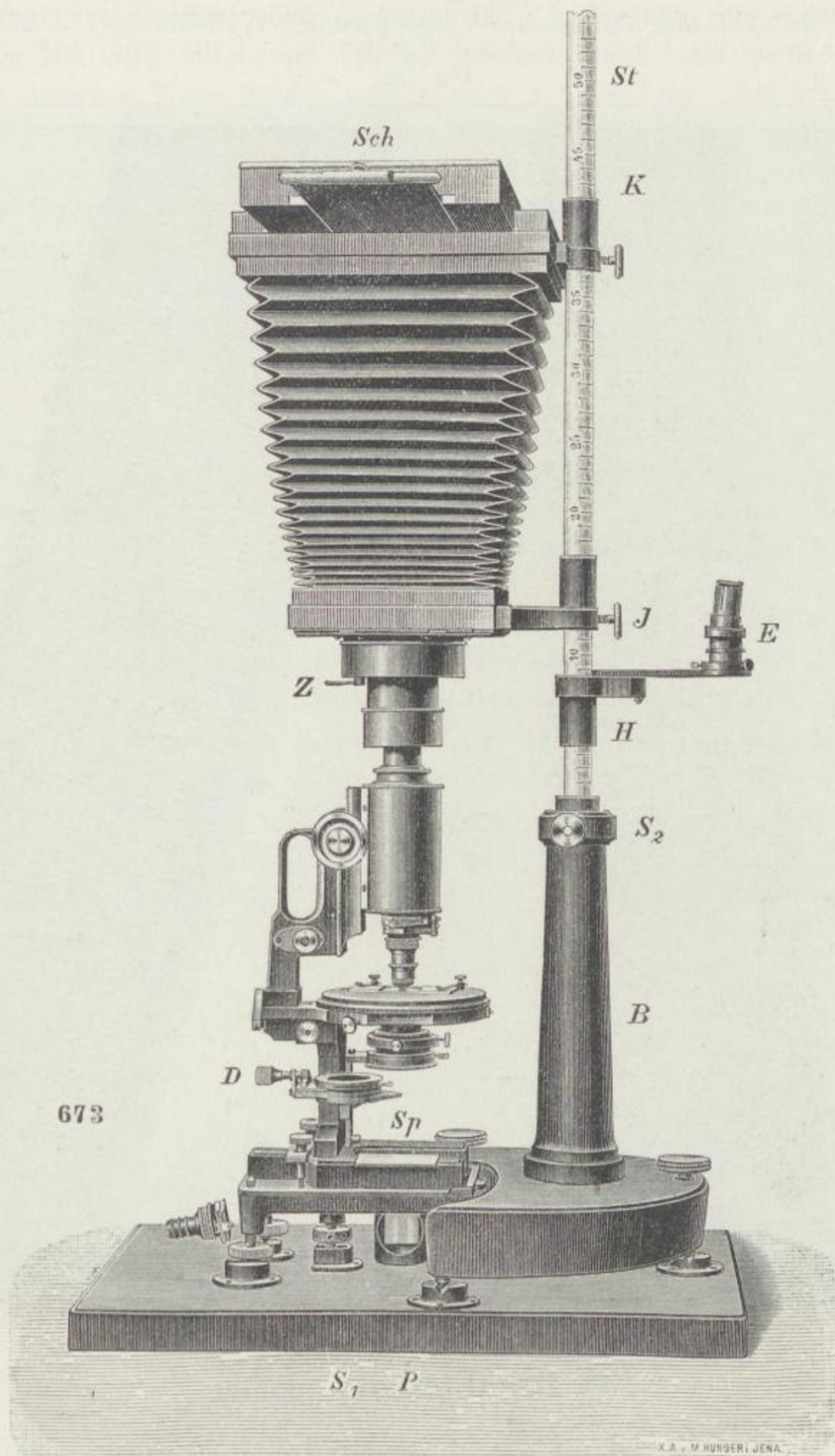
- S_1 Schraube zum Feststellen der Fußplatte für das Mikroskop;
- P Reflexionsprisma aus Bergkristall, das das wagrecht einfallende Licht in die Achse des Mikroskops reflektiert;
- Sp Planspiegel zum Beobachten des Funkenbildes auf der Uranglasplatte;
- D Diaphragmenträger mit eingelegter Uranglasplatte, zur Seite geschlagen;
- B Fuß der Vertikalkamera;
- S_2 Klemmschraube zum Festklemmen der drehbaren geteilten Stange St;
- H verstellbarer Träger für den Sucher E;
- J und K verstellbare Träger für die Kamera;
- Z Zeitverschluß;
- Sch aufgezogener Schieber der Schiebekassette;
- G Griff des die photographischen Platten aufnehmenden, verschiebbaren Rahmens.

Fig. 188.



674

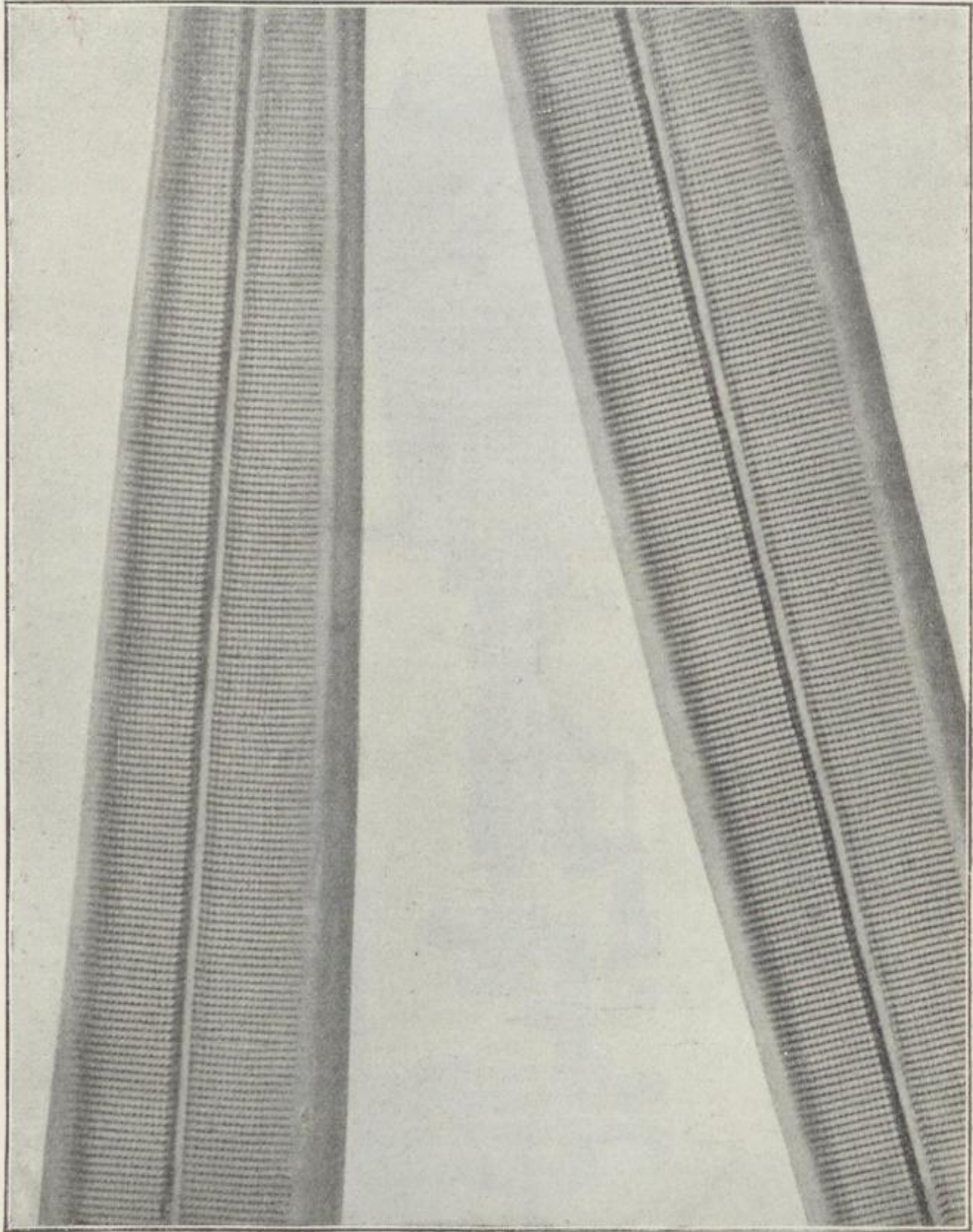
Fig. 189.



673

Fig. 190 zeigt eine mit ultraviolettem Licht hergestellte Aufnahme der als mikroskopisches Testobjekt häufig verwandten Diatomee *Amphipleura pellucida* bei 3600facher Vergrößerung. Wellenlänge $\lambda = 275 \mu\mu$.

Fig. 190.



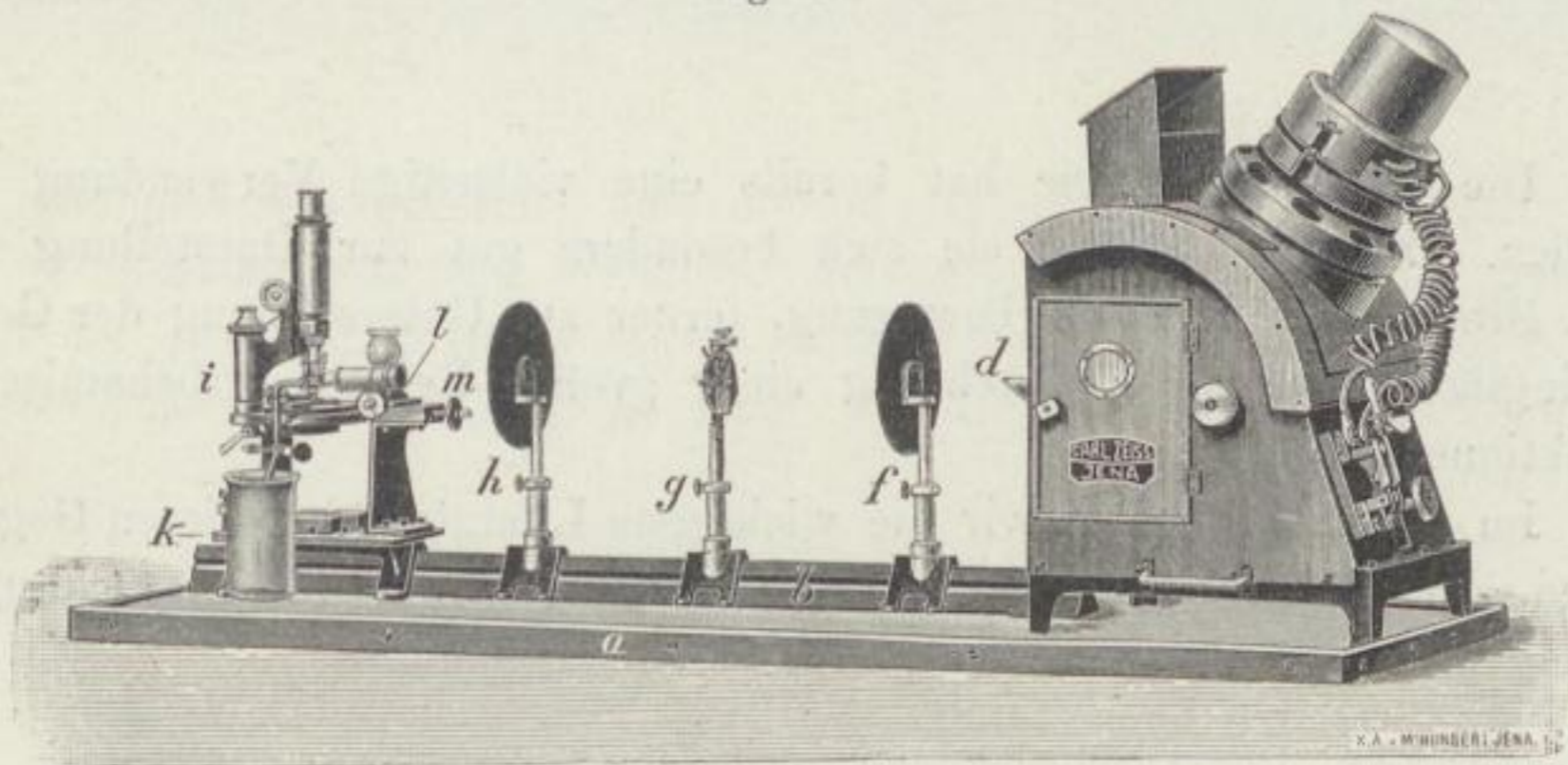
135. Die Ultramikroskopie.

Die sog. Ultramikroskopie ist von Siedentopf und Szigmondy entdeckt. Man versteht darunter die Sichtbarmachung von Teilchen, welche ihrer Ausdehnung nach unterhalb der durch die Abbesche

Formel für die Auflösungsfähigkeit eines Mikroskops gegebenen Grenzen liegen (sog. Mikronen).

Man unterscheidet Submikronen und Amikronen, je nachdem sich die Mikronen überhaupt sichtbar machen lassen oder nicht. Die Grenze zwischen diesen beiden scheint nach den bisherigen Erfahrungen etwa bei $4 \mu\mu$ zu liegen. Man ist also damit schon in die Nähe der Dimensionen eines Wasserstoffmoleküls gelangt, dessen Durchmesser auf $0,1 \mu\mu$ berechnet ist. Die Sichtbarmachung der ultramikroskopischen Teilchen unterscheidet sich insofern von der Abbildung enger Strukturen, als bei ihnen nicht getrennte Beugungsbüschel auftreten, sondern nach allen Richtungen des Raumes gleichmäßig verteilte abgebeugte Strahlen, so daß sich also die Mikronen ähnlich wie selbstleuchtende Körper verhalten. Werden diese nach allen Seiten des Raumes gerichteten abgebeugten Strahlen durch eine Linse gesammelt, so erscheint infolge eines Interferenzvorganges ein von farbigen Ringen umgebener Bildpunkt. Als wesentliche Bedingungen des Zustandekommens der ultramikroskopischen Abbildung hat Siedentopf die folgenden aufgestellt: 1. Die Beleuchtung muß große Helligkeit besitzen. 2. Es muß ein großer Kontrast zwischen der Helligkeit des Beugungsscheibchens und der Umgebung bestehen. 3. Das Beleuchtungssystem muß große numerische Apertur besitzen. 4. Die beleuchtete Schicht darf nicht merklich dicker sein, wie die Sehtiefe des Beobachtungsobjektivs. 5. Der Abstand der Teilchen voneinander muß auflösbar sein, d. h. die Konzentration derselben darf nicht zu hoch sein (vgl. Fischer, Ueber Ferienkurse für wissenschaftliche Mikroskopie. Zeitschrift für wissenschaftliche Mikroskopie Bd. 27, Heft I, S. 110). Als Apparate zur Ausführung der

Fig. 191.



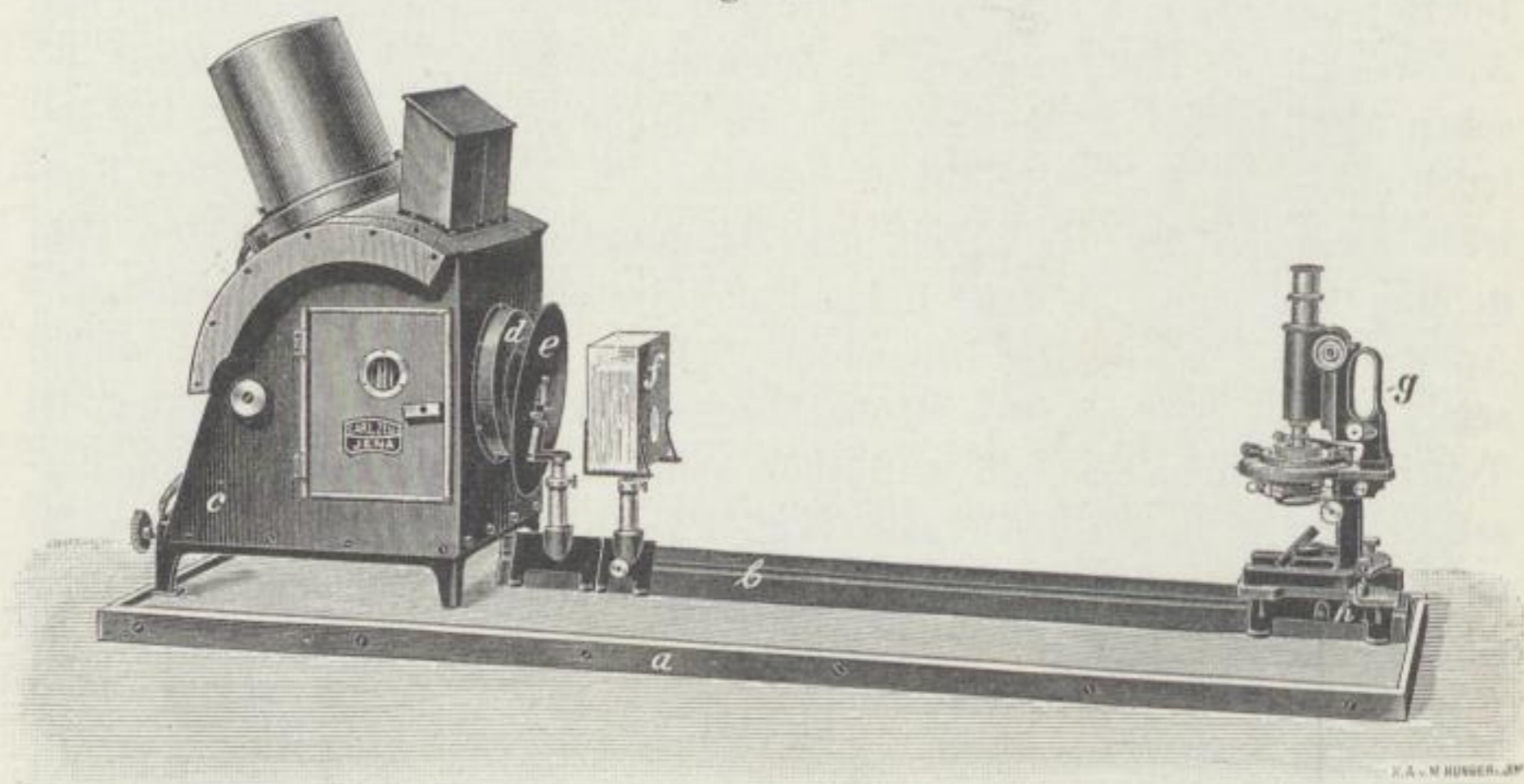
Ultramikroskopie kommen im wesentlichen zwei verschiedene Ausführungsformen der Firma Zeiß in Jena in Frage, nämlich das Spaltultramikroskop und das Kardioidmikroskop, von denen das

erstere namentlich zur Untersuchung fester, das letztere zur Untersuchung flüssiger Körper dient.

Fig. 191 stellt das Spaltultramikroskop nach Siedentopf und Zsigmondy dar. Die Bezugszeichen haben folgende Bedeutung: a Tischplatte, b optische Bank, d Blende der Projektionsbogenlampe, f Projektionsobjektiv, g Präzisionsspaltkopf, h zweites Projektionsobjektiv, i Mikroskopstativ, k optische Grundplatte, l Kreuzschlitten, m zwei Schrauben zur mikrometrischen Verschiebung in horizontaler Ebene.

Fig. 192 zeigt die Aufstellung des Kardiodultramikroskops. Die Bezugszeichen haben folgende Bedeutung: a Tischplatte, b optische Bank, d Blende der Projektionsbogenlampe, e Blendschirm auf Reiter mit Sammellinse, f Wasserkammer auf Reiter, g Mikroskop mit Kardiod-kondensator, h Grundplatte.

Fig. 192.



Die Ultramikroskopie hat bereits eine vielseitige Verwendung gefunden. Zunächst eignet sie sich besonders gut zur Darstellung der sog. Brownschen Molekularbewegung, ferner zur Untersuchung der Goldrubingläser und zur Beobachtung einer großen Reihe mikrochemischer Reaktionen.

Im folgenden geben wir die wichtigste Literatur über diesen Gegenstand. Ein näheres Eingehen auf die Einzelheiten dieser Untersuchungen würde über den Rahmen dieses Buches hinausgehen.

N. Gaidukov, Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramikroskopie in der Biologie und Medizin. Jena 1910. Verlag von Gustav Fischer.

R. Zsigmondy, Zur Erkenntnis der Kolloide. Jena 1905. Verlag von Gustav Fischer.
— Colloids and the Ultramicroscope, a manual of colloid chemistry and Ultramicroscopy. Transl. by Jer. Alexander, New York 1909, John Wiley and Sons.

- A. Cotton und H. Mouton, Les ultramicroscopes; les objets ultramicroscopiques. Paris 1906. Verlag von Masson.
- Siedentopf, Ueber die physikalischen Prinzipien der Sichtbarmachung ultramikroskopischer Teilchen. Berl. klin. Wochenschr. Nr. 32, S. 7, 1903.
- Dunkelfeldbeleuchtung und Ultramikroskopie. Zeitschr. wiss. Mikr. 24, 13—20, 1907.
- Ueber mikroskopische Beobachtungen bei Dunkelfeldbeleuchtung. Ebenda 25, 273—282, 1908.
- Die Sichtbarmachung von Kanten im mikroskopischen Bilde. Ebenda 25, 424—431, 1908.
- Ueber ultramikroskopische Abbildung. Ebenda 26, 391—410, 1909.
- Ueber einen neuen Fortschritt in der Ultramikroskopie. Verhandl. Deutsch. physik. Ges. 12, 6—47, 1910.
- Ultramikroskopische Untersuchungen über Steinsalzfärbungen. Verhandl. Deutsch. physik. Ges. 7, 268—286, 1905 und Physikal. Zeitschr. 6, 855—866, 1905.
- Ueber kolloidale Alkalimetalle. Zeitschr. Elektrochem. 12, 635—637, 1906.
- Ueber künstlichen Dichroismus von blauem Steinsalz. Verhandl. Deutsch. physik. Ges. 9, 621—623, 1907 und Physik. Zeitschr. 8, 850—852, 1907.
- Ueber ultramikroskopische Abbildung (vorläufige Mitteilung). Verhandl. Deutsch. physik. Ges. 11, 574—576, 1909 und Physik. Zeitschr. 10, 778—780, 1909.
- Lichtreaktionen im Kardiod-Ultramikroskop. Zeitschr. für Chemie und Industrie der Kolloide 6, 3—6, 1910.
- On the rendering visible of ultra-microscopic particles and of ultra-microscopic Bacteria. Journ. Roy. Micr. Soc. 573—578, 1903.
- Ueber die Umwandlung des Phosphors im Kardiod-Ultramikroskop. Ber. d. D. Chem. Ges. 43, 692—694, 1910.

Die photographischen Objektive.

136. Allgemeines über photographische Objektive.

Die photographischen Objektive sind im wesentlichen Sammelsysteme, die von Objekten ein reelles Bild liefern. In der Bildebene befindet sich beim Gebrauch die lichtempfindliche Platte. Die photographischen Systeme haben in der neueren Zeit in dioptrischer Beziehung eine sehr bedeutende Entwicklung durchgemacht, indem es gelungen ist, sie nicht nur chromatisch und sphärisch, sondern auch astigmatisch und auf die Sinusbedingung hin zu korrigieren und die Ebenung des Bildes fast vollständig durchzuführen. Eine sehr vollständige Darstellung der wichtigsten Objektivtypen mit graphischen Darstellungen des Korrektionszustandes findet sich in dem Werke von v. Rohr, Theorie und Geschichte des photographischen Objectives, 1899. Angaben über Konstruktionsdaten der neuesten Ausführungsformen, etwa der letzten zehn Jahre, geben wir weiter unten.

Ist ρ der Radius der E.P. des Objectivs und φ seine Brennweite, also $\frac{1}{\varphi} = D$ seine Brechkraft, so nennt man

$$\frac{2\rho}{\varphi} = 2\rho D = M \quad (1)$$

das Oeffnungsverhältniß oder die relative Oeffnung des Objectivs. Die Größe M ist deshalb wichtig, weil durch sie, wie wir weiter unten sehen werden, im wesentlichen die Helligkeit bestimmt ist, von der wieder die Belichtungsdauer abhängt. Die Vergrößerung, d. h. die Größe des Bildes im Verhältniß zu der des Objectes, läßt sich nach jeder der in den §§ 33—35 gegebenen Formeln für β berechnen. Hat z. B. das Object y vom vorderen Brennpunkt des Objectivs die Entfernung x , so ist die Größe y' des Bildes gegeben durch

$$y' = y \frac{\varphi}{x},$$

wo φ wieder die Brennweite bedeutet. Die Mattscheibe muß in diesem Falle um die Strecke

$$x' = \frac{\varphi^2}{x}$$

von der Fokalebene entfernt werden, um scharfe Einstellung zu erhalten.

Die wirksame Blende des Objektivs kann zwischen den Systembestandteilen, davor oder dahinter liegen, wenn auch der letztere Fall nur selten eintreten wird. Liegt die Blende vor den Linsen (nach dem Objekt zu), so ist sie gleichzeitig die E.P. des Systems, anderenfalls ist die E.P., wie früher ausgeführt, das von der Blende durch die vorgelegerten Systemteile hindurch entworfene Bild der Blende. Eine gewisse Rolle spielt noch das Vergrößerungsverhältnis in den Pupillen, d. h. der Quotient B aus Radius der A.P. und E.P.

$$B = \frac{\rho'}{\rho}$$

Bei symmetrischen Objektiven steht die Blende gewöhnlich im Symmetriepunkt; alsdann liegen die E.P. und A.P. in den Hauptpunkten, und es ist $B = 1$. Auch bei den meisten unsymmetrischen Objektiven ist B nahezu der Einheit gleich, nur bei den weiter unten näher zu besprechenden Teleobjektiven hat B bedeutend kleinere Werte. Die im Kapitel V betreffs des endlichen Strahlengangs näher erläuterten Vorgänge bzw. die Aufhebung der sphärischen Aberration und des Astigmatismus, Erfüllung der Sinusbedingung, Freiheit von Verzeichnung finden unmittelbare Anwendung auf die photographischen Objektive.

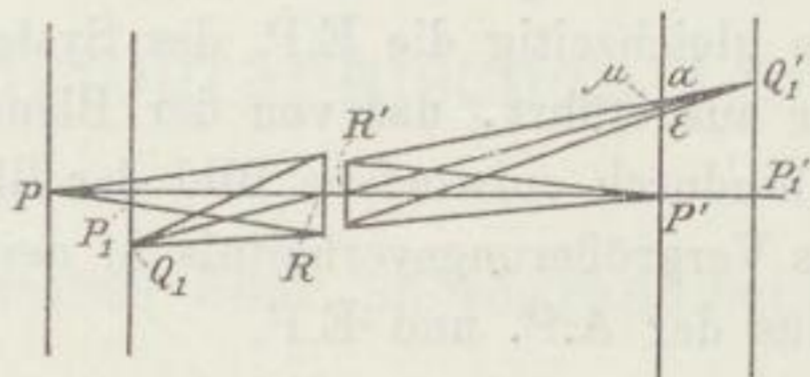
137. Die Tiefe photographischer Objektive.

In § 41 haben wir bereits die Gesetze der unscharfen Abbildung und in § 42 den Begriff der sog. Tiefe entwickelt und im § 66 die letztere Erscheinung zahlenmäßig an dem Beispiel des menschlichen Auges erläutert. Die betreffenden Gesetze lassen sich natürlich unmittelbar auf die optische Abbildung photographischer Systeme übertragen.

In der Fig. 193 sind die betreffenden Verhältnisse noch näher in Anwendung auf ein photographisches Objektiv dargestellt. R und R' seien die Mittelpunkte der E.P. und A.P. Ferner sind zwei Paare konjugierter Ebenen gezeichnet, nämlich mit den Achsenpunkten P und P' und P_1 und P_1' , so daß also P zu P' und P_1 zu P_1' konjugiert ist. Es sind ferner zwei die Pupillen füllende Strahlenbündel gezeichnet, der Deutlichkeit halber ein achsiales (von P ausgehendes) und ein von einem seitlich gelegenen Punkt Q_1 der P_1 -Ebene ausgehendes, das nach einem Punkt Q_1' der P_1' -Ebene im Bildraum konvergiert. Denken wir uns jetzt in Punkt P' die Mattscheibe aufgestellt, so werden auf derselben die-

jenigen Objekte scharf abgebildet, welche sich in der P-Ebene befinden. Objekte einer anderen Objektebene, z. B. der P_1 -Ebene, erscheinen unscharf; denn einem Bildpunkt (wobei wir von astigmatischer und anderen Abbildungsfehlern hier absehen) entspricht jetzt ein kleiner Zerstreungskreis mit dem Mittelpunkt μ und dem Durchmesser $\alpha\varepsilon$. Dabei

Fig. 193.



erscheint das unscharfe Bild des Objektes P_1Q_1 von der Größe $P'\mu$ resp. $P'\alpha$. Größe des Zerstreungskreises und des unscharfen Bildes sind durch die Gleichungen (9) und (10) des § 41 bestimmt.

Denken wir uns jetzt den Objektraum mit zerstreuten Objekten in den verschiedensten Entfernungen von R erfüllt, so werden diese alle, sofern sie sich nicht überdecken, auf der Mattscheibe mehr oder minder scharf zur Abbildung gelangen. Diese Abbildung des ganzen Raumes in der P' -Ebene nennen wir eine vollständige Abbildung. Außer den Objekten in der P-Ebene werden auch noch die in der Nachbarschaft der letzteren liegenden Ebenen scharf abgebildet, solange nämlich die Zerstreungskreise so klein sind, daß sie von dem menschlichen Auge als solche nicht aufgefaßt werden. Dieses letztere hängt wieder ab erstens von dem physiologischen Grenzwinkel w_0 des Auges (vgl. § 109), zweitens von der Entfernung des das Photogramm resp. die Mattscheibe betrachtenden Auges. Ist z_0 der größte noch zulässige Radius des Zerstreungskreises und l die Entfernung des Auges von der Mattscheibe, so ist

$$z_0 = \frac{w_0 l}{2} \quad \dots \quad (1a)$$

und die Gleichung (11) in § 42 wird:

$$Q_1 = Q \pm \frac{w_0 l}{2 \rho'} (\Delta - Q) \quad \dots \quad (2)$$

Je nachdem man das positive oder negative Vorzeichen wählt, erhält man die Tiefe nach hinten und nach vorn.

Hierbei gibt, wie früher erläutert, Q_1 die vollständige Vergenz des äußersten noch scharf zur Abbildung gelangenden Objektpunktes an (vgl. die §§ 39—41).

Wir wollen die letztere Gleichung noch auf den Fall eines symmetrischen Objektivs ($\rho = \rho'$) umformen. Gemäß § 40 ist dann:

$$Q = \frac{\rho^2}{p} \quad Q_1 = \frac{\rho^2}{p_1} \quad \Delta = D \cdot \rho^2$$

und man erhält:

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{p} \pm \frac{w_0 l}{2\rho} \left(D - \frac{1}{p} \right) \dots \dots \dots (3)$$

Aufgabe 103: Es sei $D = 10$ Dptr., $p = 1$ m, $l = \frac{1}{4}$ m und $\rho = 0,01$ m.

Ferner werde der physiologische Grenzwinkel zu einer Winkelminute angenommen, so daß man $w_0 = 0,00029$ setzen kann. Wie groß ist die Tiefe nach vorn und nach hinten?

Lösung: Aus Gleichung (3) ergibt sich nahezu:

$$\frac{1}{p_1} = 1 \pm \frac{1}{30}$$

Hieraus erhält man für p_1 die beiden Werte $1 \frac{1}{29}$ m und $\frac{30}{31}$ m. Es erscheinen also alle Objekte scharf auf der Mattscheibe, die von der E.P. des Objektivs weiter als $\frac{30}{31}$ und weniger weit als $1 \frac{1}{29}$ m entfernt sind.

138. Die photographische Tiefe bei nachheriger Vergrößerung der Photogramme.

Wird ein Photogramm einer nachherigen m -fachen Vergrößerung unterzogen etwa durch Projektion oder durch nochmaliges Photographieren, so haben wir es mit einer optischen Abbildung zu tun, bei der das Objekt (nämlich das Photogramm) streng in einer Ebene ausgebreitet liegt. Die Veränderung der Tiefenwirkung beschränkt sich also lediglich darauf, daß die Zerstreungskreise m -mal so groß werden.

In der Gleichung (1a) ist also z_0 durch $m z_0$ zu ersetzen und man hat für den größten beim Photographieren noch zulässigen Zerstreungskreis

$$z_0 = \frac{w_0 l}{2 \cdot m} \dots \dots \dots (3a)$$

und die allgemeine Gleichung für die Tiefe wird:

$$Q_1 = Q \pm \frac{w_0 l}{2 m \rho'} (\Delta - Q)$$

und für den Fall symmetrischer Objektive hat man:

$$\frac{1}{p_1} = \frac{1}{p} \pm \frac{w_0 l}{2 m \rho} \left(D - \frac{1}{p} \right) \dots \dots \dots (4)$$

Aufgabe 104: Ein Landschaftsbild ($p = \infty$) soll bei einer Projektion einer 100maligen Vergrößerung unterzogen werden, wobei das Auge des Beschauers sich in $l = 10$ m Entfernung befindet. Wie groß ist die Tiefe, wenn $\rho = 0,01$ m, $D = 10$ Dptr. und $\omega_0 = 0,0003$ gesetzt wird?

Lösung: Für ein unendlich fernes Objekt kann natürlich nur die Tiefe nach vorn in Frage kommen. Setzt man das Objektiv als symmetrisch voraus, so liefert Gleichung (4)

$$\frac{1}{p_1} = \frac{\omega_0 l D}{2 m \rho} = \frac{0,0003 \cdot 10 \cdot 10}{2 \cdot 100 \cdot 0,01} = 0,015,$$

woraus

$$p_1 = \frac{1}{0,015} = 60 \frac{2}{3} \text{ m.}$$

Es erscheinen also alle Objekte der Landschaft scharf, die bei der Aufnahme weiter als $60 \frac{2}{3}$ m vom Apparat entfernt waren. Diese Tiefe ist ziemlich gering. Hätte man ρ um die Hälfte verkleinert und D verdoppelt, so wäre man zu einem Wert von $p_1 = 15$ m gelangt.

139. Neuer Ausdruck für die Tiefe.

Die Gleichung (2) des § 137 gestattet noch eine sehr bemerkenswerte Umformung. Führen wir wieder den Radius z_0 des kleinsten noch zulässigen Zerstreuungskreises ein und berücksichtigen die Beziehungen $Q = \frac{\rho^2}{p}$, $Q_1 = \frac{\rho'^2}{p_1}$ und $\Delta = D \rho \cdot \rho'$, so hat man:

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p} = \frac{z_0}{\rho'} \cdot \left(D \cdot \frac{\rho'}{\rho} - \frac{1}{p} \right),$$

wo z_0 sowohl positiv wie negativ sein kann.

Greifen wir auf die Gleichung (3) und (4) des § 39 zurück, die für den vorliegenden Fall die Gestalt

$$\frac{\rho}{\rho'} \cdot \frac{1}{p} + \frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{1}{p'} = D \text{ und } \beta = \frac{p'}{p} \cdot \frac{\rho}{\rho'}$$

annehmen, und eliminiert man aus den drei letzten Gleichungen die Größen p_1 und D , so erhält man für die Tiefe nach hinten

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p} = - \frac{z_0}{\rho} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{p},$$

während für die Tiefe nach vorn

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p} = \frac{z_0}{\rho} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{p} \dots \dots \dots (5)$$

gilt.

Hat man sich also auf einen bestimmten noch zulässigen Zerstreuungsradius z_0 geeinigt und nimmt man halbe Objektivöffnung und die Vergrößerungszahl β als gegeben an, so erkennt man, daß die Tiefe unter diesen Umständen für eine gegebene Objektentfernung p festgelegt ist. Der Konstruktionstypus des Objektivs und seine Brennweite ist ganz gleichgültig und kann an der Tiefenwirkung nichts ändern. Auch das sog. Teleobjektiv (vgl. § 146) vermag nur dieselbe Tiefenwirkung zu liefern, wie jedes andere Objektiv, dessen E.P. mit der des Teleobjektivs zusammenfällt. Dagegen kann man bei nahen Objekten durch Verschieben der E.P. des Systems die Tiefe beeinflussen.

Sei z. B. $\frac{z_0}{\rho} = \frac{1}{100}$ und $\beta = 1$ (Abbildung auf gleiche Größe), so ist für die Tiefe nach vorn:

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p} = \frac{1}{100 p}$$

oder

$$p_1 = p \cdot \frac{100}{101}.$$

Ist das Objekt z. B. von der E.P. 101 cm entfernt ($p = 101$), so ist $p_1 = 100$ cm und die Tiefe nach vorn $p - p_1$ beträgt 1 cm. Verlegt man, ohne die Größen z_0 , ρ und β zu ändern, die E.P. etwa durch Lageänderung der Aperturblende um weitere 101 cm vom Objekt weg, so ist jetzt $p = 202$ und für die Tiefe $p_1 - p$ erhält man einen doppelt so großen Wert wie vorher, nämlich 2 cm.

Wir denken uns nun ferner ein menschliches Auge am Ort R der E.P. des photographischen Objektivs, welches den Objektpunkt P fixiert und dabei also eine Refraktion $P = \frac{1}{p}$ besitzt. Fixiert es darauf den Punkt P_1 (Fig. 193), so muß es eine neue Refraktion $P_1 = \frac{1}{p_1}$ durch Akkommodationswirkung annehmen. Die Größe

$$P_1 - P = \frac{1}{p_1} - \frac{1}{p}$$

bezeichnet man in der Ophthalmologie als die Akkommodationsleistung des Auges. Im vorliegenden Falle wollen wir sie als Tiefenleistung T_v bezeichnen. Ganz analog kommt für die Messung der Tiefe nach hinten (T_h) die Akkommodation in Frage, die das Auge aufwenden muß, um sich vom Punkt P_1 auf P scharf einzustellen. Jene Leistung denkt man sich ersetzt durch die Wirkung einer dem Auge vorgeschalteten Sammellinse von der Brechkraft $P_1 - P$, man kann sie

jedoch auch direkt durch die Brechkraftänderung der Kristallinse des menschlichen Auges messen (vgl. § 64). Nach dem hier eingeführten Maß stellt sich also die Tiefe als eine Größe von der Dimension einer nach Dioptrien zu messenden Brechkraft dar und man hat:

$$T_v = T_h = \frac{z_0}{\rho} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot P \dots \dots \dots (6)$$

wo also P die Refraktion des am Ort der E.P. des Objektiv befindlichen und das zu photographierende Objekt fixierenden Auges ist.

Für die ganze Tiefenleistung hat man:

$$T = T_v + T_h = 2 \frac{z_0}{\rho} \frac{1}{\beta} \cdot P.$$

140. Die Helligkeit von Projektionssystemen und photographischen Objektiven.

Die Helligkeit der Projektionssysteme, zu denen auch die photographischen Objektive gehören, unterliegt wesentlich anderen Gesetzen wie die Helligkeit der Instrumente zu visuellem Gebrauch. Die Helligkeit des Bildes eines flächenhaften Objekts hängt natürlich ebenfalls ab von der Beleuchtung des Objekts, ferner aber auch von Entfernung des letzteren vom Objektiv, sowie von Reflexions- und Absorptionsverlusten innerhalb des letzteren. Wir wollen hier nur die Abhängigkeit der Helligkeit von dem Konstruktionstypus und der Entfernung der leuchtenden Fläche näher betrachten, welche letztere wir uns senkrecht zur optischen Achse in einer Entfernung x vom vorderen Brennpunkt des Objektivs angeordnet denken. Hat dieser Brennpunkt die Entfernung p_0 vom Mittelpunkt der E.P. des Instrumentes, so ist die Helligkeit gegeben durch den Ausdruck:

$$H = c \cdot \frac{\rho^2 \pi}{f^2} \cdot \left(\frac{x}{x + p_0} \right)^2,$$

wo c eine Konstante ist, die wesentlich von der Beleuchtung des Objekts abhängt, π die Ludolphsche Zahl, f die Objektivbrennweite und ρ den Radius der E.P. bezeichnet. Den Beweis dieser Gleichung findet man in des Verfassers „Einführung in die medizinische Optik“, Leipzig 1904, S. 141 u. f. Die Betrachtungen sind dort an das optische System des menschlichen Auges geknüpft, beanspruchen aber ganz allgemeine Bedeutung. Führt man das Oeffnungsverhältnis $M = \frac{2\rho}{f}$ ein und berücksichtigt, daß sich aus der Gleichung (3) des Kapitels IV, wenn man $p' = \infty$ setzt, für p der Wert

$$p_0 = f \cdot \frac{\rho}{\rho'} = \frac{f}{B}$$

ergibt, wo $B = \frac{\rho'}{\rho}$ das Vergrößerungsverhältnis in den Mittelpunkten der A.P. und E.P. ist, so wird

$$H = \frac{c \cdot \pi}{4} \cdot M^2 \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{f}{x} \cdot \frac{1}{B}} \right)^2 \dots \dots \dots (7)$$

wo $\frac{f}{x} = \beta$ bekanntlich die Lateralvergrößerung im Objekt- und Bildpunkt darstellt.

Für unendlich ferne Objekte, z. B. bei Landschaftsaufnahmen ist $x = \infty$ und man hat

$$H = \frac{c \cdot \pi}{4} \cdot M^2.$$

Die Helligkeit ist also für sehr entfernte Objekte proportional dem Quadrat des Oeffnungsverhältnisses.

Für symmetrische Objektive, bei denen die Aperturblende im Symmetriepunkt steht, ist $B = 1$ und man hat

$$H = \frac{c \cdot \pi}{4} \cdot M^2 \left(\frac{1}{1 + \beta} \right)^2 \dots \dots \dots (8)$$

Mit wachsendem β , z. B. bei der Mikrophotographie, nimmt H sehr schnell ab. Bei Abbildung auf gleiche Größe ist $\beta = 1$ und H sinkt auf den vierten Teil derjenigen Helligkeit herab, die man bei der Aufnahme fernerer Objekte hat.

Bei unsymmetrischen Objektiven kann man für ein gegebenes m und ein gegebenes β die Helligkeit dadurch steigern, daß man B möglichst groß macht. Macht man B unendlich groß, verlegt also die A.P. in unendliche Entfernung, was einem Verlauf der Hauptstrahlen im Bildraum parallel zur Achse entspricht, so wird die Helligkeit für alle Objektentfernungen konstant, nämlich gleich $\frac{c \pi}{4} \cdot M^2$.

Bezüglich der Abnahme der Helligkeit nach dem Rande der photographischen Platte resp. der Projektionswand zu, sei bemerkt, daß diese Abnahme proportional der vierten Potenz des Kosinusses der objektseitigen Strahlenneigung geschieht. (Ueber den Beweis dieses Satzes vgl. des Verf. Lehrb. der geom. Optik, Leipzig 1902, S. 400 u. f.)

Bemerkt sei noch, daß für streng punktförmig erscheinende Objekte, wie z. B. Fixsterne, die angegebenen Gesetze nicht gelten. In letzterem Falle ist die Helligkeit direkt proportional der Objektivöffnung. Für alle terrestrischen photographischen Aufnahmen bestimmt sich jedoch die Helligkeit aus den obigen Gleichungen.

141. Die naturgetreue photographische Abbildung.

Die Betrachtung über unscharfe Abbildung und Tiefe der photographischen Systeme leiten zu einer neuen Problemstellung hinüber, nämlich zu den Forderungen der naturgetreuen Abbildung, welche wir folgendermaßen formulieren:

Das Auge S_I des Photographierenden möge in den Raum hinaussehend einen Gegenstand fixieren, der photographiert werden soll. Dann wird sich dieser Gegenstand im allgemeinen scharf auf der Netzhaut abbilden, während alle übrigen Gegenstände des Raumes, soweit sie überhaupt sichtbar sind, mehr oder weniger scharf auf der Netzhaut abgebildet werden und so eine vollständige Abbildung erzeugen. Die Kamera werde nun auf das fixierte Objekt scharf eingestellt und das Photogramm erzeugt. Das letztere werde alsdann einer m -fachen nachträglichen Vergrößerung unterzogen, sei es durch Projektion, sei es durch Vergrößerung mittels nochmaligen Photographierens des ursprünglichen Photogramms. Das m -fach vergrößerte Bild werde nun durch ein Auge S_{II} aus einer bestimmten Entfernung betrachtet, wobei das Auge S_{II} jetzt wiederum ein Netzhautbild des fixierten Gegenstandes sowie aller anderen sichtbaren Gegenstände des Raumes haben wird. Dieses letztere Netzhautbild soll nun mit der vollständigen Abbildung auf der Netzhaut des Auges S_I identisch sein, wenn naturgetreue Abbildung vorliegt. Im letzteren Falle erscheint also dem Auge S_{II} unter Vermittlung des Photogramms die Außenwelt genau so, wie sie dem Auge S_I bei direkter Betrachtung erscheint. Es ist nun die Aufgabe, ein Objektiv zu konstruieren, welches naturgetreue Abbildung erzeugt. Es ist von vornherein gar nicht selbstverständlich, daß ein Objektiv von diesen Eigenschaften existiert, da ja streng genommen unendlich viele Bedingungen zu erfüllen sind; denn es sollen alle Objektebenen in beiden Fällen (bei der Betrachtung des Auges S_I und des Auges S_{II}) identisch (teils scharf, teils unscharf) übereinstimmend in einer Bildebene abgebildet werden.

In der Schrift des Verfassers „Die Grundgesetze der naturgetreuen photographischen Abbildung“, Halle a./S. 1910 bei W. Knapp (in folgendem kurz als „Grundgesetze“ zitiert), ist das Problem der naturgetreuen Abbildung einer strengen mathematischen Untersuchung unterzogen, und es ergaben sich zur Bestimmung des betreffenden Objektivs folgende beiden Regeln:

1. Die Eintrittspupille des Objektivs muß gleich der Eintrittspupille des menschlichen Auges sein.
2. Die Brechkraft D des Objektivs ist durch die Gleichung bestimmt

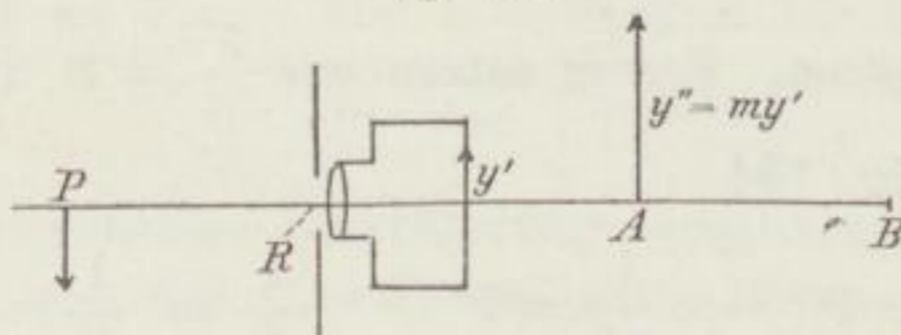
$$D = \frac{P}{B} + mL \dots \dots \dots (9)$$

wo R und L die vom vorderen Brennpunkt der Augen aus (vgl. § 55) gerechneten Refaktionen der Augen S_I und S_{II} sind und B die Lateralvergrößerung in der E.P. und A.P. des Objektivs bedeutet.

Bezüglich der ersten Bedingung sei bemerkt, daß nach den Ausführungen des § 65 die E.P. des Auges nur wenig an Größe von der Pupille abweicht, so daß wir also für gewöhnlich zwischen diesen beiden Größen nicht unterscheiden brauchen. Der Durchmesser der Pupille schwankt zwischen 2 mm und 8 mm. Innerhalb dieser Grenzen sollte also streng genommen auch der Durchmesser der E.P. des Objektivs gewählt werden.

Zur Erläuterung der zweiten Bedingung sei in der Fig. 194 eine Kamera dargestellt, auf deren Mattscheibe das bei P befindliche Objekt y scharf abgebildet sei, und zwar von der Größe y' . Das letztere Bild sei bei A von der Größe $y'' = my$ durch irgend einen nachherigen Vergrößerungsprozeß abgebildet.

Fig. 194.



Wir denken uns nun zunächst das Auge S_I , das das Naturobjekt y fixiert, mit seinem vorderen Brennpunkt im Mittelpunkt R der E.P. des Objektivs gebracht und bezeichnen die reziproke in Metern gemessene Strecke PR mit P (nicht zu verwechseln mit Punkt P). Dann ist P die Refraktion des Auges S_I .

Es befinde sich ferner bei B in der Entfernung AB vom Bild y'' der vordere Brennpunkt des das definitive Photogramm betrachtenden Auges S_{II} . Dann ist die in Metern ausgedrückte reziproke Entfernung AB die Refraktion L des Auges S_{II} .

Bezüglich des strengen Beweises, daß die Gleichung (9) tatsächlich die Bedingung für die naturgetreue Abbildung darstellt, müssen wir auf die „Grundgesetze“ verweisen. Wir wollen jedoch hier zeigen, daß die Gleichung (9) mit den Gesetzen der optischen Abbildungslehre nicht im Widerspruch steht und für sich betrachtet, wodurch sie allerdings ihrer allgemeinen Bedeutung entkleidet wird, die Bedingung angibt, daß das Auge S_I und S_{II} gleich große Netzhautbilder von dem scharf abgebildeten Objekt y (Fig. 194) enthält. Daß auch alle anderen Objektebenen bei der gleichzeitig auftretenden unscharfen

Abbildung in beiden Augen identisch abgebildet werden, folgt hieraus allerdings nicht.

Nach dem Satze, daß die Netzhautbildgröße eines Auges gleich der Objektgröße multipliziert mit der Brennweite f des Auges und dividiert durch die Entfernung des Objekts vom vorderen Augenbrennpunkt ist, hat man sofort aus Fig. 194

$$\begin{aligned} \text{Netzhautbildgröße des Auges } S_I & \text{ gleich } y \cdot f \cdot P \\ \text{„ „ „ } S_{II} & \text{ „ } y'' \cdot f \cdot L = m y' \cdot f \cdot L, \end{aligned}$$

wobei wir allerdings auf den eventuell verschiedenen Akkommodationszustand der beiden Augen, wodurch die Brennweite ein wenig verändert wird, keine Rücksicht nehmen.

Sollen die beiden Netzhautbildgrößen einander gleich sein, so hat man für den Vergrößerungsmaßstab der photographischen Abbildung

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{P}{m L} \quad \dots \quad (10)$$

Wir wenden nun ferner die Gleichung (3) und (4) des § 39 auf unser Objektiv an. Da das letztere beiderseits von Luft umgeben ist, so ist $n = n'$ zu setzen. Ferner setzen wir $\frac{\rho'}{\rho} = B$ und gemäß den Bezeichnungen der Fig. 194

$$\frac{1}{p} = P \quad \frac{1}{p'} = P' \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{f'} = D,$$

wo im letzteren Falle die Größen f und f' sich auf das Objektiv beziehen. Dann wird Gleichung (3) des § 39

$$\frac{P}{B} + P' \cdot B = D \quad \dots \quad (11)$$

und Gleichung (4) des § 39 liefert unter Berücksichtigung von (10)

$$\beta = \frac{P}{P'} \cdot \frac{1}{B} = \frac{P}{m L} \quad \dots \quad (12)$$

Die vorletzte Gleichung liefert nun sofort

$$D = m L + \frac{P}{B} \quad \dots \quad (12a)$$

Für symmetrische Objektive, bei denen die Aperturblende im Symmetriepunkt steht, ist $B = 1$ und die letzte Gleichung geht über in

$$D = m L + P \quad \dots \quad (13)$$

Bei den nachfolgenden Aufgaben setzen wir $B = 1$ voraus.

Aufgabe 105: Jemand will eine Landschaft so photographieren, daß

sie dem Auge S_{II} ohne nachherige Vergrößerung in 25 cm Entfernung naturgetreu erscheint. Wie muß das Objektiv beschaffen sein?

Lösung: Hier ist $P = 0$, $m = 1$, $L = 4$. Also liefert Gleichung (13) $D = 4$, was einer Brennweite von 25 cm entspricht. Wählen wir die Oeffnung des Objektivs zu 5 mm, so ist das Oeffnungsverhältnis 1 : 50.

Aufgabe 106: Eine kinematographische Aufnahme soll bei 200facher Vergrößerung in 10 m Abstand naturgetreue Bilder liefern. Das Oeffnungsverhältnis des Objektivs soll $f : 7,5$ sein. Wie groß muß die Brennweite und die Oeffnung des Objektivs sein?

Lösung: Wir setzen entfernte Objekte voraus, setzen also $P = 0$. Wegen $m = 200$ und $L = \frac{1}{10}$ hat man $D = 20$, was einer Brennweite von 5 cm entspricht. Die Oeffnung des Objektivs muß also $500 : 75 = 6,6$ mm sein.

Aufgabe 107: Ein kleines Naturobjekt (Blume) soll so photographiert werden, wie es uns in 25 cm Entfernung erscheint. Das Photogramm soll aus derselben Entfernung betrachtet werden. Wie muß das Objektiv beschaffen sein?

Lösung: Hier ist $P = 4$ und $L = 4$; man hat demnach:

$$D = 4m + 4.$$

Will man keine nachherige Vergrößerung anwenden, so muß $m = 1$ gesetzt werden und man hat $D = 8$, was einer Brennweite von

$$100 : 8 = 12 \frac{1}{2} \text{ cm}$$

entspricht. Man muß hier eine möglichst kleine Objektivöffnung annehmen, was der Tatsache entspricht, daß sich ja auch die Pupille des menschlichen Auges beim Fixieren naher Gegenstände (bei Konvergenz der Sehachsen) verengert. Man wird etwa eine Oeffnung von 3 mm wählen, so daß das Oeffnungsverhältnis ca. $f : 40$ wird.

Hat man jedoch nur ein Objektiv von anderer Brennweite, z. B. 20 cm zur Verfügung, so kann man aus der obigen Gleichung m berechnen. Man findet für $D = 5$ den Wert $m = \frac{1}{4}$, d. h. das Photogramm ist nachträglich um das Vierfache zu verkleinern.

Helligkeit und Tiefe bei naturgetreuer Aufnahme.

Setzen wir in den Ausdruck für die Helligkeit gemäß Gleichung (7) den Wert

$$\beta = \frac{P}{mL} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (14)$$

so wird unter Berücksichtigung von $p = \frac{1}{P}$ und der Gleichung (9)

$$H = c \pi m^2 L^2 \rho^2 \dots \dots \dots (15)$$

Da ρ gleich dem Radius der Augenpupille sein soll, so kommen also in dem Ausdruck für die Helligkeit gar keine auf das Objektiv bezüglichen Größen mehr vor.

Setzt man den Wert für β aus Gleichung (14) und den Wert für z_0 aus Gleichung (3a) in Gleichung (6) ein, so erhält man:

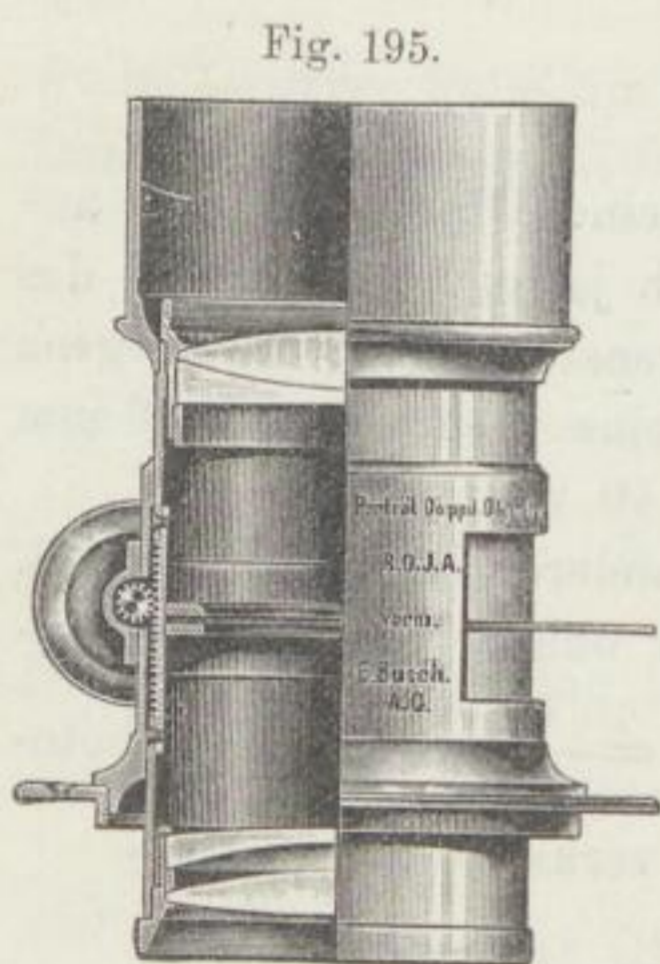
$$T_v = T_h = \frac{w_0}{2\rho} \dots \dots \dots (16)$$

142. Uebersicht über die modernen Objektivtypen.

Im folgenden geben wir eine kurze Uebersicht über die gebräuchlichsten Typen der photographischen Objektive und verweisen im übrigen auf das oben genannte Werk von v. Rohr, sowie auf die kürzere Darstellung von Harting, „Optisches Hilfsbuch für Photographierende“. Berlin 1909, S. 111 u. f.

A. Objektive ohne anastigmatische Bildfeldebenung.

Die einfachen oder achromatischen Sammellinsen in der Form von Menisken, deren hohle Seite dem Objekt zugewandt sind, werden mit Vorderblende als sog. Landschaftslinsen benutzt. Symmetrische Doppel-



objektive aus derartigen Linsen sind als Periskope und Aplanate von A. Steinheil etwa 1868 in den Verkehr gekommen, sind jedoch ebenso wie die sog. „Antiplanete“ derselben Firma, bei denen das hintere Glied des Aplanaten aus zwei getrennt stehenden Linsen aus Flint und Kron ersetzt ist, durch die Objektive mit anastigmatischer Bildfeldebenung zum Teil verdrängt.

Ein ehrwürdiger Zeuge für das bedeutende Können seines Schöpfers, hat das Petzvalobjektiv, trotzdem es ebenfalls nicht astigmatisch korrigiert ist, bis heute seinen Platz behauptet, sowohl wegen seiner Lichtstärke als auch seiner fast unerreichten Mittelschärfe. Als Projektionsobjektiv leistet es besonders wertvolle Dienste, weshalb wir nachstehend die Konstruktionsdaten eines solchen Objektivs geben, nach denen dasselbe zurzeit von der Firma Busch in Rathenow ausgeführt wird.

Busch-Porträt-Doppelobjektiv nach Petzval (Fig. 195).

Relative Oeffnung: $F : 3$, Brennweite = 150 mm.

Radien	Dicken und Abstände	n_D	$n_F - n_C$
$r_1 = + 87,09$	$d_1 = 10$	Linse I = 1,5181	0,00858
$r_2 = - 73,23$	$d_2 = 2$	" II = 1,5783	0,01409
$r_3 = + 697,28$	$l_1 = 54,6$		
$r_4 = + 215,78$	$d_3 = 2,5$	" III = 1,5783	0,01409
$r_5 = + 64,08$	$l_2 = 4,0$		
$r_6 = + 77,16$	$d_4 = 8,0$	" IV = 1,5152	0,00906
$r_7 = - 224,48$			

Hier wie auch bei den weiteren Konstruktionsdaten bedeuten d die Linsendicken, l die auf der Achse gemessenen Luftabstände.

B. Anastigmat.

Bei einer großen Anzahl moderner Objektive findet sich neben der Erfüllung der Sinusbedingung und der Aufhebung der sphärischen Korrektur je für eine Zone auch eine weitgehende anastigmatische Bildebenung, d. h. die meridionalen und sagittalen Brennpunkte der schief einfallenden Bündel liegen nahezu in der Fokalebene. Bei dem sog. Hypergonweitwinkel von C. P. Goerz (Erfinder v. Hoegh), der aus zwei sehr stark durchgebogenen Menisken in symmetrischer Stellung besteht, ist allerdings auf sphärische Korrektur verzichtet, dafür ist aber das Bild für einen Bildwinkel von ca. 140° anastigmatisch geebnet.

Im folgenden geben wir einige entwicklungsgeschichtliche Notizen und Angaben von Neukonstruktion oder wenigstens Neuberechnungen von anastigmatischen Objektiven, wie sie zurzeit in den Handel gebracht werden. Bei allen ist die chromatische Abweichung beseitigt und die Sinusbedingung und die Aufhebung der sphärischen Aberration wenigstens für eine Zone erfüllt.

143. Die Objektive der Firma Zeiß in Jena.

Seit 1886 werden in dem Jenaer Glaswerk von Schott u. Gen. Glasarten hergestellt mit relativ hohem Brechungsexponenten und solche mit relativ hoher Dispersion. Die ersteren, die Barytflinte und Barytkrone, fanden sofort in dem Steinheilschen Aplanattypus mit Vorteil Verwendung. Doch blieb es erst dem wissenschaftlichen Mitarbeiter der Firma Zeiß, Dr. P. Rudolph, vorbehalten, im Jahre 1889 auch den zweiten Glastypeus in den Bau photographischer Objektive einzuführen. Er war der

erste, dem es gelang, Lichtstärke des Objektivs bei gleichzeitiger anastigmatischer Bildfeldebenung zu erreichen. Von den zahlreichen Neukonstruktionen, die im Schoße der Firma Zeiß entstanden, werden zurzeit besonders sechs anastigmatische Konstruktionstypen in den Handel gebracht.

Die Protare (D.R.P. Nr. 56109 vom 3. April 1890—1905) sind die ersten lichtstarken Objektive, mit denen zum ersten Male die Aufmerksamkeit des großen Publikums auf Anastigmaten hingelenkt wurde. Nachdem ihr Typus 1889 festgelegt war, trat die Firma Zeiß, die bisher nur Mikroskope hergestellt hatte, mit dieser Neuerung in die Fabrikation photographischer Objekte ein und kam damit 1890 auf den Markt. Die lichtstarken Serien mit den Oeffnungen 1 : 4,5, 1 : 6,3, 1 : 7 und 1 : 8, welche aus fünf Linsen — einer zweifachen Front- und einer dreifachen Hinterlinse — bestanden, haben in späterer Zeit durch das Tessar Ersatz gefunden. Jetzt wird nur noch Protar 1 : 9 und 1 : 18 ausgeführt, welche aus vier Linsen bestehen und durch D.R.P. Nr. 193439 vom 6. November



1906 geschützt sind. Je zwei Linsen sind verkittet, und zwar das Frontglied aus einem zerstreuen und einem sammelnden Meniskus, das Hinterglied aus einer bikonkaven und einer bikonvexen Linse. Im Frontglied hat die Zerstreulinse, im Hinterglied die Sammellinse den höheren Brechungsexponenten. Im ersteren ist die Kittfläche gegen die Blende hohl und zerstreuend, im letzteren erhaben und sammelnd. Dieser Typus ist durch die Fig. 196 dargestellt.

Die Konstruktionsdaten gemäß Patent Nr. 193439 sind folgende:

Relative Oeffnung 1 : 12,5. $f = 100$.

Radien	Dicken und Abstände
$r_1 = 17,5$	$d_1 = 2,9$
$r_2 = 5,8$	$d_2 = 1,3$
$r_3 = 18,6$	$b_1 = b_2 = 1,5$
$r_4 = -12,8$	$d_3 = 1,1$
$r_5 = 18,6$	$d_4 = 1,8$
$r_6 = -14,3$	

Hier wie auch weiter unten bedeuten die Buchstaben b die auf der Achse gemessenen Entfernungen des Mittelpunktes der Aperturblende vom nächsten Linsenscheitel.

Glasarten:

Linse		n_D	n_G
I		1,6489	1,6744
"	II	1,6031	1,6239
"	III	1,5154	1,5275
"	IV	1,6112	1,6260

Die dreiteilige Protarlinse, englisches Patent Nr. 4692 vom Jahre 1891, war schon im November 1891 berechnet und im Dezember 1891 ausgeführt worden. 1895 schon mußte sie der lichtstärkeren vierteiligen Protarlinse 1 : 12,5 weichen und erst 1907 wurde sie auf Grund einer Verbesserung mit einer Oeffnung von 1 : 12,5 nochmals aufgenommen (D.R.P. Nr. 196734a). Doch konnte ein für die volle Ausnutzung der Verbesserung erforderliches neues Glas von außergewöhnlich niedrigem Brechungsexponenten unvorhergesehener Schwierigkeiten wegen regulär nicht beschafft werden, so daß eine ständige Fabrikation unterbleiben muß. Die Verbesserung konnte aber auf ein Doppelobjektiv 1 : 6,8 mit erstklassiger Korrektur Anwendung finden, dessen Glieder bei einer Oeffnung von 1 : 14 gute Landschafts- und Porträtlinsen sind.

Der Typus dieser dreiteiligen Protarlinse ist in seiner Ausbildung als Doppelobjektiv durch die Fig. 198 dargestellt.

Die Konstruktionsdaten der Hinterlinse sind gemäß D.R.P. Nr. 196734a folgende:

Relative Oeffnung 1 : 11. $f = 100$.

Radien	Dicken und Abstände
$r_1 = -15,0$	$b = 1,4$
$r_2 = 36,4$	$d_1 = 0,8$
$r_3 = -6,9$	$d_2 = 2,0$
$r_4 = -15,6$	$d_3 = 2,2$

Glasarten:

	n_D	n_G
Linse I	1,4967	1,5063
" II	1,6128	1,6286
" III	1,6570	1,6810

Gleichzeitig wird zum ersten Male Serie IXa angekündigt, ein symmetrisches Objektiv mit einer für photogrammetrische Zwecke erforderlichen Orthoskopie. Das Objektiv hat eine Oeffnung von 1 : 8 und wird seiner besonderen Eigenschaften wegen Orthoprotar genannt.

Die vierteilige Protarlinse 1 : 12,5 (engl. Patent Nr. 19509 vom Jahre 1894). Dieser Typus wurde 1895 eingeführt. Er ist seitdem ununterbrochen fabriziert worden und seine Existenz hat neuerdings erhöhte Bedeutung gewonnen, da es Dr. Rudolph gelungen ist, eine Verbesserung einzuführen, welche für die Fabrikation besonders günstige Bedingungen schafft und die Leistung des Objektivs erhöht.

Jene Verbesserung ist durch das D.R.P. Nr. 228677 geschützt. Die Konstruktionsdaten sind folgende (vgl. Fig. 199):

Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

Relative Oeffnung 1 : 12,5. $f = 100$.

Radien	Abstände und Dicken
$r_1 = -12$	$b = 2,34$
$r_2 = 44,2$	$d_1 = 0,48$
$r_3 = -9,3$	$d_2 = 1,7$
$r_4 = -6,6$	$d_3 = 1,5$
$r_5 = -13,4$	$d_4 = 0,66$

Glasarten:

Linse		n_D	n_G
I		1,4979	1,5074
"	II	1,6227	1,6308
"	III	1,5813	1,5952
"	IV	1,6275	1,6487

Fig. 197.



Fig. 198.

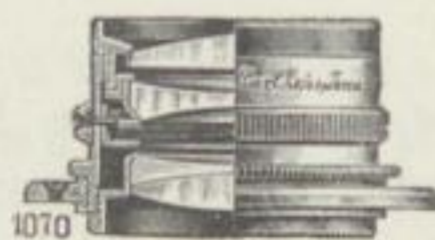


Das Planar (D.R.P. Nr. 92313 vom 14. November 1896) wurde 1897 in den Verkehr gebracht. Mit ihm wurde nachgewiesen, daß eine anastigmatische Bildebenung bei gleichzeitiger Aufhebung der sphärischen Abweichungen in einer selbst für schwache mikroskopische Vergrößerungen genügenden Vollkommenheit mit verhältnismäßig einfachen Mitteln möglich ist. Die Planare besitzen eine große relative Oeffnung und lassen sich apochromatisch korrigieren, was namentlich für Reproduktionsobjektive erwünscht ist.

Fig. 199.



Fig. 200.



Das Planar ist symmetrisch gebaut und besteht aus vier getrennten Linsen, von denen die zwei inneren zerstreuend wirken und aus zwei Teilen verkittet sind.

Der Planartypus ist durch Fig. 197 dargestellt. Bezüglich der Konstruktionsdaten wird auf das oben angegebene deutsche Patent, sowie auf

das bereits zitierte Werk von v. Rohr, Theorie und Geschichte des photographischen Objektivs, S. 391, verwiesen.

Das Tessar (D.R.P. Nr. 142294 vom 25. April 1902) ist 1902 durch Dr. Rudolph geschaffen worden. Es besteht aus drei getrennten Linsen, von denen die Hinterlinse aus zwei Elementen verkittet und durch die Blende von der aus zwei Linsen bestehenden Frontkombination getrennt steht. Die Kittfläche wirkt sammelnd und ist nach der Blende zu konvex. Das Nachbarflächenpaar der Frontkombination wirkt zerstreugend.

Der Typus vereint beste Mittenschärfe mit einer anastigmatischen Bildfeldebenung, welche selbst bei großer Lichtstärke des Objektivs noch Reproduktionsansprüchen voll genügt.

Der Tessartypus ist durch die Fig. 200 dargestellt.

Die Konstruktionsdaten nach Patent Nr. 142294 sind folgende:

Relative Oeffnung 0,19. Brennweite = 1.

Radien		Dicken und Abstände	
$r_1 = 0,215$		$d_1 = 0,033$	
$r_2 = \pm \infty$	Linsenabstand	$e = 0,019$	
$r_3 = -0,742$		$d_2 = 0,011$	
$r_4 = 0,208$		$b_1 = 0,030$	
$r_5 = -1,113$		$b_2 = 0,030$	
$r_6 = 0,252$		$d_3 = 0,011$	
$r_7 = -0,367$		$d_4 = 0,030$	

Glasarten:

	Linse I	II	III	IV
n_D	1,61132	1,60457	1,52110	1,61132
n_F	1,61870	1,61436	1,52820	1,61895
n_G	1,62462	1,62252	1,53397	1,62514

Neuere Konstruktionsdaten von Tessaren (nach P. Rudolph und E. Wandersleb) sind veröffentlicht in der Zeitschrift für Instrumentenkunde 1907, S. 78. u. 79, von denen wir hier noch zwei Ausführungsformen geben, die denjenigen Daten, nach welchen die werkstattmäßige Herstellung geschieht, sehr nahekommen. Vorzeichen der Radien gemäß Fig. 200.

Tessar 1 : 3,5. $f_D = 100$ mm.

Radien	Dicken und Entfernungen	Glasarten n_D
$r_1 = 29,6$		Linse I = 1,61420
$r_2 = \infty$	$d_1 = 5,3$	" II = 1,61351
$r_3 = 59,1$	$d_2 = 7,7$	" III = 1,52753
$r_4 = 26,2$	$d_3 = 1,8$	" IV = 1,61758
$r_5 = \infty$	$d_1 = 5,3, b_2 = 3,1$	
$r_6 = 27,1$	$d_4 = 2,1$	
$r_7 = 41,2$	$d_5 = 5,9$	

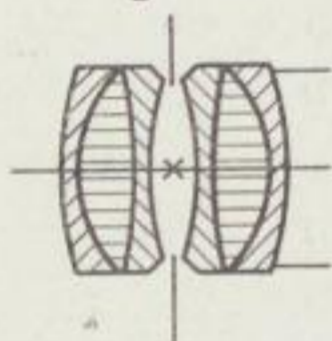
Tessar 1 : 4,5. $f_D = 100$ mm.

Radien	Dicken und Entfernungen	Glasarten n_D
$r_1 = 26,3$	$d_1 = 3,7$	Linse I = 1,61342
$r_2 = \infty$	$d_2 = 4,0$	" II = 1,57391
$r_3 = 58,1$	$d_3 = 1,7$	" III = 1,53000
$r_4 = 23,9$	$d_1 = 3,7, b_2 = 1,6$	" IV = 1,61451
$r_5 = 146,7$	$d_4 = 1,7$	
$r_6 = 22,3$	$d_5 = 4,6$	
$r_7 = 36,3$		

Das Orthoprotar 1 : 8 von P. Rudolph für Zwecke der Photogrammetrie.

In dem Katalog von 1910 der Firma Carl Zeiß über photographische Objektive wird für Zwecke der Photogrammetrie zum ersten Male das Orthoprotar 1 : 8, Serie IXa, zum Verkauf angeboten, ein symmetrisches Objektiv, das nicht nur, wie jedes symmetrische Objektiv, für Abbildungen im Maßstabe 1 : 1 streng verzeichnungsfrei ist, bei dem vielmehr auch für die Abbildung unendlich ferner Objekte die Verzeichnungsreste bis zu großen Winkeln außerordentlich klein sind.

Fig. 201.



Das Objektiv fällt unter D.R.P. Nr. 196734a und hat folgende Konstruktionsdaten. Vorzeichen der Radien gemäß Fig. 201:

$r_1 = r_8 : 20,83$	$d_1 = d_6 : 1,10$	$L_1 = L_6 : n_D 1,62210$
$r_2 = r_7 : 9,15$	$d_2 = d_5 : 3,64$	$L_2 = L_5 : " 1,58950$
$r_3 = r_6 : 30,31$	$d_3 = d_4 : 1,06$	$L_3 = L_4 : " 1,49833$
$r_4 = r_5 : 19,04$	$b_1 = b_2 : 1,41$	

Für die die Verzeichnung für $\beta = 0$ bestimmende Größe¹⁾ gemäß § 48

$$V_{\beta=0} = \frac{p_0' + \delta'}{f} \cdot \frac{\operatorname{tg} w'}{\operatorname{tg} w} - 1$$

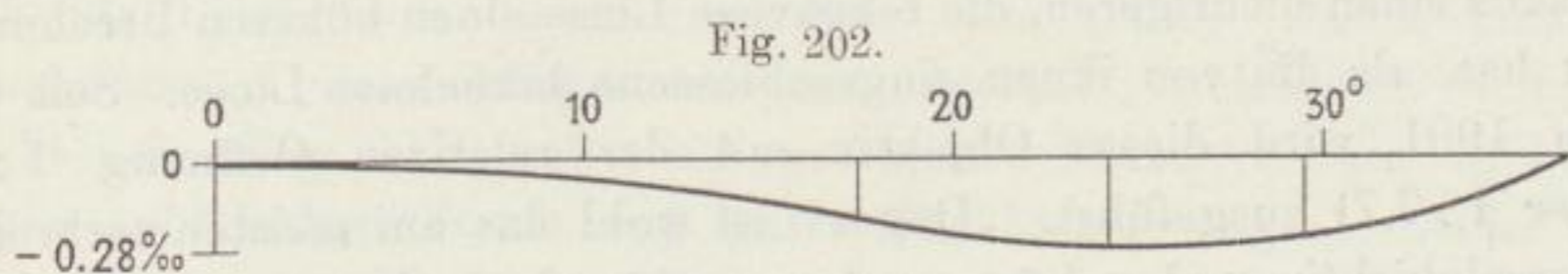
ergibt die Durchrechnung folgende Werte:

für $\sphericalangle w = 17,4^\circ$	$V_{\beta=0} = -0,12\%$
$w = 24,2^\circ$	" $= -0,28\%$
$w = 29,5^\circ$	" $= -0,25\%$
$w = 36,7^\circ$	" $= -0,0\%$

wo die Winkel w objektseitige Hauptstrahlneigungen sind. Wollte man danach die Verzeichnungskurve in den üblichen Maßen zeichnen, so

¹⁾ E. Wandersleb, Ueber die Verzeichnungsfehler photographischer Objektive. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1907, S. 77.

würden die Abweichungen von der Abszissenachse kaum zu sehen sein; deshalb sind in der nebenstehenden Darstellung die Ordinatenwerte V_β zehnmal so groß als üblich gezeichnet (Fig. 202).



Schon 1902 ist einmal von der Firma Zeiß ein Orthoprotar für Photogrammetrie konstruiert worden, ebenfalls ein symmetrisches Objektiv, dessen Hälfte aber aus je fünf miteinander verkitteten Linsen bestand (vgl. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1907, S. 80). Dieses wurde nicht katalogmäßig ausgeführt, da die bald darauf regulär fabrizierten, sehr viel einfacher gebauten Tessare 1 : 6,3 dem damals beabsichtigten Zweck schon genügten.

Die hier wiedergegebene Kurve (Fig. 202) zeigt, daß die Verzeichnung für $\beta = 0$ bei dem neuen Orthoprotar 1 : 8 noch geringere Werte hat, als bei dem Tessar 1 : 6,3, und für größere Winkel korrigiert ist, als bei dem früheren Orthoprotar (Zeitschr. f. Instrumentenkunde, März 1907, Kurven Nr. 18 und Nr. 39). Mit zwei anderen, ihm in der Verzeichnungsfreiheit innerhalb seines ganzen Winkelbereichs ähnlichen Objektiven, dem Pantoskop von E. Busch und dem Hypergon-doppelanastigmat von C. P. Goerz (siehe a. a. O. die Kurven Nr. 48 u. 52), hat das Orthoprotar eine gute anastigmatische Ebenung gemeinsam, es ist aber außerdem für die relative Oeffnung 1 : 8 sphärisch und auf Sinusbedingung korrigiert, so daß es im Gegensatz zu den zwei genannten Typen zu den lichtstarken Objektiven zu rechnen ist, ein Vorteil, der auch in der Photogrammetrie von Wichtigkeit sein kann.

144. Photographische Objektive der Optischen Anstalt C. P. Goerz Friedenau-Berlin.

Im Jahre 1888 begann in der optischen Anstalt von C. P. Goerz die Fabrikation photographischer Objektive, und zwar wurden zuerst Lynkeioskope in verschiedenen Serien hergestellt, die von Karl Moser berechnet waren und in ihrer Form den Aplanaten von Steinheil glichen. Diese Objektive werden heute noch gefertigt, da sie sich trotz des Mangels einer anastigmatischen Bildfeldebeneung infolge ihrer Brillanz für manche Zwecke gut eignen.

Nach Mosers Tode trat Emil v. Hoegh an dessen Stelle und errechnete den ersten Doppelanastigmat (D.R.P. Nr. 74437 vom 20. Dezember 1892), der später (von 1904 ab) zum Unterschied von

anderen, ebenfalls „Doppelanastigmat“ genannten Objektiven, mit „Dagor“ bezeichnet wurde. Dieses Objektiv besteht aus zwei symmetrischen Hälften von je drei verkitteten Linsen (Fig. 203), von denen der positive Meniskus einen niedrigeren, die bikonvexe Linse einen höheren Brechungsindex hat, als die von ihnen eingeschlossene bikonkave Linse. Seit dem Jahre 1901 wird dieses Objektiv mit der relativen Oeffnung 1:6,8 (früher 1:7,7) ausgeführt. „Dagor“ ist wohl das am meisten verbreitete Universalobjektiv und gehört zu den erstklassigen Systemen.

Neben dieser Objektivserie wurde noch eine andere nach demselben Konstruktionsprinzip mit der relativen Oeffnung 1:11 für Reproduktionszwecke hergestellt.

Da beim Doppelanastigmat die Hälften mit voller Oeffnung nicht gut zu verwenden waren, errechnete Herr v. Hoegh ein Satzobjektiv (engl. Patent Nr. 13904 vom Jahre 1897), welches aus fünf Linsen bestand (Fig. 204) und vorzüglich korrigiert war. Der kostspieligen Herstellung

Fig. 203.

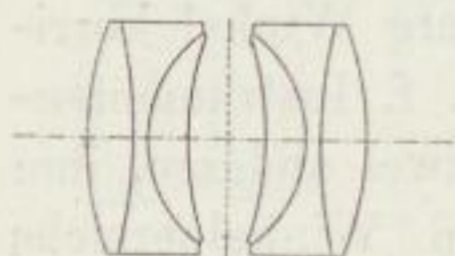


Fig. 204.

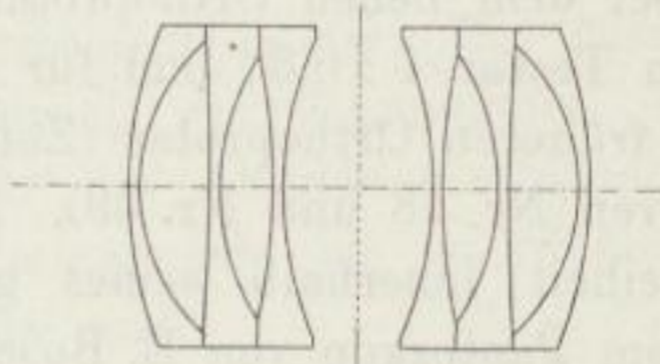
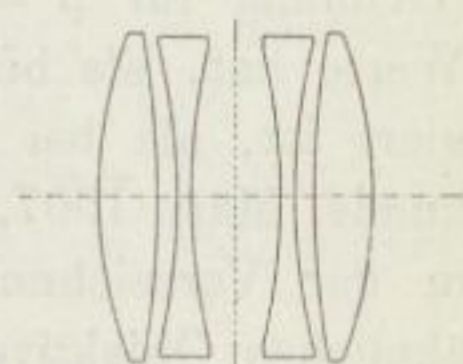


Fig. 205.



und des geringen Gesichtsfeldes ($70-75^\circ$) wegen wurde die Fabrikation dieses Objektivs bald wieder aufgegeben.

Ein neues lichtstärkeres Objektiv „Celor“ 1:5 (Fig. 205) wurde 1901 auf den Markt gebracht (Patent Nr. 109283 vom 27. Mai 1898). Es bestand aus zwei symmetrischen Hälften von je zwei getrennt stehenden Linsen und war das erste lichtstarke Objektiv, das für Platten benutzt werden konnte, deren lange Seiten gleich der Brennweite waren. Celor 1:5 hat trotz seiner großen Helligkeit sehr geringe Zonenfehler und gute Farbkorrektion.

Nach derselben Konstruktion ist auch „Syntor“ gebaut mit der Helligkeit 1:6,8.

Ein Objektiv aus dem anderen Extrem ist der Goerz-Doppelanastigmat „Hypergon“ (D.R.P. Nr. 126500 vom 21. Juni 1900) mit der Helligkeit 1:22 (Fig. 206). Das „Hypergon“, aus zwei Menisken bestehend, besitzt ein Gesichtsfeld von ca. 135° , das über die ganze Ausdehnung anastigmatisch geebnet ist. Außerdem ist es verzeichnungsfrei, wodurch es für photogrammetrische Aufnahmen geeignet ist; doch entbehrt es der sphärischen Korrektur.

Im Jahre 1902 schied Herr v. Hoegh aus der Firma und die

Leitung des mathematischen Bureaus wurde Herrn W. Zschokke übertragen, welcher, unter Mitwirkung des Herrn Franz Urban, sich zunächst die Aufgabe stellte, ein Reproduktionsobjektiv zu schaffen, welches auch für Dreifarbenaufnahmen geeignet sein sollte. Das Resultat der gemeinsamen Untersuchungen war das „Alethar“, welches 1903 auf den Markt kam (Fig. 207) und eine vorzügliche Farbenvereinigung bei geringen sphärischen Zonen und guter Bildebnung zeigte. Leider fielen diese Objektive sehr verschieden aus, da die einzelnen Glasplatten zu

Fig. 206.

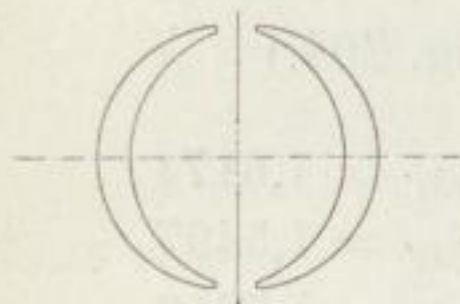


Fig. 207.

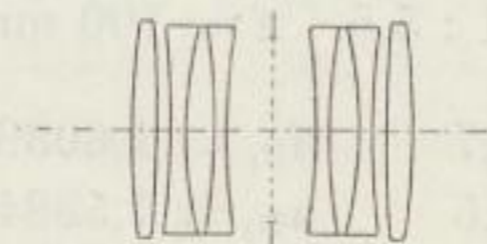
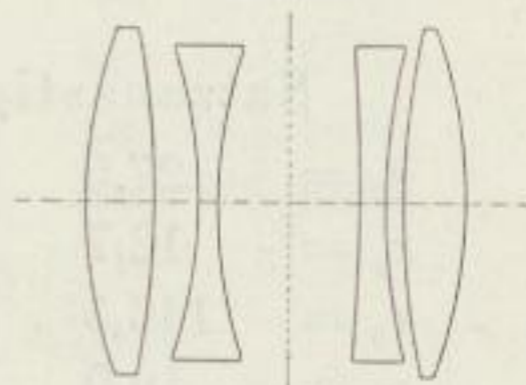


Fig. 208.



große Abweichungen in der optischen Dichtigkeit aufwiesen (vgl. Zeitschrift für Instrumentenkunde 1909, W. Zschokke, Homogenität des optischen Glases). Unter Verzicht auf die vorzügliche theoretische Korrektion, die praktisch nur in seltenen Fällen erreicht wurde, ist in neuester Zeit ein einfacheres Objektiv, „Artar“, berechnet worden, welches das „Alethar“ ersetzen soll. Es besteht aus nur vier getrennten Linsen (Fig. 208), so daß man in den Stand gesetzt ist, solche Linsen, welche ungleichmäßige optische Dichtigkeit besitzen, leicht herauszufinden und durch andere zu ersetzen.

Die Bemühungen, ein Satzobjektiv herzustellen, führten zu dem „Pantar“ (D.R.P. Nr. 171369 vom 11. Mai 1904). Die Einzellinse

Fig. 209.

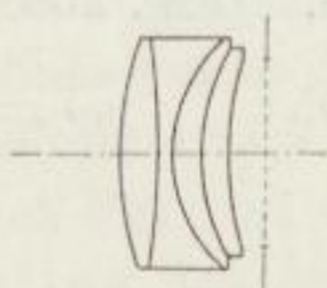
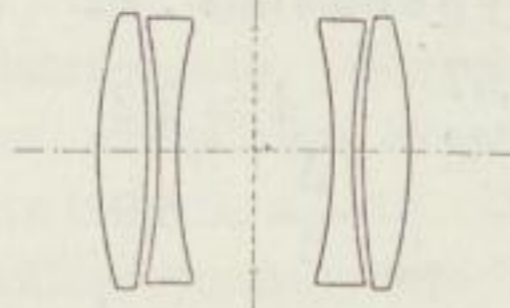


Fig. 210.



(Pantarlinse) hatte die Oeffnung 1 : 12,5. Das Doppelobjektiv steht dem „Dagor“ nur wenig nach; es hat zwar einen etwas kleineren Bildwinkel, dafür eine größere Helligkeit (Fig. 209).

Ein sehr helles Objektiv, „Celor“ 1 : 3,5, wurde im Jahre 1907 zum Patent angemeldet (D.R.P. Nr. 202083). Es ist für kinematographische, Sport- und Porträt-, sowie Autochromaufnahmen bestimmt und besteht aus vier getrennten Linsen, die nicht symmetrisch zur Blende angeordnet sind (Fig. 210). Die Bildfeldebnung erstreckt sich über 40°

und innerhalb dieses Bildfeldes ist auch die Verzeichnung praktisch gehoben.

Dagor 1 : 6,8. $f = 100$ mm. (Fig. 203.)

$r_1 = + 20,8$	$d_1 = 3,0$	$n_{D_1} = 1,6122$	$n_{G_1'} = 1,6262$
$r_2 = - 34,4$	$d_2 = 0,9$	$n_{D_2} = 1,5481$	$n_{G_2'} = 1,5613$
$r_3 = + 8,5$	$d_3 = 2,5$	$n_{D_3} = 1,5120$	$n_{G_3'} = 1,5228$
$r_4 = + 21,1$	$\frac{\Delta}{2} = 2,7$		

und symmetrisch.

Satzanastigmat 1 : 5,5. $f = 100$ mm. (Fig. 204.)

$r_1 = + 27,5$	$d_1 = 0,7$	$n_{D_1} = 1,6038$	$n_{G_1'} = 1,6174$
$r_2 = + 12,7$	$d_2 = 4,5$	$n_{D_2} = 1,5384$	$n_{G_2'} = 1,5497$
$r_3 = - 146,5$	$d_3 = 0,7$	$n_{D_3} = 1,5141$	$n_{G_3'} = 1,5256$
$r_4 = + 16,0$	$d_4 = 3,3$	$n_{D_4} = 1,6103$	$n_{G_4'} = 1,6235$
$r_5 = - 54,9$	$d_5 = 0,7$	$n_{D_5} = 1,5137$	$n_{G_5'} = 1,5256$
$r_6 = + 24,2$	$\frac{\Delta}{2} = 4,8$		

und symmetrisch.

Celor 1 : 5. $f = 100$ mm. (Fig. 205.)

$r_1 = + 29,8$	$d_1 = 3,7$	$n_{D_1} = 1,6097$	$n_{G_1'} = 1,6228$
$r_2 = - 64,2$	$d_2 = 1,1$	$n_{D_2} = 1,0$	$n_{G_2'} = 1,0$
$r_3 = - 41,2$	$d_3 = 1,0$	$n_{D_3} = 1,5407$	$n_{G_3'} = 1,5553$
$r_4 = + 41,2$	$\frac{\Delta}{2} = 2,9$		

und symmetrisch.

Hypergon 1 : 22. $f = 100$ mm. (Fig. 206.)

$r_1 = + 8,57$	$d = 2,2$	$n_D = 1,5105$	$n_{G'} = 1,5205$
$r_2 = + 8,63$	$\frac{\Delta}{2} = 6,9$		

und symmetrisch.

Alethar 1 : 11. $f = 100$ mm. (Fig. 207.)

$r_1 = + 32,4$	$d_1 = 1,0$	$n_{D_1} = 1,6155$	$n_{G_1'} = 1,6297$
$r_2 = - 75,7$	$d_2 = 0,6$	$n_{D_2} = 1,0$	$n_{G_2'} = 1,0$
$r_3 = - 37,9$	$d_3 = 0,6$	$n_{D_3} = 1,5221$	$n_{G_3'} = 1,5352$
$r_4 = + 19,3$	$d_4 = 1,3$	$n_{D_4} = 1,6155$	$n_{G_4'} = 1,6297$
$r_5 = - 31,2$	$d_5 = 0,6$	$n_{D_5} = 1,5221$	$n_{G_5'} = 1,5352$
$r_6 = + 31,2$	$\frac{\Delta}{2} = 1,9$		

Artar 1:9. $f = 100$ mm. (Fig. 208.)

$r_1 = + 21,3$	$d_1 = 2,0$	$n_{D_1} = 1,6090$	$n_{G_1'} = 1,6222$
$r_2 = - 36,9$	$d_2 = 0,4$	$n_{D_2} = 1,0$	$n_{G_2'} = 1,0$
$r_3 = - 29,6$	$d_3 = 0,9$	$n_{D_3} = 1,5254$	$n_{G_3'} = 1,5386$
$r_4 = + 22,0$	$\frac{\Delta}{2} = 3,2$		

Pantarlinse 1:12,5. $f = 100$ mm. (Fig. 209.)

$r_1 = - 14,2$	$d_1 = 1,1$	$n_{D_1} = 1,6253$	$n_{G_1'} = 1,6465$
$r_2 = - 8,9$	$d_2 = 1,3$	$n_{D_2} = 1,4643$	$n_{G_2'} = 1,4732$
$r_3 = - 6,6$	$d_3 = 0,6$	$n_{D_3} = 1,5414$	$n_{G_3'} = 1,5563$
$r_4 = + 35,1$	$d_4 = 1,6$	$n_{D_4} = 1,6210$	$n_{G_4'} = 1,6349$
$r_5 = - 15,1$			

Celor 1:3,5. $f = 100$ mm. (Fig. 210.)

$r_1 = + 43,5$	$d_1 = 5,2$	$n_{D_1} = 1,6141$	$n_{G_1'} = 1,6280$
$r_2 = - 70,4$	$d_2 = 1,6$	$n_{D_2} = 1,0$	$n_{G_2'} = 1,0$
$r_3 = - 55,9$	$d_3 = 2,1$	$n_{D_3} = 1,6051$	$n_{G_3'} = 1,6260$
$r_4 = + 163,9$	$d_4 = 12,0$	$n_{D_4} = 1,0$	$n_{G_4'} = 1,0$
$r_5 = - 41,7$	$d_5 = 1,8$	$n_{D_5} = 1,5513$	$n_{G_5'} = 1,5672$
$r_6 = + 41,7$	$d_6 = 3,6$	$n_{D_6} = 1,0$	$n_{G_6'} = 1,0$
$r_7 = + 78,1$	$d_7 = 5,7$	$n_{D_7} = 1,6141$	$n_{G_7'} = 1,6280$
$r_8 = - 34,4$			

145. Die Objektive der Firma Voigtländer & Sohn A.G. in Braunschweig.

Von den älteren nicht astigmatisch korrigierten Objektiven stellt die Werkstätte von Voigtländer & Sohn noch regelmäßig die nach dem Typus der Steinheilschen Aplanate gebauten sog. „Euryskope“ mit dem Oeffnungsverhältnis 1:4,5 und 1:7 dar, sowie zwei Serien von Porträtobjektiven, nach Petzval und nach Zinken-Sommer. Das letztere ist durch H. Harting den zeitgemäßen Anforderungen angepaßt und dürfte mit dem Oeffnungsverhältnis 1:2,3 wohl das lichtstärkste existierende Objektiv sein. Der Konstruktionstypus ist durch Fig. 211 dargestellt.

Von Objektiven mit anastigmatischer Bildfeldebnung wird das sog. „Kollinear“ nach den Rechnungen von Dr. H. Scheffer in vier Serien hergestellt (Konstruktionsdaten im D.R.P. Nr. 88505), sowie die von H. D. Taylor berechneten sog. Tripelanastigmaten, deren Leistungsfähigkeit im Verhältnis zu ihrem einfachen Bau (drei einfache getrennte Linsen ohne Kittschicht) sehr bemerkenswert ist. Bezüglich der Konstruktionsdaten vgl. D.R.P. Nr. 86757.

Die neueren Konstruktionen der letzten zehn Jahre sind sämtlich erstklassige Schöpfungen resp. Neuberechnungen von H. Harting, nämlich das Apochromatkollinear, das Heliar, Dynar und Oxyn.

Fig. 211.

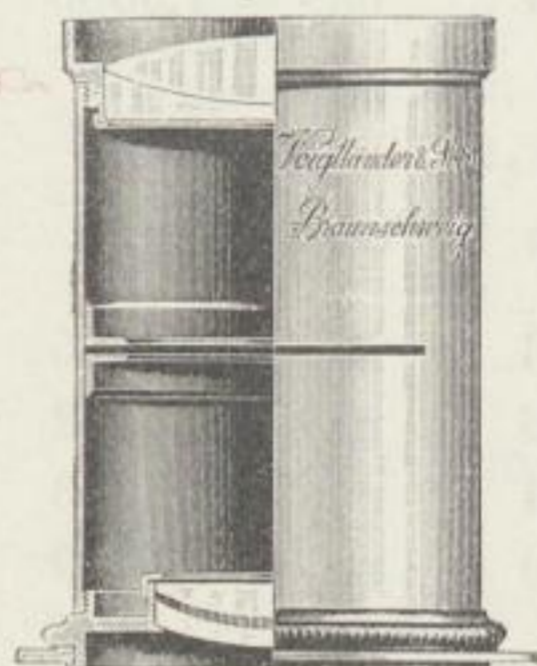


Fig. 212.



Das Apochromatkollinear ist besonders für die Zwecke der Reproduktionsphotographie und der Farbenphotographie konstruiert, wozu es sich infolge seiner Freiheit vom sekundären Spektrum besonders eignet (vgl. Harting, Ueber die Theorie des Apochromatkollineares. Photogr. Korresp. 1901).

Das Heliar und das Dynar fallen unter D.R.P. Nr. 124934 und 143889 (vgl. auch Harting, Das Heliar. Photogr. Korresp. 1902). Wir geben im folgenden die Daten des Heliar nach D.R.P. Nr. 143889.

Heliar. $f = 18$ cm. (Fig. 212.)

		Glassorten	
$r_1 = + 67,9$	$d_1 = 2,8$	$n_{D_1} = 1,549$	$\nu = 45,9$
$r_2 = + 32,5$	$d_2 = 8,5$	$n_{D_2} = 1,614$	$\nu = 56,2$
$r_3 = + 197,1$	$d_3 = 16,9$	Luft	
$r_4 = - 66,4$	$d_4 = 1,1$	$n_{D_3} = 1,537$	$\nu = 51,6$
$r_5 = + 57,1$	$d_5 = 9,0$	Luft	
$r_6 = + 130,3$	$d_6 = 8,7$	$n_{D_4} = 1,614$	$\nu = 56,2$
$r_7 = - 32,5$	$d_7 = 1,1$	$n_{D_5} = 1,581$	$\nu = 41,9$
$r_8 = - 68,3$			

Linsendurchmesser = 40,5 mm.

Fig. 213.



Fig. 214.



Dynar. $f = 12$ cm. (Fig. 213.)

		Glassorten		
$r_1 = +$	31,9	$d_1 = 4,7$	$n_{D_1} = 1,613$	$\nu = 56,5$
$r_2 = -$	32,1	$d_2 = 1,0$	$n_{D_2} = 1,569$	$\nu = 51,3$
$r_3 =$	∞	$d_3 = 2,9$	Luft	
$r_4 = -$	66,3	$d_4 = 0,5$	$n_{D_3} = 1,551$	$\nu = 45,2$
$r_5 = +$	30,1	$d_5 = 8,1$	Luft	
$r_6 = -$	164,4	$d_6 = 0,5$	$n_{D_4} = 1,569$	$\nu = 51,3$
$r_7 = +$	25,7	$d_7 = 4,1$	$n_{D_5} = 1,613$	$\nu = 56,5$
$r_8 = -$	42,6			

Linsendurchmesser = 22,0, freie Oeffnung 20,0.

Oxyn. $f_D = 100$. (D.R.P. Nr. 154910. Fig. 214).

$r_1 = +$	34,99	$d_1 = 0,67$
$r_2 = +$	20,83	$d_2 = 4,17$
$r_3 =$	∞	$d_3 = 5,83$
$r_4 = -$	36,67	$d_4 = 0,42$
$r_5 = +$	28,25	$d_5 = 3,17$
$r_6 = -$	266,06	$d_6 = 0,42$
$r_7 = +$	19,16	$d_7 = 6,67$
$r_8 = -$	30,19	

Linsendurchmesser 22,3. Oeffnungsverhältnis 1 : 4,5.

Die Blende befindet sich in der zweiten Luftlinse.

Die Konstanten der Glassorten (Brechungsquotienten für die Fraunhoferschen Linien D und $G' = H\gamma$) sind hierbei für die fünf Linsen der Reihe nach die folgenden:

$n_D = 1,54890$	$n_{G'} = 1,56547$ (Silikatileichtflint),
$n_D = 1,61340$	$n_{G'} = 1,62736$ (schwerstes Barytkron),
$n_D = 1,55019$	$n_{G'} = 1,56597$ (Silikatileichtflint),
$n_D = 1,53780$	$n_{G'} = 1,55143$ (Silikatglas),
$n_D = 1,61340$	$n_{G'} = 1,62736$ (schwerstes Barytkron).

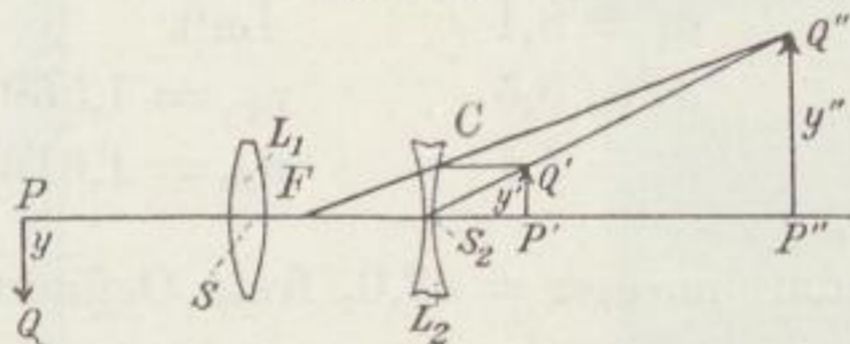
146. Das Teleobjektiv.

Unter einem Teleobjektiv verstehen wir eine Kombination einer positiven und einer negativen Linse in einem derartigen Abstand e , daß die Kombination von einem entfernten reellen Objekt ein umgekehrtes reelles Bild entwirft.

In der Fig. 215 seien die beiden Bestandteile L_1 und L_2 als sehr dünn angenommen. Der positive Bestandteil (das Telepositiv) habe den Scheitel S , die Brennweite f_1 und die Brechkraft D_1 , während die entsprechenden Größen für den negativen Bestandteil S_2 , f_2 und D_2 seien, wo

das negative Vorzeichen der letzten beiden Größen schon berücksichtigt sein soll. Von einem Objekt $PQ = y$ werde mittels des Systems L_1 das reelle Bild $P'Q' = y'$ entworfen für den Fall, daß das System L_2 , nämlich die Negativlinse, mit dem vorderen Brennpunkt F nicht vorhanden wäre. In der Fig. 215 ist nun nach der für dünne Linsen

Fig. 215.



gültigen Konstruktion das Bild $P''Q'' = y''$ gezeichnet, welches das System L_2 von y' entwirft, indem man $Q'C$ achsenparallel zieht und durch C und F eine Gerade legt, welche die Verlängerung von $Q'S_2$ in Q'' schneidet. Evident liegt der Punkt Q'' nur dann rechts von L_2 , d. h. es entsteht nur dann ein reelles Bild y'' , wenn die Strecke $S_2F > S_2P'$, eine Bedingung, die wir jetzt formulieren wollen. Setzen wir die reziproke Strecke PS (d. h. die Vergenz des Punktes P) gleich P , so ist

$$P + \frac{1}{SP'} = D_1$$

und demnach wegen $SS_2 = e$

$$S_2P' = SP' - e = \frac{1}{D_1 - P} - e \quad \dots \quad (1)$$

und die obige Bedingung wird wegen $S_2F = \frac{1}{D_2}$

$$\frac{1}{D_2} > \frac{1}{D_1 - P} - e \quad \dots \quad (2)$$

Außerdem muß natürlich noch die rechts von dem $>$ -Zeichen stehende Größe positiv sein, d. h. es muß die Negativlinse zwischen y' und der Linse L_1 stehen. Den Ort des definitiven Bildes y'' finden wir nach den Regeln über die Abbildung durch eine dünne Negativlinse aus:

$$\begin{aligned} \frac{1}{S_2P''} &= \frac{1}{S_2P'} - \frac{1}{FS_2} \\ &= \frac{D_1 - P}{1 - e(D_1 - P)} - D_2 \end{aligned}$$

oder

$$\frac{1}{S_2P''} = \frac{D_1 - P - D_2 + eD_2(D_2 - P)}{1 - e(D_1 - P)} \quad \dots \quad (3)$$

Soll die Abbildung naturgetreu sein, d. h. soll das Objekt y so abgebildet werden, daß das Photogramm von einem Auge mit der Refraktion L betrachtet dasselbe Netzhautbild liefert, wie das in der Entfernung $\frac{1}{P}$ befindliche Objekt y , so ist nach Gleichung (42) auf S. 35 des Buches „Die naturgetreue photographische Abbildung“ folgende Beziehung gültig, wenn man auf nachherige Vergrößerung verzichtet:

$$e = \frac{L + P + D_2 - D_1}{D_2 (D_1 - P)} \quad \dots \quad (3a)$$

Unter Benutzung dieser Gleichung wird Gleichung (3)

$$S_2 P'' = \frac{1 - e (D_1 - P)}{L} \quad \dots \quad (4)$$

Auch die Bedingungen für die Telestellung der beiden Systeme können wir jetzt in sehr einfacher Form angeben.

Die Bedingung, daß die rechte Seite der Ungleichung (2) positiv sein muß, führt zu der Forderung:

$$\frac{1}{D_1 - P} - e > 0$$

oder

$$D_2 - e D_2 (D_1 - P) > 0$$

oder unter Berücksichtigung von Gleichung (3a)

$$D_1 - P - L > 0$$

oder schließlich

$$D_1 > L + P \quad \dots \quad (5)$$

während die Ungleichung (2) in die selbstverständliche Bedingung

$$L > 0$$

übergeht.

Wir haben also das Resultat: Bei einem Teleobjektiv muß die Brechkraft des Telepositivs größer sein als die Summe der Refraktionen des das Photogramm und des das Objekt betrachtenden Auges.

Aufgabe 108: Die Bestandteile eines Teleobjektivs haben die Brechkräfte $D_1 = 5$ und $D_2 = 15$. Das zu photographierende Objekt habe die Entfernung $\frac{1}{P} = 2$ m und das Photogramm soll aus der Entfernung 1 m betrachtet werden. Wie groß ist die Entfernung e der beiden Systeme und die Bildgröße y'' sowie die Entfernung $S_2 P''$ des Bildes y'' von der Negativlinse?

Lösung: Aus Gleichung (3a) folgt, da jetzt $L = 1$ und $P = \frac{1}{2}$ ist:

$$e = \frac{23}{135} m = 17 \text{ cm}$$

und Gleichung (4) ergibt

$$S_2 P'' = 23 \text{ cm,}$$

während aus Gleichung (10) in § 141 $y'' = \frac{y}{2}$ folgt.

Aufgabe 109: Wie groß ist das Oeffnungsverhältnis des Teleobjektivs gemäß Aufgabe 108, wenn man eine Oeffnung von 1 cm annimmt?

Lösung: Die Brechkraft D der Kombination erhält man aus Gleichung (X) § 33, wenn man dort D_2 durch $-D_2$ ersetzt. Nämlich

$$D = D_1 - D_2 + e D_1 \cdot D_2 = -10 + \frac{23}{135} \cdot 75 = 2 \frac{7}{9} \text{ Dptr.} \quad (6)$$

was einer Brennweite von 36 cm entspricht.

Das Oeffnungsverhältnis ist also $\frac{1}{36}$.

Das in der letzten Aufgabe errechnete Oeffnungsverhältnis ist jedoch nicht maßgebend für die Helligkeit, da es hier sich nicht um entfernte Objekte handelt, sondern um Einstellung auf 2 m. Wir müssen hier vielmehr auf die allgemeingültige Gleichung (15) des § 141

$$H = c \cdot \pi m^2 \rho^2 L^2$$

zurückgreifen, in der, da auf nachträgliche Vergrößerung verzichtet wird, $m = 1$ zu setzen, ist, so daß man hat:

$$H = c \pi \rho^2 L^2 \quad (6a)$$

Hätte es sich um die Aufnahme entfernter Objekte gehandelt, so wären allerdings die Größen L und D einander gleich, wie man aus der Gleichung (9) des § 141

$$D = mL + \frac{P}{B}$$

ersieht, wenn man darin $m = 1$ und $P = 0$ setzt. Im letzteren Falle ist

$$\rho D = \rho L = \frac{M}{2},$$

wo M wieder das Oeffnungsverhältnis darstellt. Bezeichnet man die Helligkeit für entfernte Objekte mit H_∞ , so liefern die letzten Gleichungen:

$$H_\infty = c \pi \rho^2 D^2 = c \pi \cdot \frac{M^2}{4}.$$

Die Gleichung (6a) kann man nun schreiben:

$$H = H_{\infty} \left(\frac{L}{D} \right)^2,$$

woraus man die Verschiedenheit der Helligkeiten naher und ferner Objekte beurteilen kann.

In der letzten Aufgabe war $L = 1$ angenommen und $D = 2 \frac{7}{9} D_{\text{ptr}}$ berechnet, so daß man hat:

$$H = H_{\infty} \cdot \left(\frac{9}{25} \right)^2 = H_{\infty} \cdot 0,13.$$

Die Helligkeit bei der Einstellung auf 2 m ist also nur etwa der 7. Teil von der bei Einstellung auf Unendlich.

Auch bezüglich der Tiefe gelten die allgemeinen in § 139 und 141 angegebenen Beziehungen.

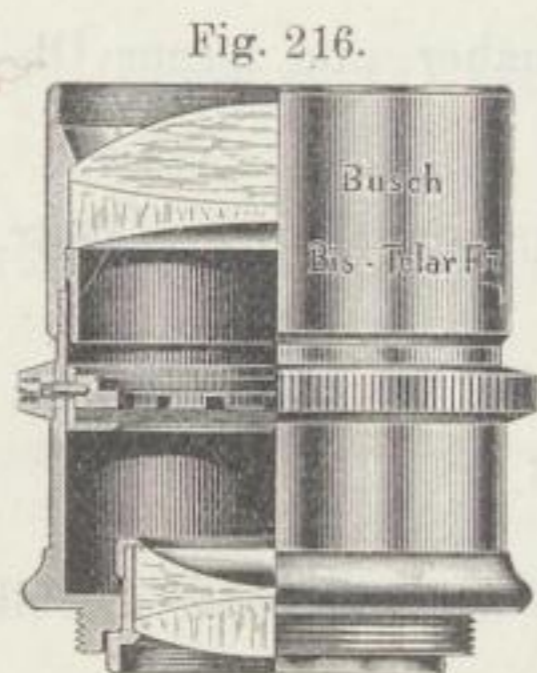
Das Teleobjektiv bietet den Vorteil, daß man ohne nachherige Vergrößerung ($m = 1$) für gegebene Größen L und P und für zwei vorhandene Teilsysteme mit den Brechkraften D_1 und D_2 naturgetreue Aufnahmen machen kann, indem man aus Gleichung (3a) die zugehörige Entfernung e berechnet. Gewöhnlich benützt man allerdings das Teleobjektiv zur Aufnahme ferner Objekte, wobei man der Brechkraft D des Objektivs und damit der Größe L relativ kleine Werte gibt. Man sollte das Photogramm alsdann aus relativ großer Entfernung betrachten, was man jedoch meist nicht tut. Man betrachtet vielmehr das verhältnismäßig stark vergrößerte Bild aus nächster Nähe und benützt so das Teleobjektiv gewissermaßen als einen vergrößernden Registrierapparat.

147. Moderne Teleobjektivkonstruktionen. Das Bis-Telar von Busch und das Magnar von Zeiß.

In neuerer Zeit hat man Teleobjektive konstruiert, bei denen man auf die, wie oben gezeigt, sehr wichtige Veränderlichkeit der Brennweite verzichtet hat.

Es leuchtet ohne weiteres ein, daß es unmöglich ist, eine Kombination aus einem sammelnden und einem zerstreuenden Bestandteil mit veränderlichem optischen Intervall für mehr als einen Abstand zwischen den Komponenten auf Bildschärfe zu korrigieren, und es war deshalb ein durchaus naheliegender Gedanke, die Veränderlichkeit der Brennweite aufzugeben und dafür eine gegenüber den alten Teleobjektiven ganz erheblich verbesserte Bildschärfe — auch bei voller Oeffnung des Instrumentes — einzutauschen. Die Korrektur der sphärischen Abweichung

und die gleichzeitige Erfüllung der Sinusbedingung — wodurch die Komafreiheit in erster Annäherung gewährleistet wird — bot auch bei dem Typ eines Teleobjektivs keine besonderen Schwierigkeiten; miß-



licher schon war die Beseitigung von Astigmatismus und Bildwölbung; doch gelang es, auch diese Bildfehler praktisch zu heben. Die beiden hier in Frage kommenden Teleobjektive sind das Bis-Telar der Firma Busch in Rathenow, berechnet von K. Martin, und das Magnar der Firma Karl Zeiß in Jena.

Das Bis-Telar gibt bei voller Oeffnung ($F:7$) eine Auszeichnung, die der eines guten Aplanaten bei gleicher Oeffnung kaum nachstehen soll (Fig. 216).

Konstruktionsdaten (D.R.P. a.). (Beispiel aus der Patentanmeldung.)

$R_1 = + 29,74$		n_D	n_G
$R_2 = - 157,38$	$d_1 = 3,84$	1,61358	1,62783
$R_3 = + 50,25$	$d_2 = 1,49$	1,61358	1,63562
	$\Delta = 36,67$		
$R_4 = - 19,32$	$d_1 = 1,92$	1,53000	1,54100
$R_5 = + 480,00$	$d_2 = 4,80$	1,51000	1,52180
$R_6 = - 28,42$			

$F = 240$ mm, Oeffnung $F:8$.

Bei der Darstellung der Aberrationen schiefer Büschel für Teleobjektive sollte man diese Aberrationen nicht in der Abhängigkeit von der objektseitigen Hauptstrahlneigung w , sondern von der bildseitigen w' darstellen, da eine zahlenmäßige Beziehung des Bildwinkels zu dem für die Leistung des Objektivs maßgebenden Objektwinkel stets nur durch umfangreiche Rechnungen zu ermitteln ist und deshalb ein Vergleich verschiedener Typen außerordentlich erschwert ist. Man soll deshalb für die Darstellung auch hier stets den (halben) Objektwinkel w zugrunde legen. Wohl aber ist es zu rechtfertigen, wenn man für seine Einheit ein größeres als das für normal gebaute Objektive übliche Koordinatenintervall wählt, weil sonst, wegen der Kleinheit der beim Teleobjektiv benutzten Winkel, die Kurven zu winzig werden.

Nachstehend werden die Konstruktionsdaten und Kurven für das der Firma Karl Zeiß durch D.R.P. Nr. 227 112 geschützte Fernobjektiv „Magnar 1:10“ (Fig. 217) wiedergegeben:

$r_1 = + 15,7$	$d_1 = 2,1$
$r_2 = - 14,3$	$d_2 = 0,9$
$r_3 = + 114,0$	$b_1 = 0,3$
$r_4 = - 7,7$	$b_2 = 21,1$
$r_5 = + 11,1$	$d_3 = 0,5$
$r_6 = - 11,1$	$d_4 = 1,6$
$r_7 = - 77,2$	$d_5 = 0,9$

$L_1 : n_D \ 1,59133$

$L_2 : n_D \ 1,62350$

Die Aberrationen des achsenparallelen Büschels für die D-Linie sind genau in der üblichen Weise wiedergegeben (Fig. 218), die astigmati- schen Abweichungen (Fig. 219) und die Verzeichnung (Fig. 220) aber so, daß einem Grad der objektseitigen Hauptstrahlneigung w eine Ko- ordinatenlänge von 20 mm entspricht, gegenüber den sonst üblichen 4 mm.

Fig. 217.

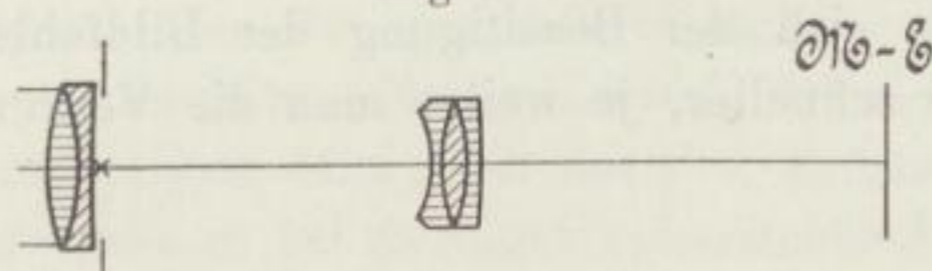


Fig. 218.

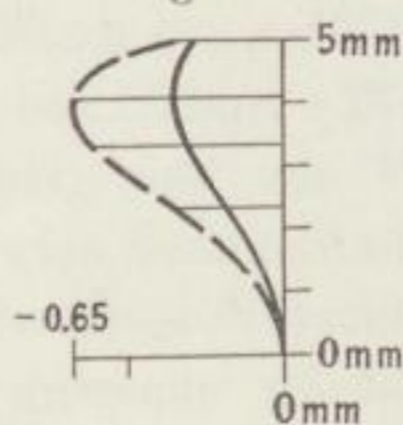


Fig. 220.

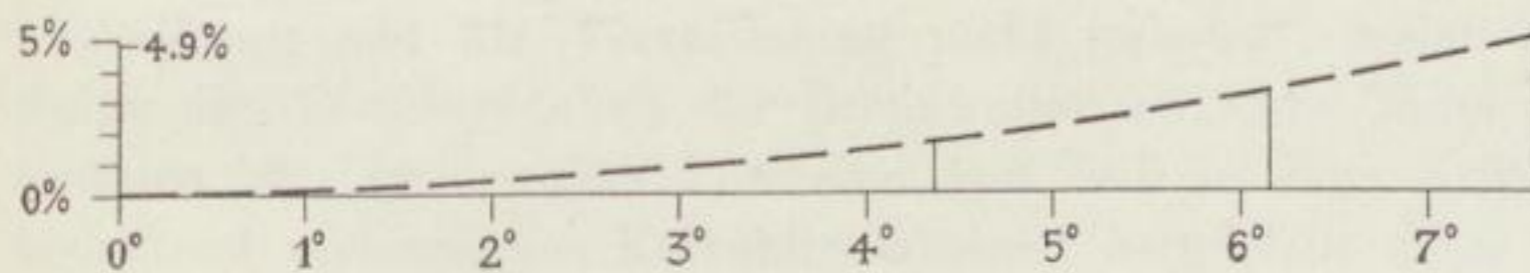
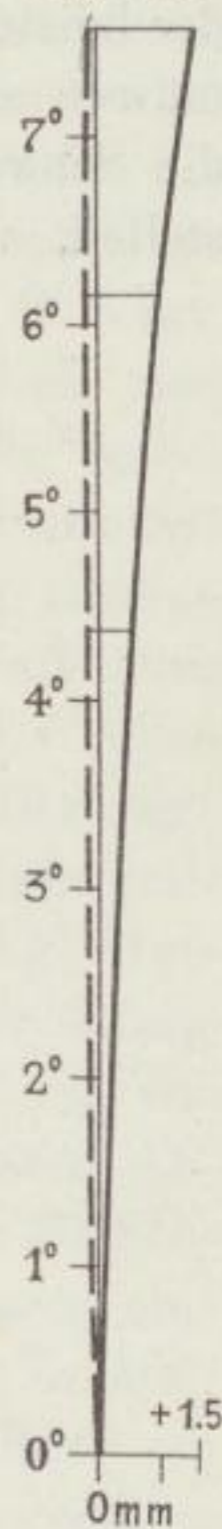


Fig. 219.



Die Kurven 219 und 220 sind für den Winkelbereich gezeichnet, bis zu denen das Magnar 1 : 10 in der Praxis benutzt wird. Man sieht, daß in diesem Bereiche der Astigmatismus den Wert von 1,5 % der Gleichen, Die Theorie der modernen optischen Instrumente.

Brennweite kaum überschreitet, daß die Bildebnung nahezu erreicht ist, und daß sich die Verzeichnung dem Betrage nach in den Grenzen hält, die bei Satzlinen mit Vorderblende innerhalb ihres Anwendungsbereiches vorkommen, aber kissenförmig ist, während sie bei Satzlinen tonnenförmig ist. Die Aberrationen des achsenparallelen Büschels (Kurve 218) sind für die Oeffnung 1:10 sehr mäßige zu nennen.

In der Fig. 217 ist außer dem Querschnitt des Objektivs für $f = 100$ mm noch die Lage der Mattscheibenebene (M.E.) bei Einstellung auf ferne Objekte angedeutet. Man sieht daraus, daß der Abstand zwischen der Frontfläche des ganzen Systems und der Mattscheibe nur etwa gleich der Hälfte der Brennweite ist, da Abstand zwischen hinterem Linsenscheitel und Mattscheibe nur wenig länger als ein Viertel der Brennweite ist. Die Verkürzung der Achsenlängen, die den Hauptvorteil der Teleobjektive vor normal gebauten Objektiven ausmacht, weil sie die Verwendung langer Brennweiten an kurz gebauten Kameras erlaubt, ist also schon ziemlich weit getrieben. Zu einer gerechten Beurteilung der Leistung verschiedener Teleobjektive nach den Korrektionsdarstellungen müssen aber diese Verkürzungen unbedingt mit angegeben werden; denn die Schwierigkeiten, die sich der Beseitigung der Bildfehler entgegenstellen, wachsen um so schneller, je weiter man die Verkürzung treibt.

Kapitel XV.

Ophthalmologische Optik.

148. Brillengläser. Allgemeines.

Bei der Darstellung der Dioptrik des Auges im Kapitel VI haben wir bereits auf die Verwendung und Wirkungsweise der Brillen im allgemeinen hingewiesen. Jedes zentrierte System brechender Kugelflächen von passender Brechkraft kann als Brille dienen, indem es die Refraktion des Auges in gewünschter Weise ändert. Im allgemeinen Gebrauch sind schon aus Rücksichten des geringen Gewichtes und billigen Preises die Brillengläser in der Form dünner Linsen. Diese letzteren sind entweder bikonvex und zeigen dann, wie aus den Erörterungen des § 47 folgt, starken Astigmatismus bei geringer sphärischer Aberration, oder sie sind meniskenförmig mit der hohlen Seite dem Auge zugewandt, wobei der Astigmatismus verringert, die sphärische Aberration jedoch vermehrt erscheint. Beide hier in Frage kommenden dioptrischen Fehler machen sich jedoch erst bei Gläsern von verhältnismäßig starker Brechkraft (etwa von 10 Dioptrien an) bemerkbar. Die meniskenförmigen Gläser (auch periskopische genannt), sind von Wollaston angegeben. Derartige Gläser lassen sich für eine bestimmte Strahlenneigung astigmatisch vollständig korrigieren. Derartige Vorschläge sind von Tscherning, Ostwald und Percival gemacht worden. Große praktische Bedeutung haben jedoch diese Gläser nicht erlangt, weil mit der Aufhebung des Astigmatismus allein ohne entsprechende Herabsetzung der anderen Abbildungsfehler noch nicht viel gewonnen ist. Namentlich sind die Farbenabweichung und die Verzeichnung nicht gehoben, welche letztere eine Folge der Verschiedenheit der Brennweiten zwischen Rand und Zentralstrahlen ist. In neuester Zeit sind von Zeiß in Jena Brillengläser mit bedeutend verbessertem Korrektionszustand hergestellt unter Verwendung natürlich vermehrter optischer Mittel, die in einem Falle in der Verwendung zweier verkitteter Linsen, in dem anderen in der Anordnung einer von der Kugelgestalt abweichenden Fläche besteht. Als Kreuzungspunkt der Hauptstrahlen, längs derer die Korrektion geschieht,

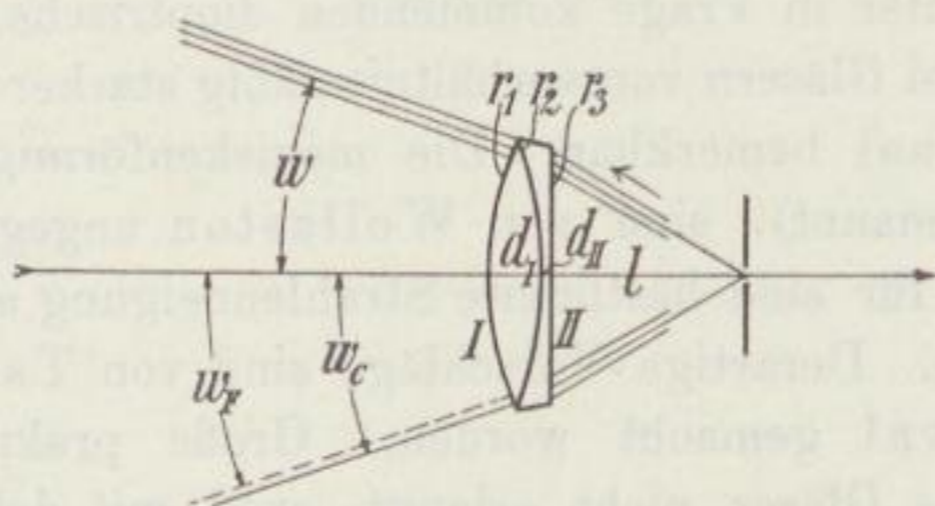
ist nach Gullstrand der Drehpunkt des menschlichen Auges gewählt, der etwa 3 cm hinter dem Scheitel des Brillenglases liegt.

149. Achromatische Brillengläser von Zeiß.

Von der Firma Zeiß (D.R.P. Nr. 219 895) sind stark sammelnde achromatische Brillengläser konstruiert, wie sie für aphakische Augen erforderlich sind. Bei denselben ist auch der Astigmatismus gehoben. Die betreffenden Korrekturen sind, wie oben schon erwähnt, auf den Ort des Augendrehpunktes bezogen, der sich in etwa 3 cm Abstand vom Brillenglase befindet.

Die Fig. 221 und 222 stellen zwei Ausführungsbeispiele dar. w_C und w_F stellen die Neigungswinkel der roten und blauen Komponenten dar, die auf der Objektseite den zur Achromatisierung ausgewählten bildseitigen Hauptstrahlen entsprechen, oder für weit entfernte Objekte sind statt dieser Winkel die Abstände h_C und h_F von der Achse angegeben, in denen diese Komponenten die Objektebene durchstoßen. Außerdem sind die Neigungswinkel w dreier Hauptstrahlen auf der Objektseite und die Schnittweiten s_s' und s_t' der denselben Hauptstrahlen auf der Bildseite zugehörigen sagittalen und meridionalen Bündel, d. h. die Abstände von den Austrittsstellen der Bündel bis zu ihren Schnittflächen angegeben.

Fig. 221.



Brennweite 91,02 mm. Stärke 11 Dioptrien. Objekte weit entfernt.

$$n_{DI} = 1,51633 \quad \nu_I = 64,1 \quad n_{DII} = 1,60291 \quad \nu_{II} = 38,1$$

$$r_1 = 40,92 \text{ mm} \quad r_2 = 50,0 \text{ mm} \quad r_3 = \infty$$

$$d_I = 7,0 \text{ mm} \quad d_{II} = 1,0 \text{ mm} \quad l = 25,0 \text{ mm}$$

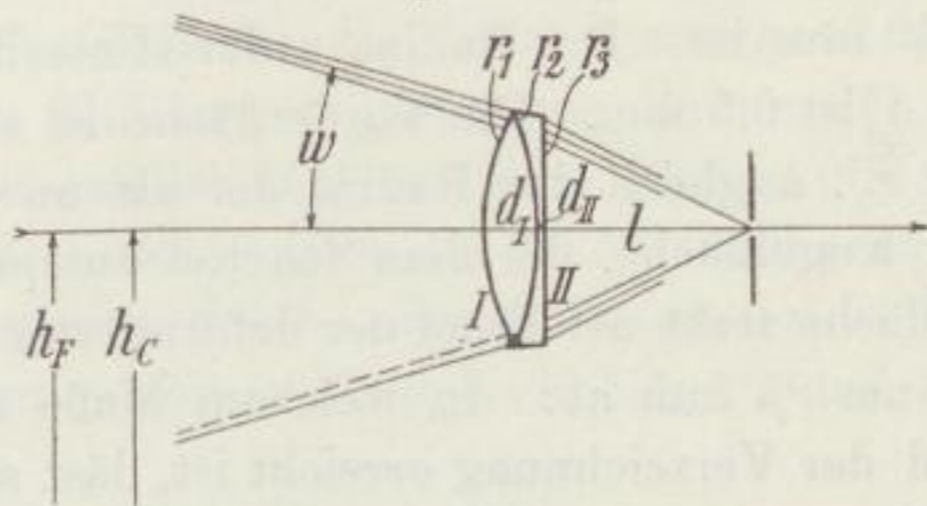
$$w_C = 19,353^\circ \quad w_F = 19,352^\circ$$

$$w = 0^\circ \quad 13,481^\circ \quad 19,347^\circ$$

$$s_s' = 85,09 \text{ mm} \quad 87,84 \text{ mm} \quad 92,10 \text{ mm}$$

$$s_t' = 85,9 \text{ mm} \quad 86,13 \text{ mm} \quad 94,45 \text{ mm}$$

Fig. 222.



Brennweite 69,04 mm. Stärke 14,5 Dioptrien. Ebenes, zur Achse senkrecht
 rehtes Objekt, 315 mm von der Linse entfernt.

$n_{DI} = 1,51687$	$\nu_I = 64,1$	$n_{DII} = 1,59633$	$\nu_{II} = 39,6$
$r_1 = 31,93 \text{ mm}$	$r_2 = 43,21 \text{ mm}$	$r_3 = \infty$	
$d_I = 7,0 \text{ „}$	$d_{II} = 0,5 \text{ „}$	$l = 25,0 \text{ mm}$	
$h_C = 109,34 \text{ mm}$	$h_F = 109,13 \text{ mm}$		
$w = 0^\circ$	$11,370^\circ$	$16,343^\circ$	
$s'_s = 82,95 \text{ mm}$	$84,81 \text{ mm}$	$88,34 \text{ mm}$	
$s'_t = 82,85 \text{ „}$	$82,57 \text{ „}$	$92,06 \text{ „}$	

150. Die deformierten Menisken der Firma Zeiß.

Durch Deformation einer Fläche ist es der Firma Zeiß in Jena gelungen, die Brennweitendifferenz zwischen Rand- und Zentralstrahlen bedeutend herabzusetzen, wodurch die Verzeichnung und damit auch die Verschiedenheit der Vergrößerung zwischen paraxialen und schief einfallenden Bündeln praktisch gehoben wird. Die Korrektion geschieht auch hier mit Bezug auf den Drehpunkt des Auges. In den Fig. 223 und 224 sind zwei derartige Brillengläser dargestellt.

Das erste ist ein Fernglas für ein stark myopisches Auge, das zweite ein Lese-
 glas für ein stark hypermetropisches oder ein aphakisches Auge.

Fig. 223.

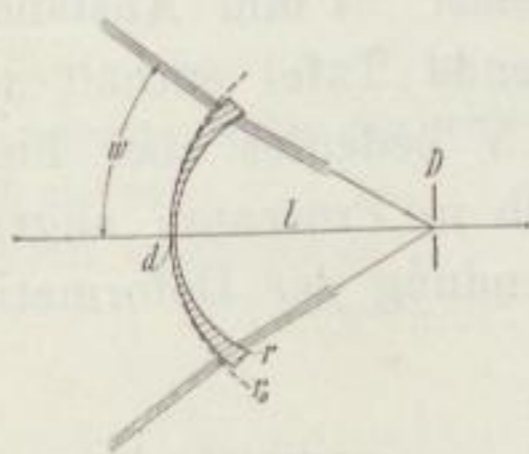
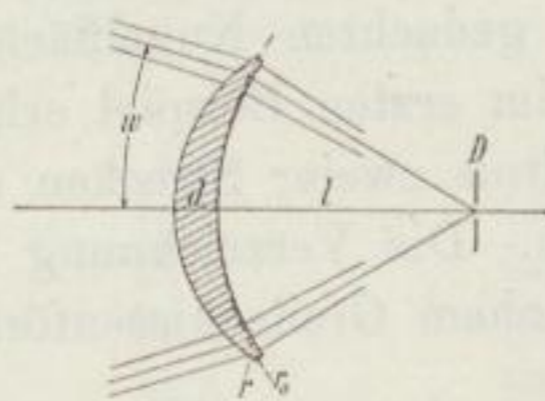


Fig. 224.



Der zerstreue Meniskus nach Fig. 223 besteht aus Glas vom Brechungsexponenten 1,52. Er hat 100 mm Brennweite; seine Stärke beträgt also 10 Dioptrien. Es ist außer großer Entfernung der Objekte

eine enge Hinterblende D angenommen, deren Abstand l vom Scheitel der Hinterfläche 30 mm ist. Der Radius r der Hinterfläche ist 15,8 mm. Die Scheiteldicke d ist 0,5 mm. Die Vorderfläche ist schwach deformiert. Ihr Scheitelradius r_0 , zugleich der Radius der als unwirklich nur punktiert gezeichneten Kugelfläche, die dem Scheitel entspricht, ist 23,0 mm. Von dieser Kugelfläche steht der Rand der deformierten Fläche bei 32 mm Durchmesser nur um $\frac{1}{4}$ mm ab. In welchem Maße die Korrektur des Astigmatismus und der Verzeichnung erreicht ist, läßt sich aus der folgenden Zusammenstellung ersehen. Sie enthält für mehrere Neigungen w des eintretenden Büschels erstens im Hinblick auf die astigmatische Korrektur die Schnittweiten s_s' der sagittalen und s_t' der meridionalen Komponente des austretenden Büschels, d. h. die Abstände von der Austrittsstelle bis zu den Schnittstellen, und zweitens hinsichtlich der Korrektur der Verzeichnung, die ohne Anwendung der Deformation stark tonnenförmig ist, das sog. Vergrößerungsverhältnis V , in diesem Fall das Verhältnis des angularen Abstandes des Objektpunktes und des linearen Abstandes des Bildpunktes von der optischen Achse.

$w = 0^\circ$	26,265°	37,201°
$s_s' = 99,26$ mm	109,29 mm	101,82 mm
$s_t' = 99,26$ "	97,88 "	102,73 "
$V = 100,00$ "	99,01 "	98,31 "

Der sammelnde Meniskus nach Fig. 224 ist aus Glas vom Brechungs-exponenten 1,655 hergestellt. Seine Brennweite beträgt 72,59 mm, seine Stärke also 13,8 Dioptrien. Es ist angenommen, daß das Objekt in einer Ebene liegt, die zur Achse senkrecht steht und 330 mm vom Scheitel der Vorderfläche entfernt ist, und daß eine enge Blende D sich in einem Abstand l von 30 mm hinter dem Scheitel der Hinterfläche befindet. Der Radius r der Vorderfläche ist 21,30 mm. Die Scheiteldicke ist 5,0 mm. Die Hinterfläche ist deformiert. Der Radius r_0 der dem Scheitel der Hinterfläche entsprechenden Kugelfläche ist 35,0. Der Rand der deformierten Fläche hat bei 34 mm Durchmesser $\frac{1}{4}$ mm Abstand von dieser gedachten Kugelfläche. Die nachstehende Tafel enthält wieder die beim ersten Beispiel erläuterten Größen. V bedeutet aber hier das Verhältnis zweier Strecken und konnte deshalb in Prozenten angegeben werden. Die Verzeichnung würde ohne Anwendung der Deformation in sehr hohem Grade kissenförmig sein.

$w = 0^\circ$	10,596°	16,123°
$s_s' = 86,66$ mm	88,27 mm	91,36 mm
$s_t' = 86,66$ "	87,19 "	93,78 "
$V = 100,00$ %	100,57 %	100,56 %

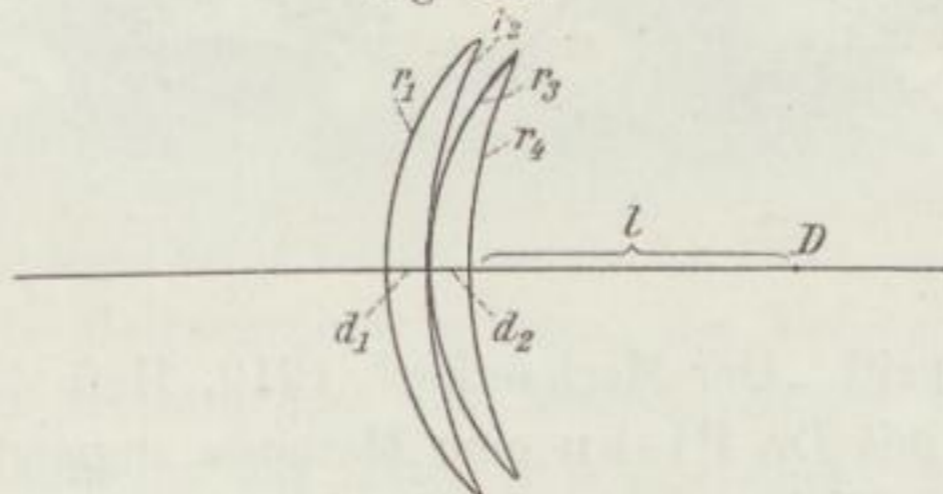
Nach einer Bemerkung in der Patentschrift Nr. 217 963 von Zeiß ist ein einfacher Meniskus für die Ferne hinreichend astigmatisch korrigiert, wenn der in Millimetern gemessene Radius der erhabenen Fläche sich als ein Bruch darstellen läßt, mit dem Zähler 1000 und einem Nenner aus zwei Summanden, deren einer die bei Sammellinsen positive, bei Zerstreuungslinsen negative Stärke des Brillenglases in Dioptrien ist und deren anderer einen positiven Wert zwischen 10 und 25 hat.

151. Die Doppelmenisken der Firma Zeiß.

Nach Art der Verantsysteme (vgl. § 75) korrigierte Kombinationen zweier Menisken, bei denen außerdem der Astigmatismus aufgehoben ist, sind in der Patentschrift Nr. 213 868 beschrieben.

In der Fig. 225 ist ein derartiges System dargestellt. Als Kreuzungspunkt ist wieder der Drehpunkt D des Auges angenommen, der die

Fig. 225.



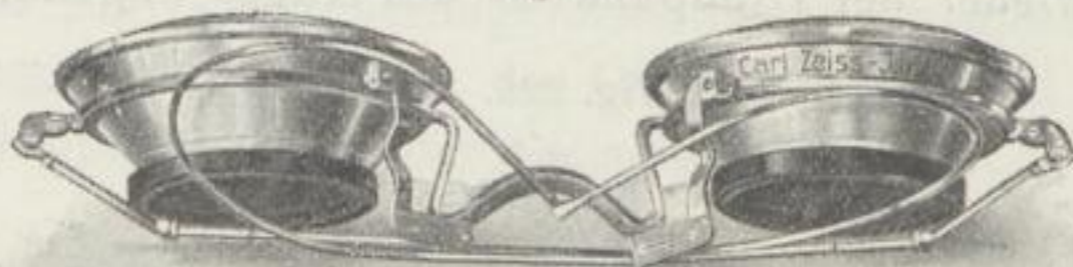
Entfernung l vom hinteren Linsenscheitel hat. Im folgenden geben wir die Konstruktionsdaten dreier verschiedener Ausführungsformen. Die beiden Menisken berühren sich in der Achse.

	I.	II.	III.
	Das System ist als Lupe zu verwenden	Das System korrigiert ein aphakisches Auge für die Ferne	Das System korrigiert ein aphakisches Auge für eine Entfernung von 300 mm
	alle Maße in Millimeter		
Brechungsexponenten der beiden Menisken	1,52	1,61	1,61
Brechkraft in Dioptrien	22,4	11	14,3
r_1	52,9	43	64,04
r_2	-300	68,2	95,64
r_3	43,7	29,2	30,5
r_4	800	38,6	46,3
d_1	4	3	3,5
d_2	4	2	2,8
l	29	26	2,6

152. Fernrohrbrillen.

Man hat schon seit langer Zeit vorgeschlagen, einfache Brillengläser durch eine Kombination nach Art des holländischen Fernrohres zu ersetzen, die also aus zwei getrennten Gläsern, einem vorderen positiven und einem hinteren negativen bestehen. Derartige Vorschläge reichen bis in das 18. Jahrhundert zurück, wie das britische Patent von Dixon Nr. 1515 vom Jahre 1785 lehrt. Bei hochgradiger Myopie, verbunden mit Sehschwäche, sind derartige Kombinationen sicherlich nützlich. Wenn derartige Kombinationen bisher keinen Eingang in die Praxis gefunden haben, so geschah dies wohl hauptsächlich wegen des hohen Gewichtes und nicht genügender Korrektur derartiger Systeme. In neuerer Zeit ist das Interesse an derartigen Konstruktionen wieder lebhafter geworden.

Fig. 226.



In der Zeitschrift „Der Mechaniker“ 1910, Heft 4—6, hat der Verfasser zusammen mit Dr. Plehn eine Methode angegeben, wie man aus der in bestimmter Weise zu messenden Sehschwäche einer Person die beiden Glieder einer solchen optischen Kombination berechnen kann, damit diese Sehschwäche ausgeglichen wird. Ferner hat v. Rohr in einer Arbeit „Zur Theorie der Fernrohrbrille“ in v. Graefes Archiv für Ophthalmologie Bd. LXXV, Heft 3, eine ausführliche Theorie dieser Gläserkombination gegeben. Die hiernach von der Firma Zeiß hergestellten Brillen sind astigmatisch korrigiert, haben, wenigstens für schwache Vergrößerung, bis etwa 1,3, noch ein genügendes Gesichtsfeld und verhältnismäßig geringes Gewicht. Eine Brille für eine Myopie von 16 Dioptrien wiegt nur 35 g; sie werden in ganzen Dioptrien von 10—20 Dioptrien hergestellt. Fig. 226 zeigt eine solche Fernrohrbrille ihrem äußeren Ansehen nach.

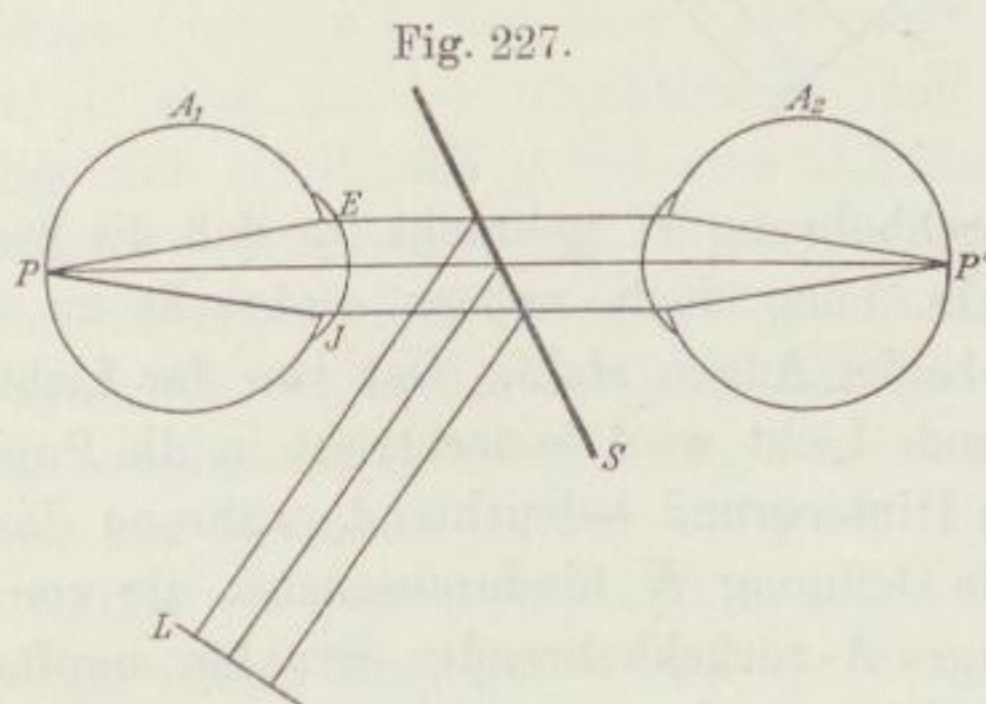
153. Augenspiegel. Allgemeines.

Unter Augenspiegel im weitesten Sinne verstehen wir alle diejenigen optischen Einrichtungen, mit denen man das Innere des Auges, insbesondere die Netzhaut betrachten kann. Diese Einrichtungen haben sehr verschiedene Bauart und Bezeichnung. In letzterer Beziehung sei

z. B. auf die Namen: Retinoskope, Ophthalmoskope, Fundoskope hingewiesen. Nachdem durch Helmholtz im Jahre 1852 der erste Augenspiegel konstruiert worden war, sind, man darf dies wohl ohne Uebertreibung behaupten, weit über hundert verschiedene derartige Apparate in wissenschaftlichen Zeitschriften und in Patentschriften beschrieben, von denen jedoch nur ein kleiner Teil weitere Verbreitung gefunden hat. In dem Werke: „Der Augenspiegel“ von Adolf Zander, Leipzig und Heidelberg 1859, sind bereits 34 verschiedene bekannte Augenspiegel dargestellt. Bei den zahlreichen Variationen, denen man dieses Instrument unterworfen hat, ist man doch, abgesehen von rein mechanischen Verbesserungen, sehr lange Zeit über die Leistungen des nur mehrere Monate nach der Helmholtzschen Entdeckung konstruierten Augenspiegels (Verwendung eines zentral durchbohrten Hohlspiegels) von Prof. Ruete nicht hinausgelangt. Erst in den letzten 20 Jahren etwa ist es entsprechend dem allgemeinen Aufschwung der konstruierenden Optik gelungen, auch dieses wichtige Instrument zu verbessern. Trotz der sehr verschiedenen Formen, welche die bekannt gewordenen Augenspiegel zeigen, beruhen dieselben doch auf nur wenigen Prinzipien, deren Klarstellung uns im folgenden beschäftigen soll.

Jeder Augenspiegel zeigt zwei wesentliche Teile: einen Beleuchtungsapparat und einen Betrachtungsapparat. Der Beleuchtungsapparat hat die Aufgabe, den Hintergrund des inneren Auges selbstleuchtend zu machen, indem Licht in das Auge hineingeschickt wird. Man unterscheidet im wesentlichen vier Arten der Beleuchtung.

1. Zwischen das Auge A_1 des Patienten und das Auge A_2 des Arztes wird eine plane Glasscheibe schräg zur optischen Achse gebracht. Wie aus Fig. 227 erhellt, wird das von der Lichtquelle L kommende Licht

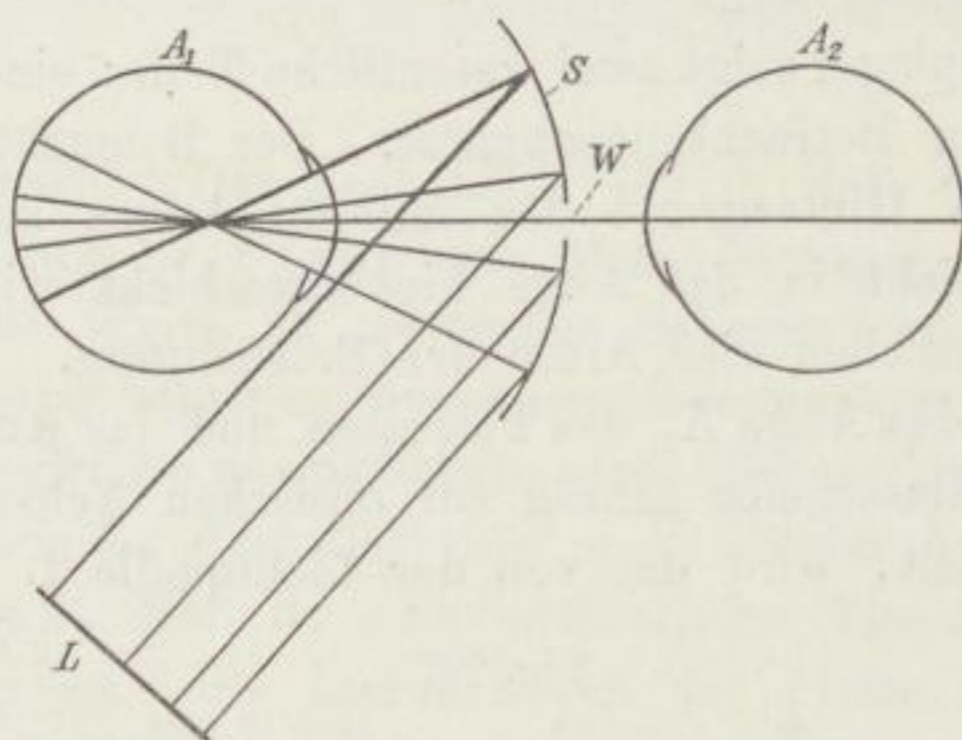


teilweise von der Glasplatte S reflektiert und gelangt parallel zur optischen Achse verlaufend durch die Pupille EJ in das Auge A_1 , wo es unter der Voraussetzung, daß Emmetropie besteht, bei P auf der Netzhaut vereinigt wird. Ein Teil des auf die Platte S fallenden Lichtes

durchdringt die letztere und geht zwischen den beiden in Frage kommenden Augen vorbei. Da Licht von verschiedenen Punkten der Lichtquelle auf die Platte S fällt, so wird nicht nur der Punkt P, sondern auch dessen Umgegend erleuchtet und also ein Teil der Netzhaut des Auges A_1 gewissermaßen selbstleuchtend gemacht. Von diesem letzteren Teil dringt nun das Licht wieder zurück durch die Pupille EJ, fällt auf die Glasplatte S, von der es teilweise nach der Lichtquelle L zurückkehrt, teilweise jedoch die Platte durchdringend, in das Auge A_2 des Arztes gelangt, wo es, falls das letztere emmetropisch ist, zu einem scharfen Bild bei P' vereinigt wird. Diese Einrichtung ist die erste gewesen, mit Hilfe deren man den Hintergrund des Auges einer systematischen Durchforschung unterzogen hat und ist, wie schon bemerkt, von Helmholtz ersonnen.

2. Nur kurze Zeit nach der Helmholtzschen Erfindung hat Ruete eine zweite Anordnung, um Licht in die Pupille eines Auges zu schicken, angegeben, die noch heute bei den meisten Augenspiegeln Verwendung findet. Zwischen die beiden Augen wird ein Hohlspiegel S (Fig. 228)

Fig. 228.



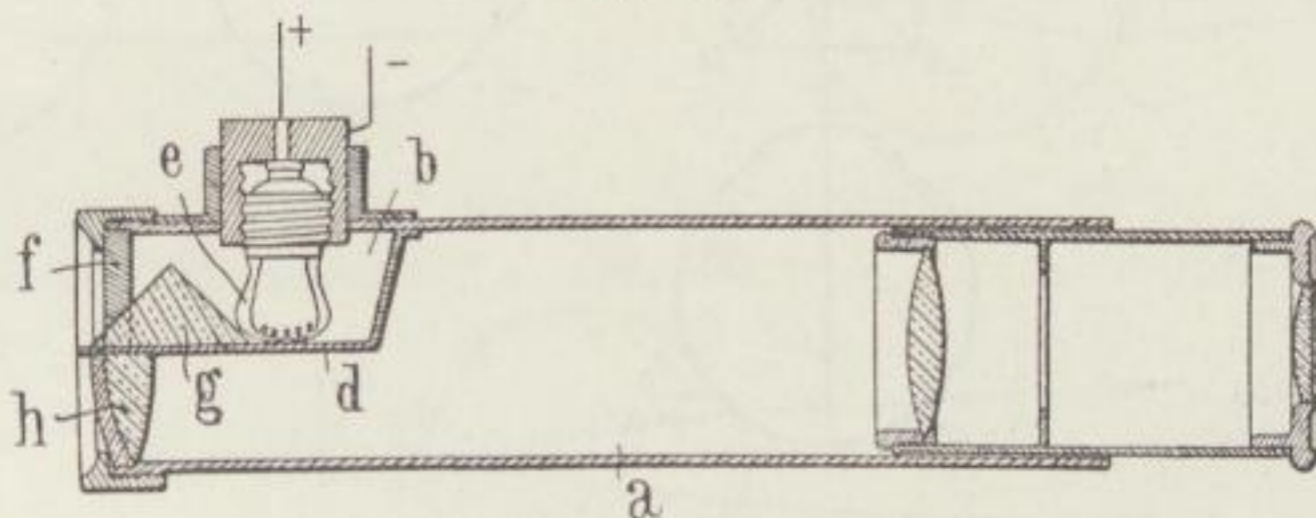
mit zentraler Durchbohrung W gebracht, so daß die kreisförmige Durchbohrung senkrecht oder doch nahezu senkrecht zu der gemeinsamen optischen Achse beider Augen steht. Das von der Lichtquelle L auf den Hohlspiegel fallende Licht wird konzentriert in die Pupille des Auges A_1 geworfen, dessen Hintergrund beleuchtend, während das Auge des Arztes durch die zentrale Oeffnung W hindurchsehend, die von der beleuchteten Netzhaut des Auges A zurückkehrenden Strahlen empfängt und so einen Einblick in dieses Auge erlangt.

3. Während bei den beiden eben angegebenen Einrichtungen das in das Auge des Patienten fallende und das zurückkehrende in das Auge des Arztes gelangende Licht wesentlich denselben Weg beschreibt, hat man auch Anordnungen ersonnen, bei denen diese Wege getrennt sind.

Es ist hier ein Tubus vorgesehen, welcher nur der Betrachtung dient, während ein zweiter, den man gewöhnlich als Lichtröhre bezeichnet, davon getrennt ist und das Licht in das Auge des Patienten hineinleitet. Die Lichtquelle besteht im letzteren Falle gewöhnlich aus einer elektrischen Glühlampe, deren Wirkung noch durch vorgeschaltete Linsen oder dahinter geschaltete gekrümmte Spiegel verstärkt werden kann. Der der Betrachtung dienende Tubus ist hierbei ebenfalls mit verschiedenen Linsen ausgestattet, die ähnlich wie ein Fernrohr wirken. Eine derartige Anordnung ist zuerst von Ulrich angegeben worden. Bemerkte sei, daß hier jedoch diejenigen Stellen der Hornhaut, durch welche das Licht hinein- und hinausdringt, nicht vollständig voneinander getrennt liegen, sondern einander überdecken. Hierdurch wird, wie weiter unten noch näher ausgeführt wird, der Entstehung von schädlichen Reflexen Vor-schub geleistet.

Eine der neuesten Konstruktionen dieser Art ist der Augenspiegel von Baum. Dieser Augenspiegel (Fig. 229) besteht aus einem Tubus a

Fig. 229.

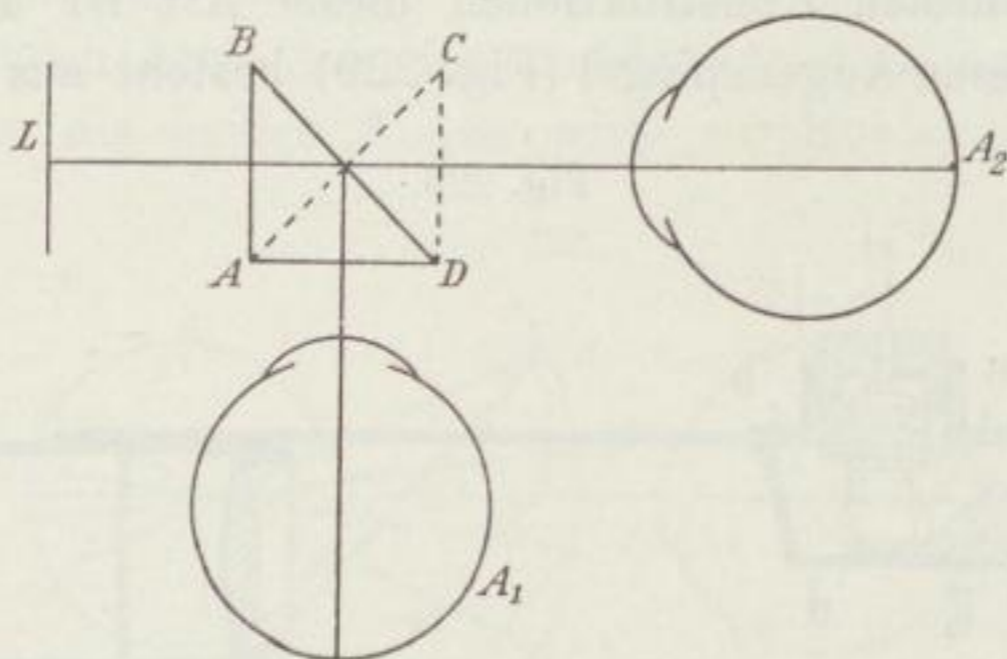


welcher seiner optischen Einrichtung nach einem Fernrohr ähnlich gebaut ist, von dessen Objektiv h die eine Hälfte entfernt ist. Mittels einer Scheidewand d wird an der Objektivseite eine Kammer b gebildet, in welcher sich ein Prisma g und eine elektrische Lampe e befindet. Die Vorderseite dieser Kammer ist durch eine Blende f abgeschlossen, welche bis unmittelbar an die Prismenfläche herantritt, dort nur einen engen Spalt für den Lichtdurchgang freilassend. Das von der Lampe ausgehende und diesen Spalt durchdringende Licht zeigt eine recht scharfe Grenze nach der Seite des halben Objektivs hin. Indem dieses Licht in die eine Hälfte der Pupille eindringt und den Augenhintergrund beleuchtet, kann man durch das Okular und durch das Objektiv h ein verhältnismäßig reflexfreies Bild erhalten.

4. Wenige Jahre nach der Konstruktion des Augenspiegels durch Helmholtz hat man auch schon versucht, diejenige Stelle der Pupille, durch welche das Licht eindringt, vollständig von der Stelle zu trennen, durch welche hindurch das von der selbstleuchtend gemachten Netzhaut

ausgehende Licht geht, welches der Beobachtung dienen soll. Eine derartige Einrichtung ist ebenfalls zuerst von Ulrich angegeben und durch Fig. 230 näher erläutert. Es sind dort zwei übereinander befindliche Glasprismen ABD und ACD , deren Querschnitt ein rechtwinkliges gleichseitiges Dreieck bildet, so miteinander verbunden, daß die eine Kathetenfläche des oberen Prismas mit einer Kathetenfläche des unteren zusammenfällt, während die beiden Hypotenusen senkrecht zueinander stehen. Nach dem bekannten Gesetz der totalen Reflexion werden nun die von der seitlich angebrachten Lichtquelle L von der Kathetenfläche BD des oberen Prismas BAD reflektiert und gelangen, die Kathete AD durchdringend, in die Pupille des zu untersuchenden Auges A_1 . Die von der Netzhaut des letzteren Auges zurückkehrenden und rechtwinklig auf die Kathetenfläche AD des unteren Prismas ACD fallenden Strahlen werden

Fig. 230.



nun wieder nach dem Gesetz der totalen Reflexion an der Hypotenusenfläche reflektiert und gelangen durch die Kathetenfläche CD hindurch in das Auge A_2 des Arztes. Die Gründe, weshalb diese letztere Einrichtung seinerzeit nicht von dem erhofften Erfolg begleitet war, werden wir weiter unten, wo wir uns mit der Bildung und der Aufhebung der Reflexe beschäftigen werden, näher erläutern.

5. Außer den angegebenen vier Methoden, den Hintergrund eines Auges zu beleuchten, hat man auch versucht, durch Anwendung sehr heller Lichtquellen durch die das Auge umgebenden Häute Licht in das Innere zu schicken.

Die Einrichtungen zur Betrachtung des Augenhintergrundes sind ebenfalls vielen Abänderungen unterworfen worden. In gewissen Fällen bedarf man gar keines optischen Apparates, in anderen verwendet man einzelne Linsen. Andererseits sind aber auch ziemlich zusammengesetzte dioptrische Einrichtungen für den gedachten Zweck konstruiert worden, deren Theorie uns unten noch weiter beschäftigen wird.

Von den verschiedenen Methoden zur Untersuchung mittels des

Augenspiegels sind zwei ganz besonders wichtig und unentbehrlich für die Praxis des Augenarztes. Es sind dies:

1. Die Untersuchung im aufrechten Bilde;
2. die Untersuchung im umgekehrten Bilde.

154. Die Untersuchung im aufrechten Bilde.

Bei den nachfolgenden Betrachtungen sehen wir von der Beleuchtungseinrichtung vollständig ab und sehen die Netzhaut des zu untersuchenden Auges als selbstleuchtend an. Wir verfolgen zunächst das von demjenigen Punkte P der selbstleuchtenden Netzhaut ausgehende Licht, in welchem diese von der optischen Achse geschnitten wird. Wie wir oben sahen, vereinigt das emmetropisch akkommodationslose Auge parallel einfallende Strahlen in einem Punkte der Netzhaut. Ebenso vereinigt das kurzsichtige Auge diejenigen Strahlen, welche von einem

Fig. 231.

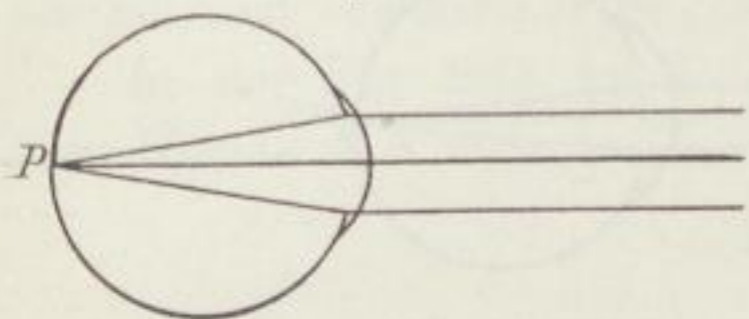


Fig. 232.

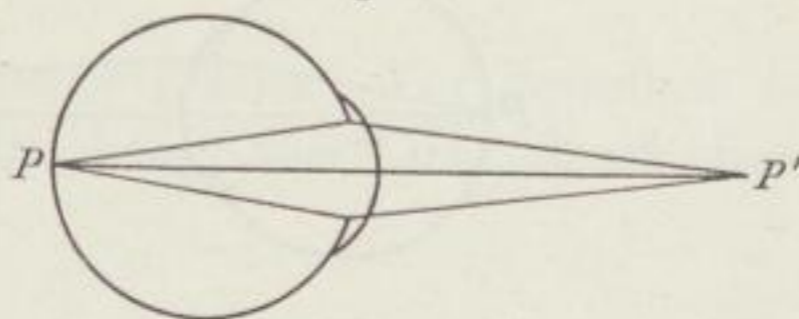
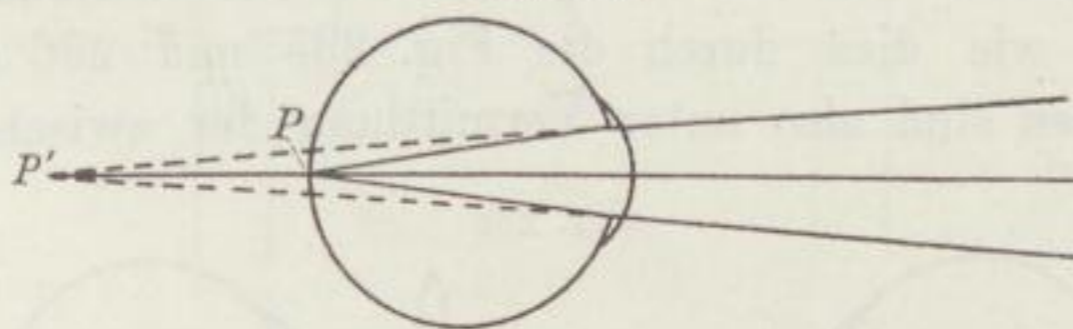


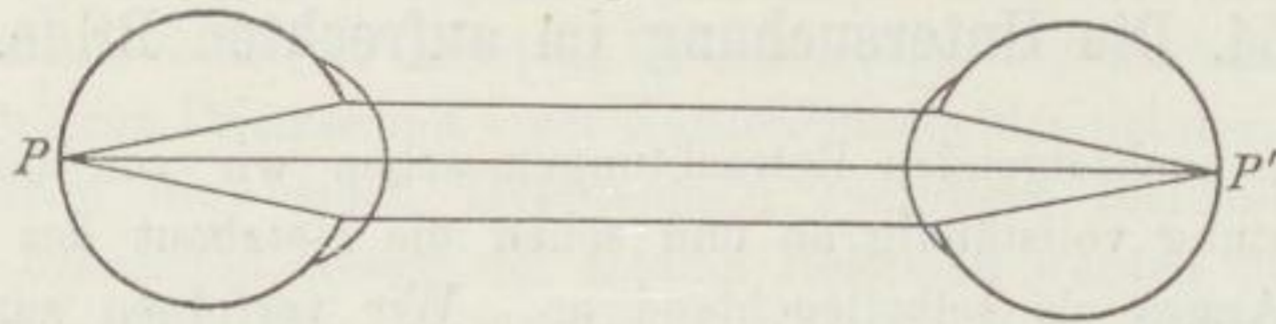
Fig. 233.



leuchtenden Objektpunkt im Fernpunkte des Auges herkommen, während das übersichtige Auge nur solche Strahlen auf der Netzhaut vereinigen kann, welche konvergent in die Pupille eindringen und nach dem virtuellen hinter dem Auge gelegenen Fernpunkt hinzielen. Nach dem Prinzip von der Umkehrbarkeit der Lichtwege können wir uns jetzt die Strahlen von einem Punkte P , der als selbstleuchtend vorausgesetzten Netzhaut ausgehend und in den Außenraum eindringend, vorstellen. Durch die Fig. 231—233 sind diese Verhältnisse näher dargestellt. Beim emmetropischen Auge (Fig. 231) verlaufen die Strahlen nach dem Austritt aus der Pupille achsenparallel, beim kurzsichtigen Auge (Fig. 232) werden sie in dem Fernpunkte P' vereinigt, der konjugiert zu P ist, während sie beim übersichtigen Auge (Fig. 233) so divergieren, als wenn sie von dem virtuellen Fernpunkte P' herkämen. Setzen wir nun

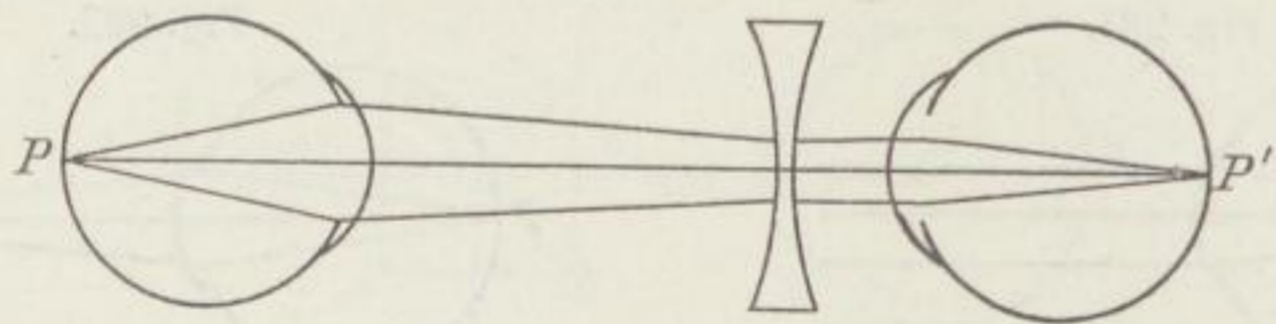
das Auge des Arztes als emmetropisch und akkommodationslos voraus, so wird derselbe, wie Fig. 234 zeigt, den Punkt P der Netzhaut deutlich sehen können, da die parallelen Strahlen sich in seinem eigenen Auge ebenfalls wieder zu einem scharfen Bildpunkt P' vereinigen. In den beiden

Fig. 234.



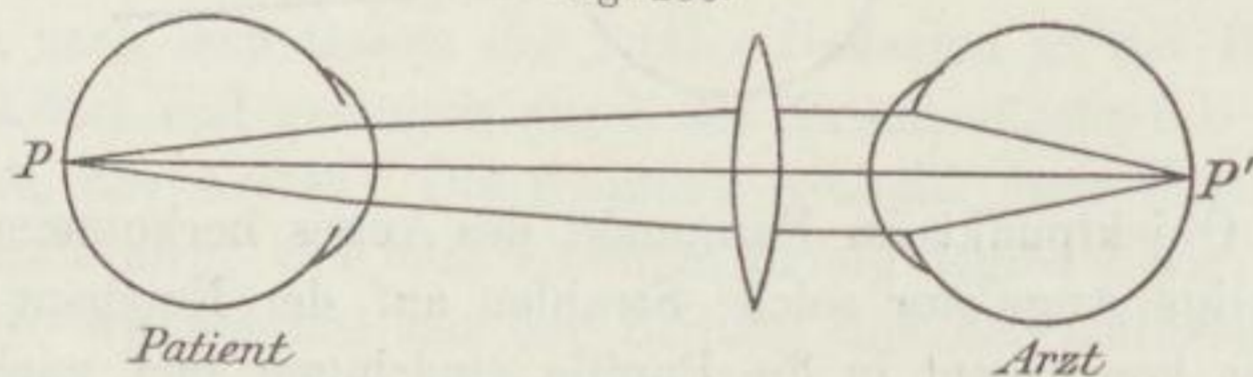
anderen Fällen müssen Vorkehrungen getroffen werden, die konvergent (Fig. 235) oder divergent (Fig. 236) aus dem Auge des Patienten austretenden Strahlen parallel zu machen. Dies geschieht beim kurzsichtigen Auge gemäß Fig. 235 durch Vorschaltung einer Negativlinse, beim über-

Fig. 235.



sichtigen Auge durch eine Sammellinse. Diese Linsen sind so anzuordnen, daß ihre Brennpunkte mit den Fernpunkten der zu untersuchenden Augen zusammenfällt, wie dies durch die Fig. 235 und 236 dargestellt ist. In diesen Figuren sind also unter Vermittlung der zwischengeschalteten

Fig. 236.



Linsen die Punkte P' und P'' konjugiert, so daß das Auge des Arztes ein scharfes Bild von der Netzhaut des Patienten erhält. Man kann bemerken, daß die Brechkraft der vorgeschalteten Linse zugleich die Refraktion des Patientenauges angibt und zwar bezogen auf den Scheitel dieser Linse. Hierauf beruht die Refraktionsbestimmung mittels des Augenspiegels.

155. Die Untersuchung im umgekehrten Bilde.

Wie Fig. 232 lehrt, entwirft ein kurzsichtiges Auge von dem leuchtenden Augenhintergrund ein reelles Bild, das natürlich umgekehrt

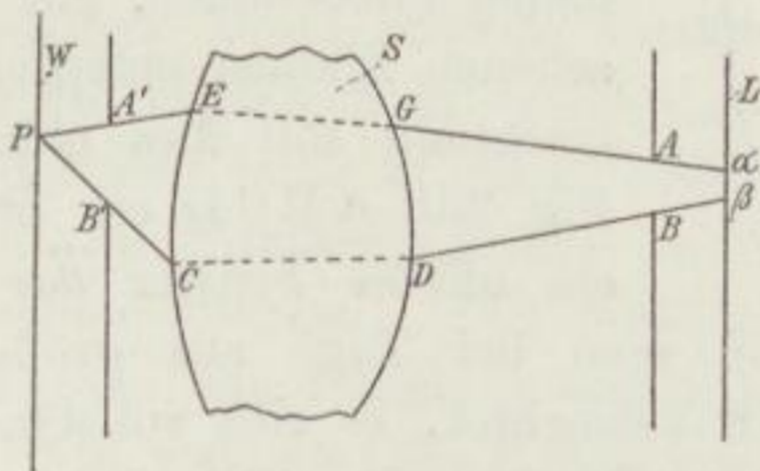
ist. Dieses Bild kann der Arzt direkt, etwa aus der deutlichen Sehweite von 25 cm betrachten und übt dann die Untersuchung im umgekehrten Bilde aus. Ist das zu untersuchende Auge nicht kurzsichtig, so kann man dieselbe Wirkung erzielen, wenn man eine Linse von passender Brennweite (etwa $f = 5$ cm) davorschaltet. Diese Linse in Kombination mit dem zu untersuchenden Auge entwirft dann ebenfalls ein umgekehrtes Bild vom Augenhintergrund. Ueber die hierbei auftretenden speziellen Umstände, Vergrößerung, Gesichtsfeld, günstigste Stellung der Vorschaltlinse vgl. des Verfassers „Einführung in die medizinische Optik“. Leipzig 1904, S. 220 u. f.

156. Satz über die Wirkung leuchtender Flächen und die Pupille als Fenster des Auges.

Wir wollen zunächst einen Satz über die Wirkungen leuchtender Flächen beweisen, der sich für die Erklärung mehrerer Erscheinungen als nützlich erweisen wird.

In der Fig. 237 sei L eine leuchtende Fläche. Vor derselben ist eine Blende AB aufgestellt. Von L aus dringt das Licht durch diese

Fig. 237.

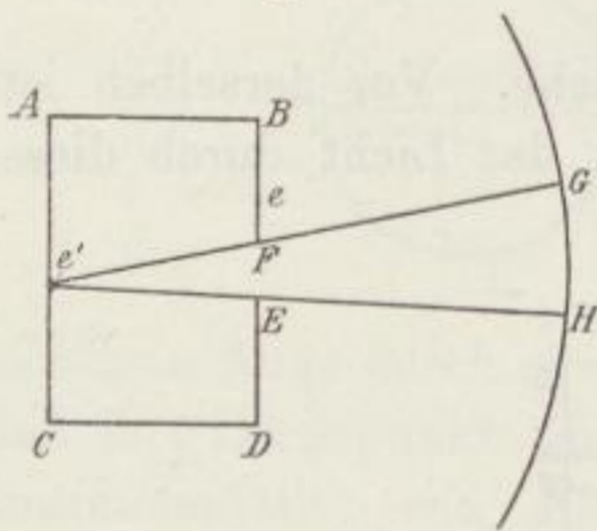


Blende und durch ein beliebig gestaltetes brechendes System S und möge schließlich auf einen Schirm W fallen. Sei ferner noch $A'B'$ das Bild der Blende AB , so ist klar, daß alles durch AB im Objektraum dringende Licht nach der Brechung durch die Blendenöffnung $A'B'$ hindurchgehen muß. Wollen wir nun die Beleuchtung auf dem Schirm W feststellen, so benutzen wir das sog. Prinzip von der Umkehrbarkeit des Lichtweges. Dieses Prinzip kann man in folgender Weise aussprechen. Durchdringt ein Strahl beliebige brechende Medien, so wird er im letzten Medium eine bestimmte Lage und Richtung haben. Läßt man nun in diesem letzten Medium einen Strahl entgegengesetzt der Lichtrichtung verlaufen, der nach Lage und Richtung mit jenem austretenden Strahl identisch ist, so durchläuft jener Strahl entgegengesetzt der Lichtrichtung genau denselben Weg wie der erste einfallende Strahl. Um nun die von der Fläche L in einem Punkte P des Schirmes W erzeugte Lichtwirkung

zu ermitteln, machen wir folgende Betrachtungen. Von den unendlich vielen von L ausgehenden und die Blende AB durchdringenden Strahlen werden eine bestimmte Anzahl den Punkt P treffen. Nach dem oben genannten Prinzip kann man diese Strahlen finden, indem man alle von P ausgehenden Strahlen, welche die Blende $A'B'$ durchdringen, zur Darstellung bringt. Soweit diese Strahlen nach Durchdringung des Systems S zu der leuchtenden Fläche L zurückführen, werden sie auch zur Beleuchtung des Punktes P beitragen. Im vorliegenden Falle sind es diejenigen Strahlen, welche in dem Raum $PCDB$ und $PEGA$ eingeschlossen sind. Diese führen sämtlich zu dem Stück $\alpha\beta$ der leuchtenden Fläche L zurück. Dieses Stück kommt also allein für die Beleuchtung des Punktes P in Betracht.

Wir wollen jetzt die Frage erörtern, weshalb die Pupille des menschlichen Auges schwarz aussieht. Es sei im voraus bemerkt, daß im Innern des menschlichen Auges durchaus nicht völlige Dunkelheit herrscht.

Fig. 238.



Für ein Geschöpf, dessen Dimensionen entsprechend gering sind, und das etwa in den Glaskörper hinein gelangen könnte, würde der Eindruck bestehen, als ob im Auge eine Helligkeit vorhanden sei, die etwa einem mäßig erleuchteten, mit dunklen Tapeten versehenen Zimmer entspricht. Die folgende Betrachtung soll dies näher erläutern. Sei in Fig. 238 $ABCD$ ein Zimmer und stelle EF ein offenes Fenster dar, so weiß jeder aus

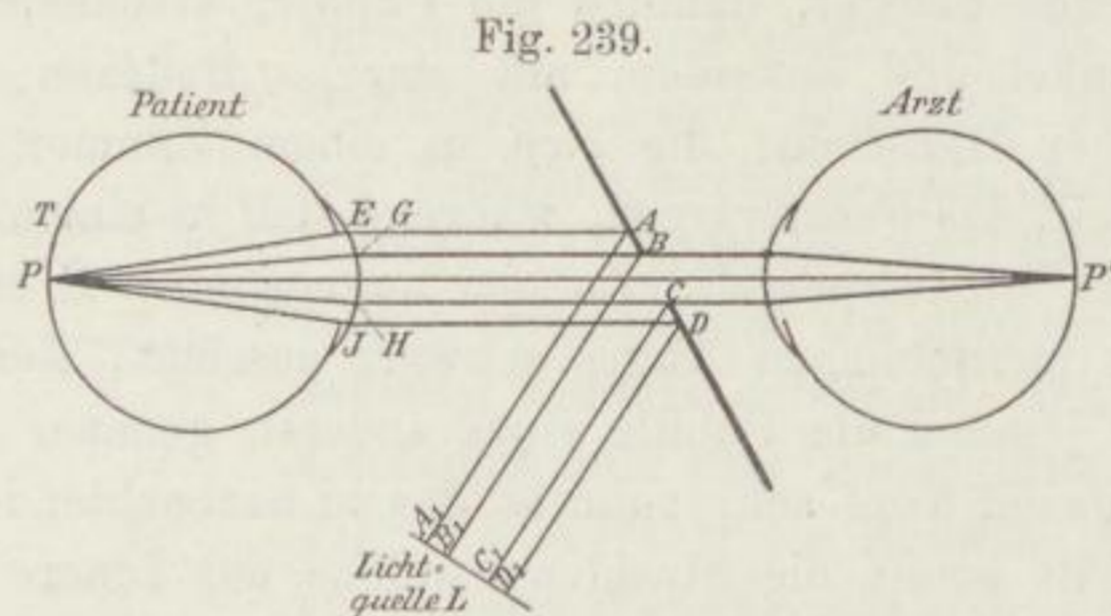
Erfahrung, daß wenn man bei Tage aus größerer Entfernung von außen das Fenster EF betrachtet, es sich vollständig schwarz von der Wand BD des Hauses abhebt. Der Grund hierfür ist einleuchtend. Betrachten wir ein kleines Flächenelement e der Wand BD , so wird es von dem Himmelsgewölbe, das in der Fig. 238 als Kreis angedeutet ist, von allen Seiten, d. h. in einem Umkreis von 180° , Licht empfangen. Ein Flächenelement e' auf der Innenwand AC wird dagegen zufolge des im vorigen Paragraphen bewiesenen Satzes nur Licht erhalten von dem Teil GH des Himmelsgewölbes, das begrenzt wird durch die von e' über E und F gezogenen Geraden. Natürlich muß man sich die in der Fig. 238 in einer Ebene gezeichnete Darstellung ins Räumliche übertragen denken. Man erkennt, daß das Element im Zimmer nur einen geringen Bruchteil derjenigen Lichtmenge erhält, die auf das Element e der Außenwand des Hauses fällt. Für einen entfernten Beobachter wird also das Fenster EF viel weniger erleuchtet erscheinen wie die Wand BD , und es wird ihm infolge der Kontrastwirkung dunkler erscheinen, zumal bei größer werdender Entfernung alle Details im Innern des Zimmers verschwinden.

An dem eben geschilderten Verhalten wird nichts Wesentliches geändert, wenn wir uns vorstellen, daß das Fenster EF etwa durch eine Sammellinse verschlossen ist. Auch dann gelangen an jeder Stelle der Hinterwand des Zimmers immer nur Strahlen zur Vereinigung, die von einem verhältnismäßig kleinen Teil der Himmelswölbung herkommen. Nach dem im vorigen Paragraphen bewiesenen Satz brauchen wir nur die von e' ausgehenden und durch die Sammellinse gebrochenen Strahlen zu verfolgen, um dasjenige Stück des Himmels zu erhalten, das zur Beleuchtung beiträgt. Dieses Stück ergibt sich immer verhältnismäßig klein. Also auch in diesem Falle würde das Fenster dunkel erscheinen. Allerdings kommen jetzt noch Reflexe hinzu, die von dem an der Vorder- und Hinterfläche der Linse zurückgeworfenen Lichte der Außenwelt herühren. Derartige Reflexe kann man jederzeit bei der Betrachtung eines mit Glasscheiben versehenen Fensters beobachten. Der zuletzt betrachtete Fall ist nun dem menschlichen Auge ganz analog. Das in das Innere desselben führende Fenster, nämlich die Pupille, erscheint aus größerer Entfernung dunkel und außerdem mit starken Reflexen versehen. So erkennt man bei Menschen, die sich in einem Zimmer befinden, als Augenreflex meist das Fensterkreuz, während sich in einem Ballsaal z. B. der Kronleuchter widerspiegelt. Zu den angegebenen Gründen, weshalb die Pupille des menschlichen Auges schwarz aussieht, kommt noch der folgende. Will jemand die Pupille eines anderen genauer betrachten, so muß er den eigenen Kopf sehr nahe an das zu beobachtende Auge herbringen und hält somit die Strahlen, welche das Innere des zu beobachtenden Auges beleuchten könnten, noch vollständig ab, so daß jetzt das Innere des Auges resp. die Pupille mangels an Licht tatsächlich tiefschwarz erscheint. Will man also das Innere eines Auges beobachten, so muß man dafür Sorge tragen, daß der betreffende Teil heller erscheint als die Umgebung, d. h. man muß durch eine Lichtquelle Licht hineinführen und zwar in einer Weise, daß durch diese Einführung des Lichtes nicht der Einblick in das Auge verdeckt wird. Auf dieser Ueberlegung beruht ja der von Helmholtz erfundene Augenspiegel.

157. Ueber die Bedingungen der Reflexfreiheit.

Um nun auf die Natur der bei der Untersuchung des Auges mittels des Augenspiegels sich störend bemerkbar machenden Reflexe näher einzugehen, wollen wir gleich im voraus bemerken, daß eine völlige Reflexfreiheit nur dann eintritt, wenn derjenige Teil der Pupille, durch den man bei der Untersuchung in das Auge hineinsieht, streng von demjenigen Teile der Pupille getrennt ist, durch welchen das der Beleuchtung des inneren Auges dienende Licht hindurchgeht. Die Fig. 239 möge

diese Verhältnisse näher erläutern. Links ist das Auge des Patienten, rechts das des Arztes dargestellt. Beide Augen sind als emmetropisch vorausgesetzt. Zwischen beiden Augen befindet sich ein schräg gestellter Planspiegel mit der Durchbohrung BC zur Durchsicht für das Auge des Arztes. Die Lichtquelle sei bei L angeordnet. Die beiden Augen setzen wir als zentriert voraus, so daß also der Punkt P auf der Netzhaut des einen Auges dem Punkt P' auf der des anderen konjugiert ist. Um diejenigen Strahlen zu finden, von denen der Punkt P beleuchtet wird, verfolgen wir nach dem im § 156 angegebenen Satz die von P ausgehenden Strahlen nach außen. Wir unterscheiden hierbei deutlich zwei Systeme, nämlich ein mittleres Strahlenbündel PGH , welches die Oeffnung BC durchdringt, in die Pupille des Auges des Arztes gelangt und in P' einen scharfen Bildpunkt bildet, ferner ein System von Bündeln, welches das erstere umgibt und, nachdem es aus dem Auge des Patienten ausgetreten ist, auf den Spiegel fällt, von dem es nach der Lichtquelle L nach dem

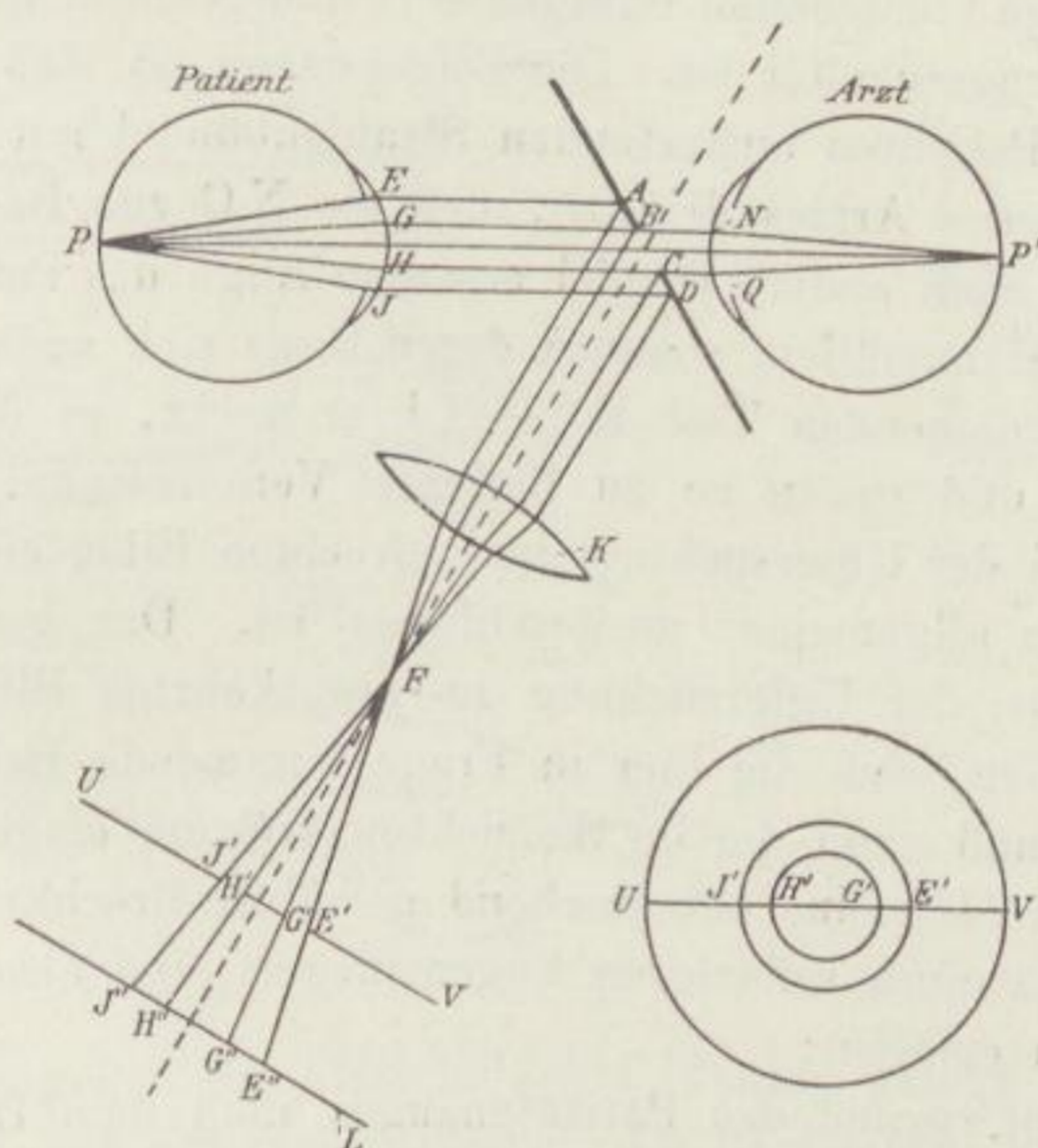


Reflexionsgesetz zurückgeführt wird. Dieses Bündelsystem ist in Fig. 239 im Schnitt einerseits durch die Strahlen $PEAA_1$ und $PGBB_1$, andererseits durch $PHCC_1$ und $PJDD_1$ begrenzt. Da diese letzteren Strahlen sämtlich zur Lichtquelle zurückkehren, so wird also auch durch sie die wirkliche Beleuchtung des Punktes P vermittelt werden. Es könnte nun beim ersten Blick scheinen, als ob hier die Bedingung der Reflexfreiheit erfüllt wäre, denn der Teil der Pupille GH , welcher zur Durchsicht dient, ist streng getrennt von den Teilen EG und HJ , die zur Beleuchtung, d. h. zum Eintritt der von der Lichtquelle L kommenden Strahlen dient. Bei näherer Betrachtung zeigt sich jedoch, daß diese Bedingung hier nicht erfüllt ist, denn zeichnen wir uns analog, wie es in Fig. 239 für den Punkt P dargestellt ist, jetzt die von einem dem Punkte P sehr benachbarten Punkt T ausgehenden Strahlen, die wieder zum Teil durch die Oeffnung BC in das Auge des Arztes, zum Teil durch Reflexion an dem Spiegel zur Lichtquelle L zurückführen, so zeigt sich, daß ein Teil dieser letzteren Strahlen jetzt den Teil GH der Pupille des Auges des Patienten durchdringt, wodurch also die Bedingung der Reflexbildung

gegeben ist. Denken wir uns diese Konstruktion für viele Punkte in der Umgebung von P ausgeführt, so gelangen wir zu dem Resultat, daß tatsächlich der Teil GH vollständig von solchen Strahlen durchsetzt werden wird, die wieder zur Lichtquelle zurückführen, so daß also die strenge Scheidung zwischen einem beleuchteten und unbeleuchteten Teile der Pupille gar nicht vorhanden ist.

Wir wollen jetzt ein Mittel angeben, mit Hilfe dessen wir das Eindringen des von der Lichtquelle kommenden Lichtes in den Teil GH vollständig vermeiden. Dies geschieht gemäß Fig. 240 dadurch, daß wir zwischen Spiegel und Lichtquelle eine Sammellinse K einschalten. Diese

Fig. 240.



wird die Wirkung haben, daß bei der Rückwärtsverfolgung der vom Punkte P ausgehenden Strahlen die von dem Spiegel kommenden Strahlen in dem Brennpunkt F der Sammellinse vereinigt werden und alsdann divergierend zur Lichtquelle L führen. Wir suchen ferner diejenige Ebene, welche der Ebene EGHJ konjugiert ist. Es sei dies die Ebene E'G'H'J'. Den Teil G'H' bilden wir zu einer undurchsichtigen Blende aus und führen eine weitere peripherische Blende ein, so daß für den Durchgang des Lichtes nur ein Ring übrig bleibt, welcher in Fig. 240 im Schnitt durch die Strecken E'G' und H'J', welche den Strecken EG und HJ konjugiert sind, dargestellt ist.

Wenn wir den Planspiegel durch einen Konvexspiegel ersetzen, so ändern sich die Verhältnisse prinzipiell nicht. Es wird dann eben nur ein neues dioptrisches Element eingeschaltet, welches bei der Abbildung

des zentralen Teiles GH der Pupille des Patienten in den Beleuchtungsraum hinein berücksichtigt werden muß.

Durch die getroffene Einrichtung haben wir nun erreicht, daß kein von der Lichtquelle L ausgehender Strahl in den zentralen Teil GH hineingelangt und dieser letztere also vollständig für den Durchblick des Auges des Arztes reserviert bleibt. Trotzdem können wir jedoch von einer vollständig reflexfreien Augenspiegelung hier nicht sprechen, denn es fehlt noch eine zweite zu erfüllende Bedingung, daß nämlich die Pupille des Auges des Patienten konjugiert ist derjenigen des Auges des Arztes; mit anderen Worten, daß NQ das Bild von GH ist. Bei der Darstellung gemäß Fig. 240 ist dies jedoch nicht der Fall, da zwischen den hier in Frage kommenden Pupillen GH und NQ gar kein dioptrisches Element zwischengeschaltet ist. Die Folge davon ist, daß nicht alle aus dem Auge des Patienten austretenden Strahlenbündel mit der Basis GH so in das Auge des Arztes dringen, daß sie NQ zur Basis haben. Es treten vielmehr auch andere Bündel aus dem Auge des Patienten, welche nicht gerade GH ausfüllen, sondern deren Basis sich auch über den der Lichtzuführung dienenden Teil $EG-HJ$ erstreckt, in die Pupille NQ des Arztes ein und geben so zu Reflexen Veranlassung. Man erkennt hieraus, daß bei der Untersuchung im aufrechten Bilde eine vollständige Reflexfreiheit im allgemeinen ausgeschlossen ist. Dagegen läßt sich die Vorschaltlinse bei der Untersuchung im umgekehrten Bilde von solcher Brechkraft wählen, daß die hier in Frage kommende Bedingung erfüllt ist. Natürlich muß dann die im Beleuchtungssystem eingeschaltete Linse (Linse K in Fig. 240) eine entsprechend gewählte Brechkraft haben. Bei der Konstruktion eines reflexlosen Augenspiegels sind also die folgenden Bedingungen zu erfüllen:

1. Der Hintergrund des Patientenauges muß dem Hintergrund des Auges des Arztes konjugiert sein;
2. die Pupille des Patientenauges muß der des Arztes konjugiert sein;
3. die Pupille des Patientenauges muß der Eintrittspupille des Beleuchtungssystems konjugiert sein.

Diese drei Bedingungen hat zuerst Thorner in seinem sog. stabilen Augenspiegel zielbewußt realisiert (vgl. Thorner, Die Theorie des Augenspiegels und die Photographie des Augenhintergrundes. Berlin 1903).

158. Der neuere Augenspiegel von Thorner.

Während der stabile Augenspiegel von Thorner, der in den Werkstätten von Schmidt & Hänsch hergestellt wird, einen verhältnismäßig umfangreichen und auf einem eigens dazu hergestellten Tisch montierten Apparat darstellt, ist der neue Augenspiegel (D.R.P. Nr. 218 227) für den

Handgebrauch bestimmt. Die Reflexlosigkeit wird dadurch erreicht, daß die beiden zur Beleuchtung und Beobachtung dienenden optischen Systeme durch zwei parallel zueinander gestellte Reflektoren ausgebildet sind, welche so zueinander angeordnet werden, daß die oben (§ 157) geschilderten Bedingungen wenigstens nahezu erfüllt sind, wobei in der deutlichen Sehweite des Arztes ein reelles Bild des Augenhintergrundes des Untersuchten entsteht. Die Beobachtungsöffnung ist dabei einseitig neben die leuchtende Fläche gelegt. Fig. 241 stellt einen Vertikalschnitt, Fig. 242 eine Endansicht des Instrumentes dar. Mit den beiden Kugeln b wird

Fig. 241.

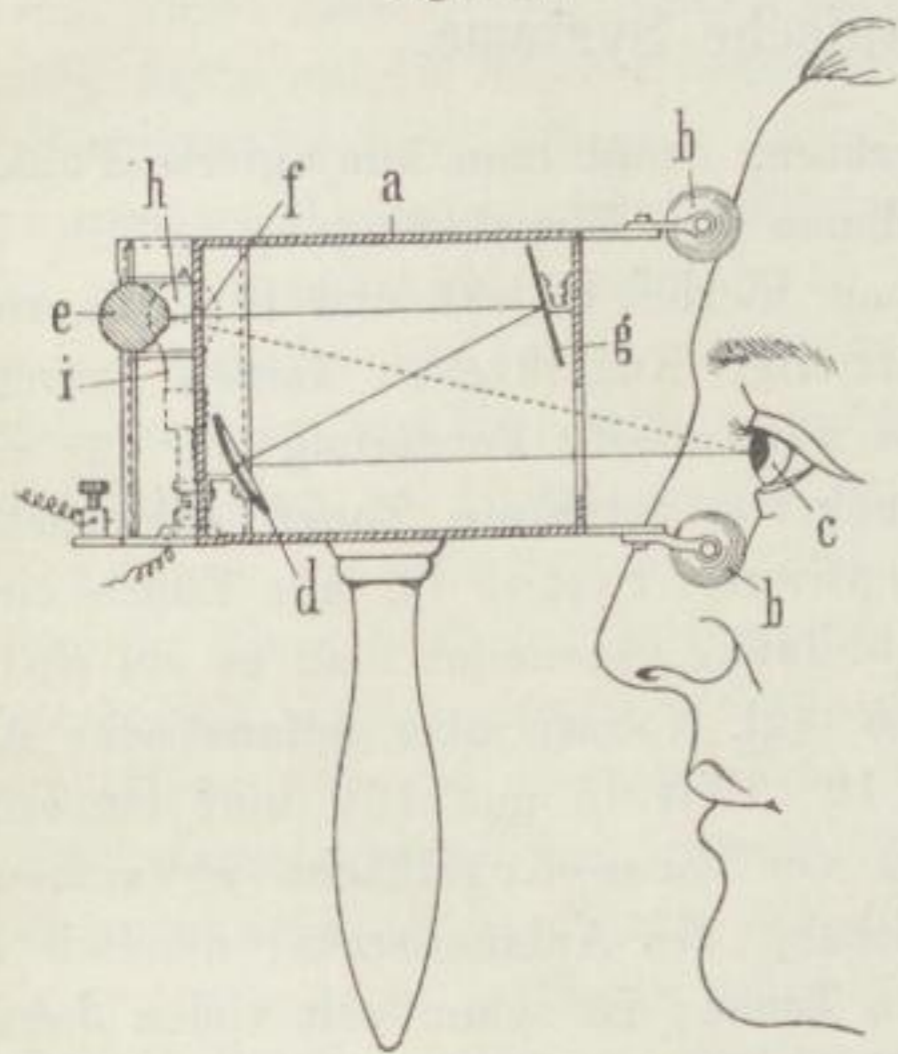
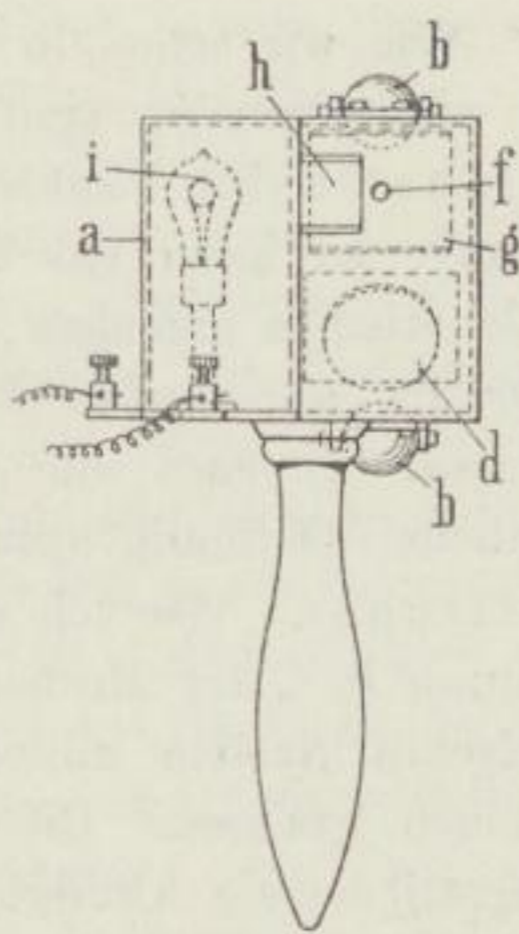


Fig. 242.



das Instrument gegen das Gesicht des Patienten gelegt. Das Auge des letzteren blickt auf den Hohlspiegel d, der Beobachter blickt mit seinem Auge e durch die Oeffnung f auf den Planspiegel g und sieht hierin das Bild des Hintergrundes von c, das durch den Hohlspiegel d entworfen wird. Gleichzeitig sieht das Auge e direkt in der Richtung der in Fig. 241 eingezeichneten punktierten Linie die Pupille von c und kann eine im Instrument angebrachte Marke auf die Mitte der Pupille richten. Neben der Oeffnung f befindet sich das total reflektierende Prisma h, das die Strahlen von einer kleinen elektrischen Lampe i nach dem Auge des Untersuchten hin reflektiert. Das Prisma h und die Lichtquelle sind dabei für den durch die Oeffnung f blickenden Beobachter verdeckt.

Kapitel XVI.

Aplanatismus.

159. Kartesianische Systeme.

Wie wir schon in § 49 bemerkten, nennt man konjugierte Punkte, die aberrationslos sind und in denen die Sinusbedingung erfüllt ist, aplanatische Punkte. Setzt man hierbei Objekt und Bild als reell voraus, so kann ein System zentrierter Kugelflächen keinen strengen Aplanatismus erzeugen, sondern es kann dieser Forderung nur für eine oder im günstigsten Falle für mehrere getrennte Zonen entsprochen werden. Erzeugt ein optisches zentriertes System für alle Zonen einer endlichen Oeffnung aplanatische Abbildung, so nennt man es ein aplanatisches. Wie ich gezeigt habe (vgl. Notizen über aplanatische Abbildung in „Der Mechaniker“ Bd. 18, Heft 15 und 16), muß ein aplanatisches System mindestens zwei von einer Kugelfläche abweichende Flächen besitzen. Die erste Forderung des Aplanatismus, nämlich die aberrationsfreie Abbildung für alle Zonen, ist schon seit vielen Jahren Gegenstand des Interesses der Mathematiker gewesen, insbesondere hat Kartesius das betreffende Problem behandelt, weshalb wir im folgenden aberrationsfreie Systeme auch als kartesianische bezeichnen wollen. Derartige Systeme hat man auch wohl aplanatische genannt, eine Bezeichnung, die streng vermieden werden sollte mit Rücksicht auf die von Abbe definierten Bedingungen des Aplanatismus.

Die älteste Literaturstelle über aberrationsfreie Systeme befindet sich in dem Werke des Kartesius, „Discours de la methode, pour bien conduire sa raison, et chercher la verité dans les sciences. Plus la dioptrique, les météores et la géometrie, qui sont les essais de cette méthode“, welches im Jahre 1637 erschienen ist. Im 8. Kapitel dieses Werkes beschäftigt sich Kartesius eingehend mit der Frage, diejenige Gestalt der Linse zu finden, welche eine aberrationsfreie Abbildung liefert (vgl. auch den Auszug der betreffenden Betrachtungen in: „Die Geschichte des Fernrohres bis auf die neueste Zeit“ von Servus, Berlin 1886, S. 49 f.). Kartesius bestimmt u. a. auch diejenige Fläche, welche für eine vorgeschriebene Lage eines reellen konjugierten Punktpaares ab-

errationsfreie Abbildung erzeugt. Diese Fläche ist, wie wir weiter unten sehen werden, im allgemeinen vom vierten Grade. Für gewisse Fälle, wenn nämlich einer der aberrationsfreien Punkte in unendlicher Entfernung liegt, entartet die Fläche vierter Ordnung zu einem Kegelschnitt (Hyperboloid oder Ellipsoid). Bezüglich der daraus sich ergebenden Linsenformen vgl. noch die Arbeiten von Joseph Petri und W. Pscheidel, *Physikalische Zeitschrift* 1905, S. 511 und 632. Außerdem wird noch auf die Literaturstellen in v. Rohr, „*Bilderzeugung in optischen Instrumenten*“, Berlin 1904, S. 338, und auf die Arbeit von Grusinzew, „*Strahlenbrechung in Medien, welche von irgend welcher Oberfläche begrenzt sind*“ (Mitteilungen der Charkower mathematischen Gesellschaft 1889), sowie auf die Patentschriften Nr. 208 030 und 216 194 von Meyer in Saarbrücken hingewiesen. Außer den genannten Linsen, bei denen eine strenge Aufhebung der sphärischen Aberration erreicht wird, hat man auch sphärische Linsen durch zonenweises Nachpolieren zu verbessern gesucht und zwar namentlich große astronomische Objektive. Solche nur um ein Geringes von der Kugelform abweichende Flächen bezeichnet man am besten als deformierte Flächen. Die Deformation von Flächen in optischen Systemen, bei denen die freien Linsenflächen selbst die Eintrittsöffnung bilden, bei denen mithin alle Strahlenbündel, zentrale wie schiefe, dieselben Teile der Linsenflächen passieren müssen, kann immer nur auf die sphärische Korrektur von Achsenpunkten einwirken, dagegen kann bei optischen Systemen wie bei Okularen und bei photographischen Weitwinkeln, wobei die Eintritts- oder Austrittsöffnung des Systems einen größeren oder geringeren Abstand von einer oder mehreren Flächen besitzen, durch systematische Deformation auch auf andere Abbildungsfehler, insbesondere stark geneigte Bündel eingewirkt werden, wie dies in der Patentschrift Nr. 119 915 von Carl Zeiß in Jena ausführlich auseinandergesetzt ist. Nach den Ausführungen dieser Patentschrift können die Aberrationen in der Strahlenvereinigung der schiefen Bündel (Vergrößerungsfehler, Wölbung der Bildfläche, Astigmatismus, Koma), welche bei streng sphärischer Gestalt sämtlicher Linsenflächen vorhanden sind, durch systematische Deformation wenigstens zum Teil gehoben werden.

Die durch kartesianische Systeme erzielte Abbildung ist trotz der Aberrationsfreiheit doch noch mit bedeutenden Mängeln behaftet. Erst wenn, wie wir in § 49 gesehen haben, in den betreffenden konjugierten Punktpaaren auch die Sinusbedingung erfüllt, wenn also die Abbildung aplanatisch ist, ist Gewähr dafür vorhanden, daß wenigstens ein zur optischen Achse senkrechtes Flächenelement in allen seinen Teilen ohne sphärische Aberration abgebildet wird. Es ist keine Frage, daß die aplanatischen Systeme in der Zukunft der optischen Technik eine

bedeutsame Rolle spielen werden, sobald nur Mittel und Wege gefunden sein werden, auch von der Kugelgestalt mehr oder minder abweichende Flächen mit derselben Genauigkeit zu schleifen wie sphärische. Mit der mathematischen Theorie derartiger aplanatischer Linsen beschäftigt sich die Dissertation von Martin Linnemann aus Sehlde, Göttingen 1905. Es werden dort die Konstruktionsdaten für ein Objektiv vom Oeffnungsverhältnis 1:2 angegeben, welches streng aplanatisch ist. Das brauchbare Gesichtsfeld des Objektivs wird nachträglich durch trigonometrische Rechnung des Strahlenganges geprüft, es werden bei dieser Gelegenheit die allgemeinen Formeln für trigonometrische Durchrechnung deformierter Linsensysteme aufgestellt, und es wird die Frage der Möglichkeit, solche Linsen zu achromatisieren, erörtert. Bemerken wollen wir noch, daß für die Zwecke der Achromatisierung aplanatischer Systeme sich in der modernen Optik gewissermaßen von selbst das Mittel darbietet, derartige Linsen aus Gläsern von gleichem Brechungsexponenten, aber verschiedener Dispersion zusammensetzen, da hierdurch der aplanatische Zustand nicht verändert wird, während auf die Aufhebung der Farben ein Einfluß ausgeübt werden kann.

160. Die optische Länge.

Faßt man das Licht als eine Wellenbewegung auf, so ist die zu einem leuchtenden Punkt gehörige Wellenfläche die Fläche gleicher Phasen, d. h. der Inbegriff aller Teilchen des Raumes, welche infolge der den Raum durchheilenden Lichterschütterung sich gleich weit aus ihrer Ruhelage bewegt haben. Nach den Prinzipien der Wellentheorie ist das von einem leuchtenden Punkt oder Flächenelement ausgehende Licht nach Ablauf einer bestimmten Zeit auf einer Wellenfläche ausgebreitet und diese Fläche hat als Normalen die Lichtstrahlen (Satz von Malus). In einem homogenen Medium, wie Luft, Glas, Flüssigkeiten, bei denen die Lichtbewegung nach jeder beliebigen Richtung mit derselben Geschwindigkeit fortschreitet, ist die Wellenfläche eine Kugel mit dem leuchtenden Punkt als Mittelpunkt. Hat die fortschreitende Bewegung in einem Medium die Geschwindigkeit v (d. h. v Meter pro Sekunde) und ist v_0 die Lichtgeschwindigkeit im leeren Raum, so ist, wie wir in § 1 gesehen haben, der Brechungsexponent des Mediums

$$n = \frac{v_0}{v}.$$

Tritt das Licht in ein anderes Medium mit dem Brechungsexponenten n' ein, das von dem ersteren durch eine brechende Fläche getrennt ist,

und bewegt es sich in dem neuen Medium mit einer Geschwindigkeit v' , so hat man:

$$n' = \frac{v_0}{v'}$$

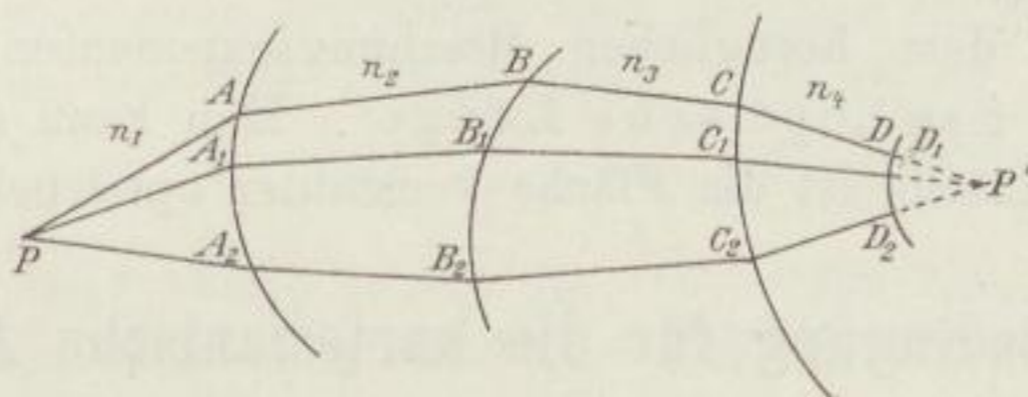
Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$\frac{n'}{n} = \frac{v}{v'}$$

Die Brechungsexponenten in zwei Medien verhalten sich also umgekehrt wie die Lichtgeschwindigkeiten.

In dem neuen Medium schreitet eine neue Wellenfläche fort, deren Normalen wieder die Lichtstrahlen sind. Diese Fläche weicht jedoch jetzt im allgemeinen von der Kugelform ab. Dasselbe gilt, wenn das Licht nacheinander von einer größeren Anzahl von Flächen gebrochen wird.

Fig. 243.



In der Fig. 243 sei ein System von drei beliebigen Flächen dargestellt. Von den unendlich vielen von dem leuchtenden Punkt P ausgehenden Strahlen sind nur drei dargestellt, welche die erste Fläche in den Punkten A, A_1, A_2 , die zweite in B, B_1, B_2 und die dritte in C, C_1, C_2 durchdringen. Auf der Wellenfläche im letzten Medium befinden sich die drei Punkte D, D_1, D_2 , so daß also die in diesem Medium verlaufenden Strahlen CD, C_1D_1, C_2D_2 Normalen zu dieser Fläche sind. Ob also die Lichtbewegung auf dem ersten, zweiten oder dritten Strahl entlang eilt, so muß es doch die drei Punkte D, D_1, D_2 zu derselben Zeit erreichen. Diese Zeit T wollen wir jetzt ausdrücken.

Es kommen hier vier Medien mit den Brechungsexponenten n_1 bis n_4 und den Lichtgeschwindigkeiten v_1 bis v_4 in Frage. Dem ersten Strahle folgend setzen wir:

$$PA = l_1, \quad AB = l_2, \quad BC = l_3, \quad CD = l_4.$$

Da nun bekanntlich die Zeit gleich dem Quotienten aus Weg und Geschwindigkeit ist, so sind die Zeiten, in denen die angegebenen Strecken durchlaufen werden, einzeln $\frac{l_1}{v_1}, \frac{l_2}{v_2}, \frac{l_3}{v_3}, \frac{l_4}{v_4}$, und die Zeit, welche das Licht bricht, um von P nach D zu gelangen, ist:

$$T = \frac{l_1}{v_1} + \frac{l_2}{v_2} + \frac{l_3}{v_3} + \frac{l_4}{v_4}.$$

Wegen der oben angegebenen Beziehung:

$$\text{Brechungsexponent} = \frac{\text{Geschwindigkeit im leeren Raum}}{\text{Geschwindigkeit in dem betr. Medium}}$$

hat man:

$$T = v_0 (n_1 l_1 + n_2 l_2 + n_3 l_3 + n_4 l_4) = v_0 \Sigma n l \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Auf welchem der von P ausgehenden Strahlen man sich das Licht auch fortschreitend denkt, nach der Zeit T befindet es sich mit gleicher Phase in den Punkten D, d. h. auf der Wellenfläche im letzten Medium. Die für alle Punkte der Wellenfläche konstante Zeit T charakterisiert also diese Fläche. Da nun auch v_0 konstant ist, so können wir

$$\Sigma n l = \text{constans} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

als die Gleichung der Wellenfläche auffassen.

Einen mit dem bezüglichen Brechungsexponenten multiplizierten Lichtweg nennt man „optische Länge“. Man kann also auch sagen: Die Wellenfläche ist die Fläche konstanter optischer Länge.

161. Die Bedingung für die kartesianische Abbildung.

Ist in Fig. 243 infolge der besonderen Wahl der brechenden Flächen die Wellenfläche mit den Punkten D, D_1, D_2 im letzten Medium eine Kugelfläche, so laufen alle Strahlen, da sie Normalen zur Wellenfläche sind, in deren Mittelpunkt P' zusammen, d. h. P' ist das aberrationsfreie Bild von P. Ist das Licht in P' angelangt, so ist die Wellenfläche zu einem Punkt zusammengeschrumpft. Die in Gleichung (2) enthaltenen Strecken l_i sind also jetzt von P' zu zählen und zwischen P und P' besteht also die Beziehung:

$$\Sigma n l = \text{constans} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Ein Punktpaar ist also aberrationsfrei, wenn die daselbe trennenden optischen Längen für alle Strahlenwege konstant sind. Evident gelten die erhaltenen Resultate ganz allgemein und sind nicht an das Vorhandensein dreier brechenden Flächen gebunden. Die Gleichung (3) ist die notwendige, aber nicht hinreichende Bedingung für die aberrationsfreie Abbildung. Zur rechnerischen Bestimmung aplanatischer Systeme muß noch die Forderung hinzukommen, daß die Brechung an den einzelnen Flächen nach dem Brechungsgesetz geschieht. Läßt man die Flächen beliebig, so ergibt die analytische Formulierung des Brechungsgesetzes für jede Fläche eine Differentialgleichung. Das System dieser Differentialgleichungen, deren Variablen

die Flächenkoordinaten sind, hat für den Fall der Aberrationsfreiheit die Gleichung (3) als besondere Lösung. (Vgl. Der Mechaniker Bd. 18, Nr. 15.)

162. Kartesianische Flächen.

Sei in Fig. 244 LL_1 der Schnitt einer kartesianischen Fläche mit der Papierebene. P' sei das aberrationsfreie Bild von P und S der Scheitel der Fläche. Ein beliebiger Strahl sei durch PAP' dargestellt. Setzt man

$$AP = l \quad AP' = l',$$

so ist also nach (3)

$$nl + n'l' = nl_0 + n'l_0' \dots \dots \dots (4)$$

die Bedingung für die Aberrationsfreiheit, wo $PS = l_0$ und $P'S = l_0'$ gesetzt ist, wenn n und n' die Brechungsexponenten vor und hinter der Fläche sind. Fällt man von A das Lot $AB = y$ und setzt $SB = x$, wo x und y jetzt Koordinaten der Fläche sind, bezogen auf ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit dem Anfangspunkt S , dann ist:

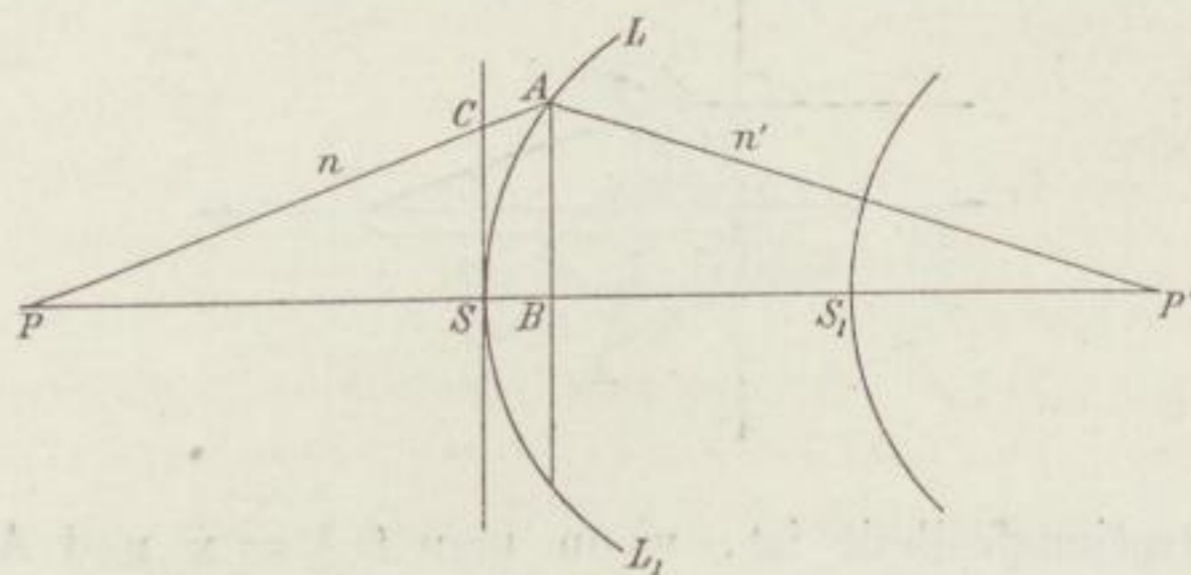
$$l = \sqrt{y^2 + (l_0 + x)^2} \quad l' = \sqrt{y^2 + (l_0' - x)^2}.$$

Setzt man diese Werte in (4) ein, so erhält man die analytische Gleichung der kartesianischen Fläche, welche vom vierten Grade ist.

163. Kartesianische Linsen.

Ist vor der Fläche in Fig. 244 Luft ($n = 1$) und hinter der Fläche etwa Glas, so kann man um P' eine Kugel mit dem Scheitel S_1 schlagen und dadurch das Glas nach hinten hin gegen Luft abgrenzen. Da diese

Fig. 244.



Kugel von den gebrochenen Strahlen senkrecht durchdrungen wird, stört sie den aberrationsfreien Zustand nicht und man erhält eine aberrationsfreie oder kartesianische Linse.

Eine derartige Linse kann aber nie aplanatisch sein, denn die Schnittpunkte der einfallenden und gebrochenen Strahlen liegen sämtlich

auf der kartesischen Fläche, während sie, wie wir in § 51 sahen, im Falle des Aplanatismus auf einer Kugel liegen müssen.

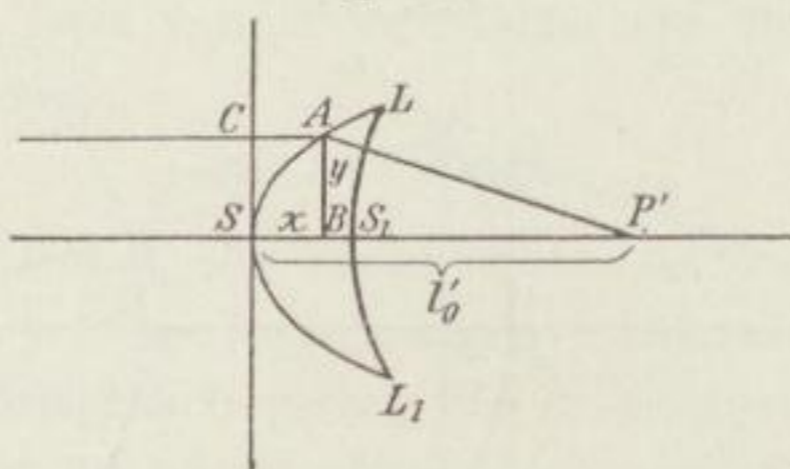
Man kann jedoch auch kartesische Linsen zu aplanatischen Systemen zusammenstellen. Denkt man sich nämlich eine Objektebene und bildet diese nach rechts und links hin durch zwei gleich weit entfernte kongruente kartesische Linsen ab, so erhält man zwei gleichgroße Bilder, welche einander konjugiert und außerdem aplanatisch sind, da jeder Strahl, der vom Achsenpunkt des einen Bildes ausgeht, den Achsenpunkt des anderen Bildes unter demselben Winkel schneidet wie beim Durchgang durch den ersten Achsenpunkt, und infolgedessen die Sinusbedingung erfüllt ist. Eine besondere dioptrische Wirkung wird hierbei allerdings nicht erreicht, sondern nur ein Transport des Bildes.

164. Spezialfälle kartesischer Linsen.

Legt man durch den Scheitel S der kartesischen Fläche eine achsensenkrechte Ebene, die den einfallenden Strahl in C schneidet (Fig. 244), so kann man die optische Länge des einfallenden Strahles in die beiden Teile $n \cdot PC$ und $n \cdot CA$ zerlegen. Befindet sich P in großer Entfernung, so kann man das Stück $n \cdot PC$ für von P ausgehende Strahlen als konstant ansehen, während die Strecke CA achsenparallel wird. Die Bedingung für die kartesische Abbildung geht alsdann in die einfachere Forderung über, daß die optische Länge des Weges von C bis P' konstant sein muß.

Gemäß Fig. 245 befinde sich der leuchtende Punkt P sehr weit entfernt, so daß die Strahlen achsenparallel einfallen. Die Bedingung

Fig. 245.



für die Aberrationsfreiheit ist, wenn man $CA = x$ und $AB = y$ setzt und annimmt, daß links von der Fläche sich Luft, rechts davon sich Glas vom Brechungsexponenten n befindet:

$$x + n AP' = l_0' \quad \dots \quad (5)$$

wo $AP' = \sqrt{y^2 + (l_0' - x)^2}$ ist.

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$y^2 = 2l_0'x \left(1 - \frac{1}{n}\right) - x^2 \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \dots \dots \dots (6)$$

welches die Scheitelgleichung einer Ellipse ist.

Ist b die kleine, a die große Achse der Ellipse und e die numerische Exzentrizität, so ist bekanntlich

$$\frac{b^2}{a} = l_0' \left(1 - \frac{1}{n}\right),$$

$$\frac{b^2}{a^2} = 1 - \frac{1}{n^2}.$$

Da ferner

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

ist, so wird

$$e = \frac{1}{n}.$$

Die Exzentrizität der Ellipse ist also gleich dem reziproken Brechungs-exponenten.

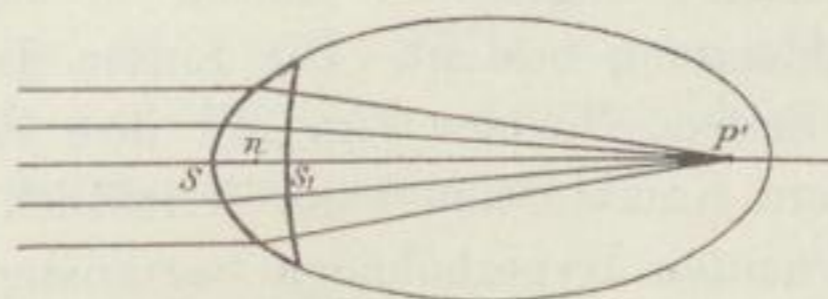
Ferner ergibt sich:

$$a = \frac{l_0'}{1 + \frac{1}{n}}.$$

Wie man aus der letzteren Gleichung sofort erkennt, ist $l_0' = SP'$ gleich der Entfernung des Scheitels S der Ellipse vom zweiten (von S abgewandten) Brennpunkt, so daß also das Bild P' mit dem letzteren Punkt zusammenfällt.

Grenzt man jetzt das Medium mit dem Brechungsexponenten n (Glas) durch eine um P' als Mittelpunkt geschlagene Kugel mit dem Scheitel S_1 ab,

Fig. 246.



so erhält man eine aberrationsfreie Linse, da diese letztere Kugel von den gebrochenen Strahlen senkrecht durchdrungen wird, wodurch der Strahlen-gang keine Störung erleidet. In der Fig. 246 ist diese Linse dargestellt.

Ist unter Voraussetzung achsenparallel einfallender Strahlen das Medium des Objektraumes Glas vom Brechungsexponenten n , während das des Bildraumes Luft ist, so wird jetzt die der Gleichung (4) entsprechende Bedingung für die Aberrationsfreiheit einer Fläche für den

Fall eines reellen Bildpunktes, wobei die Fläche dem ankommenden Licht die konkave Seite zuwenden muß:

$$AP' - nx = l_0',$$

wo $AP' = \sqrt{(x+l_0')^2 + y^2}$ ist.

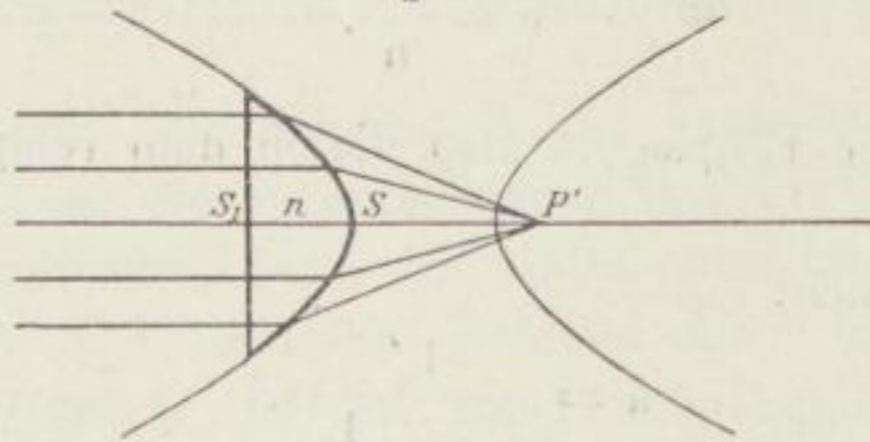
Aus den beiden letzten Gleichungen folgt:

$$y^2 = 2l_0'x(n-1) + x^2(n^2-1),$$

welches die Scheitelgleichung einer Hyperbel ist.

Die numerische Exzentrizität der Hyperbel ergibt sich als dem Brechungsexponenten gleich und der Punkt P' liegt im Brennpunkt des anderen, nicht die brechende Fläche erzeugenden Hyperbelzweiges. Um eine aberrationsfreie Linse zu bilden, hat man das Medium vom Brechungsexponenten n durch eine Planfläche gegen Luft abzugrenzen.

Fig. 247.



In der Fig. 247 ist diese Linse mit den Scheiteln S und S_1 in Beziehung zu der zugehörigen Hyperbel dargestellt. P' ist der aberrationsfreie Brennpunkt.

165. Aplanatische Umkehrsysteme.

Die durch die Fig. 246 und 247 dargestellten Linsen kann man zur Bildung aplanatischer Umkehrsysteme mit der Vergrößerung 1 benutzen, indem man zwei solcher kongruenter Linsen so stellt, daß zwischen ihnen paralleler Strahlengang besteht. Die Linsen der Fig. 246 müssen dabei ihre konvexen Seiten, die der Fig. 247 ihre Planflächen einander zuwenden. Die letztere Kombination kann ersichtlich zu einer einzigen, beiderseits von kongruenten Hyperboloiden begrenzten Linse zusammengezogen werden. Die Sinusbedingung ist in diesen Fällen wegen der Symmetrie des Strahlenganges erfüllt (vgl. § 163).

166. Die aplanatischen Punkte der Kugelflächen und die aplanatischen Menisken erster Art.

Eine Kugelfläche, die zwei Medien von den Brechungsexponenten n und n' trennt, hat die wichtige Eigenschaft, daß für ein bestimmtes kon-

jugiertes Punktpaar aplanatische Abbildung eintritt. Diese Eigenschaft läßt sich am einfachsten aus der Konstruktion für den gebrochenen Strahl von Weierstraß herleiten, die in folgendem besteht:

Man zeichne konzentrisch um den Mittelpunkt M des Kreises, in welchem der Hauptschnitt die brechende Kugelfläche schneidet, zwei konzentrische Kreise mit den Radien $r \cdot \frac{n'}{n}$ und $r \cdot \frac{n}{n'}$, wenn r der Radius der brechenden Kugelfläche ist. Ein in Richtung des Pfeiles einfallender Lichtstrahl treffe die brechende Fläche in A , seine Verlängerung den Kreis mit dem Radius $\frac{n'}{n} r$ in P . Die Verbindungslinie MP treffe den Kreis mit dem Radius $\frac{n}{n'} r$ in P' . Dann ist AP' der gebrochene Strahl.

In der Fig. 248 ist $n' > n$ vorausgesetzt. Zieht man noch AM , so folgt der Beweis aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AMP' und AMP , welche einen Winkel gemeinsam haben und bei denen die diesen Winkel einschließenden Seiten proportioniert sind.

Einfallswinkel ist $\sphericalangle PAM = i$, Brechungswinkel $\sphericalangle P'AM = i'$ und zufolge der Konstruktion ist auch $\sphericalangle AP'M = i$ und $\sphericalangle APM = i'$.

Man bemerkt, daß alle auf den Punkt P hingehenden Strahlen, wenn man die angegebene Konstruktion ausführt, nach der Brechung durch den Punkt P' gehen. Der Punkt P wird also in dem Punkte P' aberrationslos abgebildet. Aber auch die Sinusbedingung ist bei dieser Abbildung erfüllt. Denn wenn man die Gerade $MP'P$ als optische Achse auffaßt, so bilden der einfallende und der gebrochene Strahl mit dieser die Winkel i und i' und zufolge des Brechungsgesetzes ist:

$$\frac{\sin i'}{\sin i} = \frac{n}{n'} \dots \dots \dots (1)$$

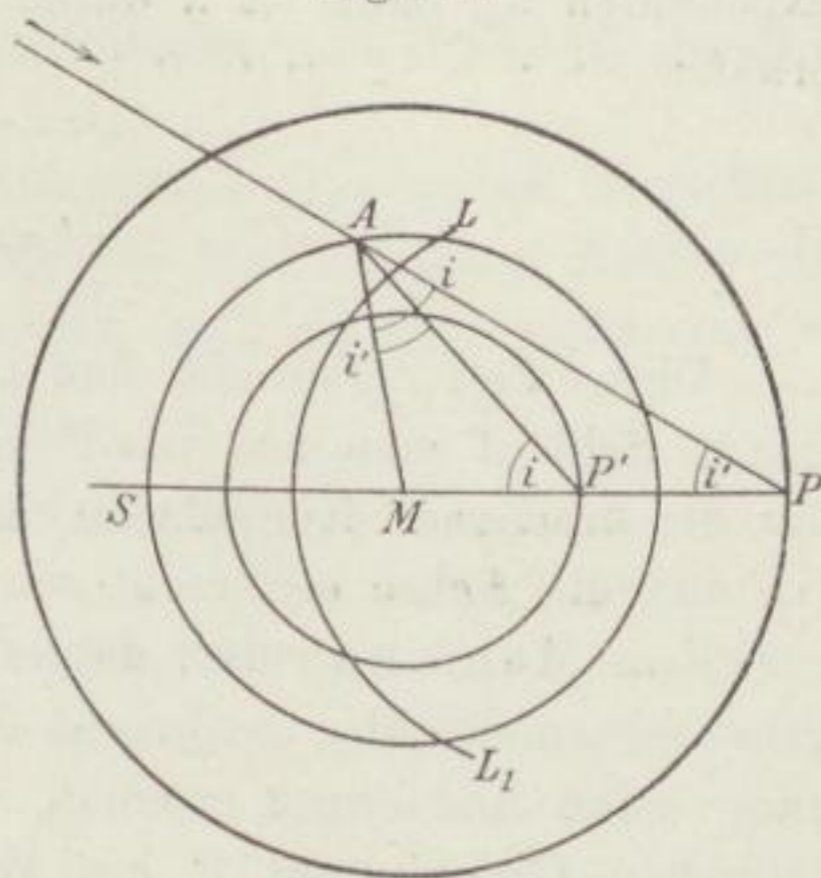
wonach die Sinusbedingung erfüllt ist.

Nun ist nach der Fig. 248:

$$MP = r \cdot \frac{n'}{n} \quad \text{und} \quad MP' = r \cdot \frac{n}{n'}$$

und wenn man den Scheitel der brechenden Fläche mit S bezeichnet:

Fig. 248.



$$SP = r + r \frac{n'}{n} \quad \text{und} \quad SP' = r + r \cdot \frac{n}{n'}$$

Die Größe SP ist nach der von uns in diesem Buche gewählten Zählweise negativ in Rechnung zu bringen (weil der Objektpunkt rechts von der brechenden Fläche liegt). Bezeichnet man also mit s und s' die konjugierten Schnittweiten der aplanatischen Punkte, so ist:

$$s = -r \cdot \frac{(n + n')}{n} \quad \dots \quad (2)$$

$$s' = r \cdot \frac{(n + n')}{n'} \quad \dots \quad (3)$$

Wir unterscheiden vier Fälle:

1. r positiv, die brechende Fläche wendet dem Lichte also die konvexe Seite entgegen.

Sei das erste Medium Luft, das zweite etwa Glas vom Brechungs-exponenten n_1 , dann ist n durch 1 und n' durch n zu ersetzen, und man erhält:

$$s = -r(n + 1),$$

$$s' = r \frac{(n + 1)}{n}.$$

Dieser Fall entspricht dem durch die Fig. 248 dargestellten Strahlen-gang. Schlägt man nun um P' eine Kugel mit einem geeigneten Radius, der die brechende Kugelfläche im Hauptschnitt in den Punkten L und L_1 , und die Achse senkrecht schneidet, so stellt LSL_1 einen aplanatischen Meniskus dar, da die zweite brechende Kugelfläche von den gebrochenen Strahlen senkrecht durchstoßen wird, wodurch der Strahlen-gang keine Aenderung erleidet. Dieser Meniskus macht das nach dem virtuellen Objektpunkt P hin konvergent einfallende Licht noch kon-vergenter.

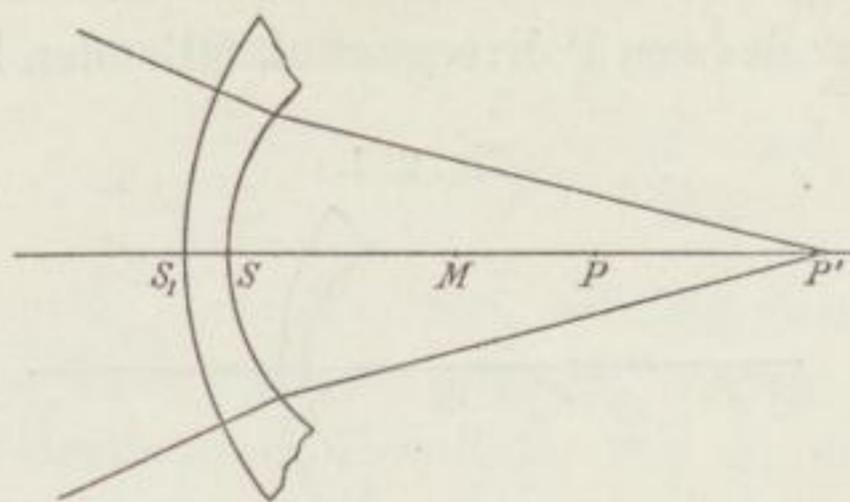
2. r sei wieder positiv, das erste Medium sei Glas vom Brechungs-exponenten n , das zweite Medium sei Luft; dann ist in den Gleichungen (2) und (3) $n' = 1$ zu setzen und man hat:

$$s = -r \frac{(n + 1)}{n} = PS,$$

$$s' = r(n + 1) = P'S.$$

In der Fig. 249 sind die aplanatischen Punkte für $n = 1,5$ gezeichnet. Dabei ist M der Mittelpunkt und S der Scheitel der brechenden Fläche. Legt man nun um P als Mittelpunkt eine Kugel mit dem Scheitel S_1 , wodurch man das Glas nach vorn hin der Luft gegenüber abgrenzt, so erhält man einen negativen aplanatischen Meniskus mit virtuellem Objektpunkt P .

Fig. 249.



3. r sei negativ, die Brechungsexponenten seien wie bei 2., der einfallende Strahl verlaufe also im Glase. In den Gleichungen (2) und (3) ist r durch $-r$ zu ersetzen, und man hat für $n' = 1$

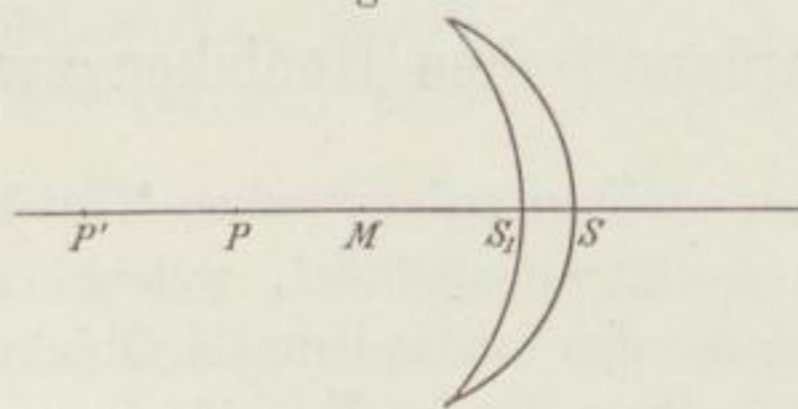
$$s = r \cdot \frac{n + 1}{n},$$

$$s' = -r \cdot (n + 1).$$

Da sich s positiv ergibt, so ist der Objektpunkt P reell, der Bildpunkt ist virtuell.

In der Fig. 250 ist M der Mittelpunkt der brechenden Kugelfläche, $MS = r$. Durch P und P' ist die Lage der aplanatischen Punkte dargestellt. Legt man um P als Mittelpunkt eine das Glas nach vorn hin

Fig. 250.



abgrenzende Kugel mit dem Scheitel S_1 , so erhält man einen positiven aplanatischen Meniskus mit reellem Objektpunkt. Die Divergenz des von P ausgehenden Lichtes wird vermindert.

4. r sei wieder negativ, die brechende Fläche wende also dem ankommenden Licht die konkave Seite zu, der einfallende Strahl befinde sich in Luft; dann ist in den Gleichungen (2) und (3) r durch $-r$, n durch 1 und n' durch n zu ersetzen, und man erhält

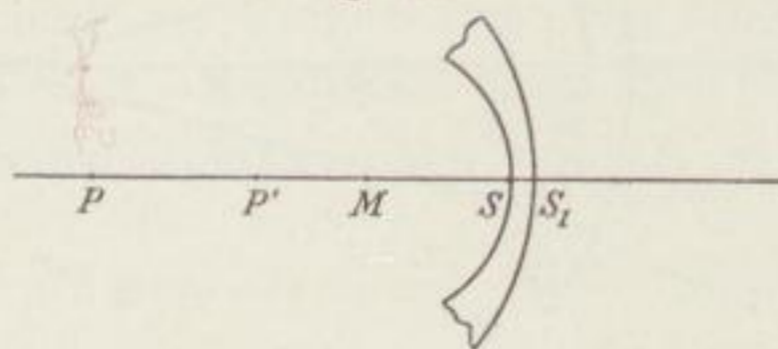
$$s = r (n + 1)$$

$$s' = -r \cdot \frac{(n + 1)}{n}.$$

Grenzt man das Glas durch eine um P' gelegte Kugelfläche mit dem Scheitel S_1 nach hinten hin ab, so entsteht ein negativer aplanatischer

Meniskus. In der Fig. 251 ist die Lage der aplanatischen Punkte angedeutet. Die Divergenz des von P divergent einfallenden Lichtes ist vermehrt.

Fig. 251.



Die vier dargestellten Formen aplanatischer Menisken entwerfen in dem aplanatischen Bildpunkte Bilder, die n -mal so groß sind wie das Objekt.

Der in der optischen Abbildungslehre wichtigste Fall, daß ein reelles Objekt ein reelles Bild entwirft, kann durch sie nicht verwirklicht werden. Die Verwendung der aplanatischen Menisken ist deshalb bisher beschränkt auf Kollektive, Teile von Beleuchtungssystemen usw. Am häufigsten findet noch die unter 3. angegebene Form Verwendung, welche eine Verminderung der Divergenz des einfallenden Lichtes bewirkt, eine Wirkung, die auch bei den Immersionssystemen von Mikroskopobjektiven infolge der halbkugeligen Frontlinse eintritt.

167. Die aplanatischen Menisken zweiter Art.

Die in § 166 dargestellten aplanatischen Menisken beruhen auf dem Gedanken, daß man das Strahlenbündel, welches an einer Kugelfläche aplanatisch gebrochen worden ist, indem als Objekt- und Bildpunkt die aplanatischen Punkte der betreffenden Kugelfläche gewählt wurden, immer objektseitig oder bildseitig durch eine neue Kugelfläche so schneidet, daß die letztere von allen Strahlen senkrecht durchschnitten wird, wodurch der aplanatische Strahlengang nicht verändert wird. Man kann jedoch das aplanatische Strahlenbündel auch noch auf eine andere Weise durch eine neue Kugelfläche schneiden, ohne den Aplanatismus zu zerstören. Man muß nur dafür Sorge tragen, daß die Strahlen nach dem aplanatischen Punkt der neuen Kugelfläche hinzielen, wodurch dann eine zweite aplanatische Brechung erzielt wird. Führt man diesen Gedanken rechnerisch durch, so wird man zu einer Anzahl von aplanatischen Menisken geführt, die wir als aplanatische Menisken zweiter Art bezeichnen wollen und deren Wesen durch die folgende Betrachtung erhellt.

In der Fig. 252 sei L ein System, das von dem in Richtung des Pfeiles einfallenden Licht durch irgend ein Mittel einen aplanatischen Bildpunkt in A_0 erzeugt.

Wir schalten nun in den durch L erzeugten Strahlengang eine aplanatische Linse L_1 mit den Scheiteln S_1 und S_2 und den Radien

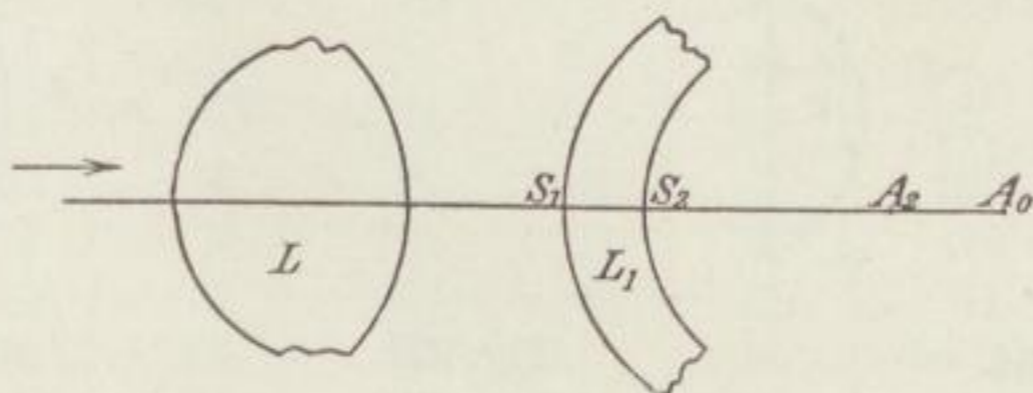
$$r_1 = \frac{-a}{n+1} \quad -r_2 = \frac{a-nd}{n+1} \quad \dots \quad (2)$$

wo $a = -S_1A_0$ und die Dicke $d = S_1S_2$ beliebig gewählt werden können. Hierdurch möge der Bildpunkt A_0 nach A_2 verlegt werden, und man hat dann noch zur Bestimmung der Lage von A_2 die Beziehung

$$S_2A_2 = -a - nd \quad \dots \quad (3)$$

Der neue Bildpunkt A_2 hat nun die Eigenschaft, daß der oben näher bezeichnete, unter endlicher Neigung verlaufende Strahl, der unter Er-

Fig. 252.



füllung der Sinusbedingung streng durch A_0 geht, nach der Brechung durch das System $L + L_1$ ebenfalls streng, d. h. ohne Aberration durch A_2 geht und die Sinusbedingung erfüllt. Ist für A_0 nur die sphärische Aberration aufgehoben, nicht aber die Sinusbedingung erfüllt, so gilt das gleiche für den Punkt A_2 .

168. Die semiaplanatischen Linsen der Firma Zeiß in Jena.

Während bei den Linnemannschen Linsen (vgl. § 159) beide Flächen von der Kugelgestalt abweichen, sind in der neuesten Zeit durch die französische Patentschrift Nr. 401 974 und die britische Nr. 7144 vom Jahre 1908 der Firma Carl Zeiß in Jena Linsen bekannt geworden, welche nur auf der einen Seite von einer nichtsphärischen Fläche begrenzt sind, während die zweite Begrenzungsfläche eine Kugel ist. Derartige Systeme sind zwar nicht streng aplanatisch, sondern entweder ist die Sinusbedingung nur für die Randzone streng erfüllt, während die sphärische Abweichung vollkommen beseitigt ist oder bei strenger Erfüllung der Sinusbedingung ist die sphärische Aberration nur für eine Zone gehoben. Man könnte sie also als semiaplanatische Systeme bezeichnen. Die Fig. 253—258 stellen die Meridianschnitte fünf derartiger Linsen dar, bezüglich der Bezugszeichen sei folgendes bemerkt. Es ist:

- r Scheitelradius der von der Kugelgestalt abweichenden Fläche.
 R Radius der Kugelfläche.
 u der auf den Linsenrand bezogene halbe Oeffnungswinkel des der Kugelfläche zugehörigen Büschels.
 v der halbe Oeffnungswinkel desjenigen Büschels, welcher der nicht-sphärischen Fläche angehört.
 l der Abstand des Büschelschnittpunktes von der Linse für den Oeffnungswinkel $2u$.
 m derselbe Abstand für $2v$.
 d die Dicke der Linse in der Achse.
 D Durchmesser der Linse.

Fig. 253.

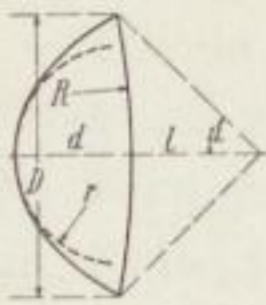


Fig. 254.



Fig. 255.

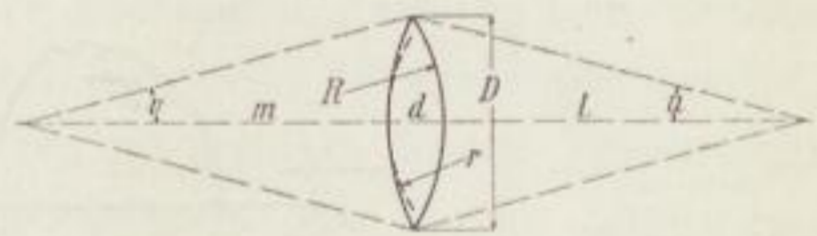


Fig. 256.

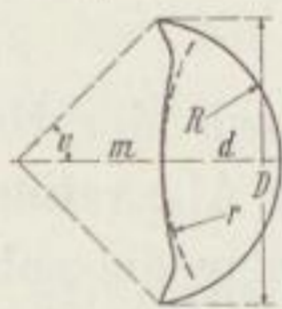
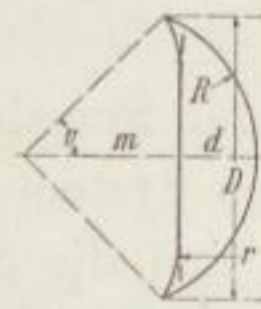


Fig. 257.



Fig. 258.



In der Tabelle sind die Zahlenwerte der sechs durch die Figuren dargestellten, sowie außerdem noch 18 weitere Beispiele dargestellt und zwar fortschreitend nach dem Brechungsexponenten n , während die Brennweite zu $f = 100$ angenommen ist. Die Radien konvexer Flächen sind positiv, die konkaven negativ angesetzt, die halben Oeffnungswinkel v und u werden als positiv angesehen, wenn der Büschelschnittpunkt auf der Seite der nicht-sphärischen Fläche bzw. der Kugelfläche liegt. Dasselbe gilt auch von den Vorzeichen der zugehörigen Abstände m bzw. l . In den Beispielen von 1—11 der Tabelle beträgt die algebraische Summe der beiden halben Oeffnungswinkel v und u 30° , in den übrigen Beispielen 45° . In beiden Hauptgruppen 1—11 resp. 12—24 folgen die Beispiele einander in 15° -Stufen von v und u , dabei treten dieselben Paare von v und u in jeder Hauptgruppe doppelt auf, einmal (Nr. 1—5 und 12—17) in Verbindung mit dem Brechungsexponenten 1,5, das andere Mal (Nr. 7—11 und 10—24) in Verbindung mit dem Exponenten 1,75. Außerdem sind noch zwei Beispiele angegeben (Nr. 6 und 18), die sich beziehen auf den Wert $v = 0^\circ$ und den Brechungsexponenten 1,618. Der Tabelle zufolge ist die Berechnung einer semiaplanati-

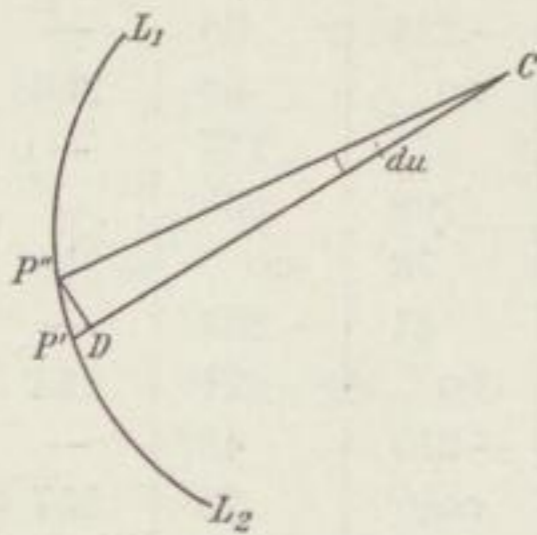
Nr.	n	v Grad	u Grad	r	R	d	m	l	Fig.
1	1,5	-15	45	36	-104	21	-167	44	—
2	1,5	0	30	55	448	27	∞	84	—
3	1,5	15	15	87	105	29	191	189	255
4	1,5	30	0	228	62	27	85	∞	—
5	1,5	45	-15	-137	38	21	45	-168	—
6	1,618	0	30	62	∞	22	∞	87	—
7	1,75	-15	45	40	-71	14	-165	48	—
8	1,75	0	30	68	-605	18	∞	89	—
9	1,75	15	15	137	155	19	195	194	—
10	1,75	30	0	-1260	71	18	89	∞	—
11	1,75	45	-15	-75	41	14	48	-165	—
12	1,5	-15	60	40	-131	42	-224	36	—
13	1,5	0	45	55	390	59	∞	64	253
14	1,5	15	30	66	138	68	277	117	—
15	1,5	30	15	80	96	67	128	265	—
16	1,5	45	0	121	72	59	73	∞	256
17	1,5	60	-15	-904	48	42	41	-233	—
18	1,618	0	45	62	∞	47	∞	71	254
19	1,75	-15	60	44	-78	28	-219	43	—
20	1,75	0	45	68	-540	39	∞	75	257
21	1,75	15	30	98	253	45	286	132	—
22	1,75	30	15	165	121	45	136	281	—
23	1,75	45	0	2300	77	39	78	∞	258
24	1,75	60	-15	-96	47	28	45	-222	—

schen Linse auf die Aufgabe zurückgeführt, eine Fläche vom Radius R so zu deformieren, daß sie sphärisch streng korrigiert ist, falls die Werte n , v , u , r , R , d , m und l gegeben sind. Der Brechungsexponent 1,618 ist in Verbindung mit dem halben Oeffnungswinkel $v = 0^\circ$ in zwei Beispielen berücksichtigt worden, weil er für den praktisch vielleicht wichtigsten Fall einerseits parallelstrahliger Bündel statt der Kugelfläche eine Planfläche und als Scheitelradius r der deformierten Fläche einen von dem halben Oeffnungswinkel u unabhängigen Wert ergibt. Ist der Brechungsexponent kleiner wie bei den am meisten gebräuchlichen Glasarten, so sind für einen Bereich, dessen Grenzen einerseits über $v = 0^\circ$ und andererseits über $u = 0^\circ$ ein wenig hinausgehen, der also die Beispiele Nr. 2—14 und 13—16 einschließt, beide Radien r und R positiv, d. h. die entsprechenden Flächen erhaben. Schließt man aus diesem Bereich auch noch solche Paare von v und u aus, bei denen v erheblich größer ist als u , zieht man also von den Beispielen nur Nr. 2 und 3, sowie 13—15 in Betracht, so ergibt sich, daß r stets kleiner als R ist. Dagegen ist bei Paaren von v und u , deren u etwa den Wert 0 hat, r größer als R , wie die beiden Beispiele Nr. 4 und 16 bestätigen.

169. Die optischen Eigenschaften der Kardioide.

Nachdem schon Schwarzschild (Abh. kgl. Ges. Wiss. Göttingen. Math.-phys. Klasse. Neue Folge, Bd. IV, 1905, Nr. 2, S. 23) allgemeine Bedingungen für den Aplanatismus von Spiegelsystemen aufgestellt hat, ist Siedentopf die Aufdeckung eines besonders interessanten Spezialfalles gelungen, indem er nachwies, daß durch Spiegelung an einer Kardioide in Verbindung mit der Spiegelung an einer Kugelfläche für parallelen Strahleneinfall aplanatische Abbildung stattfindet (vgl. z. B. „Ueber einen neuen Fortschritt in der Ultramikroskopie“. Verh. der deutschen Phys. Gesellschaft, XII. Jahrgang, Nr. 1, 1910).

Fig. 259.



Zum Nachweis der betreffenden Eigenschaft schicken wir einen Hilfssatz voraus.

Ist in Fig. 259 \$L_1L_2\$ eine spiegelnde ebene Kurve und fallen von \$C\$ aus zwei unendlich nahe Strahlen \$CP'\$ und \$CP''\$ auf dieselbe. Fällt man das Lot \$P''D\$ auf \$P'C\$, so steht \$P''D\$ auf dem Strahl \$P'C\$ und \$P''P'\$ auf der Normalen im Punkte \$P'\$ senkrecht. Folglich muß \$\sphericalangle DP''P'\$ gleich dem Einfallswinkel \$i\$ des Strahles \$CP'\$

sein, und man hat aus dem unendlich kleinen Dreieck \$DP'P''\$

$$\text{tg } i = \frac{P'D}{P''D}.$$

Setzt man den Radiusvektor \$P'C = R\$ und den unendlich kleinen Winkel \$P'CP'' = du\$, so ist \$P''D = R du\$, während \$P'D\$, das ist die Abnahme des Radiusvektor gleich \$-dR\$, zu setzen ist. Man hat dann:

$$\text{tg } i = -\frac{dR}{R du} \dots \dots \dots (1)$$

Sei nun in der Fig. 260 ein Kardiodenbogen mit den Punkten \$C\$ und \$P'\$ dargestellt. Der Punkt \$C\$ auf der Achse \$ZZ\$ sei Anfangspunkt eines Koordinatensystems.

Dann ist die Polargleichung der Kardioide

$$R = r (1 + \cos u) \dots \dots \dots (2)$$

Trägt man nun von \$C\$ aus das Stück \$CM = \frac{r}{2}\$ ab und schlägt um \$M\$ einen Kreis mit dem Radius \$r\$, so soll bewiesen werden, daß ein in beliebiger Höhe \$h\$ in Richtung \$OP\$ einfallender und an der Kreislinie bei \$P\$ nach \$P'\$ hin reflektierter Strahl von der Kardioide so reflektiert wird, daß er durch den Punkt \$C\$ geht. Durch Differentiation von (2) folgt:

$$dR = -r \sin u \cdot du,$$

wodurch Gleichung (1) liefert:

$$\operatorname{tg} i = \frac{r}{R} \sin u = \frac{\sin u}{1 + \cos u} = \operatorname{tg} \frac{u}{2},$$

also ist

$$i = \frac{u}{2}.$$

Nehmen wir nun an, daß ein von C ausgehender und bei P' von der Kardioide reflektierter Strahl die Achse ZZ in B' schneide, so ist zufolge des letzteren Resultates das Dreieck P'B'C gleichschenkelig. Aus diesem Dreieck ergibt sich sofort

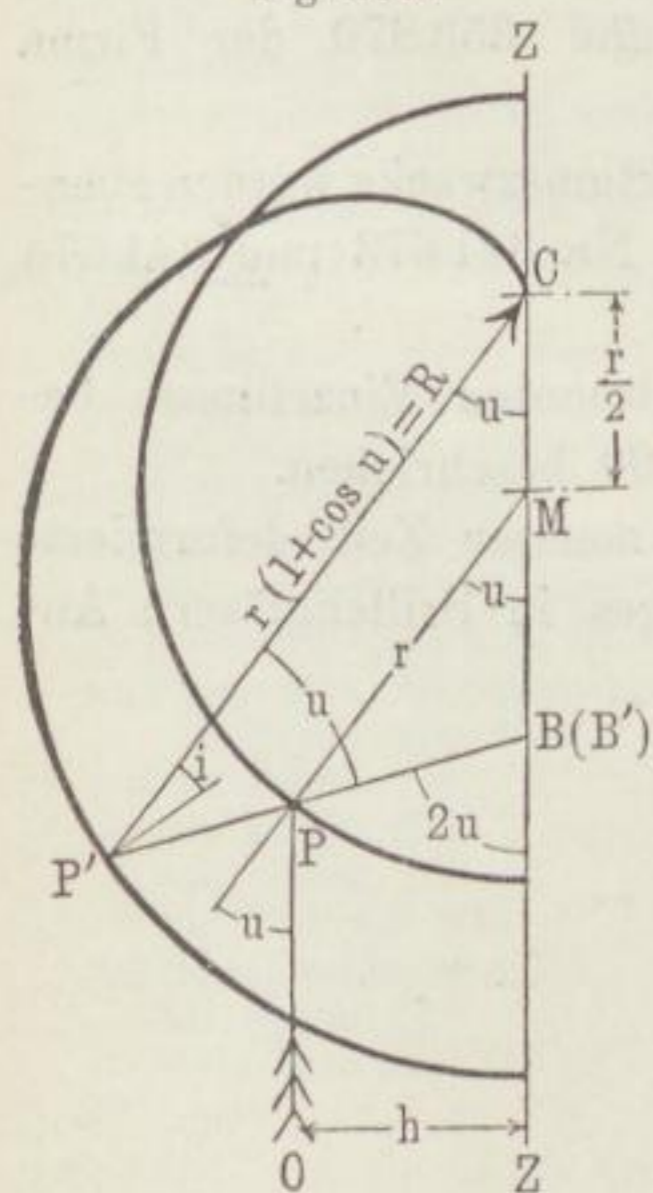
$$\cos u = \frac{R}{2 \cdot B'C'}$$

Ferner ist

$$\begin{aligned} B'M &= B'C - MC = \frac{R}{2 \cos u} - \frac{r}{2} \\ &= \frac{r(1 + \cos u)}{2 \cos u} - \frac{r}{2} = \frac{r}{2 \cos u} = B'M \dots (3) \end{aligned}$$

Nehmen wir ferner an, der einfallende Strahl OP sei so gezeichnet, daß er nach P' hin reflektiert werde, so ist zu beweisen, daß P'P verlängert durch den Punkt B' gehe.

Fig. 260.



Wir nennen zunächst den Punkt, in welchem die Verlängerung von P'P die Achse ZZ schneide, B, und ziehen das Einfallslot MP = r; dann ist zufolge des Reflexionsgesetzes das Dreieck PBM gleichschenkelig und man hat aus diesem Dreieck:

$$BM = \frac{r}{2 \cos u}$$

und durch Vergleich mit Gleichung (3) findet man

$$BM = B'M,$$

woraus das Zusammenfallen von B und B' folgt.

Die Aneinanderfügung der beiden Spiegelungen gibt also eine aberrationslose Strahlenvereinigung, d. h. der Punkt C ist der aberrationsfreie Fokus der parallel einfallenden Strahlen. Ferner ist nach Fig. 260:

$$\sin u = \frac{h}{r} \quad \text{oder} \quad \frac{h}{\sin u} = r = \text{constans},$$

wo r also zugleich die Brennweite der Spiegelkombination darstellt. Die letztere Gleichung drückt aber die Bedingung für die Erfüllung der Sinusbedingung aus. Die Abbildung ist demnach auch aplanatisch.

Die Eigenschaften der Kardioide liegen dem sog. Kardioidekondensator der Firma Zeiß zugrunde.

170. Verwendung aplanatischer Systeme.

Die Verwendung aplanatischer, semiaplanatischer oder kartesianischer Systeme dürfte mit der fortschreitenden Entwicklung der Schleiftechnik noch weitere Verbreitung annehmen als bisher, und es ist nicht ausgeschlossen, daß nach dieser Richtung hin uns noch eine Art von Umwälzung der optischen Technik bevorsteht. Wir bemerken, daß die Erfüllung der Achromasie keine unüberwindlichen Schwierigkeiten zu bieten scheint. Setzt man nämlich aplanatische Linsen aus Gläsern von gleichen Brechungsexponenten aber verschiedener Dispersion zusammen, so wird der Aplanatismus nicht gestört, während Bedingungen zur Erfüllung der Achromasie frei werden, wie wir oben schon erwähnt haben.

Außer den schon gemachten Andeutungen weisen wir noch auf folgende Neukonstruktionen hin:

Bei Scheinwerfersystemen aus zwei getrennten Sammellinsen wird eine Erhöhung der sphärischen Korrektur durch Verwendung deformierter Flächen erzielt (vgl. D.R.G.M. Nr. 341 677 und 353 870 der Firma Carl Zeiß).

Bei mehrgliedrigeren Kondensoren für Projektionszwecke werden ebenfalls deformierte Flächen verwendet (D.R.G.M. Nr. 341 673 und 341 674 der Firma Carl Zeiß).

Aplanatische Kollektive, die aus drei getrennten Einzellinsen bestehen, sind ferner in dem D.R.G.M. Nr. 316 900 beschrieben.

Außer den genannten Fällen finden in neuerer Zeit deformierte Flächen auch zur Korrektur des Strahlenganges in Brillengläsern Anwendung (vgl. § 150).



Alphabetisches Sachregister.

A.

- Abbildung, unscharfe 73.
Aberration, sphärische 13. 75.
Abkommen (für Zielfernrohre) 167.
Achsenametropie 105.
Achsenkrechte Objekte, Abbildung von 18.
Achse, optische 12.
Ähnlichkeitsmaßstab in konjugierten Ebenen 19.
— bezogen auf die Brennpunkte 27.
Akkommodation 108.
Alethar 279.
Ametropie 95.
Amicisches Prisma 151.
Aperturblende 68.
Aperturblende, Bestimmung der 70.
— des Mikroskops 239.
Apertur für ein akkommodationsloses Auge 130.
Aplanatismus 310.
Aplanatische Menisken erster Art 320.
— — zweiter Art 322.
— Punkte der Kugelfläche 318.
Achromatkollinear 282.
Astar 279.
Astigmatismus, erste Form 77.
— zweite Form 79.
— graphische Darstellung 80.
Aufrichteprisma 151.
Auge, das menschliche 92.
— nach Helmholtz, neuere Form 93.
— schematisches, von Helmholtz 52.
Augenspiegel, Allgemeines 296.
— von Helmholtz 297.
— von Ruete 298.
— von Baum 299.
— von Ulrich 300.
— von Thorner 308.
Austrittspupille 69.
— des Auges 118.
— eines Instrumentes 122.

B.

- Beleuchtungsapparat, Abbescher 240.
Beobachtungsfehler von Basisentfernungsmessern 195.

- Bis-Telar 287.
Brechkraft (Definition) 42.
— für ein beliebiges zentriertes System von Kugelflächen 47.
— vollständige 72.
— des ganzen Mikroskops 241.
Brechungsexponent (Definition) 3.
Brechungsgesetz 5.
Brennpunkt 15.
Brennpunktsgleichungen 61.
Brennweiten 15.
— Satz über die 32.
— neue Definition der 33.
Brillenbezeichnungen 44.
Brillengläser, Allgemeines 291.
— achromatische, von Zeiß 292.
Brillenrefraktion 96.
Brillenvergrößerung 103.

C.

- Celor 278.

D.

- Deformierte Flächen 311.
Dioptrie (Definition) 42.
Dispersion (Definition) 7.
— eines Prismas mit kleinem brechenden Winkel 9.
Doppelanastigmat von Goerz (Dagor) 277.
Doppelblickzielfernrohr 179.
Doppelfernrohre, das Sehen durch 186.
Dosenfernrohr 154.
Dunkelfeldbeleuchtung 245.
Dynar 282.

E.

- Eigenvergrößerung des Mikroskopobjektivs 242.
Eintrittspupille 69.
— des Auges 118.
— eines Instrumentes 122.
Emmetropie 93.
Entfernungsmesser 192.
— der Aktiengesellschaft Hahn 198.
— der Firma Zeiß 200.

- Entfernungsmesser, stereoskopische 201.
 — nach Eppenstein 205.
 — der Firma C. P. Goerz 215.

F.

- Fernpunkt 95. 108.
 Fernrohr, abgekürztes 158.
 — holländisches 158.
 — holländisches, der Firma Zeiß 162.
 Fernrohre 139.
 — astronomische 142.
 Fernrohrbrillen 296.
 Flächenkrümmung, Sinn und Größe der 21.
 Fokalebene (Definition) 24.
 Fraunhofersche Linien 8.
 Fundamentalgleichung 15.
 — zweiter Beweis 20.
 Fundamentalgleichungen für die optischen Instrumente 127.

G.

- Geschützaufsätze der Firma Zeiß 178.
 Gesichtsfeld der Fernrohre 161.
 Gesichtswinkel 106.
 Glassorten, Bestimmung der 8.
 Grenzwinkel, physiologischer 195.
 Grundbegriffe 3.

H.

- Hauptebenen (Definition) 24.
 Hauptpunktsystem, Resultate für das 50.
 Heliar 282.
 Helligkeit der Bilder bei optischen Instrumenten 131.
 — der Fernrohre 160.
 — von Projektionssystemen und photographischen Objektiven 264.
 Hypergon 278.
 Hypergonweitwinkel 271.
 Hypermetropie 95.

I. J.

- Infanterieentfernungsmesser „Hahn“ 198.
 Invertprinzip 194.
 Justiervorrichtungen für Entfernungsmesser 206.
 Justiervorrichtung für Geschütze 180.

K.

- Kardioide, optische Eigenschaften der 326.
 Kardioidekondensator von Siedentopf 248.
 Kardioidemikroskop 255.

- Kartesianische Systeme 310.
 — Abbildung, Bedingung für 314.
 — Flächen 315.
 — Linsen 315.
 — — Spezialfälle 316.
 Knotenpunkte (Definition) 34.
 Knotenpunktvergenzen 61.
 Koinzidenzprinzip 194.
 Kollektiv 144.
 Kollinear 281.
 Kombination von Auge und Brillenglas 100.
 — zweier Systeme 34.
 Konjugierte Ebenen 19.
 — — Maßstab für, bezogen auf die Hauptpunkte 32.
 — Punkte 15.
 — Schnittweiten 27.
 — — bezogen auf die Hauptpunkte 28.
 Konvergenz (Definition) 45.
 Kristalllinse, ihre Akkommodationsleistung 116.
 Kritische Strecke 124.
 Krümmung der Bilder 65.
 Krümmungsametropie 104.
 Kugelfläche, Brechung durch eine 12.

L.

- Lagrange, Satz von 20.
 — — für ein beliebiges zentriertes System 29.
 Leuchtender Punkt (Definition) 3.
 Lichtstrahlen (Definition) 3.
 Linse, konzentrische 55.
 Linsen (Definition) 37.
 — unendlich dünne 38.
 — — — Satz über 40.
 — — — Konstruktion der durch sie entworfenen Bilder 41.
 Lupe 134.

M.

- Magnar 287.
 Menisken, deformierte, der Firma Zeiß 293.
 — Doppel-, der Firma Zeiß 295.
 Meridionalschnitt 77.
 Mikrophotographie mit ultraviolettem Licht 249.
 Mikroprojektionssystem von Zeiß 250.
 Mikroskop 234.
 — Strahlengang im 235.
 Mikroskopische Bilderzeugung nach der Abbeschen Theorie 243.
 Myopie 95.

N.

- Nahpunkt 108.
 Netzhautbildgröße des bewaffneten ametropischen Auges 103.
 Nulllinse 56.

O.

Objektiv (Definition) 122.
 Objektive, photographische 258.
 — — Tiefe der 259.
 Oeffnungsblende siehe Aperturblende.
 Okular (Definition) 83.
 — von Ramsden 144.
 — von Huyghens 144.
 — von Kellner 144.
 — von Colzi 147.
 — andere Formen 147.
 Okular, terrestrisches 148.
 Okularnummer 242.
 Optische Länge 312.
 Orthoprotar 276.
 Orthoskopie 122.
 Oxyg 282.

P.

Panoramafernrohre im allgemeinen 172.
 — von C. P. Goerz 173.
 Pantar 279.
 Paraboloidkondensator von Zeiß 247.
 Parachiales Gebiet 14.
 Pentagonprisma 151.
 Periskop von Mangin 183.
 Petzval-Porträtobjektiv 270.
 Petzvalscher Satz 65.
 Photographische Abbildung, naturgetreue 266
 — — ihre Helligkeit 269.
 Planar 274.
 Planparallele Platten 7.
 Plastik, totale 185.
 Porroprismen 149.
 Presbyopie, emmetropische und ametropische 110.
 Prisma 6.
 — von Abbe 152.
 — von Sprenger 152.
 — von Daubresse 153.
 — von Hensoldt 153.
 — von Dove 153.
 — von Wirth 153.
 Prismen, achromatische 10.
 — allgemeine 150.
 Prismenfernrohr 149.
 — Ausführungsformen 154.
 Prismenzielfernrohr der Firma Zeiß 170.
 Protar von Zeiß 272.
 Pulfrichsche Tabelle 189.
 Pupille als Fenster des Auges 303.

R.

Reduzieren einer Strecke 47.
 Reflexfreiheit, Bedingungen der 305.
 Reflexion, totale 5.
 — als Spezialfall der Brechung 21.

Reflexionsgesetz 4.
 Refraktion des Auges 93.
 Refraktionsänderung durch vorgeschaltete Gläser 97.
 Reliefscherenfernrohr 155.

S.

Sagittalschnitt 77.
 Sehfeldblende 238.
 Semiaplanatische Linsen der Firma Zeiß 323.
 Sinusbedingung 84.
 Spaltultramikroskop 255.
 Spektrum 8.
 Spiegelkondensator von Heimstädt 246.
 — von Ignatowsky 248.
 Stereokomparator 223.
 Stereometer von Pulfrich 225.
 Stereoskopaufnahmeobjektive 190.
 Stereoskope 188.
 Stereoskopie 184.
 Stereoskopisches Sehen, Radius des 184.
 Strahlenbegrenzung 68.
 Syntor 278.
 Systeme, die gleichzeitig den ganzen Horizont abbilden 181.

T.

Tangentenverhältnis 83.
 Telemeter 211.
 Teleobjektiv 283.
 Teleplast 156.
 Teleskopisches System 37.
 Tessar 275.
 Tiefe 74.
 — des Auges 118.
 — photographische, bei nachheriger Vergrößerung 261.
 Torische Flächen 78.
 Tripelspiegel 219.
 Tubuslänge 239.

U.

Ultramikroskopie 254.
 Umkehrsysteme 168.
 — aplanatische 318.
 Unokulare Beobachtung 222.
 Untersuchung im aufrechten Bilde 301.
 — im umgekehrten Bilde 302.

V.

Verantsysteme 134.
 Vergenz siehe Konvergenz.
 Vergenzen für ein beliebiges zentriertes System von Kugelflächen 47.
 — vollständige 72.

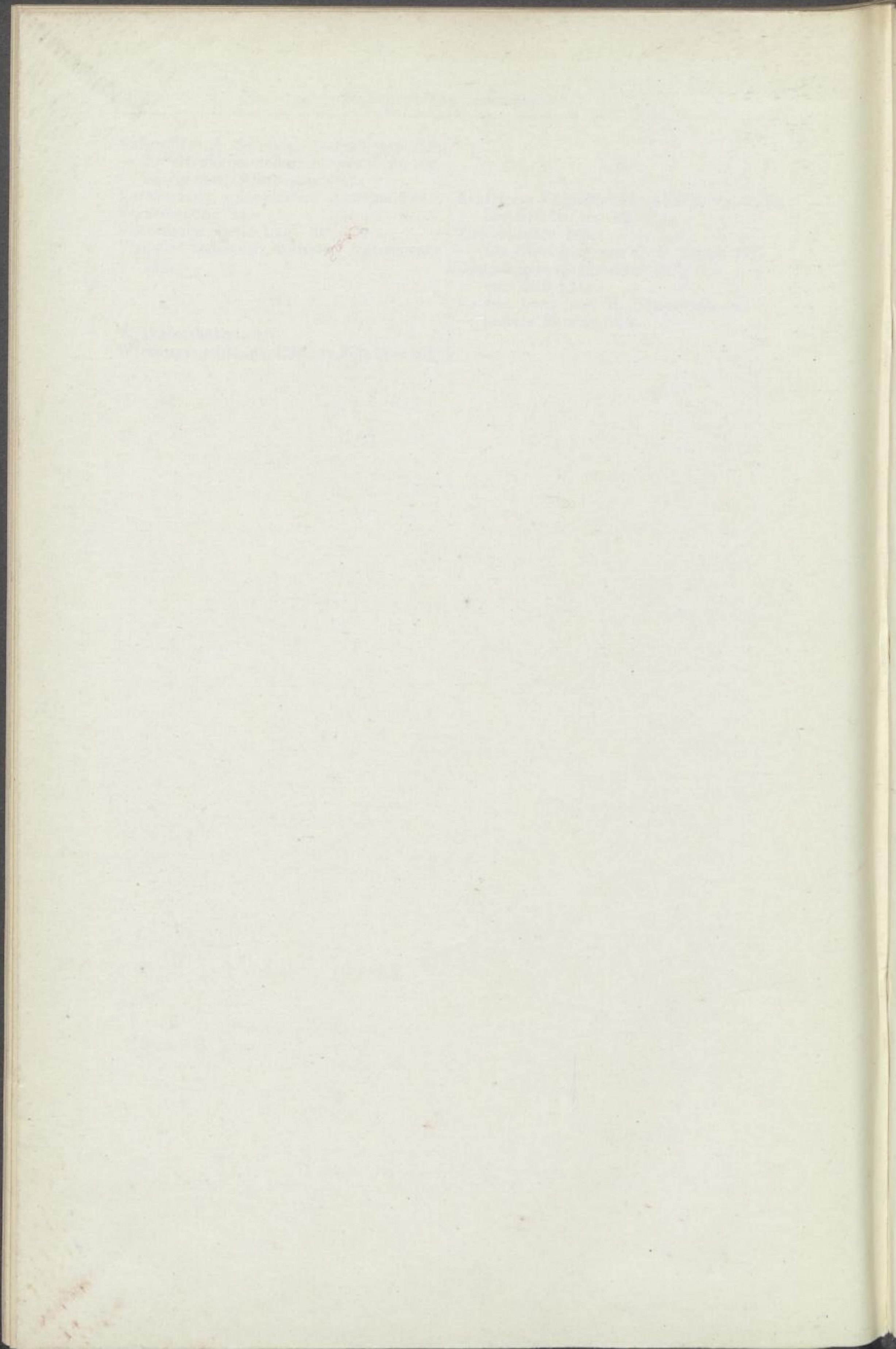
Vergrößerung optischer Instrumente 128.
 — für ein akkommodationsloses Auge 130.
 — des ganzen Mikroskops 241.
 Verwendung aplanatischer Systeme 328.
 Verzeichnung 84.
 Visierlinien, beste Lage der 169.
 Visueller Gebrauch optischer Instrumente
 120.

W.

Winkelverhältnis 30.
 Wirkung leuchtender Flächen, Satz über 303.

Z.

Zentrierte Kugelflächen, Abbildung durch
 ein System von 22.
 Zielfernrohre 163.
 — für Geschütze von C. P. Goerz 171.
 Zystoskope, Allgemeines 227.
 — von Zeiß 231.
 — von Louis und H. Löwenstein 231.
 — andere Formen 232.



HGB Leipzig

00 022 194



