Aufgaben

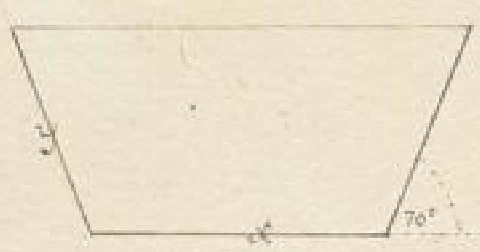
aus der Bergmaschinenlehre

Während des bergacademischen Lehrcourses $18\frac{34}{35}$.

gelöst von

Anton Hallbauer.

Welche Dimensionen muß man dem Durchschnitte eines Canals geben, der bey einer Böschung von 70°: 27 □ Fuß Inhalt erhalten soll?



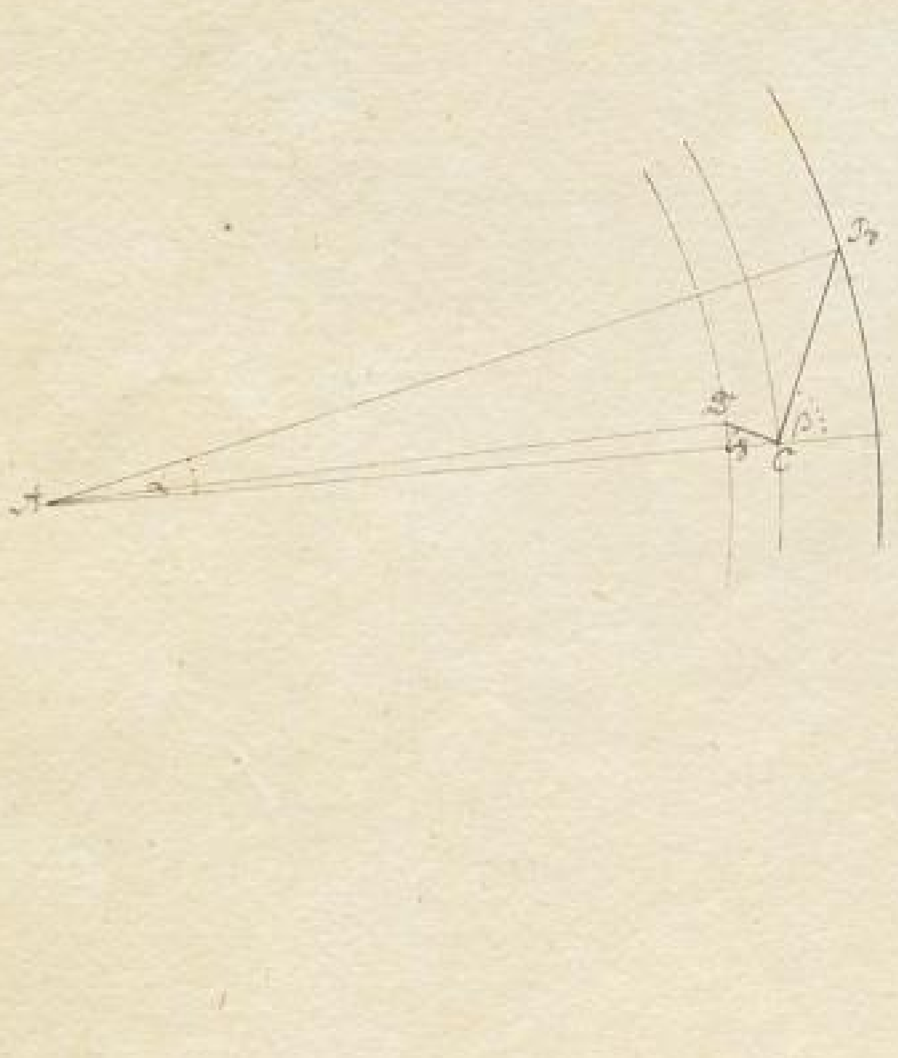
Die Ufer des Canals werden eine Höhe von $y = \sqrt{\frac{27}{(2-\cos 70°)\sin 70°}}$

$= 4,1624$ Fuß und der Grund eine Breite von $x = 2(1-\cos 70°)\,y$

$= 5,4783$ Fuß

erhalten müssen.

Welche Anordnungen hat man bey einem oberschlächtigen Wasserrade zu machen, welches 30 Fuß Höhe, pro Minute 150 Kub. Fuß Aufschlagewasser erhalten und in dieser Zeit dreymal umgehen soll? Wie groß ist ferner der wasserhaltende Bogen und die Leistung dieses Rades?



Das Rad erhält $\frac{13}{3}\cdot R = \frac{13\cdot 30}{2\cdot 3} = 65$ Schaufeln, denen der Theilwinkel $\alpha = \frac{360}{65} = 5°32'18''$ zugehört.

Zur Weite des Rades erhält man, die Kranzbreite = 1 Fuß angenommen

$w = \frac{4\cdot 150}{3\cdot(30-1)\pi} = 2,195$ Fuß.

Der Deckungswinkel β ist gegeben durch $\tan\beta = \frac{5\sin 5°32'18''}{1-\cos 5°32'18'' - \frac{4}{3\cdot 30}}$

$\beta = 67°36'16''$

Die Breite der Wasserschaufeln ergiebt sich $\frac{15\sin 5°32'18''}{\sin 67°36'16''} = 1,5757$ Fuß; man kann nun die Riegelschaufeln entweder radial oder winkelrecht gegen die Wasserschaufeln legen; im ersteren Falle werden sie eine Breite von $\frac{1}{3}$ Fuß, im andern Falle eine Breite von 0,3618 Fuß erhalten müssen, denn es gilt für diesen Fall

$\sin\delta = \frac{14,333}{14}\cos\beta = 157°2'29''$

$b = \frac{14\sin(\gamma+\delta)}{\cos\beta} = 0,3618$

Man macht den Winkel zwischen Wassund Riegelschaufel möglichst groß, und thut daher wohl besser, die Riegelschaufeln radial zu legen.

Läßt man das Wasser in die zweyte Radzelle einfallen, so ist die Höhe des wasserhaltenden Bogens

$$H = R\left(\cos 2\alpha + \sin \frac{\delta+\varepsilon}{2}\right)$$; es ist

aber $$\operatorname{tg} \delta+\varepsilon = \frac{(2n-3)10}{65-9n}$$

$$= \frac{(130-3)10}{65-9.65}$$

$$\delta+\varepsilon = 112^\circ 16' \text{ und } \frac{\delta+\varepsilon}{2} = 56^\circ 8',$$

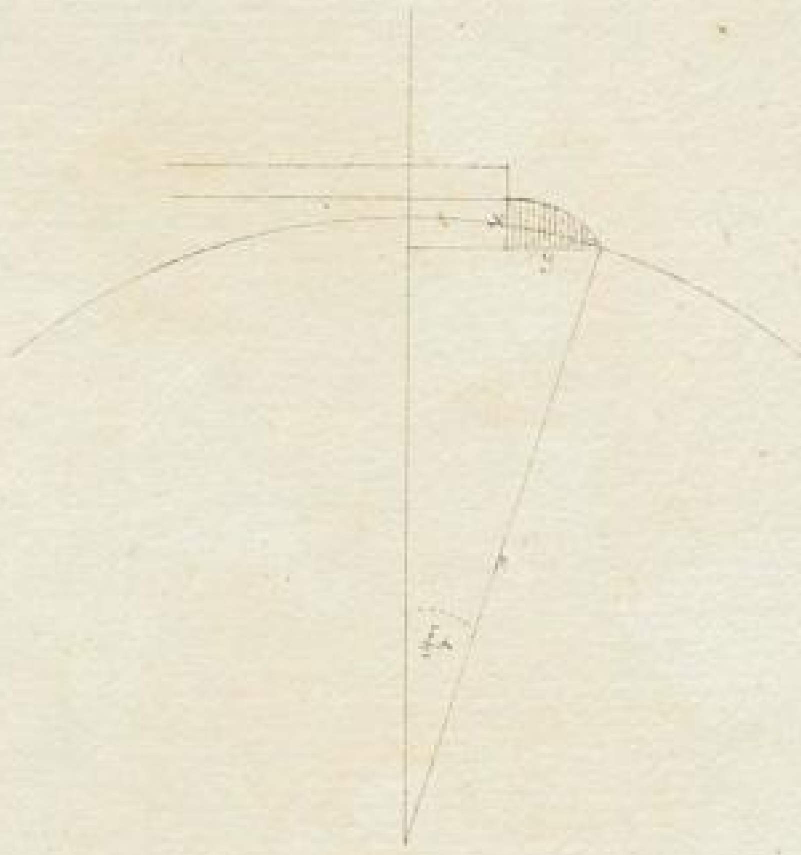
mithin $$H = 15(\cos 11^\circ 4' 36'' + \sin 56^\circ 8'.)$$
$$= 27,1759 \text{ Fuß.}$$

Da das Wasser, um mit dem Rade einerley Geschwindigkeit zu haben, nur 4,714 Fuß Geschwindigkeit nöthig hat, und die Fallhöhe vom Scheitel des Rades bis in die zweyte Zelle schon beynahe diese Geschwindigkeit bewirkt ($c = 7,31\sqrt{0,2795} = 3,8$), so hat man auf keinen Fall nöthig, das Wasser im Gerinne aufzustauen; man wird nämlich die nöthige Wassergeschwindigkeit schon erlangen wenn man das Gerinne um h über den Scheitel des Rades legt.

$$\left(\frac{3.\,30.\,\pi}{60\alpha}\right)^2 = \frac{4gh}{\alpha^2} + \frac{4g}{\alpha^2}(15 - 14,7205.)$$

$$h = 0,020868 \text{ Fuß.}$$

Soll nun der Wasserstrahl so auf die Schaufeln fallen daß er den Winkel zwischen zwey benachbarten Stoßschaufeln halbirt, so muß die Ausflußöffnung des Ge-



nimmt nun $15 \sin \frac{5}{2}\alpha - y$

$$= 15 \sin \tfrac{5}{2}\alpha - \sqrt{\left(c^2-\frac{x^2}{49}\right)\frac{x^2}{9}}$$

$$= 15 \sin 13^\circ 10' 45'' - \sqrt{\left(4,714^2-\frac{0,3203^2}{49}\right)\frac{0,3203^2}{9}}$$

$= 3,586 - 0,591 = 2,995$ Fuß über den Scheitel des Rades hinausgerückt werden.

Das Moment des Rades beträgt nun

$$Pv = M\gamma\left(H - \frac{v^2}{g}\right)$$

$$= \frac{150}{60} \cdot 48,883\,(27,1795 - 1,2818)$$

$= 3164,453$ Fußpf.

Giebt man dem Rade nun 1 Fuß Abzugsgefälle, so ist das Totalgefälle

$30 + 1 + 0,04086 = 31,04086$ Fuß

und das ihm zugehörige Moment wäre

$$\frac{150}{60} \cdot 48,883 \cdot 31,04086$$

$= 3793,417$ Fußpf.

Die Leistung des Rades ist also

$$\frac{3164,453}{3793,417} = 0,8342.$$

Dieselben Anwendungen bey epicycloidischen Schaufeln zu treffen. Vergleichung der Wirkung zwischen beyden Methoden.

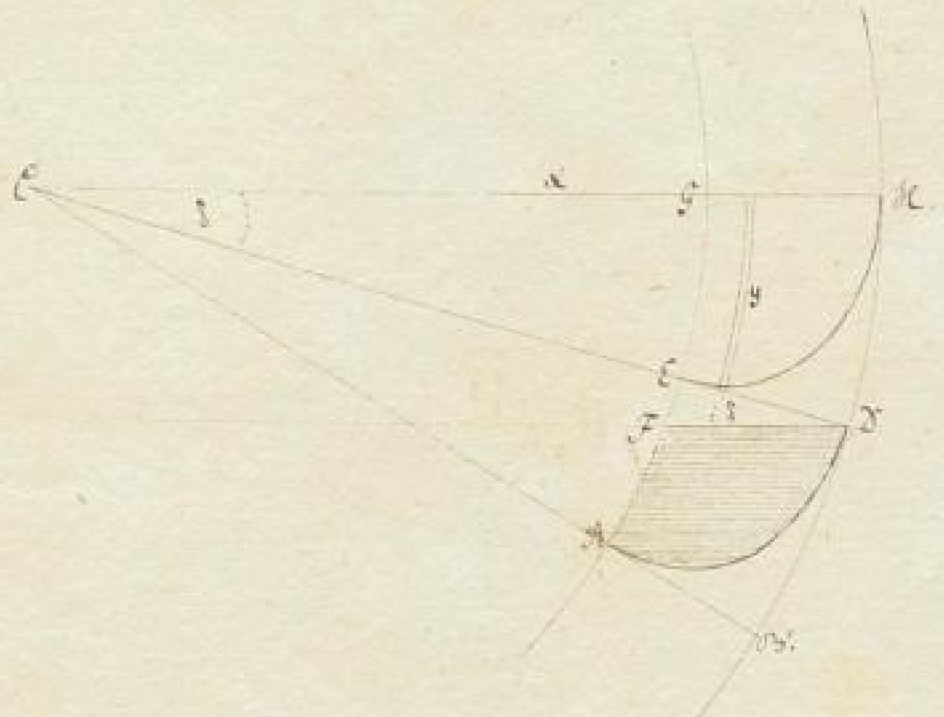
Nimmt man hier die Kranzbreite ebenfalls ein Fuß an, so erhält das Rad $= 2\left(\frac{30-2}{1}\right) = 56$ Schaufeln und eine Weite von 2,795 Fuß, wie vorhin. Der Theilwinkel beträgt

$$\alpha = \frac{360}{56} = 6^\circ 25' 42''$$

Um die Schaufeln zu construiren, ziehe man innerhalb der Kranzbreite einen Ergänzungskreis mit dem Durchmesser $= b$ und theile die eine Hälfte desselben in so viele gleiche Theile, als man

Punkte in der Spirallinie erhalten will, d. i. durch den Winkel $\frac{180}{m}$. Nun theilt man auch den einem Theilwinkel (6°25'42") zugehörigen Bogen des Radkreises in eben so viel gleiche Theile und zwar durch den Winkel $\frac{6°25'42''}{m}$. Durch die erhaltenen Theilpunkt im Erzeugungskreise zieht man von C aus concentrische Kreise und durch die Theilpunkte im Radkreise Radien, und zwar so, daß der 1ste, 2te, 3te etc. Radius den 1sten 2ten, 3ten etc. concentrischen Kreis schneidet. Die Entfernungen dieser Durchschnittspunkte von den Theilpunkten des Erzeugungskreises trägt man nun durchweg von den letzteren aus, wieder auf die concentrischen Kreise und erhält so die verlangten Punkte der Spirallinie.

Um die Größe des wasserhaltenden Bogens zu bestimmen, hat man erst die Winkel aus zu mitteln, bey welchen die Schaufeln anfangen, auszugießen und bey welchen sie alles Wasser ausgegossen haben; das letztere wird offenbar erst geschehen seyn, wenn die Schaufeln den tiefsten Punkt erreicht haben, also bey 90° vom horizontalen Durchmesser. Um aber den Winkel zu finden, bey welchem sie anfangen, auszugießen, muß man erst den Inhalt des Querschnitts einer Zelle EGK = EAD suchen.



Wenn C der Coordinatenanfangs-punkt und $CH = x$
$EG = y$, so ist der Inhalt eines Elements der gesuchten Fläche $y\,dx$ und der Inhalt der ganzen Fläche daher $\int y\,dx$. Aus der Coordinatengleichung der Epicycloide folgt aber

$$y = \frac{R\sin\alpha - r\sin\frac{R}{r}\alpha}{R\cos\alpha - r\cos\frac{R}{r}\alpha}\cdot x. \text{ also}$$

$$EGH = \int \frac{R\sin\alpha - r\sin\frac{R}{r}\alpha}{R\cos\alpha - r\cos\frac{R}{r}\alpha}\, x\,dx.$$

$$= \frac{R\sin\alpha - r\sin\frac{R}{r}\alpha}{R\cos\alpha - r\cos\frac{R}{r}\alpha}\cdot\frac{x^2}{2} + \text{Konst.}$$

für $x = R - 2r$ ist $EGH = 0$ und

$$\text{Konst} = -\frac{R\sin\alpha - r\sin\frac{R}{r}\alpha}{R\cos\alpha - r\cos\frac{R}{r}\alpha}\,\frac{(R-2r)^2}{2}$$

und für $x = R$ der gesuchte Inhalt

$$EGH = AED = \frac{R\sin\alpha - r\sin\frac{R}{r}\alpha}{R\cos\alpha - r\cos\frac{R}{r}\alpha}\left(\frac{R^2}{2} - \frac{(R-2r)^2}{2}\right)$$

$$= 2\cdot\frac{R\sin\alpha - r\sin\frac{R}{r}\alpha}{R\cos\alpha - r\cos\frac{R}{r}\alpha}\left(Rr - r^2\right)$$

$$= 2\cdot\frac{15\sin 6^\circ 25' 42'' - \frac{1}{2}\sin 12^\circ 51'}{15\cos 6^\circ 25' 42'' - \frac{1}{2}\cos 12^\circ 51'}\left(\frac{15}{2} - \frac{1}{4}\right)$$

$= 1{,}576 \,\square$ Fuß.

Es soll nun $\frac{1}{4}\,AEDB = ADF$ seyn; da

$$AEDB = \frac{(AE + DB)}{2}\cdot AB$$
$$= \frac{(30+28)\,\pi}{2.56}$$
$$= 1{,}629 \text{ und}$$

$$ADF = ADE - EDF = 1{,}576 - \frac{\overline{AB}\,tg\,\delta}{2}$$
$$= 1{,}576 - \tfrac{1}{2}\,tg\,\delta, \text{ so}$$

folgt: $1{,}629 = 4(1{,}576 - \frac{1}{2}\,tg\,\delta)$
$tg\,\delta = 2{,}387$ und
$\delta = 67^\circ\,16'$

Die Höhe der unterhaltenden

Bogens beträgt demnach:

$$H = h\left(\cos 2\alpha + \frac{1+\sin\delta}{2}\right)$$
$$= 15(0,9749 + 0,9601)$$
$$= 29,025 \text{ Fuß.}$$

Das mechanische Moment dieses Wasserrades ist nun

$$P = \frac{150}{60}(29,025 - 1,2818)\, 48,883$$
$$= 3390,402 \text{ Fußpfund.}$$

das Moment für das Totalgefälle wäre dagegen wie bey vorigem Rade 3793,417 Fußpfund; also die Leistung $\frac{3390,402}{3793,417}$

$$= 0,8937 \text{ oder nahe}$$
$$= \frac{9}{10} \text{ und die}$$

Leistung des vorigen Rades zu der des jetzigen verhält sich wie

$$\frac{0,8342}{0,8937} = 0,9345$$

Es ist die Anordnung eines 25 Fuß hohen Kropfrades zu treffen, an welchem das Wasser im Gerinne 4 Fuß hoch steht, das bey 8 Fuß lebendigem Gefälle pr. Min. 4 mal umgehen und 500 Cubikfuß Aufschlagewasser bekommen soll.

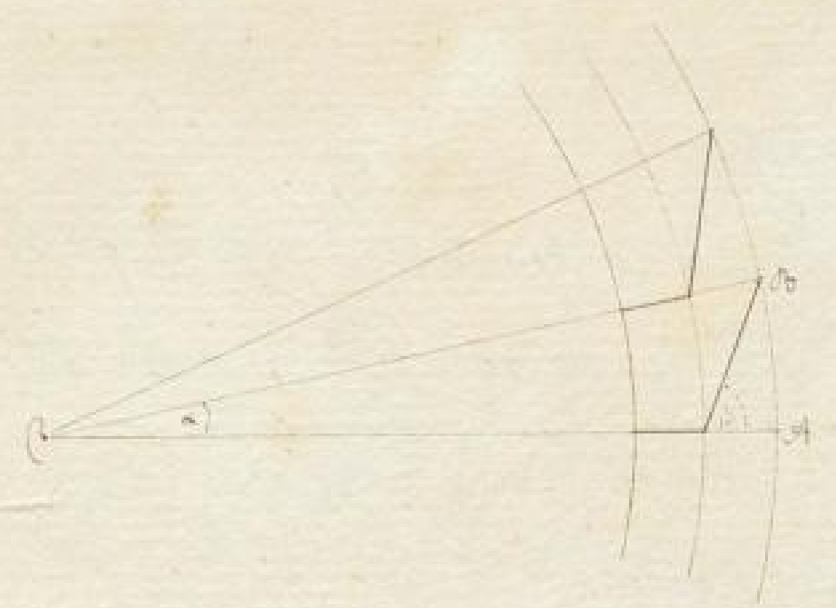
Das Rad erhält, wenn die Kranzbreite 1 Fuß beträgt, $\frac{(D-b)\pi}{6}$

$= 24\pi = 75$ Schaufeln, für welche der Theilwinkel $\frac{360}{75} = 4°48'$ ist.

Die Weite des Rades ergiebt sich aus $Acw = 2M$, wo $C = 5,236$ die Geschwindigkeit des Rades pro Sec.

$$w = \frac{2.500}{60.5,236} = 3,183 \text{ Fuß.}$$

Wendet man die bey uns gebräuchliche Schaufelungsmethode an, bey welcher der Theil nicht die Kranzbreite halbirt und die



Kropfschaufeln radial, die Stoß-schaufeln dagegen vom Durchschnitts-punkte des Theilkreises mit dem einen Halbmesser, bis zum Durch-schnittpunkte des äußersten Rad-kreises mit dem andern Halbmesser eines Theilwinkels liegen, so be-trägt der Neigungswinkel $\beta = 62°9'$;

denn es ist $tg\,\beta = \frac{CA \sin\alpha}{CB - CA\cos\alpha}$

$$= \frac{12 \sin 4°48'}{12,5 - 12\cos 4°48'}$$

$$\beta = 62°9'$$

Die Breite der Stoßschaufeln ist dann $= \frac{D\sin\alpha}{2\sin\beta} = \frac{12,5 \sin 4°48'}{\sin 62°9'}$

$= 1,183$ Fuß und

die der Kropfschaufeln $= \frac{1}{2}$ Fuß.

Ist h die Höhe der Schützöffnung und macht man das Gerinne um 6 Zoll enger, als die Rad-weite, so ist

$$\frac{500}{60} = 2/3\,\alpha \cdot 2,683\left(4^{3/2} - (4-h)^{3/2}\right)$$

$$\sqrt[3]{\left(8 - \frac{25}{2.2,683\alpha}\right)^2} = 4 - h$$

$$h = 0,2154 \text{ Fuß.}$$

Die Geschwindigkeit, mit der das Wasser unter der Schütze hervortritt, wird dann seyn:

$$\frac{500}{60.0,2154.2,683} = 14,42 \text{ Fuß.}$$

Die Dimensionen der Kropftheile ergeben sich aus Folgendem.

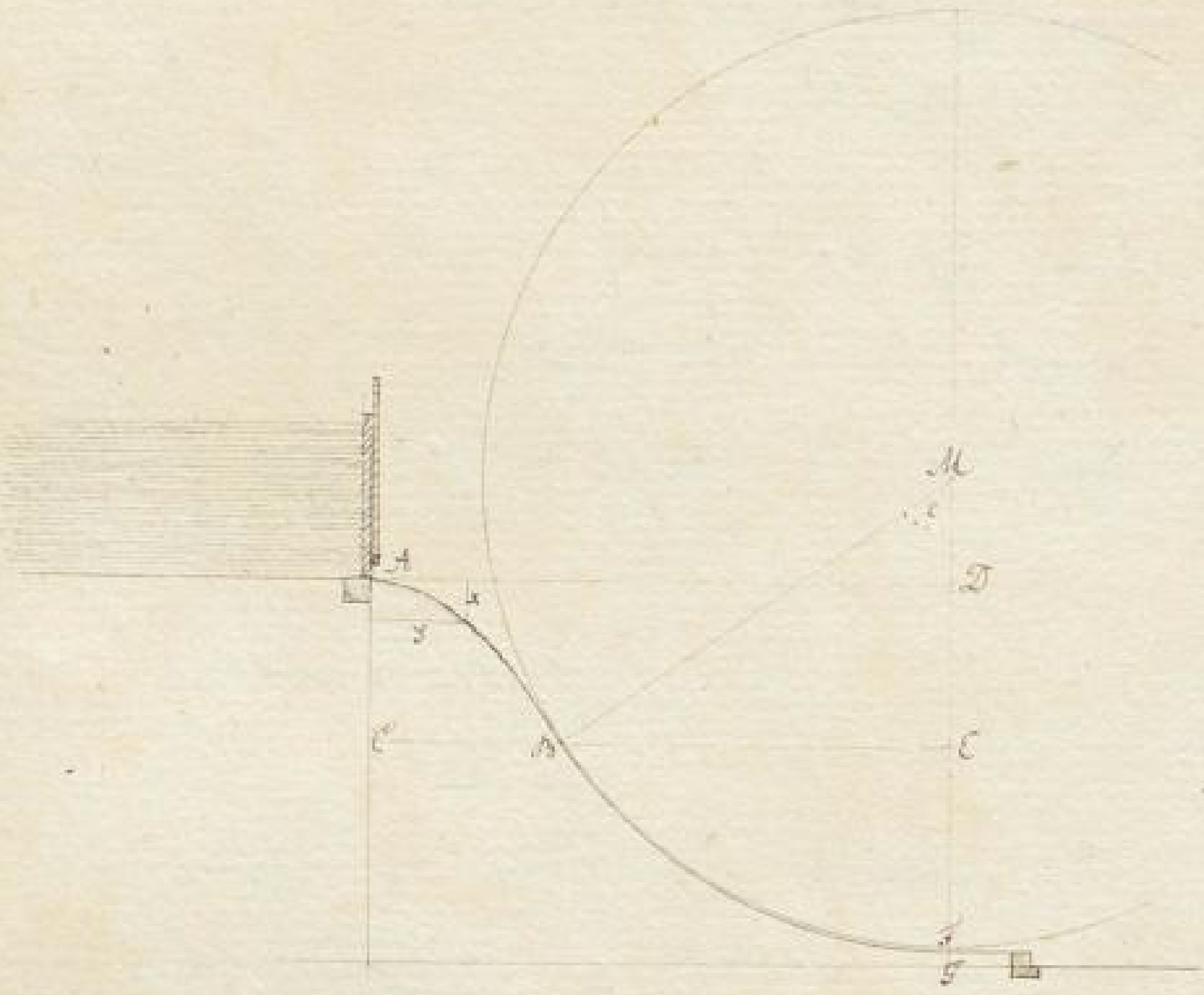
Ist $DF = DG - FG = H = 8$

$BC = l$

$AC = h'$

$CF = h''$ und

$BE = l'$,



so hat man:

$$\left(1+\frac{4gh'}{c^2}\right)\left(\frac{D}{2}-H+h'\right)^2 = \frac{D^2}{4}$$

$$\left(1+\frac{4gh'}{14{,}42^2}\right)\left(12{,}5-8+h'\right)^2 = 156{,}25$$

$$(1+0{,}333h')(4{,}5+h')^2 = 156{,}25$$

$$0{,}333h'^3 + 3{,}997h'^2 + 15{,}743h' = 136.$$

$$h' = 3{,}81 \text{ Fuß}.$$

ferner ist:

$$h'' = H - h' = 8 - 3{,}81 = 4{,}19 \text{ Fuß}.$$

$$l = c\sqrt{\frac{h'}{g}} = 14{,}42\sqrt{\frac{3{,}81}{g}} = 6{,}713 \text{ Fuß}.$$

$$l' = \sqrt{h''(D-h'')} = \sqrt{4{,}19(25-4{,}19)}$$

$$= 9{,}338 \text{ Fuß}.$$

Hierdurch ist der Scheitel des parabolischen Kropftheils genau bestimmt; er liegt 8 Fuß über dem tiefsten Punkt des Rades oder 8,333 F. über der Sohle des Abzugsgerinnes, und 9,338 + 6,713 = 16,051 Fuß von dem vertikalen Durchmesser des Rades entfernt. Will man nun die Parabel construiren, so setze man in $y = c\sqrt{\frac{x}{g}} = 14{,}42\sqrt{\frac{x}{17{,}318}}$ für x nach und nach so viel Werthe zwischen 0 und 3,81 ein, als man Punkte in der Parabel haben will, und trage die für x angenommenen Werthe auf AC und die für y erhaltenen, winkelrecht auf AC auf.

Der kreisförmige Kropftheil wird aus dem Radmittel beschrieben, fängt im tiefsten Punkt des Rades an und durchläuft einen Bogen von 48° 20'; seine Höhe ist

$h'' = 4,09$ Fuß, seine Breite $l' = 9,338$ Fuß. Damit das Rad nicht im Wasser wate, setzt man den Boden des Kropfgerinnes um $\frac{D}{12} = 2$ Fuß horizontal hinter dem vertikalen Raddurchmesser fort, und giebt ihm dann einen Senkung von $\frac{b}{3} = 1/3$ Fuß.

Die Geschwindigkeit des Wassers bey seiner Wirkung auf die Zellen ist

$$v = 2\sqrt{\left(\frac{14,4^2}{4g} + 3,81\right)g}$$
$$= \sqrt{14,4^2 + 4 \cdot 3,81\, g}$$
$$= 21,71 \text{ Fuß}.$$

Das mechanische Moment des Rades

$$Pv = \frac{\left(\frac{v^2}{2} - c^2\right) M\gamma}{g}$$
$$= \frac{\left(\frac{21,71^2}{2} - 5,236^2\right)}{g} \frac{500}{60} \cdot 48,883$$
$$= 3890,84 \text{ Fußlb}.$$

Das Totalgefälle ist $8,333 + 4$
$= 12,333$ Fuß,
folglich das ihm zugehörige Moment

$$Pv = \frac{12,333 \cdot 500}{60} \cdot 48,883$$
$$= 5025,05 \text{ Fußlb}$$
mithin die Leistung des Rades $= 0,7741$

Eine einfach wirkende Wassersäulenmaschine hat 250 Fuß Gefälle, einen [illegible] Zoll weiten Cylinder, 8 Zoll weite, 340 Fuß lange Einfallröhren, 6 Fuß Hub und soll pr. Min. 6 Spiele machen: Wie groß ist ihr mechanisches Moment?

Ist D der Durchmesser, A der Querschnitt des Cylinders, D' der Durchmesser und A' der Querschnitt der Einfallröhren, L die Länge der letzteren, h der Hub und sind endlich v und v' die Geschwindigkeiten des Wassers im Cylinder und in der

Einfallröhren, so ist die hydraulische Widerstandshöhe

$$h' = \lambda\left(\frac{L}{D'}v'^2 + \frac{h}{2D'}v^2\right)$$ wo λ nach Eytelwein $= \frac{1}{2226}$ Lts. Fuß; also

$$h' = \frac{1}{2226}\left(\frac{340}{4/3}\cdot 5^2 + \frac{6}{2\cdot 5/3}\cdot 1{,}2^2\right)$$
$$= 5{,}7285 \text{ Fuß.}$$

Die Höhe der zur Ueberwindung der Trägheit nöthigen Wassersäule ist

$$h'' = \frac{h}{gt^2}\,\frac{A}{A'}\,L. \qquad \text{wo } t = \frac{60h}{2\cdot 6h} = 5 \text{ Sec.}$$

$$h'' = \frac{6}{259}\cdot\frac{2{,}1816}{0{,}5236}\cdot 340. = 19{,}625 \text{ Fuß.}$$

Die Höhe der Wassersäule, welche nöthig seyn würde, die Kolbenreibung zu überwinden, ist

$$h''' = \lambda'\frac{H}{D}$$ wo $\lambda' = 0{,}045$ bey mittler Reibung

$$h''' = \frac{250\cdot 0{,}045}{5/3}$$
$$= 6{,}750 \text{ Fuß.}$$

Diese sämmtlichen Hindernisse nehmen also die Kraft einer Wassersäule von $5{,}728 + 19{,}625 + 6{,}750 = 32{,}103$ Fuß weg, so daß die active Wassersäule nur $250 - 32{,}103 = 217{,}897$ Fuß beträgt.

Das Moment ist demnach:

$$Pv = 217{,}897\, Mg = 217{,}897\, A'v\gamma$$
$$= 217{,}897\cdot 2{,}678\cdot 48{,}883$$
$$= 28556{,}7 \text{ Fußpfd.}$$

Bey einer mittleren Windgeschwindigkeit von 25 Fuß soll ein vierflügliches Windrad pro Min. 40 Umdrehungen machen. Die Länge der Windruthen soll 30 Fuß betragen, die äußerste Flügelbreite 10 Fuß, die innerste 4 Fuß und die Entfernung der ersten Sprosse von der Axe = 5 Fuß.

Wie sind die Flügel zu construiren d. h. welche Stoßwinkel hat man den einzelnen Sprossen zu geben und wie groß ist das mechanische Moment ohne Rücksicht auf Reibungswiderstände?

Soll der Windflügel 6 Sprossen bekommen, so erhält man die Geschwindigkeiten für jede einzelne dieser Sprossen wenn man in

$$v = \frac{2 \cdot 40 \cdot \pi l}{60}$$

für l nach und nach die Entfernungen der Sprossen von der Axe d. i. 5, 10, 15, 20, 25, 30 setzt; dies giebt die Geschwindigkeit

der untersten Sprosse		$v' = 20,944$	Fuß
"	zweyten "	$v'' = 41,888$	"
"	dritten "	$v''' = 62,832$	"
"	vierten "	$v'''' = 83,776$	"
"	fünften "	$v^{v} = 104,720$	"
"	sechsten "	$v^{vi} = 125,664$	"

Hieraus läßt sich nun der vortheilhafteste Stoßwinkel für jede Sprosse berechnen, wenn man in

$$tg\,\alpha = \frac{3v}{2c} \pm \sqrt{2 + \left(\frac{3v}{2c}\right)^2}$$

für $v = v'$, v'', v''' u. s. f. einsetzt.

Man erhält auf diese Weise den

Stoßwinkel	der innersten	Sprosse	=	75° 28' 32
"	"	zweyten	" =	79° 30' 2
"	"	dritten	" =	82° 41' 2
"	"	vierten	" =	84° 26' 1
"	"	fünften	" =	85° 30' 2
"	"	äußersten	" =	86° 14' 12

Das Moment eines Windflügels ist gegeben durch die Formel:

$$P_v = A\Big[C\Big(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\alpha'} + \frac{(1+\cos\alpha^2)\cos\alpha}{2\sin\alpha^4} - \frac{(1+\cos\alpha'^2)\cos\alpha'}{2\sin\alpha'^4} + 3/2 \log tg\frac{\alpha}{2} - 3/2 \log tg\frac{\alpha'}{2}\Big) + D\Big(\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\alpha'} + \frac{4}{\sin\alpha^3} - \frac{4}{\sin\alpha'^3} + \frac{8}{5\sin\alpha'^5} - \frac{8}{5\sin\alpha^5} + \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\alpha'}{2\cos\alpha'^2} + 3/2 \log tg\Big(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha'}{2}\Big) - 3/2 \log tg\Big(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\Big)\Big)\Big]$$

so $A = \frac{2\mu c^4 l \gamma}{81 g v'''} = \frac{2 \cdot 4/3 \cdot 25^4 \cdot 30 \cdot 0,0904}{81 \cdot 17,378 \cdot 125,664}$.

$= 8,012$

$C = b - \frac{B-b}{l-e} e = -\frac{10-4}{30-5} \cdot 5 + 4 = \frac{14}{5}$

$D = \frac{B-b}{l-e} \cdot \frac{d}{3w} = \frac{10-4}{30-5} \cdot \frac{25 \cdot 30}{3 \cdot 125,664}$

$= 0,477463.$

$\alpha = 86°14'18''$ der Neigungswinkel der äußersten und

$\alpha' = 75°28'38''$ der der innersten Speiche.

$$P v = 8,012 \Big[\tfrac{14}{5}(15,2420 - 3,9878 + 0,03323 - 0,15175 + 0,50054 - 0,376405) + 0,47746(2,0043 - 2,0660 + 4,0260 - 4,4093 + 1,8822 - 1,0174 + 115,9102 - 7,6973 + 1,8834 - 2,7737) \Big]$$

$= 8,012 (31,527 + 51,080)$

$= 661,847$ Fuß℔.

Es ist endlich der Moment des ganzen Wasserrades:

$4 P v = 2647,388$ Fuß℔.

Eine doppeltwirkende Watt'sche Dampfmaschine soll durch Dampf von 18 ℔ Druck in Bewegung gesetzt werden. Der Hub soll 60 Zoll und der Durchmesser des Cylinders 30 Zoll betragen; die Maschine mag pr. Min. 20 Spiele machen und mit Expansion wirken, indem bey $\frac{1}{2}$ Hub der Dampf vom Cylinder abgesperrt wird.

Bis zu welcher Temperatur ist

bey einem Drucke von 18 ℔ auf einen □Zoll muß der Dampf eine Quecksilbersäule tragen können von der Höhe $\frac{18}{0,3847} = 47,053$ Zoll.

Nun ist die Expansivkraft des Dampfes bey der Temperatur t durch die Gleichung:

$\log E = 2,8921 + \log(213 + t) - \frac{847,3}{120 + t}$

gegeben, woraus $t = 89°$ R folgt.

Der mittlere Druck während eines

zu diesem Zwecke den Dampf zu erhitzen, wie groß wird der mechanische Moment ausfallen und wie viel Ingredienzien werden wir sie in Anspruch nehmen?

Druck beträgt auf 1 □Zoll Kolbenfläche

$P' = \frac{bp}{B}\left(1 + \log nat. \frac{B}{b}\right)$ wo $b = 30$, $B = 60$ und $p = 18$

$= 9(1 + \log 2)$
$= 14{,}969$ ℔.

Der Querschnitt des Kolbens beträgt $\frac{30^2\pi}{4} = 706{,}8577$ □Zoll; mithin der Druck auf die ganze Kolbenfläche $10587{,}10$ ℔. Die Geschwindigkeit des Kolbens pr. Sec. ist $= \frac{10}{3}$ Fuß, also der mechanische Moment

$Pv = 35270{,}3$ Fuß ℔.

Man hat es also, wenn man nach Pferdekräften à 570 Fuß℔ rechnet, mit einer Maschine von 62 Pferdekräften zu thun.

Das pro. Min. zu erzeugende Dampfvolumen ist $\frac{2{,}5^2\pi}{4} . 5 . 20. = 490{,}873$ Cubikfuß. Nun ist die Dichtigkeit des Dampfes bey 89° R. und 18 ℔ Druck

$\delta = \frac{0{,}000028606 . 47{,}033}{1 + 0{,}00468 . 89}$
$= 0{,}00095028$ gegen Wasser,

also das Gewicht eines Cubikfußes Dampf $g = 48{,}883 . 0{,}00095028$
$= 0{,}046453$ ℔ und das

Gewicht des ganzen Dampfquantums pro. Min. $= 22{,}8023$ ℔.

Ist nun die Temperatur der Fei-

Speisewassers = 10° R. und soll diese Temperatur durch die Condensation auf 40° R. gebracht werden, so beträgt die Menge des Einspritzwassers

$$W = \frac{(89 + 520 - 40)\ 22,8023}{30}$$

$= 432,480$ ℔ oder

$= 8,847$ Cubikfuß.

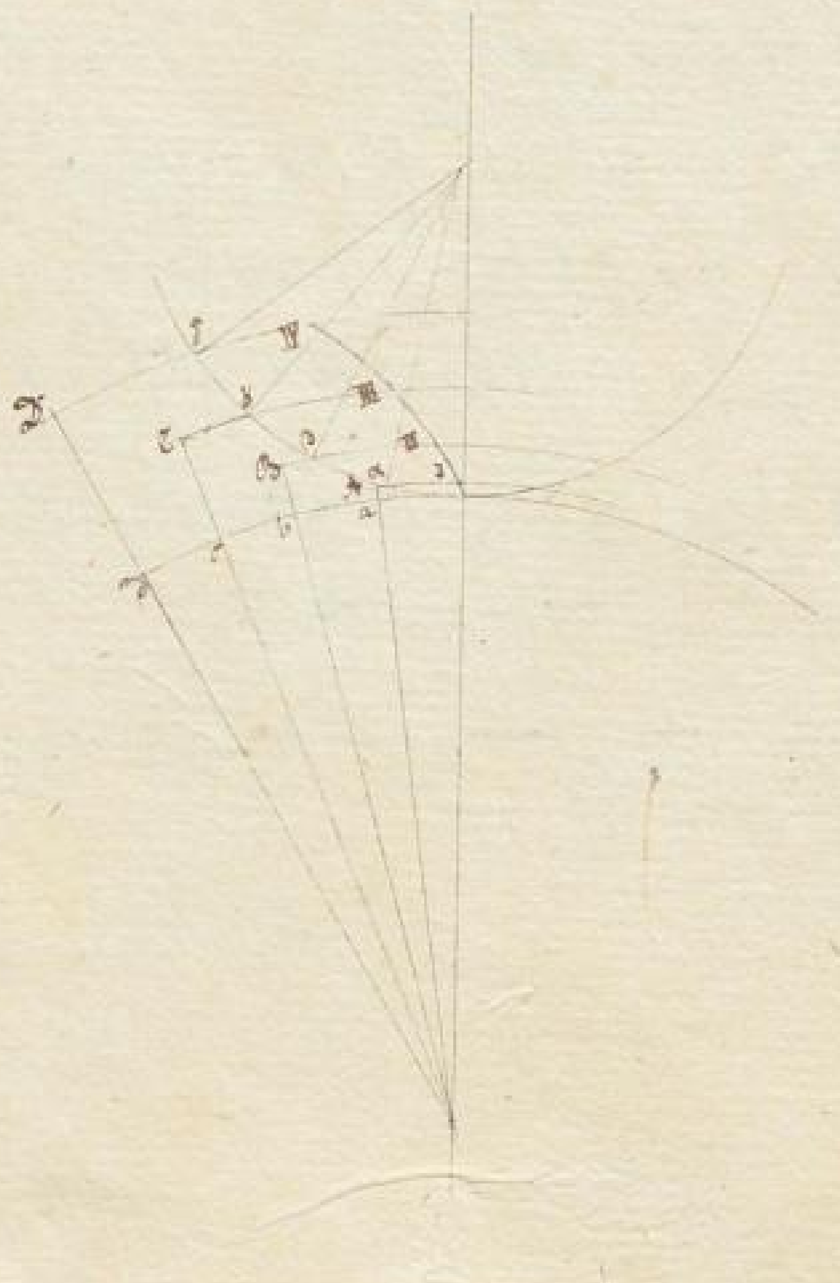
Ausgearbeitet den 5ten Mai

Jul. Weisbach.

Die Anordnung eines aus einem Getriebe und einem Stirnrade von 5 Fuß Höhe bestehenden Räderwerks so zu treffen, daß das Verhältniß zwischen Kraft und Last $\frac{3}{10}$ ausfällt, und zwar:

einmal für epicycloidische Zähne und cylindrische Triebstöcke, und

ein anderes Mal für Zähne mit den Kreisevolventen.



Giebt man dem Getriebe oder Kumpfe 10 Triebstöcke oder Zähne, und dem Stirnrade 33, so wird ersteres einen Halbmesser von $r = \frac{10 \cdot 2,5}{33}$
$= 0,7575$ Fuß

erhalten. Der Theilwinkel für das Stirnrad beträgt $\alpha = \frac{360}{33} = 10°54'32''$, der für das Getriebe oder den Kumpf $\beta = \frac{360}{10} = 36°$.

A, Epicycloidische Zähne und cylindrische Triebstöcke.

Um die Epicycloide zu finden, nach welchen die Zähne beschrieben werden sollen, denkt man sich die Theilung des Getriebes auf der des Stirnrades abgewälzt. Man theilt beyde Theilungen in eine beliebige Anzahl gleicher Theile a, b, c, d &c. α, β, γ, δ &c., zieht durch die Theilpunkte a, b, c, d &c. Radien und durch α, β, γ, δ etc. concentrische Kreise. Die Entfernungen Aα; Bβ, Cγ, Dδ etc. trägt man vom Durchmesser des Getriebes aus, wieder auf die concentrischen Kreise und erhält so in einer durch die Punkte I, II, III, IV gelegten Linie die Epicycloide.

Von der durch diese Construction erhaltenen Epicycloide aus, zieht man mit dem Halbmesser eines Triebstocks $= \frac{t}{4} = 0{,}119$ Fuß noch einen Bütschel mehreren Kreise, um eine ihr parallele Linie zu erhalten, welche die vordere Fläche des Zahnes giebt; die hintere Fläche kann man beliebig formen; die obere wird mit einem Kreise von

$$A+h = \sqrt{R^2+\left(2r\sin\frac{\beta}{2}-d\right)^2+2R\left(2r\sin\frac{\beta}{2}-d\right)\sin\frac{\beta}{2}}$$

$$= \sqrt{6{,}25+0{,}122+0{,}535}$$

$= 2{,}628$ Fuß beschrieben.

Die Stärke eines Zahnes ist $\frac{23.4}{48} = 0{,}234$ F.

Die Kraft, welche zur Ueberwindung der Reibung in Anspruch genommen wird, ist

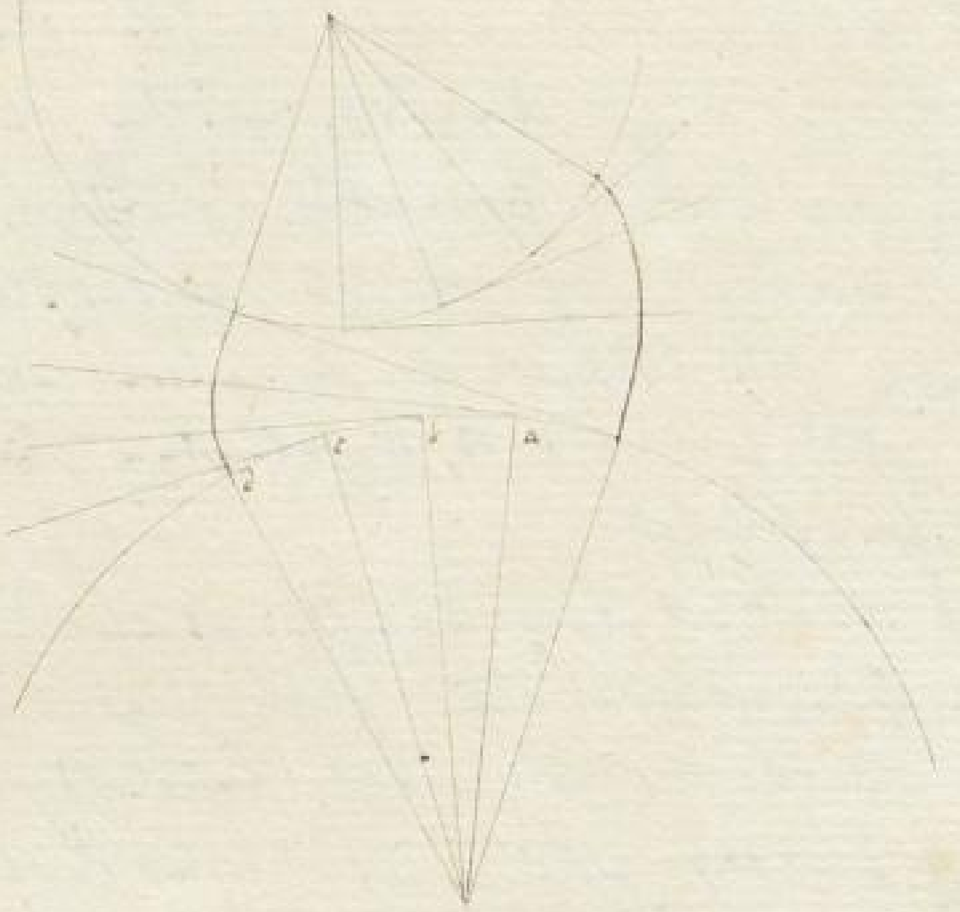
$$F_2 = f\pi\,\frac{2N+3n}{4Nn}\,P$$

$$= \frac{3{,}14159}{3}\cdot\frac{66+30}{1320}\,P$$

$$= 0{,}0761\,P.$$

B, Zähne nach der Kreisevolvente.

Die Evolvente für das Stirnrad erhält man, wenn man die Theilung desselben in mehrere (n) gleiche Theile theilt, von den Theilpunkten a, b, c, … aus Tangenten zieht und diese den zugehörigen rectificirten Bögen gleich macht. Zu diesem Ende theilt man die größte Tangente $t = 0{,}476$ F. ebenfalls in n Theile und giebt de



Tangenten bey A, b, c, d, die Längen $t(1-\frac{1}{n})$, $t(\frac{n-2}{n})$, $t(\frac{n-3}{n})$ etc; durch die erhaltenen Theilpunkte geht die Evolvente.

Ganz so verfährt man auch, um die Formen der Kunstzähne zu erhalten.

Den Zähnen des Wasserrads giebt man die Stärke 0,234 Fuß und beschreibt ihre obere Fläche mit dem Halbmesser

$$R+h = R+r(1-\cos\beta)$$
$$= 2,644 \text{ Fuß}$$

Den Zähnen der Kunst giebt man, wie den Radstöcken die Stärke 0,238 Fuß und beschreibt ihren oberen Theil mit dem Halbmesser

$$r+h = r+R(1-\cos\alpha) = 0,7927 \text{ Fuß.}$$

Der Kraftverlust, den hier die Reibung verursacht, ist

$$K = \mu\pi\left(\frac{N-n}{Nn}\right)P$$
$$= \frac{23 \cdot 3,14159}{3 \cdot 330}P$$
$$= 0,73\, P.$$ um $0,031\,P$ weniger, als bey den erzgebirgischen Zähnen.

Für einen Hub von 4 Fuß und einer Balancierlänge von 12 Fuß die Construction eines beweglichen Parallelogrammes von $2\frac{1}{2}$ Fuß Höhe zu machen, so wie die Seitenabweichung zu bestimmen.

Die Länge der Gegenlenkers ist, wenn $r = 6$ Fuß, $l = 2,5$ „, $h = 2$ „

$$\sin\alpha = \frac{h}{r} = 0,333$$
$$\alpha = 19^\circ\,28'\,16''$$

$$R = \frac{(r-l)^2\cos^2\frac{\alpha}{2} + l^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}{l.}$$
$$= \frac{12,25\cos^2 9^\circ 44' 8'' + 6,75\sin^2 9^\circ 44' 8''}{2,5}$$
$$= 4,837 \text{ Fuß.}$$

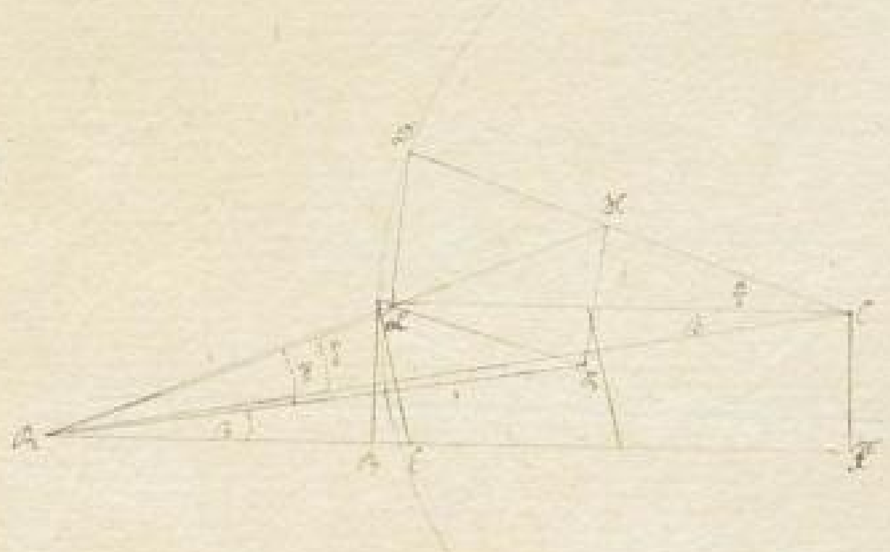
Zur Bestimmung der größten Seitenabweichung ist es nöthig, die Winkel β, γ und δ zu kennen.

Der Winkel β folgt aus

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{AB}{RF} = \frac{\sqrt{a^2 - \frac{r^2}{4}(1-\cos\alpha)^2}}{R + \frac{r}{2} - l + \frac{r}{2}\cos\alpha}$$

wo $LD = a = 1{,}75$

$$\beta = 12^\circ 2' 13''$$



Im Dreyeck RHC ist

$$RH = \sqrt{CH^2 + CR^2 - 2CH \cdot RC\cos(\beta + \tfrac{\alpha}{2})}$$

es ist aber $CR = \dfrac{\sqrt{a^2 - \frac{r^2}{4}(1-\cos\alpha)^2}}{\sin\beta}$

$= 8{,}349$ folglich

$RH = 5{,}261$ Fuß und

$$\cos\gamma = \frac{HR^2 + FR^2 - FH^2}{2HR \cdot FR}$$

$$= \frac{27{,}728 + 23{,}396 - 3{,}0623}{50{,}895}.$$

$$\gamma = 19^\circ 12' 32''$$

Für den Winkel δ ist

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{CH\sin(\beta + \frac{\alpha}{2})}{RC - CH\cos(\beta + \frac{\alpha}{2})}$$

$$= \frac{3{,}5\sin 21^\circ 46' 21''}{8{,}349 - 3{,}5\cos 21^\circ 46' 21''}$$

$$\delta = 14^\circ 17' 3''$$

Es ist nun die Abweichung

$$x = l\left(1 - \cos\tfrac{\alpha}{2}\right) - R\left(1 - \cos(\beta + \delta - \gamma)\right)$$

$$= 2{,}5\,(1 - \cos 9^\circ 44' 8'') - 4{,}837\,(1 - \cos 7^\circ 8' 44'')$$

$= 0{,}03600 - 0{,}03758$

$= 0{,}00158$ Fuß

$= 0{,}01896$ Zoll

$= 0{,}2275$ Linien.

Bey einer Maschine beträgt die auf den Lastpunkt reducirte Last 1000 ℔, die immerfort in Bewegung befindliche und ebenfalls dahin reducirte Masse = 5000 ℔ und die in je 3 Secunden aus der Ruhe in Bewegung zu setzende Masse = 2000 ℔. Die an dem Hebelsarme von 3 Fuß wirkende Last durchläuft in eben der Zeit den Weg von $1\frac{1}{2}$ Fuß und der Kraftpunkt den Weg von 5 Fuß. Um nun den Gang dieser Maschine möglichst gleichförmig zu machen, will man ein Schwungrad von 20 Fuß Höhe und 6 Armen anwenden, die Armstärke 6 Zoll und den Querschnitt eines Armes halb so groß, als den Querschnitt des Schwungringes machen. Welche Querschnitte wird man anwenden müssen, um den vortheilhaftesten Gang dieser Maschine zu erhalten, und, welchen Gewinn an Kraft wird man durch dieses Schwungrad erhalten.

Die Dicke des Schwungringes muß seyn

$$a = \frac{-(N+2M) + NR\sqrt{\frac{bE}{gt^2}}}{2ER^3}$$

wo $N = 2000$, $r = 3$
$M = 5000$, $m = \frac{1}{2}$
$R = 20$, $n = 6$
$b = 3/2$, $\gamma = 48{,}883 \cdot 7{,}3 = 356{,}846$
$t = 3$, $\varrho = \frac{1}{2}$

$$E = \frac{\gamma}{r^2}\left(2\pi + \frac{mn}{3}\right) = \frac{356{,}846}{9}(6{,}283+1) = 290{,}1$$

$$a = \frac{-(2000+10000) + 2000 \cdot 20\sqrt{\frac{3/2 \cdot 290{,}1}{9 \cdot 17{,}18}}}{2 \cdot 290{,}1 \cdot 8000}$$

$= 0{,}1186$ □ Fuß
$= 17{,}0781$ □ Zoll, also die Dicke eines Schwungarmes $= 8{,}539$ □ Zoll.

Die Kraft der Maschine mit dem Schwungrade ist

$$P = \frac{b}{B}\left(Q + DRa + \frac{bN}{gt^2}\left(\frac{N+M+ERa}{N+2M+2ERa}\right)\right)$$

$$\text{wo } D = \frac{\varrho s}{r}(2\pi + nm)\gamma = \frac{1}{30}(6{,}283+3)\,356{,}846 = 110{,}406$$

$$P = \frac{3}{10}\left(1000 + 110{,}406 \cdot 2{,}372 + \frac{3 \cdot 2000}{2 \cdot 9 \cdot 17{,}18}\left(\frac{2000+5000+356{,}84 \cdot 8000 \cdot 0{,}1186}{2000+10000+356{,}84 \cdot 16000 \cdot 0{,}1186}\right)\right)$$

$= 381{,}55$ ℔.

Das Moment ohne Schwungrad wäre

$$P' = \frac{b}{B}\left(\frac{b(M+N)}{\left(\frac{2M}{N}+1\right)gt^2} + Q\right) = \frac{3}{10}\left(\frac{3 \cdot 7000}{2\left(\frac{10000}{2000}+1\right)9 \cdot 17{,}18} + 1000\right)$$

$= 303{,}396$, mithin der Gewinn an Kraft

$381{,}55 - 303{,}396 = 78{,}154$ ℔.

Bey einem Pferdegöpel beträgt die Fördermasse 1200 ℔, das Gewicht der Fördergefäße 400 ℔, das Gewicht eines Fußes Seil 2/3 ℔, die mittlere Schachttiefe 600 Fuß, das Fallen des Schachtes 70° und die mechanische Schwengellänge 30 Fuß. Wenn man nun diesen Göpel durch zwey Pferde in Bewegung setzen will, wie hat man den anzubringenden Spiralkorb zu construiren?

Wenn $Q = 1600 \sin 70° = 1503,5$

$R = 400 \sin 70° = 375,88$

$S = 600$

$g = \frac{3}{2}$

$M = 2.120.30 = 7200$, so ist der kleinste Korbhalbmesser

$$a = \frac{2M(Q+R)}{2(Q-R)(Q+R+Sg)}$$

$= 3,986$ Fuß, nun ist aber

$$a+b = \frac{2M}{Q-R} = 11,74,$$ mithin

$b = 11,74 - 3,986 = 7,754$ Fuß.

Die Anzahl der Windungen beträgt

$n = \frac{600}{(a+b)\pi} = 16,27$. und nimmt man die Höhe einer Windung m Fuß an so ist die Höhe des ganzen Korbes

$2.16,27.m = 32,54\,m$ Fuß.

Um den Korb zu construiren, muß man für bestimmte Windungen oder Drehungswinkel φ die Höhen und Halbmesser des Korbes kennen. Dabey sieht man den Kreis des mittleren Halbmessers $\frac{a+b}{2}$ als Abscissenaxe an, und setzt die Ordinaten

$$z = \frac{a+b}{2} - x = \pm \frac{(a+b)^2\, 2\varphi\pi}{\sqrt{\left(\frac{Q+R+Sg}{g}\right)^2 + S^2 - (a+b)^2\varphi\varphi\pi^2}}$$

So sind z. B. für die Höhe einer Windung $= \frac{1}{3}$ Fuß und für die vierte Windung vom 3ten Viertheil der Korbhöhe aus, d. i. einmal für die Hubhöhe $h = \frac{1}{3}(\frac{3}{2}n + e)$

$= \frac{1}{3}(\frac{3}{2} \cdot 16{,}27 + 4)$

$= 9{,}468$ und das andere

mal für die Höhe $h' = \frac{1}{3}(\frac{3}{2}n - e)$

$= 6{,}8$ Fuß

die Ordinaten

$$z = \frac{8 \cdot 11{,}74^2 \pi}{2\sqrt{1853^2 + 600^2 - 64 \cdot 11{,}74^2 \pi^2}}$$

$= 0{,}894$ und

$z' = -0{,}894.$

Welche Verhältnisse wird man dagegen bey einem andern Gange auswählen, der genau dasselbe Kraftmoment erhält, aber statt des runden Seils ein Bandseil von Stahl führt?

Soll das Moment gerade für die mittlere Schachttiefe aufgehen, so ist der zugehörige Kraftarm

$$b = \frac{M}{Q - Rt} = \frac{7200}{1503{,}5 - 375{,}88}$$

$= 6{,}367$ Fuß

die Zahl der Windungen

$$n = \frac{S(Q - Rt)}{2M\pi}$$

$$= \frac{600 \cdot 1127{,}62}{14400\pi}$$

$= 14{,}94$ und der Halbmesser des nackten Korbes

$r = b - \frac{nd}{2} = 6{,}367 - \frac{14{,}94}{24}$

$= 5{,}744$ Fuß

bey der vollen Seilaufwicklung ist der Halbmesser $r' = \frac{2r + (2n - 1)d}{2}$

$= 7{,}364$ Fuß

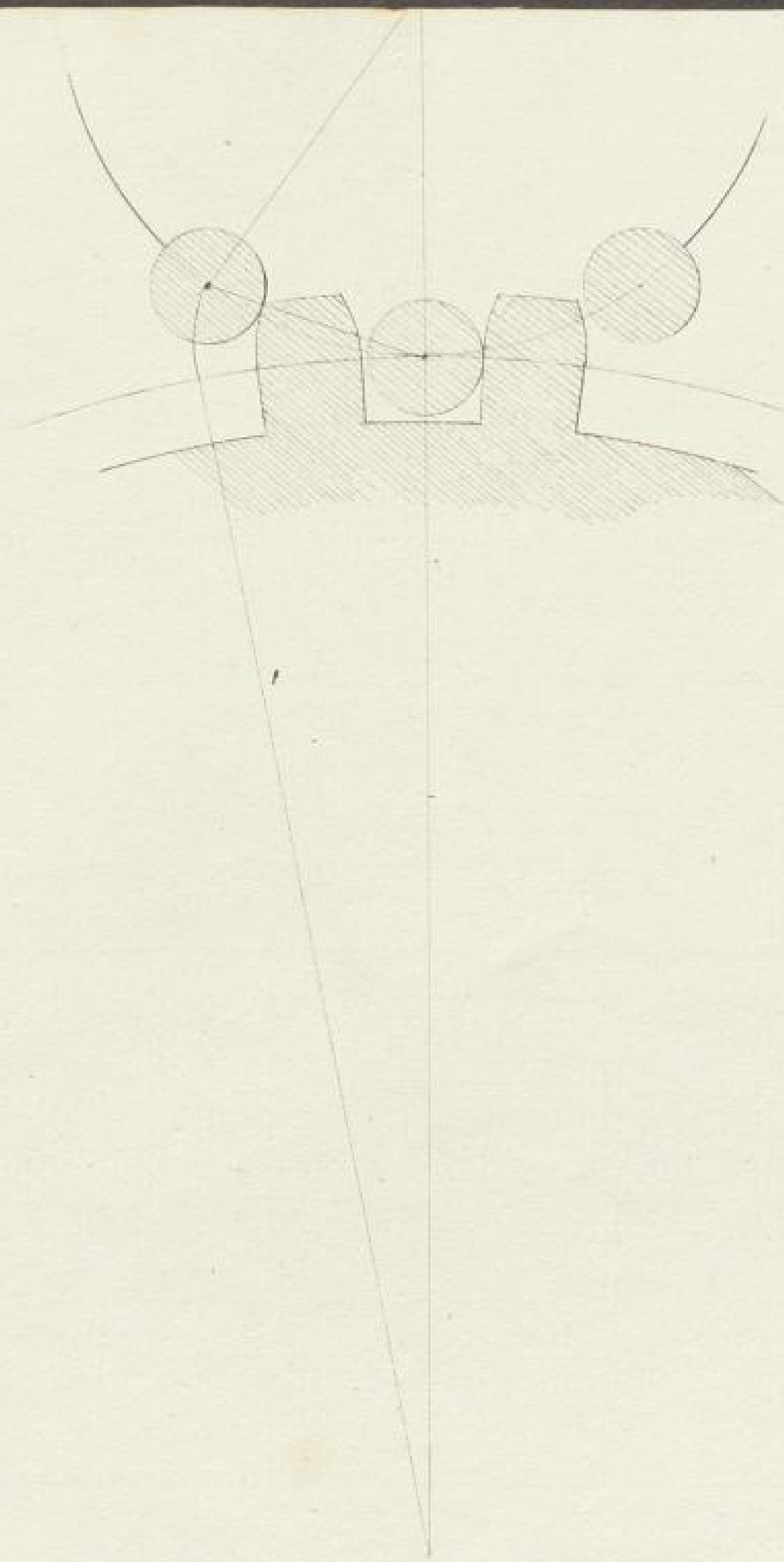
Wenn die Tonne vom Füllorte abgeht, wird man ein Moment überwinden müssen

$M = r(Q + Sg) - Rr' = 10937{,}72$ Fuß Pf.

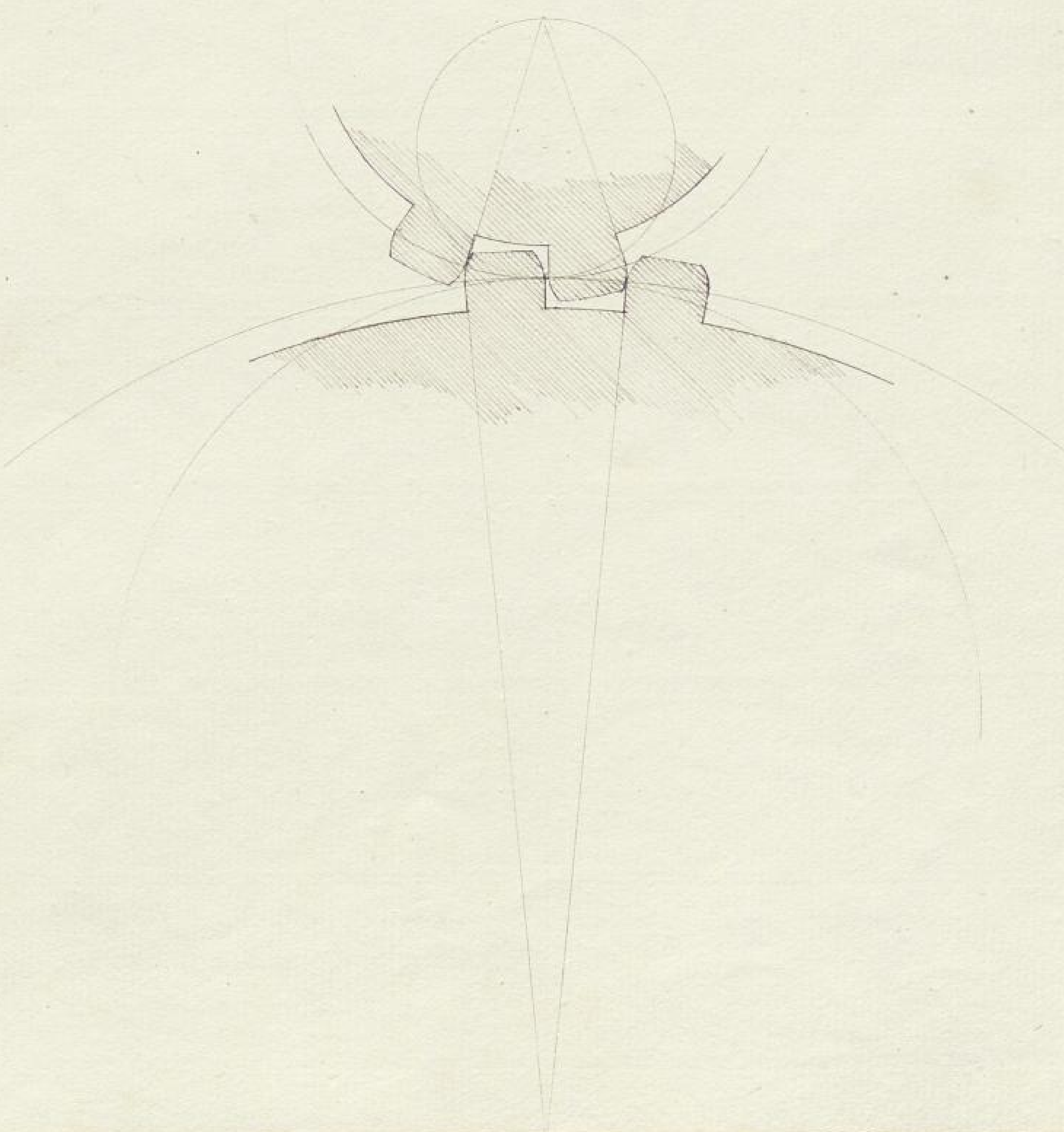
dagegen wird, wenn die Tonne oben ankommt, nur

$M = r'Q - r(Sg + R) = 3743{,}12$ Fuß Pf.

erforderlich seyn.



Epicycloidische Zähne.



Zähne nach der Evolvente.