Aufgaben nebst Ausarbeitung

aus dem

Gebiete der Berg-Maschinenlehre

gelöst von

C. E. Haupt.

Einige Aufgaben aus der Hydraulik

Aufgabe I.

Um die Wassermenge, welche ein Gerinne von 0,75 Meter Breite fasst, zu leiten, hat man an der Stellung des 0,45 met. breiten Schützbrettes folgendes vorgenommen: Erst wurde dasselbe ganz geschlossen, bis das Wasser 0,86 met. über der untern Kante der Mündung und 0,95 met. über dem Gerinnboden stand. Nun wurde es um 0,275 met. gezogen, und in den Zeiten:

1. Minute. 2. Minute. 3 M. 4 Minute. 5 M. 6 M.

die Wasserstände über d. Schwelle:

0,812; 0,742; 0,663; 0,591; 0,502; 0,391 Met.

beobachtet.

Endlich wurde das Schützbrett wieder geschlossen und beobachtet, dass die Zeit zum Steigen auf das erste Niveau 195" betrug.

Auflösung I.

Um diese Aufgabe zu lösen, müssen wir vor allen Dingen die Ausflussmenge, während der ganzen Dauer von 6 Minuten bestimmen. — Hierzu bedienen wir uns der Formel:

(cf. Morin: Aide mémoire. §. 52.)

$$Q = 1{,}476\, m L E t \left[\sqrt{h_1}+\sqrt{h_7}+4(\sqrt{h_2}+\sqrt{h_4}+\sqrt{h_6})+2(\sqrt{h_3}+\sqrt{h_5})\right]$$

wo:

Q = Ausflussmenge von 6 Min.

L = Breite der Ausflussöffnung = 0,45 Met.

E = Höhe " " " = 0,275 "

m = der Coefficient für die Ausflussmenge, für die man das arithmetische Mittel aus den Coefficienten nimmt, die zur grössten und kleinsten beobachteten Druckhöhe gehören: = 0,601.

t = 60

h_1; h_2; h_3; h_4; h_5; h_6; h_7 die Wasserstände nach 6 gleichen Zeiträumen, ist.

Zur näheren Auflösung der Aufgabe entwickeln wir nun zunächst die Werthe, für h_1, h_2, h_3 etc. Es ist:

$h_1 = 0{,}86 - \frac{0{,}275}{2} = 0{,}723$

$h_2 = 0{,}812 - 0{,}137 = 0{,}675$

$h_3 = 0{,}742 - 0{,}137 = 0{,}605$

$h_4 = 0{,}663 - 0{,}137 = 0{,}526$

$h_5 = 0{,}591 - 0{,}137 = 0{,}454$

$h_6 = 0{,}502 - 0{,}137 = 0{,}365$

$h_7 = 0{,}391 - 0{,}137 = 0{,}254$. Setzen wir diese Werthe ein, so erhalten wir:

$$Q = \overbrace{1{,}476 \times 0{,}601 \times 0{,}45 \times 0{,}275 \times 60}^{A}\left[\sqrt{0{,}723} + \right.$$
$$\left. + \sqrt{0{,}254} + 4(\sqrt{0{,}675} + \sqrt{0{,}526} + \sqrt{0{,}365}) + 2(\sqrt{0{,}605} + \sqrt{0{,}454})\right]$$

$$Q = A\left[0{,}8502 + 0{,}5039 + 4(0{,}8492 + 0{,}7252 + 0{,}6071) + \right.$$
$$\left. + 2(0{,}7736 + 0{,}6737)\right]$$

$$Q = 6{,}58653930008 \times 12{,}9617$$
$$= 85{,}3728.$$

Zur weiteren Ermittlung der Wassermenge, welche die Quelle p. min. liefert, hat man:

$$X = \frac{Q}{6 \cdot t + t_1}$$ (cf. Morin: l. l. §. 5

wo: $t = 60.$
$t_1 = 195$ sec.

$$X = \frac{85{,}3728}{6 \cdot 60 + 195} = \frac{85{,}3728}{255} = 0{,}3348.$$

falsch.

Aufgabe 2.

Um das Wasserquantum eines 35 Meter breiten Flusses finden zu können, hat man folgendes gemessen und gefunden:

Tiefe in Punkt 0 = 0,31 = c
" " " 1. = 1,54
" " " 2 = 1,93.
" " " 3 = 1,46
" " " 4 = 1,02
" " " 5 = 1,67.
" " " 6 = 0,30.

Geschwindigkeiten in:

I.	0,25. Mtr.		
II.	0,64;	"	0,57.
III.	0,72;	"	0,76;	0,69.
IV.	0,59;	"	0,57;	0,53.
V.	0,42;	"	0,39.
VI.	0,31.		

Auflösung 2.

Diese Aufgabe lässt sich leicht nach folgender Formel lösen:

$$m = \frac{b}{2h}\left((y_0 + y_1)v_1 + (y_1 + y_2)v_2 + (y_2 + y_3) + \ldots\right)$$

woselbst:

b = Breite des Flusses = 35 Meter.

h = 6 (als Zahl der Tiefen.)

y_0, y_1, y_2 etc. = Tiefen.

v_0, v_1, v_2 etc. = Geschwindigkeiten, ausdrücken.

Wir erhalten:

$$m = \frac{35}{2 \cdot 6}\left[(0{,}31 + 1{,}54)0{,}25 + (1{,}54 + 1{,}93)0{,}60 + \right.$$
$$+ (1{,}93 + 1{,}46)0{,}72 + (1{,}46 + 1{,}02)0{,}56 +$$
$$\left. + (1{,}02 + 1{,}67)0{,}40 + (1{,}67 + 0{,}30)0{,}31.\right]$$

$$= 2{,}9 \times 8{,}0403.$$
$$= 23{,}31657.$$

Aufgabe 3.

Um das Wasserquantum der Mulde, in der Nähe der Vereinigung mit der Elbe zu finden, nehme man die folgenden, von dem Landbaumeister [illegible] und [illegible] gemachten Messungen zu Hülfe.

Querprofil	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Umfang in Rheinl.'	313.	331.	303.	284.	221.	274.	300.	304.	287.
Inhalt in Rheinl. □'	1218.	1173.	950.	695.	992.	1022.	1141.	1389.	1386.
Entfernung in Fß.	0.	300.	600.	900.	1200.	1500.	1800	2100.	2400.
Gefälle in '	0.	0,039	0,071	0,094	0,105	0,125	0,163.	0,209.	0,237

1 Rheinl. Fuß = 0,902523 Dresdn. Fß.
[illegible] = 0,283260 „ „
1 Meter = 3,186199 Rheinl. Fuß.

Auflösung 3.

Es läßt sich die Wassermenge m leicht nach folgender Formel berechnen:

$$m = -\frac{G}{2(E+F)} + \sqrt{\frac{h}{E+F} + \left(\frac{G}{2(E+F)}\right)^2} \cdot \text{wo}$$

$$E = \frac{1}{2g}\left(\frac{1}{a_8^2} - \frac{1}{a_0^2}\right)$$

$$G = \frac{Al}{n}\left(\frac{u_0}{2a_0^2} + \frac{u_1}{a_1^2} + \dots\right)$$

$$F = \frac{uB}{n}\left(\frac{u_0}{2a_0^3} + \frac{u'}{a_1^3} + \dots \frac{u_8}{2a_8^3}\right),$$

Man verstehe hier unter:

a = den Inhalt der Querprofile

l = ganze Länge.

u = Umfänge der Querprofile

n = Anzahl „ „ „ „

h = ganzes Gefälle. Wir erhalten so:

$$E = \frac{1}{2.9{,}81}\left(\frac{1}{1386^2} - \frac{1}{1218^2}\right)$$

$$= \frac{1}{19{,}62}\left(\frac{1}{1920996} - \frac{1}{1483524}\right)$$

$$= 0{,}0509\,(0{,}0000005203 - 0{,}0000006713)$$

$$= 0{,}0509\,(-0{,}0000001508)$$

$$= -0{,}0000000076772.$$

$$G = \frac{A.2400}{8}\left(\frac{313}{2.1218^2} + \frac{331}{1173^2} + \frac{303}{950^2} + \frac{234}{695^2} + \frac{221}{992^2} + \frac{274}{1022^2} + \frac{300}{1141^2} + \frac{304}{1389^2} + \frac{287}{2.1386^2}\right)$$

Da A = Erfahrungszahl = 24265 met. = 0,000024265 met. = 0,000077311918735 Rheinl. Fß.

Somit:

$$G = 0{,}231936\dots\left(\frac{313}{2.1483524} + \frac{331}{1375929} + \frac{303}{902500} + \frac{234}{483025} + \frac{221}{984064} + \frac{274}{1044484} + \frac{300}{1301881} + \frac{304}{1929321} + \frac{287}{2.1920996}\right)$$

$$= 0{,}231936\dots(0{,}000105 + 0{,}000276 + 0{,}000335 + 0{,}000484 + 0{,}000224 + 0{,}000262 + 0{,}000234 + 0{,}000152 + 0{,}000074.)$$

$$G = 0{,}231936 \times 0{,}0002146 = 0{,}000497733656.$$

$$F = \frac{2400 \cdot B}{8}\left(\frac{313}{3613562464} + \frac{331}{1613964717} + \right.$$

$$+ \frac{303}{8573?5000} + \frac{\cancel{234}\;234}{336119375} + \frac{221}{976191?88} + \frac{274}{1067462648} +$$

$$\left. + \frac{300}{1485446221} + \frac{304}{2679826869} + \frac{257}{5325000912}\right)$$

$$F = \frac{2400 \cdot B}{8}\left(0{,}000000087 + 0{,}000000205 + \right.$$

$$+ 0{,}000000363 + 0{,}000000698 + 0{,}000000226 +$$

$$+ 0{,}000000256 + 0{,}000000203 + 0{,}000000113$$

$$\left. + 0{,}000000055\right)$$

$$= \frac{2400 \cdot B}{8} \times (\;\ldots\ldots\;)$$

wo $B = 0{,}0036557$ Ltr. $= 0{,}0011647\,8777843$ [illegible]

Also:

$$F = 0{,}349436333352900 \times 0{,}000002206.$$

$$= 0{,}00000076085655175497400.$$

Setzen wir nun die für E, G, u. F. gefundenen Werthe in die Formel ein so:

$$m = \cancel{+}\frac{0{,}000497733656}{2(0{,}0000007608565 - 0{,}00000000076752)} + \sqrt{\frac{1{,}053}{0{,}0000007531813} + \left(\frac{0{,}000497733656}{2(0{,}0000007531873)}\right)^2}$$

$$m = \frac{0{,}000497733656}{\cancel{2}\,0{,}0000015062626} + \sqrt{\frac{1{,}053}{0{,}0000007531813} + \left(\frac{0{,}000497733656}{2(0{,}0000007531813)}\right)^2}$$

$$= -$$

Aufgabe 4.

In einem Bache von 4 Meter Breite und 0,8 Mtr. mittlerer Tiefe, der pro sec. 2,4 Cubikmeter Wasser liefert, soll ein Durchlaßwehr von 0,4 Mtr. Höhe hergestellt werden, so daß dem Wasser eine Öffnung von 3 Mtr. Breite und 0,3 Mtr. Höhe übrig bleiben soll; wie hoch wird sich das Wasser aufstauen?

Auflösung 4.

Wir bekommen die Formel:

$$h = \left(\frac{m^2}{b_1^2 c^2} - v_1^2\right)\frac{1}{2g}$$

wo:

m = Wassermenge, die der Bach p. sec. liefert $= 2,4$
b_1 = Breite der Öffnung $= 3$.
c = Höhe " " $= 0,3$.
$v_1 = \frac{v_0 b_1 c}{b \cdot d}$, wo b = Breite des Baches $= 4$ m. u. d = mittl. Tiefe " " $= 0,8$.

v_0 aber $= \frac{m}{b_1 c}$ ist $= \frac{2,4}{3 \cdot 0,3} = \frac{2,4}{0,9} = 2,666$ M.

Hiernach:

$$v_1 = \frac{2,666 \cdot 3 \cdot 0,3}{4 \cdot 0,8} = \frac{2,3994}{3,2} = 0,749 \text{ M.}$$

$$h = \left(\frac{2,4^2}{9 \cdot 0,3^2} - 0,749^2\right)\frac{1}{2 \cdot 9,81}$$

$$= \left(\frac{5,76}{0,81} - 0,561001\right)\frac{1}{19,62}$$

$$= \frac{6,55011}{19,62} = 0,334 \text{ Meter.}$$

Aufgabe 5.

In einem 80' (rheinl.) breiten und 4' tiefen Flusse, der in jeder Sekunde 1400 Cubikfuß Wasser liefert, soll durch ein Ueberfallwehr das Wasser um 2' Höhe aufgestaut werden. Das Gefälle beträgt 0,000347. Wie hoch wird man das Wehr machen müssen, wenn es die Flussbreite einnehmen soll? Welche wird ferner die Aufstauung zu 500, 1000, 1500, 2000' u. s. w. oberhalb des Wehres sein?

Auflösung 5.

Die Höhe des Dammkopfs vom Wasserspiegel ist:

$$c_1 = \frac{m - \frac{2}{3} b_1 \sqrt{2g}\left(\sqrt{\left(h + \frac{v_1^2}{2g}\right)^3} - \sqrt{\left(\frac{v_1^2}{2g}\right)^3}\right)}{b_1 \sqrt{2gh + v_1^2}}$$

wo:

m = Wassermenge des Flusses p. sec. $= 1400$ Cub.'
$b_1 = 80'$ = Breite " " "
h = Höhe, auf die das Wasser zu stauen ist $= 2'$
$v_1 = \frac{m}{b(d+h)}$, wo d = Tiefe des Flusses bedeutet.

$$v_1 = \frac{1400}{80(4+2)} = 2,916 \text{ Fuß p. Sec.}$$

Substituiren wir diese Werthe so erhalten wir:

$$c_1 = \frac{1400 - \frac{2}{3} \cdot 80 \cdot \sqrt{19,62}\left(\sqrt{\left(2 + \frac{2,916^2}{19,62}\right)^3} - \sqrt{\left(\frac{2,916^2}{19,62}\right)^3}\right)}{80 \cdot \sqrt{19,62 \cdot 2 + 2,916^2}}$$

$$= \frac{1400 - 0,67 \cdot 80 \cdot 4,429\left(\sqrt{14,498} - \sqrt{0,084258}\right)}{80 \cdot \sqrt{47,743056}}$$

$$= \frac{1400 - 235,97120 \cdot (3,806 - 0,287)}{80 \cdot 6,909} =$$

$$= \frac{1400 - 830{,}4034}{552{,}720} = \frac{569{,}5966}{552{,}720} = 1{,}0318.$$

Die Wasserhöhe x, wird $= 4 - 1{,}0318$

$= 2{,}9682$. Rh. Fß.

Der zweite Theil der Aufgabe ist ferner dahin gestellt, die Aufstauung bei einer Entfernung von 500, 1000 etc. Fuß aber zu finden. Es ergiebt s. bei einer Entfernung von 500' oberhalb des Wehres, die Aufstauung:

$$y = h\left(1 - \frac{x}{l}\right)^2,$$

Um l zu finden, haben wir die Formel:

$$l = \frac{2h}{(Av_1 + Bv_1^2)\frac{u}{a}}, \text{ worin:}$$

$h = 2$, (wie oben schon gesagt ist)

$v_1 = 2{,}916$ " " "

$u =$ Umfang $= 80 + 2.6 = 92'$

$a = 80.6 = 480\,\square'$

$A = 0{,}0000773$. Rheinl.'

$B = 0{,}0011647$ " " "

Daher:

$$l = \frac{\cancel{4}480}{(0{,}0002254068 + 0{,}009903)\frac{92}{480}}$$

$$= \frac{480}{0{,}010128 \times 23}$$

$$= \frac{480}{0{,}232944} = 2060{,}49'$$

Also $y = 2\left(1 - \frac{500}{2060{,}49}\right)^2 = 2(1 - 0{,}2427)^2$

$= 2(1 - 0{,}61009) = 2 \times 0{,}61009$.

$y = 1{,}22018$ Rheinl.'

Für die Entfernung $x = 1000$ ist:

$$y = 2\left(1 - \frac{1000}{2060{,}49}\right)^2 = 2(1 - 0{,}485)^2$$

$$= 2(1 - 0{,}235225) = 2 \cdot 0{,}2352$$

$$= 0{,}4704$$

Für die Entfernung $x = 1500'$ ist:

$$y = 2\left(1 - \frac{1500}{2060,49}\right)^2 = 2(1 - 0,727)^2 =$$
$$= 2 \cdot 0,528529 = 1,057058.$$

Für die Entfernung $x = \cancel{1}2000'$ ist:

$$y = 2\left(1 - \frac{2000}{2060,49}\right)^2$$
$$= 2 \cdot 0,976^2 = 2 \cdot 0,952576.$$
$$= 1,905152'.$$

Für die Entfernung $x = 4000'$ ist:

$$y = 2\left(1 - \frac{4000}{2060,49}\right)^2 = 1,941^2 \cdot 2 =$$
$$= 2 \cdot 3,767481 = 7,534962'.$$ richtig.

u. s. f.

Durchgesehen den 20. Jan. 42.

No. 6.

Es ist für ein Wasserquantum von 5 Cubikmeter pro min. und für ein Gefälle von 12 Meter die Anordnung und Berechnung eines oberschlägigen Wasserrades zu machen, daß pro minute 5 Umdrehungen macht. —

Auflösung.

Der Durchmesser des Rades wird gefunden, indem man zunächst die bekannten (allgemein angenommenen) Gefällverluste h_1, h_2, h_3 vom ganzen Gefälle abzieht. Es ist h_1 = unteres Freihängen = 0,19 mtr.

h_2 = oberes Freihängen = 0,09 "

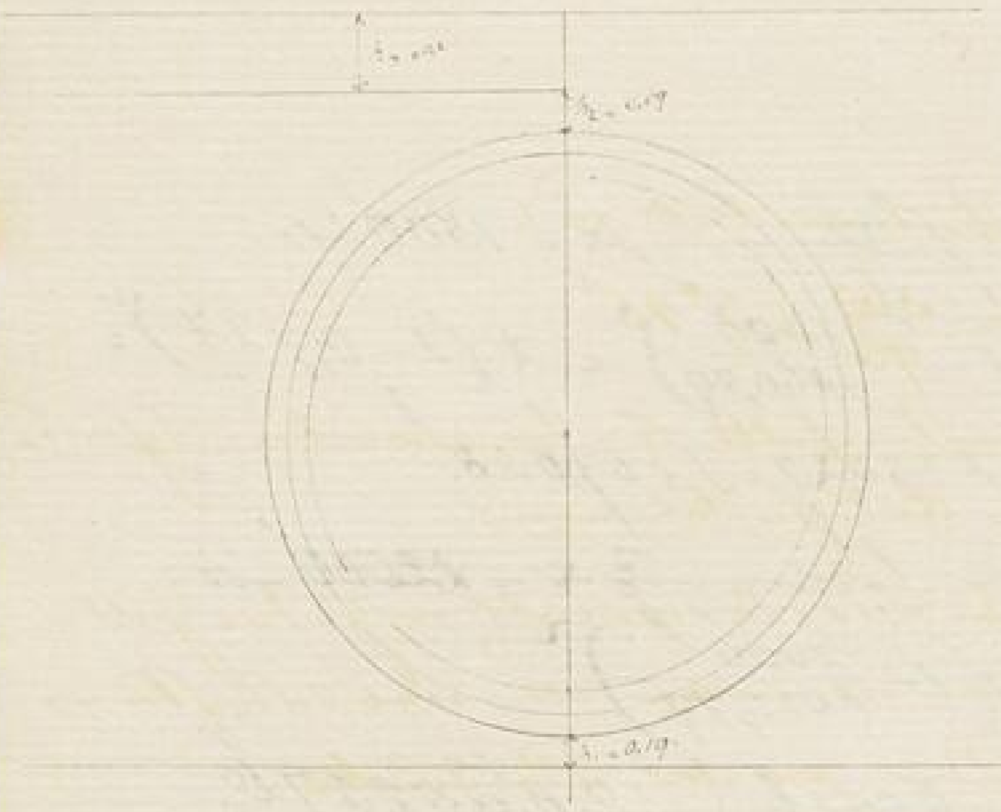
h_3 = Wasserstand im Gerinne = 0,20 "

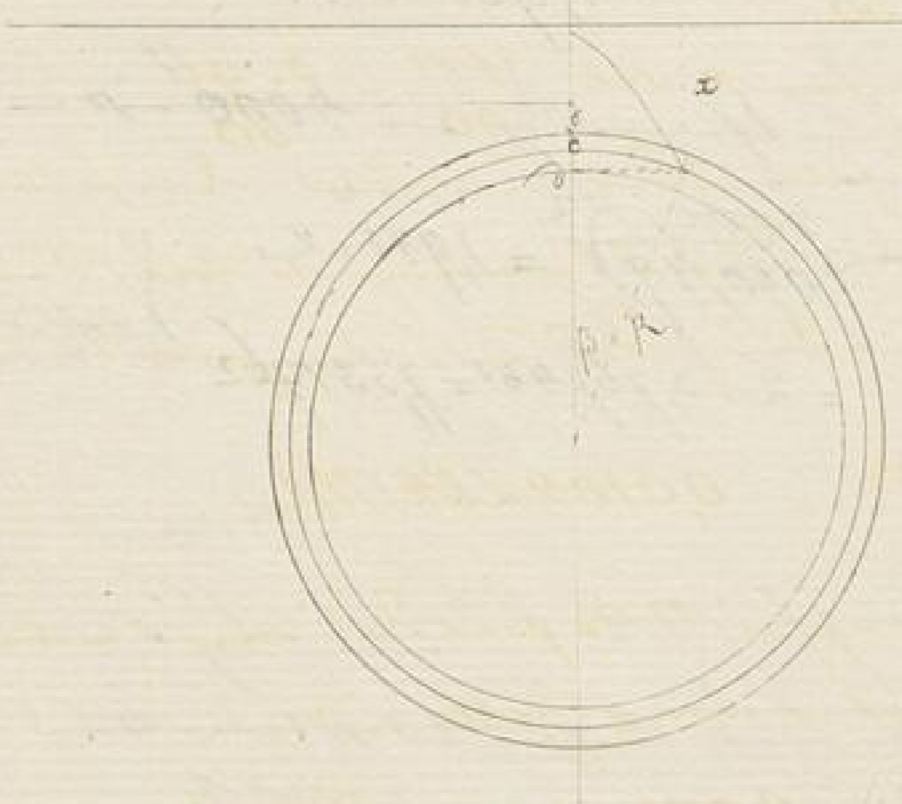
Also findet man zunächst die Radhöhe:

$$H = h - (h_1 + h_2 + h_3) =$$
$$= 12 - (0,19 + 0,09 + 0,20) = 12 - 0,48.$$
$$= 11,52 \text{ Meter}.$$

Den äußern Durchmesser findet man endlich d. h. vom Theilkreis zu Theilkreis gerechnet indem man die Differenz ~~zw~~ von Radhöhe und Kranzbreite nimmt: Es ist aber gewöhnlich die Kranzbreite $b = 10'' = 0,236$ mtr. Demnach der Raddurchmesser D:

$$D = H - b, \text{ d. h. } 11,52 - 0,236$$
$$= 11,284 \text{ Meter}.$$





Durch Versuche und aus Erfahrung weiß man die Radweite:

$$w = \frac{4M}{\pi D b u}. \text{ Hierin ist:}$$

M = Wasserquantum pro minute = 5 Cbkm.
u = Umdrehungszahl " " = 5.
b = Kranzbreite = 0,236 met.

Also:

$$w = \frac{4 . 5.}{3,141.. \, 11,284 . 0,236 . 5.}$$

$$= \frac{20}{41,1196.}$$

$$= 0,486.$$

Um ferner die Geschwindigkeit irgend eines Punktes des Radumfanges im Theilriß zu finden haben wir die Formel:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2r\pi . u}{60.}$$

$$= \frac{11,284 . 3,14159}{12} = 2,954 \text{ Meter.}$$

Die dieser Geschwindigkeit zukommende Fallhöhe x

$$= \frac{v^2}{2g} = \frac{2,954^2}{2.9,81} = \frac{2,954^2}{19,62} =$$

$$= \frac{8,725}{19,62} = 0,444 \text{ Meter.}$$

Den Winkel β unter dem das Wasser einfällt, findet man:

$$\overline{cd} = x - (h_3 + h_2 + \frac{b}{2})$$

$$= 0,444 - (0,2 + 0,09 + \frac{0,236}{2})$$

$$= 0,444 - 0,408 = 0,036.$$

Da aber auch:

$$\overline{cd} = R - R\cos\beta \text{ ist, so}$$

$$\cos\beta = \frac{R - cd}{R} = \frac{5,642 - 0,036}{5,642}$$

$$= \frac{5,606}{5,642} = 0,99361$$

$$\log.\cos\beta = 0,9992160 - 1 + 10$$

$$\beta = 6^\circ 28' 38''$$

Die Anzahl der Schaufeln sei 96, so ergibt sich der Theilwinkel zu:

$$\alpha = \frac{360}{96} = 3^\circ 45'$$

Das Wasser fällt bei der zweiten Schaufel vom Radscheitel ein:

Um das Wasserquantum, welches in jeder Zelle zu finden ist, wenn m = das Wasserquantum pro sec. ausdrückt:

$$m = \frac{5}{60} = 0,0833 \text{ Cub. Mtr.}$$

Ferner gehen p. sec $\frac{un}{60} = \frac{5 . 96}{60}$ = 8 Schaufeln durch ein und denselben Punkt, die auf das genannte Wasserquantum, so ist das Wasserquantum

[illegible] u. es wird so jeder Zelle

$$q = \frac{0,0833}{8} = 0,0104 \text{ Cub. Mtr.}$$

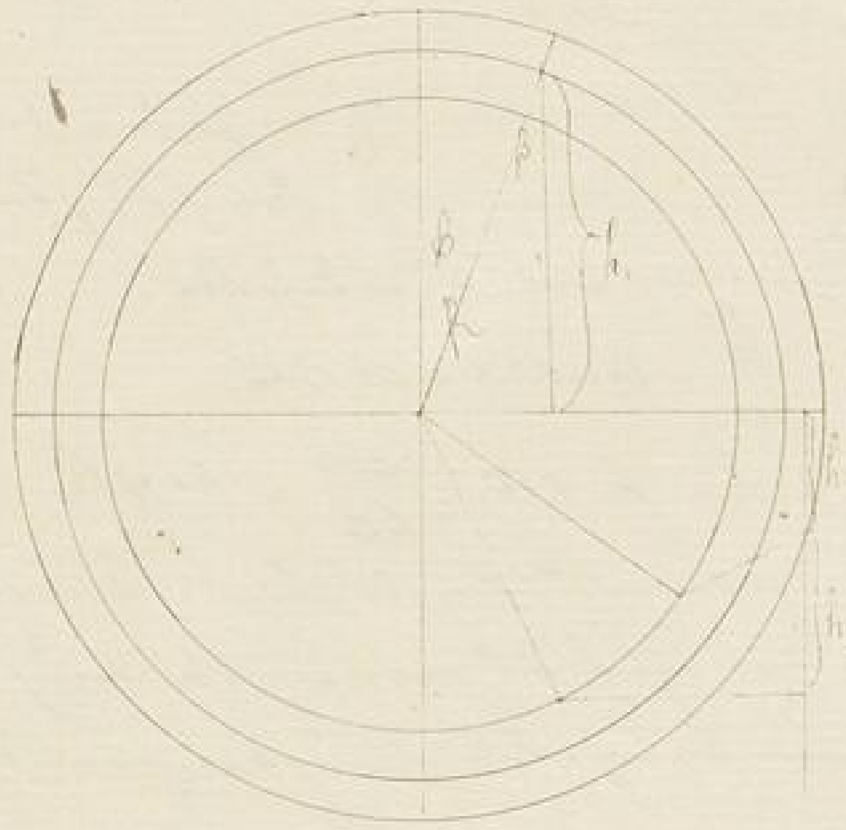
Der Querschnitt a_0 für das Wasserquantum einer Zelle ist:

$$a_0 = \frac{q}{w} = \frac{0,0104}{0,486} = 0,021 \ \square \text{ Mtr.}$$

Dieser Querschnitt ändert sich, je näher die Schaufeln dem untern oder tiefsten Punkte des Rades kommen. Den mittleren Querschnitt findet man, wenn sich zusieht bei welcher Zelle die Stoßschaufel horizontal ist u. somit kein Wasser mehr in selbiger sich befindet. Der Winkel γ = dem Deckungswinkel δ.

$\gamma = \delta = 75^\circ$.

Um die Punkte, wo die Stoßschaufeln horizontal sind, zu finden, ermittle man zunächst bei welcher Zelle das Wasser auszugießen anfängt, theile die Höhe ED in z.B. 4 Theile u. ziehe von 1, 2, 3, 4 Horizontalen, wodurch man die Punkte α, β, γ, δ für die Stoßschaufeln, zu denen man auch die Riegelschaufeln verstreckt ist, erhält. Es ergeben sich die folgenden entsprechenden Querschnitte:



$a_0 = 0{,}0214$ □ Mtr.

$a_1 = 0{,}0187$ " "

$a_2 = 0{,}0131$ " "

$a_3 = 0{,}001368$ " "

$a_4 = 0.$

Es ist:

$h_1 = R\cos\beta = 5{,}642 \cdot \cos 6^\circ 28' 38''$

$= 5{,}642 \times 0{,}99361$

$= 5{,}606$

$h_2 = 4{,}870$

$h_3 = 0{,}572$

Der mittlere Querschnitt a:

$$a = \frac{1}{12}\left(a_0 + a_4 + 4(a_1 + a_3) + 2a_2\right)$$

$$= \frac{1}{12}\left(0{,}0214 + 4(0{,}0187 + 0{,}0013) + 0{,}0262\right)$$

$$= \frac{1}{12}\left(0{,}0214 + 0{,}0800 + 0{,}0262\right)$$

$$= \frac{1}{12}(0{,}1276) = \frac{0{,}1276}{12} = 0{,}0123 \text{ □ Mtr.}$$

$$P_v = \left[h_1 + h_2 + \left(a_0 + a_4 + 4(a_1 + a_3) + 2 \cdot a_2\right)\frac{h_3}{12 \cdot a_0}\right] 1000 \cdot n$$

$$= \left[5{,}606 + 4{,}870 + \left(0{,}0214 + 4(0{,}0187 + 0{,}0013) + 0{,}0262\right)\frac{0{,}572}{12 \cdot 0{,}0214}\right] \times 1000 \cdot 0{,}0833$$

$= ~~(10{,}5436 + 0{,}2231)\, 83{,}3~~$

$= (10{,}5436 + 0{,}291)\, 83{,}3$

$= 905{,}52218$ Mtr. Kilogr. p. sec;

Die verlorene Arbeit der Reibung pro sec:

$$= \frac{\pi \cdot u\varrho}{30} \cdot f(G + N)$$

wo $G + N =$ ~~20000 Kil. ist~~ 15000 Kil.

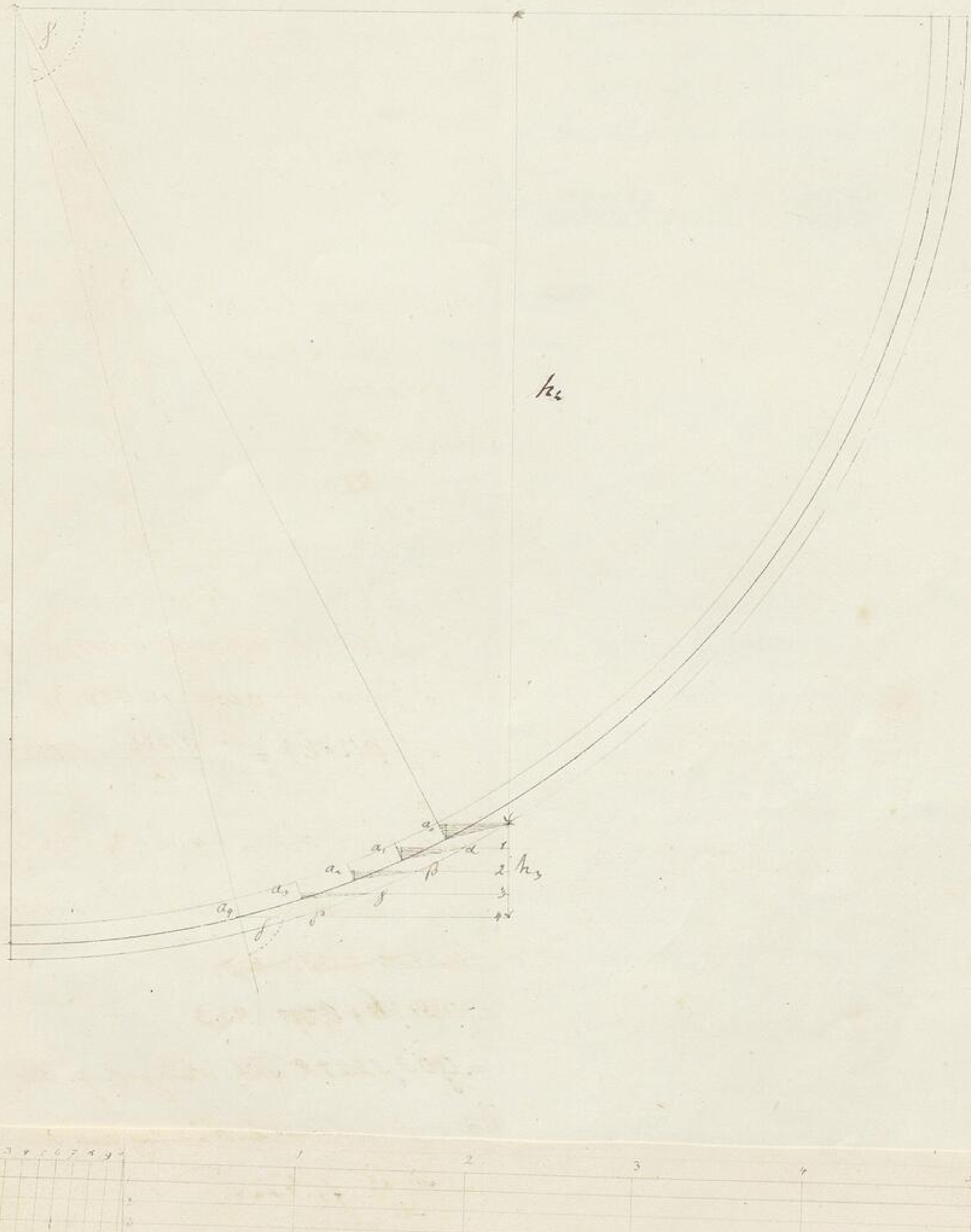
ϱ = Zapfenhalbmesser = 0,1

$f = 0{,}08$. Also:

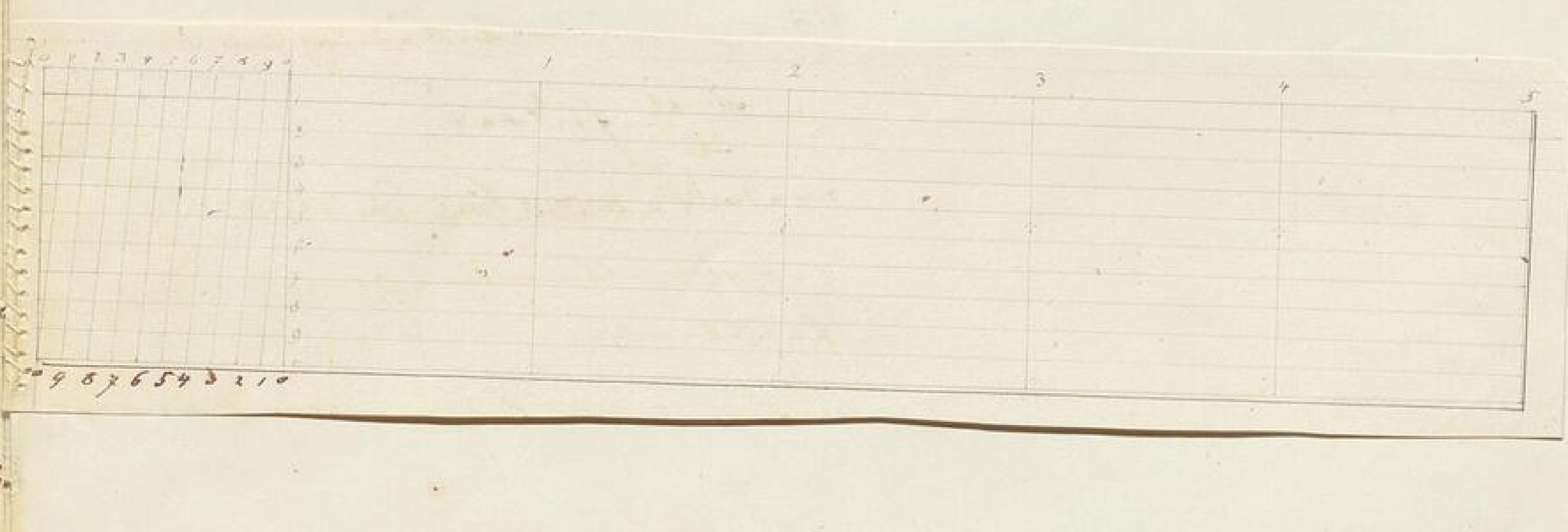
$$\text{Arbeit der Reibung} = \frac{3{,}14159 \cdot 5 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}08}{30} \cdot 15000$$

$= 62{,}832$ Kil. metr.

~~Somit erhält man als nutzbare Arbeit~~



h_2
h_3
a_0
a_1
a_2
a_3
a_4
α
β
γ
δ
1
2
3
4



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
1
2
3
4
5
9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Das Resultat p. 5.:

$P_r = 905,524 - 62,832$

$= 842,69$ Mtr. Kilogr.

$= 11,23$ Pferdekräfte.

Endlich der Wirkungsgrad:

$$= \frac{842,69}{1000 \times 15 \times 0,0333} = \frac{842,69}{999,60}$$

$= 0,84.$

No. 7.

Es soll diese Aufgabe für eine Turbine gelöst werden, wenn das Aufschlagquantum 15 C. Mr. pr. Min. und das Gefälle 1 1/2 M. ist, die Umdrehungszahl der Maschine aber 100 p. min.?

Auflösung.

Zur Berechnung dieser Aufgabe haben wir $P_r = \left(c^2 - \left(\frac{R}{r} v . tg . \delta\right)^2\right) \frac{}{4g}$ mg., wo:

P_r = Moment der Arbeit.

c = Geschwindigkeit des aus den Leitkurven austretenden Wasserstrahls ist. Wir erhalten aber:

1, $c = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 . 9,8088 . 1,5}$

$= \sqrt{29,4240} = 5,41$ mete.

Ferner sei:

v = die Geschwindigkeit des inneren Radkranzes

$= \frac{\pi n r}{30}$, wo r = dem inneren Radhalbmesser gleich ist und:

$r = \frac{m}{2\pi e c \sin\alpha}$; hier ist aber:

m = Aufschlagquantum p. sec. d. h.

2, $m = \frac{M}{60}$; wo M = Aufschlagquantum p. min. = 15 Cm.

$= \frac{15}{60}, = 0,25$ Kub. met., wo

ferner e = Höhe der Schützenöffnungen ist

3, $= 0,1$

Dabei der Winkel, den der Wasserstrahl mit der Tangente des inneren Kranzes macht, d. h. α, erhält man aus der Formel:

$$\cot\alpha = \frac{30 c e^2}{n m} - \frac{tg . \delta}{2}, \text{ und hier ist:}$$

$tg . \delta = 15^0$. Demnach:

$$\cot\alpha = \frac{30 . 0,1 . 5,41^2}{100 . 0,25} - \frac{tg . 15^0}{2} =$$

$= 3,397$, woraus

4, $\alpha = 16^0, 24'$ folgt. Demnach:

5,
$$v = \frac{0,25}{2 \cdot 3,1416 \cdot 0,1 \cdot 5,41 \cdot 0,2823}$$

$$= \frac{0,25}{0,9594} = 0,261 \text{ metr.}$$

Hieraus folgt endlich

6,
$$v = \frac{3,1416 \cdot 100 \cdot 0,261}{30}$$

$$= \frac{314,16 \cdot 0,261}{30}$$

$$= \frac{81,99576}{30}$$

$$= 2,73 \text{ Met.}$$

Bleibt noch nöthig R d. h. den äußeren Radhalbmesser zu wissen.

$$R = r\sqrt{\frac{c \sin \alpha}{v \, tg. \delta}}$$

$$= 0,261 \sqrt{\frac{5,41 \cdot 0,2823}{2,73 \cdot 0,2681}}$$

$$= 0,261 \cdot \sqrt{\frac{1,527243}{0,73164}}$$

$$= 0,261 \cdot 1,44$$

$$= 0,376 \text{ Met.}$$

Setzen wir die für c, v, r, R, tg. δ u. s. w. gefundenen Werthe in die Gleich. ein so erhalten wir:

$$P_v = \left[\frac{5,41^2 - \left(\frac{0,376}{0,261} \cdot 2,73 \cdot 0,268\right)^2}{4 \cdot 9,8088}\right] 0,25 \cdot 1000$$

$$= \left[\frac{29,2681 - 1,03^2}{39,2352}\right] 250 \cdot 2$$

$$= \frac{28,2914}{39,2352} \cdot 250 \cdot 2.$$

$$= 0,746 \cdot 250 \cdot 2 = 2 \cdot 186,500$$

$$P_v = 373,000 \text{ Met. Kilogr.}$$

Demnach der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{P_v}{m h g} = \frac{373,000}{0,25 \cdot 1,5 \cdot 1000} =$$

$$= \frac{373,000}{375,000}$$

$$= 0,994, \text{ wovon jedoch die}$$

Zapfenreibung abzuziehen ist.

8.

Es ist diese Aufgabe für eine einfache, einfachwirkende Wassersäulenmaschine zu lösen, wenn diese pro minute 4,5 Spiele machen soll, das Wasserquantum pro minute aber $\frac{3}{4}$ Kb. M. und das Gefälle 90 M. beträgt.

Auflösung.

Bezeichnen wir mit H. das ganze Gefälle = 90 Met., und mit h_1, h_2, h_3 die verschiedenen Widerstandshöhen, so haben wir die Formel

$P = [H - \Sigma(h)]\, m\gamma$.

Berechnen wir zunächst m, d.h. das Wasserquantum pro. Sec. so $m = \frac{\text{Wasserquant. p. min}}{\text{Spiele}}$

$m = \frac{0,75}{4,5}$

$= 0,1666$ Kubikmet.

Nehmen wir b = Hub der Liederung = 0,1 und den Reibungscoefficient = 0,12 so erhalten wir den Durchmesser des Treibcylinders:

$D = \sqrt{\frac{4m}{\pi s n}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,75}{3,142 \cdot 1,5 \cdot 4,5}} = \sqrt{0,1414}$

$= 0,376$ Met. und mit Hülfe dessen den ersten Widerstand der Kolbenreibung:

1, $h_1 = \frac{4\mu b H}{D} = \frac{4 \cdot 0,12 \cdot 0,1 \cdot 90}{0,376}$

$= 11,49$ Met.

2, h_2 = die Reibung des Wassers in den Röhren

$= k\,\frac{l D^4 v^2}{d^5}$, wo:

k = ein Coefficient = 0,001146

l = 90.

D = 0,376. so:

v = 0,1125

d = 0,188

$h_2 = 0,001146 \left(\frac{90 \cdot 0,376^4 \cdot 0,1125^2}{0,188^5}\right)$

$= 0,084$.

3, h_3 = für die Ueberwindung der Trägheit

$= \frac{2lD^2v^2}{g \cdot s \cdot d^2} = \frac{2 \cdot 90 \cdot 0,376^2 \cdot 0,1125^2}{9,808 \cdot 1,5 \cdot 0,188^2}$

$= \frac{0,3312}{0,5209} = 0,636$ Met.

Endlich: Für die Ueberwindung des Widerstandes in den 2 Krümmungen des Steigrohres à 90°:

$h_4 = 2 \cdot \frac{k D^4 v^2 \sin\alpha}{d^4}$, wo $k = 0,0123$, $\alpha = 45°$

$= 2 \cdot \frac{0,0123 \cdot 0,376^4 \cdot 0,1125 \cdot 0,707}{0,188}$

$= 0,056$ Met.

Demnach:

$P_n = (90-(11,5+9,054)+(0,636+0,038))166$

$= 12948,21$ Kilogr. Met.

Hiervon nehmen wir die Arbeit auf die Steuerung ab:

Ist x = oberer Kolbendurchm.

$= 0,200$ Met.

s_1 = Steuerkolbenhub u. Höhe des Communikations-canales $= 0,2+0,15 = 0,35$ Met. so

$$P_{s_1} = \frac{H \pi x^2 s \gamma}{4}$$

$$= \frac{90 \cdot 3,142 \cdot 0,200^2 \cdot 0,35 \cdot 1000}{4}$$

$$= \frac{3958,920}{4}$$

$$= 992,23$$

Also die nützliche Arbeit der Wassersäulenmaschine pro Spiel:

$$P_n - P_{s_1} = 12948,218 - 992,23$$

$$= 11955,98 \text{ Met. Kilogr.}$$

Und der Wirkungsgrad:

$$\varepsilon = \frac{11955,98}{\frac{D^2\pi}{4} H \gamma s} = \frac{11955,98}{14990,168}$$

$$= 0,81.$$

No 9

Zeichnung des Wasserrades beim Pochwerk Gott mit Uns nebst kurzer Beschreibung.

Das Pochwerk bei Gott mit Uns liegt 1/4 Stunde von dem Dorfe Tuttendorf, 1/2 Stunde von Halsbrücke, nördlich von Freiberg entfernt. Es gehört obengenannter Grube und ist während der Woche, in der es angebaut ist, von der Grube: Oberstand Daschner gestellt, da bis jetzt Gott mit Uns nicht hinlänglich Mangel an Gewässer leiden können. Es dient zum Zerkleinern der in der Grube gewonnenen Pocherze und ist im Allgemeinen ein Schlämmpochwerk, im Speziellen aber gehört es der Klasse der Setzpochwerke an.

Das Wasserrad, das ... ist 7 Ellen 12 Zoll hoch und 1 Elle 4 Zoll weit. Die Kränze sind 6" stark und 10" hoch. Das Rad hat 40 Schaufeln. Die Schaufelungsmethode ist die gewöhnliche Freiberger. Der Kranz wird nämlich in 3 Theile getheilt, und nach dem einen Drittheil der Theilriss verlegt.
6 Den Theilrissumfang theilt man in so viel Theile, als das Rad Schaufeln bekommen soll, demnach hier in 40. Durch die Theilpunkte werden Radien gezogen und die Punkte, wo der eine Radius den Theilriss, der andere die Peripherie schneidet, durch eine Linie verbunden, die die Lage der Stoßschaufel angiebt. Der Theil des Radius von dem innern Ende der Stoßschaufel bis zur innern Peripherie giebt die Länge der Riegelschaufel. Die Stoßschaufeln sind 13", die Riegelschaufeln 4" breit, und beide 1" stark. Der Radkranz wird durch 2 Armgevierer von 8" Stärke und 6" Breite getragen. Die Welle ist von Holz, 4kantig, 1 Elle 8" im Quadrat stark und 9 Ellen lang. Sie bildet, da das Pochwerk ohne Vorgelege geht, zugleich die Hebungswelle.

die Hütten haben 62″ im Durchmesser.
Das Aufschlagegerinne ist so über dem Rade angebracht, daß der Wasserstrahl in die dritte Schaufel einfällt und dem Rade eine Geschwindigkeit ertheilt, die 11 ganzen Umgängen pro min. entspricht.
Das Wasserrad, wie schon angedeutet, sitzt unmittelbar auf der Hebelingswelle, ist also ohne alle Vorgelege, ein für die Maschinen günstiger Umstand, der aus der dortigen Localität hervorgegangen ist, insofern als nicht nur unmittelbar beim Pochwerke das nöthige Gefälle, sondern auch das Wasseraufschlagsquantum in dem Maaße vorhanden war, daß dem Wasserrade diejenige Umdrehungszahl gegeben werden konnte, die man gerade von der Hebelingswelle verlangte.
Das Pochwerk selbst anlangend, so besteht es aus 3, dreistempelichen Sätzen, von denen 2 zum Naß- und eines zum Trockenpochen bestimmt sind. Jeder der 9 Pochstempel ist aus Buchenholz, 7′ 6″ lang, 7″ stark und 4″ breit; die Laden- oder Lattenhölzer sind 6½″ breit und befinden sich 2′ 18″ von einander entfernt. Die Däumlinge sind von Buchenholz 9″ lang und 6″ breit und 7″ hoch. Auf der unteren Fläche sind sie zur Verminderung der Reibung mit dünnem Eisenbleche belegt. Ein Pocheisen wiegt 95 ℔ und das Gewicht der an den Stempel angebrachten 3 Ringe von Eisen zur Befestigung ihrer Pocheisen beträgt 11,8 ℔.
Der Hub oder die größte Höhe auf welche der Stempel während des Ganges gehoben wird, beträgt bei diesem Pochwerke 12″ oder 1 Fuß. Die Hubigkeit oder die Anzahl der Anhübe, die ein und derselbe Stempel bei jedesmaligem Um-

Drehung der Welle vermittelst welcher auch die Heblinge. Die Heblingsanzahl für einen Stempel ist 4, so daß sich also die Anzahl aller an der Welle befindlichen Heblinge auf 4.9 = 36 beläuft. Sie sind durchgängig aus der Weißbuche construirt, haben bei einer Länge von $8\frac{3}{4}$" eine Breite von 6" und eine Höhe von 7" und sind übrigens so auf der Welle angebracht und vertheilt, daß sich immer nach der Reihe immer 4 Stempel im Anhube befinden, dabei ist, wie gewöhnlich die Einrichtung getroffen, daß der nächstangehobene Stempel jedesmal einem andern Pochsatze angehört.

Berechnung der Arbeit des Pochwerks.

Wir müssen zur Berechnung folgende Größen bestimmt kennen:

1, die Anzahl aller Stempel des Pochwerks $= N = 6$.

2, die Anzahl der fortwährend im Aufsteigen begriffenen Stempel $= N_1 = 4$.

3, das absolute Gewicht eines jeden Stempels $= G$?

4, die Hubzahl $= m = 4$.

5, die Anzahl Umdrehungen der Pochwelle pro Minute $= u = 11$.

6, die ganze Zeit vom Angriffe eines Stempels bis zum nächstfolgenden $= t = \frac{60}{mu} = \frac{60}{44}$ $= \frac{15}{11}$ Sec.

7, die Zeit des Aufsteigens eines jeden Stempels $= t' = \frac{N_1}{N} \cdot t$

$= \frac{4}{6} \cdot 1{,}36 = \frac{2}{3} \cdot 1{,}36 = 0{,}907$ Sec.

8, die Hubhöhe $h = 1'$

9, der mechanische Halbmesser der Heblingswelle $= a$?

10, der Abstand der Ladenhölzer von einander $= L = 2^{0}\,18'' = 5{,}5'$

Der Abstand des Däumlings von den obern Ladenhölzern beim mittleren Stande des Hebelings
$= l = 1^{0}2'' = 7/6'$

Der Abstand des Däumlings von den untern Ladenhölzern bei demselben Stande des Hebelings
$= l' = 1^{0}16'' = 4/3'$

Die Länge des Däumlings bis Stempelmitte
$= c = 12\frac{1}{2}'' = \frac{25}{24}'$.

Der Reibungscoefficient $f = 1/3$. u.

Der Weg, den ein freifallender Körper in der ersten Secunde zurücklegt $= g = 17{,}32'$.

Um die Wirkung zu finden, müssen wir das Verhältniß von der reinen Last und der entgegenstehenden Hindernisse, der Reibung zu untersuchen.

Die reine Last ergiebt sich aus der Anzahl der fortwährend im Aufsteigen begriffenen Stempel und dem Gewichte eines jeden derselben. Demnach

$$Q = N \cdot G.$$

Das Gewicht G eines jeden Stempels vom Pochwerke ist aber:

Erst der Cubikinhalt, nach den gegebenen Dimensionen, nebst Däumling:

$2{,}82 + 0{,}22 = 3{,}04$ Cubikfuß.

Dieß mit dem spec. Gewichte des Buchenholzes $= 0{,}760$, und dem Gewichte eines Cubikfußes Wasser $= 48{,}83$ multiplicirt, giebt das Gewicht des Stempels zu:

$3{,}04 \cdot 0{,}760 \cdot 48{,}883$ Pfd.

$= 113{,}2$ Pfd., wozu noch das Gewicht des Pocheisens zu 95 Pfd. u. der eisernen Ringe zu 11,8 Pfd kommen. Mithin:

$$G = 113{,}2 + 95 + 11{,}8$$
$$= 220.$$

Da nun N die Anzahl der fortwährend aufsteigender Stangenlast = 4, so ist die ganze Last $Q = N_1 G = 4 \cdot 220$ Pfd

$= 880$ Pfd.

Diese eine zu überwältigende Last wird aber nun durch verschiedene Nebenhindernisse vermehrt, namentlich aber durch die Hindernisse, die auch die Reibung entgegensetzt.

Der erste zu berücksichtigende Widerstand und der wichtigste ist die Reibung zwischen Hebling und Däumling. Setzt man dieselbe allgemein $= F$, so beträgt sie $= fV$, oder auf den Umfang der Welle reduzirt $= \frac{fVh}{2a}$, wo:

V = entsprechend ist der Kraft, welche der gehobene Stempel Widerstand leistet.

Ist die Kraft zum Aufheben des Stempels $= V$

$= N'G + f\left(2e + f\frac{(l-l')}{2a}\right)\frac{V}{L}$, so hat man

$$V = \frac{N'GL}{L - f\left(2e + f\frac{(l-l')h}{2a}\right)}$$

Die Reibung ist demnach:

$$F = \frac{N'GL \cdot \left(f \cdot \frac{h}{2a}\right)}{L - f\left(2e + f\frac{(l-l')h}{2a}\right)}$$

Der mechanische Halbmesser der Daumenwelle $= a$, bestimmt sich nach den Werthen von N, N_1, n u. h nach der Gleichung:

$$h = \frac{2\pi a}{n} \cdot \frac{N_1}{N}, \text{ u.}$$

$$a = \frac{nN}{2\pi N_1} h.$$

Nach Einführung der Zahlenwerthe wird derselbe

$a = \frac{4.6}{2.3{,}141.4}$ Fuß sein.

Nach genommenen Ausmessungen beträgt aber die spezifische Halbmesser der Welle $= \frac{1' \times 8''}{2} = 16''$, und der nach angenommenen Grundsätzen immer 1–2'' kleiner gemacht wird als der mechanische, so muß letzterer doch wenigstens zu 17'' = 1,417' angenommen werden, da übrigens der Abstand des Hebelings von der Welle = 1'' beträgt.

Der zweite entgegenstehende Widerstand besteht in der Reibung, die der Stempel gegen die Ladenhölzer erhält:

$$f\left(2c + \frac{f(l-l')k}{2a}\right)\frac{V}{L},$$

wo

$$V = \frac{N'GL}{L - f\left(2c + \frac{f(l-l')k}{2a}\right)}$$

ist.

Der dritte Widerstand scheint mir durch die Trägheit und durch den Stoß des Stempels bedingt.

Da nämlich jeder Stempel in der Zeit $t' = \frac{60 N_1}{n N_{11}}$ durch den Weg h bewegt wird, so kommt ihm bei seinem gleichförmigen Gange die Geschwindigkeit $c = \frac{h}{t'}$ zu, mit der der Stempel selbst bei beendigter Wirkung des Hebelings auf ihn noch etwas in die Höhe steigt, d. h. um $\frac{1}{4g}\left(\frac{h}{t'}\right)^2$ und dabei einen Kraftaufwand von

$$\frac{h}{4gt'^2}\ G \text{ verlangt.}$$

Nehmen wir demnach jetzt zusammen, und nennen kurz $Q = N'G$, die erhaltenen Ausdrücke für die angegebenen Widerstände so erhält man für die Last am Gebläsegestänge die vereinfachten allgemeinen Gleichung:

$$Q_1 = \left[\frac{(2a + f h) L}{2La - f\left[4ac + f(L - l)h\right]} + \frac{h}{2g t_1^2} \right] N.G.$$

Substituiren wir in diese Gleichung die den allgemeinen Größen entsprechenden Zahlenwerthe, so bekommt man:

$$Q_1 = \left[\frac{(2 \cdot 1{,}417 + \frac{1}{3} \cdot 1) 5{,}5}{2 \cdot 5{,}5 \cdot 1{,}417 - \frac{1}{3}\left[4 \cdot 1{,}417 \cdot \frac{25}{24} + \frac{1}{3}(3{,}333 - 2{,}166)1\right]} + \frac{1}{2 \cdot 17{,}32 \cdot \left(\frac{30}{33}\right)^2} \right] 4 \cdot 220 \text{ ℔}.$$

$$Q_1 = \left[\frac{17{,}418}{15{,}587 - \frac{1}{3}\left[16{,}532 + 0{,}389\right]} + \frac{1}{34{,}64 \cdot \frac{900}{1089}} \right] \cdot 880.$$

$$= \left[\frac{17{,}418}{15{,}587 - 5{,}640} + \frac{1}{28{,}63} \right] \cdot 880.$$

$$= \left[\frac{17{,}418}{9{,}94} + 0{,}035 \right] \cdot 880.$$

$$= \left[1{,}752 + 0{,}035 \right] 880$$

$$= 1{,}589 \cdot 880 = 1407{,}12 \text{ ℔}.$$

= der Last an der Gebläsewelle, incl. der angezogenen Widerstände.

Es ist demnach die Arbeit des Gebläses:

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{880}{1407{,}12} = 0{,}625.$$