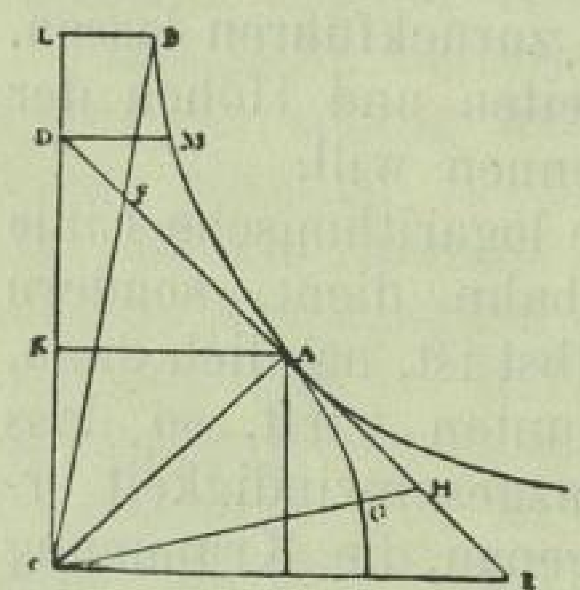
Quadrate verhält. Nun verhält sich die Höhe des ersten Wurfs zur Höhe des zweiten wie die Fläche zwischen einer Hyperbel und ihrer Asymptote, die durch zwei der anderen Asymptote parallele, im Verhältniss von 2 zu 1 stehende Geraden begrenzt ist, zu dem Rechteck oder Parallelogramm derselben Hyperbel, d. h. wie die Fläche A M D K in der nebenstehenden Figur zu dem Quadrate über AC. Ich hatte die anderen Fälle nicht untersucht, welche in dem sehr schönen 9. Satze des zweiten Buches Herrn Newtons allgemein zusammengefasst werden. Daran verhinderte mich der Umstand, dass ich auf dem von mir eingeschlagenen Wege kein Maass für die Fallräume der Körper fand, wenn ich nicht die Quadratur einer bestimmten Kurve voraussetzte, die meines Wissens von der Quadratur der Hyperbel abhängig ist. Ich führte den Flächeninhalt dieser Kurve auf die unendliche geometrische Reihe $a + \frac{1}{3} a^3 + \frac{1}{5} a^5 + \frac{1}{7} a^7$ etc. zurück. Ich wusste nicht, dass dieselbe Reihe auch das Maass des Hyperbelsectors giebt; ich habe dies inzwischen aus der Vergleichung des Newton'schen Beweises mit dem von mir gefundenen erkannt.



Da aber meines Wissens diese Reihe noch nicht als das Maass der Hyperbel nachgewiesen ist, so will ich hier auseinandersetzen, auf welche Weise sie dazu dient. Es sei A B eine Hyperbel, deren Asymptoten D C, C E einen rechten Winkel bilden sollen, deren Halbachse C A auf der Hyperbeltangente D A E senkrecht steht; ferner sei A C B ein Sector, und die Linie C B möge A D in F schneiden. Nimmt man jetzt A C oder A D zur Maasseinheit und bezeichnet A F mit a, das ein echter Bruch ist, sobald A F und A D commensurabel sind, so verhält sich, behaupte ich, die Summe der unendlichen Reihe $a + \frac{1}{3} a^3 + \frac{1}{5} a^5 + \frac{1}{7} a^7 + \ldots$ zu 1 wie der Sector A C B zu dem Dreieck A C D, oder wenn man die Senkrechten A K, B L auf die Asymptote fällt, kann man das gleiche von der Fläche A B L K sagen, welche gleich dem Sector ist, wie man leicht aus der Gleichheit der Dreiecke C A K, C B L erkennt. Daher entspricht die Reihe für die Hyperbel derjenigen, welche Herr Leibnitz für den