1

Aufgaben
über
Bergmaschinenlehre

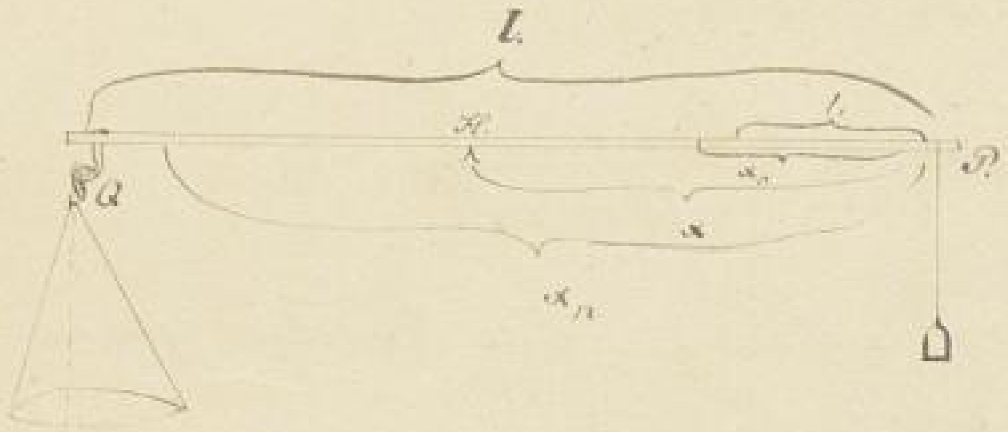
aufgelöst

von

Lehrc. $18\frac{37}{38}$. Richard Kühn

b, Es ist die Theorie der ungleicharmigen Waage mit veränderlichem Drehpunkte (römische auch schwedische Waage) zu entwickeln.

Nehmen wir den Schwerpunkt der Waage willkürlich in S an, sei ferner das Gewicht der Waage G, welches wir uns im Schwerpunkte vereinigt denken, die ganze Länge des Waagebalkens sei l, die Länge des Armes von dem Gewichte P bis zum Drehpunkte H sei = x, die Länge des Armes von P bis S = l_1; die Last = Q.



Wir haben demnach folgende Gleichung:

$$Px = (l-x)Q + (l_1-x)G$$
$$x(P+Q+G) = lQ + l_1G$$

und daher

$$x = \frac{lQ + l_1G}{P+Q+G}$$

Ist die Waage unbelastet, so haben wir $Q = 0$, daher

$$x = \frac{l_1G}{P+G} = x_0$$

Dieß ist die Größe des Armes

x für den Nullpunkt der Scala.

Die grösste auf der Wage zu wägende Last sei Q multipliciert mit einem unbestimmten Faktor $= n$.

Wenn x der Hebelarm für Q ist, muss für Qn, der Hebelarm xn sein.

$$xn = \frac{lQn + l_1\breve{G}}{P + Qn + \breve{G}}$$

Die Länge der Scala yn ist aber daher

$$yn = xn - x_0$$

$$= \frac{lQn + l_1\breve{G}}{P + Qn + \breve{G}} - \frac{l_1\breve{G}}{P+\breve{G}}$$

$$= \frac{(P+\breve{G})(lQn + l_1\breve{G}) - l_1\breve{G}(P + Qn + \breve{G})}{(P + Qn + \breve{G})(P+\breve{G})}$$

$$= \frac{lQn(P+\breve{G}) - l_1\breve{G}Qn}{(P + Qn + \breve{G})(P+\breve{G})}$$

$$= \frac{((l-l_1)\breve{G} + lP)Qn}{(P + Qn + \breve{G})(P+\breve{G})}$$

daher

$$\frac{1}{yn} = \frac{(P + Qn + \breve{G})(P+\breve{G})}{((l-l_1)\breve{G} + lP)Qn}$$

$$= \frac{(P+\breve{G})^2 + (P+\breve{G})Q_n}{[(l-l_1)G + lP]Q_n}$$

$$= \frac{(P+\breve{G})^2}{[(l-l_1)G + lP]Q_n} + \frac{P+\breve{G}}{(l-l_1)G + lP}$$

Ist nun $x - x_0 = y$, so wie früher $x_n - x_0 = y_n$ wenn, so ist:

$$\frac{1}{y} = \frac{(P+\breve{G})^2}{[(l-l_1)G + lP]Q} + \frac{(P+\breve{G})}{(l-l_1)G + lP}$$

daher

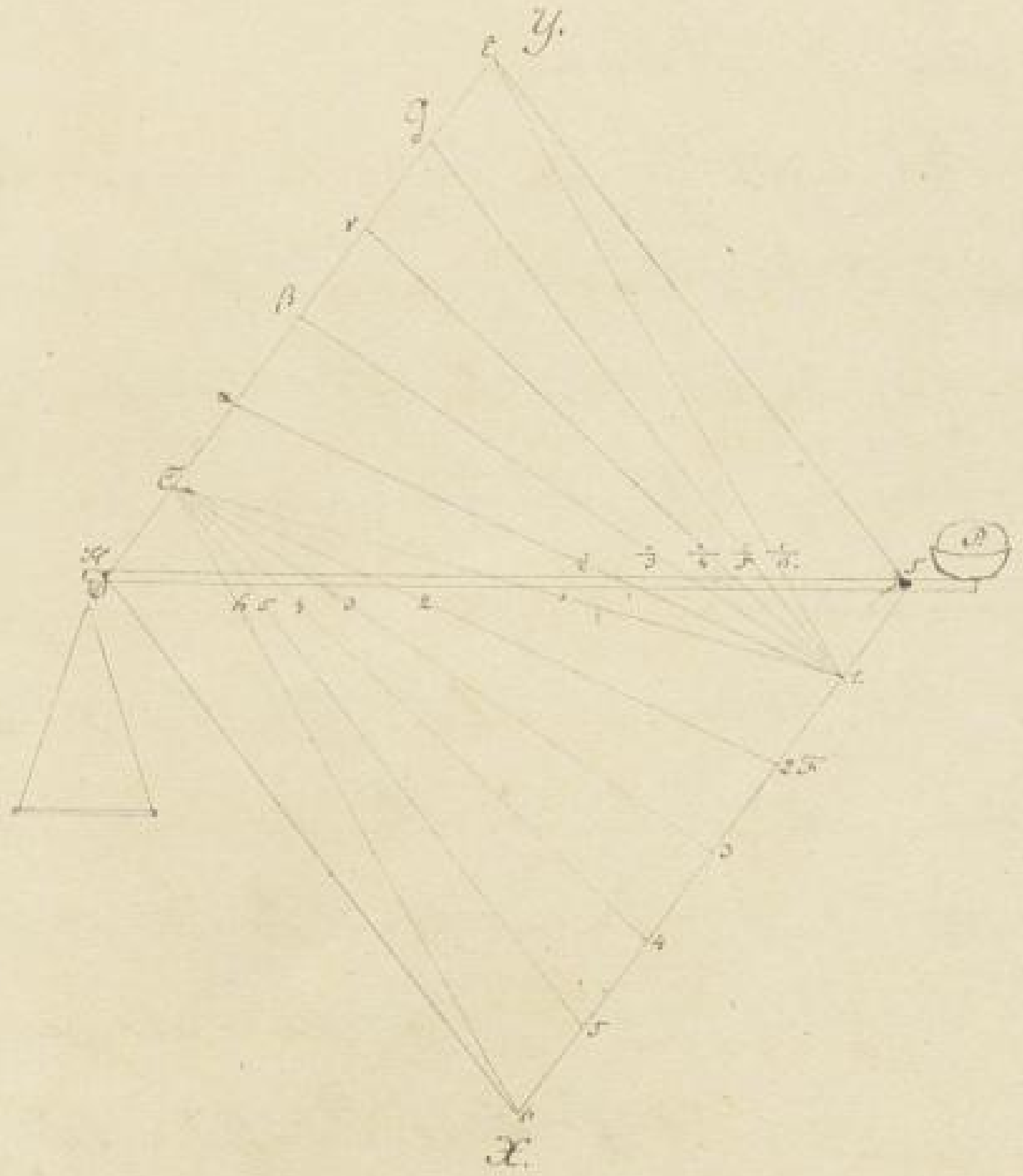
$$\frac{1}{y_n} - \frac{1}{y} = \left(\frac{1}{Q_n} - \frac{1}{Q}\right)\frac{(P+\breve{G})^2}{(l-l_1)G + lP}$$

wobei

$$P = \frac{l_1 G - G}{x_0} = \frac{G}{x_0}(l_1 - 1) \text{ ist.}$$

Die ganze Berechnung der Scala kann man aber auch entbehren, da sich die Eintheilung sehr leicht durch Construction finden läßt.

In S sei der Schwerpunkt und in H der Aufhängepunkt der Last. Ich ziehe nun von S aus eine Linie SX unter einem



beliebigen Winkel, diesem pa-
rallel auf der entgegengesetz-
ten Seite des Waagebalkens zie-
he ich HG.

Auf SK und HG trage ich
nun von S und H aus eine belie-
bige Anzahl gleichgroßer Theile
wie in der Figur.

Die Linien C_1, C_2, C_3, bis C_7
geben nun an dem Waagebalken
die Theilpunkte für Lasten vom
Einfachen, und Mehrfachen des Ge-
wichtes der Waage.

Wiegt z. B. die Waage 3 ℔.
so wird die Last, wenn der Auf-
hängepunkt in 1 ist, auch 3 ℔.
wiegen; ist er dagegen in 7,
so wird die Last 21 ℔. wiegen.

Die Linien 1α, 1β, 1γ, 1δ etc.
geben aber die Scala für Bruch-
theile des Gewichtes der Waage
an; so wird z. B. bei obigem
Beispiel 1β den Drehpunkt
so angeben, daß $\frac{1}{3}$ von 3 ℔. =

= 1 lb. abgezogen wird.

Der Beweis für die Richtigkeit der Construction kann so geführt werden:

Die △ CNH und △ SNF sind sich ähnlich und

$$\frac{HN}{SN} = \frac{HC}{FS}$$

Setzen wir $FS = n\,HC$ oder wenn $n=1$ $FS = HC$; so wird $HN = SN$.

---

2) Welchen Lastarm b muß man einer Kurbel geben, mit welcher eine Last von 200 lb. durch 2 Arbeiter in Bewegung gesetzt werden soll; vorausgesetzt, daß von den 200 lb. Totallast nur 130 als reine Last anzusehen sind, und angenommen, daß das Gewicht der

Um den Lastarm b zu bestimmen, haben wir aus den Gleichungen

W die Nebenlast

$$W = \frac{b}{a}w + \frac{\varrho\varphi}{a}\sqrt{Q^2+G^2+2QG\cos\alpha}$$

wo Q auf den Lastarm zurückgeführt $= \frac{bQ}{a} = \frac{130}{18}b$

Für P habe ich die Gleichung

$$P = \frac{b}{a}Q + \frac{\varphi\varrho}{a}\sqrt{Q^2+G^2+GQ\cos\alpha}$$

oder

Maschine 300 lb. betragen, die Kurbelhöhe 18 Zoll und die Zapfenstärke $\frac{5}{4}$ Zoll misst und die Richtung der Last einen Winkel von 63 Grad mit dem Horizont einschließt? — Welches wird dann noch der Wirkungsgrad der Maschine sein?

$P = \frac{b}{a} Q + W$ ferner ist aber

$P = n k + W$

daraus

$b = \frac{n k a}{Q} = \frac{18 \cdot 60}{130}$,

da die mittlere Menschenkraft $k = 30$ und n hier $= 2$ ist.

$\frac{18 \cdot 60}{130} = \frac{108}{13} = 8,307$

P ist nun nach obiger Formel:

$$P = \frac{200 \cdot 108}{18 \cdot 13} + \frac{0,3 \cdot 5}{18 \cdot 8} \sqrt{200^2 + 300^2 + 2 \cdot 200 \cdot 300 \cos(90^\circ - 63^\circ)}$$

$$P = \frac{1200}{13} + \frac{1}{96}\sqrt{40000 + 90000 + 120000 \cos 27^\circ}$$

$$= \frac{1200}{13} + \frac{1}{96}\sqrt{237000}$$

$$= 97,3785$$

$$W = P + (W_0 - Q)\frac{b}{a}$$

$$= 97,3785 + (70 - 200)\frac{8,3}{18}$$

$$= 97,3785 - 59,9444$$

$$= 37,4341.$$

Für die Geschwindigkeit der Kraft, zuletzt erhalte ich

$$v = \left(1 - \frac{W}{2nk}\right) c$$

$$= \left(1 - \frac{37,4341}{2 \cdot 2 \cdot 30}\right)\frac{11}{4}$$

$$= 1,892 \text{ Fuß}.$$

Daher die der Lastrad

$w = \frac{b}{a} v = 0,839$ Fuß

daher das mechanische Kraftmoment

$Qv = 130 \cdot 0,839 = 109,07$ Fuß Pfund.

Die Schichtzeit z ist aber

$$z = \left(1 - \frac{w}{2nk}\right) t$$
$$= \left(1 - \frac{37,4341}{2 \cdot 2 \cdot 30}\right) 8$$
$$= \frac{92,5659}{120} \cdot 8$$
$$= 6,17106 \text{ Stunde.}$$

Daher die Leistung während der täglichen Schicht

$$Qvz = 109,07 \cdot 6,17106 \cdot 60 \cdot 60$$
$$= 2419479,04512 \text{ Fußpfd.}$$

Daher der Wirkungsgrad

$$u = \frac{109,07 \cdot 6,17106}{165 \cdot 8}$$
$$= 0,5091496$$

3, Der untere Zapfen ABCD einer 1000 Ct. schwerenden Welle hat die Form eines Cylinders, einen Durchmesser AB = CD von $2\frac{1}{2}$ Zoll und eine Länge BC von 10 Zoll und reicht $1\frac{3}{4}$ Zoll tief in seine Pfanne, während sich der Spitzzapfen ABGHEK unten in einem übrigens gleichen Verhältnisse kugelsegmente endigt, dessen Höhe $HM = \frac{1}{2}$ Zoll, und dessen Sehne $KG = 1\frac{1}{4}$ Zoll beträgt. Wie verhalten sich die Reibungsmomente beider Zapfen zu einander?

Das Moment der Reibung bei dem cylindrischen Zapfen ist:

$$= \frac{2}{3}\varphi \frac{5}{4} G$$
$$= \frac{2}{3}\varphi \frac{5}{4} \cdot 1000$$
$$= \frac{10}{12}\, 1000\, \varphi$$
$$= 833,333\, \varphi$$

Die Reibung des Spitzzapfens zerfällt aber in 2 Theile, wovon der eine auf das Kugelsegment, der andere auf den Mantel des Kegels, so weit er in der Pfanne geht, fällt.

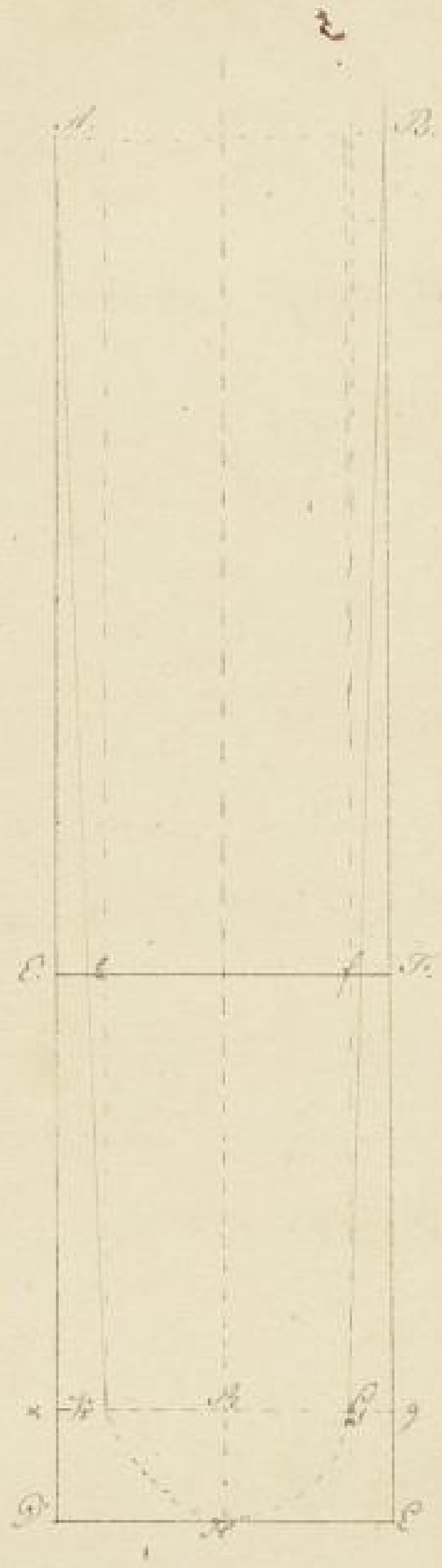
Es ist nun, um den Winkel α zu bestimmen

$$tg\,\alpha = \frac{KK}{MK} = \frac{5 \cdot 2}{19 \cdot 8} = \frac{5}{76}$$
$$= 3^{0}\; 45'\; 50''$$

daher $of = \frac{5}{4} + 2\, Ek\, tg\,\alpha$

$$= \frac{5}{4} + 2 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{5}{76}$$
$$= \frac{215}{152}$$
$$= 1,41447$$
$$= 27$$
$$7 = \frac{215}{304}$$

Der Verticaldruck ist aber der Horizontalprojection der gedrückten



Fläche proportional.

Daher

$$\overline{ef}^2 : \overline{kg}^2 = 1000 : x$$

$$\left(\frac{215}{152}\right)^2 : \left(\frac{5}{4}\right)^2 = 1000 : x$$

$$x = \frac{1000 \cdot 152^2 \cdot 25}{215^2 \cdot 16}$$

$$= 780,96 \text{ ℔.}$$

Daher der Druck auf die conischen Seitenflächen

$$= 1000 - x$$

$$= 1000 - 780,96$$

$$= 219,04 \text{ ℔.}$$

Der Schwerpunkt von einem Kreisringe aber wird, wenn r der Halbmesser des oberen Theiles, r_1 der des unteren Theiles ist

$$= \frac{2}{3}\left(\frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2}\right)$$

Der Normaldruck daher

$$N = \frac{2}{3}\varphi\left(\frac{r^3 - r_1^3}{r^2 - r_1^2}\right) \cdot \frac{219,04}{\sin. 3^\circ 45' 50''}$$

sein.

$$N = \frac{2\varphi \cdot 219,04}{3 \sin 3^\circ 45' 50''}\left(\frac{\frac{215^3}{304^3} - \frac{5^3}{8^3}}{\frac{215^2}{304^2} - \frac{5^2}{8^2}}\right)$$

$$= 2237,6101 \, \varphi$$

$$M = \varphi \frac{R^3}{r^2}\left(\frac{\pi}{2}(\alpha + \sin\alpha \cos\alpha\right)G$$

$$= \varphi \cdot \frac{25^3 \cdot 64}{32^3 \cdot 25}\left(1{,}57 - (\alpha + \frac{12}{25}\right)1000$$

$$= \frac{50 \cdot 1000}{32^2} \varphi \left(\frac{1{,}57}{1{,}09} - \frac{1385}{1000}\right.$$

$$= 48{,}5\,\varphi(1{,}57 - 0{,}87)$$

$$= 48{,}5\,(0{,}7)\,\varphi$$

$$= 33{,}95\;\varphi$$

daher

$$N + M = 2237{,}6104 + 33{,}95$$

$$= 2271{,}5604 \cdot \varphi$$

$$= 6055{,}5604$$

Das Verhältniß =

1 : 2,72

4, Eine durch ein Pferd in Bewegung zu setzende Tretscheibe soll einen Durchmesser von 26 Fuß, ein Gewicht von 8000 lb. erhalten, um einer Last von 300 lb. und einer Nebenlast von 100 lb. zu überwinden gewachsen sein und mit einem 2¼ Zoll starken Zapfen versehen sein, wenn $\varphi = 0{,}2$ zu setzen ist, welchen Lasten und welche Neigung wird man dieser Maschine zu geben haben, und wie groß wird ihre Leistung sein?

Ist der Halbmesser der Scheibe $= a$; der Neigungswinkel gegen die Scheibe $= \alpha$; das Gewicht des Pferdes $= P$; die Last $= Q$; der Hebelarm der Maschine $= b$; das Gewicht der beweglichen Maschine $= G$; der Halbmesser des Zapfens $= r$; so ist die entsprechende Tangentialkraft $= P \sin\alpha$

und die auf den Kraftpunkt reducirte Last $= \frac{b}{a} Q$ und die dahin reducirte Reibung $= \frac{\varphi\rho}{a}((P+G)\sin\alpha + Q)$ und die reducirte Hindernisslast

$$W = \frac{\varphi\rho}{a}((P+G)\sin\alpha + Q) + \frac{2\varphi\rho\cos\alpha}{3a}(P+G) + \frac{b \cdot 100}{a}$$

und die nöthige Tangentialkraft

$P \sin\alpha = \frac{b}{a} + W$ ferner

$P \sin\alpha = K + W$ mithin

$K + W = \frac{b}{a} Q + W$

das heißt

$$b = \frac{aK}{Q} = \frac{26 \cdot 150}{2 \cdot 300}$$

$$= \frac{13}{2} = 6{,}5 \text{ Fuß.}$$

mithin der Neigungswinkel

$$\sin\alpha = \frac{AC + B\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{A^2 + B^2}$$

wenn

$$A = P - \frac{4f}{a}(P + G)$$

$$= \frac{350945}{832}$$

$$B = \frac{24f}{3a}(P + G)$$

$$= \frac{885}{416}$$

$$C = k + \frac{4f}{a}Q + \frac{b}{a}\cdot 100$$

$$= \frac{41645}{416}$$

eingesetzt, giebt

$$\sin\alpha = 14^0\, 1'\, 5''$$

Da die Geschwindigkeit der Kraft

$$v = \frac{c}{2}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2W}{nk}}\right)$$

$$= \frac{11}{6}\left(3 - \sqrt{1 + \frac{2(G\sin\alpha - k)}{k}}\right)$$

$$= \frac{11}{6}\cdot 1{,}69$$

$$= 3{,}09 \text{ Fuß}$$

so folgt die der Kraft

$$w = \frac{b}{a}\cdot v$$

$$= \frac{3{,}09}{2}$$

$$= 1{,}54 \text{ Fuß}$$

die Arbeitszeit

$$Z = \frac{1}{2}(1{,}69$$

$$= 6{,}76$$

daher das Moment

$Qvz = 300 \cdot 1.54 \cdot 6.76 = 2284.8$

und der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{2284.8}{150 \cdot \frac{11}{3} \cdot 8}$$

$$= \frac{2284.8}{4400}$$

$$= 0,518$$

5, Kann man annehmen, daß die Kraft an der Kurbelhülse oder die am Schwengel einer stehenden Welle, die Reibung am Umfange der Zapfen vermehrt und wie groß ist diese Vermehrung, indem sie überhaupt statt findet?

Eine Vermehrung findet statt, indem die Kraft den Druck vermehrt.

Ist P das Gewicht der Welle und Q die Kraft, so ist der Druck für einen Punkt, der durch den Winkel α bestimmt.

$$D = \frac{\varphi\varrho}{a}\sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\varphi}$$

Diesem Druck gehört die Reibung von

$$N = \frac{\varphi\varrho}{a}\int\left(\sqrt{P^2+Q^2} \cdot \sqrt{\frac{2PQ}{Q^2+P^2}\cos\varphi} \cdot d\varphi\right)$$

$$= \frac{\varphi\varrho}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\int\left(1 + \frac{PQ}{P^2+Q^2}\cos\varphi - \frac{(PQ)^2\cos\varphi^2)}{8(P^2+Q^2)}\right)d\varphi$$

$$= \frac{\varphi\varrho}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\left(\varphi + \frac{PQ}{Q^2+P^2}\sin\varphi - \frac{(PQ)^2}{8(P^2+Q^2)}\left(\sin\frac{\varphi}{2}\cos\varphi + \frac{\varphi}{2}\right) + Const.\right)$$

für $\psi = 0$ ist Constr. $= 0$; folglich:

$$N = \frac{\varphi f}{a}(P^2+Q^2)^{\frac{1}{2}}\left(\psi + \frac{PQ}{Q^2+P^2}\sin\psi - \left(\frac{PQ}{8(Q^2+P^2)}\right)^2\left(\frac{\sin\psi\cos\psi}{2} + \frac{\psi}{2}\right)\right)$$

für $\psi = 360^0$ ist $\sin\psi = 0$

also das Moment

$$N_1 = 2\left[\pi\frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\left(1-\frac{1}{16}\left(\frac{PQ^2}{P^2+Q^2}\right)^2\right.\right.$$

folglich die Reibung

$$N = \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{P^2+Q^2}\left(1-\frac{1}{16}\left(\frac{PQ}{P^2+Q^2}\right)^2\right.$$

während ohne Gewicht die Reibung

$$N_{11} = \frac{\varphi\rho}{a}Q$$

Dies auf die Aufgabe No 2 übertragen giebt folgende Werthe für N_1 und N_{11}

In der Aufgabe No. 2. war

Q_1 der constante Druck, ausgedrückt durch

$$Q_1 = \sqrt{Q^2+G^2+2QG\cos\alpha}$$

wo Q die Totallast und

G das Gewicht der Maschine bestimmt, die Werthe $Q = 200$; $G = 300$ und $x = 63^0$ eingesetzt machen

$$Q = \sqrt{200^2+300^2+2 \cdot 200 \cdot 300 \cdot \cos 63^0}$$

$= 416,2$ ℔.

Für P als die veränderliche Kraft giebt die Aufgabe den Werth von

$$P = \frac{6 \cdot 200}{a} + \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{Q^2 + G^2 + 2QG\cos x}$$

$$= 96,631 \text{ Pfund}$$

folglich da $\varphi = 0,3$ $r = \frac{5}{8}$ und $a = 18$

$$N = \frac{\varphi\rho}{a}\sqrt{P^2 + Q^2}\left(1 - \frac{1}{16}\left(\frac{PQ}{P^2+Q^2}\right)^2\right)$$

$$= \frac{0,3 \cdot 5}{8 \cdot 18}\sqrt{96,631^2 + 416,2^2}\left(1 - \frac{1}{16}\left(\frac{96,631 \cdot 416,2}{96,631^2 + 416,2^2}\right)^2\right)$$

$$= \frac{0,3 \cdot 5 \cdot 427,27}{8 \cdot 18}\left(1 - \frac{1}{16}(0,2203^2)\right)$$

$$= 4,45 \cdot 0,97875$$

$$= 4,3554375$$

und

$$N_{11} = \frac{\varphi\rho}{a}Q = \frac{0,3 \cdot 5}{8 \cdot 18} \cdot 416,2$$

$$= 4,335416$$

folglich das Verhältniss wie

1 : 1,00462

---

6. Aus einem Flusse von 230 Fuß Breite und 5 Fuß Tiefe und $2\frac{1}{4}$ Fuß Geschwindigkeit soll eine Wassermenge von 65 Cubikfuß pro Secunde durch ein

Ist

$m = 65$

$l = 2500$

$h = 1\frac{1}{2}$ so ist

$$n = 2\sqrt{\frac{2 - \cos 45^0}{\sin 45^0}}$$

ein Kanal von 2500 Fuß Länge und $1\frac{1}{2}$ Fuß Gefälle abgeleitet werden. Wenn man letzterem 45° Böschung giebt, was wird er für eine Höhe und Breite erhalten müssen? Und wenn das erforderliche Wehr 240 Fuß Breite erhalten und durch dasselbe noch um einen Fuß höher aufgestaut werden soll; welche Höhe wird man diesem Wehr geben müssen?

$$= 2\sqrt{\frac{2 - 0{,}707}{0{,}707}}$$

$$= 2\sqrt{\frac{1{,}292}{0{,}707}} = 2 \cdot 1{,}352 = 2{,}841$$

daher der Durchschnitt nach einer oberflächigen Berechnung

$$a = \left(\frac{n \cdot m^2 \cdot l}{9655 \cdot 1{,}5}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= \left(\frac{2{,}844 \cdot 65^2 \cdot 2500}{9655 \cdot 1{,}5}\right)^{2/5}$$

$$= 13{,}669 \ \square \text{ Fuß}$$

Die genauere Formel hingegen giebt:

$$a^5 - 9{,}00847\,a^2 - 3{,}22479\,a - 343{,}941 = 0$$

setzt man im zweiten und dritten Glied den Werth von a ein, so folgt:

$$a = (1424{,}3039)^{2/5}$$

$$= 11{,}248 \ \square \text{ Fuß}$$

folglich die Tiefe des Kanals

$$t = \frac{2\sqrt{a}}{n}$$

$$= \frac{2 \cdot 3{,}35}{2{,}84}$$

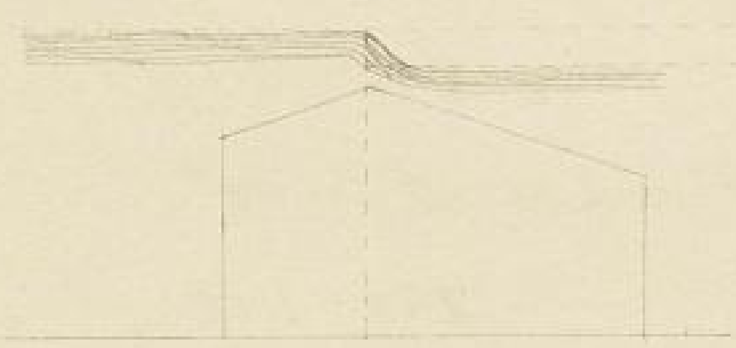
$$= 2{,}208 \text{ Fuß}$$

die obere Breite

$$B = \frac{2 \cdot 2{,}208}{0{,}707} = 6{,}39 \text{ Fuß}$$

und die untere Breite

$$b = 2t\,\mathrm{tg}\,\tfrac{1}{2}\alpha$$



$= 2 \cdot 2{,}208 \, tg \, 22^{0} \, 30'$

$= 1{,}829$ Fuß

Ist die pro Secunde zufließende Wassermenge $= M = 230 \cdot 5 \cdot 2{,}25$ $= 2587{,}5$ Cubikfuß; die im Seitencanal abfließende Wassermenge $= m = 65$ Cubikfuß; die Breite des fließenden Wassers =

$B = 230$ Fuß;

die des Wehres =

$b = 240$ Fuß;

die Höhe des Wehres $= a$, die Stauhöhe $= h = 1$ Fuß; die Tiefe des Wassers unterhalb des Wehres $= H = 5$ Fuß, so ist wenn

$\alpha = 5{,}268$

$$a = H + h - \left(\frac{\frac{3}{2}(M - m)}{\alpha b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{M}{\alpha B (H + h)}\right)^2$$

$$= 5 + 1 - \left(\frac{3(2587{,}5 - 65)}{2 \cdot 5{,}268 \cdot 240}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2587{,}5}{5{,}268 \cdot 230 \cdot 6}\right)^2$$

$$= 6 - \left(\frac{3 \cdot 2522{,}5}{10{,}536 \cdot 240}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{2587{,}5}{5{,}268 \cdot 1380}\right)^2$$

$$= 6 - 2{,}992^{\frac{2}{3}} + 0{,}10062$$

$$= 3{,}9238 + 0{,}10062$$

$$= 4{,}02442 \text{ Fuß.}$$

7, Die kubischen Räume von Teichdämmen und von Teichen selbst lassen sich in folgende Körper zerlegen und danach berechnen.

Es seien die Dimensionen eines solchen Körpers folgende:

$AD = BC = 5$ Fuß,

$AB = CD = 16$ Fuß,

$AF = 20$ Fuß,

$DE = 25$ Fuß,

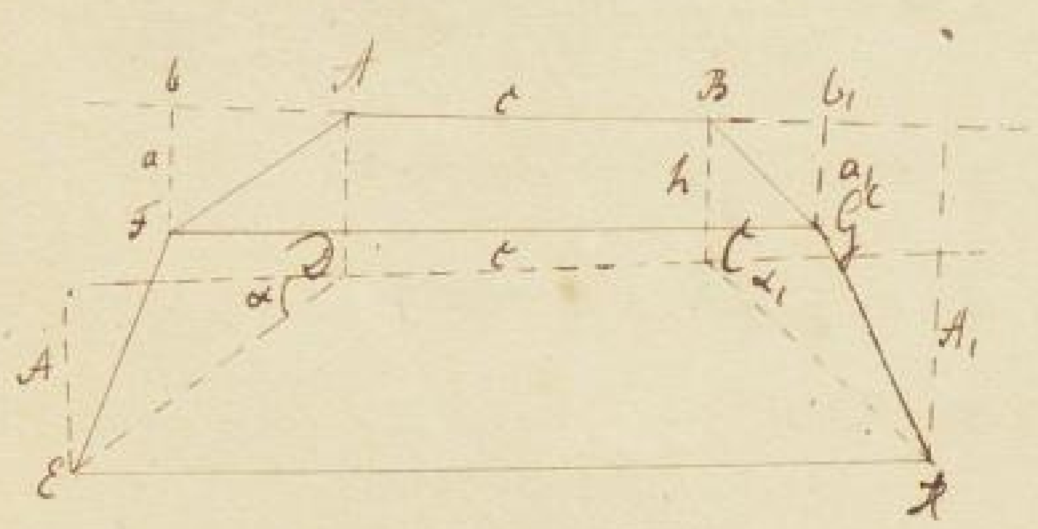
$BG = 17$ Fuß,

$CH = 21$ Fuß,

Winkel $A = D = 155^\circ$

$B = C = 142^\circ$.

Welches ist der Inhalt dieses Körpers?



Die auflösende Formel für diese Aufgabe ist:

$$V = \frac{h}{12}\left[3(A+a+A_1+a_1)c - \left(\frac{b}{a}+\frac{b_1}{a_1}\right)\left[A(a_1+2A_1)+a(A_1+2a_1)\right]\right]$$

Hier ist:

$BC = h$

$AB = CD = c$

$A = DE \sin\alpha = DE \sin 180^\circ - 155^\circ$

$= 25 \sin 25^\circ = 10,5652475$

$A_1 = CH \sin\alpha_1 = CH \sin(180^\circ - 142^\circ)$

$= 21 \sin 38^\circ = 12,9287915$

$a = AF \sin\alpha = 20 \sin 25^\circ$

$= 8,4523660.$

$b = AF \cos\alpha = 20 \sin 25^\circ$

$= 18,1261560$

$a_1 = BG \sin\alpha_1 = 17 \sin 38^\circ$

$= 10,4662425$

$b_1 = BG \cos\alpha_1 = 17 \cos 38^\circ$

$= 13,3961836$

$$V = \frac{5}{12}\Big[3(10,56527+8,45236+12,9287+10,46662)\,16 - \left(\frac{18,1261}{8,452}+\frac{13,3961}{10,466}\right)\big(10,5652[10,4662+2\cdot 12,92879] + 8,4523(12,92879+2\cdot 8,453366)\big)\Big]$$

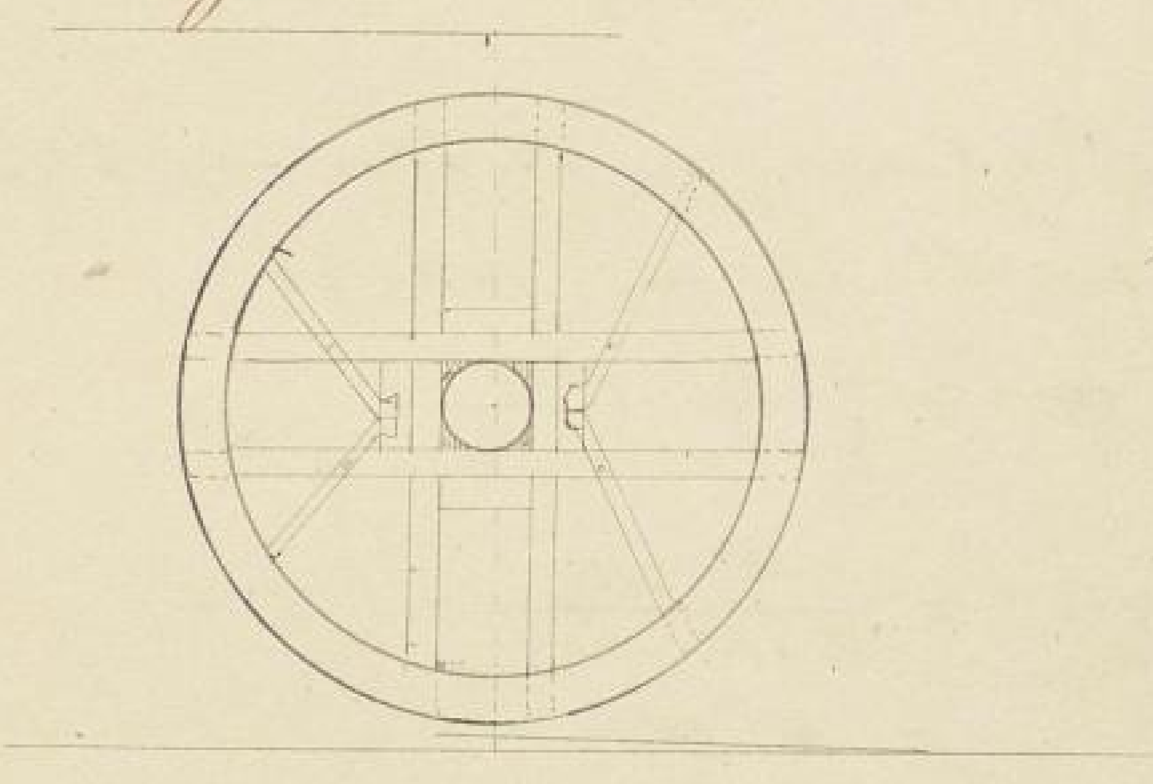
$$= \frac{5}{12}\big[48\cdot 42,4126805 + 3,428(10,56527\cdot 36,3238285 + 8,45236\cdot 29,8335)\big]$$

$$= \frac{5}{12}\big[2035,80866 + 3,428(252,1369 + 383,\cdot 762)\big]$$

$= \frac{5}{12} \cdot 4205,739092$

$= 1752,381285$ Cubikfuß.

8.) Ein oberschlägiges Rad soll pro Minute 4 Umdrehungen machen und bei 35 Fuß Gefälle ein Wasserquantum von 350 Cubikfuß pro Minute aufnehmen. Man soll die Anordnung des Rades machen und die Leistung desselben berechnen.



Da das ganze Gefälle bei dem oberschlägigen Rade 35 Fuß beträgt, so vertheile ich davon auf das Freihängen 12 Zoll, die Höhe vom Radscheitel bis Gerinneboden 4 Zoll, folglich beträgt die Radhöhe noch 33 Fuß 8 Zoll.

Sei die durch Erfahrung gefundene Anzahl der Schaufeln = 80, so bestimmt sich hiernach der Centriwinkel zu $\alpha = \frac{360}{80} = 4^\circ\, 30'$, beträgt die Kranzbreite 8 Zoll, folglich beträgt der eigentliche Durchmesser des Rades bei der Berechnung 33 Fuß.

Die Kranzweite ergiebt sich durch

$$w = \frac{5 \cdot M}{4 \cdot u D b} = \frac{5 \cdot 350}{4 \cdot 4 \cdot 33\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}}$$

$= 4,9$ Fuß.

Liegt der Theilkreis in der Mitte, so ist, wenn der Centriwinkel

$BCH = \beta$; der Drehungswinkel

$BEH = \delta$

$$tg\,\delta = \frac{BQ}{EQ} = \frac{BQ}{EH - QH}$$

$$= \frac{\frac{D}{2}\sin\beta}{\frac{b}{2} - \frac{D}{2}(1 - \cos\beta)}$$

$$= \frac{D\sin\beta}{b - 2D\sin\beta^2}$$

Da der Centriwinkel gleich dem Theilwinkel, so folgt

$$tg\,\delta = \frac{D\sin\alpha}{b - 2D\sin\frac{\alpha^2}{2}}$$

Setzt man hier die oben angeführten Werthe ein, so folgt

$$tg\,\delta = \frac{33\frac{2}{3}\sin 4^\circ 30'}{\frac{2}{3} - 2\cdot 33\frac{2}{3}\sin.(2^\circ 15')^2}$$

$$= \frac{2,5629940}{0,8659561}$$

$$= 70^\circ 30'$$

Was die Spitzenstellung anbetrifft, so ergiebt sich die gesuchte Druckhöhe durch

$$h_1 = \left(\frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A}\right)^2$$

wenn

$$A = \frac{a^2(\cos 2r + \cos 2\varepsilon}{2}$$

$B = \alpha c \cos v \cos \varepsilon$

$C = c^2 - 4gh_2 \sin v^2$ usw.

α, der Contractionscoefficient $= 8,19$

v, der Winkel, welchen die Tangente im Einfallspunkt mit dem Horizont einschließt $= 5^\circ$

ε, die Neigung des Strahles gegen den Horizont $= 30^\circ$

c, die Geschwindigkeit des Wassers, mit der es die ausweichenden Schaufeln trifft, gleich der Geschwindigkeit des Rades

$= \frac{4 \cdot 101}{3} \cdot 3,141 \cdot 4 = 7,747$ Fuß

so ergiebt sich

$A = 49,797$

$B = 54,738$

$C = 58,1717$ folglich

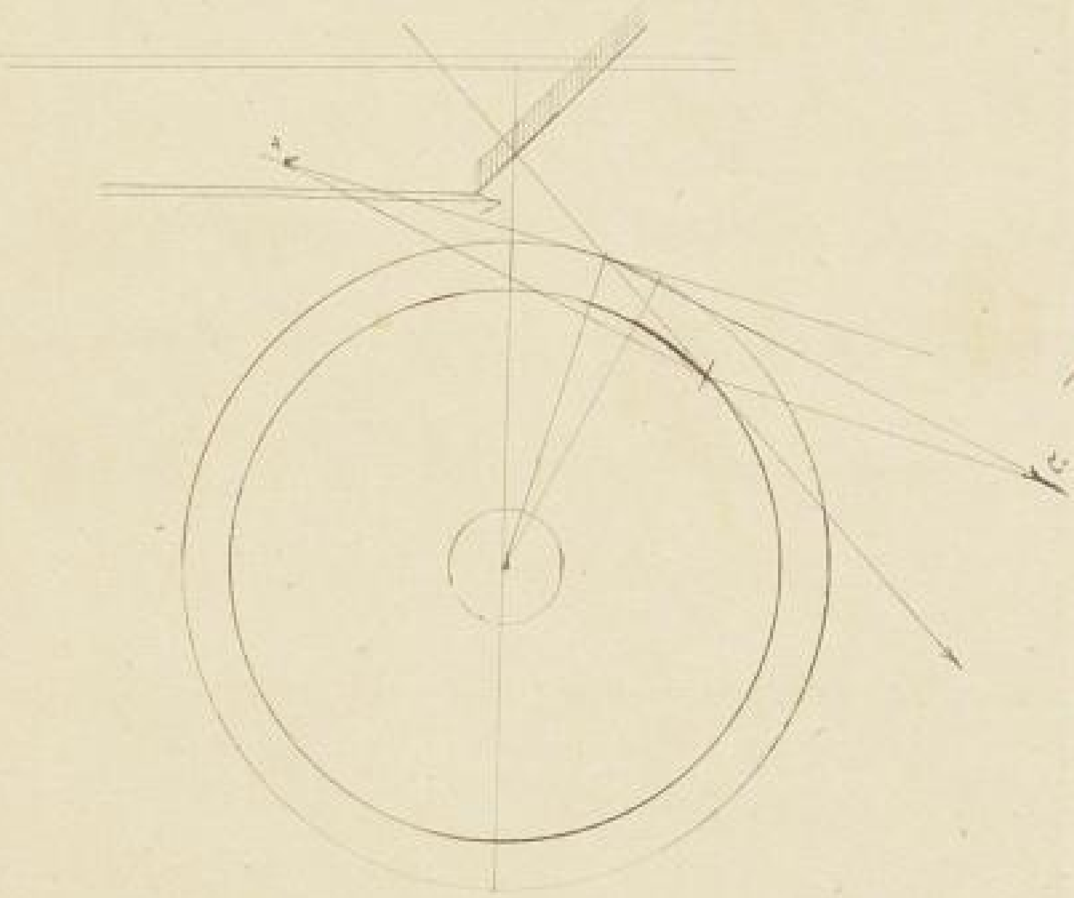
$$h_1 = \left(\frac{54,738 - \sqrt{54,738^2 - 49,797 \cdot 58,1717}}{49,797}\right)^2$$

$= 0,826291$ Fuß

hieraus die Weite der Schützenöffnung

$$d = \frac{m}{\alpha w \sqrt{h}}$$

$$= \frac{5,833}{819,439 \cdot 0,909}$$



$= 0{,}17848$ Fuß

$= 2{,}14176$ Zoll

Nach den theoretischen Grundsätzen ist die Richtung des einfallenden Wassers mit der Richtung der Stoßschaufeln übereinstimmend nicht richtig, sondern das Wasser muß um den Winkel

$\sin\psi = \frac{v\cos\delta}{c}$ flacher einfallen

und auch da $v = c$

$\sin\psi = \cos\delta = 19^\circ 30'$

folglich der Winkel des Schutzbrettes gegen den Horizont

$x = \delta + \psi - \beta$

$= 90^\circ - 4^\circ\, 30'$

$= 85^\circ 30'$

die mittlere Geschwindigkeit mit der das Wasser an Stoßschaufeln herabgleitet

$$C = \frac{v\cos(\delta+\psi)}{\sin\psi}$$

$$= \frac{v}{\sin\psi} = \frac{7{,}747}{0{,}3173047} = 2{,}31433$$

Die Höhe des wasserhaltenden Bogens ergiebt sich da

$$tg\,\delta = \frac{\alpha(D' - 2b)\pi}{432\,b}$$

$$= \frac{\frac{36}{3}\left(\frac{101}{3} - \frac{4}{3}\right)\pi}{432 \cdot \frac{2}{3}}$$

$$= \frac{304{,}677}{192}$$

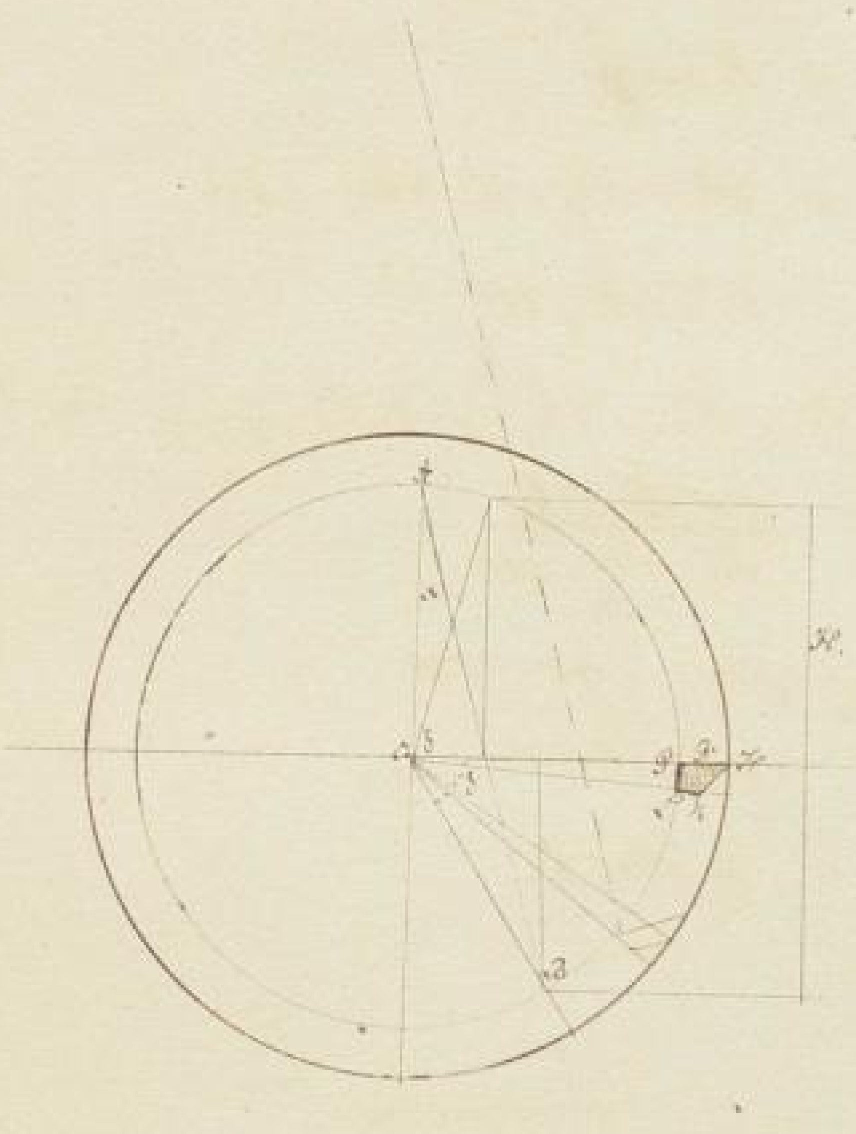
$$= 65^\circ\,34'\,36''$$

folglich die mittlere Höhe des wasserhaltenden Bogens

$$h = \frac{D'}{2}\cos\nu + \frac{D'}{2}\sin\left(\frac{\delta + \delta_1}{2}\right)$$

$$= \frac{33}{2}\cos 5^\circ + \frac{33}{2}\sin\frac{65^\circ 34' 26'' + 70^\circ 30'}{2}.$$

$$= 30{,}0896070$$



der durch die Centrifugalkraft herbeigeführte Kraftverlust, giebt einen Bogen von

$$\lambda_1 = \frac{\delta + \delta_1 - x + x_1}{2} \quad \text{und}$$

$$g_1 = \frac{v^2}{D'} = \frac{49}{33} = 1{,}4848 \text{ Fuß}$$

$$\sin x_1 = \frac{g_1}{g}\cos\delta_1$$

$$= \frac{1{,}4848}{17{,}32}\cos 65^\circ\,34'\,26''$$

$$= 0{,}01259$$

$$= 0^\circ\,43'\,21''$$

$$\sin x = \frac{g_1}{g}\cos\delta$$

$$= \frac{1{,}4848}{17{,}32}\cdot\cos 70^\circ 30'$$

$$= 0{,}0749$$

$$= 4^\circ\,2'\,32''$$

hiernach

$$x_1 = \frac{65^\circ 34' 26'' + 70^\circ 30' - (0^\circ 13' 21'' + 4^\circ 2' 32'')}{2}$$

$$= 65^\circ\ 39'\ 17''$$

folglich

$$h_1 = \frac{D}{2} \sin x_1$$

$$= \frac{33}{2} \sin 65^\circ\ 39'\ 17''$$

$$= 15,137332$$

das mechanische Moment der Kraft

das $= hmy$

$$= 30,089 \cdot 5,833 \cdot 50$$

$$= 8776,116$$

mithin der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{8776,116}{35 \cdot \frac{35}{6} \cdot 50}$$

$$= \frac{30,0896070}{34,759962}$$

$$= 0,8658$$

---

9) Es ist dieselbe Aufgabe bei einem Kropfrade von 30 Fuß Höhe zu lösen, das pro Minute 6 Umdrehungen zu machen hat und 1000 Cubikfuß Wasser

Die Geschwindigkeit des Rades ist pro Secunde

$$\frac{30 \cdot 3,14159 \cdot 6}{60} = 9,424776 \text{ Fuß}$$

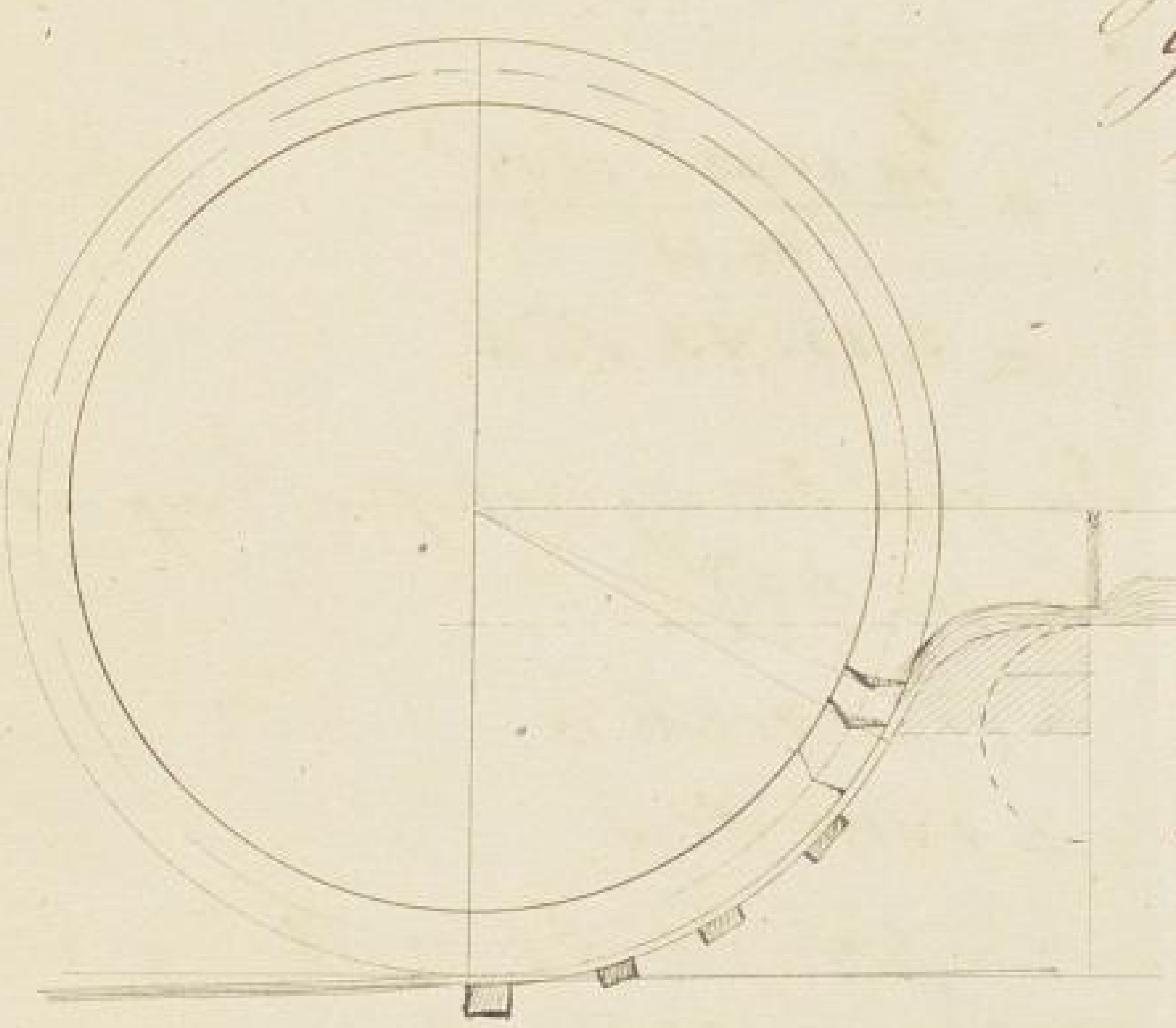
und da bei der größten Leistung

bei 8 Fuß Gefälle anwenden soll?

daß das Wasser doppelte Geschwindigkeit haben muß, so ergiebt sich folglich zu

$c = 18,8495$ Fuß pro Secunde

Ist $\alpha = 7,125$ so erhält man die Geschwindigkeit des über den Fachbaum strömenden Wassers



$$c_1 = \frac{B - \sqrt{B^2 - AC}}{A} \quad \text{wo}$$

$$A = \frac{1}{\alpha^2} - \frac{1}{4g}$$
$$= 0,019698 - 0,014434$$
$$= 0,005264$$

$$B = \frac{D}{4c}$$
$$= \frac{30}{37,69884} = 0,39788$$

$$C = \frac{D}{2} + \frac{c^2}{4g} - H$$
$$= 15 - 8 + \frac{18,849^2}{4g}$$
$$= 7 + 5,128 = 12,128$$

die Werthe eingesetzt geben

$$c_1 = \frac{0,397888 - \sqrt{0,397^2 - 0,063844}}{0,005264}$$
$$= \frac{0,397888 - 0,005264}{0,005264} = 17,197$$

Die Höhe des Wasserspiegels über dem Fachbaum

$$h_1 = \left(\frac{c_1}{\alpha}\right)^2$$

$$= \left(\frac{17,1977}{7,125}\right)^2 = 5,82601 \text{ Fuß}$$

Die Höhe des parabolischen Kropfes

$$a = \frac{c^2 - c_1^2}{4g}$$

$$= \frac{18,84955^2 - 17,977^2}{69,28}$$

$$= 3,83243 \text{ Fuß}$$

Die Höhe des eigentlichen Kropfes

$$h = \left(1 - \frac{c_1}{c}\right)\frac{D}{2}$$

$$= (1 - 0,91236)\,15$$

$$= 1,3145 \text{ Fuß.}$$

Die Höhe der Schutzöffnung bei 16,666 Kubikfuß Aufschlag pro Secunde und bei

$$w = \frac{1000}{b \cdot D\pi} = 2,65 \text{ Fuß Schwimmweite}$$

$$e = h_1 - \left(h_1\sqrt{h_1} - \frac{3m}{2\alpha w}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 5,82601 - \left(5,82601^{\frac{3}{2}} - \frac{3 \cdot 16,666}{2 \cdot 7,125 \cdot 2,65}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 5,82601 - (13,1851)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 5,82601 - 5,58113$$

$$= 0,2448 \text{ Fuß.}$$

mithin die Leistung, die dabei ...

chanische Kraftmoment

$$Pv = \left[\frac{(m - av)(c - v)^2}{2g} + (m - av)h\right]\gamma$$

wo a den schädlichen Raum $=$ 0,11 Cubikfuß

$$Pv = [(16,66 - 0,11 \cdot 18,84)(18,84 - 9,42)9,424 + (16,66 - 0,11 \cdot 9,424)1,314895]50$$

$$= \left[\frac{16,666 - 20,7339}{34,64} + (16,666 - 0,03664)1,314\right]50$$

$$= 2769,5232$$

und

$$\mu = \frac{2769,5238}{16,666 \cdot 8 \cdot 50} = 0,4154$$

10, Eben so bei einem unterschlächtigen Rade von 25 Fuß Höhe, das dazu bestimmt ist, ein Kraftmoment von 1500 Cubikfuß Wasser und 2 Fuß Gefälle aufzunehmen?

Der Erfahrung zu Folge macht man die Höhe des anlaufenden Wasserstrahls ungern über $\frac{2}{3}$ Fuß, deshalb beträgt die Weite desselben, da die durch das Gefälle von 2 Fuß entstehende Geschwindigkeit = 10,074 Fuß und das Rad ohngefähr halb so schnell umgehen muß, als die Geschwindigkeit

das ankommende Wasser be-
trägt, so folgt die Anzahl der
Umdrehungen pro Minute

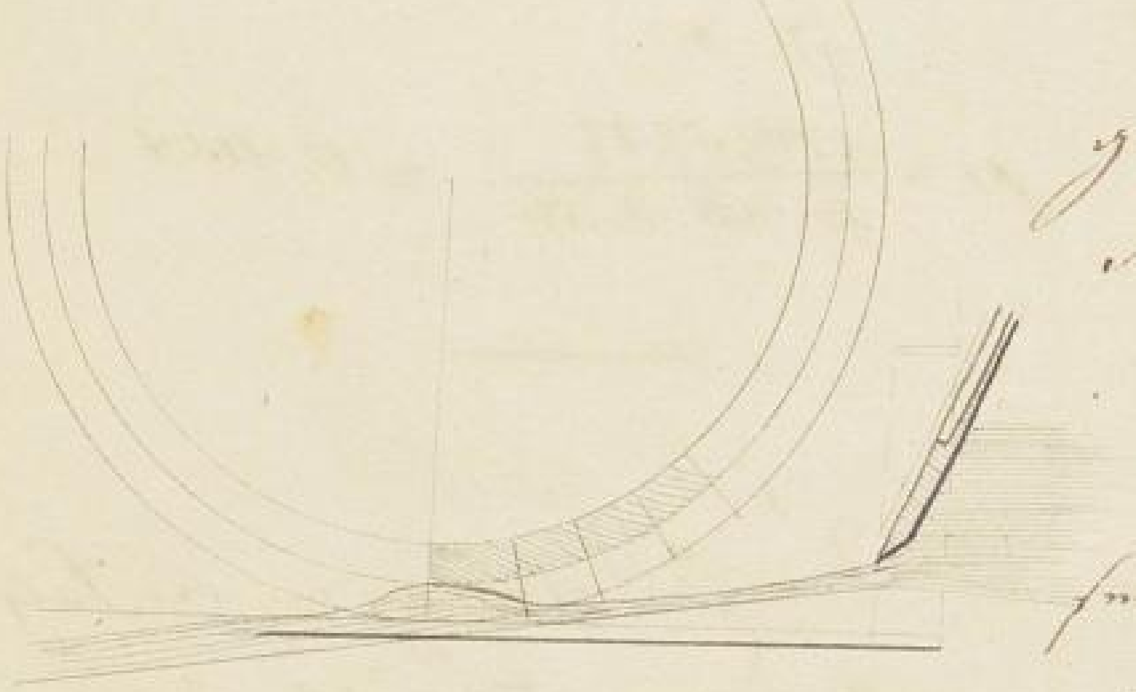
$$x = \frac{5 \cdot 60}{25 \cdot 3,141} = 3,82$$

mithin die Weite des Gerinnes, da
die Breite = 3, die Höhe = 2
Fuß

$$w = \frac{1500}{25 \cdot 3,141 \cdot 3,82} = 5 \text{ Fuß}$$

Die Anzahl der Schaufeln er-
giebt sich als

$$N = \frac{\pi D}{b} = \frac{3,141 \cdot 25}{\frac{2}{3}} = 117,75$$



Das zum Stoße kommende Was-
ser ist

$$m_1 = \left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 n^2}\right) m$$

$$= \left(1 - \frac{10,074^2}{3 \cdot (5,074^2 \cdot 118^2)}\right) 1500$$

$$= 1498,68 \text{ Kubikfuß}$$

mithin die Leistung, wenn das
mechanische Kraftmoment

$$Pv = \left(v - \frac{(c+v)}{cv} bg\right)\left(1 - \frac{c^2}{3(c-v)^2 n^2}\right)\frac{c-v}{2g} m\gamma$$

$$= 1,6678 \cdot 0,99912 \cdot \frac{5,014}{2g} \cdot 1500 \cdot 50$$

$= 21695$ Fußpfund

daher

$$w = \frac{21695}{1500 \cdot 2 \cdot 50}$$

$= 0,4154$

---

14) Für das Gefälle von 50 Fuß und für ein Wasserquantum von 5 Cubikfuß pro Secunde soll die Anordnung und Berechnung eines in den Unter-Canal eingehenden Kreiselrades gemacht werden.

Es ist die Geschwindigkeit des ausfließenden Wassers, wenn man den Contractionscoefficient

$\alpha = 7,125$ setzt

$c = 7,125 \sqrt{50}$

$= 7,125 \cdot 7,07106$

$= 50,381358$ Fuß

folglich

$c^2 = 2538,29123$ Fuß

Ist $\delta = 15^\circ$ und die Höhe der Schutzöffnung

$e = \frac{5}{24}$ Fuß, so ergiebt sich

$$\tan \alpha = \frac{30 \cdot e \cdot c^2}{a \cdot m} - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \delta$$

$$= \frac{30 \cdot \frac{5}{24} \cdot 2538,29}{5 \cdot 300} - 0,1339746$$

$= 10,0256138$

$$= 46^\circ\ 41'\ 17''$$

$$a = \frac{u}{c}$$

$$= \frac{5}{59{,}38135} = 0{,}099$$

$$r = \frac{m}{2\pi \cdot e \cdot c \sin\alpha}$$

$$= \frac{24 \cdot 300}{2 \cdot 3{,}141 \cdot 5 \cdot 50{,}381 \sin 46^\circ 41'}$$

$$= 6{,}2519$$

$$v = \frac{\pi u r}{30}$$

$$= \frac{3{,}141 \cdot 5 \cdot 6{,}2519}{30}$$

$$= 3{,}2726079 \text{ Fuß}$$

$$R = r\sqrt{\frac{c \sin\alpha}{v\, tg\, \delta}}$$

$$= 6{,}2519\sqrt{\frac{50{,}38 \sin 46^\circ 41' 17''}{3{,}2726\ tg\ 15^\circ}}$$

$$= 6{,}2519 \cdot 6{,}377$$

$$= 34{,}96$$

$$b = R - r$$

$$= 39{,}96 - 6{,}2519$$

$$= 33{,}708$$

Daher das Kraftmoment

$$Kr = \frac{c^2 - \left(\frac{R \cdot v \cdot tg\, 15^\circ}{r}\right)^2}{4g}\, mg$$

$$= \frac{2538{,}24 - \left(\frac{39{,}68 \cdot 3{,}7726\ tg\ 15^\circ}{6{,}2519}\right)^2}{4 \cdot 17{,}32} \cdot 300{,}50$$

$$= \frac{2538,29 - 31,325}{69,28} \cdot 300 \cdot 50$$

$$= 36,15 \cdot 15000$$

$= 542250$ Fußpfunde

Hiernach der Wirkungsgrad

$$\mu = \frac{542250}{50 \cdot 300 \cdot 50}$$

$$= \frac{542250}{75000}$$

$$= 0,723.$$

---

12. Es ist dieselbe Aufgabe bei einem Reactionsrade zu lösen.

Die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers ist wie oben

$v = 2g\sqrt{h}$ genauer

$= \alpha\sqrt{h}$

da $\alpha = 7,125$ und $h = 50$, so ist

$v = 50,38135$ Fuß

folglich die wirklich wirkende Geschwindigkeit

$$c = \alpha\sqrt{h + \frac{v^2}{4g}}$$

$$= 7,125\sqrt{50 + 36,63}$$

$$= 7,125 \cdot 9,308$$

$= 66,31951$ Fuß

daher das beistehende Kraftmoment

$$P_v = \left(h - \frac{\left(\alpha\sqrt{h + \frac{v^2}{4g}} - v\right)^2}{4g} \right) \gamma . m$$

$$= \left(50 - \frac{(66,319 - 50,381)^2}{4g}\right) 50 . 300$$

$$= \left(50 - \frac{15,93816^2}{4g}\right) 50 . 300$$

$$= (50 - 0,37)\ 50 . 300$$

$$= 46,3 . 50 . 300$$

$= 694500$ Fußpfund.

wonach die Leistung

$$\mu = \frac{694500}{750000}$$

$= 0,926$ entspricht.

Bringt man jedoch die nicht unbedeutende Reibung an der Lagerung mit in Rechnung, so folgt das Kraftmoment

$$P_v = 694500 - \frac{2\varphi\rho}{3 \cdot l} G v$$

wo φ der Reibungscoefficient

ρ den Zapfenhalbmesser

G das Gewicht der Maschine

l die Länge der Röhre und

v die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers am Rohrende ist

$\varphi = 0,375$

$\rho = 0{,}25$ Fuß,

$v = 50{,}388$

$l = 60$ und

$G = 420000$ Pf.

so folgt

$Pv = 694500 - 30228{,}6 = 664271$ und

$\mu = \frac{664271}{4500} = 0{,}86$

13, Eine Wassersäulenmaschine soll das einem Gefälle von 500 Fuß und einem Wasserzukommen von 3 Kubikfuß entsprechende Kraftvermögen aufnehmen, einen 2 Fuß weiten Treibcylinder und eine 10 Zoll weite und 600 Fuß lange Einfallröhrentour erhalten. Wenn die träge Masse der Last = 70000 Pf beträgt, die Maschine in der Minute 4 einfache Spiele zu machen hat, wie hoch wird die aufzuhebende Last sein dürfen und wie

Der Querschnitt des Treibcylinders

$A = r^2\pi$

$= 1 \cdot 3{,}1416$

$= 3{,}1416$ □Fuß

folglich die Geschwindigkeit des aufgehenden Kolbens

$v = \frac{M}{A}$

$= \frac{3}{3{,}1416} = 0{,}95493$ Fuß

Diese geringe Geschwindigkeit liegt an dem unbedeutenden Querschnitt des Treibcylinders und der dem Querschnitt zukommenden großen Wassermenge wäre die Steuerung dieser Maschine anzuordnen?

Der Kolbenschub beträgt bei 4 Spielen pro Minute

$s = vt$

$= 0,95493 \cdot 15$

$= 14,32395$

Mit Zugrundelegung der geringen Anzahl der Spiele, folglich die zugehörige Totallast der

$h = 500$

$l = 600$

$\partial_1 = \frac{5}{6} = 0,833$

$\alpha_1 = 0,548$

$m = 3$

$A = 3,1416$

$s = 14,324$

$M = 40000$

$$Q = \left[h - 0,000388\left(\frac{l_1}{\partial_1 \alpha_1^2} + \frac{l_2}{\partial_2 \alpha_2^2}\right) m^2 + \frac{l_1 m^2}{\alpha_1 g A s} + \frac{\mu h}{D^2}\right] A \gamma - \frac{m_2 M}{g A^2 s}$$

$$= \left(500 - \left[0,000388 \cdot \frac{600 \cdot 3^2}{0,833 \cdot 0,548^2} + \frac{600 \cdot 3^2}{0,548 \cdot 17,32 \cdot 14,322 \cdot 3,1416} + \frac{0,03 \cdot 500}{2}\right]\right) 3,1416 \cdot 49$$

$$-\frac{3^2 \cdot 70000}{17{,}32 \cdot 3{,}1416^2 \cdot 14{,}323}$$

$$=\left(500-\left[\frac{0{,}000388 \cdot 5400}{0{,}2581 \cdot 53}+\frac{5400}{426{,}13}+7{,}5\right]\right)$$
$$153{,}94-\frac{620000}{2442{,}9}$$

$$=\left(500-\left[5{,}1809+12{,}672+7{,}5\right]\right)153{,}94$$
$$-\ 257{,}88$$

$$=\left(500-25{,}3529\right)153{,}94-257{,}88$$

$$=477{,}6471 \cdot 153{,}94-257{,}88$$

$$=72809{,}21 \text{ Pfund}$$

Ist der Durchmesser des kleinen Windkolbens $x_3 = 6''$ und die Höhe dem Durchmesser gleich, so ist

$$n=\frac{4 \mu y}{\pi g}$$

$$=\frac{4 \cdot \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2}}{3{,}1416 \cdot 49}$$

$$=\frac{34}{147\pi}=0{,}07362$$

Der Hub des Windkolbens

$$s=\frac{\frac{x_3^2}{3}}{2n}-x_3$$

$$=\frac{1}{8 \cdot 0{,}07362}-\frac{1}{2}$$

$$=1{,}1978 \text{ Fuß}$$

$$=14{,}374 \text{ Zoll}$$

und die Zeit der Bewegung

$$t=\frac{60}{14{,}374}$$

$= 4,104$ Secunden

demnach

$$x_2 = \frac{2s^2 + x_3^2}{4s}$$

$$= 0,5989 + \frac{1}{4\cdot 4\cdot 1,197}$$

$= 0,6511$ Fuß

$= 7,813$ Zoll

und

$x_1 = \frac{2s^2 - x_3^2}{4s} = 0,5466$ Fuß $= 6,561$ Zoll

Die nöthige Kraft zum Umdrehen des Hahnes

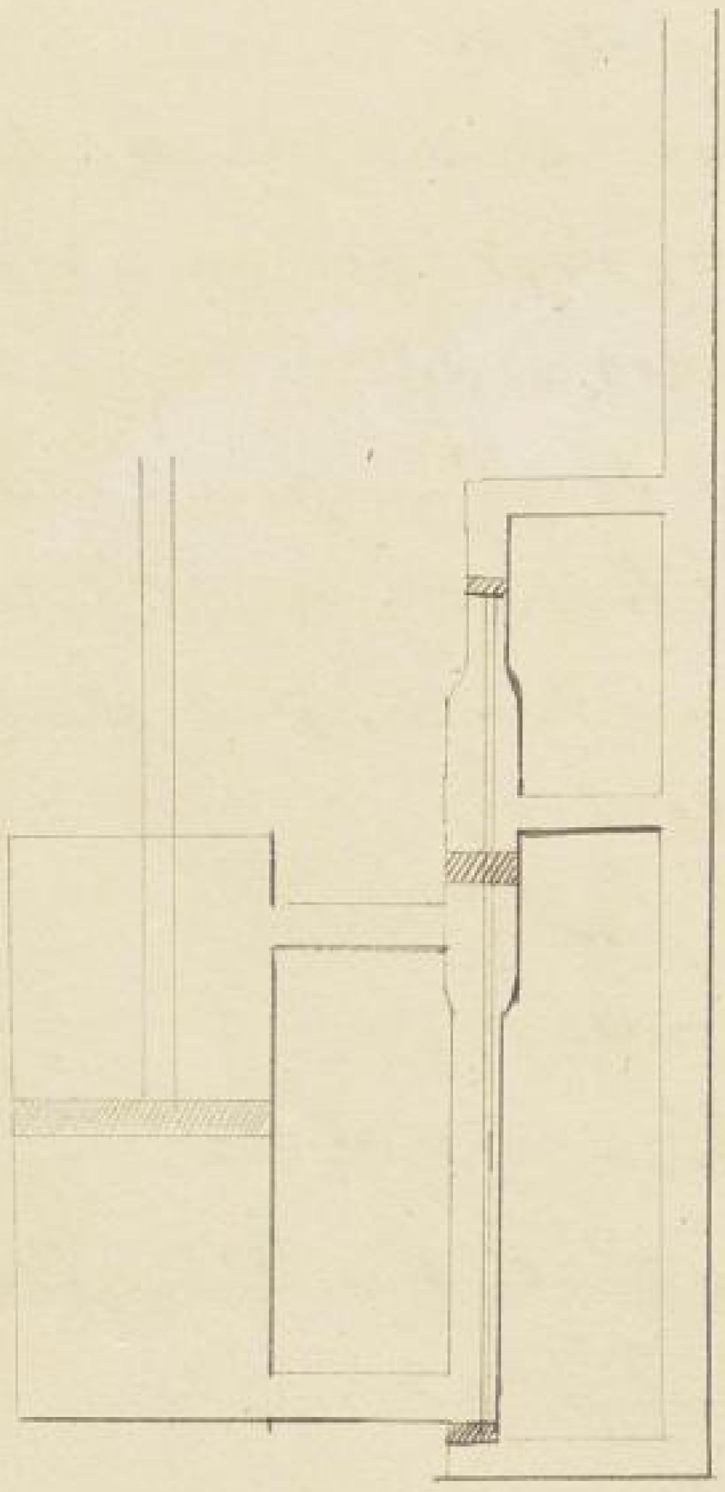
$$P = \frac{\mu d^2 b h}{d_1}$$ da

$\mu = \frac{17}{3}$ $d = 6$ Zoll $b = 1$ Fuß

$h = 500$ Fuß und $d_1 = 9$ Zoll

$$P = \frac{\frac{17}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot 1\cdot 500}{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{8500}{9} = 944,44 \text{ Fußpfd.}$$



Die Reibung des Wendekolbens

$= \mu x_3 \gamma h$

$= \frac{17}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot 500$

$= \frac{8500}{12} = 708,33$ Fußpfund

und die gesammte Kolbenreibung

$= \mu(x_1 + x_2 + x_3)\gamma\cdot h$

wenn die Kolbenhöhen sich gleich bleiben

$= \frac{17}{3}(0,5 + 0,6511 + 0,5467)\frac{1}{2} . 500$

$= \frac{17}{3} . \frac{1}{2} . 500 . 1,6978$

$= 2405,3$ Fußpfund

Ist die Höhe der Oeffnung $= 0,25''$ die Höhe des Hubes 1,2 Fuß, so ergibt ein Wasserquantum von

$m_1 = (b+e)\frac{\pi . x^2}{4}$

$= \frac{57 . 3,1416 . 36}{48 . 4 . 144}$

$= 0,221002$ Kubikfuß.

folglich das Kraftmoment

$pr = 0,22100 . 500 . 49$

$= 542,77$ Fußpfund.

---

14) Um ein Lastmoment von 1200 Fußpfund zu überwinden, soll ein Windrad angewendet werden, das 24 Fuß schnellen Wind aufzunehmen und aus 5, oder 12 Fuß breiten Windflügeln bestehen soll. Wenn man noch das Gewicht der Maschine 1.5000 lb und

Ist

$w = \frac{\pi . u . l}{30}$

folgt da $l = 3 B$

$w = \frac{3 . 30 . B}{30}$ d. h. wenn $w = 72$

$= \frac{10 . 72}{12} = 60$

folglich der zweckmäßigste Stoßwinkel

$tg\,\alpha = \frac{3w}{2c} + \sqrt{2 + \left(\frac{3w}{2c}\right)^2}$

da $w = 72$ u. $c = 24$ so folgt

der Halbmesser des Halses und des hintern Zapfens zu $\frac{3}{8}$ Fuß angenommen wird; wie groß wird man dieses Rad machen müssen und welche Umdrehungszahl wird man ihm gestatten können?

$$tg\,\alpha = \frac{3\cdot 72}{2\cdot 24} + \sqrt{2 + \left(\frac{3\cdot 72}{2\cdot 24}\right)^2}$$
$$= \frac{9 + \sqrt{89}}{2}$$
$$= 9{,}2167 \text{ und}$$
$$\alpha = 83^\circ\, 48'$$

Ist die Flügellänge in 6 gleiche Theile getheilt und durch jeden Theilpunkt eine Sprosse gehend, so erhalten wir für den Stoßwinkel der folgenden Sprossen

$$tg\,\alpha_1 = \frac{3\cdot\frac{5}{6}\cdot 72}{2\cdot 24} + \sqrt{2 + \left(\frac{15}{4}\right)^2}$$
$$= 7{,}758 \text{ und}$$
$$\alpha_1 = 82^\circ\, 29'$$

fährt man in der Berechnung so fort so wird

$$\alpha_{II} = 78^\circ\, 29'$$
$$\alpha_{III} = 74^\circ\, 18'$$
$$\alpha_{IV} = 66^\circ\, 57'$$
$$\alpha_{V} = 54^\circ$$

Der Windflügel geht mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{c\,tg\,\alpha}{3}$$
$$= \frac{24\cdot 9{,}2167}{3}$$
$$= 8\cdot 9{,}2167$$
$$= 73{,}7336 \text{ Fuß, um}$$

und das vollständige Kraftmoment des Widerstandes ergiebt sich durch

$$P_v = nA\Big\{C\Big(\frac{1}{\cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta}\Big) + \frac{(1+\cos\alpha)^2\cos\alpha}{2\sin\alpha^4} - \frac{(1+\cos\beta)^2\cos\beta}{2\sin\beta^4} + \frac{3}{2}\,Ln\,tg\tfrac{1}{2}\alpha - \frac{3}{2}\,Ln\,tg\tfrac{1}{2}\beta\Big) + D\Big(\frac{2}{\sin\alpha} - \frac{2}{\sin\beta} + \frac{4}{3\sin\alpha^3} - \frac{4}{3\sin\beta^3} - \frac{8}{5\sin\alpha^5} + \frac{8}{5\sin\beta^5} + \frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} - \frac{3}{2}\,Ln\,tg\Big(\frac{\pi}{4}+\frac{\alpha}{2}\Big) + \frac{3}{2}\,Ln\,tg\Big(\frac{\pi}{4}+\frac{\beta}{2}\Big)\Big\}$$

Die Ausdrücke, ~~wo~~ α und β werth nimmt, berechnet geben

$$P_v = nA\big([6{,}7052 + 0{,}259 + 0{,}4572]\,C + D(-0{,}1618 - 0{,}3543 + 0{,}7719 + 39{,}6155 - 1{,}9875\big)$$

$$= nA(5{,}989\,C + 36{,}334\,D)$$

Berücksichtigt man die Reibung an den Flügelwellen, so folgt

$$P_v = nA\Big(5{,}989\,C + 36{,}334\,D - \frac{\varphi\rho\,Gw}{l} - \frac{2}{3}\,\frac{\varphi r n H\alpha}{l}\Big)$$

Ist

$$nA = \frac{\mu n c^4 \gamma l}{81\, g w} = Kl$$

$$rH = \frac{r \mu c^3 \gamma l}{27\, g w} = Ml \text{ und}$$

$$N = C\Big(\frac{1}{\sin\alpha^2 \cos\alpha} - \frac{1}{\cos\beta \sin\beta^2} - \frac{2\cos\alpha}{\sin\alpha^2} + \frac{2\cos\beta}{\sin\beta^2} + 2\,Ln\,tg\,\tfrac{1}{2}\alpha - 2\,Ln\,tg\,\tfrac{1}{2}\beta\Big) + D\Big(\frac{\sin\alpha}{2\cos\alpha^2} - \frac{\sin\beta}{2\cos\beta^2} - \frac{4}{3\sin\alpha^3} + \frac{4}{3\sin\beta^3} + \tfrac{1}{2}\,Ln\,tg\big(45^0 + \tfrac{\alpha}{2}\big) - \tfrac{1}{2}\,Ln\,tg\big(45^0 + \tfrac{\beta}{2}\big)\Big)$$

d. h.

$$N = C(9{,}3686 - 3{,}0765 - 0{,}2185 + 0{,}9248 + 0{,}609) + D(39{,}6135 + 0{,}3540 + 0{,}6625)$$

$$= 7{,}8685\, C + 40{,}6323\, D,$$

nun in allen Fällen

$$C = \frac{b - (B - b)\, e}{l - e} = 5 - \frac{7}{5} = \frac{18}{5}$$

$$D = \frac{d}{3w} \cdot \frac{(B - b)}{l e} = \frac{5 \cdot 24}{3 \cdot 72} \cdot \frac{6}{5} = \frac{2}{3}$$

diese Werthe eingesetzt, so ergeben

$$Pr = Kl\Big(\frac{18}{5} \cdot 5{,}989 + \frac{2}{3} \cdot 36{,}334\Big) =$$

$$\frac{P\varrho}{l}\, G w - \frac{2}{3}\varphi r M w \left(\frac{18}{5}\cdot 7{,}86 + \frac{2}{3}\cdot 40{,}0\right.$$

$$= K l (23{,}56 + 24{,}22) - \frac{P\varrho}{l}\, \mathring{G} w - \frac{2\varphi r M w}{3}\Big($$

$$(28{,}32 + 27{,}08)\Big)$$

$$= 47{,}782\, K l - \frac{P\varrho\, \mathring{G} w}{l} - \frac{2\varphi r M w}{3} \cdot$$

$$\cdot 55{,}4133$$

Hieraus

$$l = \frac{P v + \frac{2}{3}\varphi r M w\, 55{,}4133}{2 K l} + \frac{\sqrt{4\varphi r K \cdot 47{,}782\, G w + (P v + \frac{2}{3}\cdot 55{,}41\cdot \varphi r M w)^2}}{2 K l}$$

Die Werthe für K und M, $\mathring{G}$, w und v eingesetzt, bestimmen die Länge zu:

$$l = \frac{1200 + 20{,}74 + \sqrt{1918024{,}8 + 1220{,}7487^2}}{2 \cdot 1664{,}6 \cdot 47{,}782}$$

$$= \frac{1220{,}74 + \sqrt{1918024{,}8 + 1590230}}{2 \cdot 1664{,}6 \cdot 47{,}782}$$

$$= \frac{1220{,}74 + 4457{,}46}{2 \cdot 1664{,}6 \cdot 47{,}782}$$

$$= \frac{5778{,}20872}{159{,}07541}$$

$$= 36{,}33 \text{ Fuß}$$

15., Welches Kraftmoment wird von einer doppeltwirkenden Dampfmaschine erwarten können, die einen 3 Fuß weiten Treibecylinder hat und in der Minute 12 5füßige Doppelspiele macht, dabei aber Dampf von 120° Wärme braucht, welches wird der nöthige Brennmaterialaufwand sein.

Erhitzt man den Dampf bis zu 120° Wärme, so bestimmt sich der Druck in Atmosphären durch die Formel:

$$c = \left(\frac{1+0,01878\, t}{2,878}\right)^{5,35}$$

$$= \left(\frac{1+0,01878 \cdot 120}{2,878}\right)^{5,35}$$

$$= 6,05 \text{ Atmosphären}$$

daher der Druck auf 1 □Zoll

$$p_1 = 6,05 \cdot 12,3185$$

$$= 74,526925 \text{ Pfund}$$

Ist der Inhalt der Kolbenfläche

$$\frac{3^2\pi}{4} = \frac{9 \cdot 3,1416}{4} \text{ Fuß}$$

$$= \frac{28,2744}{4} = 7,0686 \text{ Quadratfuß.}$$

So folgt der Dampfdruck gegen dieselbe

$$P = A_1\, e p = 7,0686 \cdot 74,526925 \cdot 144$$

$$= 151718,865 \text{ Fußpfund}$$

da hier

$$A_1 = 2A$$ folgt

Ist der Hub = h und die Zeit eines Spiels = τ so folgt die Geschwindigkeit des Kolbens

$$v = \frac{h}{\tau} = \frac{5}{\frac{5}{2}} = 2 \text{ Fuß}$$

und das mechanische Moment eines Spiels

$$Pv = A,epv = 151718,865 \cdot 2 = 303437,735 \text{ Fußpfund}$$

Ist die pro Secunde gebrauchte Dampfmenge

$$\frac{Ah}{144\tau} = \frac{14,1372 \cdot 2}{144} = 28,2744 \text{ Cubikfuß}$$

mithin das Speisewasserquantum

$$n_1 = \frac{1}{\frac{1 + 0,00375 \cdot 120 : m}{\frac{5}{8} \cdot 0,00171 \cdot 0,76 \cdot 6,05}}$$

$$= \frac{5 \cdot 0,00171 \cdot 0,76 \cdot 6,05}{8 \cdot 1,45} \cdot 28,2744$$

$$= 0,100155 \text{ Cubikfuß}$$

$$= 0,100155 \cdot 48,621 = 4,86970$$

so folgt der Kohlenaufwand

$$n = \frac{625 \cdot 4,8697}{5000} =$$

$$= 0,06087 \text{ Pfund Kohlen pro Sec.}$$

16) Es ist das Parallelogramm auf der Muldener Hütte auszumessen, zu zeichnen und zu berechnen mit Einschluß der Seitenabweichung.

Die Abweichung findet man durch die Formel $f=\frac{(l-a)\sqrt{br}}{2r-b}$, wenn l die Länge desselben, r den Halbmesser bedeutet, so folgt aus den beiden letzteren $b=r-\sqrt{r^2-\frac{h^2}{4}}$ und $a=\sqrt{l^2-b^2}$

Bei der Aufgabe ergiebt sich

$l = 2,46$ Fuß $r = 7,43$ F. $h = 4,916$ F.

Die Werthe eingesetzt geben

$$b = 7,4375-\sqrt{7,4375^2-\frac{4,9166^2}{4}}$$
$$= 7,4375-\sqrt{49,18099} = 7,4375-7,0135$$
$$= 0,424$$
$$a=\sqrt{2,4675^2-0,424^2}=\sqrt{5,908}=2,43176$$
$$f=\frac{(2,467-2,4317)\sqrt{0,424\cdot 7,4375}}{14,875-0,424}$$
$$=\frac{0,0357\sqrt{3,163288}}{14,451}=0,00438 \text{ Fuß}$$
$$=0,05256 \text{ Zoll.}$$

---

17) Man soll aus den Dimensionen und bekannten Gewichten des bestehenden Differenzialhaspels die Last Q berechnen, welche ein Arbeiter mit derselben zu heben vermag kann. Es ist die Kurbelhöhe $CA = 18$ Zoll, der Halbmesser $CB = 4$ Zoll, $MD = 20$ "

Arbeitet der Haspelknecht bei der zweckmäßigsten Kraft von 30 Pf. mit der Geschwindigkeit von $\frac{11}{4}$ Fuß bei 8 Stunden Schichtzeit, so wird, wenn die Kurbelhöhe $= a$ und die Durchmesser der Wellräder b und b_1 ohne alle Nebenhindernisse

$$P a N = n\left(\frac{b-b_1}{2}\right)Q$$

oder die Werthe eingesetzt

$AF = 8$ Zoll

$AG = 7''$,

$KL = 10''$,

die Stärke aller Zapfen $= 5/8$,

das Gewicht des Seils $S = 50$ ℔.

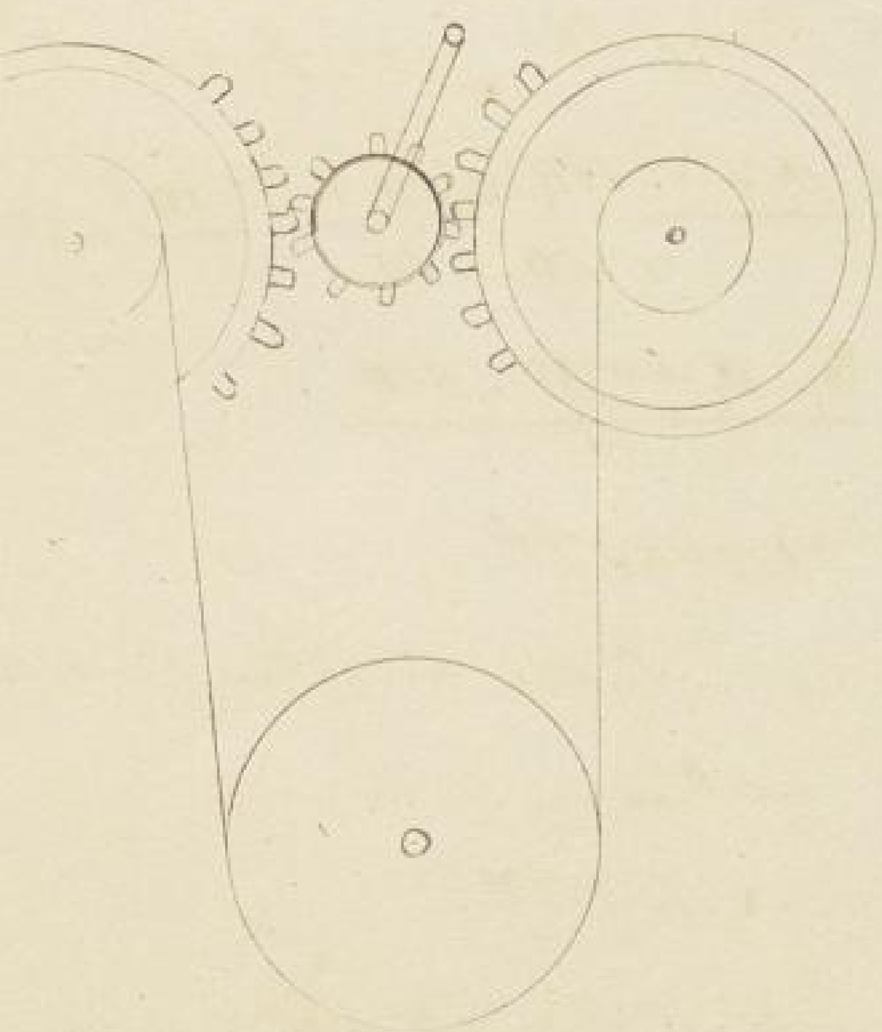
" " der Wellen Mund $N = 500$ ℔.

$C = 90$ ℔.

$K = 40$ ℔.

die Anzahl der Zähne des Treibrades

$C = 10.$



$= 10 \cdot \frac{(8-7)}{2} Q$

$= 5\, Q$

Dieses Q wird jedoch vermehrt.

1, durch die Seilbiegungen;

die allgemeine Formel zur Berechnung derselben ist

$\frac{v d^{3/2}}{R} Q$ wo

v einen Erfahrungscoefficient,

d die Stärke des Seils,

R den Krümmungshalbmesser und

Q die Last bedeuten.

Dieß auf den jetzigen Fall angewendet giebt

a) für die Seilbiegung an der Lastwalze

$\frac{v d^{3/2}}{R}\left(Q + \frac{K}{2}\right)$

$= \frac{0{,}3 \cdot 1{,}25^{3/2}}{10}\left(Q + \frac{40}{2}\right)$

$= 0{,}0226\, Q + 0{,}0904$ ℔. auf den Kraftpunkt reducirt

$= 0{,}0126\, Q + 0{,}502$

b) die an dem einen Gegenlaufrad

$= \frac{0{,}3 \cdot}{R}\left(\frac{Q + K + S}{2}\right)$

$= \frac{0{,}3 \cdot 1{,}25^{3/2}}{8 \cdot 2}\left(Q + 40 + 25\right)$

$= 0,0283\,Q + 1,8395$ ℔.

reducirt

$= 0,0315\,Q + 2,333$ ℔.

C, die am zweiten Vorgelegerad

$$= \frac{\nu d^{\frac{3}{2}}}{R_{u}}\left(\frac{Q + R + S}{2}\right)$$

$$= \frac{0,3 \cdot 1,25^{3/2}}{8}(Q + 65)$$

$= 0,0323\,Q + 2,0995$ ℔.

reducirt

$= 0,036\,Q + 3,11$ ℔.

außerdem sind zu berücksichtigen die Reibungen zwischen Zahn und Getriebe; die Formel

$$\frac{2\mu\pi(3H + 5n)}{7Hn}P$$

läßt dieselbe berechnen d. h.

$$= \frac{2 \cdot 0,3 \cdot 3,147(3 \cdot 50 + 5 \cdot 10)}{7 \cdot 50 \cdot 10}135.$$

$$= \frac{6 \cdot 0,4475 \cdot 810}{100}$$

$= 21,7485$ ℔.

oder ebenfalls auf den [illegible] [illegible] reducirt =

$4,8$ ℔.

und endlich die Reibungen am

den Zapfen der Welle

a) an dem einen Vorgelegerad

$$= \frac{f\rho}{R_I}\left(P + \frac{Q+R+S+G_I}{2}\right)$$

$$= \frac{0{,}3 \cdot 0{,}625}{14}(60 + Q + 65 + 500)$$

$$= 0{,}0112\,(Q + 625)$$

$$= 0{,}0112\,Q + 7\ ℔.$$

und reducirt

$$= 0{,}0048\,Q + 3{,}11\ ℔$$

die am zweiten Vorgelegerad

$$= \frac{f\rho_I}{R_{II}}\left(\frac{Q+R+S+G_I}{2} - P\right)$$

$$= \frac{0{,}3 \cdot 0{,}625}{16}(Q + 65 + 500 - 60)$$

$$= 0{,}01109\,(Q + 505)$$

$$= 0{,}01109\,Q + 5{,}6\ ℔.$$

und reducirt giebt

$$0{,}0043\,Q + 2{,}18\ ℔.$$

Und endlich die Zapfenreibung an der Welle C

$$= \frac{f\rho}{R_{III}}\,G_{II}$$

$$= \frac{0{,}3 \cdot 0{,}625}{4} \cdot 90$$

$$= 4{,}221\ ℔$$

und reducirt giebt

0,937 ℔.

mithin

$PK = 5,0892\,Q + 13,862$ ℔.

d. h.

$30 \cdot 50 = 5,0892\,Q + 13,862$ ℔

oder als Moment ausgedrückt

$30 \cdot 50 \cdot \frac{11}{4} = (5,0892\,Q + 13,862)\,0,98214$

d. h.

$$Q = \left(\frac{4125}{0,9821} - 13,862\right) : 5,0892$$

$$= \frac{4195,9 - 13,862}{5,0892}$$

$$= \frac{4182,04}{5,0892}$$

$$= 821,4 \text{ ℔}.$$

---

18) Es ist ein Kurbelzapfen zu berechnen, der durch eine constante Kraft in Umdrehung gesetzt wird.

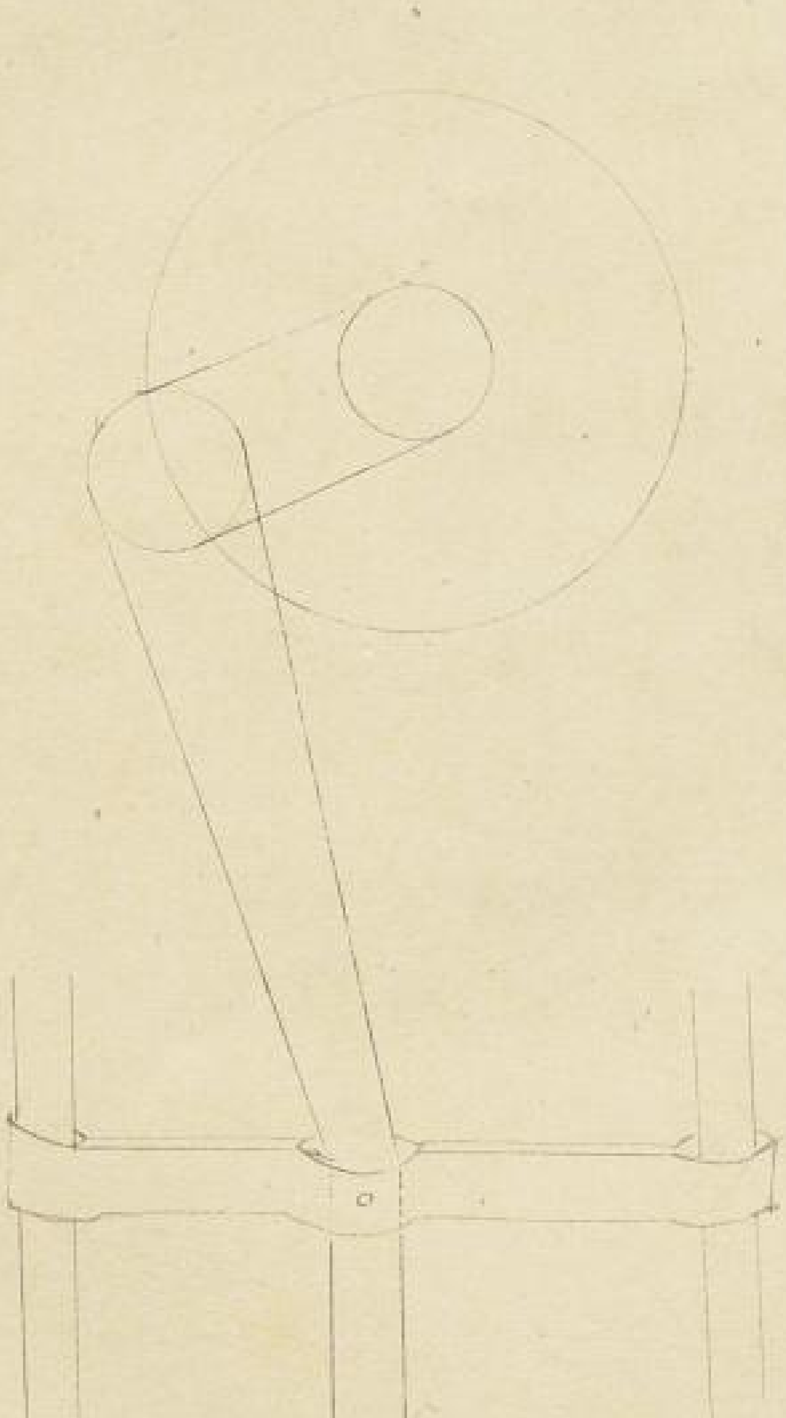
Es sei die Länge des Kurbelarms $CA = 2.25$ Fuß; die Länge der Kurbelstange $AB = 12$ Fuß das Gewicht der

Ist die für die Aufgabe verlangte und gewünschte Geschwindigkeit $= c$, so folgt dieselbe aus

$$c = \frac{\pi r u}{30}$$

$$= 1,4134 \text{ Fuß},$$

sie ist die, die man im untersten und obersten Punkte beobachtet. Für den Beharrungszustand ist mittlern Welle C = 10000 ℔. die träge Masse des Gestänges nebst Last 5000 ℔, die Last beim Aufgange 5000 ℔, die beim Niedergange 1000 ℔. die Halbmesser der Zapfen und Warze 2,5" und die Welle soll 6 mal pro Minute umgehen.



Warzenzapfen muss sein

$$P = \frac{2Q}{\pi}$$

dieses Q bestimmt sich nicht nur aus der reinen Last, sondern auch aus den Widerständen; dazu gehört die Reibung am Wellzapfen, die Reibung am Zapfen des Gestänges, die Reibung an der Warze und endlich die am Zapfen.

Für den Aufgang ist

die Reibung am Zapfen

$$= \frac{4\mu \cdot 10000 \cdot 2,5}{12 \cdot 3,141^2 \cdot 12 \cdot 12}\left(1 + \frac{2,25^2}{3 \cdot (12 \cdot 12)^2}\right)$$

und auf den Warzenkreis reducirt

$$= \frac{4\mu\, 10000 \cdot 2,5 \cdot 12}{12 \cdot 3,141 \cdot 12 \cdot 12 \cdot 2,25}\left(1 + \frac{2,25^2}{3 \cdot 144^2}\right)$$

$$= 0,3 ℔$$

dann die am Gestängbolzen

$$= \frac{f\,r}{a} P \text{ hieher bezogen}$$

$$= \frac{0,2 \cdot 2,5}{\cancel{1}2 \cdot 12}(Q - P)$$

reducirt

$$= \frac{0,2 \cdot 2,5}{\cancel{1}2 \cdot 12}(Q - P)\frac{12}{2,25}$$

$$= \frac{0,2 \cdot 2,5}{12 \cdot 2,25}(Q - P$$

$$= 185 - \frac{P}{54}$$

und endlich die Reibung am Zapfen der Welle

$$= \varphi \frac{r}{a}(Q_1 + \mathfrak{G})$$

$$= \frac{0,2 \cdot 2,5}{2,25 \cdot 12}\left(10000 + 185 - \frac{P}{54}\right)$$

$$= 188 - \frac{P}{2916}$$

Für den Aufzug also

$$P = 0,3 + 185 - \frac{P}{54} + 188 - \frac{P}{2916} + \frac{2Q}{\pi}$$

$$= \frac{6140 \cdot 2916}{2971} = 6581$$

Für den Niedergang hingegen ist nur statt $Q = 10000$ hier 6000 ℔ zu setzen und in den Zapfenreibungen an der Lehne und der Wange statt

$$(Q - P) = (Q + P)$$

folglich für den Niedergang nun nun

$$W = 0{,}3 \cdot \tfrac{3}{5} = 0{,}2\ \text{tt}$$

$$W_1 = \frac{0{,}2 \cdot 2{,}5}{12 \cdot 2{,}25}(6000 + P) = 111 + \frac{P}{54}$$

$$W_2 = \frac{0{,}2 \cdot 2{,}5}{12 \cdot 2{,}25}(6111 + P = 113 + \frac{P}{54}$$

$$W_3 =$$

$$P = \frac{2Q}{\pi} + 0{,}2 + 111 + \frac{2P}{54} + 113$$

$$= \left(\frac{2Q}{\pi} + 224\right)\frac{27}{26}$$

$$= 4199\ \text{tt}.$$

Zur Berechnung der veränderlichen Geschwindigkeit v, muss man jedesmal einen gewissen Winkel φ annehmen; die grösste Geschwindigkeit der Stange ergiebt sich bei

$$\sin \varphi = \frac{P}{Q} = \frac{2}{\pi}$$
$$= 39^\circ$$

und mithin die kleinste bei

$$\sin \varphi = 141^\circ$$

Aus den so berechneten Kräften lassen sich für jeden Umdrehungswinkel auch die veränderlichen Geschwindigkeiten am Umfang des Wagentreibes bewirken; und zwar muß dieß eben sowohl für den Aufgang, als für den Niedergang geschehen. Die hier einzuführende Formel ist:

$$c = \frac{\pi r n}{30} =$$

$$c = \frac{3,141 \cdot 2,5 \cdot 6}{30} = 1,4134$$

Vermöge des Beharrungszustandes ist aber bei einer Maschine mit Bremszapfen

$$c^2 > 0,842 \frac{g Q r}{M}$$, daher

ist die nöthige Masse

$$M > \frac{0,842\, g Q r}{c^2}$$

$$30000 > \frac{0,842 \cdot 17,32 \cdot 3000 \cdot 2,25}{1,4134^2}$$

$$20000 > 49275$$

da dieß nicht der Fall ist, so muß ein Schwungrad angewendet werden, dessen Höhe $= R_0$ ist, und für dessen Masse N folgende Ungleichheit gilt

$$\frac{N R^2}{n^2} > 49275 \quad F$$

F Nimmt man $R_0 = 10$ an, so ist

$$N > \frac{49275 \cdot 2,5^2}{100}$$

$$N > 3079,687 \text{ tt}$$

19) Es ist eine Schraube ohne Ende zu berechnen, welche die Kraft P an der Spille um das 350 fache vermehrt?

Die aufzulösende Formel ist, wenn man in der Aufgabe die Gänge C einer Schraube AB zwischen die Zähne eines Stirnrades D, wird die Schraube mittelst einer Kurbel E umgedreht und die Last mit dem Stirnrade an einer beliebig drehbaren Welle FG wirkt, so folgt aus dem Gewichte G, der Last $Q = 350\,P$, aus dem Radhalbmesser R dem Hebelarme der Last P, und dem Zapfenhalbmesser ρ, die auf den Umfang der Schraube reducirte Last

$$= \frac{b \cdot 350\,P + \varphi\rho(350\,P + G)}{R}$$

oder auf den Kraftpunkt reducirt

$$= \frac{b \cdot 350\,P + \varphi\rho(350\,P + G}{aR}$$

Ist der mittlere Halbmesser der Schraube k, die Höhe der Schraubengänge h, die Kurbelhöhe a, der Halbmesser der Zapfen A und $B = \rho$; das Gewicht der ...

der Welle $\breve{G}_1$ = so folgt die Kraft
an der Kurbelwelle

$$P = \frac{1}{a}\left[\left(\frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - \mu h}\right) r + \frac{\varphi\xi}{R}\right] \frac{b \cdot 350 P + \varphi\xi}{R}$$
$$(350 P + G)$$

dieß giebt

$$\frac{\left(Pa - \frac{\varphi\xi G}{R}\right) R}{\frac{350 b P (4\varphi\xi) + \varphi\xi}{r}} - \frac{2\varphi\xi}{3} =$$

$$= \frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - \mu h}$$

$$= \frac{\left(Pa - \frac{\varphi\xi(350 P + \breve{G}_1)}{R}\right) R}{h \cdot 350 P} - \frac{2\varphi\xi}{3}$$

$$= \frac{hr - 2\mu\pi r^2}{2\pi r - \mu h}$$

$$= \frac{3 R a P - \varphi\xi 3 (350 P + \breve{G}_1) - 2\varphi\xi b \cdot 350 P}{3 \cdot 350 \cdot b \cdot P}$$

$$= \frac{hr - 2\mu\pi r^2}{2\pi r - \mu h}$$

Setzt man

$$\frac{3 a R P - 3\varphi\xi(350 P + \breve{G}_1) - 700 \varphi\xi b P}{1050 \cdot b \cdot P} = k$$

so folgt

$$k = \frac{hr - 2\mu\pi r^2}{2\pi r - \mu h}$$

u. s.

$$2\pi r k - \mu h k = h r + 2\mu\pi r^2$$

oder

$$h(r + \mu k) = 2\pi r k + 2\mu\pi r^2$$

$$h = \frac{2\pi r k - 2\mu\pi r^2}{r + \mu k}$$

$$= \frac{2\pi r(k - \mu r)}{r + \mu k}$$

Hiernach läßt sich also die Schraube berechnen und construiren.

Ist $k = 5000$ ℔, $r = 2$ Fuß, so folgt die Höhe einer Schraube

$$h = \frac{2 \cdot 3,141 \cdot 2(5000 - 0,2 \cdot 2)}{r + 0,2 \cdot 5000}$$

$$= \frac{12,564 \cdot 4995,6}{2 + 1000}$$

$$= \frac{12,564 \cdot 4995,6}{1002}$$

$$= 62,6254$$

oder ohne Berücksichtigung der Nebenlasten

$$\frac{P}{a} = b\left(\frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - h}\right) Q$$

$$P = \frac{b}{a}\left(\frac{h + 2\mu r\pi}{2\pi r - h}\right) 350 \, P$$

u. s.

$$\frac{1}{350} = \frac{4}{18}\left(\frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - h}\right)$$

d. h.

$$\frac{2}{350} = \frac{h + 2\mu\pi r}{2\pi r - h}$$

$$(2\pi r - h)\frac{2}{350} = h + 2\mu\pi r$$

$$h\left(1 + \frac{2}{350}\right) = 2\pi r - 2\mu\pi r$$

$$h = \frac{350\ 2\pi r(1-\mu)}{350 + 2}$$

$$= \frac{700\,\pi r(1-\mu)}{352}$$

für $r = 2$ Fuß und $\mu = 0{,}2$

$$h = \frac{700 \cdot 3{,}141 \cdot 2 \cdot 0{,}8}{352}$$

$$= \frac{70 \cdot 3{,}141 \cdot 2 \cdot 8}{352}$$

$$= 9{,}94 \text{ Zoll}$$

Richard Kühn