Aufgaben

aus der Bergmaschinenlehre im Lehrjahre 18 44/45.

gefertigt

von

Otto Kühn.

1. Es ist aus den Dimensionen, der Länge und dem Gefälle des neuen Kunstgrabens bei Himmelfahrt Fundgrube, die Wassermenge zu berechnen, welche durch denselben zugeführt werden kann.

Die Höhe dieses Grabens beträgt 3 Fuß, die Breite 3 Fuß und das Gefälle 0,0003. Hieraus folgt der Inhalt des Querprofils $a = 3 \cdot 3 = 9$ □Fuß und der Umfang $u = 9$ Fuß. Zunächst hat man, um die Wassermenge m zu finden, die Geschwindigkeit v des Wassers zu berechnen.

Es ist $v = -0{,}003314 + \sqrt{2735{,}4 \cdot \frac{a}{u} \cdot \frac{h}{l} + 0{,}0011}$; für $a = 9$ □Fuß, $u = 9$ Fuß und $\frac{h}{l} = 0{,}0003$ wird:

$$v = -0{,}003314 + \sqrt{2735{,}4 \cdot \tfrac{9}{9} \cdot 0{,}0003 + 0{,}0011}$$

$$= -0{,}003314 + \sqrt{2735{,}4 \cdot 0{,}0003 + 0{,}0011}$$

$$= -0{,}003314 + \sqrt{0{,}82172}$$

$$= -0{,}003314 + 0{,}9064$$

$$v = 0{,}903083 \text{ Fuß.}$$

Hieraus folgt nun die Wassermenge

$$m = av = 9 \cdot 0{,}903083$$

$$= 8{,}127747 \text{ Kubikfuß Wasser p. sec.}$$

$$m = 0{,}6 \cdot 8{,}127747$$

$$= 4{,}8766 \text{ Rad Wasser (pr. min.)}$$

2. Um die Wassermenge eines Aufschlaggrabens zu finden, läßt man das Wasser durch eine Schutzöffnung fließen, zieht dann das Schutzbrett, damit mehr Wasser ebenso zufließt, weiter auf, beobachtet von Zeit zu Zeit den Wasserstand und verschließt am Ende das Schutzbrett ganz. Es ist nun aus den einzelnen Wasserhöhen, den entsprechenden Beobachtungs-

Zur Berechnung dieser Aufgabe dient die Formel $m = \mu b c \sqrt{2g(h - \frac{c}{2})} \cdot t$, wo m die in t Secunden ausgeflossene Wassermenge, μ den ~~Geschwindigkeits~~coefficient, b die Weite der Oeffnung, c die Höhe derselben und h der mittlere Wasserstand während der Dauer des Versuches ist; letzteren findet man nach der Simpson'schen Regel, nach welcher:

geben, der Zeit innerhalb welcher das Wasser auf die erste Druckhöhe zurücksteigt und dem Inhalte der Schutzöffnung die Wassermenge zu berechnen.

Weite der Öffnung = 0,45 Meter.

Höhe derselben = 0,35 " "

Wasserhöhe über der obern Kante der Öffnung nach:

0, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80 Sec.

0,751, 0,712; 0,672 0,640, 0,616, 0,594; 0,571, 0,562 Meter.

Zeit zum Aufsteigen auf die erste Höhe nach Abschluss der Öffnung 126 Secunden.

$$h = \frac{h_0 + 4(h_1 + h_3 + h_5 + h_7) + 2(h_2 + h_4 + h_6) + h_8}{24}$$

$$= \frac{0,751 + 4(0,712 + 0,640 + 0,594 + 0,562)}{24}$$

$$\frac{+2(0,672 + 0,616 + 0,571) + 0,543}{24}$$

$$= \frac{0,751 + 4 \cdot 2,508 + 2 \cdot 1,859 + 0,543}{24}$$

$$= \frac{0,751 + 10,032 + 3,718 + 0,543}{24}$$

$$= \frac{15,044}{24} = 0,627 \text{ Meter.}$$

Zur Erreichung seiner ersten Höhe braucht das Wasser 126 Secunden, daher ist die per Sec. erhaltene Wassermenge:

$$m = \frac{\mu bc \sqrt{2g\left(h - \frac{c}{2}\right)} \cdot t}{t + 126}$$

$$= \frac{0,61 \cdot 0,45 \cdot 0,35 \sqrt{2 \cdot 9,81\left(0,627 + \frac{0,35}{2}\right)} \cdot 80}{80 + 126}$$

$$= \frac{0,096075 \sqrt{19,62 \cdot 0,802} \cdot 80}{206}$$

$$= \frac{0,096075 \cdot 3,966 \cdot 80}{206}$$

$$\log m = \log 0,9826104 - 2 + 0,5980241 + 1,9030900 - 2,3138672$$

$$= 0,1697579 - 1$$

$$m = 0,1478 \text{ Kubikmeter.}$$

3. Ein Graben mit rectangulärem Querprofile liefert bei 6 Fuß Breite und 2 Fuß Tiefe 90 Kubikfuß Wasser pr. Sec; wie viel wird derselbe bei 2¼; 2½; 2¾; 3 Fuß; ferner bei 1; 1¼; 1½ und 1¾ Fuß Wassertiefe liefern.

Die Formel $\frac{dm}{m} = \frac{3}{2} \cdot \frac{b}{bc} \cdot dc$ giebt für die Zunahme der Wassermenge:

$$dm = \frac{3}{2} \cdot \frac{b}{bc} \cdot dc \cdot m$$

wo dc die Zunahme an Tiefe, b die Breite und $bc = a$ der Inhalt des Querprofils ist.

1 Für $2\frac{1}{4}$ Fuß Wassertiefe hat man:

$$dm = \frac{3}{2} \cdot \frac{b}{a} \cdot \delta c \cdot 30$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 30$$

$$= \frac{3}{16} \cdot 30$$

$= 5,625$ Kbkfß.

$m = 30 + 5,625 = 35,625$ Kbkfß.

2. Für $c = 2\frac{1}{2}$ Fuß:

$$dm = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 30$$

$= \frac{3}{8} \cdot 30 = 11,25$ Kbkfß.

$m = 30 + 11,25 = 41,25$ Kbkfß.

3. Für $c = 2\frac{3}{4}$ Fuß:

$$dm = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 30$$

$$= \frac{9}{16} \cdot 30$$

$= 16,875$ Kbkfß.

$m = 30 + 16,875 = 46,875$ Kbkfß.

4 Für $c = 3$ Fuß:

$$dm = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30$$

$$= \frac{3}{4} \cdot 30$$

$= 22,5$ Kbkfß.

$m = 30 + 22,5 = 52,5$ Kbkfß.

5. Für $c = 1$ Fuß:

$$dm = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 30$$

$$= -\frac{3}{4} \cdot 30$$

$= -22,5$ Kbkfß.

$m = 30 - 22,5 = 7,5$ Kbkfß.

6. Für $c = 1\frac{1}{4}$ Fuß:

$$dm = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 30$$

$= -16,87$ Kbkfß.

4. Ein Bach von 4 Meter Breite und 0,5 Mtr. mittlerer Tiefe führt p. M. 1,5 Kubikmeter Wasser. Welche Höhe muß man einem Wehr in demselben geben, welches das Wasser um 0,75 m Höhe aufstaucht und wie groß wird die Stauhöhe 600 Mtr. oberhalb des Wehres sein?

$m = 30 - 16,87 = 13,13$ Kbkfß.

7. Für $c = 1\frac{2}{3}$ Fuß:

$$dm = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 30$$
$$= -\frac{1}{4} \cdot 30$$
$$= -7,5 \text{ Kbkfß.}$$

$m = 30 - 7,5 = 22,5$ Kbkfß.

8. Für $c = 1\frac{3}{4}$ Fuß:

$$dm = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot 30$$
$$= -\frac{3}{16} \cdot 30$$
$$= -5,625 \text{ Kbkfß.}$$

$m = 30 - 5,625 = 24,375$ Kubikfuß.

Die erste Frage: welche Höhe ein Wehr in dem bezeichneten Bache haben muß, läßt sich mittelst folgender Formeln beantworten und berechnen:

1. $m = b \cdot e \cdot c$
2. $k_1 = \frac{c^2}{2g}$
3. $k = -k_1 + \left(\frac{3m}{2\mu b\sqrt{2g}} + k_1^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$
4. $x = e - k$;

wo ist in diesen Formeln m die Wassermenge, b die Breite des Baches, e die ganze Tiefe des aufgestauten Baches unmittelbar vor dem Wehre, c die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, k_1 die Höhe, welche der Geschwindigkeit des Wassers zukommt, k die Höhe des über das Wehr fließenden Wassers und x die Höhe des Wehres.

Zunächst hat man die Größe k_1 zu berechnen und zwar aus den Formeln 1 und 2. Nach No. 1 ist

$$c = \frac{m}{be}$$

und dieser Werth für c in der Formel No 2 eingesetzt giebt $k_1 = \frac{m^2}{b^2 \cdot e^2 \cdot 2g}$

$$= \frac{4{,}5^2}{7^2 \cdot (0{,}8+0{,}75)^2 \cdot 2g}$$

$$= \frac{4{,}5^2}{7^2 \cdot 1{,}55^2 \cdot 19{,}62}$$

$$= \frac{20{,}25}{49 \cdot 2{,}4025 \cdot 19{,}62}$$

$$\log k_1 = 1{,}3064250 - (1{,}6901961 + 0{,}3806634 + 1{,}2926990)$$

$$= 0{,}9428665 - 3$$

$$k_1 = 0{,}0087673$$

diesen Werth von k_1 in der Formel No 3 eingesetzt giebt:

$$k = -0{,}0087673 + \left(\frac{3 \cdot 4{,}5}{2 \cdot 0{,}6 \cdot 7\sqrt{19{,}62}} + 0{,}0087673^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= -k_1 + \left(\frac{13{,}5}{8{,}4 \cdot 4{,}429} + k_1^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= -k_1 + \left(\frac{13{,}5}{37{,}2036} + k_1^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

$$\log 13{,}5 - \log 37{,}2036 = 1{,}1303338 - 1{,}5705850$$

$$= 0{,}5597488 - 1$$

$$\frac{13{,}5}{37{,}2036} = 0{,}36286$$

$$\tfrac{3}{2} \log 0{,}0087673 = 0{,}9142997 - 4$$

$$0{,}0087673^{\frac{3}{2}} = 0{,}000829$$

$$k = -k_1 + (0{,}36286 + 0{,}000829)^{\frac{2}{3}}$$

$$= -0{,}0087673 + 0{,}3636889^{\frac{2}{3}}$$

$$\tfrac{2}{3} \log 0{,}3636889 = 0{,}7071533 - 1$$

$0,36368 89^{\frac{2}{3}} = 0,5095107$

$h = -0,0087673 + 0,5095107$

$= 0,5007434$ Mtr. Hiernach wird die Höhe des Wassers $x = 1,55 - 0,5007434$

$x = 1,049$ Mtr.

Zur Berechnung der zweiten Aufgabe wo gegeben ist die Wassertiefe in 600 Mtr Entfernung vom Wehr ist es nöthig zunächst den Neigungswinkel α vom Bette des Flusses zu ermitteln; dieser ist:

$$tag.\,\alpha = 0,0000\,2426 \cdot \frac{(b+2a_1)m}{b^2 a_1^2} + 0,00036557 \frac{(b+2a_1)m^2}{b^3 a_1^3}$$

in welcher Formel b die natürliche Wasserstand bedeutet.

$$tag\,\alpha = \left(0,00002426 + \frac{0,00036557}{b \cdot a_1} m\right) \frac{b+2a_1}{b^2 \cdot a_1^2} m$$

$$= \left(0,00002426 + \frac{0,00036557}{7 \cdot 0,8} 4,5\right) \frac{7+2 \cdot 0,8}{7^2 \cdot 0,8^2} 4,5$$

$$= \left(0,00002426 + \frac{0,00036557}{5,6} 4,5\right) \frac{8,6 \cdot 4,5}{313,6}$$

$log.\, 0,00036557 + log\, 4,5 = 0,5629705 - 4 + 0,6532125$

$= 0,2161830 - 3$

$log\, 0,00036557 + log\, 4,5 - log\, 5,6 = 0,2161830 - 3 - 0,7481880$

$= 0,4679950 - 4$

$$\frac{0,00036557 \cdot 4,5}{5,6} = 0,00029376$$

$$tag\,\alpha = (0,00002426 + 0,00029376) \frac{38,7}{313,6}$$

$$= 0,00031802 \frac{8,6 \cdot 4,5}{313,6}$$

$log\, tag\,\alpha = 0,5024344 - 4 + 1,5877110 - 1,4963761$

$= 0,5937893 - 4$

$tag\,\alpha = 0,00039245.$

Hiernach endlich kann die letztere Frage beantwortet werden; man kann jedoch die fragliche Strecke nicht sogleich auf 600 Mtr, sondern nur auf je 100 Mtr beziehen, so daß sich dieselbe Rechnungsmethode jedesmal wiederholen wird. Man hat die Formel:

$$\frac{\Delta\, dt}{l} = \frac{b.c \sin\alpha - (A + Bc)\, u v}{bc - \frac{b}{g} v^2}$$

(c die fragliche Wassertiefe, v die Geschwindigkeit des fließenden Wassers. $v = \frac{m}{b.c}$

worin u der Umfang, b.c = a der Inhalt des Querprofils vom Kanal ist. — Da dieser gefundene Winkel tg α sehr klein und der Sinus vom Winkel α der Tangente desselben gleich ist, so kann sogleich der erhaltene Werth für tg α in obiger Formel eingesetzt werden, mithin ist:

$$\frac{\Delta c}{l} = \frac{1,55.7.0,00039245 - (0,00002426 + 0,00036557 \cdot v)\, uv}{1,55.7 - \frac{7}{9,81}\left(\frac{45}{1,55.7}\right)^2}$$

$$= \frac{10,85.0,00039245 - \left(0,00002426 + 0,00036557 \frac{45}{10,85}\right)(uv)}{10,85 - \frac{7}{9,81}\left(\frac{45}{10,85}\right)^2}$$

$$= \frac{10,85.0,00039245 - \left(A + B\frac{45}{10,85}\right)\frac{45}{10,85}\cdot 10,1}{10,85 - \frac{7}{9,81}\left(\frac{45}{10,85}\right)^2}$$

$$\frac{\Delta c}{l} = \frac{0,00425808 - (0,00002426 + 0,00015162)\frac{45.45}{10,85}}{10,85 - 0,4227424}$$

$$\Delta c = \frac{0,00425808 - 0,00043645}{10,4272576} \cdot l$$

$$= \frac{0,00352193}{10,4272576} \cdot l$$

$$= 0,00032826 \cdot 100$$

$$\Delta c = 0,032826$$

$$c = 1{,}55 - 0{,}032826$$

$$= 1{,}517 \text{ Mtr.}$$

Setzt man diesen Werth von c in dieselbe Formel für c ein, so erhält man die Wassertiefe in 200 Mtr. Entfernung vom Wehre:

$$\Delta c = \frac{1{,}517\cdot 7\cdot 0{,}00039245 - \left(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\frac{4{,}5}{1{,}517\cdot 7}\right)\frac{4{,}5}{1{,}517\cdot 7}\left(7+2\cdot 1{,}517\right)}{1{,}517\cdot 7 - \frac{7}{9{,}81}\left(\frac{4{,}5}{1{,}517\cdot 7}\right)^2}\, l$$

$$= \frac{10{,}619\cdot 0{,}00039245 - \left(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\frac{4{,}5}{10{,}619}\right)\frac{4{,}5\cdot 10{,}034}{10{,}619}}{10{,}619 - \frac{7}{9{,}81}\left(\frac{4{,}5}{10{,}619}\right)^2}\cdot l$$

$$= \frac{0{,}00418749 - \left(0{,}00002426 + 0{,}00015491\right)\frac{4{,}5\cdot 10{,}034}{10{,}619}}{10{,}619 - 0{,}1280813}\, l$$

$$= \frac{0{,}00418749 - 0{,}00078184}{10{,}4909187}\cdot l$$

$$= \frac{0{,}00340565}{10{,}4909187}\, l$$

$$\Delta c = 0{,}00032462\cdot 100$$

$$= 0{,}032462$$

$$c = 1{,}517 - 0{,}032462$$

$$= 1{,}484 \text{ Mtr.}$$

Die Wassertiefe für 300 Mtr. Entfernung vom Wehre:

$$\Delta c = \frac{1{,}484\cdot 7\cdot b - \left(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\frac{4{,}5}{1{,}484\cdot 7}\right)\frac{4{,}5}{1{,}484\cdot 7}\left(7+2\cdot 1{,}484\right)}{1{,}484\cdot 7 - \frac{7}{9{,}81}\left(\frac{4{,}5}{1{,}484\cdot 7}\right)^2}\, l$$

$$= \frac{10{,}388\cdot 0{,}00039245 - \left(\mathfrak{A} + \mathfrak{B}\frac{4{,}5}{10{,}388}\right)\frac{4{,}5}{10{,}388}\cdot 9{,}968}{10{,}388 - \frac{7}{9{,}81}\left(\frac{4{,}5}{10{,}388}\right)^2}\, l$$

$$= \frac{0{,}00407674 - 0{,}00078856}{10{,}388 - 0{,}1339026}\cdot l$$

$$= \frac{0{,}0032882}{10{,}2540974}\cdot l$$

$$= 0{,}00032067\cdot 100$$

$$= 0{,}032067$$

$c = 1{,}484 - 0{,}032064$

$= 1{,}451$ Mtr.

Die Wassertiefe für 400 Meter Entfernung vom Wehr:

$$\Delta c = \frac{1{,}451 \cdot 7\, b - \left(A + B \frac{4{,}5}{1{,}451 \cdot 7}\right) \frac{4{,}5}{1{,}451 \cdot 7} (7 + 2 \cdot 1{,}451)}{1{,}451 \cdot 7 - \frac{7}{9{,}81}\left(\frac{4{,}5}{1{,}451 \cdot 7}\right)^2} \cdot l$$

$$= \frac{10{,}157\, b - \left(A + B \frac{4{,}5}{10{,}157}\right) \frac{4{,}5}{10{,}157} \cdot 9{,}902}{10{,}157 - \frac{7}{9{,}81}\left(\frac{4{,}5}{10{,}157}\right)^2} \cdot l$$

$$= \frac{0{,}00898677 - 0{,}00081695}{10{,}157 - 0{,}1400625} \cdot l$$

$$= \frac{0{,}0031696}{10{,}0169375} \cdot l$$

$= 0{,}00031638 \cdot 100$

$\Delta c = 0{,}031638.$

$c = 1{,}451 - 0{,}031638$

$= 1{,}419$ Mtr.

Die Wassertiefe in 500 Mtr. Entfernung oberhalb des Wehres:

$$\Delta c = \frac{1{,}419 \cdot 7\, b - \left(A + B \frac{4{,}5}{1{,}419 \cdot 7}\right) \frac{4{,}5}{1{,}419 \cdot 7} (7 + 2 \cdot 1{,}419)}{1{,}419 \cdot 7 - \frac{7}{9{,}81}\left(\frac{4{,}5}{1{,}419 \cdot 7}\right)^2} \cdot l$$

$$= \frac{9{,}933\, b - \left(A + B \frac{4{,}5}{9{,}933}\right) \frac{4{,}5}{9{,}933} \cdot 9{,}838}{9{,}933 - \frac{7}{9{,}81}\left(\frac{4{,}5}{9{,}933}\right)^2} \cdot l$$

$$= \frac{0{,}00389820 - 0{,}00084624}{9{,}933 - 0{,}4802805} \cdot l$$

$$= \frac{0{,}00305196}{9{,}4527195} \cdot l$$

$= 0{,}0003230 \cdot 100$

$= 0{,}0323$

$c = 1{,}419 - 0{,}0323$

$= 1{,}386$ Mtr.

die Wassertiefe für 100 Meter Entfernung oberhalb des Wehres:

$$x = \frac{1.386\cdot4\cdot b - \left(A + B\frac{4.5}{1.386\cdot4}\right)\frac{4.5}{1.386\cdot4}(4+2\cdot1.386)}{1.386\cdot4 - \frac{4}{9.81}\left(\frac{4.5}{1.386\cdot4}\right)^2}\cdot l$$

$$= \frac{9.702\cdot b - \left(A + B\frac{4.5}{9.702}\right)\frac{4.5\cdot9.472}{9.702}}{9.702 - \frac{4}{9.81}\left(\frac{4.5}{9.702}\right)^2}\cdot l$$

$$= \frac{0.00380755 - 0.000878448}{9.702 - 0.1535080}\cdot l$$

$$= \frac{0.00292907}{8.5484920}\cdot l$$

$$= 0.00034264\cdot100$$

$$= 0.034264$$

$$t = 1.386 - 0.034264$$

$$= 1.351 \text{ Meter}$$

Demnach wird ~~in~~ 100 Meter oberhalb des Wehres die Stauhöhe gleich sein 1.351 − 0.8

= 0.551 Meter. –

5. Es ist für ein Gefälle von $9\frac{1}{2}$ Meter die Anordnung und Berechnung eines oberschlägigen Wasserrades zu machen, welches bei einem Aufschlage von 12 Kubikmeter p. m. $4\frac{1}{2}$ Umdrehungen macht.

Bezeichnet H das ganze Gefälle und h dasjenige, welches der Geschwindigkeit des einfallenden Wassers zukommt, so ist der Halbmesser des zu bauenden Rades:

$$R = \frac{H-h}{2} \quad \text{da aber } h = \frac{1.1\,c^2}{2g} \text{ und}$$

$$c = 1.2\,v = \frac{3}{2}\cdot\frac{\pi R n}{30}$$

$$R = \frac{H - \frac{\left(\frac{3}{2}v\right)^2\cdot1.1}{2g}}{2}$$

wo v die Umfangsgeschwindigkeit des Rades bedeutet. Zur weiteren Bestimmung ~~des~~ Halbmessers ist nun:

$$2R = H - \frac{\frac{9}{4}\left(\frac{3.141}{30} - \frac{9R}{2}\right)^2 1.1}{2g}$$

$$2R = H - \frac{9}{8g}\left(\frac{3,141}{30}\cdot\frac{9}{2}R\right)^2 1,1$$

$$= H - \frac{1,1\cdot 9}{8\cdot 9,81}\cdot\frac{3,141^2}{900}\cdot\frac{9^2}{4}\cdot R^2$$

$$= H - \frac{1,1}{8\cdot 1,09}\cdot\frac{3,141^2}{100}\cdot\frac{9}{4}R^2$$

$$R^2 + \frac{2\cdot 8\cdot 1,09\cdot 400}{3,141^2\cdot 9\cdot 1,1}R = \frac{H\cdot 8\cdot 1,09\cdot 400}{3,141^2\cdot 9\cdot 1,1}$$

$$R = -\frac{8\cdot 1,09\cdot 400}{3,141^2\cdot 9\cdot 1,1} + \sqrt{\left(\frac{8\cdot 1,09\cdot 400}{3,141^2\cdot 9\cdot 1,1}\right)^2 + \left(\frac{8\cdot 1,09\cdot 400}{3,141^2\cdot 9\cdot 1,1}\right)\frac{9}{2}}$$

$$= -35,41 + \sqrt{35,41^2 + 35,41\cdot\frac{9}{2}}$$

$$= -35,41 + \sqrt{1245,204 + 339,245}$$

$$= -35,41 + \sqrt{1614,449}$$

$$= -35,41 + 40,18$$

$R = 4,77$ Meter. –

Die Breite des Radkranzes sei $= 10'' = \frac{1}{42}$ Meter, woraus, wenn das Wasser nur den vierten Theil der Schaufeln ausfüllen soll, die Radweite folgt:

$$w = \frac{120\cdot m}{\pi u\cdot R\cdot b}$$

$$= \frac{120\cdot\frac{12}{60}}{3,141\cdot 4,77\cdot\frac{9}{2}\cdot\frac{1}{42}}$$

$$= \frac{120\cdot\frac{1}{5}\cdot 2\cdot 42}{3,141\cdot 4,77\cdot 9}$$

$$= \frac{8\cdot 2\cdot 14}{141,04} = \frac{224}{141,04}$$

$w = 1,59$ Meter. –

Macht man die Entfernung der einzelnen Schaufeln von einander gleich $10''$, so erhält man die Schaufelanzahl $n = \frac{2\pi R}{\frac{1}{42}}$

$$= 3,141\cdot 4,77\cdot 8,2$$

$= 147,9$ welche Anzahl jedoch

zweckmäßiger als auf 100 reducirt wird, weil bei jener die Entfernung der einzelnen Schaufeln von einander zu klein werden würde.—

Legt man den Theilkreis in das Mittel der Kranzbreite, so hat man für den Ablenkungswinkel δ:

$$\frac{a}{\frac{1}{2}b} = \frac{tg\,\delta}{1}$$

$$tg\,\delta = \frac{2\pi R}{100} : \frac{1}{2}b$$

$$= \frac{2\pi R}{100 \cdot 0{,}119}$$

$$= \frac{4{,}47 \cdot 6{,}282}{11{,}9}$$

$$= 2{,}4434$$

$$\log tg\,\delta = 10{,}3880439$$

$$\delta = 67^\circ\ 44'\ 14''$$

man kann aber wenn die Geschwindigkeit des Rades nicht bedeutend ist, $\delta = 70^\circ$ annehmen.—

Beaufschlagung des Rades: Das Wasser fällt von einer gewissen Höhe herab auf das Rad, die in einer Parabel, welche der Geschwindigkeit des Wassers und dem Einfallswinkel α entspricht. Das Gefälle legt man vortheilhaft an die Tangente dieser Parabel und es ist gut dasselbe etwas näher an das Rad zu bringen, weil das Wasser bei seinem Sturze an Kraft verliert. Der Einfallswinkel $\alpha = 90 + \beta - (\varphi + \delta)$, da der Winkel β, unter dem das Wasser in das Rad fällt, $= \frac{360}{100} \cdot 2$ wenn das Wasser nämlich bei der zweiten Schaufel einfällt,

$$\beta = 7^\circ\ 12' \text{ und}$$

$$\sin\varphi = \frac{r}{R}\cos\delta = \frac{2}{3}\cos\delta$$

$$\log \sin\varphi = 0{,}3010300 + 9{,}5340517 - 0{,}4771213$$

$\log \sin\varphi = 9.3549604$

$\varphi = 13^\circ 10' 41''$,

$\alpha = 90^\circ + 7^\circ 12' - (70 + 13^\circ 10' 41'')$

$= 14^\circ 1' 19''$.

Die Geschwindigkeit, mit der das Wasser auf das Radschaufel ist $c = \frac{3}{2} v = \frac{3}{2} \cdot \frac{\pi R n}{30}$

$= \frac{3.141 \cdot 4.43 \cdot 9}{2 \cdot 10 \cdot 2}$

$c = 3.159$ Mtr.

$v = 2.106$ Mtr.

Hieraus folgt die Berechnung des Scheitels der Parabel und zwar ist zunächst die Abscisse des Scheitelpunktes

$a = \frac{c^2 \sin\alpha^2}{2g}$

$= \frac{3.159^2 (\sin 14^\circ 1' 19'')^2}{19.62}$

$\log a = 0.9990992 + 0.7686812 - 2 - 1.2926990$

$= 0.4750814 - 2$

$a = 0.02985$ Meter,

ferner ist die Ordinate

$b = \frac{c^2 \sin 2\alpha}{2g}$

$= \frac{3.159^2 \cdot \sin 28^\circ 2' 38''}{19.62}$

$\log b = 0.9990992 + 0.6722343 - 1 - 1.2926990$

$= 0.3786345 - 1$

$b = 0.239$ Meter. —

In Bezug auf die Wirkung des Rades hat man zwei verschiedene, eine durch Stoß und eine andere durch Druck, zu berücksichtigen; die erstere durch Stoß:

Stoßwirkg. $= 102 \left(c \sin(\varphi + \delta) - v\right) v m$.

Wasserverbr. $= 102(3{,}159 \sin 83^\circ 10' 41'' - 2{,}106)\, 2{,}106\, m$

$= 102(3{,}1375 - 2{,}106)\, 2{,}106 \cdot m$

$= 102 \cdot 1{,}031 \cdot 2{,}106 \cdot m$

$= 221{,}5$ Mk m.

Die Wirkung durch Druck zerfällt in Hinsicht auf das Gefälle in drei Theile, deren einer der erste vom Einfallspunkte bis zum Radmittel $h_1 = R \cos\beta = 4{,}41 \cos 7^\circ 12'$

$= 4{,}4094$ Lachter;

der zweite Theil vom Radmittel bis zum Ausgußpunkte ist $h_2 = R \sin v$, wo v der hierzu gehörige Centriwinkel ist; der dritte Theil vom Ausgußpunkte bis zum Punkte, bei welchem sich kein Wasser mehr in den Schaufeln befindet $h_3 = R \sin\delta - h_2$, wo R der Halbmesser des Rades ist. Um diesen letzten Zeitpunkt zu bestimmen ist der Winkel [illegible] und um diesen zu finden, muß zunächst a_0 der Querschnitt des sich in einer Schaufel befindlichen Wasserquantums berechnet werden:

$$a_0 = \frac{60 \cdot m}{n \cdot u \cdot w}$$

$$= \frac{60 \cdot \frac{1}{5}}{\frac{9}{2} \cdot 100 \cdot 1{,}159}$$

$$= \frac{24}{9 \cdot 159}$$

$$= 0{,}0167 \text{ qm}.$$

Nun ist $\operatorname{tg} r = \frac{J - D \cdot a_0}{\frac{1}{2} b^2}$, wo J das zwischen zwei verlängerten Zirkelschaufeln gelegene Stück des Radkranzes und D das durch die Schaufelschnitt vom letzteren abgeschnittene Stück bedeutet. Es ist aber ferner:

$$J = \left(\frac{2\pi R}{100} + \frac{2\pi(R-b)}{100}\right)\frac{b}{2}$$

$$= \frac{2\pi}{100}\cdot\frac{(2R-b)b}{2}$$

$$= \frac{3{,}141}{100}\cdot(8{,}94-0{,}237)\frac{1}{41{,}2}$$

$$= \frac{3{,}141\cdot 8{,}703}{420}$$

$$= 0{,}065\ \text{qm}$$

$$D = \frac{\frac{2\pi R}{100}\cdot\frac{1}{41{,}2}\cdot\frac{1}{2}}{2}$$

$$= \frac{\pi R}{100\cdot 8{,}4}$$

$$= \frac{14{,}04027}{840}$$

$$= 0{,}016714\ \text{qm}$$

ferner ist $\operatorname{tg}\nu = \dfrac{0{,}065-0{,}0167-0{,}0167}{\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{41{,}2}\right)^2}$

$$= 0{,}0316\cdot 2\cdot 41{,}2^2$$

$$\log \operatorname{tg}\nu = 10{,}0472154$$

$\nu = 48^\circ\ 6'\ 30{,}3''$ woraus folgt:

$$h_2 = R\sin\nu$$

$$= 4{,}47\sin 48^\circ\ 6'\ 30{,}3''$$

$$\log h_2 = 0{,}6503075 + 0{,}8718114 - 1$$

$$= 0{,}5221189$$

$h_2 = 3{,}327$ Mtr., ferner:

$$h_3 = R_1\sin\delta - h_2$$

$$= \left(R - \frac{b}{2}\right)\sin\delta - h_2$$

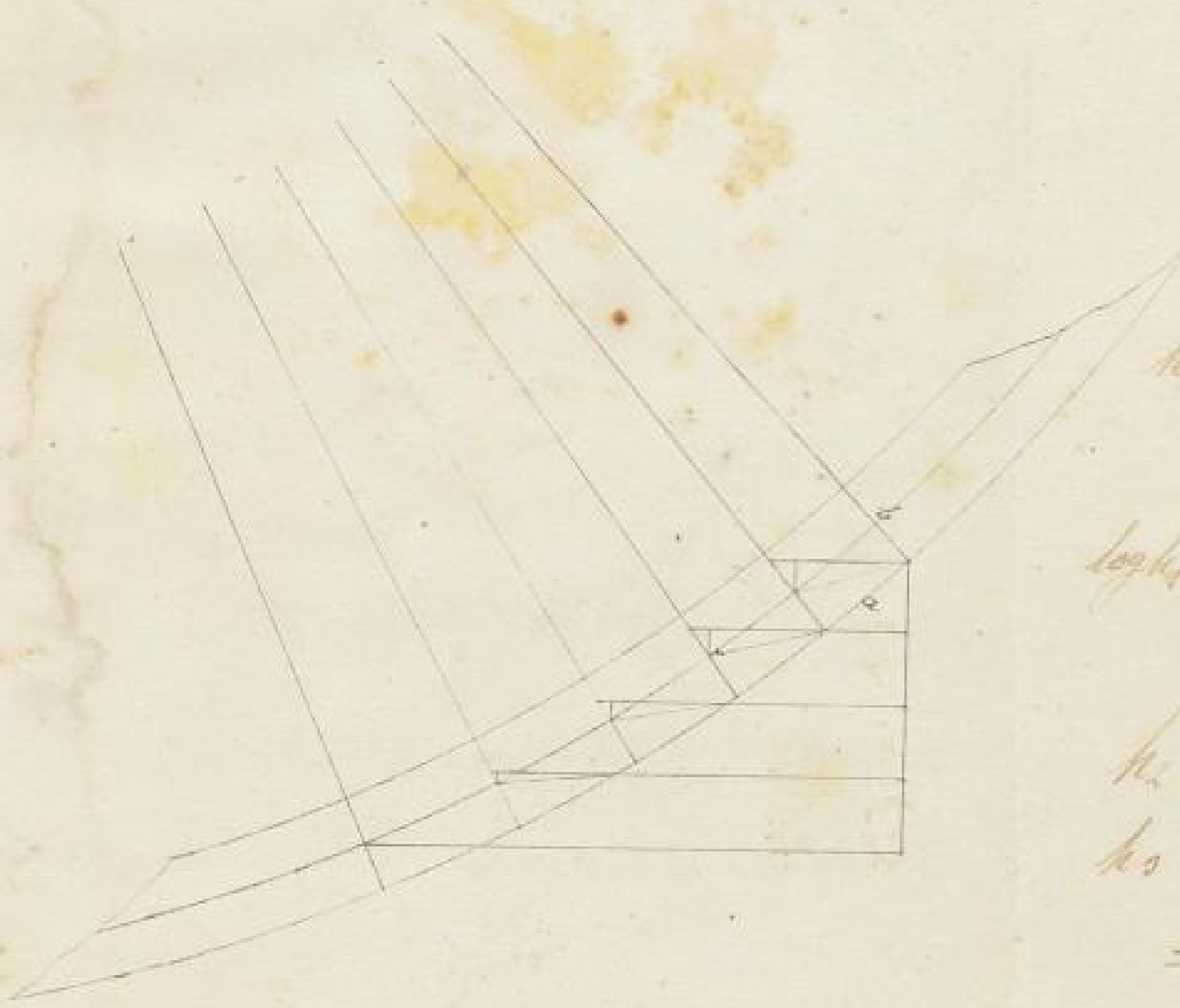
$$= 4{,}351\sin\delta - h_2$$

$$= 4{,}351\sin 70 - 3{,}327$$

$$= 4{,}088 - 3{,}327$$

$= 0{,}761$ Mtr.

Zur Bestimmung der mittleren Wassermenge m_1 die von der Höhe h_3 herabfließt, folgt aus der Zeichnung, wenn man h_3 in seiner



Theile theilt und die Durchschnitte der in den Schaufeln enthaltenen verschiedenen Wassermassen, mit a_0 a_1 a_2 a_3 bezeichnet:

$$a_0 = 0{,}0167^{qm.}$$

$$a_1 = \frac{0{,}32 \cdot 0{,}075}{2} = 0{,}012^{qm.}$$

$$a_2 = \frac{0{,}306 \cdot 0{,}046}{2} = 0{,}007^{qm.}$$

$$a_3 = \frac{0{,}294 \cdot 0{,}026}{2} = 0{,}0038^{qm.}$$

woraus $m_1 = \frac{a_0 + 4(a_1 + a_3) + 2a_2}{12 \cdot a_0} m$

$$= \frac{0{,}0167 + 4(0{,}012 + 0{,}0038) + 2 \cdot 0{,}007}{12 \cdot 0{,}0167} m$$

$$= \frac{0{,}0167 + 0{,}0632 + 0{,}014}{0{,}2004} m$$

$$= \frac{0{,}0939}{0{,}2004} m$$

$$= 0{,}468 m^{mk.}$$

die Gesammtwirkung des Wasserrades ist sonach:

$$P = (221{,}53 + (4{,}434 + 3{,}327 + 0{,}468 \cdot 0{,}761))^{m}$$

$$= (221{,}53 + 8117{,}148) \frac{1}{5}$$

$$= 1667{,}735^{mk.}$$

die Totalleistung des Rades ist $= \frac{19}{2} \cdot 1000 \cdot \frac{1}{5}$ $= 1900$ daher der Wirkungsgrad desselben $\frac{1667{,}735}{1900} = 0{,}87.$

die Centrifugalkraft braucht bei diesem Rade nicht berücksichtigt zu werden, weil die Umdrehungszahl des Rades so gering ist, daß der Einfluß derselben unbedeutend sein würde.

6. Man soll für ein Gefälle von 2 m. und eine Wassermenge von 30 $^{cm.}$ p. min. eine Turbine entwerfen und berechnen, welche p. m. 50 Umdrehungen macht.

Zunächst folgt sogleich aus der Aufgabe die Geschwindigkeit des innern Umfanges der Turbine, die man am zweckmäßigsten gleich der Geschwindigkeit macht, welche dem gegebenen Gefälle h entspricht, d. i. mit Rücksicht auf die Unvollkommenheit des Ausflusses aus dem Reservoir:

$$v = 0{,}95\sqrt{2gh}$$
$$= 0{,}95\sqrt{19{,}62\cdot 2}$$
$$= 0{,}95 \cdot 6{,}26$$
$$v = 5{,}947 \text{ Mtr.}$$

Hierdurch ist der innere Halbmesser der Turbine

$$R = \frac{v \cdot 30}{\pi \cdot u}$$
$$= \frac{30 \cdot 5{,}947}{3{,}141 \cdot 50}$$
$$= \frac{178{,}41}{157{,}05}$$
$$= 1{,}136 \text{ Mtr.}$$

Aus dem Winkel, den das äußerste Schaufelelement mit der Tangente des äußern Radumfanges einschließt, $\delta = 10^\circ$ und dem äußern Halbmesser $R_1 = \frac{4}{3}R = \frac{4}{3} \cdot 1{,}136 = 1{,}514$ Mtr. folgt die Kranzbreite $= 1{,}514 - 1{,}136 = 0{,}378$ Mtr.

Es ist ferner der Winkel, den das innerste Schaufelelement mit der Tangente des innern Radumfanges einschließt $\beta = 90^\circ$; die Geschwindigkeit des äußern Radumfanges, welche gleich der Geschwindigkeit c_2, mit welcher das Wasser aus dem Rade austritt, entspricht,

$$v_1 = v\frac{R_1}{R} = \frac{4}{3} \cdot 5{,}947$$
$$= 7{,}929 \text{ Mtr} = c_2.$$

Hieraus folgt die Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in die Schaufeln einfällt:

$$c_1 = \frac{R_1}{R} \cdot \frac{v_1 \sin\delta}{\sin\beta}$$

$$= \frac{4}{3} \cdot 7,929 \sin 10^\circ$$

$$= 10,572 \sin 10^\circ$$

$$\log c_1 = 1,0241572 + 0,2396702 - 1$$

$$= 0,2638274$$

$$c_1 = 1,835 \text{ Mtr.}$$

Die Geschwindigkeit des Wassers, welche dasselbe während des Ausflusses aus den Leitschaufeln in das Rad hat, wo auch jene schon durch die Stöße verringert werden, ist:

$$c = \sqrt{c_1^2 + v^2} = \sqrt{1,835^2 + 5,947^2}$$

$$= \sqrt{38,734}$$

$= 6,223$ Mtr. wovon die Geschwindigkeit des Wassers an der Stelle, die nach seinem Verlust erhalten hätte,

$$= \frac{6,223}{0,95} = 6,55 \text{ Mtr.}$$

Die erforderliche Radweite ist:

$$e = \frac{M}{2\pi R_1 v_1 \sin\delta}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}}{2 \cdot 3,141 \cdot 1,514 \cdot 7,929 \cdot \sin 10^\circ}$$

$$\log e = 1 - 1,4181424$$

$$= 0,5818576 - 2$$

$$e = 0,038 \text{ Mtr.}$$

Der Winkel, den das äußerste Element der Leitschaufeln mit der Tangente des inneren Umkreises des Radkranzes einschließt, wird bestimmt durch die Formel:

$$\cot\alpha = \left(\frac{R_1}{R}\right)^2 \sin\beta - \cot\beta$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^2 \sin 90^\circ - \cot 90^\circ$$

$\log \cot g\, \alpha = 1,2041200 - 0,9542426$

$= 10,2498774$

$\alpha = 29^\circ\, 21'\, 28''.$

Die Schaufelanzahl ist, wenn man als Entfernung der einzelnen Schaufeln 0,038, der Größe der Radweite, annimmt:

$$n = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{0,038} = \frac{2 \cdot 3,141 \cdot 1,136}{0,038}$$

$$= \frac{3,568146}{0,019}$$

$= 182,52$; diese Anzahl dürfte jedoch zu groß sein, daher man hiefür 180 Schaufeln anzunehmen nöthig hat. Hieraus folgt die Entfernung der Schaufeln von einander an der inneren Peripherie des Kranzes $= \frac{1,136 \cdot 3,141 \cdot 2}{180}$

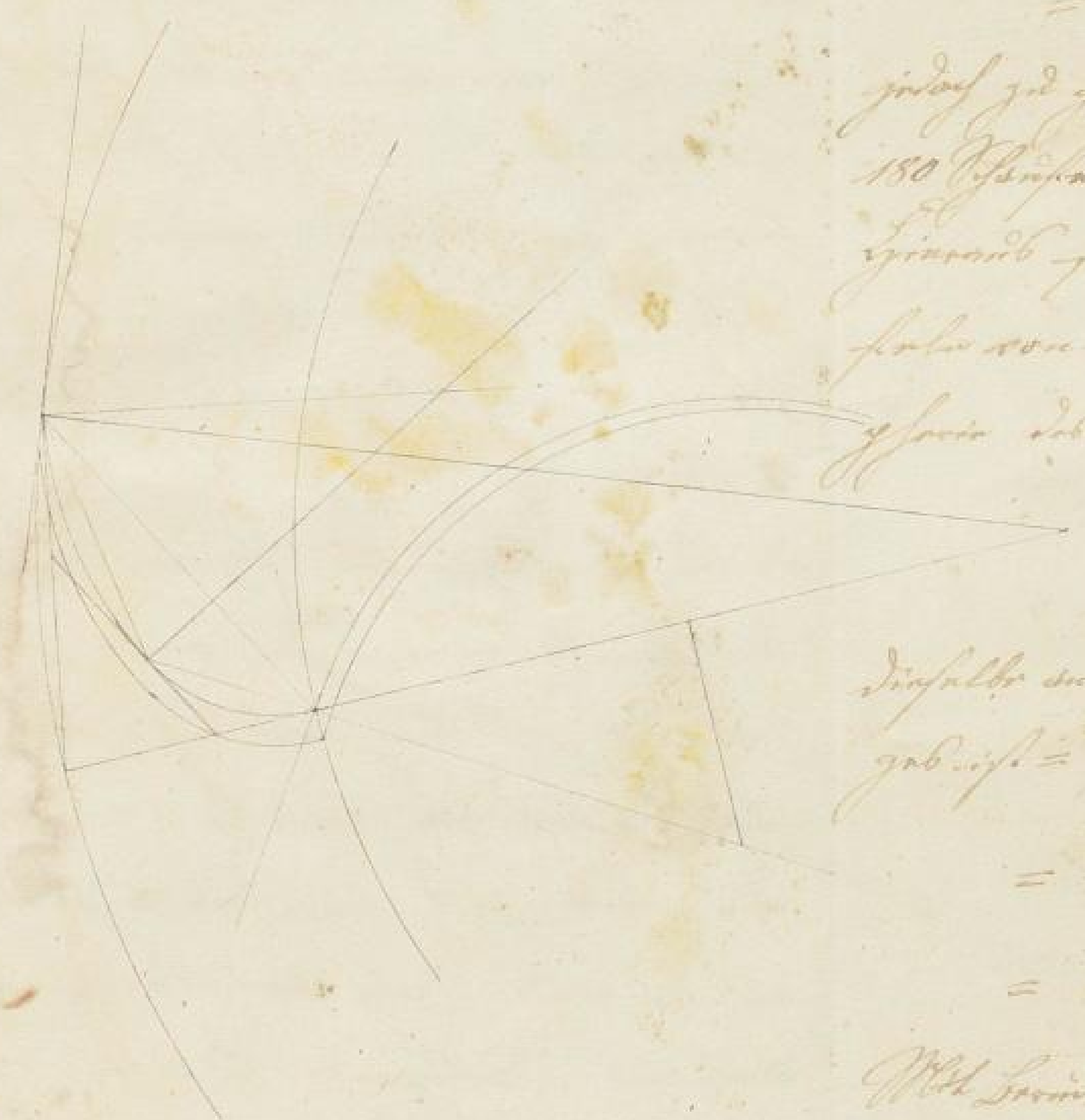
$$= \frac{3,568146}{90}$$

$= 0,03905$ Mtr,

dieselbe an der äußeren Peripherie des Kranzes ist $= \frac{2 \cdot 3,141 \cdot 1,514}{180}$

$$= \frac{4,755474}{90}$$

$= 0,0528$ Mtr.



Mit Berücksichtigung der Reibung des Wassers an der Spitze und den Canälen ist endlich die Wirkung der Turbine:

$$Pr = \left[\left(1 - \left(\frac{R_1}{R}\, \delta\right)^2\right) 2g \cdot h - 0,01 \cdot \frac{l(b+c)}{2g \cdot b \cdot c} \left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)^2\right] mq,$$

wo $b = 0,029$ die mittlere Entfernung der Schaufeln von einander und $l = 0,64$ die Länge der Schaufeln ist.

$$Pr = \left[\left(1 - \left(\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{180} \cdot 3,141\right)^2\right) 9,9 \cdot 2 - 0,01 \cdot \frac{0,64(0,029 + 0,038)}{19,62 \cdot 0,029 \cdot 0,038} (4,582^2)\right] mq$$

$$P_r = \left[\left(\left(1 - \frac{4}{3}\cdot\frac{0,8111}{180}\right)^2\right) 09,2 - \frac{0,0064 \cdot 0,087 \cdot 4,882}{19,62 \cdot 0,029 \cdot 0,038}\right] m\gamma$$

$$= (1,4025606 - 0,1619232)\, m \cdot \gamma$$

$$= 1,2406374 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1000$$

$$= 620,3187 \text{ mk.}$$

Die disponible Arbeit ist $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1000 = 1000$ mk, daher der Wirkungsgrad dieser Turbine 0,62 —

7. Die Anordnung und Berechnung einer einstiefligen Wassersäulenmaschine für 33 Mtr. Gefälle und 1 Cubikmeter Wasser p. m. zu machen.

Im Allgemeinen gilt für jede Wassersäulenmaschine, daß es zweckmäßiger ist, dieselbe wenig Schübe machen zu lassen, ihr gegentheils aber einen großen Hub zu geben, weil in diesem Falle weniger Kraft zur Erzeugung der Wendung erfordert wird. Es habe die zu berechnende Maschine einen Hub von 3 Meter und sie mache in der Minute 2 Schübe.

Da der Treibkolben den Weg von 3 Meter in der Minute viermal zurücklegt, so wird der Weg des Kolbens p. m $= 4 \cdot 3 = 12$ Mtr. und derselbe pro sec. $= \frac{12}{60} = 0,2$ Mtr.

Der Kolben geht in der Minute zweimal auf und nieder, daher braucht er zu jedem Auf- und Niedergange $\frac{60}{4} = 15$ Secunden Zeit. Bei jedem Aufgange ist aber $\frac{1}{2}$ C.M. Wasser erforderlich, folglich für jede Sec. $= \frac{1}{2} : 15 = 30$ Cub.Mtr. $= M$.

Nun ist aber, wenn M die für jeden Aufgang erforderliche Wassermenge ~~ist~~ und v den Hub des Kolbens p. sec. bezeichnet: $M = A v$, worin A den Querschnitt des Treibkolbens folgt: $A = \frac{M}{s_1} = \frac{\frac{1}{30}}{0,2}$

$= 0,167$ □ Meter.

Den Querschnitt der Einfallkästen und des Communicationsrohrs zwischen dem Treib- und Steuercylinder macht man in der Regel $a = \frac{1}{3} A$, d.i.

Nimmt man die Höhe des Communicationsrohrs gleich 0,2 Mtr. an, so erhält man die Breite für dasselbe = 0,275 Mtr.

$a = \frac{0,166}{3} = 0,055$ □ Meter. F

Macht man nun den Fläche des Steuerkolbens $A_1 = \frac{1}{3} A = 0,055$ □ Meter, die des Treibkolbens im Steuercylinder:

$A_2 = \frac{4}{3} A_1$ oder $= \frac{4}{9} A = 0,074$ □ Mtr., so folgt die Menge des pro Spiel nöthigen Steuerwassers $= A_2 s_1 = 0,074 \cdot 0,2$

$= 0,0148$ Cubikmtr.

Weil man soviel Wasser nöthig hat, um die Steuerung zu bewegen, und dieses für den Treibcylinder verloren geht, so kann man auch nicht dem Treibkolben die vorher angegebene Größe geben, sondern, da $As = As - A_2 s_1 = 0,501 - 0,0148$

$= 0,4852$ Cubikmtr. $= M$,

demselben nur $A = \frac{M}{s} = \frac{0,4852}{3}$

$= 0,1614$ □ Meter zugestehen.

Hieraus folgt der Durchmesser des Treibkolbens $D = 2\sqrt{\frac{0,1614}{\pi}}$

$= 0,452$ Meter

die Breite der Liderung $b = 0,15$ Meter.

Die Arbeit der Maschine p. sec ist:

$= \frac{A n s}{60} \cdot H\gamma$

$= \frac{35 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 0,1614 \cdot 1000}{60}$

$= \frac{35000 \cdot 0,4852}{30}$

Arbeit d. Masch. = 582,4 Meter Kilogramm;

von dieser Leistung hat man aber noch Kräfte abzurechnen, welche zu Ueberwindung von Hindernissen nöthig sind und es wird, wenn man diese Verluste an Kraft durch ihnen entsprechende Wassersäulen angiebt, die reine Leistung der Maschine

$$P = A\left(H - \Sigma(h)\right)\gamma.$$

1. Zunächst hat man einen Verlust an Kraft wegen der Reibung des Treibekolbens:

$$h_1 = 4f\frac{b}{D}\cdot H$$
$$= 4\mu\cdot f\cdot H$$
$$= \frac{1}{10}H$$
$$= 3,5 \text{ Meter.}$$

2. Widerstandshöhe wegen der Reibung der beiden Kolben im Wendecylinder:

der Durchmesser vom Kolben K_2 ist $x = 2\sqrt{\frac{0,074}{3,141}}$

$$= 2\cdot 0,153$$
$$= 0,306 \text{ Mtr.,}$$

derselbe vom Wendekolben K_1 ist $y = 2\cdot\sqrt{\frac{0,065}{3,141}}$

$$= 2\cdot 0,132$$
$$= 0,264 \text{ Mtr.,}$$

hiernach die Reibung an beiden Kolben:

$$F = f\pi\cdot b_1\cdot H\gamma\,(x+y)\,.$$

wo $b_1 = 0,1$ Meter die Breite der Liederung ist,

d. i. $h_2 = f\pi\, b_1\,(x+y)\,H$

$$= 0,26\cdot 3,141\cdot 0,1\,(0,306+0,264)\,35$$
$$= 0,26\cdot 0,314\cdot 0,57\cdot 35$$
$$= 0,06\cdot 35$$
$$= 1,9 \text{ Meter.}$$

3. Wasserreibungswiderstand in den Röhren:

$$h_3 = 0{,}02\ \frac{l D^4}{d^5} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

wo $D = 0{,}452$ Mtr der Durchmesser des Treibekolbens, l die Länge der Röhren, $v = 0{,}2$ Mtr. Geschwindigkeit des Kolbens pro Sec und $d = 2\sqrt{\frac{0{,}055}{0{,}141}}$

$= 2 \cdot 0{,}132$

$= 0{,}264$ Mtr. der

Durchmesser der Einfallröhren ist. Hiernach ist:

$$h_3 = 0{,}02 \cdot 34 \cdot \frac{0{,}452^4}{0{,}264^5} \cdot \frac{0{,}2^2}{2 \cdot 9{,}81}$$

$$= 0{,}34 \cdot \frac{0{,}452^4}{0{,}264^3} \cdot \frac{0{,}04}{19{,}62}$$

$$= 0{,}0013 \cdot \frac{0{,}048}{0{,}00128}$$

$= 0{,}04$ Meter.

4. Widerstandshöhe wegen der Trägheit des Wassers:

$$h_4 = \frac{D^2}{d^2} \cdot \frac{l}{s} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

$$= \frac{0{,}452^2}{0{,}264^2} \cdot \frac{34}{3} \cdot \frac{0{,}04}{19{,}62}$$

$= \frac{0{,}905}{0{,}452} = 0{,}63$ Meter.

5. Höhe des für die Wirkung d. Wass. verloren gehenden Treibwasserstrahls:

$$h_5 = A_1 (s_3 + b_3) \cdot H$$

wo A_1 der Querschnitt des Steuerkolbens, s_3 die Höhe des Kommunikationskanals im Steuercylinder, und b_3 Höhe des Steuerkolbens oder der Steuerbewegung ist:

$$h_5 = 0{,}055\ (0{,}2 + 0{,}1)\ H$$

$$= 0{,}055 \cdot 0{,}3 \cdot 35$$

$= 0{,}057$ Meter.

6. Widerstandshöhe wegen Reibung am Zapfen:

$$h_6 = f \pi r z \cdot H$$

wo $r = 0{,}05$ der Halbmesser eines des Zapfens und $z = 0,2$ die vom Wasser gedrückte Höhe des Schwimmers ist: $h_0 = 0,2 \cdot 3,141 \cdot 0,05 \cdot 0,2 \cdot 35$

$= 0,628 \cdot 0,01 \cdot 35$

$= 0,22$ Meter.

Hieraus ist nun die Kraft der ganzen Maschine:

$P = A(H - \Sigma(h))\gamma$

$= 0,1674(35 - 6,375)\,1000$

$= 0,1674 \cdot 28,625 \cdot 1000$

$= 0,1674 \cdot 28625$

$= 4420,07$ Kilogramm.

Arbeit per Spiel $= Ps = 4220,07 \cdot 3$

$= 12660,21$ Kilogr.-Meter.

Arbeit per Sec. $\frac{Psn}{60} = \frac{12660,21 \cdot 2}{60}$

$= \frac{12660,21}{30}$

$= 422$ Mtr.-Kilogr.

Die disponible Arbeit der Maschine ist aber per Sec. $= m \cdot H \cdot \gamma$

$= \frac{1}{60} \cdot 35 \cdot 100$

$= 583,3$ Mtr.-Kilogr. der Wirkungsgrad der Maschine $e = \frac{422}{583,3} = 0,72$. —

8. Die Anordnung und Berechnung eines Dampfgöpels von 10 Pferdekräften mit niederm Druck zu machen.

Zunächst folge die Berechnung des Göpels und alsdann die der Dampfmaschine.

Es ist die Geschwindigkeit des Dampfgöpels $c = 1$ Meter, die Fördermasse $M = 450$ Kilogr. da die Maschine 10 Pferdekräfte haben soll. Hat man nun aus einem 200 Meter tiefen Schacht zu fördern, und ist das Gewicht einer $T = 260$ Kilogr. so hat man in der Formel $P = M + \Sigma(W)$ für den Göpel, wo W die verschiedenen Widerstände bezeichnet, zunächst der Widerstand des Seiles beim Biegen über die Seilscheiben zu berechnen. folgt

$$W_1 = \frac{\nu(M + 2J + Lg)}{r}$$

wo ν der Coefficient der Steifigkeit des Seiles $= 0{,}003$, $g = 1{,}1$ Kilogr. Gewicht von 1 Meter Drahtseil, und L die Länge der Förderteufe und $r = 1$ Mtr d. Halbmesser der Seilscheiben ist:

1. $$W_1 = 0{,}003\,(750 + 500 + 220)$$
$$= 0{,}003 \cdot 1470$$
$$= 4{,}41 \text{ Kilogr.}$$

2. Ist das Gewicht einer Seilscheibe $= 260$ Kilogr., und der Halbmesser ρ derselben im Zapfen $= 0{,}025$ M., so ist der Widerstand wegen Zapfenreibung:

$$W_2 = f\frac{\rho}{r}\left(2G + (M + 2J + Lg)\right)$$
$$= 0{,}08 \cdot 0{,}025\,(400 + 750 + 500 + 220)$$
$$= 0{,}002 \cdot 1870$$
$$= 3{,}74 \text{ Kilogr.}$$

3. Widerstand wegen Steifigkeit des Seiles:

$$W_3 = \frac{\nu}{b}\left(M + J + \tfrac{1}{2}Lg\right)$$

Zunächst muß daher hier der Werth für b gesucht werden, welches den Halbmesser des Korbes bezeichnet. Macht der Kolben der Maschine in der Minute 15 Hübe, so ist b_1 der Halbmesser des Kreises, welches ein Punkt, an seinem Umfange 1 Meter Geschwindigkeit $\left(v = \frac{2\pi b \cdot n}{60}\right)$ hat:

$$b_1 = \frac{60 \cdot v}{2\pi n}$$
$$= \frac{60}{2 \cdot 3{,}141 \cdot 15}$$
$$= \frac{60}{93{,}75} = 0{,}64 \text{ Meter.}$$

Verhält sich $\frac{b}{b_1} = \frac{10}{4}$ so ist $b = \frac{10 \cdot b_1}{4}$

$$= \frac{6{,}4}{4} = 1{,}6 \text{ Meter.}$$

Hiernach ist nun:

$$W_3 = \frac{0{,}003}{1{,}6}(750 + 250 + 110)$$
$$= \frac{0{,}003 \cdot 1110}{1{,}6}$$
$$= 2{,}08 \text{ Kilogr.}$$

4. Ist das Gewicht des gusseisernen Korbes mit der Welle $G_2 = 1300$ Kilogr. und der Zapfenhalbmesser desselben $r_2 = 0{,}075$ Meter und der Winkel, unter welchem das Seil von dem Korbe nach den Seilscheiben geht $\alpha = 45^{\circ}$, so ist der Widerstand wegen Zapfenreibung am Korbe:

$$W_4 = \frac{f r_2}{r}\left(G_2 - (M + 2T + Lq)\sin\alpha\right)$$
$$= 0{,}08 \cdot \frac{0{,}075}{1{,}6}\left(1300 - (750 + 500 + 220)\sin\alpha\right)$$
$$= \frac{0{,}006}{1{,}6}\left(1300 - 1470 \sin 45^{\circ}\right)$$
$$= \frac{0{,}006}{1{,}6}\left(1300 - 204{,}9\right)$$
$$= 4{,}09 \text{ Kilogr.}$$

5. Hat das Kronrad 100 Zähne $= N$ und verhält sich $\frac{r}{r_1} = \frac{10}{4}$, so hat das andere Rad $n = \frac{4 \cdot 100}{10} = 40$ Zähne. Hiernach ist der Widerstand wegen Reibung der Zähne:

$$W_5 = \left(M + \Sigma(W)\right)\left(f\pi\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{N}\right)\right)$$
$$= \left(750 + (4{,}41 + 3{,}74 + 2{,}08 + 4{,}09)\right) f\pi\left(\frac{21}{40}\right.$$
$$= (750 + 14{,}32)\, 0{,}16 \cdot 3{,}141 \cdot \frac{7}{200}$$
$$= 764{,}32 \cdot 0{,}00175$$
$$= 1{,}34 \text{ Kilogr.}$$

6. Widerstand wegen Reibung der im Gerüste des Getriebes. – Zur Bestimmung dieses Widerstandes muss zunächst das Gewicht des Schwungrades berechnet werden. Für dieses

Für Maschinen von 10 Pferdekräften sei der mittlere Halbmesser des Schwungrades = 1,5 m. seine Höhe im Schwungringe 0,15 m und Breite gleich 0,1 m. demnach der Querschnitt des Ringes ist 0,015 □M. — das Gewicht des Schwungrades ist gleich $G = (g_1 + g_2 + g_3)$; es stehen hier g_1 das Gewicht des Schwungringes, g_2 das der 6 Arme und g_3 das Gewicht der Welle von 1,5 Mt. Länge = l und 0,075 Mt. Halbmesser dieselben = ρ.

$g_1 = 2\pi r . a . 7200$

$= 2 . 3{,}141 . 1{,}5 . 7200 . 0{,}015$

$= 1045{,}0$ Kilogr.

$g_2 = n . r' . a . 7200$ wo n die Anzahl der Arme, r' die Länge der Arme und a der Querschnitt derselben ist:

$g_2 = 6 . 1{,}325 . 0{,}01 . 7200$

$= 572{,}4$ Kilogr.

$g_3 = \pi \rho^2 l = 3{,}141 . 0{,}075^2 . 1{,}5$

$= 124{,}44$ Kilogr.

Demnach $G = 1045 + 572{,}4 + 127{,}44$

$= 1744{,}4$ Kilogr.

Nun übt das auf der Welle sitzende Getriebe einen Druck auf den Zapfen aus; das Getriebe-Gewicht $G_2 = 150$ Kilogr.: demnach

$W_b = f \frac{\rho}{b} (G_1 + G_2)$

$= \frac{0{,}08 . 0{,}075}{0{,}64} . (150 + 1740)$

$= \frac{0{,}08 . 0{,}075}{0{,}64} . 1890$

$= 17{,}7$ Kilogr.

Dieses Gewicht ist auf den Umfang des Rades reducirt.

7. Widerstand wegen Zapfenreibung am Krummzapfen; ist für den Zapfenhalbmesser $\rho_4 = 0{,}037$ Mt. und der Weg $s = 1{,}0$ Mt., so ist: $W_7 = f\frac{\rho_4}{\frac{1}{2}s}(M + \Sigma(W))$

$$= \frac{0{,}08 \cdot 0{,}037}{0{,}5}(750 + 33{,}36)$$

$$= \frac{0{,}0029}{0{,}5} \cdot 783{,}36$$

$$= 4{,}55 \text{ Kilogr.}$$

8. Zapfenreibung am Balancier, derselbe sei $l = 4$ M. lang, in der Mitte 0,4 M. und an den Enden 0,125 Mtr. hoch und durchschnittlich 0,045 Mtr. breit. Sein Gewicht ist dann

$G_4 = 566{,}0.$

Nimmt man hierzu noch das Gewicht der Welle am Balancier, so ist $G_4 = 600$ Kilogr. Der Zapfenhalbmesser vom Balancier sei $\rho_5 = 0{,}05$ Mtr. Hiernach ist: $W_8 = f\frac{\rho_5}{\frac{1}{2}}G_4$

$$= \frac{0{,}06 \cdot 0{,}05 \cdot 600}{2}$$

$$= 0{,}003 \cdot 300 = 0{,}9 \text{ Kilogr.}$$

Reducirt man die am Verbindungsringe wirkende Kraft zur Ueberwindung von $(M + \Sigma(W))$ auf die Kolbenstange, wie die letzten W_8, so ist: $M + \Sigma(W_1 \div W_8)$ am Kolben

$$= (M + \Sigma(W_1 \div W_8))\frac{l_1}{\frac{l}{2}}$$

$$= (750 + 33{,}36)\frac{0{,}6}{0{,}5}$$

$$= 783{,}36 \cdot 1{,}2 = 940{,}0 \text{ Kilogr.}$$

Hiernach ist die ganze an der Kolbenstange wirkende

$Lq \doteq 940 + 4,55 + 0,9$ Kilogr.

$= 945,45$ Kilogr.

die Arbeit pro halben Spiel ist, da $s = 1$ Meter,

$\mathfrak{A} = 945$ Meter Kilogr.

Arbeit pro Spiel $\mathfrak{A} = 1888$ Meter Kilogr.

pro Sec. $\frac{\mathfrak{A}\,s\,n}{60} = \frac{2 \cdot 1888 \cdot 15}{60}$

$= 944$ Meter Kilogr.

Nun ist ferner die Dampfmaschine und die Menge ihrer Theile noch zu bemessen: Nimmt man erst den Durchmesser des Kolbens im Treibcylinder $D = \frac{1}{2}b = 0,5$ Meter, so ist die Kolbenfläche $A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{1}{16}\pi = \frac{3,141}{16} = 0,196$ □Meter, der Kolben soll nun pro Spiel eine Arbeit von $Aps = 944$ Kilogr. Meter ~~verrichten~~, dies giebt den Druck auf die Kolbenfläche A:

$$p = \frac{944}{As}$$

wo s der Hub des Kolbens gleich 1 Meter ist.

$$p = \frac{944}{0,196}$$

$= 4816,3$ Kilogr.

$= \frac{4816,3}{10333} = 0,46$ Atmosphären, welchen Werth auf 1 □Meter $= 2,34$ Atmosphären giebt.

Condensirt man den gebrauchten Dampf bis auf 0,1 Atmosphären und rechnet auf Ueberwindung der Widerstände an den Maschinentheilen, so wird der Druck auf 1 □Meter

$P = 2,34 + 0,1 + 0,5$ Atmosphären

$= 2,94$ Atm.

Um nun die erforderliche Dampfmenge,

zu finden, welche obigem Atmosphärendruck entspricht, nimmt man ~~den~~ die Höhe des schädlichen Raumes = 0,05 Meter an und es ist die Dampfmenge $m_1 = A(s+e) = A(1+0,05)$

$$= 0,196 \cdot 1,05$$

$$= 0,206$$

m_1 pro Sec. $= \frac{n}{60} \cdot 0,206$; und ist n die Anzahl der Spiele gleich 30 pro Minute, so ist:

$$m_1 \text{ pr. Sec} = \frac{1}{2} \cdot 0,206$$

$$= 0,103 \text{ Kubikmeter.}$$

Es verhält sich das Dampfvolumen zu dem nöthigen Speisewasservolumen wie $\frac{1}{\alpha + \beta P}$ d. i. $\frac{A(e+s)\frac{n}{60}}{m} = \frac{1}{0,0000424 + 0,00000005}$ woraus folgt das Speisewasservolumen:

$m = 0,001642 \cdot m_1$

$= 0,001642 \cdot 0,103$

$= 0,000171$ Kub. Meter

$= 0,171$ Kilogramm.

Hat man, den 1 Kilogramm Wasser in Dampf zu verwandeln, 0,16 Kilogr. Kohlenstoff nöthig, so ist die pro Sec. nöthige Menge Kohlen $K = \frac{(550 + t - T_1)}{7050} m$ wenn die ~~Temperatur~~ $t = 135,1^\circ$ und $T_1 = 40^\circ$ ist,

$$K = \frac{(550 + 135,1 - 40)}{7050} 0,171$$

$$= \frac{645,1 \cdot 0,171}{7050}$$

$$= \frac{110,3121}{7050}$$

$$= 0,0156 \text{ Kilogr.}$$

K pro Minute $= 0,936$ Kilogr.

K. pr. Stunde $= 55,16$ Kilogr.

Die Weite des Rohres zur Einführung des Dampfes in den Cylinder ist $d_1 = \frac{1}{4} D$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \text{ Meter.}$$

Die zum Condensiren nöthige Einspritzwassermenge ist $W = \left(\frac{550 + t - t_2}{t_2 - t_1}\right) D$ wo t = Temperatur des Dampfes $= 135°$; t_1 die Temperatur des Einspritzwassers $= 10°$; t_2 Temperatur, bis zu welcher ~~das~~ der Dampf condensirt werden soll $= 40°$. D = Dampfmenge pro Spiel $= 0{,}206$ Cub. Meter.

$$W = \left(\frac{550 + 135 - 40}{40 - 10}\right) 0{,}206$$

$$= \frac{550 + 95}{30} \cdot 0{,}206$$

$$= \frac{645}{30} \cdot 4{,}404 \text{ Kilogr.}$$

$$W \text{ pro Sec} = \frac{30}{60} \cdot 4{,}404$$

$$= 2{,}200 \text{ Kilogr.}$$

Da die Maschine doppelt wirkend und ohne Expansion ist, kann man den Dampfconsum im Kessel $D = 2 F l c$

$$= 2 \cdot 0{,}196 \cdot 1 \cdot 1{,}05$$

$$= 2 \cdot 0{,}206$$

$= 0{,}412$ Cub. Mtr. annehmen.

Es entspricht 1 Pferdekraft 1 □ Meter Heizfläche vom Kessel, daher 13 Pferdekräften entsprechen 13 □ Meter $= 2\pi r l$, welches letztere für die Länge des Kessels giebt $l = \frac{13}{2\pi r} = \frac{13}{2 \cdot 3{,}141 \cdot 0{,}25}$ wenn der Halbmesser $r = 0{,}25$ Meter ist;

$$l = \frac{13}{1{,}57050} = 8{,}1 \text{ Meter.}$$

Wegen der unvollkommenen Verbrennung

der Länge des Kessels mit dem Boden und wegen des Umstandes, daß die Hälfte des Kessels mit Mauerung umgeben ist, kann man den Halbmesser des Kessels doppelt so groß, also $r = 0,5$ Meter annehmen und es wird dann die Kesselstärke $d_1 = 0,001(n-1)r + 0,009$ wo n die Zahl der Atmosphären ist:

$$d_1 = 0,001(3-1)0,5 + 0,009$$
$$= 0,001 + 0,009$$
$$= 0,01 \text{ Meter.}$$

Durchgesehen im Juli 1895.

J. W.