2913

1

Aufgaben

in der

Bergmaschinenlehre

aufgelößt

von

Friedrich Eduard Kunze.

Bergacad. Lehrjhr. $18\frac{45}{46}$

97

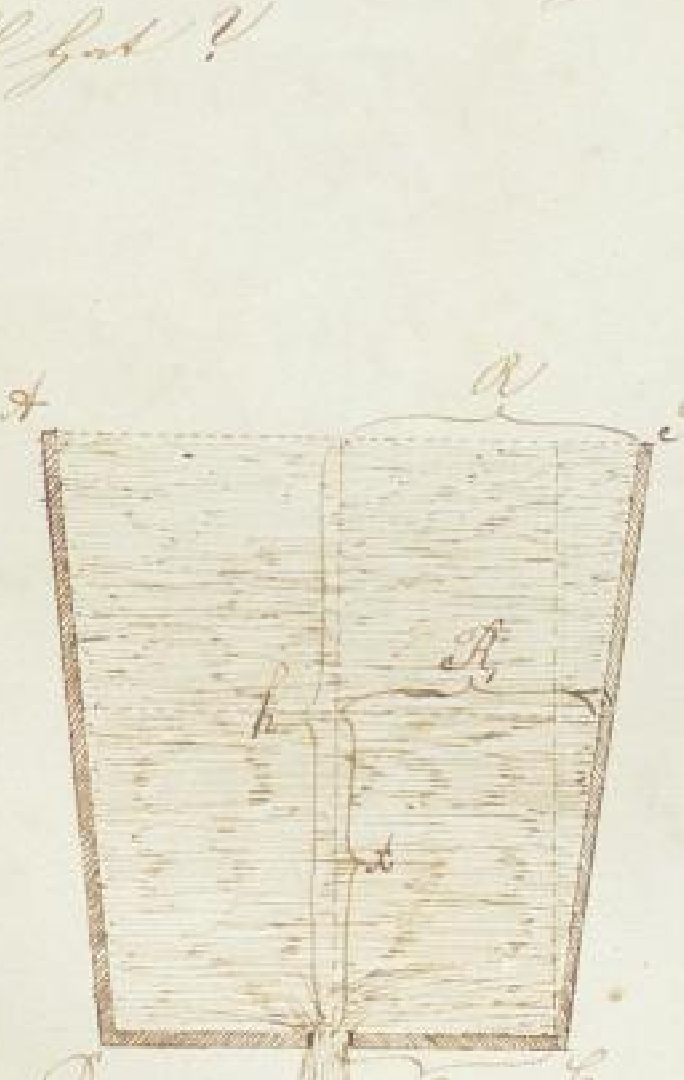
0

Nachträgliche Aufgaben aus der angewandten Mathematik.

Aufgaben.

I.

In welcher Zeit leert sich das conische Gefäß ABCD, wenn dessen obere Weite 4 Fuß, untere Weite 3 Fuß und die Höhe 5 Fuß beträgt, die Ausflußmündung aber einen Durchmesser von $2\frac{1}{2}$ Zoll hat?



Auflösungen.

I.

Es ist bei variablen Druckhöhen die Zeit t, nach welcher hier gefragt wird,

$$= \frac{1}{\mu a \sqrt{2g}} \int \frac{y\,dx}{\sqrt{x}},$$

eine Formel, in welcher μ den Ausflußcoefficienten $= 0{,}61$, a den Querschnitt der Ausflußmündung, y den Querschnitt des Wasserspiegels, der dem variablen Abstande des letzteren vom Boden des Gefäßes irgend einer Höhe x entspricht, so daß y eine Function von x ist. Wir würden nun aber nicht im Stande sein, $\int \frac{y\,dx}{\sqrt{x}}$ zu lösen, wenn wir eben y nicht als eine von x in irgend einer Weise abhängige Größe darstellen könnten. Hierzu führt uns folgendes Verfahren:

Setzen wir die Höhe des Gefäßes (5 Fuß) $= h$, den Halbmesser des Querschnitts AB für die Höhe $h = R$, den Halbmesser des horizontalen Querschnitts y des Gefäßes für irgend einen Abstand $x = R_1$ und den Halbmesser am Boden des Gefäßes CD ohne Berücksichtigung der Ausflußmündung,

…ung $= R_2$, so ist offenbar

$y = \pi R_1^2$.

Nun findet aber das Verhältniss Statt:

$$\frac{R-R_2}{R_1-R_2} = \frac{h}{x}, \text{ folglich ist}$$

$$h(R_1-R_2) = x(R-R_2) \text{ und}$$

$$R_1 = \frac{R-R_2}{h}\cdot x + R_2.$$

Mithin ergiebt sich für y der Werth

$$= \pi\left((R-R_2)\frac{x}{h}+R_2\right)^2.$$

Führen wir diesen in die Gleichung für t ein, so wird

$$t = \frac{1}{\mu a\sqrt{2g}}\int\left[\frac{\pi\left((R-R_2)\frac{x}{h}+R_2\right)^2 dx}{\sqrt{x}}\right]$$

$$= -\frac{\pi}{\mu a\sqrt{2g}}\int\left[\left(\frac{R-R_2}{h}\right)^2 x^2 + 2x\left(R_2\frac{R-R_2}{h}\right) + R_2^2\right]x^{-\frac{1}{2}}dx$$

$$t = -\frac{\pi}{\mu a\sqrt{2g}}\int\left[x^{\frac{3}{2}}dx\left(\frac{R-R_2}{h}\right)^2 + 2x^{\frac{1}{2}}dx\,\frac{R_2(R-R_2)}{h} + x^{-\frac{1}{2}}dx\,R_2^2\right]$$

$$= -\frac{\pi}{\mu a\sqrt{2g}}\left[\frac{x^{5/2}}{\frac{5}{2}}\left(\frac{R-R_2}{h}\right)^2 + \frac{2\cdot x^{3/2}}{\frac{3}{2}}\,\frac{R_2(R-R_2)}{h} + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}R_2^2\right]$$

$$= -\frac{\pi}{\mu a\sqrt{2g}}\left[\frac{2}{5}x^{5/2}\left(\frac{R-R_2}{h}\right)^2 + \frac{4}{3}x^{3/2}\frac{R_2(R-R_2)}{h} + 2x^{\frac{1}{2}}R_2^2\right]$$

$$= -\frac{2\pi}{\mu a\sqrt{2g}}\left[\frac{1}{5}x^{5/2}\left(\frac{R-R_2}{h}\right)^2 + \frac{2}{3}x^{3/2}\frac{R_2(R-R_2)}{h} + x^{1/2}R_2^2\right].$$

$$= -\frac{2\pi\sqrt{x}}{\mu a\sqrt{2g}}\left[\frac{1}{5}x^2\left(\frac{R-R_2}{h}\right)^2 + \frac{2}{3}x\frac{R_2(R-R_2)}{h} + R_2^2\right].$$

Nach der Aufgabe aber sind uns für das bestimmte Integral die Grenzen $x = 0$ und $x = h = 5$ gegeben; also ergiebt sich

$$t = \frac{2\pi\sqrt{5}}{0{,}61\,\pi\left(\frac{5}{48}\right)^2\sqrt{2\cdot34{,}64}}\left(\frac{1}{20}+\frac{1}{2}+\frac{9}{4}\right)$$

$$= \frac{2\sqrt{5}\,(0{,}05+0{,}5+2{,}25)}{0{,}61\left(\frac{5}{48}\right)^2\sqrt{69{,}28}},$$

$$= \frac{2\sqrt{5}\cdot2{,}8}{0{,}61\cdot\left(\frac{5}{48}\right)^2\sqrt{69{,}28}}.$$

$$t = \frac{2 \cdot 2{,}2360 \cdot 2{,}80}{0{,}61 \cdot (0{,}1042)^2 \sqrt{67{,}28}}$$

$$= \frac{2 \cdot 2360 \cdot 2{,}80}{0{,}61 \cdot 0{,}0075764 \cdot 4{,}101}$$

$$= \frac{1{,}56520}{2{,}502 \cdot 0{,}00270}$$

$$= \frac{1{,}56520}{0{,}0067804}$$

$t = 230{,}889$ Sekunden oder
$= 3$ Min. $50{,}889$ Sekunden.

II.

Wie viel Wasser liefert die Röhrenleitung A C B von 500 Fuß Länge und 3 Zoll Weite bei einer Druckhöhe von $h = 2\frac{1}{2}$ Fuß vorausgesetzt, daß die angulirende Drehklappe C in derselben 25° geöffnet ist.

II.

Die allgemeine Formel zur Bestimmung der Wassermenge lautet, wenn der Querschnitt der Ausflußmündung $= a$, die Ausflußgeschwindigkeit $= v$ ist:

$$m = av \text{ und}$$

$$v = \sqrt{2gh}.$$

In letzterem Werthe ist h statt die Druckhöhe. In dem vorliegenden Falle aber müssen wir auch den Widerstand beim Eintritt des Wassers in die Röhre, den Widerstand der Reibung des Wassers in der Röhre und den Widerstand, der durch die Drehklappe verursacht wird in Berücksichtigung ziehen. Bezeichnen wir den Coefficienten des erstgenannten Widerstandes mit ζ, den des zweiten mit ζ_1 und den des zuletzt genannten mit ζ_2, so haben wir:

$$v = \frac{\sqrt{2gh}}{\sqrt{1 + \zeta + \zeta_1 + \zeta_2}},$$

Diese Gleichung verwandelt sich, wenn wir $g = 34,64$ Fuß, $h = 2\frac{1}{2}$ Fuß, $\zeta = 0,505$, $\zeta_1 = 0,025\,\frac{l}{d} = 0,025 \cdot 200 = 50$ und ζ_2, bestimmt für die Oeffnung der Drehklappe von $25^0 = 2,462$ einführen, in folgende:

$$v = \frac{\sqrt{2 \cdot 34,64 \cdot \frac{5}{2}}}{\sqrt{1+0,505+50+2,462}}$$
$$= \sqrt{\frac{173,20}{53,967}}$$
$$= \sqrt{3,2093316270}$$
$$v = 1,48636 \text{ Fuß.}$$

Hiernach wird die Wassermasse, welche unter den gegebenen Bedingungen ausfließt:

$$m = a \cdot 1,46836$$
$$= \frac{\pi d^2}{4} \cdot 1,48636$$
$$= 3,141 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot 1,48636$$
$$= \frac{3,141 \cdot 1,48636}{64}$$
$$= \frac{4,66865676}{64}$$
$$= \frac{2,33432838}{32}$$
$$= \frac{0,58358207}{8}$$
$$m = 0,07294776 \text{ Kubikfuß.}$$

III.

Welches Gefälle erfordert ein Aufschlaggraben von 3500 Fuß Länge, welcher eine Wassermasse von Kubikfuß pro Sek. mit einer mittleren Geschwindigkeit von $1\frac{1}{4}$ Fuß fortführen und ein trapezoidales Querprofil mit $\frac{1}{2}$ füßiger Böschung erhalten soll?

III.

Man erhält, wenn man das zu bestimmende Gefälle des Aufschlaggrabens durch h, die Länge desselben l, den Umfang u, den Querschnitt a und die mittlere Geschwindigkeit des Wassers v nennt

$$h = A l \frac{u}{a} v + B l \frac{u}{a} v^2$$

Hierin ist der Factor A nach Du Buat für Metermaaß $= 0,000024265$ und $A/B = 0,00036537$, so wären uns mithin für unsere Aufgabe in dieser Formel u und a zur Bestimmung des gesuchten Gefälles noch nöthig:

Es wird

$$a = \frac{m}{v}$$
$$= \frac{10 \cdot 4}{5}$$
$$= 8 \text{ Fuß oder}$$
$$= \frac{16}{7} = 2,286 \text{ Meter.}$$

Ferner hat man:

$$u = 2x\left(\frac{2 - \cos\alpha}{\sin\alpha}\right), \text{ darin wird der}$$
$$x = \sqrt{\frac{a \sin\alpha}{2 - \cos\alpha}}, \text{ folglich:}$$
$$u = 2\sqrt{\frac{a\sin\alpha}{2 - \cos\alpha}}\left(\frac{2 - \cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$$
$$u^2 = 4 \cdot \frac{a \sin\alpha(2 - \cos\alpha)^2}{(2 - \cos\alpha)\sin\alpha^2}$$
$$= \frac{4 \cdot a(2 - \cos\alpha)}{\sin\alpha}$$
$$= \frac{4 \cdot 8(2 - \cos\alpha)}{\sin\alpha}.$$
$$= \frac{32(2 - \cos\alpha)}{\sin\alpha}.$$

Bestimmung von $\angle\alpha$:

$$\cot g\,\alpha = \frac{1}{2}$$
$$tg\,\alpha = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$
$$\log tg\,\alpha = 0,3010300 \text{ und}$$
$$\angle\alpha = 63^\circ 26' 5,''80.$$

Demnach ergiebt sich:

$$u^2 = \frac{32(2 - \cos 63^\circ 26' 5,''80)}{\sin 63^\circ 26' 5,''80}$$
$$= \frac{32(2 - 0,447264)}{0,8945404}$$
$$= \frac{32(1,552736)}{0,8945404}.$$

$$w^2 = \frac{49,687532}{0,984304}$$

$$= 55,5404$$

$$w = \sqrt{55,5404}$$

$$= 7,453 \text{ Fuß}$$

$$= 2,1294 \text{ Meter}.$$

Da nun aber:

$$\frac{lu}{a} = \frac{1000 \cdot 2,1294}{2,286}$$

$$= 932,371 \text{ Meter und}$$

$$v = \frac{5}{4} \cdot \frac{2}{7} \text{ Meter}$$

$$= \frac{10}{28}$$

$$= \frac{5}{14} \text{ Meter ist,}$$

so erhält man:

$$h = 0,0000242265 \cdot 932,371 \cdot \frac{5}{14} + 0,00036557 \cdot 932,371 \left(\frac{5}{14}\right)^2$$

$$= 0,0000242265 \cdot 932,371 \cdot \frac{5}{14} + 0,00036557 \cdot 932,371 \cdot \frac{25}{196}$$

$$= \frac{0,0000242265 \cdot 932,371 \cdot 70}{196} + \frac{0,00036557 \cdot 932,371 \cdot 25}{196}.$$

$$= \frac{932,371}{196}\left(0,0000242265 \cdot 70 + 0,00036557 \cdot 25\right)$$

$$= 4,757\,(0,001695855 + 0,00913925)$$

$$= 4,757\,(0,010837800)$$

$$h = 0,0515554146 \text{ Meter}$$

ca. 0,18 Fuß.

IV.

Wenn das Wasser in einem Flusse von 50 Fuß Breite, 4 Fuß Tiefe und 2 Fuß mittlerer Geschwindigkeit 5 Fuß hoch aufgestaut werden soll, von welcher Höhe ist

IV.

Es sey die Wehrhöhe = x, die Stauhöhe = h, die Höhe des Wasserspiegels über der Dammkappe = h_1, die Tiefe des Unterwassers = h_2, so wird:

das Wehr aufzustauen? Die Höhe, um welche sich ferner das Wasser 2000 Fuß oberhalb dieses Wehres noch aufstauen wird, ist

$$x = h - h_1 + h_2.$$

h_1 wird gefunden durch die Gleichung:

$$h_1 = -k + \left(\frac{3M}{2\mu b \sqrt{2g}} + k^{3/2}\right)^{2/3}$$

dabei ist k die Geschwindigkeitshöhe

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{16 \cdot v^2}{2g \cdot 81} = \frac{16 \cdot 2^2}{2g \cdot 81} = \frac{16 \cdot 2}{81 \cdot 34,65}$$

$= 0,0114$ Fuß.

Daher wird der Werth

$$h_1 = -0,0114 + \left(\frac{3 \cdot 4 \cdot 50 \cdot \frac{4}{9} \cdot 2}{2 \cdot 0,8 \cdot \sqrt{3082 \cdot 34,64}} + (0,0114)^{3/2}\right)^{2/3}$$

$$= -0,0114 + \left(\frac{16}{3 \cdot 0,8\sqrt{69,28}} + (0,0114)^{3/2}\right)^{2/3}$$

$$= -0,0114 + \left(\frac{20}{3\sqrt{69,28}} + (0,0114)^{3/2}\right)^{2/3}$$

$$= -0,0114 + \left(\frac{20}{24,96} + 0,012179\right)^{2/3}$$

$$= -0,0114 + (0,8014 + 0,01272)^{2/3}$$

$$= -0,0114 + (0,81412)^{2/3}$$

$$= -0,0114 + 0,8718844$$

$$= 0,8604844 \text{ Fuß.}$$

Substituiren wir diesen Werth in die Gleichung für x, so erhalten wir:

$$x = 5 - 0,8604844 + 4$$

$$= 9 - 0,8604844$$

$$= 8,1395156 \text{ Fuß.}$$

Die Stauhöhe in der Entfernung 2000 Fuß vom Wehre oberhalb ist

$$\Delta c = -\frac{u(\alpha v + \beta v^2)}{a - 2b\frac{v^2}{2g}} - u \sin\alpha$$

A und B sind schon in III angegebene Coefficienten; ferner ist $tg\,\alpha = \frac{h}{l} : 1,9$

worin wieder

$h = \frac{Au}{a} \cdot v + \frac{B \cdot bu}{a} v^2$ und

mithin $\operatorname{tg} \alpha = \cancel{1}{,}9\left(\frac{Auv}{a} + \frac{Buv^2}{a}\right)$.

$\frac{u}{a}$ aber stellt sich heraus:

$= \frac{58}{200} = 0{,}29$ Fuß oder resp. Meter

$v = \frac{4}{7}$ Meter und

$$\operatorname{tg}\alpha = 1{,}9\left(0{,}0000242 65 \cdot 0{,}29 \cdot \frac{4}{7} + 0{,}00036557 \cdot 0{,}29 \cdot \left(\frac{4}{7}\right)^2\right)$$

$$= 1{,}9\left(0{,}0000242 65 \cdot 0{,}29 \cdot \frac{4}{7} + 0{,}00036557 \times 0{,}29 \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7}\right)$$

$$= 1{,}9 \cdot 0{,}29 \cdot \frac{4}{7}\left(0{,}0000242 65 + 0{,}00036557 \cdot \frac{4}{7}\right)$$

$$= 1{,}9 \cdot 0{,}29 \cdot \frac{4}{7}\left(0{,}0000242 65 + 0{,}00020889\right)$$

$$= 0{,}315 \cdot 0{,}000233165$$

$$= 0{,}00007344 6975$$

$$\lg \operatorname{tg}\alpha = 0{,}8659739 - 5 + 10$$

$$= 5{,}8659739$$

$$\angle\alpha = 10{,}''9$$

$$\Delta c = \frac{u(Av + Bv^2) - a\sin(15{,}^\circ 9)}{a - 2b\frac{v^2}{2g}} \cdot l$$

$u = 1657$ Meter, $a = 57{,}14$ Meter

$b = 50$ Fuß oder $14{,}286$ Meter.

$v^2 = \frac{4}{9} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{26}{18} = \frac{13}{9}$ Fuß oder

$0{,}413$ Meter.

Hieraus folgt dann:

$$\Delta c = -\frac{1657 \cdot 0{,}413\left(0{,}0000242 65 + 0{,}00036557 \frac{4}{7}\right) - 57{,}14 \sin(15{,}^\circ 9)}{57{,}14 - 14{,}286\frac{(0{,}413)^2}{9{,}81}} \cdot l$$

$$= -\frac{\left(684{,}341(0{,}00017525) - 0{,}0041948\right)\frac{4000}{7}}{560{,}5434 - \frac{2{,}43820}{9{,}81}}$$

$$= -\frac{\left(0{,}84341(0{,}00017525) - 0{,}0041948\right)\frac{4000}{7}}{56{,}89044}$$

$$= -\frac{\left(0{,}00011977 - 0{,}0041948\right)\frac{4000}{7}}{56{,}89044}$$

$$\Delta c = \frac{0,0029972 \cdot 4000}{56,89044 \cdot 7}$$
$$= \frac{11,98880}{56,89044 \cdot 7}$$
$$= \frac{1,7127143}{56,89044}$$
$$= 0,0309 \text{ Meter oder}$$
$$= 0,10815 \text{ Fuß.}$$

V.

Welche Windmenge giebt ein Gebläse, bei welchem das Manometer am Regulator auf 3" steht, während der Barometerstand 27" und der Thermometerstand 10° ist, die Länge der Windleitung 50', die Weite 5" und der Durchmesser der conischen Mündung 2",5 beträgt?

V.

Nach der mehrmals schon angeführten Formel ist die Windmenge $m = av$, daher läßt sich durch die gegebenen Werthe $\mu = 0,85$, $\zeta = 0,826$, $t = 10°$, $b = 27$, $h = 3$, $l = 50'$, $d = 2,5$ und $d = 5"$ ausdrücken, daß:

$$v = \frac{1258\,\mu\sqrt{(1+0,00367\,t)}\,Lgn\left(\frac{b+h}{b}\right)}{\sqrt{1+\zeta+0,024\cdot\frac{l d^4}{d^5}}}$$

$$= \frac{1258\cdot 0,85\sqrt{(1+0,00367\cdot 10)}\,Lgn\left(\frac{27+3}{27}\right)}{\sqrt{1,+0,826\cdot\frac{50\cdot 12}{5}\left(\frac{2,5}{5}\right)^4}}$$

$$= \frac{1258\cdot 0,85\sqrt{1,0367}\,Lgn.\frac{30}{27}}{\sqrt{1,826+120\cdot 0,024\cdot(0,5)^4}}$$

$$= \frac{1069,30\sqrt{1,0367}\,(Lg.nat\,30 - Lgn\,27)}{\sqrt{1,826+0,24\cdot 12\cdot 0,0625}}$$

$$= \frac{1069,30\sqrt{1,0367}\,(3,4011976 - 3,2958370)}{\sqrt{1,826+2,88\cdot 0,0625}}$$

$$= \frac{1069,30\sqrt{1,0367}\cdot 0,053696}{\sqrt{1,826+0,180}}$$

$$= \frac{1069,30\sqrt{0,10912733\text{-}42}}{\sqrt{2,0060}}$$

$$= \frac{1069,30\cdot 0,33019}{1,41635}$$

$$= \frac{353,0721670}{1,41635}$$

$$= 249,238 \text{ Fuß.}$$

Wie erwähnt wird die Wassermenge
$m = av$, also hier
$m = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 249,283$
$= \frac{3,141 \cdot 6,25}{12} \cdot 249,283$
$= 19,631 \cdot 249,283$
$= 4893,654942$ Cubikfuß.
falsch.

März 1846.

VI.

Man soll die Anordnung und Berechnung eines oberschlägigen Wasserrades bewerkstelligen, welches dazu bestimmt ist, bei einem Gefälle von 35 Fuß ein Wasserquantum von 500 Cubikfuß pro Min. aufzunehmen und dabei $4\frac{1}{2}$ Umdrehungen pro Minute zu machen.

VI

Nennt man das ganze Gefälle H, den Durchmesser des Rades D, welcher zuerst gefunden werden muß, so ist die Druckhöhe, welche dem Wasser eine Geschwindigkeit c giebt, $= H - D$; mithin die Geschwindigkeit

$$c = \mu \sqrt{2g(H-D)},$$

eine Formel, in welcher μ einen Ausflußcoefficienten bezeichnet, der bey einem gut abgerundeten Schütze $= 0,74$ ist.

Bezeichnen wir nun die Umdrehungszahl, nach der Aufgabe $4\frac{1}{2}$ pro Minute, mit n, so wird die Umfangsgeschwindigkeit v des Rades $= \frac{\pi D n}{60}$.

Nun haben wir aber anzunehmen, daß die Geschwindigkeit $c = \frac{3}{2} v$ sey, was am zweckmäßigsten ist, also wird hier:

$$c\sqrt{2g(H-D)} = \frac{3}{2}\cdot\frac{\pi D u}{60},$$

woraus folgt, daß

$$D = \sqrt{\left(\frac{c^2\cdot 2g\cdot 800}{\pi^2 u^2}\right)^2 + \frac{c^2\, 2g\, H\cdot 600}{\pi^2 u^2}} - \frac{c^2\cdot 2g\cdot 800}{\pi^2 u^2}$$

folgt.

Mit Rücksicht auf die gegebenen Werthe in der Aufgabe können wir sagen:

$$D = \sqrt{\left(\frac{0{,}74^2\cdot 68{,}67\cdot 800}{(3{,}141)^2\cdot 4{,}5^2}\right)^2 + \frac{0{,}74^2\cdot 68{,}67\cdot 35\cdot 600}{(3{,}141)^2\cdot(4{,}5)^2}} - \frac{(0{,}74)^2\cdot 68{,}67\cdot 800}{(3{,}141)^2\cdot(4{,}5)^2}$$

$$= \sqrt{22656{,}4 + 10536{,}4} - 150{,}52$$

$$= \sqrt{33192{,}8} - 150{,}52$$

$$= 182{,}19 - 150{,}52$$

$D = 31{,}67$ Fuß.

Bezeichnet m die Aufschlagwassermenge pro Sekunde, b die Kranzbreite, so hat man, wenn man voraussetzt, daß nur der dritte Theil einer jeden Schaufel mit Wasser gefüllt ist, für die Radweite b den Werth:

$$\frac{180 m}{\pi D b u}.$$

Substituiren wir die Werthe aus der Aufgabe, so ergiebt b = 1 Fuß

gewöhnlich und für D: 32 Fuß, weil dabei die Geschwindigkeit c der Geschwindigkeit v näher kommt, wie dieß ja bey der Anordnung eines oberschlägigen Rades d. Fall ist, und zwar wo möglich $v = c$ zu machen, ergiebt sich:

$$b = \frac{180\cdot 510}{60\cdot 3{,}141\cdot 32\cdot 4{,}5}$$

$l = 3{,}33$ Fuß
$= 3$ Fuß 4 Zoll.

Ordnen wir 84 gußeiserne 3/8 Zoll starke Schaufeln an, legen den Theilkreis in die Mitte der Radkranzbreite, berechnen wir ferner die Strahldicke, beschreiben mit dieser Größe aus allen Theilpunkten des Theilkreises Kreisbögen und ziehen an die letzteren aus den entsprechenden Theilpunkten die Tangenten, so erhalten wir Kropf- und Stoßschaufel, natürlich auch den Deckungswinkel.

Machen wir die Schützenöffnung 4" schmäler als die Radweite l, damit kein Wasser verloren gehe, so hat man, wenn man die Schützenbreite b nennt und die Strahldicke mit d bezeichnet:

$$b d \mu \sqrt{2g\cdot(H-D)} = \frac{m}{60}\text{; ferner}$$

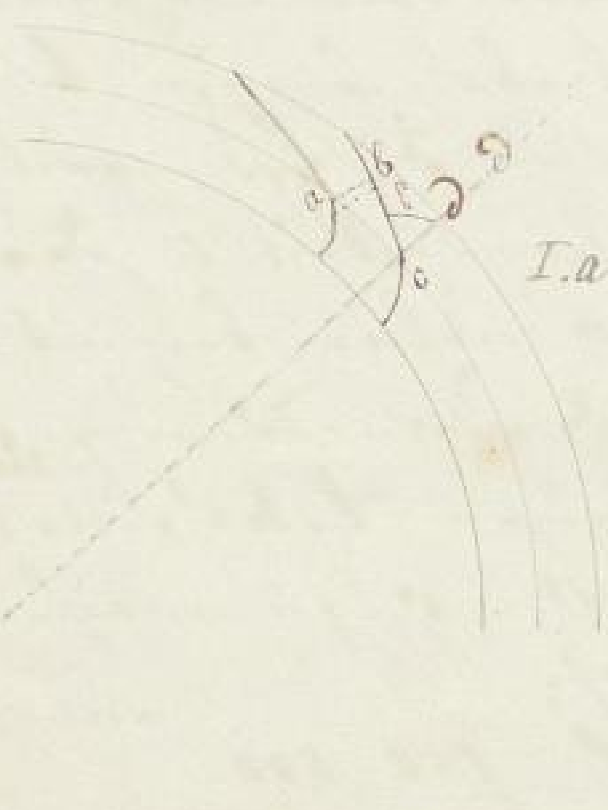
$$d = \frac{m}{60\cdot b \mu \sqrt{2g(H-D)}}$$

$$= \frac{500}{60\cdot 3\cdot 0{,}74\sqrt{68{,}67(35-32)}}$$

$$= \frac{500}{180\cdot 0{,}74\cdot 8{,}280\cdot 1{,}7320}$$

$= 0{,}28$ Fuß

$= 3{,}36$ Zoll.



I.a.

Wir kommen nun zur Berechnung des Deckungswinkel δ; er ist $= \angle bac - \angle bcd$, also

$$\cos\delta = \frac{ab}{ac} = \frac{d}{ac}$$

Es ist aber $ac = \frac{1}{84}$ des Theilkreises nach der Annahme, dessen Durchmesser $= D - b = (32 - 1)$ Fuß $= 31$ Fuß ist; mithin wird:

$$\cos\delta = \frac{0{,}28}{\frac{1}{84}\cdot 31\cdot\pi} = \frac{0{,}28\cdot 84}{3{,}141\cdot 31}$$

$= 0{,}2416$ also

$\angle\delta = 76^\circ$ ca.

Der Winkel, welchen die Richtung des einfallenden Wasserstrahles mit der Stoßschaufel einschließt, wird nun, wenn wir zugleich als zweckmäßig erkennen, daß das Wasser in der 3ten Schaufel von oben einfällt, auf folgende Weise gefunden:

Es ist $\angle BCA = \beta = 8^\circ{,}5$ in nebenstehender Figur; ferner

$\angle BCD = \angle\alpha = 6^\circ{,}5$. demnach

$\angle CBD = \angle\delta_1 = 76^\circ - 6^\circ{,}5$

$= 69^\circ{,}5$.

woraus sich ergiebt

$$\sin\varphi = \frac{v\cos\delta_1}{c};$$

Nun aber hat man

$$v = \frac{\pi D\cdot u}{60} = 7{,}54 \text{ Fuß}.$$

und $c = 6^{u}\sqrt{2g\cdot 3} = 10{,}58$ Fuß.

$$\sin\varphi = \frac{7{,}54\cos 69^\circ 30'}{10{,}58}.$$

$\angle\varphi = 14^\circ 28'$.

Will man diesen $\angle\varphi$ durch Construction finden, so legt man an (den) B an die äußere Radperipherie eine Tangente, macht $FE = v$, zieht durch E eine Parallele mit der Stoßschaufel BD und schneidet mit c von B aus diese Parallele ab. Kein Zweifel BC ist die Richtung des einfallenden Wasserstrahls. Die Richtung schließt nun mit dem Horizonte einen $\angle \omega$ ein; dieser ist:

$$\omega = 90^\circ + \beta - (\delta_1 + \varphi)$$
$$= 90^\circ + 8{,}^\circ5 - (69{,}^\circ5 + 14{,}^\circ5)$$
$$= 14{,}^\circ5.$$

Die Coordinaten a und b für den Scheitelpunkt der Parabel, in der das Wasser einfallen muß, sind nun zu berechnen:

$$a = \frac{c^2}{2g} \sin \omega^2 =$$
$$= \frac{(10{,}58)^2}{68{,}67} (\sin 14{,}^\circ5)^2$$
$$= 0{,}1105 \text{ Fuß und}$$
$$b = \frac{c^2}{2g} \sin 2\omega = 0{,}811 \text{ Fuß}.$$

Daß wir hier ein Schußgerinne anwenden müssen, ist offenbar aus der geringen Größe der bei den oben berechneten Coordinaten zu schließen. Das Schußgerinne wird unter obigem $\angle \omega = 14^\circ, 30'$ gegen den Horizont geneigt werden und die Schütze muß man dahin stellen, wo das Schußgerinne in das söhlige Gerinne übergeht.

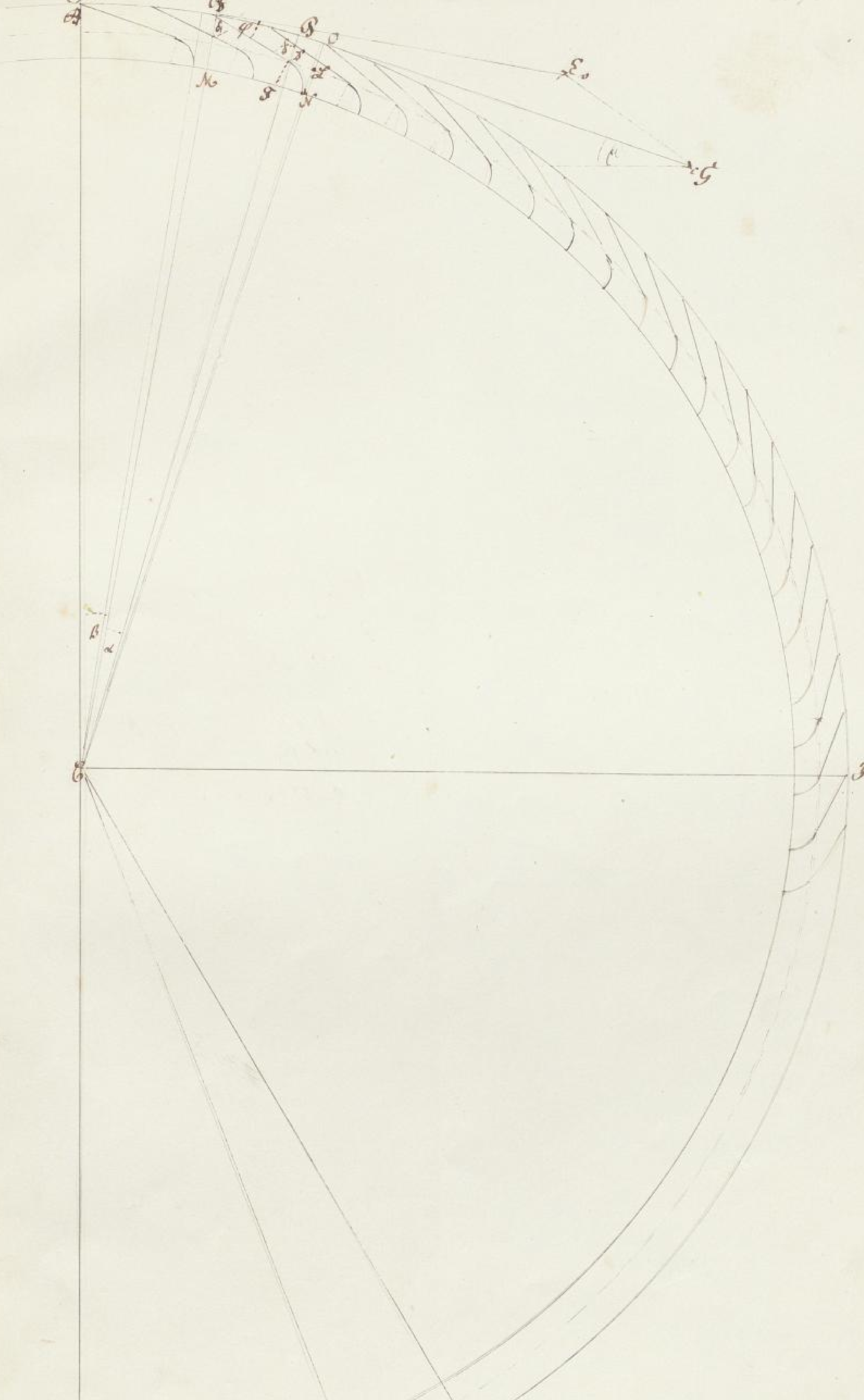
Die Höhe des Schützenzugs

$$z = \frac{m}{3 \cdot 60 \cdot 0{,}74 \sqrt{2gh}}, \text{ wenn}$$

$h = 3 - 0{,}7 = 2{,}3$ Fuß, daraus folgt

$$z = 0{,}31 \text{ Fuß}.$$

I, 6



fällt man in D auf BD ein Perpendikel, so schneidet dieses die innere Radperipherie in T; beschreibt man nun noch mit TD einen Bogen, so hat man die Ringelschaufel, welche sich tangential an die Stoßschaufel anlegt.

Den Austrittswinkel in der Zelle anzugeben, ist CK oder z

$$= \frac{894,6}{u^2}$$

$$= \frac{897,6}{(4,5)^2}$$

$$= 44,17 \text{ Meter}$$

oder $= 154,59$ Fuß.

Bei einer solchen Größe von z hat es weiter gar keinen Einfluß, wenn man den Wasserspiegel horizontal in jeder Zelle annimmt.

Die Stelle, wo d. Wasser anfängt aus den Schaufeln zu fließen, wird durch den $\angle v = \angle HCT$ gefunden, denn

$$tg\, v = \frac{2(T - D - W)}{b^2},$$ worin

T = Querschn. $BMHO$ und

$D = BDHO$.

W = Wasserquerschnitt in jeder Schaufel.

Es ist nun

$$W = \frac{\text{Wassermenge in jed. Schaufel}}{\text{Radbreite}}$$

$$= \frac{\frac{60\,m}{nu}}{3,33} = \frac{1,33}{3,33} = 0,4 \,\square \text{ Fuß}$$

$$T = \frac{7^\circ 51'}{360^\circ}\pi(16^2 - 15^2) = 2,0197 \,\square \text{ Fuß}.$$

Der Raum D besteht aus einem Rechteck BLC, dem Dreieck BDP sowie dem Stück DLN.

$$\triangle BDP = \frac{b^2 \operatorname{tg} \delta}{8}$$

$$= (0{,}49\,\square\, fß.$$

$$BLC = nk \cdot \frac{b}{2}$$

$$= 0{,}20\,\square\, fß.$$

$$DLN = \overline{DL \cdot LN}$$

$$= \frac{DR^{3} \cdot b}{3}$$

$$= 0{,}07\,\square\, fß.$$

$$D = (0{,}49 + 0{,}20 + 0{,}07)\,\square\, fß.$$

$$= 0{,}760\,\square\, fß.$$

$$\operatorname{tg} v = \frac{2(2{,}0497 - 0{,}760 - 0{,}49)}{1}$$

$$= 1{,}7894.$$

Hieraus

$$v = 60^\circ 48'$$

Als die Stoßschaufel horizontal steht, ist die Schaufel ganz vom Wasser befreit ist, wie wir schon vorhin angegeben.

$$\angle h = 69^\circ{,}5.$$

Theilen wir XY in 4 gleiche Theile und ziehen horizontale Linien, so erhalten wir die Wasserprofile der Schaufel und zwar ist

$$a_1 = 0{,}400\,\square\, fß,$$
$$a_2 = 0{,}348 \;\;,,$$
$$a_3 = 0{,}256 \;\;,,$$
$$a_4 = 0{,}119 \;\;,,$$
$$a_5 = 0{,}000.$$

und nach der Simpson'schen Regel wird der mittlere Querschnitt

$$a = \frac{a_1 + a_5 + 4(a_2 + a_4) + 2 \cdot a_3}{12}.$$

$$= \frac{0,400 + 0,000 + 4(0,348 + 0,119) +}{12}$$

$$+ \frac{2 \cdot 0,256}{12}$$

$$= \frac{2,780}{12} = 0,232 \,\square\, \text{Fuß}.$$

Wird die Höhe CS mit h_1; CX mit h_2 und XY mit h_3 bezeichnet, so erhält man, als Leistung ohne Rücksicht auf Nebenhindernisse

$$P_v = \left(\frac{(c\cos\varphi - v)v}{g} + h_1 + h_2 + \frac{a}{a_1} h_3\right) m\gamma$$

$$\frac{(c\cos\varphi - v)v}{g} = \frac{(10,58 \cos 14^0 28' - 7,54) 7,54}{34,33}$$

$$= \frac{20,46}{34,33}$$

$$= 0,5905.$$

ferner ergiebt sich:

$$h_1 = R\cos\beta = 16 \cos 8^0 30'$$

$$= 15,828 \text{ Fuß}$$

$$h_2 = R\sin\nu = R\sin 60^0 48'$$

$$= 13,9664$$

$$h_3 = R(\sin\delta_1 - \sin\delta)$$

$$= 16(\sin 69{,}^0 5 - \sin 60^0 48')$$

$$= 16 \cdot 0,0638$$

$$= 1,0208 \text{ Fuß}.$$

$m = \frac{500}{60} = 8\frac{1}{3}$ ℔ pro Sec.

$\gamma = 46,64$ ℔ und

mithin:

$$P_v = \left(0,5905 + 15,824 + 13,966 + \frac{0,232}{0,400} \cdot 1,0208\right) \left(8\tfrac{1}{3} \cdot 46,64\right)$$

$$=$$

$$= 30,9709 \cdot 8,333 \cdot 46,62 \text{ Fußpfd}.$$

oder 21,88 Pferdekräfte.

Die ganze disponible Leistung ist

$= H m \gamma$

$= 8\frac{1}{3} \cdot 35 \cdot 46,64$

$= 13603$ Fuß℔

$= 24,73$ Pferdekräfte.

Hiernach wird also der Wirkungsgrad des Rades

$$\varepsilon = \frac{Pv}{mH\gamma} = \frac{21,88}{24,73}$$

$= 0,88.$

Zur Berechnung der Verlust durch Reibung wollen wir das Gewicht des mit Haupt- und Hilfsarmen versehenen Rades.

Jede einzelne Schaufel habe 3/8 Zoll Stärke 3,5 Fuß Breite und 2,7 Fuß Länge; daraus folgt

$$\frac{3}{8 \cdot 12} \cdot 3,5 \cdot 2,7 \cdot 46,64 \cdot 7,2 = 85 ℔$$

= Gewicht einer Schaufel.

Nehmen wir nun an, die Zwinge womit die Schaufel befestigt ist, sey bey jeder 5 ℔ schwer, so werden wir 90 ℔ als ganzes Gewicht einer Schaufel einführen und

G_1 wird als Gewicht von sämmtlichen 84 Schaufeln

$= 84 \cdot 90$

$= 7560$ ℔

der Radkranz sey 6 Zoll stark, und der mittlere Halbmesser desselben $= 15,5$ Fuß, so ist das Volumen eines Kranzes

$V_1 = \pi \cdot 31 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = 4869$ Cubikfuß.

Das specifische Gewicht des mit Wasser getränkten Nadelholzes ist = 0,85
daher wiegt 1 Cubikfuß Holz

$$46,64 \cdot 0,85 = 39,64 ℔$$

und 1 ganzer Kranz

$$48,69 \cdot 39,64 = 1938,2 ℔.$$

Nun wird also das Gewicht von 2 Kränzen

$$G_1 + G_2 = 2 \cdot 1938,2 ℔ = 3876,4 ℔.$$

An der Welle seien die Hauptarme 10 Zoll, an dem Kranze $9\frac{1}{2}$ Zoll stark, so wird die mittlere Stärke =

$$= \underline{10 + 9,5} = 9,75 \text{ Zoll};$$

daher Gewicht der Hauptarme

$$G_3 = 8 \cdot \left(\frac{39}{4 \cdot 12}\right)^2 \cdot 32 \cdot 39,64 = 6695,2 ℔.$$

Sind dagegen die Hilfsarme an der Welle 9,5", am Kranze 8" also im Mittel 8,75" stark, so wiegt ein Hilfsarm 318,15 ℔; da es deren aber 16 giebt, so ist das ganze Gewicht derselben

$$G_4 = 5090,4 ℔.$$

Wiegt ein Windelstock 79,288 ℔, so wiegen deren 8.

$$8 \cdot 79,288 ℔ = 634,4 ℔ = G_5$$

Wenn ein Bodenbrett 4,33 Fuß lang ist, 3,4 Fuß breit und 1 Zoll stark, so wiegt ein solches 14,3 ℔ und der ganze Boden

$$= G_6 = 84 \cdot 14,3$$

$G_6 = 1201{,}2$ ℔

Hätten wir 20 Stück Hängenägel, wovon 1 Stück 30 ℔ wiege, so ist deren Gewicht

$G_7 = 20 \cdot 30 = 600$ ℔.

32 Stück Kranzschrauben, die wir ebenfalls brauchen, haben ein Gewicht von

$G_8 = 32 \cdot 5 = 160$ ℔.

Für 16 Stück Kranzschrauben, wovon jede 5 ℔ wiegt, machen

$G_9 = 80$ ℔.

Das Gewicht G_{10} von 48 Schrauben in den Winkelstücken à 6 ℔ beträgt

288 ℔

Für 8 Stück Schrauben zur Verbindung der Hauptarme des Rades, à 5 ℔, nehmen wir im Ganzen

$G_{11} = 8 \cdot 5$ ℔ $= 40$ ℔. an.

Auch das Wasser, welches in den Schaufeln vorhanden ist, trägt einen nicht kleinen Theil zum Gewicht des Rades bei; denn theilweise sind die Schaufeln ganz gefüllt, theilweise sind sie mehr oder weniger gefüllt.

Bezeichnen wir das Wasserquantum, welches pro Sec. zufließt mit m, so wird in t Secunden

$m_1 = mt$ zufließen.

Nennen wir nun den Bogen Fig 1.b. s, so wird die Zeit, in der sich das Rad um den Bogen dreht,

$$t = \frac{s}{v}\text{, also die}$$

Wassermenge in den vollen Schaufeln

$$M_1 = \frac{ms}{v}$$

für den Weg s_1 = Bogen und wenn wir statt m: $\frac{a_1}{a} m$ einführen, erhalten wir:

$$M_2 = \frac{a_1 m s_1}{a v}\text{; also}$$

das im Rade befindliche Wasserquantum

$$M = M_1 + M_2$$

$$\text{Bogen } s = \frac{R \cdot \frac{(81^\circ 30' + 60^\circ 48')}{180} \cdot \pi m}{v}$$

mithin

$$M_1 = \frac{R \cdot \frac{142^\circ 18'}{180} \cdot \pi m}{v}.$$

$$= \frac{16 \cdot 3{,}141 \cdot 0{,}79 \cdot 8{,}333}{7{,}54}$$

$$= 43{,}888 \text{ Cubikfuß.}$$

$$\text{Bogen } s_1 = s_1 = R\frac{(69^\circ 30' \mp 60^\circ 48')}{180}\pi$$

$$M_1 = \frac{\frac{(69^\circ 30' \mp 60^\circ 48')}{180^\circ} \cdot 16 \cdot 3{,}141 \cdot \frac{a_1}{a} m}{v}$$

$$= \frac{16 \cdot \frac{8^\circ 42'}{180} \cdot \pi \cdot m \cdot \frac{a_1}{a}}{v}$$

$$= \frac{16 \cdot 0{,}05 \cdot \pi \cdot 0{,}58 \cdot 8333}{7{,}54}.$$

$$= 0{,}152676 \cdot 16$$

$$= 2{,}0281 \text{ Cubikfuß}$$

daher wird

$$M = 43,888 + 2,028$$
$$= 45,916 \text{ Kubikfuß}$$

das Gewicht von M ist

$$G_{12} = 46,64 \cdot 45,916$$
$$= 2171,3 \text{ lb.}$$

das ganze Rad wiegt mithin ohne Welle

$$G_0 = \Sigma (G)$$
$$= 28395 \text{ lb.}$$

Diesem Gewicht entspricht eine Wellenstärke von $h = \sqrt[4]{\frac{G l^2}{170}}$

Ist $l = 12$ Fuß, so wird

$$h = \sqrt[4]{\frac{28395 \cdot 144^2}{170}}$$
$$= 44,14 \text{ Zoll}$$
$$= 3 \text{ Fuß } 8,14 \text{ Zoll}$$

G_{13}, das Gewicht der Welle, wird

$$= 6506 \text{ lb}$$

Gebe diese Welle noch 4 Rundringe und 2 Quadratringe zu mehrer Befestigung, so wird deren Gewicht noch sein

$$G_{14} = 1163 \text{ lb.}$$

Das Gewicht des ganzen Rades mit Einschluß der Welle wird also $= G_0 + G_{13} + G_{14}$

$$= 36064 \text{ lb}$$

Die Zapfenstärke muß werden

$$d = \frac{1}{4} \sqrt[3]{Q l} \text{ , worin}$$

$Q = \frac{36064}{2} = 18032$ lb und

l = Länge des Zapfens, hier = 1 Fuß.

so wird

$$d = \frac{1}{7}\sqrt[3]{18032 \cdot 12}$$

$$= \frac{1}{7} \cdot 60{,}035 = 8{,}576 \text{ Zoll.}$$

der Sicherheit halber wollen wir 9 Zoll = d annehmen.

Ist das Gewicht eines [illegible] = 4 Centner, wird das Gewicht, welches die Zapfenreibung erzeugt

= 36072 Pfd. Die Arbeit der Reibung

$$= f \frac{d}{D} G v, \text{ worin}$$

f der Reibungscoefficient = 0,1, d der Zapfenhalbmesser = 9 Zoll, D der Raddurchmesser = 32 Fuß, G = Gewicht der Zapfenreibung erzeugenden Last, v = 7,54 Fuß also wird

Arbeit der Reibung:

$$= 0{,}1 \cdot \frac{9}{32 \cdot 12} \cdot 36072 \cdot 7{,}54$$

$$= \frac{3 \cdot 3607{,}2 \cdot 7{,}54}{128}$$

$$= 637{,}46 \text{ Fußpfd.}$$

$$= \frac{637{,}46}{550} \text{ Pferdekräfte}$$

$$= 1{,}159 \text{ Pferdekraft.}$$

Die wirkliche oder reine Leistung des Rades wird also

$$Pv = 12037{,}3 - 637{,}46$$

$$= 11399{,}84 \text{ Fußpfd. oder}$$

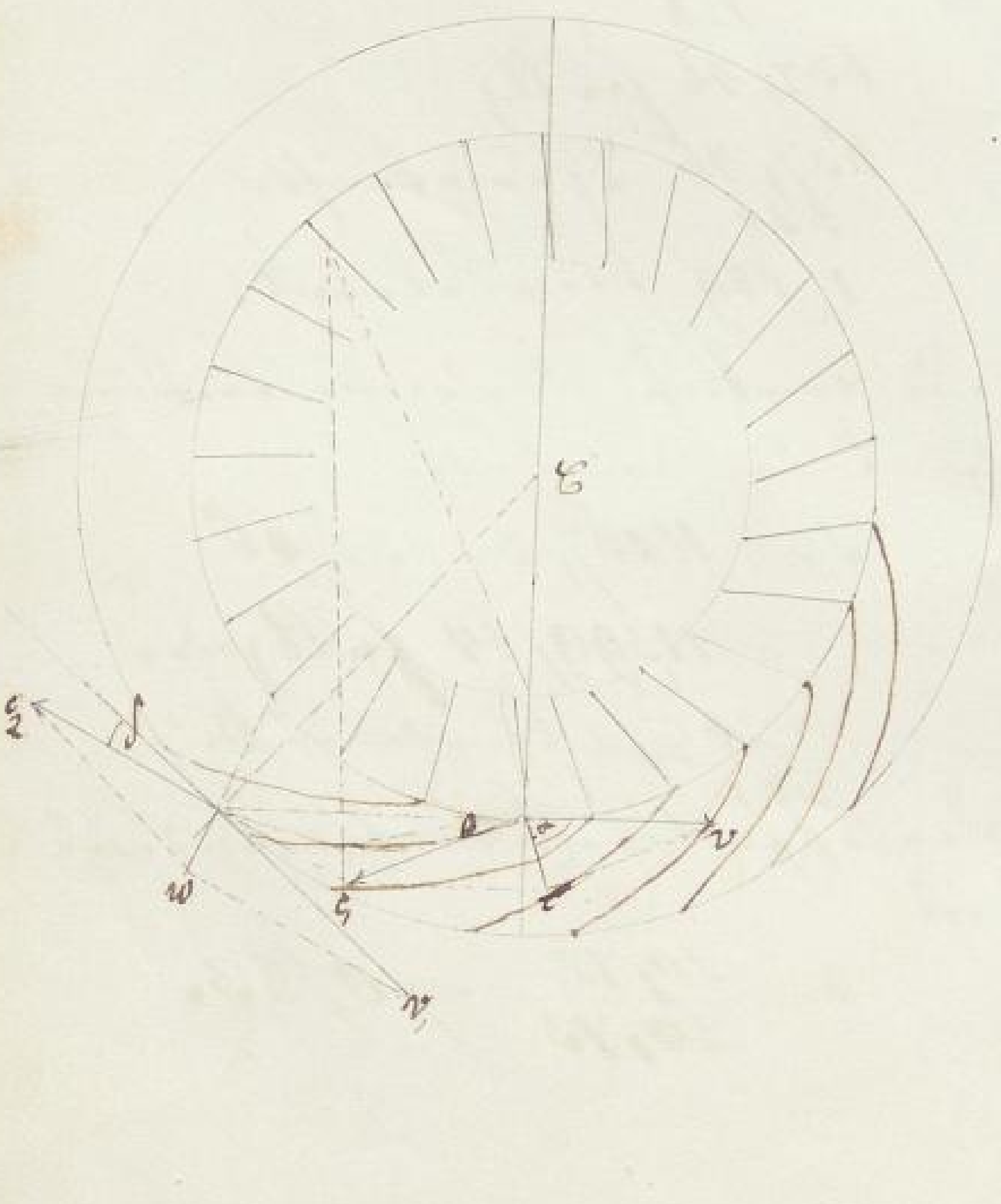
$$20{,}72 \text{ Pferdekräfte.}$$

Der effective Wirkungsgrad also ist

$$\varepsilon = \frac{20{,}72}{24{,}73} = 0{,}83.$$

VII.

Es ist für ein Gefälle von 5 Fuß Höhe ein Wasserquantum von 800 Cbkfuß pro. Min. eine Turbine anzuordnen und zu berechnen, welche pro. Min. 100 mal umläuft.



VII.

Nennen wir v die innere Radgeschwindigkeit, v_1 die äußere Radgeschwindigkeit, R den inneren, R_1 den äußeren Radhalbmesser, das Gefälle h, die Radweite e, den $\angle$, unter dem die Leitschaufeln die innere Radperipherie treffen α, den $\angle$ aber, unter welchem die Schaufeln des Rades die innere Radperipherie treffen, β und den $\angle$ unter welchem die Schaufel den äußeren Radkranz trifft, aber δ;

Die absolute Geschwindigkeit des in dem Rad eintretenden Wassers wollen wir mit c bezeichnen, die relative Geschwindigkeit des in d. Rad eintretenden Wassers mit c_1, die relative Geschw. des aus dem Rade austretenden Wassers mit c_2; endlich die absolute Geschwindigkeit desselben mit w.

Es ergiebt sich

$$v = \sqrt{2gh}$$
$$= \sqrt{62,67 \cdot 5}$$
$$= 18,216 \text{ Fuß}$$

Macht die Turbine u Umdrehungen pro Min, so würde

$$R = \frac{30 v}{\pi \cdot u} = \frac{30 \cdot 18,216}{3,141 \cdot 100}$$

$R = 1,739$ Fuß und

$R_1 = \frac{4}{3} R$ also

$R_1 = \frac{4}{3} \cdot 1,739$

$= 2,318$ Fuß.

$v_1 = \frac{R_1}{R} v = \frac{4}{3} v = 24,288$ Fuß.

Macht man $\delta = 12^0$, ferner $c = v_1 =$ $= 24,288$, so wird

Radweite $e = \frac{M}{2\pi R_1 c_2 \sin\delta}$

$= \frac{\frac{800}{60}}{2 \cdot 3,141 \cdot 2,318 \cdot 24,288 \sin 12^0}$

$= 0,1932$ Fuß.

Am zweckmäßigsten ist, um keinen Verlust beim Eintritt des Wassers in d. Rad zu haben, man macht

$\sin\beta = \left(\frac{R_1}{R}\right)^2 \sin\delta$

$= \left(\frac{4}{3}\right)^2 \sin 12^0.$

$\angle\beta = 21^0 40'.$

$\cotg\alpha = \left(\frac{R}{R_1}\right)^2 \frac{1}{\sin\delta} - \cotg\beta.$

$= \left(\frac{1,739}{2,318}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sin 12^0} - \cotg(20^0 40')$

$= 2,7030 - 2,51715$

$= 0,18845$

$\angle\alpha = 79^0 20'$

Es ist ferner

$c_1 = \frac{R_1 \sin\delta}{R \sin\beta} \cdot c_2$

$= \frac{4}{3} \cdot \frac{\sin 12^0}{\sin 21^0 40} \cdot 24,288.$

$= 18490$ Fuß.

$c = \frac{c_1 \sin\beta}{\sin\alpha} = 6,9467$

$w = v_1 \delta = 24,288 \cdot \frac{12}{180} \cdot \pi$

$$w = 24,268 \frac{\pi}{15}$$
$$= 5,0862 \text{ Fuß.}$$

Bey der Construction des Kreiselrades wollen wir uns auf 24 Schaufeln beschränken, die Leitschaufeln gerad machen, die Radschaufeln aber aus zwei Kreisbögen zusammensetzen.

Die Arbeit der Turbine pro Sec. ist

$$P_r = \left[\left(1 - \left(\frac{R_1}{R}\delta_1\right)^2\right)h - \left(\zeta \frac{l(b+c)}{2bc} + \zeta_1 \frac{\alpha}{\pi}\right)\frac{\left(\frac{c_1+c_2}{2}\right)^2}{2g}\right] m\gamma.$$

Hierin bezeichnet b den Normalabstand zweier Schaufeln, α den Bogen (vom Halbmesser $= 1$) einer Schaufel und l die Bogenlänge eines Schaufelcanals. $\angle \alpha = 50^\circ$, der Krümmungshalbmesser der Bogenlinie $= 1,8$ F.ß. also

$$l = \frac{50^\circ}{180^\circ} \cdot \pi \cdot 1,8 = \frac{\pi}{2} = 1,57 \text{ Fuß}$$

b hat man $= 0,4$ Fuß, $c = 0,1952$ F.ß, daher

$$\frac{l(b+c)}{2bc} = \frac{1,57 \cdot 0,5952}{2 \cdot 0,07808}$$
$$= 0,598.$$

$$\frac{c_1+c_2}{2} = 21,389 \text{ Fuß.}$$

$$\zeta = 0,0187$$
$$\zeta \frac{l(b+c)}{2bc} = 0,0187 \cdot 0,598$$
$$= 0,0112$$
$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{50^\circ}{180^\circ} = \frac{5}{18}.$$

Es verhält sich aber auch:

$$\frac{\frac{1}{2}\text{ Abstand zweier Schaufeln}}{\text{Krümmungshalbmesser der Bogen eines Schaufelcanals}} = 0,11$$

daher $\zeta_1 = 0,124$ und

$$\zeta_1 \frac{\alpha}{\pi} = 0,124 \cdot \frac{5}{18}$$

$$= 0,034$$

$$\left(\frac{R_1}{R}\,\delta\right)^2 = \left(\frac{4}{3}\cdot\frac{\pi}{15}\right)^2$$

$$= 0,0780$$

Setzen wir diese Werthe in die schon angeführte Formel von Pv ein, so erhalten wir:

$$Pv = \left[(1-0,0780)5 - (0,01124+0,034)\frac{21,389}{2g}\right]Q\gamma$$

$$= (5-0,390-0,01152\cdot 6,668)\,13,333\cdot 46,64$$

$= 2741,3$ Fußpfd.

$= 4,98$ Pferdekräfte.

Die disponible Arbeit oder Leistung

$$Pv_1 = hQ\gamma = 5\cdot\frac{800}{60}\cdot 46,64$$

$$= \frac{200}{3}\cdot 46,64$$

$= 3110$ Fußpfd.

$= 5,65$ Pferdekräfte.

Der Wirkungsgrad der Turbine ohne Rücksicht auf Zapfenreibung

$$\varepsilon = \frac{4,98}{5,65} = 0,88.$$

Um die Zapfenreibung zu bestimmen, müssen wir das Gewicht der Turbine kennen. Seien die Radkränze aus $\frac{1}{2}$ Zoll starkem Schmiedeeisen, die Schaufeln aus $\frac{1}{4}$ Zoll starkem gefertigt, der Teller sey 1 Zoll stark von Eisen. Es ist d. Volumen beider Radkränze = 0,616 Kubikfuß das des Tellers = 0,78 Kbfß. und das der 24 Schaufeln = 0,346 Kbfß.

der Halbmesser der Welle, deren Stärke wir berechnen wollen, ist

$$r = \sqrt[3]{\frac{Pa}{12600}}$$, wenn sie aus Schmiedeeisen gefertigt und Pa das Kraftmoment ist, welches an der Welle wirkt.

$$Pa = \frac{\text{Arb. pro Sec.}}{\text{Winkelgeschwindigkeit}}$$

$$= \frac{2741,3}{\frac{\pi n}{30}}$$

$$= 251,7 \text{ Fuß ℔.}$$

$$= 3020,8 \text{ Zoll ℔}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3020,8}{12500}}$$

$$= 0,621 \text{ Zoll.}$$

Nehmen wir $r = 1$ Zoll, damit die Welle den Kräften gehörigen Widerstand leistet, bey einer Länge der Welle von 7 Fuß.

Also ist Volumen der Welle $= 0,153$ Kubikfuß und das Gewicht der Turbine

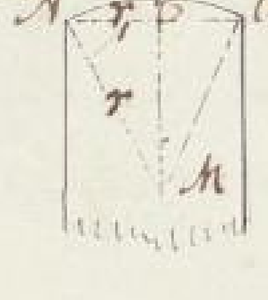
$$G = (0,616 + 0,8 + 0,346 + 0,153)\, 3,6\cancel{46}$$

$$G = 1,915 \cdot 7,6 \cdot 46,64$$

$$= 678,8 \text{ Pfund.}$$

Setzen wir lieber dafür 700 ℔ ein, wozu noch das Gewicht des kónischen Rades (40 ℔) kommt, welches die rotirende Bewegung überträgt auf andere Maschinentheile, so ist also das Total-gewicht der Turbine

$$= 740 \text{ ℔.}$$



Gewöhnlich ist der Zapfenhalbmesser 1,5 Zoll stark, oben abgerundet so daß sich verhält

$$\frac{\text{Zapfenhalbmesser } AC\,(=r_1)}{\text{Kugelhalbmesser } MA\,(=r)} = \frac{1}{2} \text{ und}$$

$\angle ADB = 60^\circ$ wird.

Stat. Moment der Reibung

$$= \tfrac{2}{3} f \left(1 + 0,3 \left(\frac{r_1}{r}\right)^2\right) G r_1$$

$$= \frac{2}{3} f \left(1 + 0,3 \cdot \frac{1}{4}\right) G r_1$$

$$= \frac{2}{3} f (1 + 0,075) G r_1$$

$$= \frac{2}{3} f (1,075) G \cdot \frac{3}{48}$$

$$= f (1,075) \frac{1}{24} G$$

$$= f G \cdot 0,044 \text{ fußpfd.}$$

Arbeit der Reibung mithin pro Sec.

$$= \frac{f G \cdot 0,044 \pi u}{30}$$

$$= \frac{f \cdot 740 \cdot 0,044 \cdot 3,141 \cdot 100}{30}$$

bez. $f = 0,1$, wird dieser Werth

$$= \frac{0,1 \cdot 740 \cdot 4,4 \cdot 3,1416}{30}$$

$$= 34,08 \text{ fußpfd.}$$

Effective Leistung der Turbine

$$= 2741,3 - 34,08$$

$$= 2707,22 \text{ fußpfund}$$

$$= 4,92 \text{ Pferdekräfte.}$$

Hieraus der Wirkungsgrad

$$\varepsilon = \frac{4,92}{5,65} = 0,87.$$

VIII

Ist der Dampfkegel von Ver- einigt [illegible] zu berechnen.

VIII.

Ohne Rücksicht auf alle Be- wegungshindernisse [illegible]

Wirkungsgrad eines Dampfgöpels zu bestimmen, hier nur folgende Angaben bemerkt.

die Treibezeit von der 4ten Gezeugstrecke beträgt 4½ Minuten 10½ Sekunden.

das Gewicht der Fördermasse ist = 10 Ctner 50 ℔

die Saigerteufe beträgt 111, 142 Lchtr. flache Teufe 142, 5 + 12 Ellen Rollenteufe

28 Tonnen wurden in einer sechsstündigen Schicht gefördert

1 Scheffel Steinkohle wiegt 171 ℔

9 Scheffel davon wurden in 16 Stunden verbraucht.

Manometerstand = 1½ Atmosphären

die effective Arbeit pro Sec. ist $= \frac{1050 ℔ \cdot 111,142}{6 \text{ Min.} \cdot 10\frac{1}{2} \text{ Sec.}}$

$= \frac{1050 \cdot 111,142}{370,5}$

$= 2204,82$ Fuß℔

$= 4$ Pferdekräfte.

Berechnen wir nun die disponible Arbeit

In einer Stunde braucht man 9/16 Scheffel Steinkohle, wie aus Obigem hervorgeht.

Ist t_1 die Temperatur innen

t_2 Temperatur außen, so ist die Arbeit, welche ein (1) Kilogramm Kohle giebt –

$P_0 = 100000\left(1 - \frac{p_1}{p}\right)$

Bei dem Manometerstand von 1½ Zoll Quecksilb. Säule ergiebt sich

$\frac{p_1}{p} = \frac{2}{5}$; folglich:

Arbeit $= 100000\left(1 - 2/5\right)$

$= 100000 \cdot \frac{3}{5} = 60000$ Mtr. Kilog.

Da ein Scheffel Steinkohle 177 ℔ wiegt, so wiegt 9/16 Scheffel

99,56 ℔ = 49,78 Kilogr.

Die disponible Arbeit pro Sek.

$= \frac{60000 \cdot 49{,}78}{3600}$

= 829,7 Kilog. Meter pro Sec.

= 11 Pferdekräfte, mithin

$\varepsilon = \frac{4}{11}$

$= 0{,}36$