SECTION VIII.

Usage du Calcul des différences pour trouver les points des lignes courbes qui touchent une infinité de lignes données de position, droites ou courbes.

PROPOSITION I.

Problême.

146. SOIT *donnée une ligne quelconque* AMB, *qui ait pour axe la droite* AP; *soient de plus entendues une infinité de paraboles* AMC, AmC, *qui passent toutes par le point* A, *& qui ayent pour axes les appliquées* PM, pm. *Il faut trouver la ligne courbe qui touche toutes ces Paraboles.* FIG. 122.

Il est clair que le point touchant de chaque parabole *AMC* est le point d'intersection *C* où la parabole *AmC*, qui en est infiniment proche, la coupe. Cela posé, & ayant mené *CK* parallele à *MP*, soient nommées les données *AP*, x; *PM*, y; & les inconnues *AK*, u; *KC*, z. On aura par la proprieté de la parabole, $\overline{AP}^2 (xx) . \overline{PK}^2 (uu - 2ux + xx) :: MP (y) . MP - CK (y - z)$. Ce qui donne $zxx = 2uxy - uuy$, qui est l'équation commune à toutes les paraboles telles que *AMC*. Or je remarque que les inconnues *AK* (u) & *KC* (z) demeurent les mêmes, pendant que les données *AP* (x) & *PM* (y) varient en devenant *Ap* & *pm*; & qu'il n'arrive que *KC* (z) demeure la même, que lorsque le point *C* est celui d'intersection: car il est visible que par tout ailleurs la droite *KC* coupera les deux paraboles *AMC*, *AmC* en deux differens points, & qu'elle aura par conséquent deux valeurs qui répondront à la même de *AK*. C'est pourquoi si l'on traite u & z comme constantes, en prenant la différence de l'équation que l'on vient de trouver, on déterminera le point *C* à être celui d'intersection. On aura donc $2zxdx = 2uxdy + 2uydx - uudy$: d'où l'on tire l'inconnue