1

Bergmaschinenlehre.

Freiberg $18\frac{46}{47}$.

M. von Mandelsloh

0

16.

<u>Aufgabe</u>. Man soll das Trägheitsmoment von dem ebenen Balancier ACB bestimmen, dessen Länge AB = 15 Fuß, Höhe DE = $1\frac{1}{4}$ Fuß, Dicke = $\frac{1}{4}$ Fuß beträgt.

<u>Auflösung</u>. Um das Trägheitsmoment des Balanciers zu bestimmen, suchen wir das der einen Hälfte und verdoppeln dieß dann. Das Trägheitsmoment der Hälfte kann man dadurch bestimmen, daß man dieselbe in Streifen parallel zu AC zerlegt, das Trägheitsmoment eines dieser Streifen bestimmt und dann integrirt. Wir nennen die Entfernung CF, x und FG, y; es ist nun die Breite des Streifens dx und die Länge desselben y, daher sein Inhalt $y \cdot dx$. Denn man sich nun die Masse des Streifens in einer Entfernung $= \frac{y}{\sqrt{3}}$ von der Linie CD concentrirt denken kann, so ist das Quadrat von der Drehungsachse entfernt $= x^2 + \left(\frac{y^2}{3}\right)$, also das Trägheitsmoment des Streifens FG:

$$= y\,dx\left(x^2 + \frac{y^2}{3}\right),$$

und das Trägheitsmoment von der einen Hälfte

$$= \int y\,dx\left(x^2 + \frac{y^2}{3}\right),$$

Es ist aber

$$\frac{a-y}{a} = \frac{x^2}{b^2},$$

also

$$1 - \frac{y}{a} = \frac{x^2}{b^2}$$

$$y = a\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right);$$

daher obiges Trägheitsmoment

$$= \int_0^b a\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)dx\left(x^2 + \frac{a^2\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^2}{3}\right)$$

$$= \int_0^b \left[a x^2\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right) + \frac{a^3\left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right)^3}{3}\right]dx$$

$$= \int_0^b \left(ax^2 - \frac{ax^4}{b^2} + \frac{a^3}{3} - \frac{a^3x^2}{b^2} + \frac{a^3x^4}{b^4} - \frac{a^3x^6}{3b^6}\right) dx$$

$$= \left[\frac{ax^3}{3} - \frac{ax^5}{5b^2} + \frac{a^3x}{3} - \frac{a^3x^3}{3b^2} + \frac{a^3x^5}{5b^4} - \frac{a^3x^7}{21b^6}\right]_0^b$$

$$= \frac{ab^3}{3} - \frac{ab^3}{5} + \frac{a^3b}{3} - \frac{a^3b}{3} + \frac{a^3b}{5} - \frac{a^3b}{21}$$

$$= \frac{2ab^3}{15} + \frac{16a^3b}{105} = \frac{2ab}{15}\left(b^2 + \frac{8}{7}a^2\right).$$

Nun ist aber die Parabelfläche $= \frac{2}{3}ab = F$ und nennen wir die Dicke des Balanciers d, so ist das Trägheitsmoment:

$$T = \frac{1}{5} F \cdot d \left(b^2 + \frac{8}{7}a^2\right),$$

und daher das des ganzen Balanciers:

$$T = \frac{2}{5} F \cdot d \left(b^2 + \frac{8}{7}a^2\right).$$

Es ist nun gegeben

$a = 7\frac{1}{2}$ Fuss

$b = \frac{5}{8}$ "

$d = \frac{1}{4}$ ",

daher $F = \frac{2}{3}ab = \frac{2}{3} \cdot 7\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{8}$

$= \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$ Quadratfuss. $= 6\frac{1}{4}$

Demnach wird nun

$$T = \frac{2}{5} \cdot \frac{25}{8} \cdot \frac{1}{4}\left(\frac{25}{64} + \frac{3}{7} \cdot \frac{225}{4}\right)$$

$$= \frac{5}{16}\left(\frac{25}{64} + \frac{450}{7}\right)$$

$$= 20{,}67.$$

Nun wiegt aber 1 Kubikfuss Gusseisen

$= 7{,}2 \cdot 48{,}62 = 350{,}064$ Pf;

Daher

$$T = 20,07 \cdot 350,064$$
$$= 7025,78448 \text{ [illegible]}$$

und endlich

$$T = \frac{7025,78448}{g} = \frac{7025,78448}{34,63}$$
$$= 202,881 \text{ [illegible]}.$$

falsch

18.

Aufgabe. Man soll die Schwingungsdauer eines Pendels angeben, dessen Draht AC, 23 Centimeter lang ist und 10 Gramm wiegt, und dessen Linse AB, 5 Centimeter im Durchmesser und 1 Centimeter in der Dicke misst, dabei aber ein Gewicht von 450 Gramm hat.

Auflösung. Die Schwingungsdauer dieses Pendels ist gleich der ~~des~~ einfachen Pendels, dessen Länge gleich ist der Entfernung r des Schwingungspunktes des zusammengesetzten Pendels von seinem Drehungspunkte C. Die Schwingungsdauer dieses Pendels ist

$$t = \pi \cdot \sqrt{\frac{r}{g}}.$$

Nun ist aber

$$r = \frac{Mk^2}{Ms} = \frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Statisches Moment}}$$

Das Trägheitsmoment T des Pendels ist aber gleich dem Trägheitsmoment T_1 der Stange + Trägheitsmoment T_2 der Linse. Das Trägheitsmoment T des Drahtes von der Länge l und dem Gewichte G ist

$$= \frac{Gl^2}{3g},$$

oder, da bei einer Bestimmung von r die Masse M im Zähler und Nenner eines Bruches vorkommt, so können wir bei der Bestimmung der Trägheitsmomente statt $M = \frac{G}{g}$, G setzen, also

$$T_1 = \frac{G l^2}{3},$$

und da $G = 40$ und $l = 0{,}23^m$ ist, so wird

$$T_1 = 40 . 0{,}23^2 = 0{,}70533 \text{.. Grammmeter.}$$

Um das Trägheitsmoment der Linse um den Drehungspunkt C zu finden, müssen wir erst ihr Trägheitsmoment in Bezug auf ihren Schwerpunkt finden. Da die Linse aus zwei Kugelsegmenten besteht, so braucht man nur das Trägheitsmoment eines Kugelsegmentes von der Höhe h = der halben Dicke der Linse bestimmen, und dieses verdoppeln. Das Trägheitsmoment eines Kugelsegmentes bestimmt sich aber auf folgende Weise. Wir zerlegen eine Kugel durch lauter parallele Schnitte in unendlich dünne Scheiben; eine von diesen Scheiben sei AB, welche um x von dem Mittelpunkt der Kugel absteht. Ist nun der Kugelhalbmesser $= r$, so ist der Halbmesser der Scheibe

$$BD = y = \sqrt{r^2 - x^2}.$$

Es ist nun der Inhalt dieser Scheibe

$$= \pi y^2 . dx,$$

und ihr Trägheitsmoment um ihren Schwerpunkt

$$d\tau = \pi y^2 dx . \frac{y^2}{2} = \frac{\pi y^4 . dx}{2}.$$

Da nun $y^2 = r^2 - x^2$,

so ist $d\tau = \frac{\pi (r^2 - x^2)^2 dx}{2}$

Nun wollen wir nun das Trägheitsmoment T eines Kugelsegments von der Höhe h wissen, so haben wir den Ausdruck für dT zwischen den Grenzen $x = r-h$ und $x = r$ zu integriren, also

$$T = \int_{r-h}^{r} \frac{\pi \cdot (r^2 - x^2)^2 \, dx}{2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_{r-h}^{r} (r^4 - 2r^2x^2 + x^4)\, dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(r^4 x - \frac{2r^2 x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \right)_{r-h}^{r}$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[r^5 - \frac{2r^5}{3} + \frac{r^5}{5} - \left(r^4(r-h) - \frac{2r^2(r-h)^3}{3} + \frac{(r-h)^5}{5} \right) \right]$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{8}{15} r^5 - (r-h)\left(r^4 - \frac{2r^2(r-h)^2}{3} + \frac{(r-h)^4}{5} \right) \right]$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{8}{15} r^5 - (r-h)\left(r^4 - \frac{2r^4 - 4r^3h + 2r^2h^2}{3} + \frac{r^4 - 4r^3h + 6r^2h^2 - 4rh^3 + h^4}{5} \right) \right]$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{8}{15} r^5 - \frac{(r-h)}{15}\left(15r^4 - 10r^4 + 20r^3h - 10r^2h^2 + 3r^4 - 12r^3h + 18r^2h^2 - 12rh^3 + 3h^4 \right) \right]$$

$$= \frac{\pi}{30} \left(8r^5 - (r-h)\left(8r^4 + 8r^3h + 8r^2h^2 - 12rh^3 + 3h^4 \right) \right)$$

$$= \frac{\pi}{30} \left(8r^5 - 8r^5 + 8r^4h - 8r^4h + 8r^3h^2 - 8r^3h^2 + 8r^2h^3 + 12r^2h^3 - 12rh^4 - 3rh^4 + 3h^5 \right)$$

$$= \frac{\pi}{30} \left(20r^2h^3 - 15rh^4 + 3h^5 \right)$$

$$= \frac{\pi h^3}{30} \left(20r^2 - 15rh + 3h^2 \right).$$

Da nun die Linse aus zwei Kugelsegmenten besteht, so ist das Trägheitsmoment der Linse, deren Dichtigkeit wir γ setzen wollen:

$$T_1 = \frac{\pi h^3}{15}(20r^2 - 15rh + 3h^2)\gamma.$$

Nun ist aber

$$\gamma = \frac{G}{Vg}$$

und das Volumen zweier Kugelsegmente von der Höhe h und dem Kugelhalbmesser $= r$,

$$= \frac{\pi}{3}(3r - h)h^2,$$

also $V = \frac{2\pi}{3}(3r - h)h^2$;

hieraus erhält man

$$T_1 = \frac{\pi h^3}{15}(20r^2 - 15rh + 3h^2) \cdot \frac{G}{Vg}$$

$$= \frac{\frac{\pi h^3}{15}(20r^2 - 15rh + 3h^2)}{\frac{2\pi}{3}(3r - h)h^2} \cdot G$$

$$= \frac{h(20r^2 - 15rh + 3h^2)}{10(3r - h)} \cdot G.$$

Nun ist aber das Trägheitsmoment der Linse in Bezug auf die Drehungsaxe C, deren Entfernung vom Schwerpunkte der Linse $=$ Länge l des Drahtes $+$ Halbmesser ϱ der Linse; daher das Trägheitsmoment der Linse in Bezug auf C

$$T_2 = \left[\frac{h(20r^2 - 15rh + 3h^2)}{10(3r - h)} + (l + \varrho)^2\right] G.$$

Es ist nun der Kugelhalbmesser

$$r = \frac{\varrho^2 + h^2}{2h};$$

und wenn

$$\varrho = 0{,}025 \text{ Meter},$$

$$h = 0{,}005 \text{ Meter},$$

Es ist $r = \dfrac{0{,}025^2 + 0{,}005^2}{0{,}01} = 0{,}065$ Meter.

Ferner ist $l = 0{,}23$ Meter,

$G = 450$ Gramm,

daher erhalten wir

$$T_2 = \left[\frac{h(20r^2 - 15rh + 3h^2)}{10(3r-h)} + (l+\varrho)^2\right] G$$

$$= \left[\frac{0{,}005(20 \cdot 0{,}065^2 - 15 \cdot 0{,}065 \cdot 0{,}005 + 3 \cdot 0{,}005^2)}{10(3 \cdot 0{,}065 - 0{,}005)} + (0{,}23 + 0{,}025)^2\right] 450.$$

$$= \left[\frac{0{,}005(0{,}0845 - 0{,}004875 + 0{,}000075)}{1{,}9} + 0{,}065025\right] \times 450.$$

$$= (0{,}000209 + 0{,}065025) 450$$

$$= 29{,}3553.$$

Daraus folgt das Trägheitsmoment des ganzen Pendels

$$T = T_1 + T_2 = 0{,}7053 + 29{,}3553$$

$$= 30{,}0606.$$

Das statische Moment des Pendels ist gleich dem statischen Moment der Stange $= 40 \cdot 0{,}115 = 4{,}6$, + statischem Moment der Linse $= (0{,}23 + 0{,}025)\, 450 =$ $= 114{,}75$ also

$$= 119{,}35,$$

also ist die Länge des einfachen Pendels, welches mit diesem zusammengesetzten gleiche Schwingungszeit hat:

$$r = \frac{30{,}0606}{119{,}35} = 0{,}2519 \text{ Meter.}$$

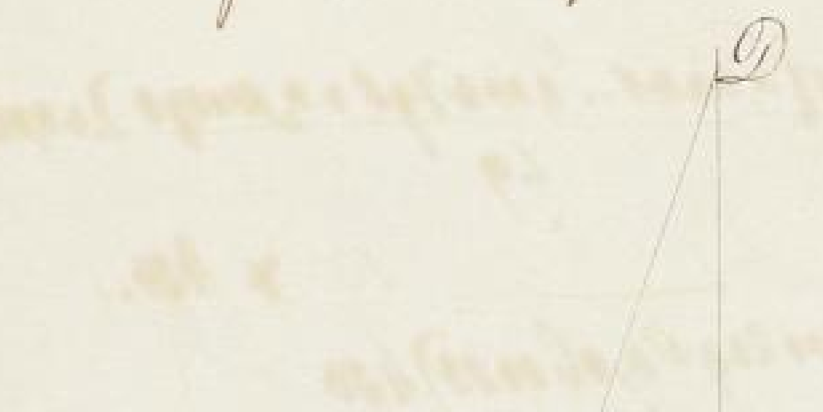
Und endlich ist die Schwingungszeit

$$t = \pi \sqrt{\frac{r}{g}} = \pi \sqrt{\frac{0,2519}{9,8088}}$$

$$= 0,50343 \text{ Sekunden.}$$

19.

Aufgabe. Unter welchem Winkel muß der Ball M gegen die Bande AB gestoßen werden, damit er von dieser nach C gemacht werde. Es sei $AB = 4$ Fuß, $BC = 6$ Fuß und $AM = 1\frac{1}{2}$ Fuß.



Auflösung. Bei unvollkommen elastischen Kugeln ist das Verhältniß der Tang. unter dem Einfallwinkel und Absprungwinkel

$$\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta} = \sqrt{\mu},$$

oder

$$\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta} = \frac{1}{\sqrt{\mu}},$$

oder

$$\frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\beta_1} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}.$$

Verlängert man daher BC um $BD = \frac{BC}{\sqrt{\mu}}$ und zieht DM, so ist EM die gesuchte Richtung, denn

$$\frac{tg\,\alpha_1}{tg\,\beta_1} = \frac{BD}{BC} = \frac{BC}{BC\cdot\sqrt{\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\mu}}.$$

Es ist nun für Billardkugeln

$$\sqrt{\mu} = 0,6,$$

daher

$$BD = \frac{10\,BC}{6},$$

und da

$$BC = 6 \text{ Fuß}:$$

$$BD = \frac{6\cdot 10}{6} = 10 \text{ Fuß}.$$

Ferner ist

$$tg\,\alpha_1 = \frac{BD}{BE};$$

es ist aber

$$\frac{BE}{BD} = \frac{AE}{AM} = \frac{AB - BE}{AM}$$

$$AM . BE = BD . AB - BD . BE$$

$$BE (AM + BD) = BD . AB$$

$$BE = \frac{BD . AB}{AM + BD},$$

also

$$tg\,\alpha_1 = \frac{BD (AM + BD)}{BD . AB}$$

$$= \frac{AM + BD}{AB}.$$

Da nun

$$AB = 4 \text{ Fuss}$$

$$AM = 1\tfrac{1}{2} \text{ "}$$

$$BD = 10 \text{ "}$$

ist, so wird

$$tg\,\alpha_1 = \frac{\frac{3}{2} + 10}{4} = \frac{23}{8} = 2,875$$

und

$$\alpha_1 = 70^\circ 49' 15''$$

und daher endlich

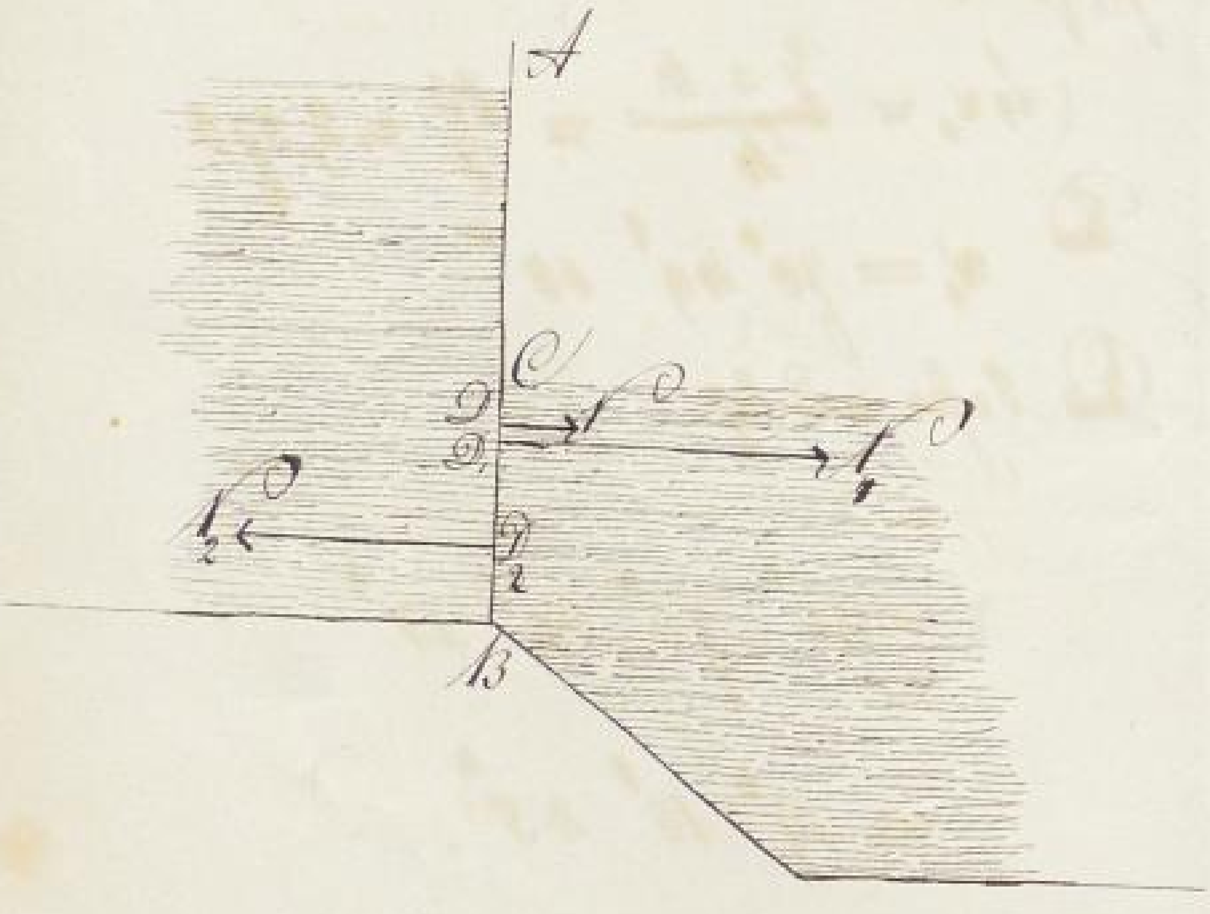
$$\alpha = 90^\circ - 70^\circ 49' 15''$$

$$= 19^\circ 10' 45''.$$

V. Mechanik flüssiger Körper.

20.

Aufgabe. Bei einer Schleusenkammer steht das Wasser vor dem Oberthor auf $AB = 5\frac{1}{2}$ Fuß, und hinter demselben auf $BC = 2\frac{1}{2}$ Fuß; man soll die Größe und den Angriffspunkt des Mitteldruckes angeben.



Auflösung. Ist die Breite des Oberthores $= b$, so ist der Druck auf die Seitenfläche des Oberthores

$$P_1 = \frac{1}{2} AB^2 b\gamma,$$

und der auf die Hinterfläche

$$P_2 = \frac{1}{2} BC^2 b\gamma;$$

daraus folgt die Mittelkraft

$$P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2}(AB^2 - BC^2) b\gamma.$$

Ist nun gegeben $AB = 5\frac{1}{2}$ Fuß

$BC = 2\frac{1}{2}$ „

$\gamma = 66$ Pf.,

daher wird für $b = 1$ Fuß:

$$P_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{121}{4} \cdot 66 = \frac{3993}{4} = 998,25 \text{ Pf.}$$

$$P_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{25}{4} \cdot 66 = \frac{3300}{16} = 206,25 \text{ Pf.},$$

daher

$$P = 998,25 - 206,25 = 792 \text{ Pf.}$$

Nennen wir nun den Abstand des Angriffspunktes der Kraft P_1 von der unteren Kante des Oberthores $BD_1 = a_1$, ferner den Abstand des Angriffspunktes der Kraft P_2 von der unteren Kante des Oberthores $BD_2 = a_2$, so haben wir den Abstand des Angriffspunktes der Mittelkraft P von B:

$$BD = a = \frac{P_1 a_1 - P_2 a_2}{P}.$$

Nun ist

$$a_1 = \tfrac{1}{3} AB = \tfrac{11}{6} \text{ Fuß}$$

$$a_2 = \tfrac{1}{3} BC = \tfrac{5}{6} \text{ Fuß},$$

also

$$a = \frac{998,25 \cdot \frac{11}{6} - 206,25 \cdot \frac{5}{6}}{792}$$

$$= 2,093 \text{ Fuß};$$

daher ist der Abstand des Angriffspunktes D vom Wasserspiegel des Oberwassers:

$$AD = AB - a = 5\tfrac{1}{2} - 2,093$$

$$= 3,407 \text{ Fuß}.$$

21.

Aufgabe. Welche mechanische Arbeit ist nothwendig, um 150 Kubikfuß Luft bei 27,5 Barometerstand und 15° Temperatur auf den Manometerstand von 4,5" zu bringen?

Auflösung. Um ein Luftvolumen V von der Spannung p in die Spannung p_1 zu versetzen, hat man die Arbeit

$$A = Vp \cdot \log nat \left(\frac{p_1}{p}\right)$$

nothwendig. Die Spannung der Luft bei 27,5 Zoll Barometerstand ist

$$= 0,5375 \cdot 27,5 = 14,78125 \text{ Pf}.$$

Ferner ist

$$\frac{p_1}{p} = \frac{b_1}{b};$$

also in diesem Fall

$$\frac{p_1}{p} = \frac{27,5 + 4,5}{27,5} = \frac{32}{27,5},$$

also die aufzuwendende Arbeit

$$\mathfrak{A} = 150 \cdot 14{,}7 \cdot 125 \cdot \left(\log nat\right)\left(\frac{32}{27{,}5}\right)$$

144

$$= 150 \cdot 14{,}7 \cdot 125 \,(3{,}46573 - 3{,}31419)$$

$$= 150 \cdot 14{,}7 \cdot 125 \cdot 0{,}13154$$

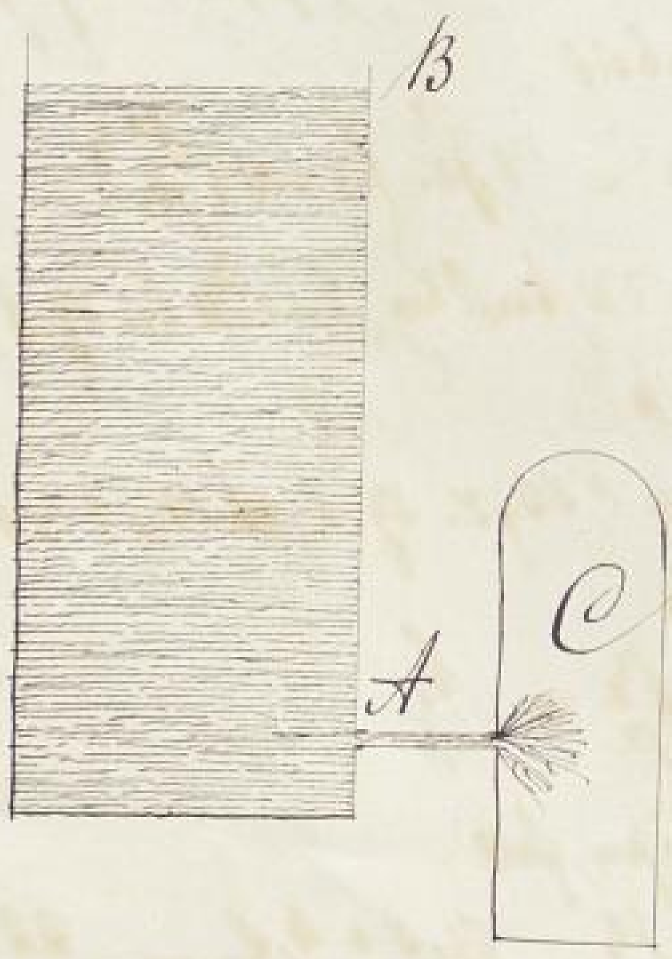
48381, 84

= ~~335,992575,25~~ Fußpfund.

z. Bl....

22.

Aufgabe. Welches Wasserquantum fließt pro Sec. bei einer Druckhöhe AB = $5\frac{1}{2}$ Fuß durch die Mündung $1\frac{1}{2}$ Zoll weite, cylindrische Röhre A in den Behälter C, wenn der Luftdruck in demselben nur $13\frac{1}{2}$ Zoll beträgt?



Auflösung. Ist die Geschwindigkeit, des aus der Röhre A fließenden Wassers = v und der Durchmesser der Röhre = d, so ist das Wasserquantum, welches pro Sec. herausfließt

$$= Q = \frac{\pi d^2}{4} v.$$

Die die Geschwindigkeit erzeugende Druckhöhe $\mathfrak{h}$ ist aber gleich der Wasserhöhe AB + dem Barometerstand — die Höhe einer Wassersäule, welche einer Quecksilbersäule von 13,5 Zoll das Gleichgewicht hält. Es ist nun der Wasserbarometerstand

$$h_1 = 32{,}74 \text{ Fuß};$$

die Höhe der Wassersäule, welche einer 13,5 Zoll hohen Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält, ist aber

$$h_2 = \frac{13{,}5 \cdot 13{,}596}{12} = 15{,}295 \text{ Fuß}.$$

Ist nun noch die Druckhöhe AB = h, so wird

$$\mathfrak{h} = h + h_1 - h_2.$$

Nun ist die Geschwindigkeit

$$v = \mu\sqrt{2g\mathfrak{h}} = \mu\sqrt{2g(h+h_1-h_2)}.$$

Es ist ferner

$$h = 5,5 + 32,74 - 15,295$$
$$= 23,045 \text{ Fuß},$$

und da

$$\mu = 0,821$$
$$\sqrt{2g} = 7,906$$

ist, so hat man

$$v = 0,821 \cdot 7,906 \cdot \sqrt{23,045},$$

$$\log v = 0,9143432 - 1 + 0,8979568 - 0,6812883,$$

daher

$$v = 31,1593 \text{ Fuß}.$$

Daher wird endlich:

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} v = \frac{\pi \left(\frac{3}{24}\right)^2}{4} \cdot 31,1593$$

$$= \frac{3,14159 \cdot 9 \cdot 31,1593}{4 \cdot 576},$$

oder

$$\log Q = 0,4971499 + 0,9542425 + 1,4935883$$
$$- 3,3624825,$$

woraus sich ergiebt

$$Q = 0,382462 \text{ Kubikfuß}.$$

1.

Aufgabe. Welche Weite hat man einer 5340 Fuß langen Röhrenleitung zu geben, welche bei 3 Fuß Gefälle täglich 7000 Kubikfuß Wasser fortführt.

Auflösung. Ist die Weite der Röhrenleitung $= d$, die Länge derselben $= l$, das Gefälle $= h$, und das pro Secunde fortzuführende Wasserquantum $= Q$, so ist

$$d = \sqrt[5]{\frac{(1+\zeta)d + \zeta_1 l}{2gh}\left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2},$$

wo ζ den Widerstandscoefficienten für den Eintritt des Wassers in die Röhrenleitung und ζ_1 den für die Reibung des Wassers in der Röhrenleitung ist. Hier ist

$$\zeta = 0,505$$
$$Q = \frac{7000}{24.60.60} = \frac{35}{432} \text{ Kubikfuß.}$$

ferner

$$\left(\frac{4}{\pi}\right)^2 = 1,6212$$
$$\frac{1}{2g} = \frac{1}{2.34,335} = 0,0145$$

Also:

$$d = \sqrt[5]{\frac{1,505.d + \zeta_1 l}{h} . Q^2 . 1,6212 . 0,0145}$$

Setzen wir nun vorläufig

$$\zeta_1 = 0,03,$$

so haben wir

$$d = \sqrt[5]{(1,505 d + 0,03.5340)\left(\frac{35}{432}\right)^2 . \frac{1}{3} . 1,6212 . 0,0145}.$$

Dieser Gleichung entspricht ungefähr $d = 0,32$, also erhalten wir:

$$d = \sqrt[5]{(1,505.0,32 + 0,03.5340)\left(\frac{35}{432}\right)^2 . \frac{1}{3} . 1,6212 . 0,0145}$$

$$= 0,3149 \text{ Fuß.}$$

Hieraus ergiebt sich nun für die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhrenleitung:

$$r^2 = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 35}{\pi \cdot 432 \cdot 0{,}3149^2}$$

$$= \frac{35}{\pi \cdot 108 \cdot 0{,}3149^2}$$

$$= 1{,}0399 \text{ Fuß.}$$

Für diese Geschwindigkeit ist aber genauer

$$\zeta_1 = 0{,}0313,$$

daher erhält man richtiger

$$d = \sqrt{(1{,}505 \cdot 0{,}3149 + 0{,}0313 \cdot 5340)\left(\frac{35}{432}\right)^2 \cdot \frac{1}{8} \cdot 1{,}612 \cdot 9{,}146}$$

$$= 0{,}3159 \text{ Fuß}$$

$$= 3{,}7908 \text{ Zoll.}$$

2.

Aufgabe. Um durch eine Rösche von 4935 Fuß Länge eine Wassermenge von 700 Kubikfuß pro Minute bei 3 Fuß Gefälle fortzuleiten, will man einen Kanal von trapezoidalem Querprofile anwenden; welche Dimensionen sind nun demselben zu geben, wenn man die Böschung $\frac{1}{2}$ annimmt?

Auflösung. Der Böschungswinkel θ ist bestimmt durch die Gleichung

$$\operatorname{cotg} \theta = \frac{1}{2},$$

woraus

$$\theta = 63^\circ\, 26'\, 5''$$

Setzt man das Verhältnis des Umfanges p des Querprofiles zum Inhalt F desselben

$$\frac{p}{F} = \frac{m}{\sqrt{F}},$$

und die Geschwindigkeit des Wassers

$$c = \frac{Q}{F}$$

in die Formel

$$h = 0{,}007565 \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

ein, so hat man

$$h = 0{,}007565 \cdot \frac{m\,l\,Q^2}{2g\,F^{\frac{5}{2}}}$$

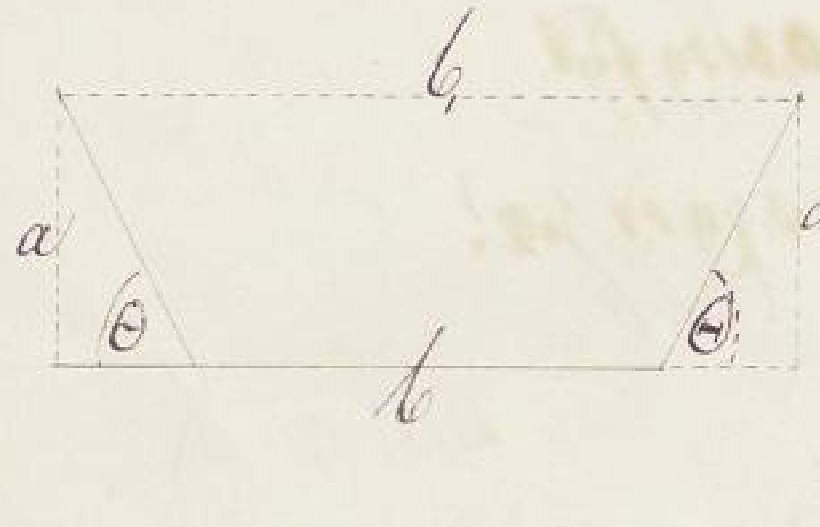
$$F = \left(0{,}007563\ \frac{m\,l\,Q^2}{2g\,h}\right)^{\frac{2}{5}}$$

Ist nun die Tiefe des Wassers = a, die untere Breite des Canals = b, so ist:

$$p = b + \frac{2a}{\sin\Theta}.$$

Ferner ist für ein Minimum von $\frac{p}{F}$:

$$a = \sqrt{\frac{F\sin\Theta}{2-\cos\Theta}},$$



also da $b = \frac{F}{a} - a\cdot\operatorname{ctg}\Theta$ ist:

$$p = \frac{F}{a} - a\operatorname{ctg}\Theta + \frac{2a}{\sin\Theta}.$$

oder

$$p = \frac{F}{\sqrt{\frac{F\sin\Theta}{2-\cos\Theta}}} - \sqrt{\frac{F\sin\Theta}{2-\cos\Theta}}\cdot\operatorname{ctg}\Theta + \frac{2}{\sin\Theta}\sqrt{\frac{F\sin\Theta}{2-\cos\Theta}}$$

$$= \sqrt{F}\left[\sqrt{\frac{2-\cos\Theta}{\sin\Theta}} - \sqrt{\frac{\sin\Theta}{2-\cos\Theta}}\left(\operatorname{ctg}\Theta - \frac{2}{\sin\Theta}\right)\right]$$

$$= \sqrt{F}\left[\sqrt{\frac{2-\cos\Theta}{\sin\Theta}} + \sqrt{\frac{\sin\Theta}{2-\cos\Theta}}\left(\frac{2-\cos\Theta}{\sin\Theta}\right)\right]$$

$$= \sqrt{F}\cdot 2\sqrt{\frac{2-\cos\Theta}{\sin\Theta}};$$

also

$$\frac{p}{F} = \frac{\sqrt{F}\cdot 2\sqrt{\frac{2-\cos\Theta}{\sin\Theta}}}{F}$$

$$= \frac{2\sqrt{\frac{2-\cos\Theta}{\sin\Theta}}}{\sqrt{F}}$$

also für $\Theta = 63^{0}\,26'\,5''$

$$\frac{p^{0}}{F} = \frac{2\sqrt{\frac{2-\cos(63^{0}\,26'\,5'')}{\sin(63^{0}\,26'\,5'')}}}{\sqrt{F}}$$

$$= \frac{2\sqrt{\frac{2-0,44722}{0,89442}}}{\sqrt{F}}$$

$$= \frac{2,633}{\sqrt{F}}$$

Es ist also

$$m' = 2,635,$$

daher

$$Q = \frac{800}{60} = \frac{40}{3} \text{ Kubikfuß},$$

und da

$$l = 4975 \text{ Fuß}$$

und

$$h = 3 \text{ Fuß}$$

ist:

$$F = \left(0,007565 \frac{2,635 \cdot 4975 \cdot \left(\frac{40}{3}\right)^{2}}{68,67 \cdot 3}\right)^{\frac{2}{5}}.$$

$$= 5,9333 \text{ Quadratfuß}.$$

Hieraus erhält man nun die mittlere Geschwindigkeit des Wassers

$$c = \frac{Q}{F} = \frac{40}{3 \cdot 5,9333} = 2,2472 \text{ Fuß}$$

Für $c = 2,2472$ Fuß ist aber der Widerstandscoefficient ζ richtiger $= 0,00751$, daher erhält man genauer

$$F = \left(0,00751 \cdot \frac{2,635 \cdot 4975 \cdot \left(\frac{40}{3}\right)^{2}}{68,67 \cdot 3}\right)^{\frac{2}{5}},$$

d. i.

$$F = 5{,}9160 \text{ Quadratfuß.}$$

Es ergibt sich nun

$$p = m\sqrt{F} = 2{,}635\sqrt{5{,}916}$$
$$= 6{,}4091 \text{ Fuß};$$

ferner die Tiefe

$$a = \sqrt{\frac{F \sin\theta}{2 - \cos\theta}} = \sqrt{\frac{5{,}916 \cdot 0{,}89442}{2 - 0{,}44722}}$$
$$= \sqrt{\frac{5{,}916 \cdot 0{,}89442}{1{,}55278}}$$
$$= 1{,}846 \text{ Fuß}.$$

Hieraus ergibt sich die untere Breite

$$b = \frac{F}{a} - a \cdot \operatorname{ctg}\theta$$
$$= \frac{5{,}916}{1{,}846} - \frac{1}{2} \cdot 1{,}846$$
$$= 3{,}2047 \text{ Fuß};$$

endlich die obere Breite

$$b_1 = b + 2a \cdot \operatorname{ctg}\theta$$
$$= 3{,}2047 + 1{,}846$$
$$= 5{,}0507 \text{ Fuß}.$$

3.

Aufgabe. Es ist für denselben Kanal eine Wasserstandsskala anzufertigen, welche die Wassermenge innerhalb der Grenzen 600 bis 1000 Kubikfuß richtig angiebt.

Auflösung. Man hat zur Berechnung der Wasserstandsskala die Formel

$$\frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a)\left(\frac{3b_1}{2\mathfrak{F}} - \frac{1}{p \sin\theta}\right),$$

wo Q die Wassermenge, b_1 die obere Breite, $\mathfrak{F}$ den Querschnitt und p den Umfang bei dem mittleren Wasserstande a, Q_1 die Wassermenge bei einem anderen Wasserstande a_1, und θ der Böschungswinkel des Kanals ist.

Bei der vorigen Aufgabe war für den mittleren Wasserstand $a = 1,346$ Fuß die Wassermenge: $Q = \frac{40}{3} = 13,333$ Kubikfuß, $b_1 = 5,050$ Fuß, $\mathfrak{F} = 5,916$ Quadratfuß, $p = 6,4091$ Fuß, $\theta = 63^\circ\ 26'\ 6''$, also $\sin\theta = 0,89448$.

Daher hat man nun

$$\frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a)\left(\frac{3 \cdot 5,050}{2 \cdot 5,916} - \frac{1}{6,4091 \cdot 0,89443}\right)$$

$$= (a_1 - a)(1,2806 - 0,17443)$$

$$= 1,10613\,(a_1 - a).$$

Also wird

$$Q_1 = 13,333 + 13,333 \cdot 1,10615\,(a_1 - a)$$

$$= 13,333 + 14,7483\,(a_1 - a)$$

$$= 13,333 + \frac{a_1 - a}{0,0677} \text{ Kubikfuß.}$$

Ist nun

$$a_1 - a = \pm 0{,}067 \text{ Fuß}$$
$$= \pm 9{,}6 \text{ Linien},$$

so nimmt das Wasserquantum in Kanal um 1 Kubikfuß Wasser pro Sec. zu oder ab. Man erhält also eine Skala mit Intervallen von 9,6 Linien; jedem Theilstrich entspricht 1 Kubikfuß Wasser pro Sec., und zwar ist dies um so genauer, je näher der Wasserstand an dem mittleren

$$a = 1{,}846 \text{ Fuß}$$

ist.

Zur Probe 16 gut. [illegible]

4.

Aufgabe. Man soll die Stärke einer 20 Fuß hohen Futtermauer angeben, welche den Druck einer 25 Fuß hohen Erdanschüttung auszuhalten hat.

Auflösung. Der Druck der Erdmasse ist

$$P = \frac{1}{2} h^2 \gamma \left(\mathrm{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)\right)^2.$$

Es muß nun

$$\mathrm{tg}\,\rho = \frac{P}{G} < f$$

sein,

also $$\frac{\frac{1}{2} h^2 \gamma \left(\mathrm{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)\right)^2}{G} < f$$

Es ist aber das Gewicht von 1 Fuß Länge der Mauer

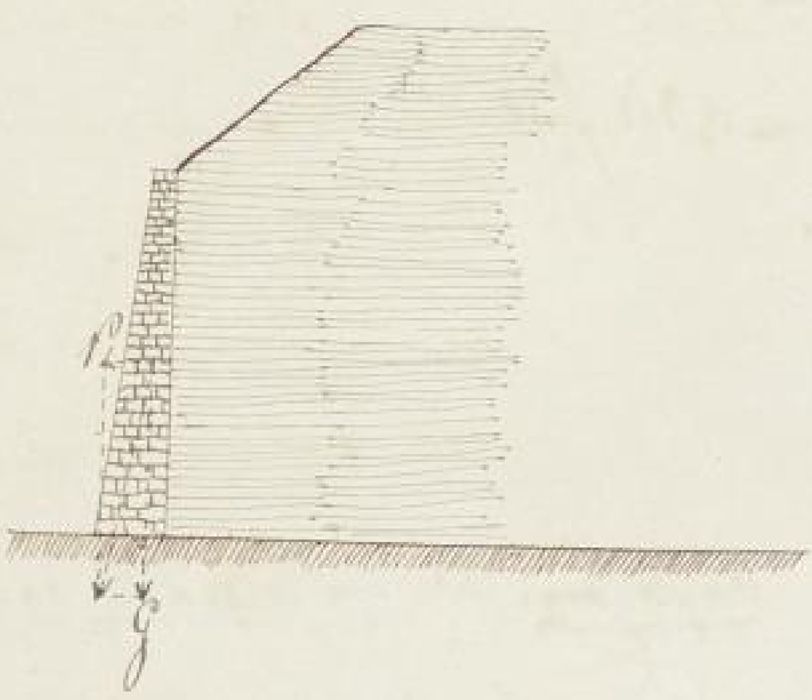
$$G = \left(bh_1 + \frac{nh_1^2}{2}\right)\gamma_1,$$

wenn b die obere Mauerbreite, n die relative Böschung, h_1 die Höhe der Mauer und γ_1 die Dichtigkeit desselben bezeichnet; also

$$\frac{\frac{1}{2} h_0^2 \gamma \left[\tan\left(45^\circ - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2}{\left(bh + \frac{nh^2}{2}\right)\gamma_1} < f ,$$

oder

$$\frac{\frac{1}{2} h_0^2 \gamma \left[\tan\left(45^\circ - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2}{f\gamma_1 h} - \frac{nh}{2} < b$$



Ist nun

$$\varrho = 50^\circ$$

$$n = \frac{1}{8}$$

$$\gamma = 1,3 \cdot 46,64 \text{ ℔} = 60,632 \text{ ℔}$$

$$\gamma_1 = 2,4 \cdot 46,64 = 111,93 \text{ ℔}$$

$h_0 = 35$ Fuß

$h = 25$ Fuß

$f = 0,6$,

daher wird

$$b > \frac{\frac{1}{2} \cdot 35^2 \cdot 60,632 \left(\tan(45-25)\right)^2}{0,6 \cdot 111,93 \cdot 23} - \frac{1}{16} \cdot 25$$

$$b > 2,93 - 1,56$$

$b > 1,37$ Fuß,

wofür man etwa $b = 1,5$ Fuß setzen kann, wonach sich auch die untere Breite $b + \frac{1}{8} h$ ergibt zu $1,5 + \frac{1}{8} \cdot 25 = 4,62$ Fuß.

Wegen des Umstürzens muß

$$b = -nh + \sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_1} \cdot \frac{h_0^3}{h}\left[\tan\left(45 - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + \frac{1}{3} n^2 h^2}$$

sein, wo die übrigen Werthe gelten und $\delta = \frac{\varrho}{4}$ zu setzen ist; daher

$$b = -\frac{1}{8}\cdot 25 + \sqrt{\frac{\frac{9}{4}\cdot 60{,}632}{3\cdot 111{,}93}\cdot\frac{35^3}{25}(\mathrm{tg}\,26)^2 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{64}\cdot 25^2}$$

$$= -\frac{25}{8} + \sqrt{\frac{13{,}158}{37{,}31}\cdot 343{,}5\,(\mathrm{tg}\,26)^2 + \frac{25^2}{192}}$$

$$= -\frac{25}{8} + \sqrt{9{,}2302 + 3{,}2552}$$

$$= -3{,}125 + 3{,}533$$

$= 0{,}408$ Fuß

3.

Aufgabe. Es sollen für eine Thalüberbrückung von 120 Fuß Länge, 20 Fuß Breite und 50 Fuß Höhe drei Projekte, nämlich eine hölzerne, steinerne und Kettenbrücke bearbeitet werden.

Auflösung. 1.) Die hölzerne Brücke.

Wegen der großen Weite des Thales wird in der Mitte derselben ein steinerner Pfeiler aufgeführt werden, welcher unten 8 Ellen und oben 4 Ellen Dicke bekommt. Die Ueberbrückung soll nun durch Häng- und Sprengwerk zugleich geschehen, denn es ist nothwendig, die Construktion so anzunehmen, daß sowohl Hängwerk als Sprengwerk die Brücke für sich allein tragen kann. Nehmen wir die Höhe $ab = 10$ Fuß, so erhalten wir die Neigung der Streben, bestimmt durch

$$\mathrm{tg}\,\delta = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}\,,$$

$$\delta = 26\tfrac{1}{2}^{\circ}.$$

Nehmen wir nun an, daß 1 Quadratfuß Brücke 50 ℔ wiegt, so wiegt eine Hälfte derselben $G = 60\cdot 20\cdot 50 = 60000$ ℔. Es trägt nun eine Hängsäule $\frac{1}{6}G = 10000$ ℔, es ist also $Q = 10000$ ℔.

Hier und $S = \frac{Q}{\sin\delta} = \frac{10000}{0,44700}$

$= 22371,3$ ℔

$H = Q \cot\delta = 20000$ ℔

Es ergiebt sich nun der Querschnitt der Hängesäulen

$$\frac{Q}{K} = \frac{10000 \cdot 20}{7400} = 27,02 \text{ Quadratzoll},$$

und nehmen wir denselben quadratisch an, so ist die Stärke der Hängesäulen

$$= \sqrt{27,02} = 5,198 \text{ Zoll},$$

ferner der Querschnitt eines Spannriegels

$$= \frac{20000 \cdot 20}{7400} = 54,04 \text{ Quadratzoll},$$

und seine Stärke $= \sqrt{54,04} = 7,35$ Zoll,

endlich der Querschnitt der Streben

$$= \frac{22371,3 \cdot 20}{7400} = 60,46 \text{ Quadratzoll},$$

und ihre Stärke $= \sqrt{60,46} = 7,775$ Zoll.

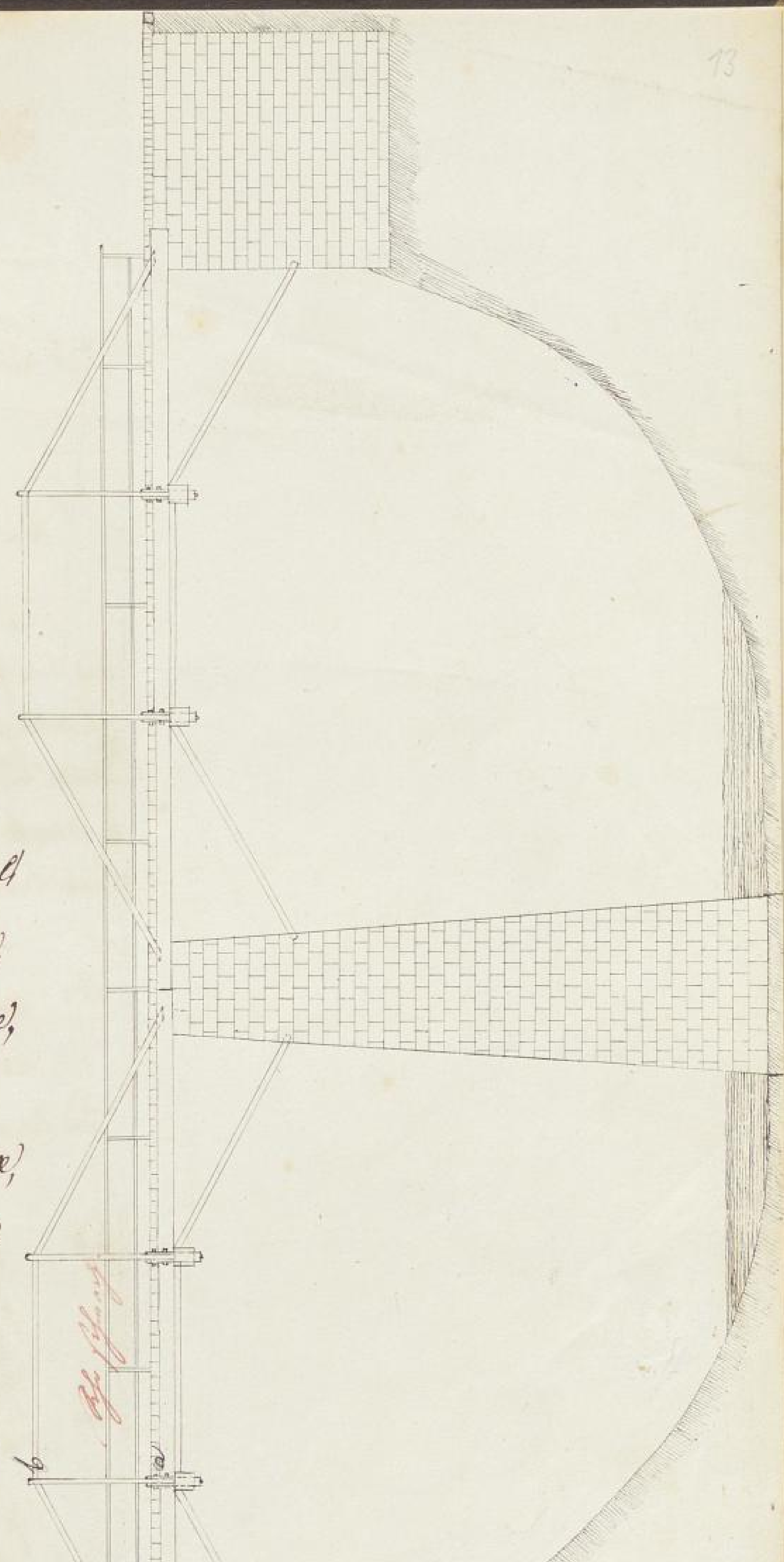
Die Stärke der Unterzüge berechnet sich auf folgende Weise: Es ist

$$Pl = 400\, b h^2;$$

es kommt aber auf einen Unterzug $\frac{1}{6}$ des ganzen Gewichtes der Brücke $= 20000$ ℔, also ist $P = 20000$ ℔, $l = 20$ Fuß, daher

$$400\, b h^2 = 20 \cdot 12 \cdot 20000$$

$$b h^2 = 12000$$



Nimmt man nun

$$b = \frac{5}{7} h,$$

so wird

$$\frac{5}{7} h^3 = 12000$$

$$h^3 = \frac{84000}{5},$$

also

$$h = 25\tfrac{1}{2} \text{ Zoll und } b = \frac{5}{7} h = 18,2 \text{ Zoll.}$$

Die Stärke der Brückenlager berechnet sich mit dem Gewicht der Brücke; ihre Länge von Unterlegung zu Unterlegung beträgt 20 Fuß, und das Gewicht, welches auf diese Länge gleichmäßig vertheilt ist, $= 10000$ ℔, da nur der größte Theil des Gewichtes der Brücke darauf kommt; es ist also

$$K = 400 b h^2$$

oder

$$10000 \cdot 20 \cdot 12 = 400 b h^2$$

$$b h^2 = \frac{10000 \cdot 20 \cdot 12}{400} = 6000,$$

und setzen wir wieder

$$b = \frac{5}{7} h,$$

so ist

$$\frac{5}{7} h^3 = 6000$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{42000}{5}} = 20,328 \text{ Zoll}$$

und

$$b = \frac{5}{7} h = \frac{5}{7} \cdot 20,328 = 14,534 \text{ Zoll}$$

Es ist nun noch die Stärke der Widerlagsmauern zu berechnen. Wir setzen die Höhe der Widerlagen $h = 20$ Fuß, so ist nun zu setzen

$$Sb(a+h) - P \frac{2}{3} h = G_1 e + G(b+e)$$

$$1,9\,B(a+h) - P\tfrac{2}{3}h = G_1 e + G(b+e)$$

$$G_1 = hc\gamma,\quad e = \tfrac{1}{2}c,$$

ferner $G_1 e = \frac{1}{2}hc^2\gamma$,

$$\tfrac{1}{2}hc^2\gamma + Gc = 1,9\,B(a+h) - P\tfrac{2}{3}h - Gb$$

$$c^2 + \frac{2Gc}{h\gamma} = \frac{1,9\,B(a+h) - P\frac{2}{3}h - Gb}{\frac{1}{2}h\gamma}$$

$$c = -\frac{G}{h\gamma} + \sqrt{\frac{1,9\,B(a+h) - \frac{2}{3}Ph - Gb}{\frac{1}{2}h\gamma} + \left(\frac{G}{h\gamma}\right)^2}$$

Nun ist $B = 20000$ Pfd.

$h = 20$ Fuß

$a = 10$ Fuß,

$$P = \tfrac{1}{2}h^2\gamma_1\left[tg\left(45^\circ + \tfrac{\varrho}{2}\right)\right]^2,$$

wo γ_1 die Dichtigkeit der Erdmasse ist, daher

$$P = \tfrac{1}{2}\,400 \cdot 80\,(tg(45+15))^2$$

$$= \tfrac{1}{2} \cdot 400 \cdot 80 \cdot 3$$

$$= 16000 \cdot 3 = 48000 \text{ Pfd.},$$

ferner $\gamma = 2,4 \cdot 50 = 120$ Pfd.;

ferner ist das Gewicht G der einen Hälfte [illegible] auf 1 Fuß Breite $= 30 \cdot 50 = 1500$ Pfd., und wenn man b ungefähr 15 Fuß setzen, daher die Stärke der Widerlagsmauern

$$c = -\frac{1500}{2400} + \sqrt{\frac{1,9 \cdot 20000 \cdot 30 - \frac{2}{3} \cdot 48000 \cdot 20 - 1500 \cdot 15}{1200} + \left(\frac{1500}{2400}\right)^2}$$

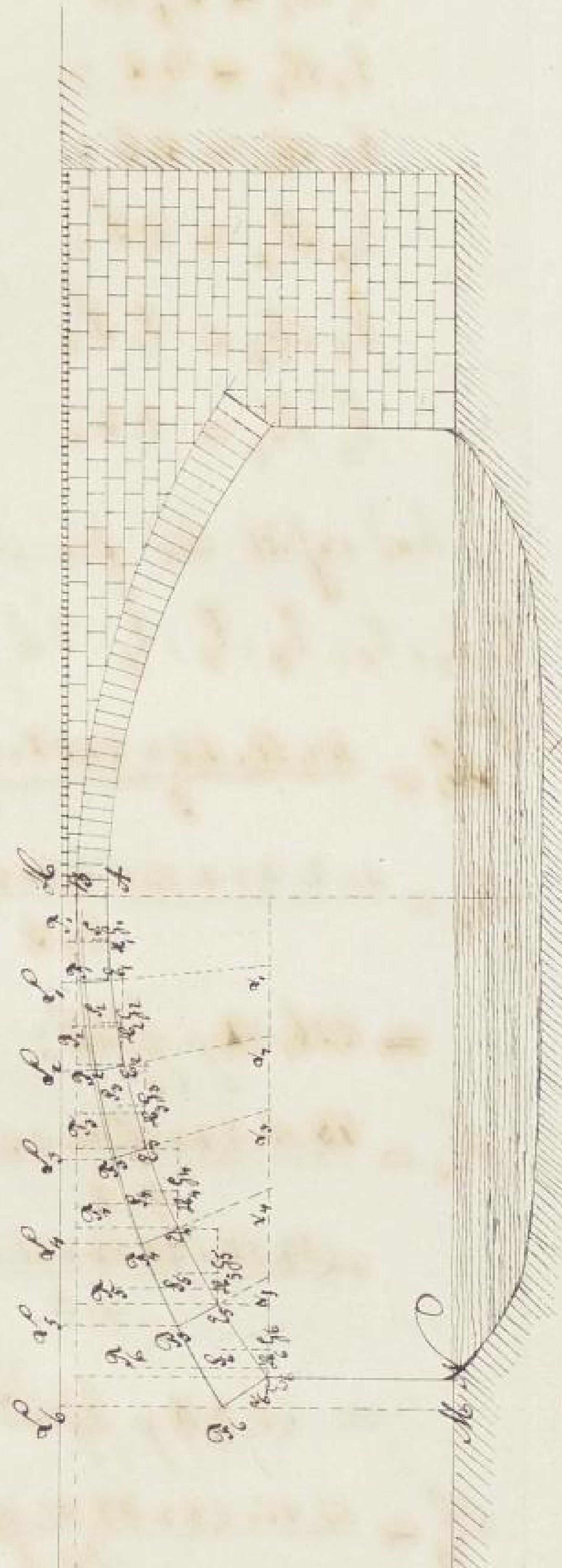
$$= -0,62 + 19,96 = 19,34 \text{ Fuß}$$

2.) Die steinernen Brücken.

Nach Perronet erhält man für einen Bogen von 100 Fuß Durchmesser die Stärke des Gewölbes im Scheitel $= 0,0694 \cdot 100 + 1 = 7,94$ Fuß; da dieses Maaß aber sehr groß ist, will ich hier diese Stärke nur zu 4 Fuß und die der Uebermauerung zu 2 Fuß annehmen. Um nun die Stabilitätsverhältnisse eines solchen Gewölbes zu beurtheilen, theilen wir das Gewölbe in 6 Theile und bestimmen die Inhalte, Schwerpunkte und Hebelarme der Gewölbstücke und der zugehörigen Uebermauerungen; wir erhalten nun folgende Verhältnisse:

Inhalte der Gewölbstücke:

$AD_1 = 44,55$ Quadratfuß
$E_1D_2 = 46,2$ "
$E_2D_3 = 48,95$ "
$E_3D_4 = 53,35$ "
$E_4D_5 = 59,95$ "
$E_5D_6 = 69,3$



Inhalt der Gewölbemauerung

$BL_1 = 23,52$ Quadratfuß

$B_1L_2 = 33,3$ „

$B_2L_3 = 56,13$ „

$B_3L_4 = 83,81$ „

$B_4L_5 = 130,0$ „

$B_5L_6 = 173,46$ „

Hebelarme der Horizontalkräfte in Fuß

$E_1 = 3$ Fuß

$E_2 = 6,3$ „

$E_3 = 9,1$ „

$E_4 = 13,1$ „

$E_5 = 18,0$ „

$E_6 = 24,0$ „

Hebelarme der Gewölbstücke:

$E_1G_1 = 5,2$ Fuß

$E_2G_2 = 4,8$ „

$E_3G_3 = 4,4$ „

$E_4G_4 = 3,8$ „

$E_5G_5 = 3,2$ „

$E_6G_6 = 2,2$ „

Hebelarme der Stabmomente um gegen:

$E_1 B_1 = 5$ Fuß

$E_2 B_2 = 4,2$ „

$E_3 B_3 = 3,3$ „

$E_4 B_4 = 2,5$ „

$E_5 B_5 = 1,5$ „

$E_6 B_6 = 0,6$.

Man erhält nun für eine Drehung um $E_1, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6$ die Spannkräfte:

für

$$B_1 = \frac{44,55 \cdot 5,2 + 23,52 \cdot 5}{5}\gamma = 69,832\gamma \text{ Pfund};$$

$$B_2 = \frac{46,2 \cdot 4,8 + 33,3 \cdot 4,2 + 349,26 + (44,55 + 23,52) \cdot 10,51}{6,3}\gamma$$

$$= 226,82\gamma \text{ Pfund};$$

$$B_3 = \frac{48,95 \cdot 4,4 + 56,13 \cdot 3,3 + 1429,0185}{9,1}\gamma +$$

$$+ \frac{(44,55 + 23,52 + 46,2 + 33,3)\,10,25}{9,1}\gamma$$

$$= 268,9\gamma \text{ Pfund}.$$

$$B_4 = \frac{53,35 \cdot 3,8 + 88,81 \cdot 2,5 + 2256,977}{13,1} +$$

$$+ \frac{(44,55 + 23,52 + 46,2 + 33,3 + 48,95 + 56,13)\,10,15}{13,1}\gamma$$

$$= 482,51\gamma \text{ Pfund}.$$

$$M_5 = \frac{59,93 \cdot 3,2 + 130 \cdot 1,5 + 6720,8645}{18}\, y + \frac{(44,55 + 23,52 + 46,1 + 33,3 + 48,95 + 56,1 + 53,35 + 88,81)\, 9,65\, y}{18}$$

$$= 584,31\, y \text{ Pfund},$$

$$M_6 = \frac{69,3 \cdot 9,2 + 179,45 \cdot 0,6 + 10517,621}{24}\, y + \frac{(44,55 + 23,52 + 46,2 + 33,3 + 48,9 + 56,13 + 53,35 + 88,81 + 59,93 + 130)\, 9,8\, y}{24}$$

$$= 663,325\, y \text{ Pfund}.$$

Den letzten Werth können wir für den Druck im Gewölbscheitel annehmen, also für $y = 150$ wird $P = 99500$ Pfund. Da nun der Querschnitt für jeden Fuß Gewölbelänge $12 \cdot 12 \cdot 4 = 576$ Quadratzoll ist, so folgt der Druck auf 1 Quadratzoll $= \frac{99500}{576} = 172,57$ Pfund, was also eine hinreichende Stabilität gewährt, da dieser Druck ohne Bedenken bis 250 Pfund steigen darf.

Um die Kräfte P_1, P_2 etc. zu berechnen, welche das Gleichgewicht des Gewölbsteins halten, wenn $\alpha_1 = 83°51'$, $\alpha_2 = 77°42'$, $\alpha_3 = 71°33'$, $\alpha_4 = 65°24'$, $\alpha_5 = 59°15'$, $\alpha_6 = 53°6'$ ist) und der Reibungswinkel $= 30°$ ist:

$$P_1 = (44,55 + 23,52)\, tg(83°51' - 30°)\,\gamma = 93,176\,\gamma \text{ Pfund}$$

$$P_2 = (68,07 + 46,2 + 33,3)\, tg(77°42' - 30°)\,\gamma = 162,18\,\gamma \text{ Pfund}$$

$$P_3 = (147,57 + 48,95 + 56,13)\, tg(71°42' - 30°)\,\gamma = 223,92\,\gamma \text{ Pfund}$$

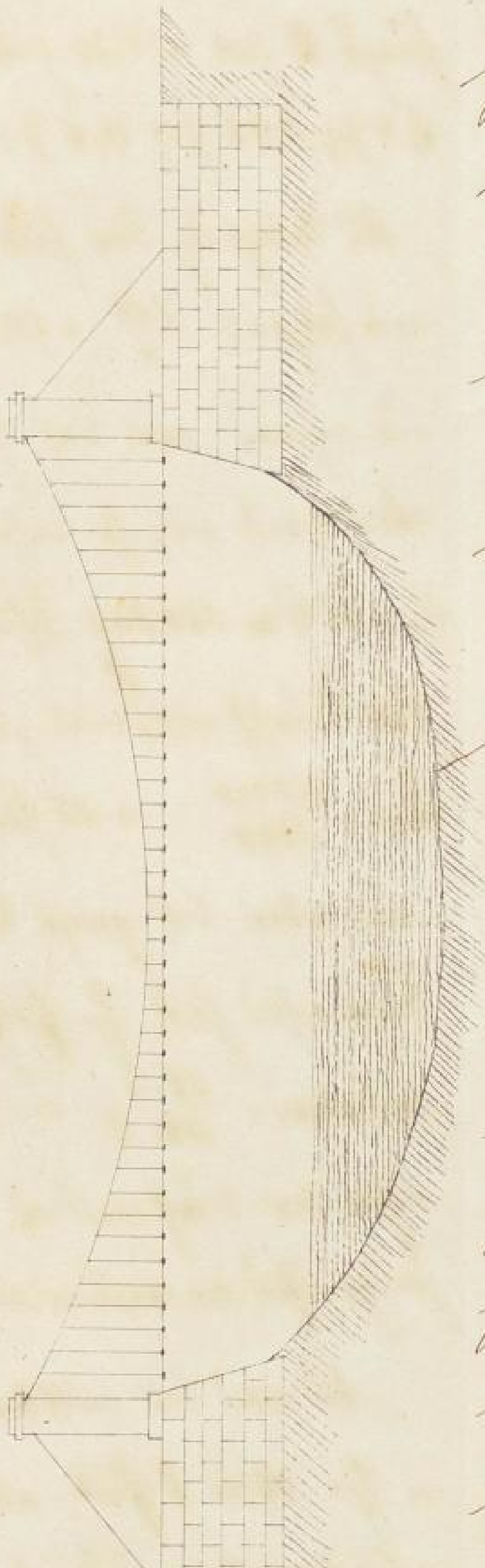
$$P_4 = (252,65 + 53,35 + 88,81)\, tg(65°24' - 30°)\,\gamma = 280,58\,\gamma \text{ Pfund}$$

$$P_5 = (394,81 + 59,95 + 136)\, tg(59°15' - 30°)\,\gamma = 327,26\,\gamma \text{ Pfund}$$

$$P_6 = (584,71 + 69,3 + 173,46)\, tg(53°6' - 30°)\,\gamma = 352,93\,\gamma \text{ Pfund}.$$

Da die Größte aus diesen Kräften immer noch kleiner ist als die Spannung im Scheitel, so kann natürlich kein Gleichgewicht erfolgen.

Für das Einwärtsschieben eines Gewölbstückes ergiebt sich $P_7 = 683,74\,\gamma$ Pfund; da diese größer als die Spannung im Scheitel ist, so kann auch dieser Fall nicht eintreten, 17



Ist $MN = 4$ Fuß, $\frac{M\mathfrak{d}_6 + N\mathfrak{e}_6}{2} = 26,6$ Fuß und x die Dicke der Widerlagen, so erhält man die Gleichung:

$$1,9 \cdot 663,335 \cdot 48\gamma = \frac{x}{2}(x \cdot 50\gamma) + (x+2)(4 \cdot 26,6)$$
$$+ 1520,045 + 327,42(x+4)$$

woraus sich

$x = 28$ Fuß

ergiebt, sodaß also

$ON = 28 + 4 = 32$ Fuß

wird.

3.) Die Kettenbrücke.

Nimmt man die Bogenhöhe $= 15$ Fuß, und die Anzahl der Hängeeisen $= 41$ Stück, so wird die Entfernung zwischen je zwei Hängeeisen $= \frac{120}{40} = 3$ Fuß, und man erhält nun die Längen der einzelnen Hängeeisen von der Mitte an:

$1 \cdot \frac{15}{20^2} = 0,0375$; $4 \cdot \frac{15}{20^2} = 0,15$;
$9 \cdot \frac{15}{20^2} = 0,3375$; $16 \cdot \frac{15}{20^2} = 0,6$;

$25 \cdot \frac{15}{20^2} = 0,9375$; $36 \cdot \frac{15}{20^2} = 1,35$ Fuß etc.; hierzu 2 Zoll addirt giebt: 2 Zoll; 2,45 Z.; 3,8 Z.; 4,05 Z.; 9,2 Z.; 11,25 Z.; 16,2 Zoll etc.

Die Belastung der halben Brücke können wir setzen: $\frac{120}{2} \cdot 20 \cdot 50 = 60000$ Pfund, und nehmen wir das Gewicht der Brücke ebensogroß an, so erhalten das ganze Gewicht $G = 120000$ Pfund, woraus sich nun der Querschnitt F eines jeden Hängeeisens: $F = \frac{120000}{2190} = 55$ Quadratzoll; da nun aber die ganze Brücke $2 \cdot 41 = 82$ Hängeeisen hat, so folgt der Querschnitt desselben: $\frac{55 \cdot 2}{41 \cdot 2} = 1,34$ Quadratzoll, daher der Durchmesser, wenn wir runde Hängeeisen anwenden, $= \sqrt{\frac{4}{\pi} \cdot 1,34} = 1,306$ Zoll.

Da man die mittlere Länge der Hängeeisen $= \frac{1}{3} \cdot 15 = 5$ Fuß, oder noch 2 Zoll addirt, $= 62$ Zoll setzen kann, so ergiebt sich

Das Volumen sämmtlicher Hängeeisen zu $32 \cdot 62 \cdot 1{,}34 = 6812{,}56$ Kubikzoll, also das Gewicht desselben: $6812{,}56 \cdot 0{,}29 =$ $= 1976$ Pfund, man erhält daher die gesammte Belastung: $120000 + 988 = 120988$ Pfd; daher giebt die Formel für den Querschnitt der Spannketten

$$\mathfrak{d} = \frac{G_0}{K \sin\alpha - b\left(1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right)\gamma},$$

wenn man $K = 17500$, $b = 60 \cdot 12 = 720$, $a = 15$, $\gamma = 0{,}29$ und $\sin\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2 + 4a^2}} =$ $= 0{,}4472$ setzt:

$$\mathfrak{d} = \frac{120988}{17500 \cdot 0{,}4472 - 720\left(1 + \frac{2}{3}(0{,}25)^2\right)0{,}29}$$

$= 13{,}9$ Quadratzoll;

haben wir nun 4 Spannketten, so wird für jede der Querschnitt $= \frac{15{,}9}{4} =$ $= 3{,}975$ Quadratzoll.

Das halbe Gewicht der Spannketten ist nun: $\mathfrak{F} b \left(1+\frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2 \mathfrak{f}\right) \gamma = 3459$ Pfund, daher die ganze Belastung $= 3459 + 120988$ Pfund $= 124447$ Pfund; nimmt man den Elasticitätsmodul des Eisens zu 29000000 an, so erhält man für die Vergrößerung der Bogenhöhe folgenden Werth:

$$A = \frac{3}{8} \cdot \frac{G}{\mathfrak{F} \cdot E} \cdot \frac{b^3}{a^2}$$

$$= \frac{3}{8} \cdot \frac{124447}{15,902 \cdot 29000000} \cdot \frac{720^3}{180^2}$$

$= 1,17$ Zoll.

Die Veränderung durch die Temperatur ist $0,0000915\, t \cdot \frac{b^2}{a}$ oder wenn wir $t = 20$ Grad setzen: $= 0,0000915 \cdot 20 \cdot \frac{720^2}{180}$ $= 0,52$ Zoll.

Für die Bestimmung der Zugspannung K setzen wir die Vertikalkraft der belasteten

Setzt man $W_1 = 124447$ Pfund und die dem unbelasteten $W = W_1 - 60000 = 64447$ Pfund, ferner das Verhältniß der Halbmesser der Rollen zu der des Zapfens $\frac{a}{r} = \frac{1}{4}$, und den Reibungskoefficienten $f = \frac{1}{4}$, so wird

$$K = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} (124447 + 64447) =$$
$$= 11806 \text{ Pfund}.$$

Da dieß kleiner als die Differenz der Spannungen ist, so wird zur Herstellung des Gleichgewichtes sehr leicht ein Umdrehen der Rollen sich einstellen.

Um die Pfeilerbreite b zu bestimmen, nehmen wir die Pfeilerhöhe zu 16 Fuß, die Pfeilerdicke zu 4 Fuß, so wird:

$$b^2 + \frac{188894}{16.4.130} \cdot b = \frac{2 \cdot 11806 \cdot \cos\alpha}{4 \cdot 120},$$

woraus $b = 1,8$ Fuß, wofür vielleicht besser $b = 4$ Fuß zu nehmen.

für die Länge l der Schützenlage erlangt man
hat man, ~~man~~
$$l = \frac{2 \cdot S \sin \alpha}{h d \gamma},$$
oder $h = 16$, $d = 10$ Fuß genommen:
$$l = \frac{2 \cdot 124447}{16 \cdot 10 \cdot 130} = 12 \text{ Fuß},$$
wofür wohl mindestens das Doppelte, also 24 Fuß zu nehmen wäre.

6.

Aufgabe. Um die Leistung eines Wasserrades zu ermitteln, hat man Bremsversuche angestellt, und dadurch folgendes gefunden: Umdrehungszahl der Welle pro Minute $5\frac{1}{2}$, Gewicht G in der Wagschale $= 410$ Pfund, Hebelarm $AC = 8,5$ Fuß.

Auflösung. Man hat für die verlangte Leistung:
$$L = \frac{\pi n a}{30} \cdot G$$
$$= \frac{\pi \cdot 5,5 \cdot 8,5}{30} \cdot 410$$
$$= 2007,2 \text{ Fußpfund}$$
$$= \frac{2007,2}{550} = 3,65 \text{ Pferdekräfte}.$$

7.

Aufgabe. Man hat bei einem Canale von 32 Fuß Breite und $2\frac{1}{4}$ Fuß mittlerer Tiefe ein Wasserquantum von 354 Cubikfuß gefunden, und gedenkt dessen Spiegel durch ein Ueberfallwehr um $3\frac{1}{4}$ Fuß zu erhöhen; welche Wehrhöhe ist dazu nöthig, und welchen Aufstau wird dieser Einbau 2500 Fuß oberhalb des Wehres hervorbringen?

Auflösung. Da die Aufstauung ziemlich groß ist, so wird der Ueberfall wohl ein vollkommener sein, daher können wir für die Berechnung der Wehrhöhe die Formel

$$x = a + h_1 - \left(\frac{3Q}{2\mu b\sqrt{2g}}\right)^{2/3}$$

anwenden, wo $a = 2\frac{1}{4}$, $h_1 = 3\frac{1}{4}$, $Q = 354$, $b = 32$, $\mu = 0{,}8$ ist, daher

$$x = 2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{4} - \left(\frac{3.354}{2.0{,}8.32\sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$= 3{,}5978 \text{ Fuß},$$

woraus hervorgeht, daß der Ueberfall wirklich ein vollkommener ist, wie wir oben annahmen.

Um nun die Stauverhältnisse oberhalb dieses Wehres kennen zu lernen, setzen wir die Geschwindigkeit des Wassers $= \frac{354}{32.2\frac{1}{4}} = 4{,}925$ Fuß, daher den entsprechenden Widerstandscoefficienten $\zeta = 0{,}00745$ und die Neigung des Grundbettes

$$\sin\alpha = \zeta \cdot \frac{p}{\mathfrak{F}} \cdot \frac{c^2}{2g},$$

wo $\mathfrak{F} = 32 \cdot 2^{1/4}$, woraus

$$\sin\alpha = 0{,}0015003$$

Die Wassertiefe unmittelbar vom Wehr beträgt $2^{1/4} + 3^{1/4} = 5^{1/2}$ Fuß; wir wollen nun die Entfernungen bestimmen, wo dieselbe 5, $4\frac{1}{2}$, 4, $3\frac{1}{2}$ etc. Fuß beträgt. Setzen wir zunächst in die Formel

$$l = \frac{a_0 - a_1 - \left(\frac{1}{\mathfrak{F}_1^2} - \frac{1}{\mathfrak{F}_0^2}\right)\frac{Q^2}{2g}}{\sin\alpha - \zeta \cdot \frac{p}{\mathfrak{F}_0 + \mathfrak{F}_1}\left(\frac{1}{\mathfrak{F}_0^2} + \frac{1}{\mathfrak{F}_1^2}\right)\frac{Q^2}{2g}},$$

$a_0 - a_1 = 0{,}5$; $\mathfrak{F}_0 = 32 \cdot 5^{1/2} = 176$; $\mathfrak{F}_1 = 32 \cdot 5 = 160$; $Q = 354$; $\sin\alpha = 0{,}0015003$, $p = 42$ und ζ der mittleren Geschwindigkeit $\frac{2Q}{\mathfrak{F} + \mathfrak{F}_1} = 2{,}10$ Fuß entsprechend $= 0{,}00752$, so wird:

$$l = \frac{0{,}5 - \left(\frac{1}{160^2} - \frac{1}{176^2}\right) 354^2 \cdot 0{,}016}{0{,}0015003 - 0{,}00752 \cdot \frac{42}{336}\left(\frac{1}{176^2} + \frac{1}{160^2}\right) 354^2 \cdot 0{,}016}$$

$$= 359{,}0 \text{ Fuß.}$$

Um nun die zweite Senkung der Wassertiefe

Zoll und 1 Fuß zukommende Fortsetzung zu finden, setzen wir wieder $a_0 - a_1 = 0{,}5$, dagegen $d_0 = 160$; $d_1 = 144$; $p = 41$, $\zeta = 0{,}00751$ der mittleren Geschwindigkeit $\frac{708}{304} = 2{,}32$ Fuß entsprechend; daher wird:

$$l = \frac{0{,}5 - \left(\frac{1}{144^2} - \frac{1}{160^2}\right) 354^2 \cdot 0{,}016}{0{,}0015003 - 0{,}00751 \cdot \frac{41}{304}\left(\frac{1}{160^2} + \frac{1}{144^2}\right) 354^2 \cdot 0{,}016}$$

$= 362{,}3$ Fuß.

Setzen wir nun wieder $a_0 - a_1 = 0{,}5$, $d_0 = 144$, $d_1 = 128$, $p = 40$, und $\zeta = 0{,}00750$, so erhalten wir

$$l = \frac{0{,}5 + \left(\frac{1}{128^2} - \frac{1}{144^2}\right) 354^2 \cdot 0{,}016}{0{,}0015003 - 0{,}00750 \cdot \frac{40}{272}\left(\frac{1}{128^2} + \frac{1}{144^2}\right) 354^2 \cdot 0{,}016}$$

$= 372{,}9$ Fuß.

Setzen wir nun $a_0 - a_1 = 0{,}5$, $d_0 = 128$, $d_1 = 112$, $p = 39$ und $\zeta = 0{,}00749$, so wird

$$l = \frac{0{,}5 - \left(\frac{1}{112^2} - \frac{1}{128^2}\right) 354^2 \cdot 0{,}016}{0{,}0015003 - 0{,}00749 \cdot \frac{39}{240}\left(\frac{1}{112^2} + \frac{1}{128^2}\right) 354^2 \cdot 0{,}016}$$

$= 398{,}8$ Fuß.

Setzen wir ferner $a_0 - a_1 = 0,5$, $d_0 = 112$, $d_1 = 96$, $p = 38$ und $\zeta = 0,00748$, so wird

$$l = \frac{0,5-\left(\frac{1}{96^2} - \frac{1}{112^2}\right)354^2 \cdot 0,016}{0,0015003 - 0,00748 \cdot \frac{38}{208}\left(\frac{1}{96^2} + \frac{1}{112^2}\right)354^2 \cdot 0,016}$$

$= 450,6$ Fuß.

Endlich setzen wir $a_0 - a_1 = 0,5$, $d_0 = 96$, $d_1 = 80$, $p = 37$ und $\zeta = 0,00747$, so wird:

$$l = \frac{0,5-\left(\frac{1}{80^2} - \frac{1}{96^2}\right)354^2 \cdot 0,016}{0,0015003 - 0,00747 \cdot \frac{37}{176}\left(\frac{1}{80^2} + \frac{1}{96^2}\right)354^2 \cdot 0,016}$$

$= 700,0$ Fuß.

Auf die Länge von $359,0 + 372,9 + 398,8 +$ $+ 450,6 + 700,0 = 2643,6$ Fuß nimmt also die Druckhöhe um 3 Fuß ab; es bleiben daher nur noch 0,25 Fuß Druckhöhe übrig. In der letzten Röhrenstrecke beträgt die Abnahme der Druckhöhe 0,5 Fuß auf 700,0 Fuß Längenerstreckung, also auf ~~26~~ $2643,6 - 2500 = 143,6$ Fuß: $\frac{143,6}{700} \cdot 0,5 = 0,1024$ Fuß, daher beträgt bei 2500 Fuß Entfernung vom Behälter die Druckhöhe noch $0,25 + 0,1024 = 0,3524$ Fuß $= 4,2288$ Zoll.

b.

Aufgabe. Für ein Gefälle von 25 Fuß und für ein Wasserquantum von 9,5 Kubikfuß pro Sekunde ist die Anordnung und Berechnung eines oberschlächtigen Wasserrades zu vollziehen.

Auflösung. Lassen wir das Rad 5 Umdrehungen pro Minute machen, so haben wir für den Radhalbmesser $= a$, die Radgeschwindigkeit $v = \frac{\pi u a}{30}$; setzen wir nun das Verhältnis $\frac{c}{v} = k$, wo c die Geschwindigkeit des eintretenden Aufschlagwassers ist, so wird $c = k\,\frac{\pi u a}{30}$, setzen wir ferner $k = \frac{1}{\cos\theta}$, wo θ den Winkel bezeichnet, um welchen die Eintrittsstelle vom Radscheitel abweicht, und nehmen wir $\theta = 12^\circ$, so wird

$$k = \frac{1}{\cos 12^\circ} = 1,02;$$

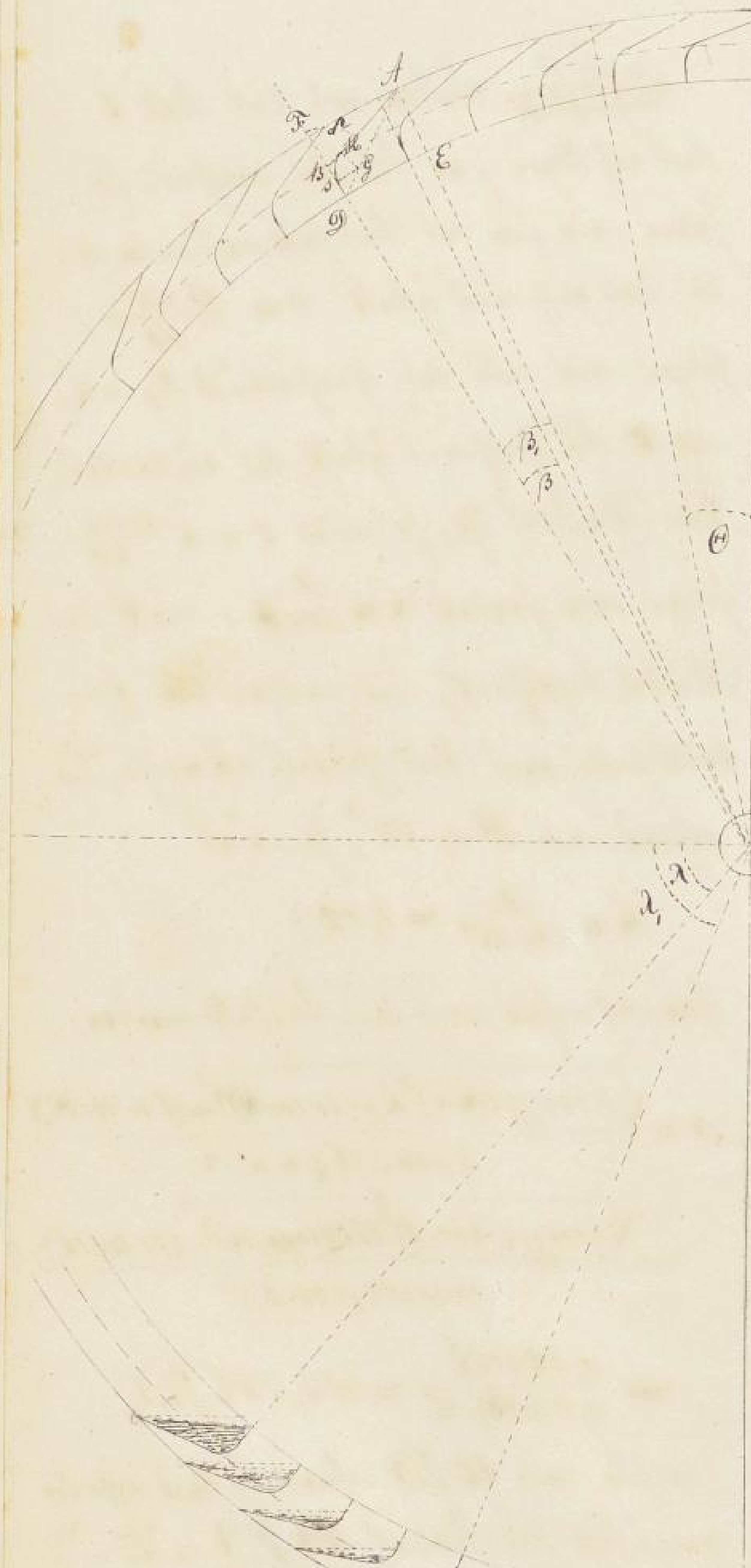
hiernach erhält man den Radhalbmesser

$$a = \frac{\sqrt{0,000772(ku)^2 h + (1+\cos\theta)^2} - (1+\cos\theta)}{0,000386\,(ku)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{0,000772(1,02.5)^2 \cdot 25 + (1+\cos 12)^2} - (1+\cos 12)}{0,000386(1,02.5)^2}$$

$$= \frac{0,123056}{0,01003986} = 12,256 \text{ Fuß},$$

wofür wir 12 Fuß nehmen, so daß also die ganze Höhe des Rades 24 Fuß wird.



Nehmen wir die Kranzbreite $d = 1$ Fuß, und den Füllungscoeffizienten $\varepsilon = 4$, so folgt die Radweite

$$e = 9{,}55 \cdot \frac{\varepsilon Q}{n a d} =$$

$$= 9{,}55 \cdot \frac{4 \cdot 9{,}5}{5 \cdot 12 \cdot 1} = 6{,}048 \text{ Fuß},$$

wofür wir 6 Fuß setzen wollen.

Die Umdrehungsgeschwindigkeit v des Rades folgt aus der Formel:

$$v = \frac{\pi n a}{30} = \frac{\pi \cdot 5 \cdot 12}{30} = 6{,}282 \text{ Fuß};$$

die Geschwindigkeit v_1 im Theilkreise folgt

$$v_1 = \frac{11 \cdot 6{,}282}{12} = 5{,}766 \text{ Fuß}$$

Nach Langsdorf beträgt die Anzahl der Schaufeln $n = 18 + 3a = 18 + 3 \cdot 12$

$$= 54,$$

wofür wir lieber 60 annehmen wollen, daher beträgt der Theilwinkel $\beta = 6^\circ$, und die Entfernung zweier Schaufeln

$$= \frac{2 \cdot 12 \cdot 12 \cdot \pi}{60} = 15{,}07 \text{ Zoll}.$$

Zur Construction nehmen wir

$$\beta_1 = \frac{5}{4}\beta = 7^\circ\, 30',$$

und legen den Theilkreis in die Mitte der Kranzhöhe; hiernach folgt für den Deckungswinkel δ:

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{a \cdot \sin\beta_1}{\frac{D}{2} - a(1-\cos\beta_1)}$$

$$= \frac{12 \cdot \sin(7^\circ\, 30')}{\frac{1}{2} - 12(1-\cos(7^\circ\, 30'))}$$

$$= 75^\circ\, 46'.$$

Der normale Abstand zweier Schaufeln ist

$$= d_1 = \frac{Q}{e\sqrt{2gh_1}};$$

da nun

$$h_1 = h - a(1+\cos\Theta) = 25 - 12(1+\cos 12^\circ)$$

$$= 13 - 11{,}737 = 1{,}263 \text{ Fuß}$$

ist, so wird:

$$d_1 = \frac{9{,}5}{6 \cdot \sqrt{2g \cdot 1{,}263}} = 3{,}74 \text{ Zoll};$$

construirt man diese Schaufeln wirklich, so ergiebt sich $d_1 = 5$ Zoll, so daß also die Luft ungehindert durch das Wasser aus den Schaufeln austreten kann. Zur Herstellung eines größeren Fassungsraumes und eines größeren

Weite ist es besser, einen Theil der Schaufeln eine Krümmung zu geben, wobei die Construktion folgende ist: man errichtet senkrecht auf den Rost, als auf den Riegelschaufeln in einer Entfernung von $\frac{1}{3}$ Fuß von dem Punkte B Perpendikel, und nimmt deren Durchschnittspunkt als Mittelpunkt der Krümmung an.

Bringt man die Schütze 1 Fuß unter dem Oberwasserspiegel an, so folgt für die freie Fallhöhe von Schützmündung bis Zellenmittel:

$$h_2 = 25 - 0,07 - 12 - 1 - 11,5 \cos 12^0$$
$$= 0,69 \text{ Fuß},$$

wo 0,07 Fuß die Entfernung des Rades im Fußpunkte vom Unterwasserspiegel ist.

Hieraus wird die Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers

$$c = \sqrt{2g(0,9h_1 + h_2)} = \sqrt{2g(0,9 \cdot 1,260 + 0,69)}$$
$$= 10,68 \text{ Fuß}.$$

Es ergibt sich nun der Winkel φ, welchen der eintretende Wasserstrahl mit dem Radumfange macht

$$\varphi = 90 - (\delta - \beta_1) = 90 - (75^0 46' - 7^0 30') = 21^0 44'$$

Daher der Winkel ψ zwischen Strahlrichtung und Radschaufel:

$$\sin\psi = \frac{v \cdot \sin\delta}{c} = \frac{6{,}282 \cdot \sin(21^0 44')}{10{,}68},$$

woraus

$$\psi = 12^0\,34'\,26'';$$

ferner folgt der Winkel δ_1, unter welchem der Strahl gegen den Horizont zu neigen ist:

$$\delta_1 = \delta - \psi + \Theta = 21^0 44' - 12^0 34' 26'' + 12^0$$

$$= 21^0\,9'\,34''.$$

Die relative Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in die Zellen tritt, ist daher:

$$c_1 = \frac{c \sin(\delta - \psi)}{\sin\delta} = \frac{10{,}68 \sin(21^0 44' - 12^0 34' 26'')}{\sin(21^0 44'')}$$

$$= 4{,}5933 \text{ Fuß}$$

Wenden wir eine gewöhnliche Coulissenschütze an, deren Bodenblech 15^0 gegen die Strahlrichtung geneigt ist.

Der Winkel, welchen die Richtung der Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers mit der Richtung der Umfangsgeschwindigkeit des

Kranz umschließt, ist

$$\mu = \varphi - \psi = 21^\circ 44' - 12^\circ 34' 26''$$
$$= 9^\circ 9' 30'',$$

so ergiebt sich die Nutzleistung

$$L_1 = 2,112\,(c_1 \cos\mu - v_1)\,\cancel{v_1}\,Q,$$

wo die Geschwindigkeit im Schaufelrade

$$v_1 = \frac{v \cdot 11,5}{12} = 6,020 \text{ ist,}$$

daher

$$L_1 = 2,112\,(10,68 \cdot \cos(9^\circ 9' 34'') - 6,020)\,6,020 \cdot 9,5$$
$$= 537,152 \text{ Fußpfund}$$
$$= \frac{537,152}{550} = 0,976 \text{ Pferdekraft}$$

Um die Höhe des nachzufallenden Gezeuges zu bestimmen, müssen wir zunächst einige Inhalte der Schaufeln bestimmen. Es ist der Inhalt von

$$ACDF = \frac{45^\circ}{360} \cdot \pi(12^2 - 11) = 1,005 \text{ Qfß};$$

der Inhalt des gleichschenkligen Dreiecks

$BDGS = BD \cdot DG$, und weil

$$DG = BD \cdot ctg\frac{\delta}{2},$$
$$BDGS = \overline{BD}^2 \cdot ctg\frac{\delta}{2} = 0,3^2 \cdot ctg(37^\circ 53')$$
$$= 0,140 \text{ Quadratfuß};$$

ferner den Inhalt von

$$AGS = \frac{\delta}{360} \cdot \pi \cdot \overline{SG}^2 = \frac{7^\circ 46'}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 0{,}4^2$$

$= 0{,}105$ Quadratfuß;

daher Inhalt von

$$BAGS = BAGS - AGS$$

$= 0{,}140 - 0{,}105 = 0{,}035$ Quadratfuß;

ferner

$$AMD = \frac{\beta}{360} \cdot \pi \cdot a^2 = \frac{7{,}5^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 12^2$$

$= 9{,}423$ Quadratfuß;

$$AMB = \frac{AM \cdot BM \cdot \sin\beta}{2}$$

$$= \frac{12 \cdot 11{,}5 \cdot \sin(7^\circ 30')}{2}$$

$= 9{,}006$ Quadratfuß;

$$ADB = AMD - ABM = 9{,}423 - 9{,}006$$

$= 0{,}417$ Quadratfuß;

$$AMD = \frac{a a_1 \sin\beta}{2} = \frac{12 \cdot 11 \cdot \sin(7^\circ 30')}{2}$$

$= 8{,}614$ Quadratfuß;

$$DME = \frac{\overline{EM}^2 \pi \beta_1}{360^\circ} = \frac{11^2 \cdot \pi \cdot 7{,}5}{360}$$

$= 7{,}917$ Quadratfuß;

$ADE = D = AKD - DME =$

$= 8{,}614 - 7{,}917 = 0{,}697$ Kubikfuß;

$AKD = S = ACDF - AKF - BALC =$

$= 1{,}505 - 0{,}697 - 0{,}417 - 0{,}035$

$= 0{,}356$ Kubikfuß.

Der Querschnitt des Aufschlagwassers in einer Zelle ist:

$$F_0 = \frac{60 Q}{n u e} = \frac{60 \cdot 9{,}5}{60 \cdot 5 \cdot 6} = 0{,}316 \text{ Q.-F.};$$

die Entfernung des Orts der Centrifugalkraft vom Mittelpunkte des Rades beträgt:

$$k = \frac{2850}{u^2} = \frac{2850}{5^2} = 114 \text{ Fuß}.$$

Nennen wir λ den Winkel, welchen der Anfang des Ausgusses ε einschließt, und δ den Winkel der Depression der Centrifugalkraft, so ist:

$$\tan(\lambda+\delta) = \frac{S + D - F_0}{\frac{1}{2} d^2} = \frac{0{,}356 + 0{,}697 - 0{,}316}{\frac{1}{2} 1^2},$$

woraus

$$\lambda + \delta = 55^\circ 50' 45'';$$

ferner ist $\sin\delta = \frac{a \cdot \cos(\lambda+\delta)}{k} = \frac{12 \cos(55^\circ 50' 45'')}{114}$,

woraus
$$\delta = 3^\circ\, 23'\, 16'';$$
daher wird
$$\lambda = (\lambda + \delta) - \delta = 55^\circ\, 50'\, 45'' - 3^\circ\, 23'\, 16''$$
$$= 52^\circ\, 27'\, 29'',$$
für die Depression δ_1 der Centrifugal-Kraft am Ende des Ausgusses hat man:
$$\sin \delta_1 = \frac{a \cdot \cos \delta}{K^2} = \frac{12 \cdot \cos(75^\circ\, 46')}{114}$$
daher $\delta_1 = 1^\circ\, 28'\, 56''$,
woraus sich ergiebt:
$$\lambda_1 = \delta - \delta_1 = 74^\circ\, 17'\, 4''.$$
Ferner theile man die Höhe des ausgießenden Bogens in 4 Theile, und verzeichne für diese Höhe die Schaufelstellungen nebst dem entsprechenden Wasserzuführen, so erhält man die Inhalte der Wasserprofile:
$$F_0 = 0{,}316$$
$$F_1 = 0{,}234$$
$$F_2 = 0{,}146,$$

$Q_3 = 0,066$

$Q_4 = 0,0;$

somit der mittlere Querschnitt:

$$Q = \frac{Q_0 + 4Q_1 + 2Q_2 + 4Q_3 + Q_4}{12},$$

und das Verhältniß der mittleren Wassermenge einer Zelle im Ausgußbogen zur Wassermenge einer Zelle am Anfang des Ausgusses:

$$k = \frac{Q_0 + 4Q_1 + 2Q_2 + 4Q_3 + Q_0}{12 Q_0}$$

$$= \frac{0,316 \cdot 4 \cdot 0,234 + 2 \cdot 0,146 + 4 \cdot 0,066 + 0}{12 \cdot 0,316}$$

$$= 0,476.$$

Hiernach ist die ganze Druckwirkung des Wassers:

$$L_2 = G y a_1 \left[\cos(\theta + \beta_1) + \sin(\delta + \beta_1) + k(\sin(\delta_1 + \beta_1) - \sin(\delta + \beta_1))\right]$$

$$= 9,5 \cdot 66 \cdot 11 \left[\cos(12^0 + 7^0 30') + \sin(52^0 27' 29'' + 7^0 30') + 0,476(\sin(74^0 17' 4'' + 7^0 30') - \sin(52^0 27' 29'' + 7^0 30'))\right]$$

$$= 9,5 \cdot 66 \cdot 11 \cdot 1,86734 = 12879,04 \text{ Fußpfund},$$

oder

$$L_2 = \frac{12879,04}{550} = 23,41 \text{ Pferdekräfte;}$$

Die ganze Leistung des Rades ist daher:

$$L_3 = L_1 + L_2 = 537,15 + 12879,04$$

$$= 13416,19 \text{ Fußpfund}$$

oder

$$L_3 = \frac{13416,19}{550} = 24,39 \text{ Pferdekräfte.}$$

Das Gewicht des Rades ist:

$$G = 3000 \cdot \frac{L_3}{2u} = \frac{3000 \cdot 24,39}{5 \cdot \frac{1}{4}} = 58536 \text{ Pfund}$$

die Arbeit der Reibung, wenn $f = 0,08$ ist:

$$0,0002116 \cdot uf \cdot \sqrt{G^3} = 0,0002116 \cdot 5 \cdot 0,08 \sqrt{58536^3}$$

$$= 1198,7 \text{ Fußpfund}$$

$$= 2,18 \text{ Pferdekräfte;}$$

die Arbeit der Reibung beträgt daher 8,8 pr. Cent der Totalleistung.

Die übrig bleibende Leistung beträgt daher noch

$$L = L_3 - \text{Arbeit der Reibung}$$

$$= 24,59 - 2,18 = 22,41 \text{ Pferdekräfte}$$

oder $= 12217{,}49$ Fußpfund

die Zapfenstärke ist

$$2r = 0{,}048\sqrt{G} = 0{,}048\sqrt{58536}$$

$$= 11{,}613 \text{ Zoll};$$

die Stärke der Holzwelle ist:

$$D = 8r = 46{,}452 \text{ Zoll}$$

Nimmt man, wie oben, Höhe h und b der Radarme an, so folgt ihre Dicke

$$h = 13{,}6\sqrt[3]{\frac{L}{nu}} = 13{,}6\sqrt[3]{\frac{24{,}57}{4 \cdot 5}}$$

$$= 16{,}217 \text{ Zoll},$$

daher ihre Breite

$$b = \frac{5}{7}h = \frac{5}{7} \cdot 16{,}217 = 11{,}583 \text{ Zoll}.$$

Der Wirkungsgrad des Rades endlich ist

$$\eta = \frac{L}{Q.h.\gamma} = \frac{12217{,}49}{95 \cdot 25 \cdot 66} =$$

$$= 0{,}81646.$$

9.

Aufgabe. Für ein Gefälle von 7 Fuß und für ein Wasserquantum von 20 Kubikfuß ist die Anordnung und Berechnung einer Turbine zu vollziehen.

Auflösung. Nehmen wir den Winkel $cAF = \alpha$, welchen die Richtung des aus dem Reservoir tretenden Wassers mit dem inneren Radumfange einschließt, $= 30^0$, und den Winkel $c_1AF = \beta$, welchen das in die Radzelle eintretende Wasser mit dem inneren Radumfange einschließt, $= 118$ und setzen wir das Verhältniß vom äußeren zum inneren Radumfange $v = \frac{r}{r_1} = 1,5$, so folgt der innere Radhalbmesser

$$r_1 = 0,326 \sqrt{20} = 1,45 \text{ Fuß}$$

wofür wir 1,5 Fuß nehmen können, hiernach wird also der äußere Radhalbmesser:

$r = 1,5 \cdot 1,5 = 2,25$ Fuß.

Die Kranzbreite bis Mitte der Mündungen gemessen beträgt:

$$= 2,25 - 1,5 = 0,75 \text{ Fuß}.$$

Lassen wir zuerst die Nebenwiderstände außer Acht, so wäre die vortheilhafteste Geschwindigkeit des Rades

$$v = \sqrt{g \cdot h \cdot (1 - tg\alpha \, ctg\beta)}$$

oder

$$v = \sqrt{31,25 \cdot 7 \left(1 - \operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{ctg} 110^\circ\right)}$$

$$= 16,26 \text{ Fuß},$$

Berücksichtigen wir aber diese Hindernisse und setzen wir $\zeta = 0,18$, $\kappa = 0,06$, so wird:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2 \sin\beta \cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} + 0,18 \left(\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}\right)^2 + 0,06 (\nu)^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 31,25 \cdot 7}{\frac{2 \sin 110^\circ \cos 30^\circ}{\sin(110^\circ - 30^\circ)} + 0,18 \left(\frac{\sin 110^\circ}{\sin(110^\circ - 30^\circ)}\right)^2 + 0,06 (1,5)^2}}$$

$$= 14,92 \text{ Fuß},$$

daher wird

$$v = c_2 = \nu v_1 = 1,5 \cdot 14,92 = 22,380 \text{ Fuß}$$

Die Austrittsgeschwindigkeit ist

$$c = \frac{v_1 \sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)} = \frac{14,92 \cdot \sin 110^\circ}{\sin(110^\circ - 30^\circ)}$$

$$= 14,57 \text{ Fuß}.$$

Die Umdrehungszahl des Rades per Minute

$$u = \frac{9,55 \cdot 14,92}{1,5} = 94,99.$$

Die Inhalte der Ausmündungen:

$$F_1 = \frac{Q}{c} = \frac{20}{14,57} = 1,37;$$

$$\mathfrak{A}_2 = \frac{Q}{c_2} = \frac{20}{22,380} = 0,89.$$

Setzen wir die Stärke der Schaufeln zu 8 Linien und das Sicherungsverhältniß der Ausmündungen $\psi = 3$ an, so ist die Anzahl der Leitschaufeln:

$$n_1 = \frac{\psi(2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1)^2}{\mathfrak{A}}$$

$$= \frac{3(2\pi \cdot 1,5 \cdot \sin 30^0 - 0,02 \cdot n_1)^2}{1,37}$$

$$= 30,61,$$

wofür wir 30 nehmen wollen.

Daher die Weite oder Mündungshöhe:

$$e = \frac{\mathfrak{A}}{2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1}$$

$$= \frac{1,37}{2\pi \cdot 1,5 \sin 30^0 - 0,02 \cdot 30} = 0,33 \text{ Fuß}$$

Die Anzahl der Schaufeln des Rades:

$$n = \frac{\psi \mathfrak{A}_2}{e^2} = \frac{5 \cdot 0,89}{0,33^2} = 40,8,$$

wofür wir 40 nehmen wollen.

Der Ausgußwinkel ist:

$$\sin\delta = \frac{P_1(e+4r)}{2\pi r e^2} = \frac{0,89(0,33+5.0,02)}{2\pi.2,25.0,33^2}$$

woraus

$$\delta = 14^\circ\ 23'\ 46'',$$

ferner

$$\Theta = \frac{P_2}{u} = \frac{0,89}{40\cdot 0,33} = 0,067 \text{ Fuß}$$

Ferner beträgt die Höhe des Wasserdruckes unter der Schütze:

$$x = h - (1+\zeta)\frac{c^2}{2g} = 7 - (1+0,13)\,0,016.14,5^2$$

$$= 3 \text{ Fuß},$$

daher die entsprechende Geschwindigkeit

$$= \sqrt{2gx} = 7,906\sqrt{3} = 13,69 \text{ Fuß}$$

beträgt die Weite der Spalte zwischen Rad und Schütze 1 Linie, so ist ihr Inhalt:

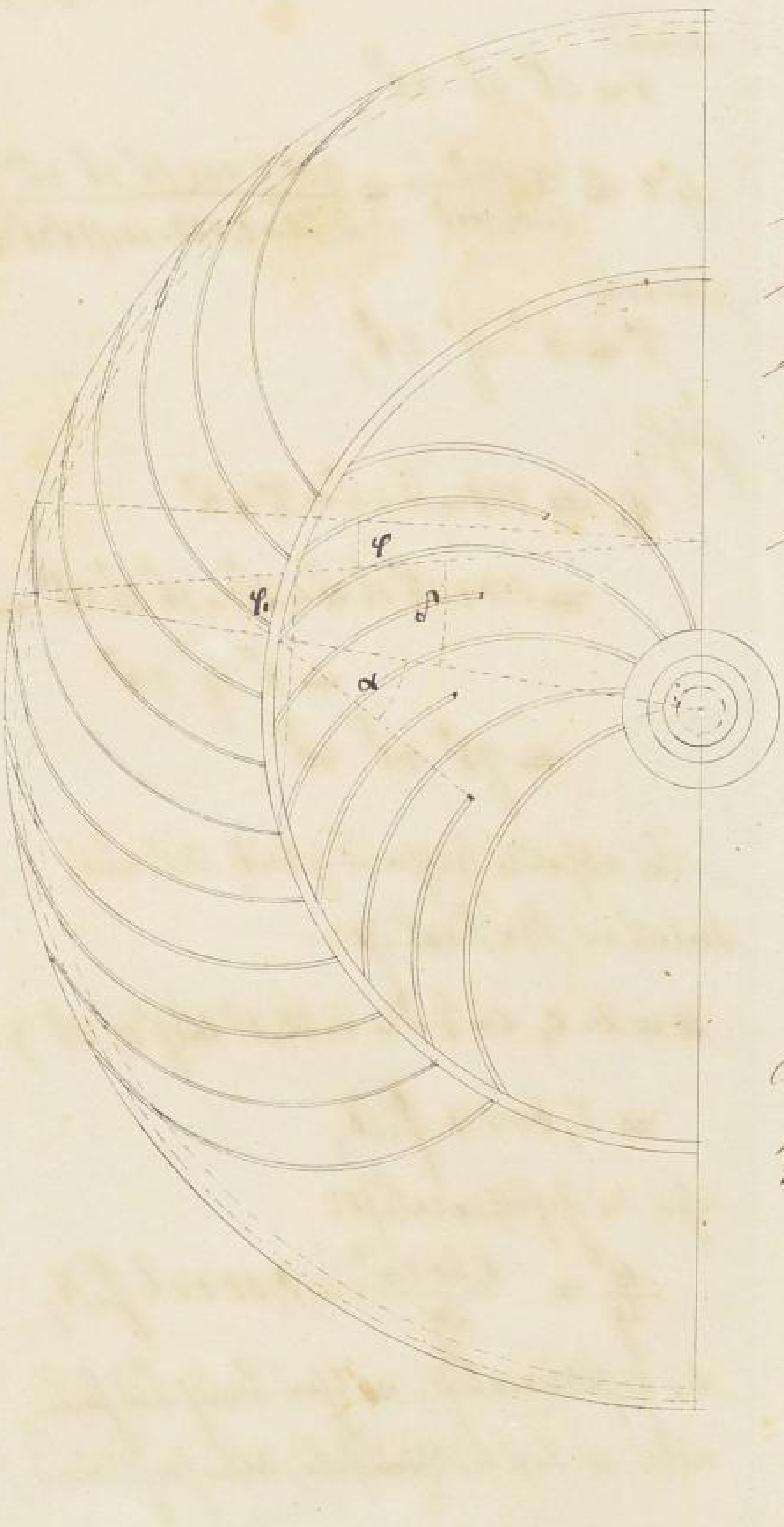
$$= 2\cdot 1,5.\pi.\frac{1}{144} = 0,065 \text{ Quadratfuß},$$

also die Wassermenge, welche durch diesen Spalt entweicht:

$$13,69.0,065 = 0,88985 \text{ Kubikfuß}.$$

Der Theilwinkel des Rades:

$$= \frac{360}{40} = 9^\circ;$$



der Radschaufelspitze wird der Bogen sin:

$$\frac{1}{r.\sin\delta} = \frac{0{,}02}{2{,}25\sin(14^\circ\, 25'\, 46'')}$$

$$= 0{,}03575,$$

wonach der entsprechende Winkel $2^\circ\, 2'\, 52''$ beträgt; daher ist der Krümmungswinkel des ersten Schaufelstückes:

$$\rho = 9^\circ - 2^\circ\, 2'\, 52'' = 6^\circ\, 57'\, 8'',$$

wozu der entsprechende Halbmesser ist:

$$a = \frac{r.\cos(\delta - \frac{1}{2}\rho)}{\cos\frac{1}{2}\rho} - \frac{1}{2}d$$

$$= \frac{2{,}25\cos(14^\circ\, 25'\, 46'' - 3^\circ\, 28'\, 34'')}{\cos(3^\circ\, 28'\, 34'')} - \frac{0{,}067}{2}$$

$$= 2{,}1798 \text{ Fuß}.$$

Der Halbmesser des zweiten Radschaufelstückes ist:

$$a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - rd\cos\delta + \frac{1}{4}d^2}{2(r\cos\delta + r_1\cos\beta) - d}$$

$$= \frac{2{,}25^2 - 1{,}3^2 - 2{,}25 . 0{,}067\cos(14^\circ\, 25'\, 46'') + \frac{1}{4}0{,}067^2}{2(2{,}25\cos(14^\circ\, 25'\, 46'') + 1{,}3(\cos 110^\circ)) - 0{,}067}$$

$$= 0{,}752 \text{ Fuß}.$$

daher

$$\operatorname{tg} \sigma = \frac{a_1 \sin\beta}{r_1 + a_1 \cos\beta} = \frac{0{,}852 \sin(110^0)}{1{,}45 + 0{,}852 \cos(110^0)}$$

woraus

$$\sigma = 26^0\ 32'\ 30'',$$

$$\operatorname{tg} \tau = \frac{a_1 \sin\delta}{r - a_1 \cos\delta} = \frac{0{,}852 \sin(14^0\ 23'\ 46'')}{2{,}25 - 0{,}852 \cdot \cos(14^0\ 23'\ 46'')}$$

woraus

$$\tau = 8^0\ 27'\ 24'',$$

folglich

$$\varphi_1 = 180 - \beta - \delta - \tau + \sigma$$

$$= 180 + 26^0\ 32'\ 30'' - 110^0 - 14^0\ 23'\ 26'' -$$

$$- 8^0\ 27'\ 24''$$

$$= 73^0\ 41'\ 40''$$

Die absolute Geschwindigkeit des austretenden Wassers ist:

$$w = 2 \cdot c_2 \sin\tfrac{1}{2}\delta = 2 \cdot 22{,}38 \sin(7^0\ 11'\ 53'')$$

$$= 5{,}6084 \text{ Fuß},$$

daher der Gefällsverlust:

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{5{,}6084^2}{2g} = 0{,}50326 \text{ Fuß};$$

der Gefällsverlust, welcher durch die Hindernisse in der Leitschaufel verursacht wird, ß

$$= 0{,}18 \cdot \frac{c^2}{2g} = 0{,}18 \cdot 0{,}016 \cdot 14{,}9^2 = 0{,}6411 \text{ Fuß};$$

Aus Obigem geht hervor, daß der Aus Kanal aus zwei Theilen besteht; der Widerstands Koeffizient des kleineren Theiles ergiebt sich zu $\zeta = 0{,}125$, und des größeren $\zeta_1 = 0{,}127$; das Winkelverhältniß des ersten Theiles ist

$$\frac{\varphi}{\pi} = \frac{6^0\, 57'\, 8''}{180} = 0{,}0386,$$

das des zweiten

$$\frac{\varphi_1}{\pi} = \frac{73^0\, 41'\, 40''}{180} = 0{,}4092;$$

das Querschnittverhältniß im ersten Theile:

$$\frac{\frac{F}{2}}{nde} = \frac{4{,}89}{40 \cdot 0{,}33 \cdot 0{,}067} = 1{,}0063,$$

für den zweiten $= 0{,}4494$;

daher der Koeffizient für den ganzen Widerstand in der Krümmung:

$$k_1 = 0{,}125 \cdot 0{,}0386 \cdot 1{,}0063^2 +$$
$$+ 0{,}127 \cdot 0{,}4092 \cdot 0{,}4494^2 = 0{,}0153;$$

der Reibungskoeffizient für den ersten Theil

$$\zeta_2 = 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{nde}{Q}},$$

d. i.

$$\zeta_2 = 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{40 \cdot 0{,}067 \cdot 0{,}33}{20}}$$

$$= 0{,}0179,$$

und für den zweiten $= 0{,}0197$;
ferner das Verhältniß $\left(\frac{d+e}{2de}\right) l$ ist für den ersten Kanal $= 2{,}6933$, für den zweiten $= 3{,}9824$; daher der Reibungs-Coeffizient für die ganzen Kanal

$$k_2 = 0{,}0179 \cdot 2{,}6933 \cdot 1{,}0063^2 + 0{,}0197 \cdot 3{,}9824 \cdot 0{,}4494^2$$

$$= 0{,}053.$$

Endlich der Coeffizient für die sämmtlichen Hindernisse in einem Radkanale:

$$k = k_1 + k_2 = 0{,}0683,$$

der entsprechende Gefällverlust:

$$k \frac{v^2}{2g} = 0{,}0683 \cdot 0{,}016 \cdot 22{,}88^2$$

$$= 0{,}5473 \text{ Fuß}.$$

Die sämmtlichen Gefällverluste betragen daher zusammen:

$$0{,}5032 + 0{,}6411 + 0{,}5473 = 1{,}6916 \text{ Fuß}$$

Da nun die ganze disponible Leistung

$$Lh_y = 7 \cdot 20 \cdot 66 = 9240 \text{ Fußpfund}$$

beträgt, so bleibt uns jetzt nun noch die Nutzleistung:

$$Nv = 20(7 - 1{,}6916)\,66 = 7007{,}08 \text{ Fußpfund}$$

$$= \frac{7007{,}08}{550} = 12{,}74 \text{ Pferdekräfte}$$

übrig.

Die Wellenstärke ist:

$$D = 6{,}12\sqrt[3]{\frac{L}{u}} = 6{,}12\sqrt[3]{\frac{12{,}74}{94{,}99}} =$$

$$= 3{,}132 \text{ Zoll.}$$

Nehmen wir das Gewicht der Wasserradwelle zu 1500 Pfund an, so hat man für ihre Zapfenstärke:

$$D_1 = 0{,}0045\sqrt{Gu} = 0{,}0045\sqrt{1500 \cdot 94{,}94}$$

$$= 1{,}698 \text{ Zoll.}$$

Ist der äußere Halbmesser 3 Zoll, so erhält man für die Stärke derselben:

$$d_1 = \frac{31L}{ur_1^2} + 0{,}33 = \frac{31 \cdot 12{,}74}{94{,}99 \cdot 1{,}5^2} + 0{,}33$$

$$= 1{,}797 \text{ Zoll.}$$

die Stärke der Radwelle ist

$0,148 \cdot r_1 \sqrt{k} + 0,33 = 0,148 \cdot 1,5 \sqrt{7} + 0,33$

$= 0,917$ Zoll.

Nehmen wir das Gewicht des Rades zu 2000 Pfund und den Reibungscoefficienten am Zapfen zu 0,075 an, so beträgt die durch die Zapfenreibung consumirte Arbeit:

$= \frac{r_2}{r_1} f G v = \frac{1,698}{12,15} \cdot 0,075 \cdot 2000 \cdot 14,92$

$= 211,11$ Fußpfund;

somit beträgt die effektive Leistung nur noch $7007,08 - 211,11 = 6795,97$ Fußpfund

$= 12,35$ Pferdekräfte,

daher ergibt sich der Wirkungsgrad dieser Turbine:

$$\eta = \frac{6795,97}{20 \cdot 7 \cdot 66} = 0,7354.$$

10.

Aufgabe. Es ist die Berechnung der Schachtgestelle auf Alte Hoffnung Gottes zu vollziehen.

Auflösung. Es ist die Fördermasse

$$M = 1500 \text{ Pfund},$$

der Fallwinkel des Schachtes

$$\alpha = 55^0,$$

das Gewicht des Hundes

$$G = 600 \text{ Pfund},$$

der Reibungskoeffizient

$$f = 0{,}08.$$

Nun ist

$$M \sin\alpha = 1500 \sin 55^0$$
$$= 1228{,}72 \text{ Pfund}.$$

Ferner ist der Halbmesser der Rammenwalzen $a = 2\frac{1}{2}$ Zoll $= \frac{5}{24}$ Fuß, der ihrer Zapfen $r = \frac{1}{16}$ Fuß, daher die Reibung an den Rammenwalzen:

$$W = f\frac{r}{a}(M + 2G)\cos\alpha$$
$$= 0{,}08 \cdot \frac{1 \cdot 24}{5 \cdot 16}(1500 + 2 \cdot 600)\cos 55^0$$
$$= 37{,}167 \text{ Pfund}.$$

Der Halbmesser der Seilwalzen ist $a_1 = 3\frac{1}{4}$ Zoll $= \frac{13}{48}$ Fuß, der ihrer Zapfen $r_1 = \frac{3}{4}$ Zoll $= \frac{1}{16}$ Fuß, das Gewicht des Seiles: $G_1 = 750$ Pfund, daher beträgt die Seilreibung

$$W_1 = f \frac{r_1}{a_1} G_1 \cos\alpha$$

$$= 0{,}08 \cdot \frac{1 . 48}{16 . 13} \cdot 750 \cdot \cos 55^0$$

$$= 7{,}941 \text{ Pfund.}$$

Der Halbmesser der Seilscheiben ist

$a_2 = 6$ Fuß,

der Halbmesser ihrer Zapfen:

$r_2 = \frac{1}{6}$ Fuß

der Winkel $\beta = 60^0$,

daher beträgt die Steifigkeit des Seiles an den Seilscheiben:

$$W_2 = 2{,}0976 + \frac{0{,}2379}{a_2}(M + 2G + G_1)$$

wo aber $(M + 2G + G_1)$ in Zentnern, und a_2 in Metern auszudrücken ist, während man W_2 in Pfunden erhält, daher

$$W_2 = 2,0976 + \frac{0,2379}{1,7142}\left(\frac{1500+2.600+750}{100}\right)$$

$$= 6,8885 \text{ Pfund.}$$

Das Gewicht der Seilscheiben ist

$$G_2 = 2500 \text{ Pfund},$$

daher die Zapfenreibung an den Seilscheiben

$$W_3 = f\frac{a_1}{r_1}\Big[(M+2G+G_1)\sin\alpha\cdot(0,96\sin(\alpha+\beta) + $$
$$+ 0,4\cos\alpha - \cos\beta) + 1,92\,G_2\Big]$$

$$= 0,08\cdot\frac{1}{6.6}\Big[(1500+2.600+750)\sin 55^0\cdot$$
$$\cdot(0,96\sin(55^0+60^0) + 0,4\cos 55 $$
$$- \cos\beta) + 1,92\cdot 750\Big]$$

$$= 16,482 \text{ Pfund.}$$

Die Seilbiegung am Korbe ist:

$$W_4 = 0,976 + \frac{0,2379}{b}\cdot\left(\frac{M}{2} + G + \frac{G_1}{2}\right)\sin\alpha,$$

wo wiederum $\left(\frac{M}{2} + G + \frac{G_1}{2}\right)$ in Centnern und b in Metern ausgedrückt sein muss; nun ist aber

$$b = \frac{D}{4}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Q^2}{\pi l D^2}}\right)$$

wo $\mathfrak{D} = 10$ Fuß

$\mathfrak{L} = 256 \cdot 7 = 1792$ Fuß

$l = 1$ Fuß

$\delta = \frac{3}{4}$ Zoll $= \frac{1}{16}$ Fuß,

daher

$$b = \frac{10}{4}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{1792 \cdot \left(\frac{1}{16}\right)^2}{\pi \cdot 1 \cdot 10^2}}\right)$$

$$= 5{,}41175 \text{ Fuß},$$

somit wird

$$W_4 = 0{,}976 + \frac{0{,}2379 \cdot 7}{5{,}41175 \cdot 2}\left(\frac{\frac{1500}{2} + 600 + \frac{750}{2}}{100}\right)^{[illegible]}$$

$$= 1{,}8479 \text{ Pfund}.$$

das Gewicht der Körbe ist

$G_3 = 80$ Zentner $= 8000$ Pfund,

das Gewicht der Zugstangen

$G_4 = 2000$ Pfund,

das Gewicht des Wasserrades

$G_5 = 45000$ Pfund,

der Halbmesser der Zapfen am Korbe:

$r_3 = \frac{5}{12}$ Fuß,

der Halbmesser des Warzenkreises

$a_3 = \frac{13}{12}$ Fuß,

daher beträgt die Zugkraft

$$Z = \frac{\pi \cdot b}{2 \cdot a_3} \cdot (M \sin\alpha + W + W_1 + W_2 + W_3 + W_4)$$

$$= \frac{\pi \cdot 5{,}41175}{2 \cdot \frac{13}{12}}(1228{,}72 + 37{,}167 + 7{,}941 + 6{,}6835 + 16{,}482 + 1{,}4479)$$

$= 10214{,}73$ Pfund,

hiernach wird die Zapfenreibung am Kurbel:

$$W_3 = f \cdot \frac{r_3}{b} \cdot \Big[0{,}96\big(G_3 + 4G_4 + Z - (M + 2G + G_1) \cdot \sin\alpha \sin\beta\big) + 0{,}4(M + 2G + G_1) \sin\alpha \cos\beta\Big]$$

$$= 0{,}08 \cdot \frac{\frac{5}{12}}{5{,}41175}\Big[0{,}96\big(8000 + 4 \cdot 3000 + 10214{,}73 - (1500 + 2 \cdot 600 + 750) \sin 55^\circ \cdot \sin 60^\circ\big) + 0{,}4(1500 + 2 \cdot 600 + 750) \cdot \sin 55^\circ \cos 60^\circ\Big]$$

$= 178{,}742$ Pfund.

der Stangenhalbmesser ist

$$r_4 = \frac{1}{4}\ \text{Fuß},$$

daher beträgt die Stangenreibung:

$$W_6 = f\frac{r_4}{c}(Z + 2G_4)$$

$$= 0,08 \cdot \frac{1}{4 . 5,41175}(10214,73 + 2 . 3000)$$

$$= 59,56\ \text{Pfund}.$$

Endlich beträgt der Halbmesser des Zapfens am Wasserrade

$$r_5 = \frac{5}{12}\ \text{Fuß},$$

daher die Zapfenreibung am Wasserrade

$$W_7 = f \cdot \frac{r_5}{c}(G_5 - Z)$$

$$= 0,08 \cdot \frac{5}{12 . 5,41175}(45000 - 10214,78)$$

$$= 214,158\ \text{Pfund}.$$

Der absolute Wirkungsgrad des Wasser-
rades ergiebt sich nun aus folgender
Gleichung

$$\left(M.\sin\alpha + \tfrac{1}{2}(10)\right) \cdot \frac{256.7 \cdot \sin 55^{0}}{8\,60}$$

$$= \mu \cdot \frac{173}{60} \cdot 35 \cdot 66,$$

wo $\frac{173}{60}$ das Aufschlagequantum pro Mi-
nute, 35 Fuß das gesammte Gefälle,
256.7 Fuß die flache Teufe und 8 Minuten
die Zeit ist, in welcher aus dieser Teufe ge-
fördert wird, daher ergiebt sich:

$$\mu = 0{,}81594.$$

Der ganze Wirkungsgrad des Göpels
endlich ist:

$$\eta = \frac{M.\sin\alpha\left(\frac{1792 \cdot \sin 55^{0}}{8 \cdot 60}\right)}{\frac{173}{60} \cdot 35 \cdot 66}$$

$$= 0{,}56416.$$

Durchgesehen d. 24 Jul. 47.
W.