Aufgaben

aus

der Bergmaschinenlehre

gelöst

von

Richard Meyer.

Bergacademisches Lehrjahr 18 46/47.

Aufgabe

No 1.) Welche Weite hat man einer 5340 Fuß langen Röhrenleitung zu geben, welche bei 8 Fuß Gefälle täglich 7000 Cubikfuß Wasser fort führt?

Auflösung

Zur Lösung nebenstehender Aufgabe dient uns § 332 des Lehrbuches, wo sub (3) eine Formel zur Auffindung der Röhrenweite gegeben ist, nämlich

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(1{,}505 . d + \zeta_1 l)\frac{Q^2}{h}} \text{ Fuß}$$

In dieser Formel, die nur als Näherungsformel zu gebrauchen ist, da die Unbekannte d und auch der von $v = \frac{4Q}{\pi d^2}$ abhängige Coefficient ζ_1 darin vorkommen, bedeutet l die Länge der Röhrenleitung und Q die Größe des Wasserquantums. Wird nun in dem vorstehenden Falle der Widerstandscoefficient ζ_1 zu 0,030 angenommen, so erhält man durch Substitution

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(1{,}505 . d + 0{,}030 . 5340)\frac{Q^2}{h}}$$

und da laut Aufgabe

Q pro Sec. = 0,081 Cubikfuß ist, so folgt

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(1{,}505 . d + 0{,}030 . 5340)\frac{0{,}081^2}{8}}$$

oder

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{(1{,}505 . d + 160{,}2)\, 0{,}000820}$$

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{0{,}0012341 . d + 0{,}1313640}$$

Daß der erste Theil der unter dem Wurzelzeichen befindlichen Größe füglich vor der Hand weggelassen werden kann geht schon daraus hervor, daß d ein ächter Bruch ist, und wir setzen daher

$$d = 0{,}4817 \sqrt[5]{0{,}1313640}$$
$$= 0{,}4817 \times 0{,}66634$$
$$d = 0{,}320975 \text{ Fuß} = 3{,}85 \text{ Zoll}$$

Durch Substitution dieses Werthes von d in obige Gleichung erhält man:

Aufgabe

Auflösung

$$d = 0,4817\sqrt[5]{0,0012341 \cdot 0,32097 + 0,131364}$$
$$= 0,4817\sqrt[5]{0,0003961 + 0,131364}$$
$$= 0,4817\sqrt[5]{0,131760}$$
$$= 0,4817 \times 0,6667373$$
$$= 0,325 \text{ Fß} = 3,854 \text{ Zoll}$$

Es entspricht nun dieser Weite der Röhren der Querschnitt

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 0,7854 (0,32117)^2$$
$$= 0,08097 \,\square\, \text{Fuß}$$

folglich ist

$$v = \frac{Q}{F} = \frac{0,081}{0,08097}$$
$$= 1,00037 \text{ Fß pro Sec}$$

Dieser Geschwindigkeit entspricht genauer der Widerstandscoefficient

$$\zeta = 0,0313$$

und danach wird endlich genau

$$d = 0,4817\sqrt[5]{(1,505 \cdot d + 0,0313 \cdot 5340)\frac{(0,081)^2}{8}}$$
$$d = 0,4817\sqrt[5]{(1,505 \cdot d + 167,142)\, 0,00088}$$
$$= 0,4817\sqrt[5]{0,0003961 + 0,13705644}$$
$$= 0,4817\sqrt[5]{0,1374525}$$
$$= 0,4817 \times 0,67241$$
$$= 0,323990 \text{ Fuß}$$
$$= 3,9 \text{ Zoll}$$

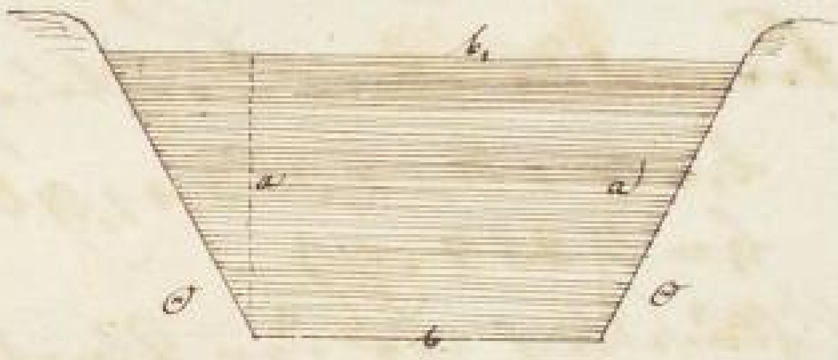
No. 2.) Um auf einer Strecke von 4983 Fß Länge eine Wassermenge 800 cubfß pro Minute bei 3 Fß Gefälle fortzuleiten will man einen Canal mit trapezoidalen Querprofil anwenden; welche Dimensionen sind nun demselben zu geben, wenn man die Böschung 1/2 anwendet?

No 2.) Bevor wir zur eigentlichen Lösung unserer Aufgabe übergehen ist es nöthig den Inhalt des Querschnittes des Canales zu finden und zwar wird uns derselbe gegeben durch die Formel

$$F = 0,0271\left(\frac{m\,l\,Q^2}{h}\right)^{\frac{2}{3}}$$

in welcher Formel durch m ein mittler

Aufgabe



Auflösung

hältnißzahl zwischen Umfang und Querschnitt des Canales gegeben wird, die im vorliegenden Falle = 2,728 anzunehmen ist, Q bedeutet auch hier die Wassermenge pro Sec., h das Gefälle und l die Länge des Canales.

Setzt man nun die in der Aufgabe gegebenen Werthe ein, so wird

$$F = 0{,}0271\left(\frac{2{,}728 \cdot 4985 \cdot 1600}{3}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$F = 0{,}0271\sqrt[5]{\left(\frac{2{,}728 \cdot 4985 \cdot 1600}{3}\right)^2}$$

und durch Ausrechnung dieses Ausdruckes erhält man

$$F = 6{,}2945$$

Da nun nach dem Lehrbuche die Geschwindigkeit

$$c = \frac{Q}{F} \text{ d. i. in unserem Falle}$$

da $Q = \frac{800}{60} = 13{,}33\ldots.$, ist, so wird

$$c = \frac{13{,}33\ldots}{6{,}2945} = 2{,}116 \text{ F. Fuß}$$

Für diese Geschwindigkeit giebt die im Lehrbuche enthaltene Tabelle den Widerstandscoefficienten

$$\zeta = 0{,}00752$$

und man erhält hiernach durch Substitution desselben in die Formel

$$F = \left(\zeta \cdot \frac{m l Q^2}{2gh}\right)^{\frac{2}{5}}$$

$$= \sqrt[5]{\left(0{,}00752 \cdot \frac{2{,}728 \cdot 4985 \cdot 1600}{3 \cdot 9 \cdot 62{,}5}\right)^2}$$

und durch Ausrechnung vermittelst der Logarithmen ergiebt sich

$$F = 6{,}282 \text{ □Fuß und}$$

$$c = 2{,}122 \text{ Fuß}$$

Da nun laut der Aufgabe die Böschung = 1/2 angewendet werden soll, so wird

$$\cot \Theta = 1/2 \text{ d. i.}$$

$$\Theta = 63^\circ 26' 6''$$

Aufgabe

Auflösung

Hiernach berechnet sich die Tiefe des Canals

$$a = \sqrt{\frac{F \sin \Theta}{2 - \cos \Theta}} \quad \text{d.i.}$$

$$a = \sqrt{\frac{6{,}282 \sin (63^\circ 26' 6'')}{2 - \cos (63^\circ 26' 6'')}}$$

$a = 1{,}902$ Fss.

Die untere Breite

$$b = \frac{F}{a} - a \cot \Theta$$

$$= 3{,}303 - 1{,}902 \cot (63^\circ 26' 6'')$$

$$= 3{,}303 - 0{,}951$$

$b = 2{,}352$ Fss.

Ferner die obere Breite ist

$$b_1 = a + b = 2{,}352 + 1{,}902$$

$b_1 = 4{,}254$ Fss

Schließlich ist der Umfang

$$p = b + \frac{2a}{\sin \Theta}$$

$$= 2{,}352 + \frac{3{,}804}{\sin \Theta}$$

$$= 2{,}352 + 4{,}253$$

$p = 6{,}605$ Fss

und daher das Verhältniß des Umfangs zum Querschnitt

$$\frac{p}{F} = \frac{6{,}605}{6{,}282} = 1{,}05$$

No 3. Es ist für denselben Canal eine Wasserstandsscala anzufertigen, welche die Wassermengen innerhalb der Grenzen 600 : 1000 Cbkfss richtig angiebt.

No 3. Wird hier die spätere Tiefe nach der Aufstauung oder resp. dem Sinken des Wassers, ingleich a_1 genannt, so daß also die Größe der Aufstauung $= a_1 - a$ ist und bezeichnet Q_1 die Wassermenge nach dem Aufstauen oder resp. Sinken

Aufgabe

Auflösung

deren Grenzwerthe gegeben sind und die man daher beliebig von 1:1 oder von 5:5 Cubikfuß zunehmen lassen kann, so ist nach §377 des Lehrbuches

$$\frac{Q_1 - Q}{Q} = (a_1 - a)\left(\frac{3b}{2F} - \frac{1}{p \sin\theta}\right)$$

in unserem Falle also

$$\frac{Q_1 - 800}{800} = (a_1 - a)\left(\frac{3.4254}{2{,}6282} - \frac{1}{6{,}605 \sin\theta}\right)$$

$$\frac{Q_1 - 800}{800} = (a_1 - a)\left(\frac{12{,}762}{12{,}564} - \frac{1}{5{,}9077}\right)$$

$$= (a_1 - a)(1{,}016 - 0{,}169)$$

$$= 0{,}847(a_1 - a)$$

daher

$$a_1 - a = \frac{Q_1 - 800}{0{,}847 \cdot 800} = \frac{Q_1 - 800}{677{,}6}$$

Setzen wir für Q den Grenzwerth 600 Cubikfuß so wird

$$a_1 - a = \frac{600 - 800}{677{,}6} = -\frac{200}{677{,}6}$$

$$= -0{,}295 \text{ Fuß}$$

setzen wir andererseits den Grenzwerth = 1000 Cubikfuß ein, so wird

$$a_1 - a = \frac{1000 - 800}{677{,}6} = +\frac{200}{677{,}6}$$

$$= +0{,}2951 \text{ Fuß}$$

Es ist demnach die Länge der ganzen Scala

$$= 0{,}5902 \text{ Fuß}$$

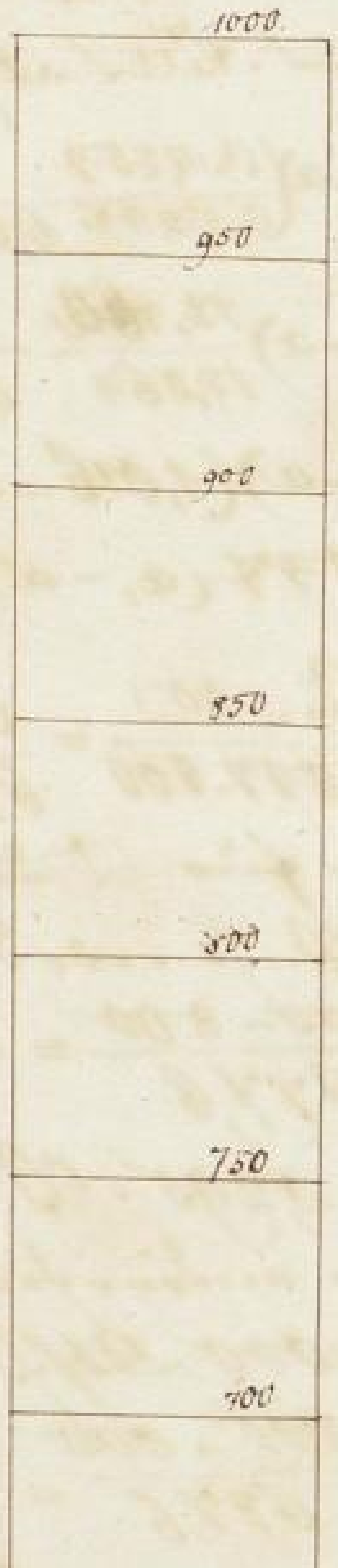
$$= 7{,}08 \text{ Zoll}$$ zu fertigen.

Bei der Eintheilung dieser Scala lassen wir nun Q_1 immer um 5 Cubikfuß zu oder abnehmen und indem wir ähnlich von den beiden Grenzwerthen ausgehen, so ist also für

$$Q_1 = 605 \text{ cb}'$$

$$a_1 - a = \frac{605 - 800}{677{,}6} = -\frac{195}{677{,}6} = -0{,}2877$$

Aufgabe



Auflösung

für $Q_1 = 995'$

$$a_1 - a = \frac{995-800}{677{,}6} = \frac{195}{677{,}6} = 0{,}2877'$$

für $Q_1 = 610$

$$a_1 - a = \frac{610-800}{677{,}6} = -\frac{190}{677{,}6} = -2803'$$

für $Q_1 = 990$ cb'

$$a_1 - a = \frac{990-800}{677{,}6} = \frac{190}{677{,}6} = 0{,}2803'$$

für $Q_1 = 805$ cub'

$$a_1 - a = \frac{805-800}{677{,}6} = \frac{5}{677{,}6} = 0{,}0073$$

für $Q_1 = 795$ cub'

$$a_1 - a = \frac{795-800}{677{,}6} = -\frac{5}{677{,}6} = -0{,}0073$$

Es beträgt sonach die Grösse der Intervallen für je 5 c. 5 Cbkfs. = 0,0074 = 1,063 Linien. Demnach ist die ganze Scala in 80 gleiche Theile zu theilen und von ihrer Mitte an bei 800 Cbkfs. aufwärts und abwärts die Wassermengen von je 5 Cbkfs. Abstand pro Minute anzuschreiben. —

Im Octbr. 1816 ges. [illegible]

Aufgabe

No 4.) Man soll die Stärke einer 25 Fß hohen Futtermauer, welche den Druck eines 35 Fß hohen Haldensturzes aufzuhalten hat, angeben.

No 5.) Es sollen für eine Thalüberbrückung von 120 Fß Länge und 20 Fß Breite sowie 50 Fß Höhe drei Projecte, nämlich eine steinerne, eine hölzerne und eine Kettenbrücke bearbeitet werden.

Auflösung.

Hat die Mauer die relative Böschung $n = 0,2$ so ist die absolute Böschung $nh = 0,2 . 25 = 5$ Fß. und nach §11 des Lehrbuches wird nun die obere Stärke

$$b = -nh + \sqrt{\frac{\delta\gamma}{3\gamma_1}\left(\frac{h+h_1}{h}\right)^3\left[tg\left(45^\circ - \frac{\varrho}{2}\right)\right]^2 + \tfrac{1}{3}n^2h^2}$$

wobei δ den Stabilitätscoefficienten $9/4$ (nach Vauban) γ die Dichtigkeit des Haldensturzes $= 1,3 . 66$ ℔, und γ_1 die Dichtigkeit der Mauermasse $= 2,4 . 66$ ℔ sowie ϱ den Reibungswinkel $= 50^\circ$ bezeichnet.

Durch Substitution dieser Werthe in obige Gleichung erhält man:

$$b = -5 + \sqrt{\frac{9/4 . 13}{3 . 24} . \frac{35^3}{25}\left[tg(45^\circ - 25^\circ)\right]^2 + 1/3 (5^2)}$$

$$= -5 + \sqrt{\frac{13}{32} . 1715 \,(tg\, 20^\circ) + 8,33}$$

$$= -5 + \sqrt{696,7 . 0,1324 + 8,33}$$

$$= -5 + \sqrt{100,576}$$

$= 5,75$ Fuß, dagegen die untere Stärke $= 10,75$ Fß zu machen ist.

A. Entwurf zu der steinernen Brücke.

Überspannen wir die ganze Thalbreite mit drei Halbkreisbögen, von denen jeder 25 Fuß Spannweite oder 12,5 Fß inneren Halbmesser bekommen soll, so müssen wir zur Unterstützung dieser Bögen 2 Pfeiler

Aufgabe

Auflösung

in der Mitte und zwei Widerlager an den Gehängen des Thales haben. Die Bögen übermauert man alsdann horizontal und legt hierauf die eigentliche Brückenbahn.

Ist nun, wie oben erwähnt, der innere Halbmesser r_1 eines Bogens 12,5 Fuß, so giebt die empirische Formel von Perronet hierfür die Gewölbstärke:

$$d = 0{,}0694 . r_1 + 1 = 0{,}0694 . 12{,}5 + 1$$
$$= 1{,}9 \text{ Fuß}$$

hingegen der äußere Halbmesser r_2 wird $= 14{,}4$ Fuß und das Verhältniß beider Halbmesser

$$k = \frac{r_2}{r_1} = \frac{14{,}4}{12{,}5} = 1{,}15.$$

Die Tabellen von Petit über Halbkreisgewölbe mit horizontaler Übermauerung giebt den Bruchwinkel $= 64^\circ$ und den Coefficienten des Gewölbschubes für Drehung $\mu = 0{,}11895$. Rechnet man nun das Gewicht eines Kubikfußes Bruchsteinmauer zu 150 Pfd, so ist die Horizontalspannung des Gewölbes im Scheitel:

$$S = \mu r_1^2 \gamma = 0{,}11895 (12{,}5)^2 150$$
$$= 2787{,}9 \text{ Pfd.}$$

Ein Quadratfuß Länge im Scheitel hat nun den Querschnitt

$$= 1{,}9 . 1 \square \text{Fuß} = 1{,}9 . 144$$
$$= 273{,}6 \text{ Quadratzoll}$$

und der Druck auf einen Quadratzoll beträgt sonach

$$P = \frac{2787{,}9}{273{,}6} = 10{,}19 \text{ Pfd.}$$

Aufgabe

Auflösung.

Um ferner die zu hinreichender Stabilität nöthige Stärke der Pfeiler zu finden, setze man das Moment der Kraft P zum Umstürzen des Pfeilers um die Kante F

$$= Ph = 2787,9 . 50 = 139395$$

Ferner setzen wir zur Auffindung des Momentes der belasteten Gewölbhälfte, das Volumen des Kreisbogens

$$V = \frac{\pi d}{4}(2r_2 - d)b$$
$$= 0,7854\, d(2r_2 - d)b$$
$$= 0,7854 . 1,9 (28,8 - 1,9) 20$$
$$= 0,7854 . 38 . 26,9$$
$$= 802,5 \text{ Cubikfuß}$$

und daher sein Gewicht

$$G = 802,5 \times 150 = 120375 \text{ ℔.}$$

Kommt hierzu noch für jede Bogenhälfte eine 60000 ℔ Mauerbelastung zu tragen so ergiebt sich das Gewicht der belasteten Bogenhälfte

$$G = 180375 \text{ ℔}$$

und geht die Schwerlinie dieses Körpers beinahe 1,5 Fuß bei der inneren Mauerkante vorbei, so folgt das betreffende Moment

$$= 180375 \times 1,5 = 270000 \text{ ℔!}$$

Hat nun vorläufig jeder Pfeiler 10 Fuß Stärke, so kann man bei 35 Fuß Höhe und 20 Fuß Länge sein Gewicht

$$G_2 = 10 . 35 . 20 . 150 = 1050000 \text{ ℔}$$

und daher sein Moment

$$= 1050000 \times 5 = 5250000 \text{ ℔}$$

annehmen.

Aufgabe

Auflösung

Setzt man nun auch für die Spannung S im Scheitel nach Audoy den Erfahrungsfactor 1,9 hinzu so ist

$$1{,}9 . Sh = 264850$$

doch noch lange nicht so gross als ihre beiden Momente des belasteten Bogens und des Pfeilers zusammengenommen, und es wird demnach eine Stärke des Pfeilers von 10 Fuß vollkommen hinreichen, um denselben vor einem Kippen um die untere Kante F zu sichern. Den beiden Widerlagspfeilern dagegen konnte man wegen des Erddruckes, den dieselben noch auszuhalten haben 12,5 Fß obere Stärke geben und sie noch etwas abböschen.

B.) Entwurf der hölzernen Brücke.

Angenommen, daß jeder Quadratfuß einer hölzernen Überbrückung 50 ℔ zu tragen hat, so ist das ganze Gewicht derselben

$$G = 120 . 20 . 50 = 120000 ℔.$$

Hängen wir nun die ganze Brückenbahn an ein Hängewerk auf, das aus 4 Hängesäulen bestehen soll die durch 2 Riegel abgesteift und durch 2 paar Streben gestützt werden; von diesen 4 Hängesäulen trägt jede 1/5 der ganzen Belastung, also 24000 ℔, während jedes der Widerlager nur die Hälfte des letzten Fünftels also 12000 ℔ auf zunehmen

Aufgabe

Die Zeichnungen fehlen ganz.

Auflösung

hat. Hat nun jede äußeren Strebe eine Neigung von $22\frac{1}{2}^0$ gegen den Horizont, so ist der Horizontalschub derselben

$$H = \tfrac{1}{2} G \cot g\, \delta = \tfrac{1}{2} \cdot 24000 \cdot \cot 22\tfrac{1}{2}^0$$
$$= 12000 \cdot 2{,}4142 = 28970 \text{ ℔}.$$

und der Schub in der Strebe

$$S = \frac{Q}{2 \sin \delta} = \frac{24000}{2 \sin 22\frac{1}{2}^0} = \frac{12000}{\sin 22\frac{1}{2}^0}$$
$$= 31358 \text{ ℔}.$$

Der ganze Horizontalschub wird nun jedenfalls von 2 Riegeln und die Spannung in der Strebe auf jeder Seite von 2 Streben aufgenommen, es hat also jeder Spannriegel 14485 ℔ und jede Strebe 15679 ℔ Druck aufzunehmen.

Haben die inneren Hängesäulen ebenfalls zwei Spannriegel und 2 Paar Streben und wird hier Neigung von 15^0 gegeben, so ist der Horizontalschub für Spannriegel

$$H_1 = \tfrac{1}{2} G \cot \delta_1 = 12000 \cot 15^0$$
$$= 12000 \cdot 3{,}732$$
$$= 44784 \text{ ℔}.$$

und der Strebenschub

$$S_1 = \frac{Q}{2 \sin \delta_1} = \frac{12000}{\sin 15^0} = \frac{12000}{0{,}2588}$$
$$= 46368 \text{ ℔}.$$

Auf jeden Spannriegel kommt also eine Last von 22392 ℔ und auf jede Strebe 23184 ℔.

Nimmt man nun den Festigkeitsmodul des Holzes im Mittel 7400 und

Aufgabe

Auflösung

giebt man zwanzigfache Sicherheit, so ist der Querschnitt des oberen Spannriegels

$$F = \frac{14485 \cdot 20}{7400} = 39{,}15 \text{ Qu. Zoll}$$

dagegen der für den unteren Spannriegel

$$F_1 = \frac{22392 \cdot 20}{7400} = 60{,}52 \text{ Qu. Zoll}$$

zu machen.

Es müssen ferner die äusseren Streben den Querschnitt

$$F_2 = \frac{15679 \cdot 20}{7400} = 42{,}38 \text{ Qu. Zoll}$$

die inneren dagegen

$$F_3 = \frac{23184 \cdot 20}{7400} = 62{,}66 \text{ Qu. Zoll}$$

erhalten.

Von grosser Wichtigkeit ist es ferner, zu wissen wie gross der Horizontalschub und der Verticaldruck in den Widerlagern ist.

Hat nun der äusseren Streben 26 Fuss Länge, so ist ihr Volumen

$$V = 312 \cdot 39{,}15 = 12214 \text{ Cubikzoll}$$
$$= 7{,}06 \text{ Cubikfuss}$$

und ihr Gewicht wenn 1 Cubikfuss Holz 44 ℔ wiegt

$G = 310{,}6$ ℔. Es ist nun der Strebenschub in der Auflagerung der Strebe

$$H = \frac{G+Q}{2} \cot \delta = \frac{310{,}6 + 24000}{2} \times 2{,}414$$
$$= 29345 \text{ ℔}$$

und der Verticaldruck

$$V = G + \frac{Q}{2} = 310{,}6 + 12000$$
$$= 12310 \text{ ℔}.$$

Für die inneren Streben dagegen, welche 42 Fuß lang sind, und ihr Gewicht
$= 42 . 0,435 . 44 = 804$ ℔ beträgt

$$H = \frac{G + Q}{2} \cot \delta_1 = \frac{804 + 24000}{2} . 3,73$$
$$= 46284 \text{ ℔.}$$

und der Verticaldruck

$$V = G + \frac{Q}{2} = 12804 \text{ ℔}$$

In Folge dieses bedeutenden Horizontalschubes ist natürlich dem Ausgleiten der Streben durch hinreichend starke Verzapfung in den Hauptbalken zu begegnen, und sind solche mit Bolzen zu versehen. Der Verticaldruck der äußeren Streben wird von der Widerlagsmauer, der der inneren dagegen von den Hauptbalken aufgenommen und ist bei dessen Stärke darauf Rücksicht zu nehmen, wobei jedoch zu bemerken, daß da die Last nicht in der Mitte, sondern mehr an den Stützpunkten angreift, ein Theil der Last von diesen also von den Widerlagern getragen wird. —

Hiernächst ist nun noch zu ermitteln, wie stark die 50 Fuß hoch anzunehmenden Widerlagspfeiler werden müssen, um dem Schube der Streben hinreichend widerstehen zu können.

Wir haben

$S = 31358$ ℔ gefunden, nun

ist $V = S \sin \alpha = 12310$ ℔ und
$H = S \cos \alpha = 29345$ ℔

Aufgaben | Auflösungen

Ist nun h die Höhe b die Breite und d die Dicke des Pfeilers, seine Dichtigkeit aber γ so ist sein Gewicht

$G = bdh\gamma$, welches an dem Hebelarme $\frac{b}{2}$ wirkt, das ganze Moment also, welches das Umstürzen des Pfeilers um die untere äußere Kante zu verhindern sucht ist

$$= (V + bdh\gamma)\frac{b}{2}$$

der Horizontalschub aber, welcher den Pfeiler zu kippen sucht, hat das Moment $S\cos\alpha . h = Hh$ und es muß zu ausreichender Stabilität des Pfeilers das letztere Moment kleiner sein, als das erstere d.h. es muß

$$\frac{b^2 dh\gamma}{2} + \frac{Vb}{2} > S\cos\alpha . h$$

$$b^2\frac{25.50.130}{2} + \frac{12310.b}{2} > 29345.50$$

$$81250\, b^2 + 6155.b > 1467250 \text{ oder}$$

$$b^2 + 0,075b - 18,06 = 0 \text{ also}$$

$$b = \frac{0,075}{2} + \sqrt{(0,037)^2 + (18,06)^2}$$

$$= 0,037 + \sqrt{326,165}$$

$$= 18,1 \text{ Fß}$$

Man hat den Pfeilern zur nöthigen Sicherheit wenigstens 20 − 25 Fß Stärke zu geben und überdieß wäre es noch vortheilhafter, wenn man sie etwas abböschte. —

Aufgabe

Auflösung

C) Entwurf der Kettenbrücke

Nehmen wir für die gegebene Spannweite von 120 Fuß 15 Fuß Bogenhöhe für die Ketten an, so werden für die ganze Länge der Brücke 35 Hängeeisen nöthig werden; wir haben dann $35 - 1 = 34$ Theile und die Entfernung von je zwei Hängeeisen, beträgt demnach $\frac{120}{34} = 3,53$ Fuß. Es sind nun von der Mitte nach den Pfeilern hin, die Längen der Hängeeisen wenn das mittelste eine Länge von 2 Zoll hat

1) $1 . \frac{15}{172} = 0,052 + 2'' = 2,616$ Zoll
2) $4 . 0,052 = 0,208 + 2'' = 4,488$ "
3) $9 . 0,032 + 2'' = 7,608$ Zoll
4) $16 . 0,032 + 2'' = 11,676$ "
5) $25 . 0,052 + 2'' = 1,466$ Fuß
6) $36 . 0,052 + 2'' = 2,038$ "
7) $49 . 0,052 + 2'' = 2,714$ "
8) $64 . 0,052 + 2'' = 3,494$ "
9) $81 . 0,052 + 2'' = 4,378$ "
10) $100 . 0,032 + 2'' = 5,366$ "
11) $121 . 0,032 + 2'' = 6,458$ "
12) $144 . 0,032 + 2'' = 7,654$ "
13) $169 . 0,032 + 2'' = 8,954$ "
14) $196 . 0,052 + 2'' = 10,358$ "
15) $225 . 0,052 + 2'' = 11,866$ "
16) $256 . 0,052 + 2'' = 13,478$ "
17) $289 . 0,032 + 2 = 15,194$ "

Ist ferner nach Navier der Druck für einen Quadratfuß bei vollkommener Belastung = 42 Pfd, so ist die Maximalbelastung der halben Brückenbahn $= 60 . 20 . 42 = 50400$ Pfd, und angenommen

die vollkommene

Aufgabe

Auflösung

vermindert um halbe Brückenbahn weg-
ebenso viel, so hat man das Gewicht
$G_1 = 100800$ ℔ und da ein Quadratzoll Hängeeisen 2190 ℔ Tragvermögen der Belastung geben kann so folgt der Querschnitt sämmtlicher Hängeeisen

$$F = \frac{100800}{2190} = 46,03 \text{ Qu. Zoll}$$

Hat man nun auf der ganzen Brücke $2 \cdot 35 = 70$ Hängeeisen, so ist der Querschnitt eines derselben

$$= \frac{2 \cdot 46,03}{70} = \frac{92,06}{70} = 1,29$$

Quadratzoll, also ihr Durchmesser 1,3 Zoll

Nach der Quadratur der Parabel ist die mittlere Länge eines Hängeeisens $= 1/3$ der Länge des längsten, also hier $= 1/3 \cdot 15 = 5$ Fuß $= 60$ Zoll oder noch 2 Zoll zugesetzt $= 62$ Zoll und also das Volumen sämmtlicher Hängeeisen

$$V = 62 \times 70 \times 1,3 = 5642 \text{ Cubikzoll}$$

und ihr Gewicht, da 1 Cubikzoll Schmiedeeisen 0,29 ℔ wiegt, $G_1 = 1636$ ℔. Addirt man die Hälfte dieses Gewichtes $= 818$ ℔ zu der oben gefundenen Last so erhält man

$$G = 101618 \text{ ℔}$$

der Querschnitt der Spannketten ist durch die Formel

$$F = \frac{G}{K \sin\alpha \, b \left(1 + \frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right) 8}$$

So ist aber

Aufgabe

1

Auflösung.

$G = 101618$ ℔

$K = 17500$ ℔

$b = 60 \cdot 12 = 720$ Zoll

$\frac{a}{b} = \frac{15}{60} = 0{,}25$

$\gamma = 0{,}29$

$$\sin\alpha = \frac{2a}{\sqrt{b^2+4a^2}} = \frac{30}{\sqrt{60^2+30^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4+1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = 0{,}4465$$

also

$$F = \frac{101618}{17500 \cdot 0{,}4465 - 720 \cdot 0{,}29\left(1+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{16}\right)}$$

$$= \frac{101618}{7813{,}75 - 208{,}8\left(1+\frac{1}{24}\right)}$$

$$= \frac{101618}{7813{,}75 - 217{,}5} = \frac{101618}{7596{,}25}$$

$= 13{,}36$ Quadratzoll

so dass bei 4 Spannketten jede einen Durchschnitt von 3,34 Qu. Zoll oder eine Dicke von 2,06 Zoll bekommt.

Um die Wirkungen der ungleichen Belastung der Brücke auf die Spannketten möglichst zu beseitigen, bringen wir am Kopfe des Pfeilers Rollen an, über welche die Ketten laufen können. — Es ist nun aber die Verticalkraft der belasteten Ketten

$$V = G + Fb\left(1+\frac{2}{3}\left(\frac{a}{b}\right)^2\right)\gamma$$

$$= 101618 + 2905{,}8$$

$$= 104523{,}8 \text{ ℔},$$

und die der unbelasteten

Aufgabe

Auflösung

$V_1 = V - 50400 = 54123,8$ ℔

Nimmt man nun das Verhältniß des Zapfenhalbmessers zum Rollenhalbmesser = 1/4 und den Reibungscoefficienten $f = 1/4$ an, so wird die auf den Rollenhalbmesser reducirte Zapfenreibung zwischen den Rollen

$$F = \frac{a}{r} f (V + V_1)$$

$$= 1/4 \cdot 1/4 (104523,8 + 54123,8)$$

$$= 1/16 \cdot 158647,6$$

$$= 9915,5 \text{ ℔.}$$

Da diese also viel kleiner als die Differenz der Spannungen ist, so erfolgt eine Bewegung der Kette auf den umlaufenden Rollen, die so lange fortgeht bis die durch ungleiche Belastung erzeugte Differenz der beiden Spannungen und der Zapfenreibung an den Rollen gleich ist. – Ist die Höhe eines Kettenpfeilers = 15 Fuß, seine Dicke = 4 Fuß und die Dichtigkeit der Mauermasse = 130 ℔ so ist für die nöthige Pfeilerstärke

$$b^2 + \frac{158647,6}{4 \cdot 15 \cdot 130} b = \frac{2 \cdot 9915,5 \cos\alpha}{4 \cdot 130}$$

$$b^2 + 20,34 \, b = \frac{9915,5 \cos\alpha}{260}$$

$$= \frac{9915,5 \cdot 0,8954}{260}$$

$$= 34,147.$$

d. i.

$b^2 + 20,34 b - 34,147 = 0$ also

$$b = -10,17 + \sqrt{103,4 + 34,14}$$

$$= -10,17 + 11,73$$

$$= 1,56 \text{ Fuß}$$

Aufgabe

No 6.) Um die Leistung eines Wasserrades zu finden, stellte man Bremsversuche an demselben an und hat dadurch folgendes gefunden. Umdrehungszahl der Welle p. Min 5½. Gewicht G in der Wagschale = 410 ℔. Hebelarm a = 8,5 Fß. Wie groß ist die Leistung?

Auflösung.

wofür man der Sicherheit wegen ungefähr das Vierfache, also etwa 6 Fuß zu geben hätte.
die nöthige Länge der Widerlagsmauern ist für eine Höhe von 50 Fß und eine Dicke von 10 Fß

$$l = \frac{2 S \sin\alpha}{h d \gamma} = \frac{2 . 104523,8}{50 . 10 . 130}$$

$$= \frac{209047,6}{65000} = 4 \text{ Fß}$$

wofür man jedoch wenigstens das Dreifache also 12 Fß zu nehmen hat —

Da bekanntlich die Leistung durch die Formel

$$L = \frac{\pi n a}{30} G$$

bestimmt wird, so erhält man durch Substitution der Werthe aus der Aufgabe

$$L = \frac{\pi . 5,5 . 8,5}{30} . 410$$

$$= \frac{3,1416 . 46,75}{30} . 410$$

$$= 4,8895 \times 410 = 2004,2206 \text{ Fß℔}$$

$$= 4 \text{ Pferdekräfte.}$$

nicht ganz richtig

Aufgabe

No 7.) Man hat bei einem Bache von 32 Fuß Breite und $2\frac{1}{4}$ Fuß mittlerer Tiefe ein Wasserquantum von 354 Cubikfuß pro min. gefunden, und gedenkt dessen Spiegel durch ein Überfallwehr um $3\frac{1}{4}$ Fuß zu erhöhen. Welche Wehrhöhe ist dazu nöthig und welchen Aufstau wird dieser Einbau 2500 Fuß oberhalb des Wehres hervorbringen?

Auflösung

Da die Geschwindigkeit des Wassers durch die Formel $c = \frac{Q}{F}$ gefunden wird, so ist diese bei dem gegebenen Wasserquantum $Q = 354$ Cubikfuß und dem Durchschnitt $F = 32 \cdot 2\frac{1}{4} = 72$ Quadratfuß

$$= \frac{354}{72} = 4,916 \text{ Fuß}.$$

und die derselben entsprechende Geschwindigkeitshöhe

$$h = \frac{c^2}{2g} = 0,016 \times (4,916)^2$$
$$= 0,386 \text{ Fuß}$$

Danach ist, vermöge der Gleichung

$$h = \left(\frac{3/2\, Q}{\mu b \sqrt{2g}} + k^{3/2}\right)^{2/3} - k$$

die Druckhöhe über der Überfallschwelle

$$h_1 = \left(\frac{3/2 \cdot 354}{0,8 \cdot 32\sqrt{2g}} + (0,386)^{3/2}\right)^{2/3} - 0,386$$
$$= (2,624 + 0,2404)^{2/3} - 0,386$$
$$= 2,0169 - 0,386$$
$$h = 1,631 \text{ Fuß}$$

Wenn nun die ursprüngliche mittlere Tiefe $a = 2\frac{1}{4}$ Fuß und die Höhe des Aufstaues $h_1 = 3\frac{1}{4}$ Fuß angenommen ist, so ergiebt sich aus a, h und h_1 die erforderliche Wehrhöhe

$$x = a + h_1 - h = 2,25 + 3,25 - 1,631$$
$$x = 3,87 \text{ Fuß}$$

so daß also ein vollkommener Überfall stattfindet.

Für die Berechnung der Stauhöhe bei einer

einer

Aufgabe

Auflösung

gewissen Stauweite, hier bei 2500 Fuß, oberhalb des Wehres haben wir für die berechnete Geschwindigkeit $c = 2{,}916$ Fuß einen Widerstandscoefficienten $\zeta = 0{,}00747$ einzuführen, und finden aus dem Umfang $p = 34\tfrac{1}{4}$ Fuß, dem Querschnitte $F = 72$ Quadratfuß und α der Neigung des Flußbettes

$$\sin\alpha = \zeta \cdot \frac{p}{F} \cdot \frac{c^2}{2g}$$

$$= 0{,}00747 \cdot \frac{34{,}25}{72} \cdot 0{,}386$$

$$= 0{,}001375.$$

Zur Berechnung der Senkung des Wasserspiegels, ausgedrückt durch die Differenz der Wassertiefen $a_0 - a_1$ bei einer gewissen Stauweite l die Formel

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(\sin\alpha - \zeta \cdot \frac{p_0}{a_0 b_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}\right) \cdot l}{1 - \frac{2}{a_0} \cdot \frac{v_0^2}{2g}}$$

In dieser Formel haben wir

$$\sin\alpha = 0{,}001375$$

$$\zeta = 0{,}00747$$

$$p_0 = 40 \text{ Fuß}$$

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= 5\tfrac{1}{2} \text{ Fuß} \\ b_0 &= 32 \text{ ''} \end{aligned}\right\} a_0 b_0 = 176 \text{ Qu. Fuß}$$

$$v_0 = \frac{Q}{F} = \frac{354}{176} = 2 \text{ Fuß}$$

und vorläufig

$$l = 1000 \text{ Fuß}$$

zu setzen und bekommen sonach

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(0{,}001375 - 0{,}00747 \cdot \frac{40}{176} \cdot 0{,}016 \cdot 2\right)}{1 - \frac{2}{5{,}5} \cdot 0{,}016 \cdot 4} \times 1000$$

$$= \frac{(0{,}001375 - 0{,}000109)}{1 - 0{,}023270} \times 1000$$

$$= \frac{0{,}001266}{0{,}976730} \cdot 1000$$

Aufgabe

Auflösung.

$$a_0 - a_1 = 0{,}001296 \cdot 1000$$
$$= 1{,}296 \text{ und } a = 4{,}204$$

Nehmen wir nun eine zweite Strecke $l = 1000$ Fß an, und setzen darin

$$p_0 = 38 \text{ Fß}$$
$$a_0 = 5{,}5 - 1{,}296 = 4{,}204 \text{ Fß}$$
$$a_0 b_0 = 134{,}528 \,\square \text{ Fß}$$
$$v_0 = \frac{354}{134{,}5} = 2{,}63 \text{ Fß}$$

so wird die Senkung des Wasserspiegels bei dieser Erstreckung

$$a_0 - a_1 = \frac{\left(0{,}001375 - 0{,}00747 \cdot \frac{38}{134{,}5} \cdot 0{,}016 (2{,}63)^2\right)}{1 - \frac{2}{4{,}204} \cdot 0{,}016 \cdot (2{,}63)^2}$$
$$= \frac{(0{,}001375 - 0{,}000233)}{1 - 0{,}052612} \cdot 1000$$
$$= \frac{0{,}001142}{0{,}947388} \cdot 1000$$
$$= 0{,}001206 \cdot 1000$$
$$= 1{,}206$$

und daher die Wassertiefe selbst nur noch

$$x = 4{,}204 - 1{,}206$$
$$= 2{,}998 \text{ Fß}$$

Für das letzte Stück $l = 500$ Fß haben wir nun

$$p_1 = 36 \text{ Fß}$$
$$a_1 = 2{,}998 \text{ Fß}$$
$$a_1 b_1 = 96 \text{ Qu. Fß}$$
$$v_1 = \frac{354}{96} = 3{,}688 \text{ Fß}$$

und erhalten daraus

$$a_0 - a_1 = \frac{0{,}001375 - 0{,}00747 \cdot \frac{36}{96} \cdot 0{,}016 (3{,}688)^2)}{1 - \frac{2}{2{,}998} \cdot 0{,}016 (3{,}668)^2} \times 500$$
$$= \frac{(0{,}001375 - 0{,}000609)}{1 - 0{,}145073} \cdot 500$$
$$= \frac{0{,}000766}{0{,}854927} \, 500 = 0{,}000896 \cdot 500$$
$$a_0 - a_1 = 0{,}448000 \text{ Fß}$$

folglich die übrigbleibende Wassertiefe

Aufgabe

No 8.) Für ein Gefälle von 25 Fuß und für ein Wasserquantum von 9,5 Cbkfuß pro sec. ist die Anordnung und Berechnung eines oberschlägigen Wasserrades zu vollziehen.

Auflösung

bei 2500 Fß oberhalb des Wehres

$= 2,998 - 0,448$

$= 2,550$ Fuß

folglich der Aufstau über der ursprünglichen Wassertiefe

$= 2,55 - 2,25$

$= 0,3$ Fß $= 3,6$ Zoll.

Nehmen wir an, das Rad habe 6 Umdrehungen pro min., das Verhältniß κ der Eintrittsgeschwindigkeit des Wassers, c, zur Umfangsgeschwindigkeit des Rades v sei $= 2$ und das Wasser falle bei einem Punkte in das Rad ein, der um den Winkel $\theta = 12°$ vom Radscheitel absteht, so giebt uns die Formel

$$a = \frac{\sqrt{0{,}000772(\kappa u)^2 h + (1+\cos\theta)^2} - (1+\cos\theta)}{0{,}000386(\kappa u)^2}$$

für $\kappa = 2$, $u = 6$, $h = 25$ und $\theta = 12°$ den Radhalbmesser in Fußen

$$a = \frac{\sqrt{0{,}000772(12^2 \cdot 25) + (1+\cos 12°)^2} - (1+\cos 12°)}{0{,}000386 \cdot 12^2}$$

$$= \frac{\sqrt{0{,}000772 \cdot 3600 + 3{,}9125} - 1{,}978}{0{,}000386 \cdot 144}$$

$$= \frac{\sqrt{6{,}6917} - 1{,}978}{0{,}05558} = \frac{2{,}587 - 1{,}978}{0{,}0558}$$

$$= \frac{0{,}609}{0{,}0558} = 10{,}91 \text{ Fß}$$

Hieraus erhalten wir die Umfangsgeschwindigkeit des Rades pro sec.

$$v = \frac{\pi u a}{30} = 0{,}1047 \cdot 6 \cdot 10{,}91$$

$$= 0{,}1047 \cdot 65{,}46$$

$$= 6{,}833 \text{ Fß}$$

Aufgabe

Auflösung

folglich die Geschwindigkeit des eintretenden Wassers

$$c = kv = 2v = 13{,}706 \text{ Fß}$$

diese Geschwindigkeit ergiebt das effective Gefälle bis zur Eintrittsstelle

$$h_1 = 1{,}1 \frac{c^2}{2g} = 1{,}1 \cdot 0{,}016 \cdot 187{,}857$$

$$= 3{,}306 \text{ Fß}$$

so dass also das eigentliche Radgefälle vom Eintritt bis zum Austritt

$$h_2 = h - h_1 = 21{,}694 \text{ Fß}$$

übrig bleibt

Dem Kranze wollen wir eine Breite $d =$ 10 Zoll geben und bekommen nun die Weite des Rades

$$e = 9{,}55 \cdot \frac{3Q}{uad} = 28{,}65 \frac{9{,}5}{6 \cdot 10{,}9 \cdot 5/6}$$

$$= \frac{272{,}175}{54{,}53}$$

$$= 4{,}9 \text{ Fß}$$

wobei der Füllungscoefficient $\varepsilon = 3$ vorausgesetzt ist. Wenn ich nun die Entfernung zweier Schaufeln

$$= 7\left(1 + \frac{d}{10}\right) = 7(1+1) = 2{,}7$$

$$= 14 \text{ Zoll}$$

setzen kann, so erhält man die Anzahl der Schaufeln

$$n = \frac{2\pi \cdot 10{,}9 \cdot 12}{14} = 58{,}7$$

wofür man 60 annehmen kann, die sich gut vertheilen lassen. Dieß giebt dann den Theilwinkel

$$\beta = \frac{360^\circ}{60} = 6^\circ$$

Für ein Rad von nicht bedeutender Höhe, wie das unsrige, wenden wir am zweckmäßigsten hölzerne Schaufeln an, bezüglich deren Theil-[illegible]

Aufgabe

Auflösung

in die Mitte des Kranzes und machen, um das Wasser länger im Rade zu erhalten, den Centriwinkel, zwischen welchen die Enden zweier benachbarter Schaufeln liegen = 5/4 des Theilwinkels also $\beta_1 = \frac{5}{4} 6^\circ = 7^\circ 30'$. Wir erhalten für diese Theilung den besten Deckungswinkel der Schaufeln durch die Formel

$$tg\,\delta = \frac{a \sin \beta}{\frac{b}{2} - a(1-\cos\beta)} = \frac{10{,}9 \sin 7^\circ 30'}{\frac{5}{12} - 10{,}9(1-\cos 7^\circ 30')}$$

$$= 4{,}4039$$

also $\delta = 77^\circ 12' 24''$

Aus dem Aufschlagquantum Q dem Gefälle h, und der Radweite e ergiebt sich ferner die Dicke des einfallenden Wasserstrahls

$$d_1 = \frac{Q}{e\sqrt{2gh_1}} = \frac{9{,}5}{4{,}9 \cdot 7{,}908\sqrt{3{,}3}} = \frac{9{,}5}{4{,}9 \cdot 7{,}908 \cdot 1{,}82}$$

$$= 0{,}1348 \text{ Fuß} = 1{,}617 \text{ Zoll}$$

Damit aber die Luft hinreichenden Raum zum Entweichen habe, machen wir die kürzeste normale Entfernung zweier Stoßschaufeln um 1 Zoll größer, setzen diese also 2,6 Zoll

Der Winkel, um welchen die Umfangsgeschwindigkeit v von der Richtung der Stoßschaufel abweicht ist $\varepsilon = 90^\circ - (\delta - \beta_1)$

$$= 90^\circ - 77^\circ 12' 24'' + 7^\circ 30'$$

$$= 20^\circ 17' 36''$$

aus ε ergiebt sich wiederum der Winkel ψ um den die Richtung des einfallenden Wasserstrahls von der

Stoßschaufel

Aufgabe

Auflösung

abweichen muß, um das Wasser ungehindert und ohne Verspritzen eintreten zu lassen, denn es ist

$$\sin \psi = \frac{v \sin C}{c} = \tfrac{1}{2} \sin(20^\circ 17' 36'')$$

$$= 0{,}17342$$

folglich $\psi = 9^\circ 59' 12''$

Der Neigungswinkel des Strahles gegen den Horizont stellt sich dagegen als

$$\nu_1 = C - \psi + C = 22^\circ 15' 24''$$

heraus und aus c, C & ψ ergiebt sich nun noch die relative Geschwindigkeit mit der das Wasser in die Zellen des Rades tritt

$$c_1 = \frac{c \sin(C - \psi)}{\sin C} = \frac{13{,}7 \sin 10^\circ 18' 24''}{\sin 20^\circ 17' 36''}$$

$$= 7{,}22 \text{ Fß}$$

Wenden wir nun zur Regulirung der Beaufschlagung einen Spannschützen an, so fragt es sich, welche Neigung das Schutzbrett desselben gegen den Horizont bekommen muß. Das Wasser tritt unter demselben in einer parabolischen Linie aus, deren Scheitel durch die Coordinaten

$$x_1 = \frac{c^2 \sin \nu_1^2}{2g} = 0{,}016 (13{,}706)^2 \sin^2 \cancel{44^\circ 36' 48''}$$

$$= 0{,}4330 \text{ und}$$

$$y = \frac{c^2 \sin 2\nu_1}{2g} = 0{,}016 (13{,}706)^2 \sin 44^\circ 36' 48''$$

$$= 2{,}110$$

bestimmt ist. Wenn nun aber die Mündung der Schütze nicht in diesem sondern $4'' = 0{,}3333\ldots$ Fß über dem

Eintritts

Aufgabe

Auflösung

Stelle liegen soll, so sind die Coordinaten der Parabel, von der Mitte der Mündung aus

$$y = y_1\sqrt{1 - \frac{a}{x}} = 2{,}11\sqrt{1 - \frac{0{,}333}{0{,}433}}$$
$$= 2{,}11\sqrt{0{,}23}$$
$$= 1{,}0128 \text{ und}$$
$$x = x_1 - a = 0{,}4333 - 0{,}3333$$
$$= 0{,}1$$

und es ergiebt sich nun die Tangentenlage an dieser Stelle

$$tg\, v = \frac{2x}{y} = \frac{0{,}2}{1{,}0128} = 0{,}1974$$

oder $v = 11^\circ 10'$

und daher die Neigung des Schutzbrettes gegen den Horizont

$$= 90 - v = 78^\circ 50'$$

Es sind nun noch von den einzelnen Theilen des Rades die Dimensionen z. B. von der Welle, den Zapfen und den Radarmen anzugeben.

Durch die empirische Formel

$$d_1 = 0{,}048\sqrt{P}$$

wo für P das halbe Gewicht des Rades einzusetzen, sofern sich beide Zapfen in gleicher Entfernung vom Radmittel befinden, bekommt man die Zapfenstärke. Nun ist aber für die disponible Leistung

$$Qh\gamma = 9{,}5 \cdot 25{,}66 = 15675 \text{ Ffpf}$$

$= 30{,}7$ Pferdekräfte das Gewicht des Rades bei einem Wirkungscoefficienten $\varepsilon = 7/25$ wie er sich durch die Formel

$\varepsilon = \frac{L}{Gv}$ herausstellt

$$G = 3000 \cdot \frac{L}{\varepsilon u} = 3000 \cdot \frac{30{,}7}{7/25 \cdot 6}$$
$$= 54900 \text{ ℔.}$$

Aufgabe

Auflösung.

das halbe Gewicht also

$$\frac{G}{2} = 27450$$

und hienach die Stärke eines Zapfens

$$d_1 = 0{,}048 \sqrt{27450} = 0{,}048 \cdot 165{,}7$$

$$= 7 \text{ Zoll}$$

Für diese Zapfenstärke muß man der vierkantigen Welle von quadratischem Querschnitt eine Stärke von mindestens 24 Zoll geben, da sie durch die Zapfen sehr geschwächt wird. Für seine Breite muß unser Rad wenigstens zwei Armsysteme bekommen und jedes derselben wird aus 4 Haupt- und 4 Hilfsarmen bestehen müssen. Ist $n=8$ die Zahl der Arme eines Systemes, so ergiebt sich die Stärke eines jeden

$$h = 13{,}6 \sqrt[3]{\frac{L}{nu}} = 13{,}6 \sqrt[3]{\frac{30}{6.8}}$$

$$= 13{,}6 \sqrt[3]{\frac{5}{8}} = 13{,}6 \cdot 0{,}8304$$

$$= 11{,}5 \text{ Zoll}$$

und seine Breite

$$b = \tfrac{5}{7} h = \tfrac{5}{7} \cdot 11{,}5$$

$$= 8\tfrac{1}{4} \text{ Zoll}$$

Es wird nun die ganze Leistung eines Wasserrades ausgedrückt durch die Formel

$$L = \left(\frac{(c_1 \cos \mu - v_1) v_1}{g} + h_1 + \kappa h_2\right) Q\gamma$$

wo $\frac{(c_1 \cos \mu - v_1) v_1}{g}$ das Stoßgefälle, h_1 das Druckgefälle vom Eintritt bis zum Beginn des Ausgusses h_2

das

Aufgabe

Auflösung

noch übrige Druckgefälle vom Eintritt bis zur Beendigung des Ausgusses und k ein gewisses Verhältniß $\frac{Q}{a}$ bezeichnet, welches deshalb in Rechnung gebracht werden muß, weil vom Beginn des Ausgusses nur ein aliquoter Theil des ganzen Wasserquantums sich in den Zellen befindet.

Nun haben wir in unserem Fall das Stoßgefälle

$$= \left(\frac{7,22 \cdot \cos(10^{\circ}18'24'') - 6,6}{31,25}\right) 6,6$$

wo nämlich $v_1 = 6,6$ Fuß die Geschwindigkeit im Schaufelrisse ist. Es wird dann das Gefälle

$$= \frac{(7,22 \cdot 0,9838 - 6,6)\,6,6}{31,25}$$

$$= \frac{(7,1 - 6,6)\,6,6}{31,25} = \frac{0,5 \cdot 6,6}{31,25}$$

$$= 0,105 \text{ Fuß}$$

Wir haben ferner das Druckgefälle

$$h_1 = a(\cos\Theta + \sin\alpha)$$

Hierin setzen wir $\Theta = 12^{\circ}$ und $\alpha =$ dem Ausgußwinkel $= 40^{\circ}$ und erhalten sonach

$$h_1 = 10,9\,(0,97815 + 0,64279)$$

$$= 10,9 \cdot 1,62094$$

$$= 17,668 \text{ Fuß}$$

und endlich das noch übrige Druckgefälle, wenn $\alpha_1 = 64^{\circ}$ gesetzt wird

$$h_2 = a(\sin\alpha_1 - \sin\alpha)$$

$$= 10,9\,(0,89800 - 0,64279)$$

$$= 10,9 \cdot 0,25601$$

$$= 2,790 \text{ Fuß}$$

Setzen wir nun das Verhältniß

Aufgabe	Auflösung

$k = \frac{1}{2}$ so erhalten wir die Totalleistung des Rades

$$L = (0{,}105 + 17{,}668 + \tfrac{1}{2} \cdot 2{,}790)\, 9{,}5 \cdot 66$$
$$= 19{,}168 \cdot 627$$
$$= 12018 \text{ Fußpfund oder}$$
$$= 23{,}5 \text{ Pferdekräfte}$$

Hiervon geht aber noch ein Theil durch die Zapfenreibung verloren, die Arbeit derselben ist bei $u = 6$ Umgängen und dem Zapfenhalbmesser

$$r = 3{,}5 \text{ Zoll} = 0{,}2917 \text{ Fuß}$$

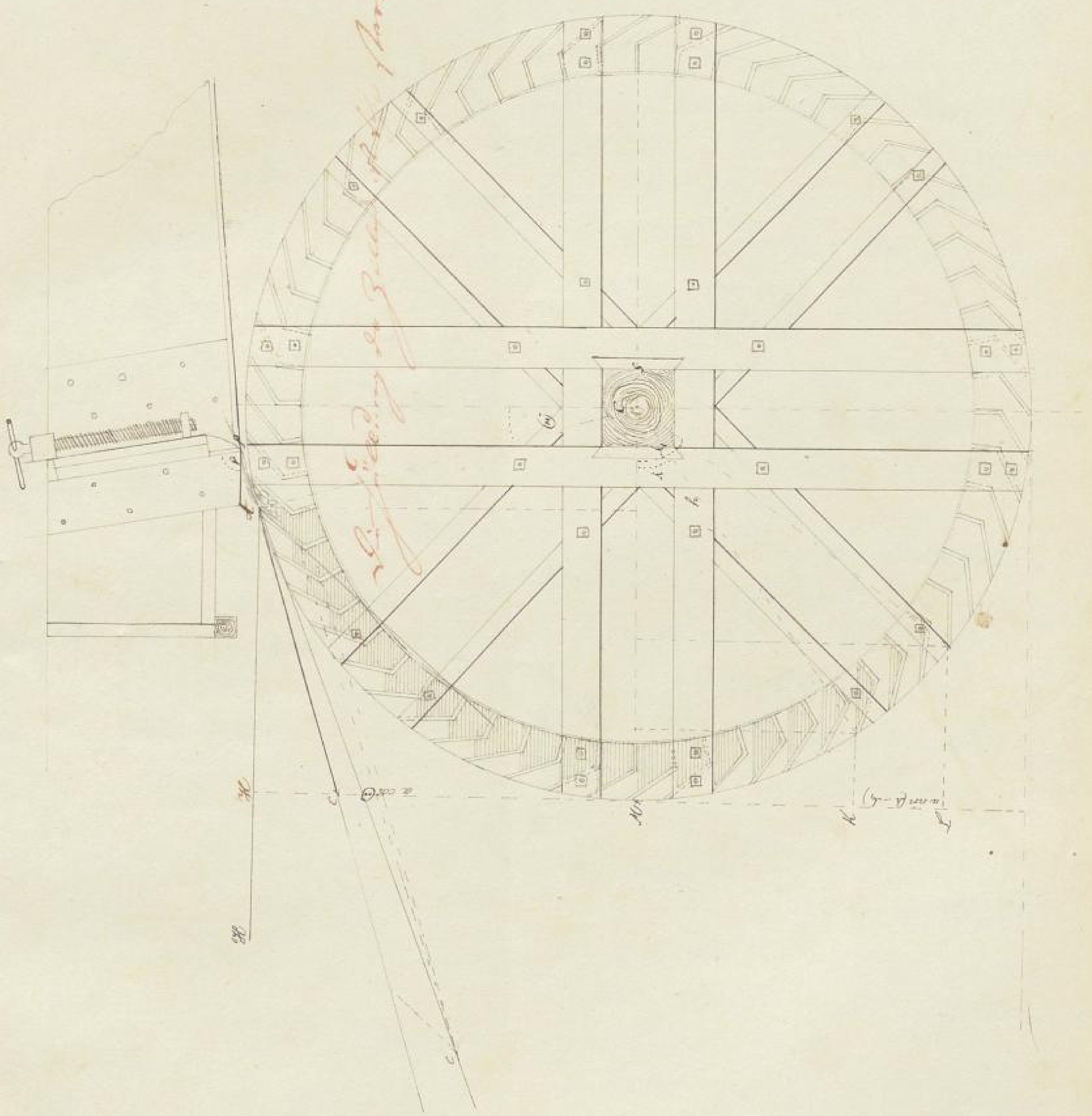
$$F = 0{,}1047 \cdot u f G r$$
$$= 0{,}1047 \cdot 6 \cdot 0{,}08 \cdot 54900 \cdot 0{,}2917$$
$$= 804{,}8 \text{ Fußpfund}$$
$$= 1{,}6 \text{ Pferdekraft}$$

Es bleibt also die effective Leistung des Rades

$$L = 12018 - 804{,}8$$
$$= 11213{,}2 \text{ Fußpfund}$$
$$= 21 \text{ Pferdekräfte}$$

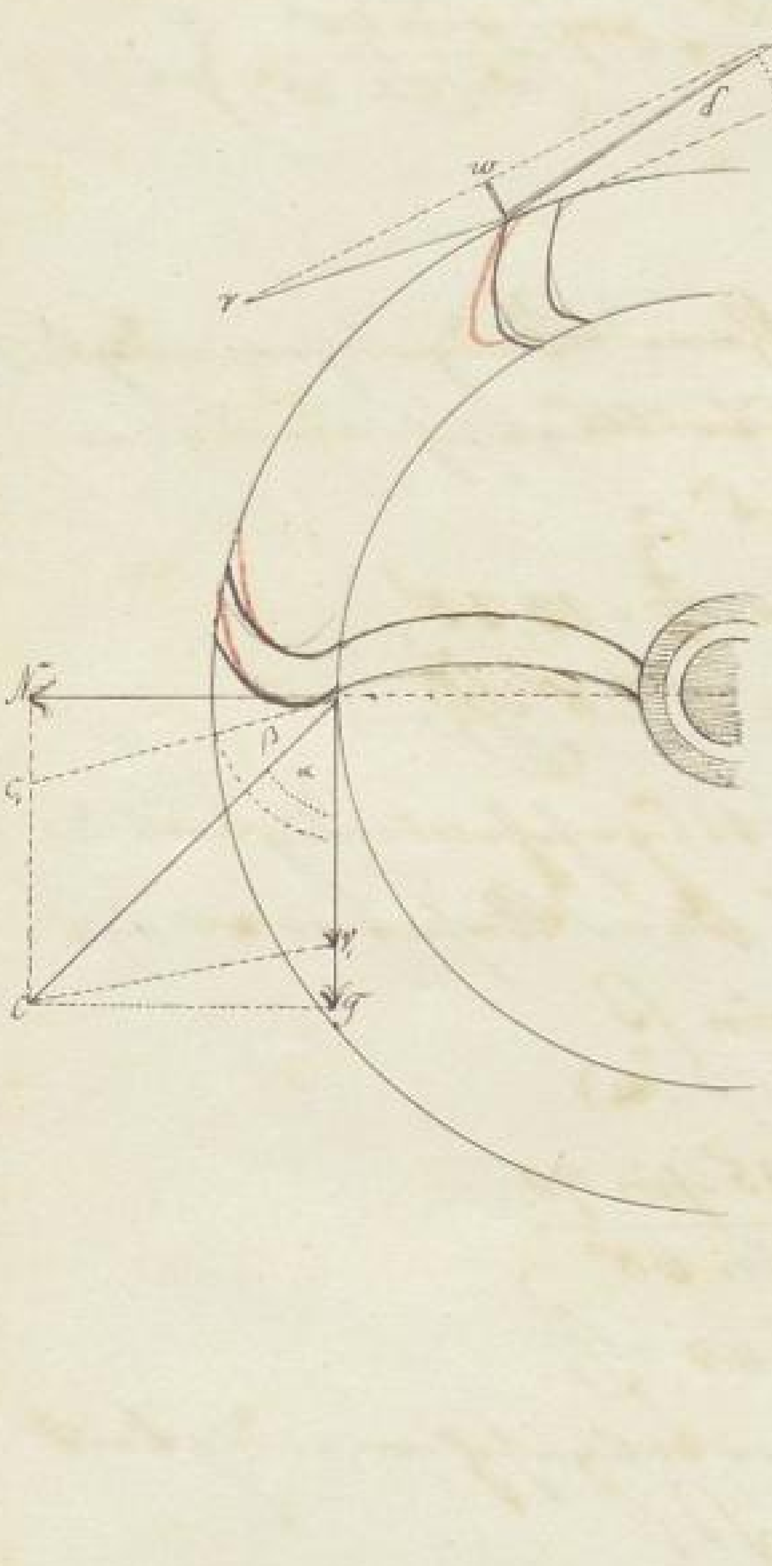
und somit der Wirkungsgrad, da die disponible Leistung 16675 Fußpfund beträgt

$$\eta = \frac{11213{,}2}{15675} = 0{,}715.$$



Aufgabe

No 69. Für ein Gefälle von 7 Fß ist die Anordnung und Berechnung einer Reactions Turbine mit dem Aufschlag von 20 Cbfß zu liefern.



Auflösung

Wird der Winkel, welchen das aus dem Reservoir tretende Wasser mit dem inneren Radumfang einschließt $\alpha = 30^\circ$ und der welchen der in die Radzellen eintretende Wasserstrahl mit dem inneren Radumfang einschließt $\beta = 2\alpha + 30^\circ = 90^\circ$ angenommen, ferner das Verhältniß des äusseren Radhalbmessers zu dem inneren $\frac{r}{r_1} = \nu = 1,333$ so erhält man zuvörderst, da der innere Radhalbmesser

$$r_1 = 0,326\sqrt{Q} = 0,326\sqrt{20} = 1,5 \text{ Fß ist,}$$

den äusseren Radhalbmesser

$$r = \nu r_1 = 1,5 \cdot 1,333 = 2 \text{ Fß}$$

hernach ist dann die Kranzbreite bei Mitte der Mündungen gemessen

$$= r - r_1 = 2 - 1,5 \text{ Fß} = 0,5 \text{ Fß}.$$

Die anzuwendende innere Radgeschwindigkeit ist nun nach der Formel

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{2\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} + \zeta\left(\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}\right) + k\left(\frac{r}{r_1}\right)^2}}$$

zu bestimmen. Setzt man in dieser Formel vorläufig die Widerstandscoefficienten

ζ (das ist derjenige für den Leitschaufel

Aufgabe

Auflösung

apparat = 0,17 und
ist die der für die Radzellen

$k = 0,05$

führt man ferner das Gefälle
$h = 6,6$ Fß ein, da man das Rad
mindestens 0,4 Fß freistehen lassen
muß?, wenn die Turbine in freier
Luft gehen soll, so erhält man

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g \cdot 6,6}{\frac{2 \sin 90^\circ \cos 30^\circ}{\sin(90-30^\circ)} + 0,17\left(\frac{\sin 90^\circ}{\sin(90-30^\circ)}\right)^2 + 0,05 \cdot \frac{4}{3}}}$$

$= 13,35$ Fß

und die äußere Radgeschwindigkeit
v = der Austrittsgeschwindigkeit
des Wassers c_2

$$= r \cdot v_1 = \frac{4}{3} \cdot 13,35$$

$$= 17,8 \text{ Fß.}$$

Die Austrittsgeschwindigkeit des
Wassers aus dem Reservoir ist

$$c = \frac{v_1 \sin \beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$= \frac{13,35 \sin 90}{\sin 60^\circ}$$

$$= 15,44 \text{ Fß}$$

und die Eintrittsgeschwindigkeit
ins Rad ist

$$c_1 = \frac{v_1 \sin \alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$$

$$= \frac{13,35 \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ}$$

$$c_1 = 7,7 \text{ Fß.}$$

Aufgabe

Auflösung

Die Umdrehungszahl pro min. ist

$$u = 9{,}55 \cdot \frac{v}{r_1}$$

$$= 9{,}55 \, \frac{13{,}35}{1{,}5}$$

$$= 85{,}66$$

Der Inhalt der Austrittsmündungen des Reservoirs ergiebt sich zu

$$F = \frac{Q}{c} = \frac{20}{15{,}44} = 1{,}295 \text{ Qu. Fß}$$

und der der Einmündungen des Rades zu

$$F_1 = \frac{Q}{c_2} = \frac{Q}{v} = \frac{20}{17{,}8} = 1{,}123 \text{ Qu. Fß}$$

Erhalten die Schaufeln ferner eine Stärke von

$$s_1 = 2{,}5 \text{ Linien} = 0{,}017 \text{ Fß}$$

und nimmt man das Verhältniß der Mündungshöhe zur Mündungsweite einer Leitzelle

$$\psi = \frac{e}{d_1} = 2$$

so folgt die Zahl der Leitschaufeln

$$n_1 = \frac{\psi(2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1)^2}{F}$$

$$= \frac{2(2 \cdot 3{,}141 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5 - n \cdot 0{,}017)^2}{1{,}295}$$

Annähernd ist aber

$$n_1 = \frac{\psi(2\pi r_1 \sin\alpha)^2}{F}$$

$$n_1 = 34$$

und daher ist genauer

$$n_1 = \frac{2(2 \cdot 3{,}141 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5 - 34 \cdot 0{,}017)^2}{1{,}295}$$

$$n_1 = 30$$

Aufgabe

Auflösung

Hieraus ergiebt sich die Mündungshöhe

$$e = \frac{F}{2\pi r_1 \sin\alpha - n_1 s_1}$$

$$= \frac{1,295}{4,7115 - 30 \cdot 0,017}$$

$$= 0,3082 \text{ Fß}$$

Die Anzahl der Radschaufeln ist, wenn für das Verhältniß

$$\psi = \frac{e}{d} = 3 \text{ genommen wird}$$

$$n = \frac{\psi F_1}{e^2} = \frac{3 \cdot 1,123}{0,3082^2}$$

$$= 36.$$

Es ergiebt sich ferner für den Ausgußwinkel

$$\sin\delta = \frac{F_1(e + \psi s)}{2\pi r e^2}$$

$$= \frac{1,123(0,3082 + 3 \cdot 0,017)}{2\pi \cdot 2 \cdot 0,3082^2}$$

$$\delta = 19^\circ 45'$$

Die Ausmündungsbreite der Radzellen ist

$$d = \frac{F_1}{ne} = \frac{1,123}{36 \cdot 0,3082} = 0,1012 \text{ Fß}$$

der Theilwinkel des Rades ferner ist

$$\frac{360^\circ}{36} = 10^\circ$$

die Radschaufelstärke nimmt aber den Bogen

Aufgabe

Auflösung

$$\frac{s}{r \sin \delta}$$

$$= \frac{0{,}017}{2 \sin 19^\circ 45'}$$

$$= 0{,}02512$$

oder den Winkel

$$0{,}02512 \cdot \frac{180}{\pi}$$

$$= 1^\circ 26'$$ ein.

Die Form der Schaufeln betreffend so werden die Leitschaufeln nach einem, die Radschaufeln aber nach 2 Kreisbögen zu krümmen sein. —
Es ist aber der Krümmungswinkel des äußersten Rückens der Radschaufeln

$$\varphi = \frac{2\pi}{n} - \frac{s}{r \sin \delta}$$

$$= \frac{6{,}282}{36} - \frac{0{,}016}{2 \cdot 0{,}3383}$$

$$= 8^\circ 34'$$

und der zugehörige Halbmesser

$$a = \frac{r \cos\left(\delta - \frac{1}{2}\varphi\right)}{\cos \frac{1}{2}\varphi} - \frac{1}{2} d$$

$$= \frac{2 \cos\left(19^\circ 45' - 4^\circ 17'\right)}{\cos 4^\circ 17'} - \frac{0{,}1012}{2}$$

$$= \frac{2 \cos 15^\circ 28'}{\cos 4^\circ 17'}$$

$$= 0{,}0506$$

$$= 1{,}933 \text{ Fß.}$$

Der Krümmungshalbmesser des zweiten Rückens der Radschaufel ist: —

Aufgabe

Auflösung.

$$a_1 = \frac{r^2 - r_1^2 - r\partial \cos\delta + \frac{1}{4}\partial^2}{2(r\cos\delta + r_1\cos\beta) - \partial}$$

$$= \frac{4 - 2\frac{1}{4} - 0{,}2024 \cos 19^\circ 45' + 0{,}00256}{2(2\cos 19^\circ 45' + 1{,}5 \cos 90^\circ) - 0{,}1012}$$

$$= 0{,}425 \text{ Fuß}$$

und der Krümmungswinkel

$$\varepsilon = 180^\circ - \beta - \delta + \sigma - \tau$$

d. i. wenn

$$tg\,\sigma = \frac{a_1 \sin\beta}{r_1 + a\cos\beta}$$

$$= \frac{0{,}425 \sin 90^\circ}{1{,}5 + 0{,}425 \cos 90^\circ}$$

$$\sigma = 15^\circ 48'$$

und $\tau = \dfrac{a_1 \sin\delta}{r - a_1\cos\delta}$

$$tg\,\tau = \frac{0{,}425 \sin 19^\circ 45'}{2 - 0{,}425 \cos 19^\circ 45}$$

$\tau = 5^\circ 8'$ ist.

$$\varepsilon = 180^\circ - 90^\circ - 19^\circ 45 + 15^\circ 48' - 5^\circ 8'$$

$$= 80^\circ 55'$$

Der Halbmesser der Leitschaufel-Krümmung ist

$$a_2 = \frac{r_1}{2\cos\alpha} = \frac{1{,}5}{2\cos 30}$$

$$= 0{,}846 \text{ Fuß}$$

Um den Wasserverlust durch den Spalt zwischen Schütze und Rad möglichst klein zu machen, hat man den letzteren möglichst klein zu machen

Aufgabe

Auflösung

und die sich berührenden Theile genau abzudrehen.

Zur Berechnung der Maschine nach ihrer effectiven Leistung hat man Folgendes aufzustellen.

Die absolute Austrittsgeschwindigkeit des Wassers aus dem Rade ist

$$w = 2c_2 \sin\frac{\delta}{2}$$
$$= 2 \cdot 17{,}8 \sin 9^\circ 53'$$
$$= 6{,}110 \text{ Fuß}$$

daher der entsprechende Gefällverlust

$$= \frac{w^2}{2g} = 0{,}016 \cdot 6{,}110^2$$
$$= 0{,}5973 \text{ Fuß}$$

ferner ist der Gefällverlust herbeigeführt durch die Hindernisse in den Leitschaufeln

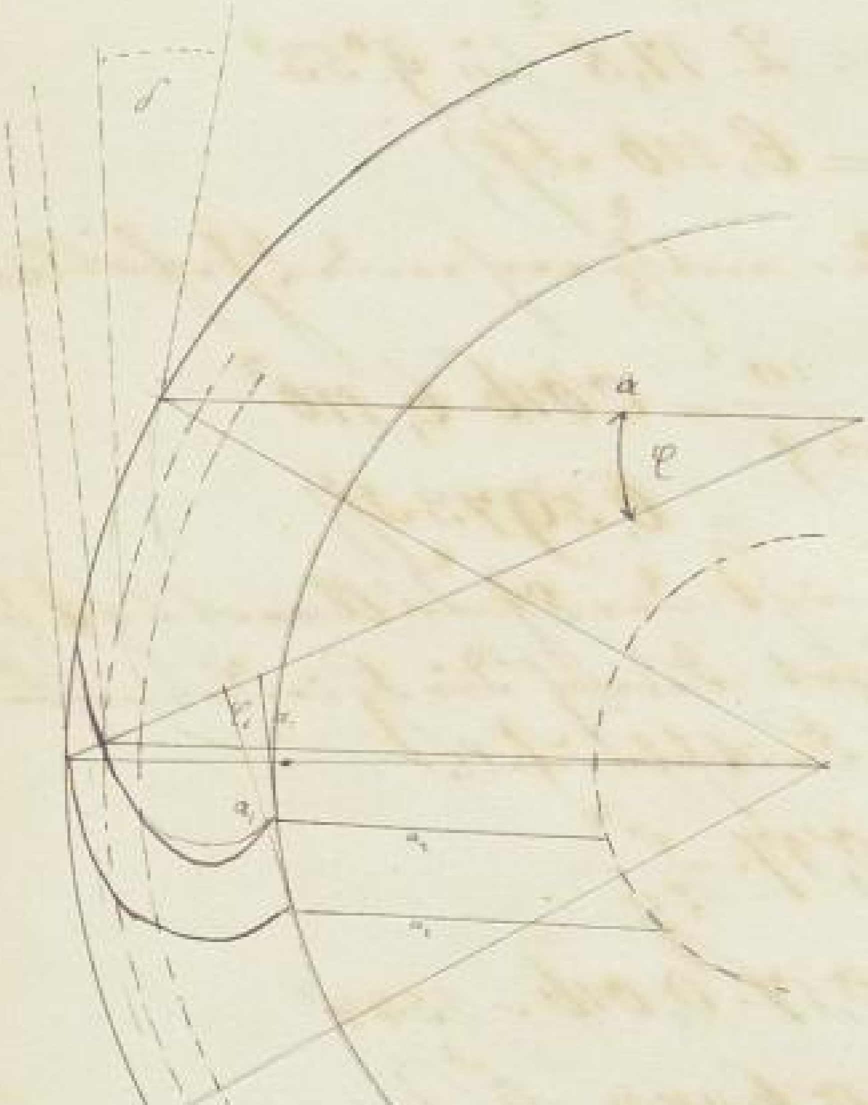
$$= 0{,}17 \cdot \frac{c^2}{2g}$$
$$= 0{,}17 \cdot 0{,}016 \cdot 1544^2$$
$$= 0{,}6484 \text{ Fuß}$$

Aus Folgendem ergiebt sich ferner der den hydraulischen Widerstand entsprechende Gefällverlust. Aus obiger Rechnung und einer genauen Construction ergiebt sich, daß jeder Radcanal aus zwei Theilen besteht.

Der äußere Theil ist 0,13 Fuß

weit

Aufgabe



Auflösung

und 0,27 Fß lang der andere aber 0,21 Fß weit und 0,45 Fß lang, demnach ist der Widerstand für das kleinere Stück

$$\zeta = 0,124 + 3,104\left(\frac{d}{2a}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$= 0,124 + 3,104\left(\frac{0,13}{2 \cdot 1,933}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$= 0,124022$$

und der für das grössere

$$\zeta_1 = 0,124 + 3,104\left(\frac{0,21}{2 \cdot 0,425}\right)^{\frac{7}{2}}$$

$$= 0,147266$$

Ferner ist das Winkelverhältniß für das erste Stück.

$$\frac{\varphi}{\pi} = \frac{8^\circ 43'}{180^\circ}$$

$$= 0,0476$$

und für das zweite

$$\frac{\varphi_1}{\pi} = \frac{80^\circ 55'}{180^\circ} = 0,4495$$

Ferner ist das Durchschnittsverhältniß für das erste Stück

$$= \frac{F_1}{n d e} = \frac{1,123}{36 \cdot 0,13 \cdot 0,3082}$$

$$= 0,778$$

und für das zweite Stück

$$\frac{F_1}{n d_1 e} = \frac{1,123}{36 \cdot 0,21 \cdot 0,3082}$$

$$= 0,481.$$

Aufgabe

Auflösung

Hieraus folgt der Coefficient des ganzen Krümmungswiderstandes

$$\kappa_1 = \zeta_{1a} \cdot \frac{\varphi}{\pi}\left(\frac{F_1}{n d_a e}\right)^2 + \zeta_{1b} \cdot \frac{\varphi_1}{\pi}\left(\frac{F_1}{n d_b e}\right)^2$$

$$= 0{,}1240 \cdot 0{,}0476 \cdot 0{,}778^2 + 0{,}1473 \cdot 0{,}4495 \cdot 0{,}481^2$$

$$= 0{,}000357 + 0{,}01532$$

$$= 0{,}015677.$$

Ferner ist der Reibungscoeff. für das erste Zellenstück

$$\zeta_{2a} = 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{n d_a e}{Q}}$$

$$= 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{36 \cdot 0{,}13 \cdot 0{,}3802}{20}}$$

$$= 0{,}004538$$

und für das zweite

$$\zeta_{2b} = 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{n d_b e}{Q}}$$

$$= 0{,}0144 + 0{,}0169 \sqrt{\frac{36 \cdot 0{,}21 \cdot 0{,}3802}{20}}$$

$$= 0{,}015923$$

Sodann ist das Verhältniss

$$\left(\frac{d_a + e}{2 d_a e}\right) b$$

für das erste Stück

$$= \left(\frac{0{,}13 + 0{,}3802}{2 \cdot 0{,}13 \cdot 0{,}3802}\right) 0{,}27$$

$$= 1{,}393$$

und für das zweite

Aufgabe

Auflösung

$$\left(\frac{d_b+e}{2 d_b e}\right) l_2$$

$$= \left(\frac{0{,}21 + 0{,}3802}{2 . 0{,}21 . 0{,}3802}\right) 0{,}45$$

$$= 1663.$$

Hieraus erhält man den Reibungscoefficienten für den ganzen Canal

$$k_2 = C_{2a}\left(\frac{d_a+e}{2 d_a e}\right) l_1 \left(\frac{F_1}{n d_a e}\right)^2 + C_{2b}\left(\frac{d_b+e}{2 d_b e}\right) l_2 \left(\frac{F_1}{n d_b e}\right)^2$$

$$= 0{,}004538 . 1{,}393 . 0{,}778^2 + 0{,}015928 . 1{,}663 . 0{,}481^2$$

$$= 0{,}006064 + 0{,}006126$$

$$= 0{,}01219$$

Endlich ist der Coefficient für sämtliche Hindernisse

$$k = k_1 + k_2$$

$$= 0{,}015677 + 0{,}01219$$

$$= 0{,}027867$$

und der entsprechende Verlust an Gefälle

$$k \cdot \frac{v^2}{2g} = 0{,}027867 \cdot \frac{17{,}8^2}{2g}$$

$$= 0{,}1413 \text{ Fß.}$$

Die oben gefundenen drei Gefälle oder Druckhöhenverluste betragen

$$0{,}5973 + 0{,}6484 + 0{,}1413$$

$$= 1{,}387 \text{ Fß}$$

daher bleibt auch von der ganzen

Aufgabe

Auflösung

disponiblen Leistung

$$Q h \gamma = 20 \cdot 6{,}6 \cdot 66$$

$$= 8712 \text{ Fußpfund}$$

und die Nutzleistung

$$L = Pv = Q\gamma\left[h - \left(\frac{w^2 + \zeta c^2 + \kappa v^2}{2g}\right)\right]$$

$$= 1320\,(6{,}6 - 1{,}387$$

$$= 6881{,}16 \text{ Fußpf.}$$

$$= 13{,}5 \text{ Pferdekräfte übrig}$$

Was die Stärke einzelner Theile der Maschine anlangt, so ist zuerst die der stehenden Welle

$$d = 6{,}12\sqrt[3]{Lu}$$

$$= 6{,}12\sqrt[3]{\frac{13{,}5}{85{,}66}}$$

$$= 4 \text{ Zoll}$$

die Stärke des Bodentellers ist

$$s = 0{,}148\, r\sqrt{h} + 0{,}33 \text{ Zoll}$$

d. i. wenn $h = 6{,}6 - \frac{1}{2}C$

$$= 6{,}6 - 0{,}1901$$

$$= 6{,}4099 \text{ Fuß ist.}$$

$$s = 0{,}148 \cdot 2\sqrt{6{,}4099} + 0{,}33$$

$$= 1{,}1 \text{ Zoll}$$

~~Die~~ Der Radteller muß an der Welle eine Stärke haben

Aufgabe

Auflösung

$$s_1 = \frac{31 L}{u r_1^2} + 0,33 \text{ Zoll}$$

$$= \frac{31 . 13,5}{85,66 . 2,25} + 0,33$$

$$= 2,5 \text{ Zoll}$$

Nimmt aber nach Buschenschmidts wird beträgt das Gewicht der völlig armirten Welle 1800 ℔ so folgt die Zapfenstärke

$$d_1 = 0,0045 \sqrt{1800 . 85,66}$$

$$= 2 \text{ Zoll}$$

Endlich ist der Arbeitsverlust durch die Reibung am Zapfen

$$= f \frac{r_a}{r} G c$$

$$= 0,1 . \frac{1}{24} . 1800 . 17,8 = 133,5 \text{ Fß℔.}$$

Daher bleibt an Leistung noch übrig

$$6881,16 - 133,5$$

$$= 6747,66 \text{ Fß℔.}$$

$$= 13,23 \text{ Pferdekr.}$$

und der Wirkungsgrad der Maschine beträgt demnach mit Berücksichtigung des Freistehens des Rades

$$n = \frac{6747,66}{Q h \gamma}$$

$$= \frac{6747,66}{20 . 6,6 . 66}$$

$$= \frac{6747,66}{8712}$$

$$= 0,75.$$

Aufgabe

No. 10) Es ist eine kurze Beschreibung und Berechnung von einem der hiesigen Wassergöpel zu liefern

Auflösung

Wasserradgöpel vom David Richtschacht zu Himmelfahrt s. Abraham gehörig

Dieser Göpel, welcher im Jahre 1832 erbaut wurde, hat ein oberschlägiges 20 Ellen hohes Kehrrad, welches die Wasser zu seiner Beaufschlagung nachdem dieselben zuvor das Pochrad getrieben, von Himmelfahrt erhält. Dieselben Wasser fallen vom Kehrrade auf das Kunstrad und von diesem dann auf den Thurmhofer Hülfsstolln, auf welchem sie zu Tage ausgehen.

Zur Berechnung dieses Göpels dienten mir folgende Punkte.

Der Davider Richtschacht ist ein saigerer daher $\alpha = 90°$ anzunehmen. Jede Treibetonne faßt 12 Kübel und das Gewicht der leeren Tonne $G = 500$ ℔

die Fördermasse wiegt durchschnittlich

$Y = 1500$ ℔.

Aufgabe

Auflösung.

Das Seil ist ein geflochtenes Drahtseil, welches aus 4 Litzen besteht, jede Litze zu 4 Drähten, es hat eine Stärke

$$d = 0{,}75 \text{ Zoll}$$
$$= 0{,}0625 \text{ Fß}$$

Zwei gußeiserne Seilscheiben hängen 16,5 Ellen über der Sohle des Treibehauses und jede derselben hat ein Gewicht von $G_2 = 3900$ ℔, ihr Halbmesser a_2 beträgt 6 Fß oder 1,8 Meter und der Zapfenhalbmesser

$$r_2 = 2{,}5 \text{ Zoll}$$
$$= 0{,}2083.$$

Von den Seilscheiben geht das Seil unter 45° und 65° Neigung auf den hölzernen Korb, dessen Welle mit Klinkenzeug versehen, bewegt ist. Die mittlere Neigung des Seiles ist demnach zu 55° anzunehmen.

Der Korb, welcher 42,5 Ellen von der Hängebank des Schachtes entfernt ist, liegt 4 Ellen über der Treibehaussohle. Sein Durchmesser ist

$$D = 10\tfrac{2}{3}$$

die lichte Weite $l = 11$ Zoll oder

$$= 0{,}916 \text{ Fß}.$$

der Zapfenhalbmesser

$$r_3 = 5 \text{ Zoll} = 0{,}416 \text{ Fß}.$$

Sammt der Welle und dem Kreuzzapfen ist sein Gewicht

$$G_3 = 7000 \text{ ℔}$$

zu veranschlagen.

Aufgabe

Auflösung

Was ferner den Krummzapfen betrifft, so hat dieser einen Halbmesser

$a_3 = 1,5$ Fß

seinen Warzenhalbmesser

$r_4 = 4\frac{1}{2}$ Zoll $= 0,375$ Fß

und das Gewicht desselben ist unter G_3 & G_5 mit einbegriffen.

Die Verbindung der Kurbel mit dem Korbe ist durch 4 Korbstangen von à 98 Ellen Länge hergestellt und man kann deren gesammtes Gewicht

$G_4 = 2000$ ℔

annehmen.

Das Kehrrad ist von eichenem Holze mit Eisenblechschaufeln von der Stärke von 3 Linien & 18 Zoll Breite. Es hängt dieses Rad 98 Ellen unter dem Korbmittel, der Halbmesser

$a_5 = 20$ Fß

der Zapfenhalbmesser

$r_5 = 5$ Zoll oder $0,416$

und das Gesammtgewicht desselben

$G_5 = 45000$ ℔.

der Aufschlag beträgt pro Secunde

$1\frac{2}{3}$ Cubikfuß Wasser

und das Gefälle desselben ist

$h = 42,124$ Fß.

Nehmen wir bei der Berechnung dieses Schachts als die mittlere Teufe auch die vierte Gezeugsstrecke an

Aufgabe

Auflösung

da von dieser Sohle auch das meiste Förderquantum kommt, so ergiebt sich die Teufe vom Füllort bis Häng[illegible]

$s = 130,253$ L.
$= 911,771$ Fß

und da die Förderzeit pro Tonne
$t = 7$ Minuten oder 420 Secunden ist, so resultirt die mittlere Tonnengeschwindigkeit

$$v_1 = \frac{s}{t} = \frac{911,771}{420} = 2,171 \text{ Fß.}$$

und die aufgewendete mechanische Arbeit ist dann

$$= (Q + W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5 + W_6) v_1$$

in welcher Formel durch

W_1 die durch die Steifigkeit des Seiles an den Seilscheiben

W_2 die, durch die Zapfenreibung an den Seilscheiben

W_3 die durch die Steifigkeit des Seiles am Korbe

W_4 die durch die Zapfenreibung am Korbe

W_5 die durch die Reibung an den Warzen der Krummzapfen und

W_6 die durch die Zapfenreibung des Kehrrades aufgezehrte

Kraft bezeichnet.

Die Länge L des auf den Korb sich aufwickelnden Seiles ist 912 Fß und sein Gewicht nehmen wir zu 700 ℔ an

Aufgabe

Auflösung

Durch die Berechnung der oben angeführten Hindernisse ergiebt sich nun

1.) $W_1 = 2k + \frac{v}{a_2}(M + 2G + G_1)$

wo $(M+2G+G_1)$ in Ctr. a_2 in Metern einzusetzen ist, dieß giebt

$$W_1 = 2 \cdot 0{,}976 + \frac{0{,}2379}{18} \cdot 32$$
$$= 6{,}181 \text{ Ctr}$$

2) $$W_2 = f\frac{r_2}{a_2}\Big[(M+2G+G_1)\sin\alpha\big[(0{,}96\sin\alpha+\sin\beta)$$
$$+ 0{,}4(\cos\alpha - \cos\beta)\big] + 1{,}92\,G_2\Big]$$
$$= 0{,}07 \cdot \frac{0{,}2083}{6}\big[3200(0{,}96(1+\sin 55^\circ)$$
$$- 0{,}4\cos 55^\circ\big] + 1{,}92 \cdot 3900$$
$$= 0{,}00243\big[3200(0{,}96 \cdot 1{,}81915 - 0{,}4 \cdot 0{,}5736) + 7488\big]$$
$$= 0{,}00243(4853{,}76 + 7488)$$
$$= 0{,}00243 \cdot 12341{,}76$$
$$= 29{,}990 \text{ Ctr.}$$

3.) $W_3 = k + \frac{v}{b}\left(\frac{M}{2} + G + \frac{1}{2}G_1\right)\sin\alpha$

d.i. wenn der mittlere Hebelsarm der Last.

$$b = \frac{D}{4}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{Ld^2}{\pi l D^2}}\right)$$
$$= \frac{10{,}66}{4}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{912 \cdot 0{,}0625^2}{\pi \cdot 0{,}916 \cdot 10{,}66^2}}\right)$$
$$= 2{,}665(1 + \sqrt{1 + 0{,}01089})$$
$$= 2{,}665(1 + \sqrt{1{,}01089})$$
$$= 2{,}665(1 + 1{,}005)$$
$$= 2{,}665 \cdot 2{,}005$$
$$= 5{,}343 \text{ Fuß oder}$$
$$b = 1{,}528 \text{ Meter ist.}$$

Aufgabe

Auflösung

$W_3 = 0,976 + \frac{0,2379}{1,528}(7,5 + 5 + 3,5)$

$= 0,976 + 0,162 . 16$

$= 0,976 + 2,491$

$= 3,467$ tt.

Die Zugkraft im Gestänge ist

$Z = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{a_3}(M + W_1 + W_2 + W_3$

$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{5,343}{1,5}(1500 + 6,181 + 29,99 + 3,467$

$= 5,594 . 1539,638$

$= 8613$ tt daher

4.) $W_4 = f\frac{r_3}{b}\left[0,96(G_3 + 4G_4 + Z - (M + 2G + G_1)\sin\beta) + 0,4(M + 2G + G_1)\cos\beta\right.$

$= 0,07\frac{0,416}{5,343}\left[0,96(7000 + 8000 + 8613) - 1500 + 1000 + 700)\sin\beta + 0,4(1500 + 1000 + 700 \cos\beta)\right.$

$= 0,00585\left[0,96(23613 - 3200 . 0,81915) + 0,4(3200 . 0,5736)\right]$

$= 0,00585\left[0,96 . 20992 + 0,4 . 1835\right]$

$= 0,00585(20152 + 734)$

$= 122,183$

5.) $W_5 = 2f\frac{r_4}{b}(Z + 2G_4)$

$= 2 . 0,07\frac{4,5}{12 . 5,343}(8613 + 4000)$

$= 123,934$

6.) $W_6 = f\frac{r_5}{b}(G_5 - Z)$

$= 0,07\frac{5}{12 . 5,343}(45000 - 8613$

$= 198,631$ tt.

Aufgabe

Auflösung.

Daher ist nun auch

$$\Sigma(W) = \begin{array}{r} 6,181 \\ 29,990 \\ 3,467 \\ 122,183 \\ 123,934 \\ 198,631 \\ \hline 484,386 \end{array}$$ ℔

und

$$M + \Sigma W = \begin{array}{r} 1500 \\ 484,386 \\ \hline 1984,386 \end{array}$$ ℔.

Setzt man

$[M + \Sigma(w)]v_1$ gleich der Leistung des Rades $= \mu Qhg$ wenn μ den Wirkungsgrad des Rades bezeichnet, so erhält man

$$\mu = \frac{[M + \Sigma(w)]v_1}{Qhg}$$

$$= \frac{1984,386 \cdot 2,171}{1\frac{2}{3} \cdot 42,124 \cdot 66}$$

$Q = 1\frac{2}{3}$ C. Fuß ist nicht genau bestimmt

$$= \frac{4308}{4634} = 0,92$$ (zu groß.

Der Wirkungsgrad des Gefälles ist daher

$$\mu_1 = \frac{Mv_1}{Qhg}$$

$$= \frac{1500 \cdot 2,171}{1\frac{2}{3} \cdot 42,124 \cdot 66}$$

$$= 0,728$$ (auch zu groß)

Durchgesehen im Juli 1847.

W.